# COMPENDIUM PAU VALENCIA

## Selectividad Valencia Matemáticas 2010 – 2023

### Con todas las soluciones oficiales

**Gerard Romo Garrido**

Toomates Coolección vol. 68

# Toomates Coolección

Los libros de **Toomates** son materiales digitales y gratuitos. Son digitales porque están pensados para ser consultados mediante un ordenador, tablet o móvil. Son gratuitos porque se ofrecen a la comunidad educativa sin coste alguno. Los libros de texto pueden ser digitales o en papel, gratuitos o en venta, y ninguna de estas opciones es necesariamente mejor o peor que las otras. Es más: Suele suceder que los mejores docentes son los que piden a sus alumnos la compra de un libro de texto en papel, esto es un hecho. Lo que no es aceptable, por inmoral y mezquino, es el modelo de las llamadas "**licencias digitales**" con las que las editoriales pretenden cobrar a los estudiantes, una y otra vez, por acceder a los mismos contenidos (unos contenidos que, además, son de una bajísima calidad). Este modelo de negocio es miserable, pues impide el compartir un mismo libro, incluso entre dos hermanos, pretende convertir a los estudiantes en un mercado cautivo, exige a los estudiantes y a las escuelas costosísimas líneas de Internet, pretende pervertir el conocimiento, que es algo social, público, convirtiéndolo en un producto de propiedad privada, accesible solo a aquellos que se lo puedan permitir, y solo de una manera encapsulada, fragmentada, impidiendo el derecho del alumno de poseer todo el libro, de acceder a todo el libro, de moverse libremente por todo el libro.

Nadie puede pretender ser neutral ante esto: Mirar para otro lado y aceptar el modelo de licencias digitales es admitir un mundo más injusto, es participar en la denegación del acceso al conocimiento a aquellos que no disponen de medios económicos, y esto en un mundo en el que las modernas tecnologías actuales permiten, por primera vez en la historia de la Humanidad, poder compartir el conocimiento sin coste alguno, con algo tan simple como es un archivo "pdf". **El conocimiento no es una mercancía**.

El proyecto Toomates tiene como objetivo la promoción y difusión entre el profesorado y el colectivo de estudiantes de unos materiales didácticos libres, gratuitos y de calidad, que fuerce a las editoriales a competir ofreciendo alternativas de pago atractivas aumentando la calidad de unos libros de texto que actualmente son muy mediocres, y no mediante retorcidas técnicas comerciales.

Estos libros se comparten bajo una licencia "**Creative Commons 4.0 (Atribution Non Commercial)**": Se permite, se promueve y se fomenta cualquier uso, reproducción y edición de todos estos materiales siempre que sea sin ánimo de lucro y se cite su procedencia. Todos los libros se ofrecen en dos versiones: En formato "**pdf**" para una cómoda lectura y en el formato "**doc**" de MSWord para permitir y facilitar su edición y generar versiones parcial o totalmente modificadas.

**¡Libérate de la tiranía y mediocridad de las editoriales! Crea, utiliza y comparte tus propios materiales didácticos**

Toomates Coolección **Problem Solving** (en español):

Geometría Axiomática , Problemas de Geometría 1 , Problemas de Geometría 2
Introducción a la Geometría , Álgebra , Teoría de números , Combinatoria , Probabilidad
Trigonometría , Desigualdades , Números complejos , Funciones

Toomates Coolección **Llibres de Text** (en catalán):

Nombres (Preàlgebra) , Àlgebra , Proporcionalitat , Mesures geomètriques , Geometria analítica
Combinatòria i Probabilitat , Estadística , Trigonometria , Funcions , Nombres Complexos ,
Àlgebra Lineal , Geometria Lineal , Càlcul Infinitesimal , Programació Lineal , Mates amb Excel

Toomates Coolección **Compendiums**:

Ámbito PAU: Catalunya TEC Catalunya CCSS Valencia Galicia País Vasco Portugal A B Italia
Ámbito Canguro: ESP , CAT , FR , USA , UK , AUS
Ámbito USA: Mathcounts AMC 8 AMC 10 AMC 12 AIME USAJMO USAMO Putnam
Ámbito español: OME , OMEFL , OMEC , OMEA , OMEM , CDP
Ámbito internacional: IMO OMI IGO SMT INMO CMO REOIM Arquimede HMMT BMO
Ámbito Pruebas acceso: ACM4 , CFGS , PAP
Recopilatorios Pizzazz!: Book A Book B Book C Book D Book E Pre-Algebra Algebra
Recopilatorios AHSME: Book 1 Book 2 Book 3 Book 4 Book 5 Book 6 Book 7 Book 8 Book 9

¡Genera tus propias versiones de este documento! Siempre que es posible se ofrecen las versiones editables "MS Word" de todos los materiales, para facilitar su edición.

**¡Ayuda a mejorar!** Envía cualquier duda, observación, comentario o sugerencia a **toomates@gmail.com**

**¡No utilices una versión anticuada!** Todos estos libros se revisan y amplían constantemente. Descarga totalmente gratis la última versión de estos documentos en los correspondientes enlaces superiores, en los que siempre encontrarás la versión más actualizada.

Consulta el **Catálogo de libros** de la biblioteca Toomates Coolección en http://www.toomates.net/biblioteca.htm

Encontrarás muchos más materiales para el aprendizaje de las matemáticas en **www.toomates.net**

Visita mi **Canal de Youtube**: **https://www.youtube.com/c/GerardRomo**

Versión de este documento: **05/11/2023**

# Índice.



Las soluciones se presentan a continuación de los respectivos enunciados (a partir del año 2011)

# Fuente de estos documentos:

https://ceice.gva.es/va/web/universidad/informacion-guias-y-pruebas-de-acceso-de-anos-anteriores/-/documentos

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2010** | CONVOCATORIA: JUNIO 2010 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Donades les matrius quadrades

$$I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} \qquad \text{i} \qquad A=\begin{pmatrix}2&1&1\\2&3&2\\-3&-3&-2\end{pmatrix},$$

es demana:

a) Calcular les matrius $(A-I)^2$ i $A(A-2I)$. (*4 punts*).

b) Justificar raonadament que

b.1) Existeixen les matrius inverses de les matrius $A$ i $A-2I$. (*2 punts*).

b.2) No existeix matriu inversa de la matriu $A-I$. (*2 punts*).

c) Determinar el valor del paràmetre real $\lambda$ per al qual es verifica $A^{-1}=\lambda(A-2I)$. (*2 punts*).

**Problema A.2.** Donades les rectes d'equacions

$$r=\begin{cases}5x+y-z=4\\2x-2y-z=-5\end{cases} \qquad \text{i} \qquad s=\begin{cases}x-y=-5\\z=4\end{cases},$$

es demana:

a) Justificar que les rectes $r$ i $s$ es creuen. (*4 punts*).

b) Calcular raonadament la distància entre les rectes $r$ i $s$. (*3 punts*).

c) Determinar l'equació del pla $\pi$ que és paral·lel i equidistant a les rectes $r$ i $s$. (*3 punts*).

**Problema A.3.** Es vol construir un estadi tancat de 10.000 metres quadrats de superfície. L'estadi està format per un rectangle de base $x$ i dos semicercles exteriors de diàmetre $x$, de manera que cada costat horitzontal del rectangle és diàmetre d'un dels semicercles. El preu d'un metre de tanca per als costats verticals del rectangle és d'1 euro i el preu d'un metre de tanca per a les semicircumferències és de 2 euros. Es demana obtindre raonadament:

a) La longitud del perímetre del camp en funció de $x$. (*3 punts*).

b) El cost $f(x)$ de la tanca en funció de $x$. (*3 punts*).

c) El valor de $x$ per tal que el cost de la tanca siga mínim. (*4 punts*).

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Donat el sistema d'equacions lineals que depèn dels paràmetres $a$, $b$ i $c$

$$\begin{cases} 2ax + by + z &= 3c \\ 3x - 2by - 2cz &= a \\ 5ax - 2y + cz &= -4b \end{cases},$$

es demana:

a) Justificar raonadament que per als valors dels paràmetres $a = 0$, $b = -1$ i $c = 2$ el sistema és incompatible. (*3 punts*).

b) Determinar raonadament els valors dels paràmetres $a$, $b$ i $c$, per als quals es verifica que $(x, y, z) = (1, 2, 3)$ és solució del sistema. (*4 punts*).

c) Justificar si la solució $(x, y, z) = (1, 2, 3)$ del sistema de l'apartat b) és, o no, única. (*3 punts*).

**Problema B.2.** Siga $r$ la recta de vector director $(2, -1, 1)$ que passa pel punt $P = (0, 3, -1)$. Es demana:

a) Obtindre raonadament la distància del punt $A = (0, 1, 0)$ a la recta $r$. (*4 punts*).

b) Calcular raonadament l'angle que forma la recta que passa pels punts $P$ i $A$ amb la recta $r$ en el punt $P$. (*4 punts*).

c) Si $Q$ és el punt on la recta $r$ talla el pla d'equació $z = 0$, comprovar que el triangle de vèrtexs $APQ$ té angles iguals en els vèrtexs $P$ i $Q$. (*2 punts*).

**Problema B.3.** Donada la funció polinòmica $f(x) = 4 - x^2$, es demana obtindre raonadament:

a) El gràfic de la corba $y = 4 - x^2$. (2 *punts*).

b) El punt *P* de la corba la tangent de la qual és perpendicular a la recta d'equació $x + y = 0$. (3 *punts*).

c) Les rectes que passen pel punt $(-2, 1)$ i són tangents a la corba $y = 4 - x^2$, i obtindre els punts de tangència. (5 *punts*).

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Dadas las matrices cuadradas

$$I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad A=\begin{pmatrix}2&1&1\\2&3&2\\-3&-3&-2\end{pmatrix},$$

se pide:

a) Calcular las matrices $(A-I)^2$ y $A(A-2I)$. (*4 puntos*).

b) Justificar razonadamente que

b.1) Existen las matrices inversas de las matrices $A$ y $A-2I$. (*2 puntos*).

b.2) No existe matriz inversa de la matriz $A-I$. (*2 puntos*).

c) Determinar el valor del parámetro real $\lambda$ para el que se verifica $A^{-1}=\lambda(A-2I)$. (*2 puntos*).

**Problema A.2.** Dadas las rectas de ecuaciones

$$r=\begin{cases}5x+y-z=4\\2x-2y-z=-5\end{cases} \qquad \text{y} \qquad s=\begin{cases}x-y=-5\\z\ \ =4\end{cases},$$

se pide:

a) Justificar que las rectas $r$ y $s$ se cruzan. (*4 puntos*).

b) Calcular razonadamente la distancia entre las rectas $r$ y $s$. (*3 puntos*).

c) Determinar la ecuación del plano $\pi$ que es paralelo y equidistante a las rectas $r$ y $s$. (*3 puntos*).

**Problema A.3.** Se quiere construir un estadio vallado de 10000 metros cuadrados de superficie. El estadio está formado por un rectángulo de base $x$ y dos semicírculos exteriores de diámetro $x$, de manera que cada lado horizontal del rectángulo es diámetro de uno de los semicírculos. El precio de un metro de valla para los lados verticales del rectángulo es de 1 euro y el precio de un metro de valla para las semicircunferencias es de 2 euros. Se pide obtener razonadamente:

a) La longitud del perímetro del campo en función de $x$. (*3 puntos*).

b) El coste $f(x)$ de la valla en función de $x$. (*3 puntos*).

c) El valor de $x$ para el que el coste de la valla es mínimo. (*4 puntos*).

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Dado el sistema de ecuaciones lineales que depende de los parámetros $a$, $b$ y $c$

$$\begin{cases} 2ax + by + z &= 3c \\ 3x - 2by - 2cz &= a \\ 5ax - 2y + cz &= -4b \end{cases},$$

se pide:

a) Justificar razonadamente que para los valores de los parámetros $a = 0$, $b = -1$ y $c = 2$ el sistema es incompatible. (*3 puntos*).

b) Determinar razonadamente los valores de los parámetros $a$, $b$ y $c$, para los que se verifica que $(x, y, z) = (1, 2, 3)$ es solución del sistema. (*4 puntos*).

c) Justificar si la solución $(x, y, z) = (1, 2, 3)$ del sistema del apartado b) es, o no, única. (*3 puntos*).

**Problema B.2.** Sea $r$ la recta de vector director $(2, -1, 1)$ que pasa por el punto $P = (0, 3, -1)$. Se pide:

a) Hallar razonadamente la distancia del punto $A = (0, 1, 0)$ a la recta $r$. (*4 puntos*).

b) Calcular razonadamente el ángulo que forma la recta que pasa por los puntos $P$ y $A$ con la recta $r$ en el punto $P$. (*4 puntos*).

c) Si $Q$ es el punto donde la recta $r$ corta al plano de ecuación $z = 0$, comprobar que el triángulo de vértices $APQ$ tiene ángulos iguales en los vértices $P$ y $Q$. (*2 puntos*).

**Problema B.3.** Dada la función polinómica $f(x) = 4 - x^2$, se pide obtener razonadamente:

a) La gráfica de la curva $y = 4 - x^2$. (2 *puntos*).

b) El punto $P$ de esa curva cuya tangente es perpendicular a la recta de ecuación $x + y = 0$. (3 *puntos*).

c) Las rectas que pasan por el punto $(-2, 1)$ y son tangentes a la curva $y = 4 - x^2$, obteniendo los puntos de tangencia. (5 *puntos*).

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2010** | CONVOCATORIA: JUNIO 2010 |
| **MATEMÁTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**

BAREM DE L'EXAMEN: **cal triar l'EXERCICI A o l'EXERCICI B, del qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.**

**Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a realitzar l'examen. Se'n prohibeix la utilització indeguda (per a guardar fórmules en memòria).**

# OPCIÓ A

**Cal raonar degudament totes les respostes.**

**Problema 1.** En un forn mallorquí es fabriquen dos tipus d'ensaïmades, grans i xicotetes. Cada ensaïmada gran requereix per a l'elaboració 500 g de massa i 250 g de farcit, mentre que una xicoteta requereix 250 g de massa i 250 g de farcit. Es disposa de 20 kg de massa i 15 kg de farcit. El benefici obtingut per la venda d'una ensaïmada gran és de 2 euros i el d'una xicoteta és d'1,5 euros.

a) Quantes ensaïmades de cada tipus ha de fabricar el forn perquè el benefici obtingut siga màxim?

b) Quin és el benefici màxim?

**Problema 2.** Donada la funció $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-9}$, es demana:

a) El seu domini i els punts de tall amb els eixos coordenats.

b) L'equació de les asímptotes horitzontals i verticals.

c) Els intervals de creixement i decreixement.

d) Els màxims i mínims locals.

e) La representació gràfica a partir de la informació dels apartats anteriors.

**Problema 3.** Se sap que $p(B|A)=0{,}9$, $p(A|B)=0{,}2$ i $p(A)=0{,}1$.

a) Calcula $p(A\cap B)$ i $p(B)$.

b) Són independents els successos A i B? Per què?

c) Calcula $p(A\cup \overline{B})$, on $\overline{B}$ representa el succés complementari o contrari de $B$.

## OPCIÓ B

**Cal raonar degudament totes les respostes.**

**Problema 1.** Obtín la matriu $X$ que verifica:

$$2\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} X - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

**Problema 2.** La funció següent representa la valoració d'una empresa en milions d'euros en funció del temps $t$, al llarg dels últims 13 anys:

$$f(t) = \begin{cases} 5 - 0{,}1t & 0 \le t < 5 \\ 4{,}5 + 0{,}05(t-5) & 5 \le t < 10 \\ 4{,}75 + 0{,}1(t-10)^2 & 10 \le t \le 13 \end{cases}$$

Estudia analíticament en l'interval $[0,13]$:

a) Si la funció $f(t)$ és o no contínua, i indica en cas negatiu els punts de discontinuïtat.

b) L'instant $t$ en què la valoració de l'empresa és màxima i l'esmentada valoració màxima.

c) L'instant $t$ en què la valoració de l'empresa és mínima i l'esmentada valoració mínima.

**Problema 3.** Al 80% dels membres d'una societat gastronòmica els agrada el vi Raïm Negre. Entre aquests, al 75% li agrada el formatge de cabra. A més, a un 4% dels membres d'aquesta societat no li agrada el vi Raïm Negre ni el formatge de cabra.

a) A quin percentatge li agrada tant el vi Raïm Negre com el formatge de cabra?

b) A quin percentatge no li agrada el formatge de cabra?

c) Si a un membre de la societat li agrada el formatge de cabra, quina és la probabilitat que li agrade el vi Raïm Negre?

d) A quin percentatge li agrada el vi Raïm Negre entre aquells a qui no agrada el formatge de cabra?

**BAREM DE L'EXAMEN:**

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**

**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** En un horno mallorquín se fabrican dos tipos de ensaimadas, grandes y pequeñas. Cada ensaimada grande requiere para su elaboración 500 g. de masa y 250 g. de relleno, mientras que una pequeña requiere 250 g. de masa y 250 g. de relleno. Se dispone de 20 kg. de masa y 15 kg. de relleno. El beneficio obtenido por la venta de una ensaimada grande es de 2 euros y el de una pequeña es de 1,5 euros.

a) ¿Cuántas ensaimadas de cada tipo tiene que fabricar el horno para que el beneficio obtenido sea máximo?

b) ¿Cuál es el beneficio máximo?

**Problema 2.** Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-9}$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Ecuación de las asíntotas horizontales y verticales.

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Máximos y mínimos locales.

e) Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

**Problema 3.** Se sabe que $p(B|A)=0{,}9$, $p(A|B)=0{,}2$ y $p(A)=0{,}1$.

a) Calcula $p(A\cap B)$ y $p(B)$.

b) ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Por qué?

c) Calcula $p(A\cup \overline{B})$, donde $\overline{B}$ representa el suceso complementario o contrario de $B$.

# OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Obtén la matriz $X$ que verifica:

$$2\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} X - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

**Problema 2.** La siguiente función representa la valoración de una empresa en millones de euros en función del tiempo, $t$, a lo largo de los últimos 13 años:

$$f(t) = \begin{cases} 5 - 0,1t & 0 \le t < 5 \\ 4,5 + 0,05(t-5) & 5 \le t < 10 \\ 4,75 + 0,1(t-10)^2 & 10 \le t \le 13 \end{cases}$$

Estudia analíticamente en el intervalo $[0,13]$:

a) Si la función $f(t)$ es o no continua, indicando en caso negativo los puntos de discontinuidad.

b) Instante $t$ en el que la valoración de la empresa es máxima y dicha valoración máxima.

c) Instante $t$ en el que la valoración de la empresa es mínima y dicha valoración mínima.

**Problema 3.** Al 80% de los miembros de una sociedad gastronómica le gusta el vino *Raïm Negre*. Entre estos, al 75% le gusta el queso de cabra. Además, a un 4% de los miembros de esta sociedad no le gusta el vino *Raïm Negre* ni el queso de cabra.

a) ¿A qué porcentaje le gusta tanto el vino *Raïm Negre* como el queso de cabra?

b) ¿A qué porcentaje no le gusta el queso de cabra?

c) Si a un miembro de la sociedad le gusta el queso de cabra, ¿cuál es la probabilidad de que le guste el vino *Raïm Negre*?

d) ¿A qué porcentaje le gusta el vino *Raïm Negre* entre aquéllos a los que no les gusta el queso de cabra?

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2010** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2010 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.**

Donat el sistema d'equacions lineals $\begin{cases} \alpha x+\alpha^3 y+z=1 \\ \alpha x+\alpha y+z=1 \\ \alpha^3 x+\alpha y+z=1 \end{cases}$ en què $\alpha$ és un paràmetre real, es demana:

a) Deduir, raonadament, per a quins valors de $\alpha$ és compatible determinat. (*4 punts*).
b) Deduir, raonadament, per a quins valors de $\alpha$ és compatible indeterminat. (*3 punts*).
c) Resoldre el sistema en tots els casos en què és compatible indeterminat. (*3 punts*).

**Problema A.2.** Es demana obtindre raonadament:

a) L'equació del pla $\pi$ que passa pels punts $O=(0,0,0)$, $A=(6,-3,0)$ i $B=(3,0,1)$. (*3 punts*).
b) L'equació de la recta $r$ que passa pel punt $P=(8,7,-2)$ i és perpendicular al pla $\pi$. (*3 punts*).
c) El punt $Q$ del pla $\pi$ la distància al punt $P$ del qual és menor que la distància de qualsevol altre punt del pla $\pi$ al punt $P$. (*4 punts*).

**Problema A.3.** Donades les funcions $f(x)=x^3$ i $g(x)=2x^2-x$, es demana:

a) Obtindre raonadament els punts d'intersecció $A$ i $B$ de les corbes $y=f(x)$ i $y=g(x)$. (*3 punts*).
b) Demostrar que $f(x)\geq g(x)$ quan $x\geq 0$. (*3 punts*).
c) Calcular raonadament l'àrea de la superfície limitada per les dues corbes entre els punts $A$ i $B$. (*4 punts*).

# OPCIÓ B

**Problema B.1.** Donades les matrius $A(x)=\begin{pmatrix} x+2 & 4 & 3 \\ x+2 & 6 & 2 \\ x+3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ i $B(y)=\begin{pmatrix} y+1 & 4 & 3 \\ y+2 & 6 & 2 \\ y+3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$, es demana:

a) Obtindre raonadament el valor de $x$ per tal que el determinant de la matriu $A(x)$ siga 6. *(4 punts).*

b) Calcular raonadament el determinant de la matriu $2A(x)$. *(2 punts).*

c) Demostrar que la matriu $B(y)$ no té matriu inversa per a cap valor real de $y$. *(4 punts).*

**Problema B.2.** Donades les dues rectes $r$ i $s$ d'equacions

$$r\colon \frac{x-4}{3}=\frac{y-4}{2}=z-4 \qquad \text{i} \qquad s\colon x=\frac{y}{2}=\frac{z}{3},$$

es demana calcular raonadament:

a) Les coordenades del punt $P$ d'intersecció de les rectes $r$ i $s$. *(3 punts).*

b) L'angle que formen les rectes $r$ i $s$. *(3 punts).*

c) Equació implícita $Ax+By+Cz+D=0$ del pla $\pi$ que conté les rectes $r$ i $s$. *(4 punts).*

**Problema B.3.** Dos elements d'un escut són una circumferència i un triangle. La circumferència té centre $(0,0)$ i radi 5. Un dels vèrtexs del triangle és el punt $A=(-5,0)$. Els altres dos vèrtexs del triangle són els punts de la circumferència $B=(x,y)$ i $C=(x,-y)$. Es demana obtindre raonadament:

a) L'àrea del triangle en funció de $x$. (*3 punts*).

b) Els vèrtexs $B$ i $C$ per als quals és màxima l'àrea del triangle. (*5 punts*).

c) El valor màxim de l'àrea del triangle. (*2 punts*).

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.**

Dado el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} \alpha x + \alpha^3 y + z = 1 \\ \alpha x + \alpha y + z = 1 \\ \alpha^3 x + \alpha y + z = 1 \end{cases}$ donde $\alpha$ es un parámetro real, se pide:

a) Deducir, razonadamente, para qué valores de $\alpha$ es compatible determinado. (*4 puntos*).
b) Deducir, razonadamente, para qué valores de $\alpha$ es compatible indeterminado. (*3 puntos*).
c) Resolver el sistema en todos los casos en que es compatible indeterminado. (*3 puntos*).

**Problema A.2.** Se pide obtener razonadamente:

a) La ecuación del plano $\pi$ que pasa por los puntos $O=(0,0,0)$, $A=(6,-3,0)$ y $B=(3,0,1)$. (*3 puntos*).
b) La ecuación de la recta $r$ que pasa por el punto $P=(8,7,-2)$ y es perpendicular al plano $\pi$. (*3 puntos*).
c) El punto $Q$ del plano $\pi$ cuya distancia al punto $P$ es menor que la distancia de cualquier otro punto del plano $\pi$ al punto $P$. (*4 puntos*).

**Problema A.3.** Dadas las funciones $f(x)=x^3$ y $g(x)=2x^2-x$, se pide:

a) Obtener razonadamente los puntos de intersección $A$ y $B$ de las curvas $y=f(x)$ e $y=g(x)$. (*3 puntos*).
b) Demostrar que $f(x)\geq g(x)$ cuando $x\geq 0$. (*3 puntos*).
c) Calcular razonadamente el área de la superficie limitada por las dos curvas entre los puntos $A$ y $B$. (*4 puntos*).

# OPCIÓN B

**Problema B.1.** Dadas las matrices $A(x) = \begin{pmatrix} x+2 & 4 & 3 \\ x+2 & 6 & 2 \\ x+3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ y $B(y) = \begin{pmatrix} y+1 & 4 & 3 \\ y+2 & 6 & 2 \\ y+3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Obtener razonadamente el valor de $x$ para que el determinante de la matriz $A(x)$ sea 6. *(4 puntos).*
b) Calcular razonadamente el determinante de la matriz $2A(x)$ . *(2 puntos).*
c) Demostrar que la matriz $B(y)$ no tiene matriz inversa para ningún valor real de $y$ . *(4 puntos).*

**Problema B.2.** Dadas las dos rectas $r$ y $s$ de ecuaciones

$$r\colon \frac{x-4}{3} = \frac{y-4}{2} = z-4 \qquad \text{y} \qquad s\colon x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3},$$

se pide calcular razonadamente:

a) Las coordenadas del punto $P$ de intersección de las rectas $r$ y $s$. *(3 puntos).*
b) El ángulo que forman las rectas $r$ y $s$. *(3 puntos).*
c) Ecuación implícita $Ax+By+Cz+D=0$ del plano $\pi$ que contiene a las rectas $r$ y $s$. *(4 puntos).*

**Problema B.3.** Dos elementos de un escudo son una circunferencia y un triángulo. La circunferencia tiene centro $(0,0)$ y radio 5. Uno de los vértices del triángulo es el punto $A=(-5,0)$. Los otros dos vértices del triángulo son los puntos de la circunferencia $B=(x,y)$ y $C=(x,-y)$ . Se pide obtener razonadamente:

a) El área del triángulo en función de $x$. (*3 puntos*).
b) Los vértices $B$ y $C$ para los que es máxima el área del triángulo. (*5 puntos*).
c) El valor máximo del área del triángulo. (*2 puntos*).

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2010** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2010 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**

BAREM DE L'EXAMEN: **cal triar l'EXERCICI A o l'EXERCICI B, del qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.**

**Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a realitzar l'examen. Se'n prohibeix la utilització indeguda (per a guardar fórmules en memòria).**

# OPCIÓ A

**Cal raonar degudament totes les respostes.**

**Problema 1.** Un ramader disposa d'aliment concentrat i farratge per a alimentar les seues vaques. Cada kg d'aliment concentrat conté 300 g de proteïna crua (PC), 100 g de fibra crua (FC) i 2 Mcal d'energia neta de lactància (ENL), i el seu cost és 11 euros. D'altra banda, cada kg de farratge conté 400 g de PC, 300 g de FC i 1 Mcal d'ENL, sent el seu cost 6,5 euros. Determina la ració alimentària de mínim cost si sabem que cada vaca ha d'ingerir almenys 3500 g de PC, 1500 g de FC i 15 Mcal d'ENL. Quin és el cost?

**Problema 2.** Una pastisseria ha comprovat que el nombre de pastissos d'un determinat tipus que ven setmanalment depèn del seu preu $p$ en euros, segons la funció:

$$n(p) = 2000 - 1000p$$

on $n(p)$ és el nombre de pastissos venuts cada setmana. Calcula:

a) La funció $I(p)$ que expressa els ingressos setmanals de la pastisseria en funció del preu $p$ de cada pastís.

b) El preu a què cal vendre cada pastís per a obtenir els ingressos setmanals màxims. A quant ascendiran aquests ingressos màxims? Justifica la resposta.

**Problema 3.** En un col·legi es farà una excursió a una estació d'esquí amb tres autobusos: un de gran, un de mitjà i un de xicotet. La quarta part dels alumnes apuntats a l'excursió anirà en l'autobús menut, la tercera part en el mitjà i la resta en el gran. Saben esquiar el 80% dels alumnes que viatjaran en l'autobús petit, el 60% dels que aniran en el mitjà i el 40% dels de l'autobús gran.

a) Calcula la probabilitat que un alumne de l'excursió, triat a l'atzar, sàpia esquiar.

b) Elegim un alumne de l'excursió a l'atzar i s'observa que no sap esquiar. Quina és la probabilitat que viatge en l'autobús mitjà?

c) Es pren un alumne de l'excursió a l'atzar i s'observa que sap esquiar. Quina és la probabilitat que viatge en l'autobús gran o el menut?

# OPCIÓ B

**Cal raonar degudament totes les respostes.**

**Problema 1.** En un cinema s'han venut en una setmana un total de 1405 entrades i la recaptació ha sigut de 7920 euros. El preu de l'entrada normal és de 6 euros i la del dia de l'espectador 4 euros. El preu de l'entrada per als jubilats és sempre de 3 euros. Se sap, a més, que la recaptació de les entrades de preu reduït és igual al 10% de la recaptació de les entrades normals. Quantes entrades de cada tipus s'han venut?

**Problema 2.** Siga la funció:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{2}{x} & \text{si } 1 \le x \le 2 \\ 1 & \text{si } 2 < x \le 3 \\ -x^2+6x-8 & \text{si } 3 < x \le 4 \\ 0 & \text{si } 4 < x \le 5 \end{cases}$$

definida en l'interval $[1,5]$. Es demana:

a) Estudia la continuïtat en tots els punts de l'interval $[1,5]$.

b) Calcula l'àrea de la regió del pla limitada per l'eix d'abscisses, les rectes $x=2$ i $x=4$ i la gràfica de $y=f(x)$.

**Problema 3.** Es tenen deu monedes en una bossa. Sis monedes són legals mentre que les restants tenen dues cares. Es tria a l'atzar una moneda.

a) Calcula la probabilitat d'obtenir cara en llançar-la.

b) Si en llançar-la s'ha obtingut cara, quina és la probabilitat que la moneda siga de curs legal?

Si s'agafen dues monedes a l'atzar successivament i sense reemplaçament

c) Quina és la probabilitat que una siga legal i l'altra no ho siga?

**BAREM DE L'EXAMEN:**

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**

**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Un ganadero dispone de alimento concentrado y forraje para alimentar sus vacas. Cada kg. de alimento concentrado contiene 300 gr. de Proteína Cruda (PC), 100 gr. de Fibra Cruda (FC) y 2 Mcal. de Energía Neta de Lactancia (ENL) y su coste es 11 euros. Por su parte, cada kg. de forraje contiene 400 gr. de PC, 300 gr. de FC y 1 Mcal. de ENL, siendo su coste 6,5 euros. Determina la ración alimenticia de mínimo coste si sabemos que cada vaca debe ingerir al menos 3500 gr. de PC, 1500 gr. de FC y 15 Mcal. de ENL. ¿Cuál es su coste?

**Problema 2.** Una pastelería ha comprobado que el número de pasteles de un determinado tipo que vende semanalmente depende de su precio $p$ en euros, según la función:

$$n(p) = 2000 - 1000p$$

donde $n(p)$ es el número de pasteles vendidos cada semana. Calcula:

a) La función $I(p)$ que expresa los ingresos semanales de la pastelería en función del precio $p$ de cada pastel.

b) El precio al que hay que vender cada pastel para obtener los ingresos semanales máximos. ¿A cuánto ascenderán dichos ingresos máximos? Justifica la respuesta.

**Problema 3.** En un colegio se va a hacer una excursión a una estación de esquí con tres autobuses: uno grande, uno mediano y uno pequeño. La cuarta parte de los alumnos apuntados a la excursión irá en el autobús pequeño, la tercera parte en el mediano y el resto en el grande. Saben esquiar el 80% de los alumnos que viajarán en el autobús pequeño, el 60% de los que irán en el mediano y el 40% de los del autobús grande.

a) Calcula la probabilidad de que un alumno de la excursión, elegido al azar, sepa esquiar.

b) Elegimos un alumno de la excursión al azar y se observa que no sabe esquiar. ¿Cuál es la probabilidad de que viaje en el autobús mediano?

c) Se toma un alumno de la excursión al azar y se observa que sabe esquiar. ¿Cuál es la probabilidad de que viaje en el autobús grande o en el pequeño?

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** En un cine se han vendido en una semana un total de 1405 entradas y la recaudación ha sido de 7920 euros. El precio de la entrada normal es de 6 euros y la del día del espectador 4 euros. El precio de la entrada para los jubilados es siempre de 3 euros. Se sabe, además, que la recaudación de las entradas de precio reducido es igual al 10% de la recaudación de las entradas normales. ¿Cuántas entradas de cada tipo se han vendido?

**Problema 2.** Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x} & \text{si } 1 \le x \le 2 \\ 1 & \text{si } 2 < x \le 3 \\ -x^2 + 6x - 8 & \text{si } 3 < x \le 4 \\ 0 & \text{si } 4 < x \le 5 \end{cases}$$

definida en el intervalo $[1,5]$. Se pide:

a) Estudia la continuidad en todos los puntos del intervalo $[1,5]$.

b) Calcula el área de la región del plano limitada por el eje de abscisas, las rectas $x = 2$ y $x = 4$ y la gráfica de $y = f(x)$.

**Problema 3.** Se tienen diez monedas en una bolsa. Seis monedas son legales mientras que las restantes tienen dos caras. Se elige al azar una moneda.

a) Calcula la probabilidad de obtener cara al lanzarla.

b) Si al lanzarla se ha obtenido cara, ¿cuál es la probabilidad de que la moneda sea de curso legal?

Si se sacan dos monedas al azar sucesivamente y sin reemplazamiento

c) ¿Cuál es la probabilidad de que una sea legal y la otra no lo sea?

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2011** | CONVOCATORIA: JUNIO 2011 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Siga el sistema d'equacions

$$S:\begin{cases} x+y+z=m \\ 2x+3z=2m+1 \\ x+3y+(m-2)z=m-1 \end{cases},$$

on $m$ és un paràmetre real. Obtingueu **raonadament**:

a) Totes les solucions del sistema $S$ quan $m=2$. (*4 punts*).

b) Tots els valors de $m$ per als quals el sistema $S$ té una solució única. (*2 punts*).

c) El valor de $m$ per al qual el sistema $S$ admet la solució $(x,y,z)=\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2},0\right)$. (*4 punts*).

**Problema A.2.** En l'espai es donen les rectes $r:\begin{cases} x+z=2 \\ 2x-y+z=0 \end{cases}$ i $s:\begin{cases} 2x-y=3 \\ x-y-z=2 \end{cases}$. Obtingueu **raonadament**:

a) Un punt i un vector director de cada recta. (*3 punts*).

b) La posició relativa de les rectes $r$ i $s$. (*4 punts*).

c) L'equació del pla que conté a $r$ i és paral·lel a $s$. (*3 punts*).

**Problema A.3.** Siga $f$ la funció definida per $f(x)=\dfrac{x}{x^2-3x+2}$. Obtingueu **raonadament**:

a) El domini i les asímptotes de la funció $f(x)$. (3 *punts*).

b) Els intervals de creixement i decreixement de la funció $f(x)$. (4 *punts*).

c) La integral $\int f(x)dx=\int \dfrac{x}{x^2-3x+2}dx$. (3 *punts*).

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es dóna la matriu $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & m & 0 \\ 2 & 1 & m^2-1 \end{pmatrix}$, on $m$ és un paràmetre real.

a) Obtingueu **raonadament** el rang o característica de la matriu $A$ en funció dels valors de $m$. (*5 punts*).
b) **Expliqueu** per què és invertible la matriu $A$ quan $m=1$ . (*2 punts*).
c) Obtingueu **raonadament** la matriu inversa $A^{-1}$ de $A$ quan $m=1$, i indiqueu els distints passos per a l'obtenció de $A^{-1}$. **Comproveu** que els productes $AA^{-1}$ i $A^{-1}A$ donen la matriu unitat. (*3 punts*).

**Problema B.2.** En l'espai es donen les rectes $r:\begin{cases} x=\lambda \\ y=1-\lambda \\ z=3 \end{cases}$ i $s:\{\, x-1=y=z-3$. Obtingueu **raonadament**:

a) Un vector director de cada una de dites rectes $r$ i $s$. (*2 punts*).
b) L'equació del pla perpendicular a la recta $r$ que passa pel punt $(0,1,3)$. (*3 punts*).
c) El punt d'intersecció de les rectes $r$ i $s$ (*2 punts*) i l'equació del pla $\pi$ que conté aquestes rectes $r$ i $s$. (*3 punts*).

**Problema B.3.** Es desitja construir un camp rectangular amb vèrtexs *A*, *B*, *C* i *D* de manera que:
Els vèrtexs $A$ i $B$ siguen punts de l'arc de la paràbola $y=4-x^2$, $-2\le x\le 2$, i el segment d'extrems *A* i *B* és horitzontal.
Els vèrtexs $C$ i $D$ siguen punts de l'arc de la paràbola $y=x^2-16$, $-4\le x\le 4$, i el segment d'extrems *C* i *D* és també horitzontal.
Els punts *A* i *C* han de tindre la mateixa abscissa, el valor de la qual és el nombre real positiu *x*.
Els punts *B* i *D* han de tindre la mateixa abscissa, el valor de la qual és el nombre real negatiu *–x*.
Es demana obtindre **raonadament**:

a) L'expressió $S(x)$ de l'àrea del camp rectangular en funció del nombre real positiu $x$. (*4 punts*).
b) El nombre real positiu $x$ per al qual l'àrea $S(x)$ és màxima. (*4 punts*).
c) El valor de l'àrea màxima. (*2 punts*).

BAREM DE L'EXAMEN: **Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Sea el sistema de ecuaciones

$$S:\begin{cases} x + y + z = m \\ 2x + 3z = 2m+1 \\ x + 3y + (m-2)z = m-1 \end{cases},$$

donde $m$ es un parámetro real. Obtener **razonadamente**:

a) Todas las soluciones del sistema $S$ cuando $m=2$. (*4 puntos*).

b) Todos los valores de $m$ para los que el sistema $S$ tiene una solución única. (*2 puntos*).

c) El valor de $m$ para el que el sistema $S$ admite la solución $(x,y,z)=\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2},0\right)$. (*4 puntos*).

**Problema A.2.** En el espacio se dan las rectas $r:\begin{cases} x + z = 2 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$ y $s:\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$. Obtener **razonadamente**:

a) Un punto y un vector director de cada recta. (*3 puntos*).

b) La posición relativa de las rectas $r$ y $s$. (*4 puntos*).

c) La ecuación del plano que contiene a $r$ y es paralelo a $s$. (*3 puntos*).

**Problema A.3.** Sea $f$ la función definida por $f(x)=\dfrac{x}{x^2-3x+2}$. Obtener **razonadamente**:

a) El dominio y las asíntotas de la función $f(x)$. (3 *puntos*).

b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$. (4 *puntos*).

c) La integral $\int f(x)dx = \int \dfrac{x}{x^2-3x+2}dx$. (3 *puntos*).

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se da la matriz $A=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ 0 & m & 0\\ 2 & 1 & m^2-1\end{pmatrix}$, donde $m$ es un parámetro real.

a) Obtener **razonadamente** el rango o característica de la matriz $A$ en función de los valores de $m$. (*5 puntos*).

b) **Explicar** por qué es invertible la matriz $A$ cuando $m=1$. (*2 puntos*).

c) Obtener **razonadamente** la matriz inversa $A^{-1}$ de $A$ cuando $m=1$, indicando los distintos pasos para la obtención de $A^{-1}$. **Comprobar** que los productos $AA^{-1}$ y $A^{-1}A$ dan la matriz unidad. (*3 puntos*).

**Problema B.2.** En el espacio se dan las rectas $r:\begin{cases}x=\lambda\\ y=1-\lambda\\ z=3\end{cases}$ y $s:\{\, x-1=y=z-3$. Obtener **razonadamente**:

a) Un vector director de cada una de dichas rectas $r$ y $s$. (*2 puntos*).

b) La ecuación del plano perpendicular a la recta $r$ que pasa por el punto $(0,1,3)$. (*3 puntos*).

c) El punto de intersección de las rectas $r$ y $s$ (*2 puntos*) y la ecuación del plano $\pi$ que contiene a estas rectas $r$ y $s$. (*3 puntos*).

**Problema B.3.** Se desea construir un campo rectangular con vértices *A*, *B*, *C* y *D* de manera que:

Los vértices $A$ y $B$ sean puntos del arco de la parábola $y=4-x^2$, $-2\le x\le 2$, y el segmento de extremos *A* y *B* es horizontal.

Los vértices $C$ y $D$ sean puntos del arco de la parábola $y=x^2-16$, $-4\le x\le 4$, y el segmento de extremos *C* y *D* es también horizontal.

Los puntos *A* y *C* deben tener la misma abscisa, cuyo valor es el número real positivo *x*.

Los puntos *B* y *D* deben tener la misma abscisa, cuyo valor es el número real negativo –*x*.

Se pide obtener **razonadamente**:

a) La expresión $S(x)$ del área del campo rectangular en función del número real positivo $x$. (*4 puntos*).

b) El número real positivo $x$ para el que el área $S(x)$ es máxima. (*4 puntos*).

c) El valor del área máxima. (*2 puntos*).

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2011** | CONVOCATORIA: JUNIO 2011 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

## OPCIÓ A

**Problema A.1.** Siga el sistema d'equacions $S:\begin{cases} x+y+z=m \\ 2x+3z=2m+1 \\ x+3y+(m-2)z=m-1 \end{cases}$, on $m$ és un paràmetre real. Obtingueu **raonadament**:

a) Totes les solucions del sistema $S$ quan $m=2$. (*4 punts*).

b) Tots els valors de $m$ per als quals el sistema $S$ té una solució única. (*2 punts*).

c) El valor de $m$ per al qual el sistema $S$ admet la solució $(x,y,z)=\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2},0\right)$. (*4 punts*).

**Solució:**
a) Las dues últimes equacions ens donen directament y = (1-x)/3, z = (5-2x)/3 i en substituir en l'equació primera s'obté 0=0. Les solucions són (x=λ; y = (1-λ)/3; z=(5-2λ)/3), amb λ en **R**. La solució és més simple substituint λ=1+3μ.
b) m un nombre real distint de 2, perquè el determinant dels coeficients de les incògnites només s'anul·la en un valor de m, que per a) és 2.
c) En substituir resulta m=1.

**Problema A.2.** En l'espai es donen les rectes $r:\begin{cases} x+z=2 \\ 2x-y+z=0 \end{cases}$ i $s:\begin{cases} 2x-y=3 \\ x-y-z=2 \end{cases}$. Obtingueu **raonadament**:

a) Un punt i un vector director de cada recta. (*3 punts*).
b) La posició relativa de les rectes $r$ i $s$. (*4 punts*).
c) L'equació del pla que conté a $r$ i és paral·lel a $s$. (*3 punts*).

**Solució:**
a) (0,2,2) i (0,-3,1); $v_r = (1,1,-1)$ i $v_s = (1,2,-1)$.
b) No són paral·leles. Els tres primers plans es tallen en (5, 7, -3), que no pertany al quart pla. Per tant, s'encreuen.
c) Un vector perpendicular al pla és (prod. vectorial) (1,0,1), per tant x + z - 2=0 és el pla.

**Problema A.3.** Siga $f$ la funció definida per $f(x)=\dfrac{x}{x^2-3x+2}$. Obtingueu **raonadament**:

a) El domini i les asímptotes de la funció $f(x)$. (3 *punts*).

b) Els intervals de creixement i decreixement de la funció $f(x)$. (4 *punts*).

c) La integral $\int f(x)dx=\int\dfrac{x}{x^2-3x+2}dx$. (3 *punts*).

**Solució:** a) El denominador s'anul·la en {1,2}. El domini és **R**- {1,2}. Dues asímptotes verticals són x=1 i x=2, per ser infinit el límit de la funció en aqueixos dos punts. Té l'asímptota horitzontal y=0, perquè 0 és el límit de la funció quan x tendeix a infinit.
b) $f'(x)=(2-x^2)(x^2-3x+2)^{-2}$ és positiva en els intervals $]-2^{1/2},1[$ i $]1,2^{1/2}[$, i és negativa en els altres punts de **R**- {1,2}.
c) $f(x)=\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{1}{x-1}$, per la qual cosa la integral és $2\ln|x-2|-\ln|x-1|$. No es penalitzarà que no es pose el valor absolut.

# OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es dóna la matriu $A=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ 0 & m & 0\\ 2 & 1 & m^2-1\end{pmatrix}$, on $m$ és un paràmetre real.

a) Obtingueu **raonadament** el rang o característica de la matriu $A$ en funció dels valors de $m$. (*5 punts*).
b) **Expliqueu** per què és invertible la matriu $A$ quan $m=1$ . (*2 punts*).
c) Obtingueu **raonadament** la matriu inversa $A^{-1}$ de $A$ quan $m=1$, i indiqueu els distints passos per a l'obtenció de $A^{-1}$. **Comproveu** que els productes $AA^{-1}$ i $A^{-1}A$ donen la matriu unitat. (*3 punts*).

**Solució:**
a) El determinant de la matriu és –m ($m^2$+1) que només és 0 si m=0. Si m=0 el rang és 2 i si m no és 0 el rang és 3.
b) Per ser 3 el seu rang.
c) Per adjunts o mètode del pivot o … $A^{-1}=\begin{pmatrix}0 & -1/2 & 1/2\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -1/2 & 1/2\end{pmatrix}$. El producte $AA^{-1}$ és la matriu unitat.

**Problema B.2.** En l'espai es donen les rectes $r:\begin{cases}x=\lambda\\ y=1-\lambda\\ z=3\end{cases}$ i $s: x-1=y=z-3$. Obtingueu **raonadament**:

a) Un vector director de cada una de dites rectes $r$ i $s$ . (*2 punts*).
b) L'equació del pla perpendicular a la recta $r$ que passa pel punt $(0,1,3)$. (*3 punts*).
c) El punt d'intersecció de les rectes $r$ i $s$ (*2 punts*) i l'equació del pla $\pi$ que conté aquestes rectes $r$ i $s$ . (*3 punts*).

**Solució:**
a) (1,-1,0) i (1,1,1)
b) 1(x-0)-1(y-1)=0
c) L'equació de *r* indica que z=3, per la qual cosa l'equació de *s* ens dirà que x=1 i y=0. El punt d'intersecció és el (1,0,3) ja que compleix les dues primeres equacions de r per a $\lambda$=1. El producte vectorial dels dos vectors directors és (1, 1, -2), per tant l'equació del pla $\pi$ és x-1+y-2(z-3)=0.

**Problema B.3.** Es desitja construir un camp rectangular amb vèrtexs *A*, *B*, *C* i *D* de manera que:
Els vèrtexs $A$ i $B$ siguen punts de l'arc de la paràbola $y=4-x^2$, $-2\le x\le 2$, i el segment d'extrems *A* i *B* és horitzontal.
Els vèrtexs $C$ i $D$ siguen punts de l'arc de la paràbola $y=x^2-16$, $-4\le x\le 4$, i el segment d'extrems *C* i *D* és també horitzontal.
Els punts *A* i *C* han de tindre la mateixa abscissa, el valor de la qual és el nombre real positiu *x*.
Els punts *B* i *D* han de tindre la mateixa abscissa, el valor de la qual és el nombre real negatiu *–x*.
Es demana obtindre **raonadament**:
a) L'expressió $S(x)$ de l'àrea del camp rectangular en funció del nombre real positiu $x$ . (*4 punts*).
b) El nombre real positiu $x$ per al qual l'àrea $S(x)$ és màxima. (*4 punts*).
c) El valor de l'àrea màxima. (*2 punts*).

**Solució:**
a) La distància entre *A* i *C* és $4-x^2-(x^2-6)$ per la qual cosa $S(x)=2x(20-x^2)$, on x varie de 0 a 2.
b) $S'(x)=4(10-x^2)$, per la qual cosa (en [0,2]) $S(x)$ és creixent de 0 a $(10/3)^{1/2}$ i decreixent de $(10/3)^{1/2}$ a 2.
c) $S(x=(10/3)^{1/2})=\frac{80}{3}\sqrt{\frac{10}{3}}$ = 48,68644956...

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se li prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Sea el sistema de ecuaciones $S:\begin{cases} x + y + z = m \\ 2x + 3z = 2m+1 \\ x + 3y + (m-2)z = m-1 \end{cases}$, donde $m$ es un parámetro real. Obtener **razonadamente**:

a) Todas las soluciones del sistema $S$ cuando $m = 2$ (*4 puntos*).
b) Todos los valores de $m$ para los que el sistema $S$ tiene una solución única. (*2 puntos*).
c) El valor de $m$ para el que el sistema $S$ admite la solución $(x,y,z)=\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2},0\right)$. (*4 puntos*).

**Solución:**
a) Las dos últimas ecuaciones nos dan directamente y = (1-x)/3, z = (5-2x)/3 y al sustituir en la ecuación primera se obtiene 0=0. Las soluciones son (x=λ; y = (1-λ)/3; z=(5-2λ)/3), con λ en **R**. La solución es más simple sustituyendo λ=1+3μ.
b) *m* es un número real distinto de 2, pues el determinante de los coef. de las incog. sólo se anula en un valor de *m*, que por a) es 2.
c) Al sustituir resulta *m*=1.

**Problema A.2.** En el espacio se dan las rectas $r:\begin{cases} x + z = 2 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$ y $s:\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$. Obtener **razonadamente**:

a) Un punto y un vector director de cada recta. (*3 puntos*).
b) La posición relativa de las rectas r y s. (*4 puntos*).
c) La ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s. (*3 puntos*).

**Solución:**
a) (0,2,2) y (0,-3,1); $v_r = (1,1,-1)$ y $v_s = (1,2,-1)$.
b) No son paralelas. Los tres primeros planos se cortan en (5, 7, -3), que no pertenece al cuarto plano. Luego se cruzan.
c) Un vector perpendicular al plano es (producto vectorial) (1,0,1), luego x+z-2=0 es el plano.

**Problema A.3.** Sea *f* la función definida por $f(x)=\dfrac{x}{x^2-3x+2}$. Obtener **razonadamente**:

a) El dominio y las asíntotas de la función *f*(*x*). (3 *puntos*).
b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f*(*x*). (4 *puntos*).
c) La integral $\int f(x)dx=\int\dfrac{x}{x^2-3x+2}dx$. (3 *puntos*).

**Solución:**
a) El denominador se anula en {1,2}. El dominio es R- {1,2}. Dos asíntotas verticales son x=1 y x=2, por ser infinito el límite de la función en esos dos puntos. Tiene la asíntota horizontal y=0, pues 0 es el límite de la función cuando x tiende a infinito.
b) $f'(x)=(2-x^2)(x^2-3x+2)^{-2}$ es positiva en los intervalos $]-2^{1/2},1[$ y $]1,2^{1/2}[$, siendo negativa en los demás puntos de **R**- {1,2}.
c) $f(x)=\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{1}{x-1}$, por lo que la integral es $2\ln|x-2|-\ln|x-1|$. No se penalizará que no se utilice el valor absoluto.

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & m & 0 \\ 2 & 1 & m^2-1 \end{pmatrix}$, donde $m$ es un parámetro real.

a) Obtener **razonadamente** el rango o característica de la matriz $A$ en función de los valores de $m$. (*5 puntos*).
b) **Explicar** por qué es invertible la matriz $A$ cuando $m=1$ . (*2 puntos*).
c) Obtener **razonadamente** la matriz inversa $A^{-1}$ de $A$ cuando $m=1$, indicando los distintos pasos para la obtención de $A^{-1}$. **Comprobar** que los productos $AA^{-1}$ y $A^{-1}A$ dan la matriz unidad. (*3 puntos*).

a) El determinante de la matriz es $-m\ (m^2+1)$ que sólo es 0 si $m$=0. Si $m$=0 el rango es 2 y si $m$ no es 0 el rango es 3.
b) Por ser 3 su rango.

c) Por adjuntos o método del pivote o … $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1/2 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$. El producto $AA^{-1}$ es la matriz unidad.

**Problema B.2.** En el espacio se dan las rectas $r: \begin{cases} x = & \lambda \\ y = & 1-\lambda \\ z = & 3 \end{cases}$ y $s: \{\, x-1 = y = z-3.$ Se pide obtener **razonadamente**:

a) Un vector director de cada una de dichas rectas $r$ y $s$. (*2 puntos*).
b) La ecuación del plano perpendicular a la recta $r$ que pasa por el punto (0,1,3). (*3 puntos*).
c) El punto de intersección de las rectas $r$ y $s$ (*2 puntos*) y la ecuación del plano $\pi$ que contiene a estas rectas $r$ y $s$. (*3 puntos*).

**Solución:**
a) (1,-1,0) y (1,1,1)
b) 1(x-0)-1(y-1)=0
c) La ecuación de $r$ indica que z=3, por lo que la ecuación de $s$ nos dirá que x=1 e y=0. El punto de intersección es el (1,0,3) ya que cumple las dos primeras ecuaciones de r para $\lambda$=1. El producto vectorial de los dos vectores directores es (1, 1, -2), por lo que la ecuación del plano $\pi$ es x-1+y-2(z-3)=0.

**Problema B.3.** Se desea construir un campo rectangular con vértices $A$, $B$, $C$ y $D$ de manera que:

Los vértices $A$ y $B$ sean puntos del arco de la parábola $y = 4 - x^2, \quad -2 \le x \le 2$, y el segmento de extremos $A$ y $B$ es horizontal.

Los vértices $C$ y $D$ sean puntos del arco de la parábola $y = x^2 - 16, \quad -4 \le x \le 4$, y el segmento de extremos $C$ y $D$ es también horizontal.
Los puntos $A$ y $C$ deben tener la misma abscisa, cuyo valor es el número real positivo $x$.
Los puntos $B$ y $D$ deben tener la misma abscisa, cuyo valor es el número real negativo $-x$.
Se pide obtener **razonadamente**:

a) La expresión $S(x)$ del área del campo rectangular en función del número real positivo $x$. (*4 puntos*).
b) El valor $x$ para el que el área $S(x)$ es máxima. (*4 puntos*).
c) El valor del área máxima. (*2 puntos*).

**Solución:**
a) La distancia entre $A$ y $C$ es $4-x^2-(x^2-6)$ por lo que $S(x)=2x(20-x^2)$, donde x varia de 0 a 2.
b) $S'(x) = 4(10-x^2)$, por lo que (en [0,2]) $S(x)$ es creciente de 0 a $(10/3)^{1/2}$ y decreciente de $(10/3)^{1/2}$ a 2.

c) $S(x=(10/3)^{1/2}) = \dfrac{80}{3}\sqrt{\dfrac{10}{3}} = 48{,}68644956...$

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2011** | CONVOCATORIA: JUNIO 2011 |
| **MATEMÁTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'EXERCICI A o l'EXERCICI B, del qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Un comerciant ven tres tipus de rellotges, A, B i C. Els del tipus A els ven a 200 euros, els del tipus B a 500 euros i els del tipus C a 250 euros. En un mes determinat ha venut 200 rellotges en total. Si la quantitat dels que ha venut aquest mes de tipus B és igual als que ha venut de tipus A i tipus C conjuntament, calcula quants n'ha venut de cada tipus si la recaptació del mes ha sigut de 73500 euros.

**Problema 2.** Siga la funció $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$. Calculeu:

a) Les equacions de les asímptotes verticals i horitzontals, si n'hi ha.
b) Els intervals de creixement i decreixement.
c) Els màxims i els mínims locals.

**Problema 3.** En un institut s'estudien tres modalitats de Batxillerat: Tecnologia, Humanitats i Arts. El curs passat, el 25% dels alumnes va estudiar Tecnologia, el 60% Humanitats i el 15% Arts. En la convocatòria de juny va aprovar totes les assignatures el 70% dels estudiants de Tecnologia, el 80% dels d'Humanitats i el 90% dels d'Arts. Si triem un estudiant a l'atzar del curs passat d'aquest institut:

a) Quina és la probabilitat que no haja aprovat totes les assignatures en la convocatòria de juny?
b) Si ens diu que ha aprovat totes les assignatures en la convocatòria de juny, quina és la probabilitat que haja estudiat Humanitats?

## OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Donades les matrius:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Calculeu la matriu inversa de la matriu *C*.

b) Obteniu la matriu *X* que verifica $AX + B^t = C$, sent $B^t$ la matriu transposada de *B*.

**Problema 2.** Donada la funció $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 & \text{si } 0 \le x < 1 \\ x - 1 & \text{si } 1 \le x \le 3 \end{cases}$

a) Estudieu la continuïtat de la funció en l'interval $[0,3]$.

b) Calculeu els màxims i mínims absoluts de $f(x)$.

c) Calculeu l'àrea de la regió determinada per la gràfica de la funció i les rectes $x = 0$, $y = 0$ i $x = 3$.

**Problema 3.** Es fa una anàlisi de mercat per a estudiar l'acceptació de les revistes A i B. Aquesta reflecteix que del total d'entrevistats que coneixen les dues revistes, al 75% els agrada la revista A, al 30% no els agrada la revista B i sí que els agrada la revista A, i al 15% no els agrada cap de les dues. Suposant que aquestes dades són representatives de tota la població i que hem triat a l'atzar un individu que coneix les dues revistes, es demana:

a) La probabilitat que li agraden les dues revistes.

b) La probabilitat que li agrade la revista B.

c) Si sabem que li agrada la revista A, la probabilitat que no li agrade la revista B.

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'EXERCICI A o l'EXERCICI B, del qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Un comerciante vende tres tipos de relojes, A, B y C. Los del tipo A los vende a 200 euros, los del tipo B a 500 euros y los del tipo C a 250 euros. En un mes determinado vendió 200 relojes en total. Si la cantidad de los que vendió ese mes de tipo B fue igual a los que vendió de tipo A y tipo C conjuntamente, calcula cuántos vendió de cada tipo si la recaudación de ese mes fue de 73500 euros.

**Problema 2.** Sea la función $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$. Calcula:

a) Ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales, si las hay.

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) Máximos y mínimos locales.

**Problema 3.** En un instituto se estudian tres modalidades de Bachillerato: Tecnología, Humanidades y Artes. El curso pasado el 25% de los alumnos estudió Tecnología, el 60% Humanidades y el 15% Artes. En la convocatoria de junio aprobó todas las asignaturas el 70% de los estudiantes de Tecnología, el 80% de los de Humanidades y el 90% de los de Artes. Si se elige un estudiante al azar del curso pasado de ese instituto:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya aprobado todas las asignaturas en la convocatoria de junio?

b) Si nos dice que ha aprobado todas las asignaturas en la convocatoria de junio, ¿cuál es la probabilidad de que haya estudiado Humanidades?

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Calcula la matriz inversa de la matriz *C*.

b) Obtén la matriz *X* que verifica $AX + B^t = C$, siendo $B^t$ la matriz transpuesta de *B*.

**Problema 2.** Dada la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 & \text{si } 0 \le x < 1 \\ x - 1 & \text{si } 1 \le x \le 3 \end{cases}$

a) Estudia la continuidad de la función en el intervalo $[0,3]$.

b) Calcula los máximos y mínimos absolutos de *f*(*x*).

c) Calcula el área de la región determinada por la gráfica de la función y las rectas $x = 0$, $y = 0$ y $x = 3$.

**Problema 3.** Se realiza un análisis de mercado para estudiar la aceptación de las revistas A y B. Este refleja que del total de entrevistados que conocen ambas revistas, al 75 % les gusta la revista A, al 30 % no les gusta la revista B y sí les gusta la revista A y al 15 % no les gusta ninguna de las dos. Suponiendo que estos datos son representativos de toda la población y que se ha elegido al azar un individuo que conoce ambas revistas, se pide:

a) La probabilidad de que le gusten las dos revistas.

b) La probabilidad de que le guste la revista B.

c) Si sabemos que le gusta la revista A, la probabilidad de que no le guste la revista B.

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2011** | CONVOCATORIA: JUNIO 2011 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

Cadascun dels estudiants triarà l'exercici A o l'exercici B del qual haurà de fer els tres problemes proposats. Cadascun dels problemes es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres. Totes les respostes hauran de ser degudament raonades.

## EXERCICI A

**PROBLEMA 1.** Pel plantejament del sistema

$$\left\{\begin{array}{l} x+y+z=200 \\ y=x+z \\ 200x+500y+250z=73500 \end{array}\right.$$

de 0 a 5 punts. Per l'obtenció de la solució (30 del tipus A, 100 del tipus B i 70 del tipus C) de 0 a 5 punts.

**PROBLEMA 2.** Per l'apartat a) (té dues asímptotes verticals: $x=-1$ i $x=1$ i no té asímptotes horitzontals) de 0 a 3 punts. L'estudi dels intervals de creixement i decreixement (creix en l'interval $]-\infty,-\sqrt{3}[\cup]\sqrt{3},+\infty[$ i decreix en l'interval $]-\sqrt{3},-1[\cup]-1,0[\cup]0,1[\cup]1,\sqrt{3}[$ es puntuarà de 0 a 4 punts i el càlcul dels extrems locals (màxim en $x=-\sqrt{3}$ i mínim en $x=\sqrt{3}$) de 0 a 3 punts.

**PROBLEMA 3.** S'assignaran de 0 a 5 punts per cadascuna de les probabilitats demanades (0,21 la de l'apartat a) i 0,6076 la del b)).

## EXERCICI B

**PROBLEMA 1.** a) Pel càlcul correcte de la inversa de $C$ ($\begin{pmatrix} 1/5 & 1/5 \\ 2/5 & -3/5 \end{pmatrix}$) es puntuarà de 0 a 5 punts. b) Per l'obtenció de la matriu $X$ ($\begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 2 & 3/2 \end{pmatrix}$) de 0 a 5 punts.

**PROBLEMA 2.** Per l'estudi de la continuïtat (la funció és contínua en tot l'interval $[0,3]$) es puntuarà de 0 a 3 punts. Es valorarà de 0 a 4 punts el càlcul dels màxims i mínims absoluts (té un màxim absolut en el punt $(0,3)$ i un mínim absolut en $(1,0)$). Es puntuarà de 0 a 3 punts el càlcul de l'àrea demanada a l'apartat c) ($11/3$ u$^2$ ).

**PROBLEMA 3.** L'obtenció de la probabilitat demanada a l'apartat a) $(0,45)$ es puntuarà de 0 a 3 punts. La sol·licitada a l'apartat b) $(0,55)$) de 0 a 4 punts i la demanada a l'apartat c) $(0,4)$ de 0 a 3 punts.

Cada estudiante elegirá el ejercicio A o el ejercicio B del que se harán los tres problemas propuestos. Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de las tres. Todas las respuestas deben ser debidamente razonadas.

## EJERCICIO A

**PROBLEMA 1.** Por el planteamiento del sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 200 \\ y = x + z \\ 200x + 500y + 250z = 73500 \end{cases}$$

de 0 a 5 puntos. Por la obtención de la solución (30 del tipo A, 100 del tipo B y 70 del tipo C) de 0 a 5 puntos.

**PROBLEMA 2.** Por el apartado a) (tiene dos asíntotas verticales: $x = -1$ y $x = 1$ y no tiene asíntotas horizontales) de 0 a 3 puntos. El estudio de los intervalos de crecimiento y decrecimiento (crece en $]-\infty, -\sqrt{3}[\cup]\sqrt{3}, +\infty[$ y decrece en $]-\sqrt{3}, -1[\cup]-1, 0[\cup]0, 1[\cup]1, \sqrt{3}[$ se puntuará de 0 a 4 puntos y el cálculo de los extremos locales (máximo para $x = -\sqrt{3}$ y mínimo para $x = \sqrt{3}$) de 0 a 3 puntos.

**PROBLEMA 3.** Se asignarán de 0 a 5 puntos por cada una de las probabilidades pedidas (0,21 la del apartado a) y 0,6076 la del b)).

## EJERCICIO B

**PROBLEMA 1.** a) Por el cálculo correcto de la inversa de $C$ ($\begin{pmatrix} 1/5 & 1/5 \\ 2/5 & -3/5 \end{pmatrix}$) se puntuará de 0 a 5 puntos. b) Por la obtención de la matriz $X$ ($\begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 2 & 3/2 \end{pmatrix}$) de 0 a 5 puntos.

**PROBLEMA 2.** Por el estudio de la continuidad (la función es continua en todo el intervalo $[0, 3]$) se puntuará de 0 a 3 puntos. Se valorará de 0 a 4 puntos el cálculo de los máximos y mínimos absolutos (tiene un máximo absoluto en el punto $(0, 3)$ y un mínimo absoluto en $(1, 0)$. Se puntuará de 0 a 3 puntos el cálculo del àrea pedida en el apartado c) ($11/3\ \mathrm{u}^2$ ).

**PROBLEMA 3.** La obtención de la probabilidad pedida en el apartado a) (0,45) se puntuará de 0 a 3 puntos. La solicitada en el b) (0,55) de 0 a 4 puntos y la pedida en el c) (0,4) de 0 a 3.

# OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es donen les matrius $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ i $T$, i se sap que $T$ és una matriu quadrada de 3 files i 3 columnes i el determinant de la qual val $\sqrt{2}$.
Calculeu **raonadament** els determinants de les següents matrius, i indiqueu explícitament les propietats utilitzades en el seu càlcul:

a) $\frac{1}{2}T$ . (*3 punts*).

b) $M^4$. (*3 punts*).

c) $TM^3T^{-1}$. (4 *punts*).

**Problema B.2.** Es dóna la recta $r: \begin{cases} x - 4y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ i el pla $\pi_\alpha : (2+2\alpha)x + y + \alpha z - 2 - 6\alpha = 0$ dependent del paràmetre real $\alpha$. Obtingueu **raonadament**:

a) L'equació del pla $\pi_\alpha$ que passa pel punt $(1, 1, 0)$. (*3 punts*).

b) L'equació del pla $\pi_\alpha$ que és paral·lel a la recta *r*. (*4 punts*).

c) L'equació del pla $\pi_\alpha$ que és perpendicular a la recta $r$ . (*3 punts*).

**Problema B.3.** Un cotxe recorre l'arc de paràbola $\Gamma$ d'equació $2y = 36 - x^2$, variant la $x$ de a –6 a 6. Es representa per $f(x)$ a la distància del punt $(0, 9)$ al punt $(x, y)$ de l'arc $\Gamma$ on està situat el cotxe. Es demana obtindre **raonadament**:

a) L'expressió de $f(x)$ . (*2 punts*)

b) Els punts de l'arc $\Gamma$ on la distància $f(x)$ té mínims relatius. (*2 punts*).

c) Els valors màxim i mínim de la distància $f(x)$ . (*2 punt*)

d) L'àrea de la superfície limitada per l'arc de paràbola $\Gamma$ i el segment rectilini que uneix els punts $(-6, 0)$ i $(6, 0)$ . (*4 punts*)

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2011** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2011 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se dan las matrices $A=\begin{pmatrix}0 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $I=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ $y$ $M$, donde $M$ es una matriz de dos filas y dos columnas que verifica $M^2=M$. Obtener **razonadamente**:

a) Todos los valores reales $k$ para los que la matriz $B=A-kI$ tiene inversa. (*2 puntos*).

b) La matriz inversa $B^{-1}$ cuando $k=3$. (*2 puntos*).

c) Las constantes reales $\alpha$ y $\beta$ para las que se verifica que $\alpha A^2+\beta A=-2I$. (*4 puntos*).

d) Comprobar **razonadamente** que la matriz $P=I-M$ cumple las relaciones:

$$P^2=P \qquad \text{y} \qquad MP=PM.$$

(*2 puntos, repartidos en 1 punto por cada igualdad*).

**Problema A.2.** En el espacio se dan las rectas $r:\begin{cases}x=3+\lambda\\ y=-1+2\lambda\\ z=2+\lambda\end{cases}$ y $s:\begin{cases}x+2y-1=0\\ 3y-z+2+\alpha=0\end{cases}$.

Obtener **razonadamente**:

a) El valor de $\alpha$ para el que las rectas $r$ y $s$ están contenidas en un plano. (*4 puntos*).

b) La ecuación del plano que contiene a las rectas $r$ y $s$ para el valor de $\alpha$ obtenido en el apartado anterior. (*2 puntos*).

c) La ecuación del plano perpendicular a la recta $r$ que contiene el punto $(1,2,1)$. (*4 puntos*).

**Problema A.3** Dada la función $f$ definida por:

$$f(x)=x^2e^{-x}$$

Obtener **razonadamente**:

a) El dominio y el recorrido de la función $f$. (*2 puntos*).

b) Los valores de $x$ donde la función $f(x)=x^2e^{-x}$ alcanza el máximo relativo y el mínimo relativo. (*2 puntos*).

c) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de dicha función $f$. (*2 puntos*).

d) Los valores de $x$ donde la función $f(x)=x^2e^{-x}$ tiene los puntos de inflexión. (*2 puntos*).

e) La gráfica de la curva $y=x^2e^{-x}$, explicando con detalle la obtención de su asíntota horizontal. (*2 puntos*).

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $T$, y se sabe que $T$ es una matriz cuadrada de 3 filas y 3 columnas cuyo determinante vale $\sqrt{2}$.

Calcular **razonadamente** los determinantes de las siguientes matrices, indicando explícitamente las propiedades utilizadas en su cálculo:

a) $\frac{1}{2}T$. (*3 puntos*).

b) $M^4$. (*3 puntos*).

c) $TM^3T^{-1}$. (*4 puntos*).

**Problema B.2.** Se da la recta $r: \begin{cases} x - 4y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi_\alpha : (2+2\alpha)x + y + \alpha z - 2 - 6\alpha = 0$, dependiente del parámetro real $\alpha$. Obtener **razonadamente**:

a) La ecuación del plano $\pi_\alpha$ que pasa por el punto $(1,1,0)$. (*3 puntos*).

b) La ecuación del plano $\pi_\alpha$ que es paralelo a la recta $r$. (*4 puntos*).

c) La ecuación del plano $\pi_\alpha$ que es perpendicular a la recta $r$. (*3 puntos*).

**Problema B.3.** Un coche recorre el arco de parábola $\Gamma$ de ecuación $2y = 36 - x^2$, variando la $x$ de $-6$ a $6$. Se representa por $f(x)$ a la distancia del punto $(0, 9)$ al punto $(x, y)$ del arco $\Gamma$ donde está situado el coche. Se pide obtener **razonadamente**:

a) La expresión de $f(x)$. (*2 puntos*)

b) Los puntos del arco $\Gamma$ donde la distancia $f(x)$ tiene mínimos relativos. (*2 puntos*).

c) Los valores máximo y mínimo de la distancia $f(x)$. (*2 punto*)

d) El área de la superficie limitada por el arco de parábola $\Gamma$ y el segmento rectilíneo que une los puntos $(-6,\ 0)$ y $(6,\ 0)$. (*4 puntos*)

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2011** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2011 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es donen les matrius $A=\begin{pmatrix}0 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $I=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ $y$ $M$, on $M$ és una matriu de dues files i dues columnes que verifica $M^2=M$. Obtingueu **raonadament**:

a) Tots els valors reals $k$ per als que la matriu $B=A-kI$ té inversa. (*2 punts*).

b) La matriu inversa $B^{-1}$ quan $k=3$. (*2 punts*).

c) Les constants reals $\alpha$ i $\beta$ per a les quals es verifica que $\alpha A^2+\beta A=-2I$. (*4 punts*).

d) Comproveu **raonadament** que la matriu $P=I-M$ compleix les relacions:

$$P^2=P \qquad \text{i} \qquad MP=PM.$$

(*2 punts, repartits en 1 punt cada igualtat*).

**Problema A.2.** En l'espai es donen les rectes $r:\begin{cases}x=3+\lambda\\ y=-1+2\lambda\\ z=2+\lambda\end{cases}$ i $s:\begin{cases}x+2y-1=0\\ 3y-z+2+\alpha=0\end{cases}$.

Obtingueu **raonadament**:

a) El valor de $\alpha$ per al qual les rectes $r$ i $s$ estan contingudes en un pla. (*4 punts*).

b) L'equació del pla que conté les rectes $r$ i $s$ per al valor d'obtingut en l'apartat anterior. (*2 punts*).

c) L'equació del pla perpendicular a la recta $r$ que conté el punt (1, 2, 1). (*4 punts*).

**Problema A.3** Donada la funció $f$ definida per:

$$f(x)=x^2e^{-x}$$

Obtingueu **raonadament**:

a) El domini i el recorregut de la funció $f\cdot$ (*2 punts*).

b) Els valors de $x$ on la funció $f(x)=x^2e^{-x}$ arriba al màxim relatiu i al mínim relatiu. (*2 punts*).

c) Els intervals de creixement i de decreixement de la dita funció $f\cdot$ (*2 punts*).

d) Els valors de $x$ on la funció $f(x)=x^2e^{-x}$ té els punts d'inflexió. (*2 punts*).

e) El gràfic de la corba $y=x^2e^{-x}$, i expliqueu amb detall l'obtenció de la seua asímptota horitzontal. (*2 punts*).

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: Setembre 2011** | CONVOCATORIA: Septiembre 2011 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

## CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

### OPCIÓ A

**Problema A.1. Es** donen les matrius $A=\begin{pmatrix}0 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $I=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ $y$ $M$, on $M$ és una matriu de dues files i dues columnes que verifica $M^2=M$. Obtingueu **raonadament**:

a) Tots els valors reals $k$ per als que la matriu $B=A-kI$ té inversa. (*2 punts*).
b) La matriu inversa $B^{-1}$ quan $k=3$. (*2 punts*).
c) Les constants reals $\alpha$ i $\beta$ per a les quals es verifica que $\alpha A^2+\beta A=-2I$. (*4 punts*).
d) Comproveu **raonadament** que la matriu $P=I-M$ compleix les relacions: $P^2=P$ i $MP=PM$.
(*2 punts, repartits en 1 punt cada igualtat*).

**Solució:**
a) Les arrels del determinant de B són 1 i 2, per tant té inversa quan k és un nombre real diferent d'1 i 2.
b) Pel mètode d'adjunts s'obté directament que la matriu inversa és $B^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & 2\\ -1 & -3\end{pmatrix}$ (és també immediat per qualsevol altre mètode).
c) En fer operacions, igualar i simplificar s'obtenen les equacions $-2\alpha=-2$; $3\alpha+\beta=0$; $7\alpha+3\beta=-2$, la solució de les quals és $\alpha=1$ i $\beta=-3$.
d) $P^2=I-2M+M^2=I-M$ i tant $MP$ com $PM$ donen la matriu $M-M^2=O$.

**Problema A.2.** En l'espai es donen les rectes $r:\begin{cases}x=3+\lambda\\ y=-1+2\lambda\\ z=2+\lambda\end{cases}$ i $s:\begin{cases}x+2y-1=0\\ 3y-z+2+\alpha=0\end{cases}$. Obtingueu **raonadament**:

a) El valor de $\alpha$ per al qual les rectes $r$ i $s$ estan contingudes en un pla. (*4 punts*).
b) L'equació del pla que conté les rectes $r$ i $s$ per al valor d'obtingut en l'apartat anterior. (*2 punts*).
c) L'equació del pla perpendicular a la recta $r$ que conté el punt (1,2,1) (*4 punts*).

**Solució:**
a) Les rectes no són paral·leles. Estan en un pla si i només si es tallen en un punt. El possible punt d'intersecció (substituir les equacions de $r$ en $x+2y-1=0$) és $(3,-1,2)$. En substituir és $(3,-1,2)$ en $3y-z+2+\alpha=0$ es dedueix que $\alpha=3$.
b) El producte vectorial d'un vector director de $r$ per un altre de $s$ és $\delta(1,-1,1)$, per tant el pla demanat és $(x-3)-(y+1)+(z-2)=0$.
c) $(x-1)+2(y-2)+(z-1)=0$ és l'equació del pla demanat, perquè $(A,B,C)=\delta(1,2,1)$ i passa per (1,2,1).

**Problema A.3** Donada la funció $f(x)=x^2e^{-x}$. Obtingueu **raonadament**:

a) El domini i el recorregut de la funció $f$ (*2 punts*).
b) Els valors de $x$ on la funció $f$ arriba al màxim relatiu i el mínim relatiu. (*2 punts*).
c) Els intervals de creixement i de decreixement de la dita funció $f$ (*2 punts*).
d) Els valors de $x$ on la funció $f$ té els punts d'inflexió. (*2 punts*).

**Solució:** a) Domini **R** (perquè $e^{-x}\neq 0$) i recorregut $[0, +\infty[$, perquè no és negativa i el màxim absolut l'aconsegueix en x=2.
b) La derivada primera $((2x-x^2)e^{-x})$ s'anul·la en 0 i 2. Només és positiva entre aqueixos valors, mín. rel. en x=0 i màx. rel. en x=2.
c) Del signe de la derivada es dedueix que $f(x)$ és decreixent si $x<0$ o si $x>2$, i és creixent entre 0 i 2.
d) La derivada segona $((2-4x+x^2)e^{-x})$ s'anul·la en $2+2^{1/2}$ i en $2-2^{1/2}$, que són les abscisses dels punts d'inflexió.
e) L'asímptota horitzontal és $y=0$, perquè el límit de $f(x)$ quan $x$ tendeix a $+\infty$ és 0. El gràfic decreix quan $x<0$, creix quan $x$ varia entre 0 i 2, i decreix quan $x>2$, tendint a l'asímptota horitzontal.

**OPCIÓ B**

**Problema B.1.** Es donen les matrius $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ i $T$, $T$ es una matriu quadrada de 3 files amb determinant $\sqrt{2}$.

Calculeu **raonadament** els determinants de les següents matrius, i indiqueu explícitament les propietats utilitzades en el seu càlcul:

a) $\frac{1}{2}T$ . (*3 punts*).

b) $M^4$. (*3 punts*).

c) $TM^3T^{-1}$. (*4 punts*).

**Solució:**

a) En multiplicar una fila per (1/2) el determinant queda multiplicat per (1/2), per tant el determinant de $(1/2)T$ és $(1/2)^3 2^{1/2}$=0,176..

b) determinant ($M^4$) = [determinant $M$]$^4$=$6^4$=1296.

c) determinant ($TM^3T^{-1}$) = [determinant T][determinant $(M)^3$] [determinant $(T)$]$^{-1}$ = $6^3$ =216.

**Problema B.2.** Es dóna la recta $r: \begin{cases} x - 4y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ i el pla $\pi_\alpha$: $(2+2\alpha)x + i + \alpha z - 2 - 6\alpha = 0$ dependent del paràmetre real $\alpha$. Obtingueu **raonadament**:

a) L'equació del pla de la família *H* que passa pel punt (1, 1, 0). (*3 punts*).

b) L'equació del pla de la família *H* que és paral·lel a la recta *r*. (*4 punts*).

c) L'equació del pla de la família *H* que és perpendicular a la recta *r*. (*3 punts*).

**Solució:**

a) En substituir el punt es dedueix que $\alpha$ = 1/4. En substituir α=1/4 s'obté que el pla és $10x + 4y + z - 14=0$.

b) En ser (0, 0, 0) i (4, 1, 1) dos punts de *r*, s'obtindrà el pla paral·lel quan $(2+2\alpha)4 + 1 + \alpha = 0$, per la qual cosa α = – 1. En substituir aquest valor s'obté que el pla paral·lel és $y - z + 4=0$.

c) El pla serà perpendicular quan $(2+2\alpha, 1, \alpha) = \lambda(4,1,1)$, la qual cosa implica $\alpha = 1$, després el pla perpendicular és $4x + i + z - 8 = 0$.

**Problema B.3.** Un cotxe es desplaça sobre l'arc de paràbola Γ d'equació $2y = 36 - x^2$, on x varia entre – 6 i 6. Es representa per $f(x)$ a la distància del punt (0,9) al punt $(x, y)$ de l'arc Γ on està situat el cotxe. Es demana obtindre **raonadament**:

a) L'expressió de $f(x)$. (*2 punts*)
b) Els punts de l'arc Γ on la distància $f(x)$ té mínims relatius. (*2 punts*).
c) Els valors màxim i mínim de la distància $f(x)$. (*2 punt*)
d) L'àrea de la superfície limitada per l'arc de paràbola Γ i el segment rectilini que uneix els punts (-6,0) i (6,0). (*4 punts*).

**Solució:**

a) $[f(x)]^2 = x^2 + (9 - x^2/2)^2 = 81 - 8x^2 + x^4/4$.

b) La derivada de l'expressió anterior és $x(x^2 - 16)$. És negativa quan $x < -4$ i quan $x$ varia entre 0 i 4. Aquesta derivada és positiva quan $x$ varia entre – 4 i 0 i quan $x > 4$. La distància $f(x)$ té mínims relatius quan $x$ és – 4 i quan $x$ és 4. Té un màxim relatiu en x = 0. Els punts demanats són (–4, 10) i (4, 10).

c) En substituir en la distància els mínims relatius, el màxim relatiu i els extrems del domini es dedueix: 1.- Que la distància mínima s'aconsegueix en els mínims relatius, sent $17^{1/2}$ =4,1231… la distància mínima. 2.- Que la distància màxima s'aconsegueix en els extrems, sent $117^{1/2}$ = 10,81665… la distància màxima.

d) La integral de $18 - (x^2/2)$ és $18x - (x^3/6)$ i en aplicar la regla de Barrow (es pot utilitzar la simetria) s'obté 2(108 – 36) = 144.

## CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

### OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $M$, donde $M$ es una matriz de dos filas y dos columnas que verifica $M^2 = M$. Obtener **razonadamente**:

a) Todos los valores reales $k$ para los que la matriz $B = A - kI$ tiene inversa. (*2 puntos*).
b) La matriz inversa $B^{-1}$ cuando $k = 3$. (*2 puntos*).
c) Las constantes reales α y β para las que se verifica que $\alpha A^2 + \beta A = -2I$. (*4 puntos*).
d) Que si la matriz $M$ verifica que $M^2 = M$ entonces la matriz $P = I - M$ cumple las relaciones: $P^2 = P$ y $MP = PM$. (*2 puntos, repartidos en 1 punto cada igualdad*).

**Solución:**
a) Las raíces del determinante de B son 1 y 2, luego tiene inversa cuando k es un número real diferente de 1 y 2.
b) Por el método de adjuntos se obtiene directamente que la matriz inversa de $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ es $B^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ (es también inmediato por cualquier otro método).
c) Al hacer operaciones, igualar y simplificar se obtienen las ecuaciones $-2\alpha = -2$; $3\alpha + \beta = 0$; $7\alpha + 3\beta = -2$, cuya solución es $\alpha = 1$ y $\beta = -3$.
d) $P^2 = I - 2M + M^2 = I - M$ y tanto $MP$ como $PM$ dan la matriz $M - M^2 = O$.

**Problema A.2.** En el espacio se dan las rectas $r := \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$ y $s := \begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ 3y - z + 2 + \alpha = 0 \end{cases}$. Se pide obtener **razonadamente**:

a) El valor de α para el que las rectas $r$ y $s$ están contenidas en un plano. (*4 puntos*).
b) La ecuación del plano que contiene a las rectas $r$ y $s$ para el valor de α obtenido en el apartado anterior. (*2 puntos*).
c) La ecuación del plano perpendicular a la recta $r$ que contiene el punto (1,2,1) (*4 puntos*).

**Solución:**
a) Las rectas no son paralelas. Están en un plano si y sólo si se cortan en un punto. El posible punto de intersección (sustituir las ecuaciones de $r$ en $x + 2y - 1=0$) es (3, –1, 2). Al sustituir es (3, –1, 2) en $3y - z + 2 + \alpha = 0$ se deduce que $\alpha = 3$.
b) El producto vectorial de un vector director de $r$ por otro de $s$ es δ(1, –1,1), por lo que el plano pedido es $(x-3) - (y+1) + (z-2) = 0$.
c) $(x - 1) + 2(y - 2) + (z - 1)=0$ es la ecuación del plano pedido, pues (A ,B, C) = δ(1,2,1) y pasa por (1,2,1).

**Problema A.3.** Dada la función $f$ definida por $f(x) = x^2e^{-x}$, se pide obtener **razonadamente**:

a) El dominio y el recorrido de la función $f$. (*2 puntos*).
b) Los valores de $x$ donde la función $f$ alcanza el máximo relativo y el mínimo relativo. (*2 puntos*).
c) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de dicha función. (*2 puntos*).
d) Los valores de $x$ donde la función $f$ tiene los puntos de inflexión. (*2 puntos*).
e) La gráfica de la curva $y = x^2e^{-x}$, explicando con detalle la obtención de su asíntota horizontal. (*2 puntos*).

**Solución:** a) Dominio **R** (pues $e^{-x} \neq 0$) y recorrido $[0, +\infty[$, pues no es negativa y el máximo absoluto lo alcanza en x=2.
b) La derivada primera $((2x - x^2)\, e^{-x})$ se anula en 0 y 2. Sólo es positiva entre esos valores, luego mín. rel. en x=0 y máx. rel. en x=2.
c) Del signo de la derivada se deduce que f(x) es decreciente si $x<0$ o si $x>2$, siendo creciente entre 0 y 2.
d) La derivada segunda $((2-4x+ x^2)\, e^{-x})$ se anula en $2+2^{1/2}$ y en $2-2^{1/2}$, que son las abscisas de los puntos de inflexión.
e) La asíntota horizontal es $y = 0$, pues el límite de $f(x)$ cuando $x$ tiende a $+\infty$ es 0. La gráfica decrece cuando $x < 0$, crece cuando $x$ varía entre 0 y 2, y decrece cuando $x > 2$, tendiendo a la asíntota horizontal.

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Sea $M$ la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y sea $T$ una matriz cuadrada de 3 filas cuyo determinante vale $2^{1/2}$.

Calcular **razonadamente** los determinantes de las siguientes matrices, indicando explícitamente las propiedades utilizadas en su cálculo:

a) $(1/2)T$. (*3 puntos*).
b) $M^4$ . (*3 puntos*).
c) $TM^3T^{-1}$ . (4 *puntos*).

**Solución:**
a) Al multiplicar una fila por (1/2) el determinante queda multiplicado por (1/2), luego el determinante de $(1/2)T$ es $(1/2)^3 2^{1/2}$=0,176..
b) determinante ($M^4$) = [determinante $M$]$^4$=$6^4$=1296.
c) determinante ($TM^3T^{-1}$) = [determinante T][determinante $(M)^3$] [determinante $(T)$]$^{-1}$ = $6^3$ =216.

**Problema B.2.** Se da la recta $r : \begin{cases} x - 4y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi_\alpha$: $(2+2\alpha)x + y + \alpha z - 2 - 6\alpha = 0$ dependiente del parámetro real $\alpha$. Obtener **razonadamente**:

a) La ecuación del plano de la familia $H$ que pasa por el punto (1, 1, 0). (*3 puntos*).
b) La ecuación del plano de la familia $H$ que es paralelo a la recta $r$. (*4 puntos*).
c) La ecuación del plano de la familia $H$ que es perpendicular a la recta $r$. (*3 puntos*).

**Solución:**
a) Al sustituir el punto se deduce que $\alpha = 1/4$. Al sustituir $\alpha$=1/4 se obtiene que el plano es $10x + 4y + z - 14$=0.
b) Al ser (0, 0, 0) y (4, 1, 1) dos puntos de $r$, se obtendrá el plano paralelo cuando $(2+2\alpha)4 + 1 + \alpha = 0$, por lo que $\alpha = -1$. Al sustituir este valor se obtiene que el plano paralelo es $y - z + 4$=0.
c) El plano será perpendicular cuando $(2+2\alpha, 1, \alpha) = \lambda(4,1,1)$, lo que implica $\alpha = 1$, luego el plano perpendicular es $4x + y + z - 8 = 0$.

**Problema B.3.** Un coche se desplaza sobre el arco de parábola $\Gamma$ de ecuación $2y = 36 - x^2$, donde x varía entre – 6 y 6. Se representa por $f(x)$ a la distancia del punto (0,9) al punto $(x, y)$ del arco $\Gamma$ donde está situado el coche. Se pide obtener **razonadamente**:

a) La expresión de $f(x)$. (*2 puntos*)
b) Los puntos del arco $\Gamma$ donde la distancia $f(x)$ tiene mínimos relativos. (*2 puntos*).
c) Los valores máximo y mínimo de la distancia $f(x)$. (*2 punto*)
d) El área de la superficie limitada por el arco de parábola $\Gamma$ y el segmento rectilíneo que une los puntos (-6,0) y (6,0). (*4 puntos*).

**Solución:**
a) $[f(x)]^2 = x^2 + (9 - x^2/2)^2 = 81 - 8x^2 + x^4/4$.
b) La derivada de la expresión anterior es $x(x^2 - 16)$. Es negativa cuando $x < -4$ y cuando $x$ varía entre 0 y 4. Esta derivada es positiva cuando $x$ varía entre – 4 y 0 y cuando $x > 4$. La distancia $f(x)$ tiene mínimos relativos cuando $x$ es – 4 y cuando $x$ es 4. Tiene un máximo relativo en x = 0. Los puntos pedidos son (–4, 10) y (4, 10).
c) Al sustituir en la distancia los mínimos relativos, el máximo relativo y los extremos del dominio se deduce: 1.- Que la distancia mínima se alcanza en los mínimos relativos, siendo $17^{1/2}$ =4,1231… la distancia mínima. 2.- Que la distancia máxima se alcanza en los extremos, siendo $117^{1/2}$ = 10,81665… la distancia máxima.
d) La integral de $18 - (x^2/2)$ es $18x - (x^3/6)$ y al aplicar la regla de Barrow (se puede utilizar la simetría) se obtiene 2(108 – 36) = 144.

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2011** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2011 |
| **MATEMÁTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'EXERCICI A o l'EXERCICI B, del qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** L'amo d'una botiga de llepolies disposa de 10 paquets de pipes, 30 xiclets i 18 bombons. Decideix que per a vendre-les millor confeccionarà dos tipus de paquets: el tipus A estarà format per un paquet de pipes, dos xiclets i dos bombons i es vendrà a 1,5 euros. El tipus B estarà format per un paquet de pipes, quatre xiclets i un bombó i es vendrà a 2 euros. Quants paquets de cada tipus convé preparar per a aconseguir els ingressos màxims? Determineu els ingressos màxims.

**Problema 2.** Donada la funció $f(x) = \dfrac{3x+2}{x^2-1}$, es demana:

a) El domini i els punts de tall amb els eixos de coordenades.

b) L'equació de les asímptotes verticals i horitzontals.

c) Els intervals de creixement i decreixement.

d) Els màxims i els mínims locals.

e) La representació gràfica a partir de la informació dels apartats anteriors.

**Problema 3.** En una certa empresa d'exportació, el 62,5% dels empleats parla anglès. D'altra banda, entre els empleats que parlen anglès, el 80% parla també alemany. Sabem que només la tercera part dels empleats que no parlen anglès sí que parla alemany.

a) Quin percentatge d'empleats parla les dues llengües?

b) Quin percentatge d'empleats parla alemany?

c) Si un empleat no parla alemany, quina és la probabilitat que parle anglès?

## OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Siguen les matrius $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ i $D=\begin{pmatrix}8 & 8\\ 8 & 3\end{pmatrix}$.

a) Calculeu $AB+3C$.

b) Determineu la matriu $X$ que verifica que $AX+I=D$, on $I$ és la matriu identitat.

**Problema 2.** Un ramader muny una vaca des de l'endemà que aquesta ha parit fins a 300 dies després del part. La producció diària en litres de llet que s'obté d'aquesta vaca ve donada per la funció:

$$f(x)=\frac{120x-x^2}{5000}+40$$

on $x$ representa el nombre de dies transcorreguts des del part. Es demana:

a) El dia de màxima producció i la producció màxima.

b) El dia de mínima producció i la producció mínima.

**Problema 3.** En un institut hi ha dos grups de segon de Batxillerat. En el grup A hi ha 10 xiques i 15 xics, dels quals 2 xiques i 2 xics cursen francès. En el grup B hi ha 12 xiques i 13 xics, dels quals 2 xiques i 3 xics cursen francès.

a) Es tria una persona de segon de Batxillerat a l'atzar. Quina és la probabilitat que no curse francès?

b) Sabem que una determinada persona matriculada en segon de Batxillerat cursa francès. Quina és la probabilitat que pertanga al grup B?

c) Es tria a l'atzar una persona de segon de Batxillerat del grup A. Quina és la probabilitat que siga un xic i no curse francès?

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2011 | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2011 |
| MATEMÁTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'EXERCICI A o l'EXERCICI B, del qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** El dueño de una tienda de golosinas dispone de 10 paquetes de pipas, 30 chicles y 18 bombones. Decide que para venderlas mejor va a confeccionar dos tipos de paquetes: El tipo A estará formado por un paquete de pipas, dos chicles y dos bombones y se venderá a 1,5 euros. El tipo B estará formado por un paquete de pipas, cuatro chicles y un bombón y se venderá a 2 euros. ¿Cuántos paquetes de cada tipo conviene preparar para conseguir los ingresos máximos? Determina los ingresos máximos.

**Problema 2.** Dada la función $f(x) = \dfrac{3x+2}{x^2-1}$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
b) Ecuación de sus asíntotas verticales y horizontales.
c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
d) Máximos y mínimos locales.
e) Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

**Problema 3.** En una cierta empresa de exportación el 62,5% de los empleados habla inglés. Por otra parte, entre los empleados que hablan inglés, el 80% habla también alemán. Se sabe que sólo la tercera parte de los empleados que no hablan inglés sí habla alemán.

a) ¿Qué porcentaje de empleados habla las dos lenguas?
b) ¿Qué porcentaje de empleados habla alemán?
c) Si un empleado no habla alemán, ¿cuál es la probabilidad de que hable inglés?

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ y $D=\begin{pmatrix}8 & 8\\ 8 & 3\end{pmatrix}$.

a) Calcula $AB+3C$.

b) Determina la matriz $X$ que verifica que $AX+I=D$, donde $I$ es la matriz identidad.

**Problema 2.** Un ganadero ordeña una vaca desde el día siguiente al día que ésta pare hasta 300 días después del parto. La producción diaria en litros de leche que obtiene de dicha vaca viene dada por la función:

$$f(x)=\frac{120x-x^2}{5000}+40$$

donde $x$ representa el número de días transcurridos desde el parto. Se pide:

a) El día de máxima producción y la producción máxima.

b) El día de mínima producción y la producción mínima.

**Problema 3.** En un instituto hay dos grupos de segundo de Bachillerato. En el grupo A hay 10 chicas y 15 chicos, de los que 2 chicas y 2 chicos cursan francés. En el grupo B hay 12 chicas y 13 chicos, de los que 2 chicas y 3 chicos cursan francés.

a) Se elige una persona de segundo de Bachillerato al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que no curse francés?

b) Sabemos que una determinada persona matriculada en segundo de Bachillerato cursa francés. ¿Cuál es la probabilidad de que pertenezca al grupo B?

c) Se elige al azar una persona de segundo de Bachillerato del grupo A. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un chico y no curse francés?

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: Setembre 2011** | CONVOCATORIA: Septiembre 2011 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

Cadascun dels estudiants triarà l'exercici A o l'exercici B del qual haurà de fer els tres problemes proposats. Cadascun dels problemes es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres. Totes les respostes hauran de ser degudament raonades.

## EXERCICI A

**PROBLEMA 1.** Pel plantejament del problema de 0 a 4 punts: la funció que cal maximitzar és $z = 1,50x + 2y$ sotmesa a les restriccions:

$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ x + y \leq 10 \\ 2x + 4y \leq 30 \\ 2x + y \leq 18 \end{cases}.$$

Per la determinació de la regió factible de vèrtex $\{(0,0), (0,15/2), (5,5), (8,2)$ i $(9,0)\}$ de 0 a 3 punts. Per la solució correcta (5 paquets del tipus A i 5 del tipus B) de 0 a 2 i pel càlcul dels ingressos màxims (17, 50 euros) de 0 a 1. Si la solució s'obté per qualsevol altre mètode raonat i correcte es puntuarà de 0 a 10 punts.

**PROBLEMA 2.** L'estudi del domini ($\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$) i dels punts de tall $(0, -2)$ i $(-2/3, 0)$) es puntuarà de 0 a 2 punts. Les asímptotes ($x = -1$, $x = 1$ i $y = 0$) de 0 a 2 punts. El creixement i decreixement (és sempre decreixent) de 0 a 3 punts. Es qualificarà de 0 a 1 punt la resposta que no hi ha ni màxims ni mínims. Per la representació de la gràfica, de 0 a 2 punts.

**PROBLEMA 3.** Es puntuarà de 0 a 3 punts cadascun dels aparatats a) i b) (50 % i 62,5 % respectivament). Es valorarà de 0 a 4 punts la resposta a l'apartat c) (1/3).

## EXERCICI B

**PROBLEMA 1.** Per l'obtenció de la matriu demanada a l'apartat a) ($\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$) es qualificarà de 0 a 4 punts. Pel càlcul de la matriu demanada a l'apartat b) ($\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$) es puntuarà de 0 a 6 punts.

**PROBLEMA 2.** Es puntuarà de 0 a 5 punts cadascun dels dos apartats demanats: (hi ha màxima producció 60 dies després del part amb una producció de 40, 72 litres i mínima producció l'últim dia, 300 dies després del part, que produeix 29, 2 litres.

**PROBLEMA 3.** Es puntuarà de 0 a 4 punts el primer apartat ($\frac{41}{50}$)) i de 0 a 3 punts cadascun dels dos partats següents ($\frac{5}{9}$ i $\frac{13}{25}$, respectivament).

## CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Cada estudiante elegirá el ejercicio A o el ejercicio B del que se harán los tres problemas propuestos. Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de las tres. Todas las respuestas deben ser debidamente razonadas.

### EJERCICIO A

**PROBLEMA 1.** Por el planteamiento del problema de 0 a 4 puntos: la función que hay que maximizar es $z = 1,50x + 2y$ sujeta a las restricciones:

$$\left\{\begin{array}{l} x, y \geq 0 \\ x + y \leq 10 \\ 2x + 4y \leq 30 \\ 2x + y \leq 18 \end{array}\right. .$$

Por la determinación de la región factible de vértices $\{(0,0), (0,15/2), (5,5), (8,2)$ y $(9,0)\}$ de 0 a 3 puntos. Por la solución correcta (5 paquetes del tipo A y 5 del tipo B) de 0 a 2 y por el cálculo de los ingresos máximos (17, 50 euros) de 0 a 1. Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto se puntuará de 0 a 10 puntos.

**PROBLEMA 2.** El estudio del dominio ($\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$) y los puntos de corte ($(0,-2)$ y $(-2/3, 0)$ se puntuará de 0 a 2 puntos. Las asíntotas ($x = -1$, $x = 1$ e $y = 0$) de 0 a 2 puntos. El crecimiento y decrecimiento (es siempre decreciente) de 0 a 3 puntos. Se calificará de 0 a 1 punto la respuesta de que no hay ni máximos ni mínimos. Por la representación de la gráfica, de 0 a 2 puntos.

**PROBLEMA 3.** Se puntuará de 0 a 3 puntos cada uno de los apartados a) y b) (50 % y 62,5 % respectivamente). Se valorará de 0 a 4 puntos la contestación al apartado c) (1/3).

### EJERCICIO B

**PROBLEMA 1.** Por la obtención de la matriz pedida en el apartado a) ($\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$) se calificará de 0 a 4 puntos. Por el cálculo de la matriz pedida en el apartado b) ($\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$) se puntuará de 0 a 6 puntos.

**PROBLEMA 2.** Se puntuará de 0 a 5 puntos cada uno de los dos apartados pedidos: (hay máxima producción 60 días después del parto con una producción de 40, 72 litros y mínima producción el último día, 300 días después del parto, que produce 29, 2 litros.

**PROBLEMA 3.** Se puntuará de 0 a 4 puntos el primer apartado ($\frac{41}{50}$) y de 0 a 3 puntos cada uno de los dos apartados siguientes ($\frac{5}{9}$ y $\frac{13}{25}$, respectivamente).

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2012** | CONVOCATORIA: JUNIO 2012 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal triar només UNA dels dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma dels qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. **Es prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria). S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.**

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. **Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.**

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es dóna el sistema d'equacions $S:\begin{cases}2x+\alpha^2 z=5\\ x+(1-\alpha)y+z=1\\ x+2y+\alpha^2 z=1\end{cases}$, on α és un paràmetre real.

Obteniu **raonadament**:

a) La solució del sistema $S$ quan $\alpha=0$. (*3 punts*).
b) Totes les solucions del sistema $S$ quan $\alpha=-1$. (*4 punts*).
c) El valor de $\alpha$ per al qual el sistema $S$ és incompatible. (*3 punts*).

**Problema A.2.** Es donen les rectes $r_1:\begin{cases}x=1+2\alpha\\ y=\alpha\\ z=2-\alpha\end{cases}$ *i* $r_2:\begin{cases}x=-1\\ y=1+\beta\\ z=-1-2\beta\end{cases}$, sent $\alpha$ i $\beta$ paràmetres reals.

Calculeu **raonadament**:

a) Les coordenades del punt de tall de $r_1$ i $r_2$. (*3 punts*).
b) L'equació del pla que conté aquestes dues rectes. (*4 punts*).
c) La distància del punt $(0,\ 0,\ 1)$ a la recta $r_2$. (*3 punts*).

**Problema A.3.** Amb el símbol $\ln x$ es representa el logaritme d'un nombre positiu $x$ quan la base del logaritme és el nombre $e$. Siga *f* la funció que per a un nombre positiu $x$ està definida per la igualtat

$$f(x)=4x\ln x.$$

Obteniu **raonadament**:

a) El valor de $x$ on la funció *f* arriba al mínim relatiu. (*4 punts*).
b) L'equació de la recta tangent a la corba $y=4x\ln x$ en el punt $(1,0)$. (*3 punts*).
c) L'àrea limitada entre les rectes $y=0$, $x=e$ i $x=e^2$ i la corba $y=4x\ln x$. (*3 punts*).

# OPCIÓ B

**Problema B.1.** Obteniu **raonadament:**

a) Totes les solucions $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ de l'equació $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$. (*4 punts*).

b) El determinant d'una matriu quadrada $B$ de dues files, que té matriu inversa i que verifica l'equació $B^2 = B$. (*3 punts*).

c) El determinant d'una matriu quadrada $A$ que té quatre files i que verifica l'equació:

$$A^2 - 9\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

sabent a més que el determinant de $A$ és positiu. (*3 punts*).

**Problema B.2.** Es dóna la recta $r$ d'equació $r: \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 5y - z = 0 \end{cases}$ i el pla $\pi$ d'equació $\pi: 2x + y + nz = p$, on $n$ i $p$ són dos paràmetres reals.

Obteniu **raonadament**:

a) Tots els valors de $n$ per als quals la intersecció de la recta $r$ i el pla $\pi$ és un punt. (*4 punts*).
b) El valor de $n$ i el valor de $p$ per als quals la recta $r$ està continguda en el pla $\pi$. (*3 punts*).
c) El valor de $n$ i tots els valors de $p$ per als quals la recta $r$ no talla el pla $\pi$. (*3 punts*).

**Problema B.3.** Per a dissenyar un escut es dibuixa un triangle $T$ de vèrtexs $A = (0,\ 12)$, $B = \left(-x,\ x^2\right)$ i $C = \left(x,\ x^2\right)$, sent $x^2 < 12$.

Obteniu **raonadament**:

a) L'àrea del triangle $T$ en funció de l'abscissa $x$ del vèrtex $C$. (*2 punts*).
b) Las coordenades dels vèrtexs $B$ i $C$ perquè l'àrea del triangle $T$ siga màxima. (*3 punts*).

Per a completar l'escut s'afig al triangle $T$ d'àrea màxima la superfície $S$ limitada entre la recta $y = 4$ i l'arc de paràbola $y = x^2$, quan $-2 \le x \le 2$.

Obteniu **raonadament**:

c) L'àrea de la superfície $S$. (*3 punts*).
d) L'àrea total de l'escut. (*2 punts*).

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2012** | CONVOCATORIA: JUNIO 2012 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal triar només UNA dels dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma dels qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. **Es prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria). S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.**

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. **Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.**

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema de ecuaciones $S:\begin{cases} 2x+ \qquad \alpha^2 z = 5 \\ x + (1-\alpha)y + z = 1 \\ x + 2y \qquad + \alpha^2 z = 1 \end{cases}$, donde α es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**:

a) La solución del sistema $S$ cuando $\alpha = 0$. (*3 puntos*).
b) Todas las soluciones del sistema $S$ cuando $\alpha = -1$. (*4 puntos*).
c) El valor de $\alpha$ para el que el sistema $S$ es incompatible. (*3 puntos*).

**Problema A.2.** Se dan las rectas $r_1:\begin{cases} x = 1+2\alpha \\ y = \alpha \\ z = 2-\alpha \end{cases}$ y $r_2:\begin{cases} x = -1 \\ y = 1+\beta \\ z = -1-2\beta \end{cases}$, siendo $\alpha$ y $\beta$ parámetros reales.

Calcular **razonadamente**:

a) Las coordenadas del punto de corte de $r_1$ y $r_2$. (*3 puntos*).
b) La ecuación del plano que contiene esas dos rectas. (*4 puntos*).
c) La distancia del punto $(0,\ 0,\ 1)$ a la recta $r_2$. (*3 puntos*).

**Problema A.3.** Con el símbolo $\ln x$ se representa el logaritmo de un número positivo $x$ cuando la base del logaritmo es el número $e$. Sea $f$ la función que para un número positivo $x$ está definida por la igualdad

$$f(x) = 4x\ln x .$$

Obtener **razonadamente**:

a) El valor de $x$ donde la función $f$ alcanza el mínimo relativo. (*4 puntos*).
b) La ecuación de la recta tangente a la curva $y = 4x\ln x$ en el punto $(1,0)$. (*3 puntos*).
c) El área limitada entre las rectas $y=0$, $x=e$ y $x=e^2$ y la curva $y = 4x\ln x$. (*3 puntos*).

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Obtener **razonadamente:**

a) Todas las soluciones $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ de la ecuación $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$. (*4 puntos*).

b) El determinante de una matriz cuadrada $B$ de dos filas, que tiene matriz inversa y que verifica la ecuación $B^2 = B$. (*3 puntos*).

c) El determinante de una matriz cuadrada $A$ que tiene cuatro filas y que verifica la ecuación:

$$A^2 - 9\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

sabiendo además que el determinante de $A$ es positivo. (*3 puntos*).

**Problema B.2.** Se da la recta $r$ de ecuación $r: \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 5y - z = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi$ de ecuación $\pi: 2x + y + nz = p$, donde $n$ y $p$ son dos parámetros reales.

Obtener **razonadamente**:

a) Todos los valores de $n$ para los que la intersección de la recta $r$ y el plano $\pi$ es un punto. (*4 puntos*).
b) El valor de $n$ y el valor de $p$ para los que la recta $r$ está contenida en el plano $\pi$. (*3 puntos*).
c) El valor de $n$ y todos los valores de $p$ para los que la recta $r$ no corta al plano $\pi$. (*3 puntos*).

**Problema B.3.** Para diseñar un escudo se dibuja un triángulo $T$ de vértices $A = (0, 12)$, $B = (-x, x^2)$ y $C = (x, x^2)$, siendo $x^2 < 12$.

Obtener **razonadamente**:

a) El área del triángulo $T$ en función de la abscisa $x$ del vértice $C$. (*2 puntos*).
b) Las coordenadas de los vértices $B$ y $C$ para que el área del triángulo $T$ sea máxima. (*3 puntos*).

Para completar el escudo se añade al triángulo $T$ de área máxima la superficie $S$ limitada entre la recta $y = 4$ y el arco de parábola $y = x^2$, cuando $-2 \le x \le 2$.

Obtener **razonadamente**:

c) El área de la superficie *S*. (*3 puntos*).
d) El área total del escudo. (*2 puntos*).

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

GENERALITAT VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ, FORMACIÓ I OCUPACIÓ

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2012** | CONVOCATORIA: JUNIO 2012 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal triar només UNA dels dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma dels qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. **Es prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria). S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.**

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. **Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.**

**OPCIÓ A**

**Problema A.1.** Es dóna el sistema d'equacions $S:\begin{cases} 2x+ \quad\quad \alpha^2 z = 5 \\ x + (1-\alpha)y + z = 1 \\ x + 2y \quad + \alpha^2 z = 1 \end{cases}$, on α és un paràmetre real. Obteniu **raonadament**: a) La solució del sistema $S$ quan $\alpha = 0$. (*3 punts*).
b) Totes les solucions del sistema $S$ quan $\alpha = -1$. (*4 punts*).
c) El valor de $\alpha$ per al qual el sistema $S$ és incompatible. (*3 punts*).

**Solucions:** a) Directament les equacions primera i tercera ens diuen que x=5/2 i y=–3/4. Substituint en la segona es dedueix que z= –3/4. b) De les dues equacions diferents es dedueix directament que z=5-2x i y=(x/2)-2. c) El determinant de la matriu dels coeficients és $-\alpha^3+3\alpha^2-4$. De l'apartat a) es dedueix que α=-1 és una arrel i en dividir per α-(-1) s'obté (Ruffini) $-\alpha^3+3\alpha^2-4=(\alpha+1)(-\alpha^2+4\alpha-4)$, per la qual cosa el determinant també és nul si α=2. Per a aquest valor α=2 el rang de la matriu ampliada és 3, ja que les seues columnes 1, 2 i 4 són linealment independents (n'hi ha prou amb dir que 9 és el valor del determinant format amb aquestes tres columnes). Per això el sistema és incompatible.

**Problema A.2.** Es donen les rectes $r_1:\begin{cases} x = 1+2\alpha \\ y = \alpha \\ z = 2-\alpha \end{cases}$ i $r_2:\begin{cases} x = -1 \\ y = 1+\beta \\ z = -1-2\beta \end{cases}$, sent $\alpha$ i $\beta$ paràmetres reals. Calculeu **raonadament**: a) Les coordenades del punt de tall de $r_1$ i $r_2$. (*3 punts*).
b) L'equació del pla que conté aquestes dues rectes. (*4 punts*).
c) La distància del punt $(0,\ 0,\ 1)$ a la recta $r_2$. (*3 punts*).

**Solucions:** a) En igualar les components $x$ es dedueix que α=-1 i en igualar les components $y$ ens queda que β=-2. Substituint en ambdues rectes s'obté que el punt de tall és (-1, -1, 3). b) El producte vectorial dels vectors direcció indicats en les fórmules és (-1,4,2), per la qual cosa l'equació del pla és –(x+1)+4(y+1)+2(z-3)=0.
c) (-1,1,-1) és un punt de la recta $r_2$. Llavors (0,0,1)- (-1,1,-1)= (1,-1,2) i el producte vectorial d'aquest vector per un vector unitari director de $r_2$ (per exemple $(1/5^{1/2})(0,1,-2)$ és $(1/5^{1/2})(0, 2, 1)$). La distància demanada és el mòdul d'aquest vector, que és 1.

**Problema A.3.** Amb el símbol $\ln x$ es representa el logaritme d'un nombre positiu $x$ quan la base del logaritme és el nombre $e$. Siga $f$ la funció que per a un nombre positiu $x$ està definida per la igualtat $f(x) = 4x\ln x$.

Obteniu **raonadament**: a) El valor de $x$ on la funció $f$ arriba al mínim relatiu. (*4 punts*).

b) L'equació de la recta tangent a la corba $y = 4x \ln x$ en el punt $(1,0)$. (*3 punts*).

c) L'àrea limitada entre les rectes $y = 0$, $x = e$ i $x = e^2$ i la corba $y = 4x \ln x$. (*3 punts*).

**Solucions:** a) La derivada $f'(x)$=4+4lnx és negativa si x<$e^{-1}$ i és positiva si x>$e^{-1}$. La funció donada té un mínim relatiu en x= $e^{-1}$. b) De $f'(1)$=4 es dedueix que l'equació de la recta tangent és y-0=4(x-1). c) La primitiva de f ($x$) és ($2x^2$)lnx-($x^2$) (integrar per parts, ja que és molt senzilla la integral de x). En aplicar la regla de Barrow s'obté que l'àrea és $3e^4 - e^2$=156,40539…

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Obteniu **raonadament:**

a) Totes les solucions $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ de l'equació $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$. (*4 punts*).

b) El determinant d'una matriu quadrada $B$ de dues files, que té matriu inversa i que verifica l'equació $B^2 = B$. (*3 punts*).

c) El determinant d'una matriu quadrada $A$ que té quatre files i que verifica l'equació:

$A^2 - 9\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ sabent a més que el determinant de $A$ és positiu. (*3 punts*).

**Solucions:** a) En igualar components s'obté un sistema de les equacions primera i tercera del qual es dedueix que x=1-2z i que y=2-z. En substituir aquestes expressions en l'equació segona s'obté 0=0, per la qual cosa les solucions demanades són (1-2α, 2-α, α), sent α un nombre real qualsevol. b) De determinant B≠0 i de $(\det B)^2 = \det B$ es dedueix que det B =1. c) El quadrat del determinant A és el determinant de *9I*, que és $9^4$. Llavors, el determinant de A és +81, per la condició de positiu.

**Problema B.2.** Es dóna la recta $r$ d'equació $r: \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 5y - z = 0 \end{cases}$ i el pla $\pi$ d'equació $\pi: 2x + y + nz = p$, on $n$ i $p$ són dos paràmetres reals. Obteniu **raonadament**:

a) Tots els valors de $n$ per als quals la intersecció de la recta $r$ i el pla $\pi$ és un punt. (*4 punts*).

b) El valor de $n$ i el valor de $p$ per als quals la recta $r$ està continguda en el pla $\pi$. (*3 punts*).

c) El valor de $n$ i tots els valors de $p$ per als quals la recta $r$ no talla el pla $\pi$. (*3 punts*).

**Solucions:** a) El sistema obtingut en trobar la intersecció és determinat si i només si és no nul el determinant de la matriu dels coeficients. Aquest determinant val 7n+23, per això la solució de l'apartat és el conjunt de nombre reals n diferents de -23/7. b) De a) es dedueix que n=–23/7. En substituir un punt de la recta ((-1,0,-1), per exemple) en el pla 2x+y– (23/7)z=p s'obté p=9/7. c) De a) i b) es dedueix que n= –23/7 i que p pot ser qualsevol nombre real diferent de 9/7.

**Problema B.3.** Per a dissenyar un escut es dibuixa un triangle $T$ de vèrtexs $A = (0,\ 12)$, $B = (-x,\ x^2)$ i $C = (x,\ x^2)$, sent $x^2 < 12$. Obteniu **raonadament**:

a) L'àrea del triangle $T$ en funció de l'abscissa $x$ del vèrtex $C$. (*2 punts*).

b) Las coordenades dels vèrtexs $B$ i $C$ perquè l'àrea del triangle $T$ siga màxima. (*3 punts*).

Per a completar l'escut s'afig al triangle $T$ d'àrea màxima la superfície *S* limitada entre la recta $y = 4$ i l'arc de paràbola $y = x^2$, quan $-2 \le x \le 2$. Obteniu **raonadament**:

c) L'àrea de la superfície *S*. (*3 punts*).

d) L'àrea total de l'escut. (*2 punts*).

**Solucions:**

a) L'àrea del triangle és (1/2)(2x)($12-x^2$)=$12x–x^3$, amb 0≤x≤2($3^{1/2}$).

b) La derivada de l'àrea és $12–3x^2$ és positiva si 0≤x<2 i és negativa si 2<x≤2($3^{1/2}$), per la qual cosa l'àrea és màxima si x=2, que ens dóna els vèrtexs B=(–2,4) i C=(2,4).

c) La integral de $4-x^2$ és $4x-(x^3/3)$, per la qual cosa l'àrea demanada és 2(8-[8/3])=32/3.
d) L'àrea màxima del triangle *T* és $12(2)-(2)^3=16$, per això l'àrea de l'escut és 16+32/3=26,66666…

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema de ecuaciones $S:\begin{cases}2x+ \quad \alpha^2 z=5\\ x+(1-\alpha)y+z=1\\ x+2y+\alpha^2 z=1\end{cases}$, donde α es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**:

a) La solución del sistema $S$ cuando $\alpha=0$. (*3 puntos*).
b) Todas las soluciones del sistema $S$ cuando $\alpha=-1$. (*4 puntos*).
c) El valor de $\alpha$ para el que el sistema $S$ es incompatible. (*3 puntos*).

**Soluciones:**
a) Directamente las ecuaciones primera y tercera nos dicen que x=5/2 e y=–3/4. sustituyendo en la segunda se deduce que z= –3/4.
b) De las dos ecuaciones diferentes se deduce directamente que z=5-2x e y=(x/2)-2.
c) El determinante de la matriz de los coeficientes es $-\alpha^3+3\alpha^2-4$. Del apartado a) se deduce que α=-1 es una raíz y al dividir por α-(-1) se obtiene (Ruffini) $-\alpha^3+3\alpha^2-4=(\alpha+1)(-\alpha^2+4\alpha-4)$, por lo que el determinante también es nulo si α=2. Para este valor α=2 el rango de la matriz ampliada es 3, pues sus columnas 1, 2 y 4 son linealmente independientes (es suficiente con decir que 9 es el valor del determinante formado con estas tres columnas). Por lo que el sistema es incompatible.

**Problema A.2.** Se dan las rectas $r_1:\begin{cases}x=1+2\alpha\\ y=\alpha\\ z=2-\alpha\end{cases}$ y $r_2:\begin{cases}x=-1\\ y=1+\beta\\ z=-1-2\beta\end{cases}$, siendo *α* y *β* parámetros reales.

Calcular **razonadamente**:

a) Las coordenadas del punto de corte de $r_1$ y $r_2$. (*3 puntos*).
b) La ecuación del plano que contiene esas dos rectas. (*4 puntos*).
c) La distancia del punto (0, 0, 1) a la recta $r_2$. (*3 puntos*).

**Soluciones:**
a) Al igualar las componentes x se deduce que α=-1 y al igualar las componentes y nos queda que β=-2. Sustituyendo en ambas rectas se obtiene que el punto de corte es (-1, -1, 3).
b) El producto vectorial de los vectores dirección indicados en las fórmulas es (-1,4,2), por lo que la ecuación del plano es
–(x+1)+4(y+1)+2(z-3)=0.
c) (-1,1,-1) es un punto de la recta $r_2$. Entonces (0,0,1)- (-1,1,-1)= (1,-1,2) y el producto vectorial de este vector por un vector unitario director de $r_2$ (por ejemplo $(1/5^{1/2})(0,1,-2)$ es $(1/5^{1/2})(0, 2, 1)$). La distancia pedida es el módulo de este vector, que es 1.

**Problema A.3.** Con el símbolo $\ln x$ se representa el logaritmo de un número positivo *x* cuando la base del logaritmo es el número $e$. Sea *f* la función que para un número positivo *x* está definida por la igualdad

$$f(x)=4x\ln x.$$

Obtener **razonadamente**:

a) El valor de *x* donde la función *f* alcanza el mínimo relativo. (*4 puntos*).
b) La ecuación de la recta tangente a la curva $y=4x\ln x$ en el punto $(1,0)$. (*3 puntos*).
c) El área limitada entre las rectas $y=0$, $x=e$ y $x=e^2$ y la curva $y=4x\ln x$. (*3 puntos*).

**Soluciones:**
a) La derivada $f'(x)=4+4\ln x$ es negativa si $x<e^{-1}$ y es positiva si $x>e^{-1}$. La función dada tiene un mínimo relativo en $x=e^{-1}$.
b) De $f'(1)=4$ se deduce que la ecuación de la recta tangente es y-0=4(x-1).
c) La primitiva de *f*(*x*) es $(2x^2)\ln x-(x^2)$ [integrar por partes, pues es muy sencilla la integral de x]. Al aplicar la regla de Barrow se obtiene que el área es $3e^4-e^2$=156,40539…

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Obtener **razonadamente:**

a) Todas las soluciones $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ de la ecuación $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$. (*4 puntos*).

b) El determinante de una matriz cuadrada $B$ de dos filas, que tiene matriz inversa y que verifica la ecuación $B^2 = B$. (*3 puntos*).

c) El determinante de una matriz cuadrada $A$ que tiene cuatro filas y que verifica la ecuación:

$$A^2 - 9\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

sabiendo además que el determinante de $A$ es positivo. (*3 puntos*).

**Soluciones:**

a) Al igualar componentes se obtiene un sistema de cuyas ecuaciones primera y tercera se deduce que x=1-2z y que y=2-z. Al sustituir estas expresiones en la ecuación segunda se obtiene 0=0, por lo que las soluciones pedidas son (1-2α, 2-α, α), siendo α un número real cualquiera.

b) De determinante B≠0 y de $(\det B)^2 = \det B$ se deduce que det B =1.

c) El cuadrado del determinante de A es el determinante de 9*I*, que es $9^4$. Luego el determinante de A es +81, por la condición de positivo.

**Problema B.2.** Se da la recta $r$ de ecuación $r: \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 5y - z = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi$ de ecuación $\pi: 2x + y + nz = p$, donde *n* y *p* son dos parámetros reales. Obtener **razonadamente**:

a) Todos los valores de $n$ para los que la intersección de la recta $r$ y el plano $\pi$ es un punto. (*4 puntos*).
b) El valor de $n$ y el valor de $p$ para los que la recta $r$ está contenida en el plano $\pi$. (*3 puntos*).
c) El valor de $n$ y todos los valores de $p$ para los que la recta $r$ no corta al plano $\pi$. (*3 puntos*).

**Soluciones:**

a) El sistema obtenido al hallar la intersección es determinado sii es no nulo el determinante de la matriz de los coeficientes. Este determinante vale 7n+23, luego la solución del apartado es el conjunto de número reales n distintos de -23/7.

b) De a) se deduce que n=–23/7. Al sustituir un punto de la recta ((-1,0,-1), por ejemplo) en el plano 2x+y–(23/7)z=p se obtiene
p=9/7.

c) De a) y b) se deduce que n= –23/7 y que p puede ser cualquier número real distinto de 9/7.

**Problema B.3.** Para diseñar un escudo se dibuja un triángulo *T* de vértices $A = (0,\ 12)$, $B = \left(-x,\ x^2\right)$ y $C = \left(x,\ x^2\right)$, siendo $x^2 < 12$. Obtener **razonadamente**:

e) El área del triángulo *T* en función de la abscisa $x$ del vértice $C$. (*2 puntos*).
f) Las coordenadas de los vértices $B$ y $C$ para que el área del triángulo $T$ sea máxima. (*3 puntos*).

Para completar el escudo se añade al triángulo *T* de área máxima la superficie *S* limitada entre la recta $y = 4$ y el arco de parábola $y = x^2$, cuando $-2 \le x \le 2$. Obtener **razonadamente**:

g) El área de la superficie *S.* (*3 puntos*).
h) El área total del escudo. (*2 puntos*).

**Soluciones:**

a) El área del triángulo es $(1/2)(2x)(12-x^2)=12x-x^3$, con $0 \le x \le 2(3^{1/2})$.

b) La derivada del área es $12-3x^2$ es positiva si $0 \le x < 2$ y es negativa si $2 < x \le 2(3^{1/2})$, por lo que el área es máxima si x=2, que nos da los vértices B=(–2,4) y C=(2,4).

c) La integral de $4-x^2$ es $4x-(x^3/3)$, por lo que el área pedida es 2(8-[8/3])=32/3.

d) El área máxima del triángulo *T* es $12(2)-(2)^3=16$, por lo que el área del escudo es 16+32/3=26,66666…

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2012** | CONVOCATORIA: JUNIO 2012 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'EXERCICI A o l'EXERCICI B, del qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Un comerciant vol invertir fins a 1000 euros en la compra de dos tipus d'aparells, A i B, i pot emmagatzemar fins a 80 aparells. Cada aparell de tipus A li costa 15 euros i el ven a 22, cadascun del tipus B li'n costa 11 i el ven a 17 euros. Quants aparells ha de comprar de cada tipus per a maximitzar el benefici? Quin és el benefici màxim?

**Problema 2.** Dibuixeu la gràfica de la funció $y = f(x)$ sabent que:

a) Està definida per a tots els valors de $x$ excepte per a $x = 1$, i la recta $x = 1$ és l'única asímptota vertical.

b) La recta $y = 3$ és l'única asímptota horitzontal.

c) L'únic punt de tall amb els eixos és el (0, 0).

d) La derivada de la funció $y = f(x)$ només s'anul·la en $x = 3/2$.

e) $f'(x) < 0$ en el conjunt $]-\infty, 1[ \cup ]1, 3/2[$.

f) $f'(x) > 0$ en l'interval $]3/2, +\infty[$.

g) $f(3/2) = 13/2$.

**Problema 3.** El 15% dels habitants d'una certa població són socis d'un club de futbol i el 3% son pèl-rojos. Si els successos "ser soci d'un club de futbol" i "ser pèl-roig" són independents, calculeu les probabilitats que en triar a l'atzar un habitant d'aquesta població, aquest habitant:

a) Siga pèl-roig i no siga soci d'un club de futbol.

b) Siga pèl-roig o siga soci d'un club de futbol.

c) Siga soci d'un club de futbol si sabem que no és pèl-roig.

## OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Donades les matrius $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 3\end{pmatrix}$ i $B=\begin{pmatrix}2 & -6\\ -1 & -2\end{pmatrix}$, obteniu totes les matrius de la forma $X=\begin{pmatrix}x & 0\\ y & z\end{pmatrix}$ que satisfan la relació $AX - XA = B$.

**Problema 2.** Una empresa disposa de 15 comercials que proporcionen uns ingressos per vendes de 5750 euros mensuals cadascun. Es calcula que per cada nou comercial que contracte l'empresa, els ingressos de cadascun disminueixen en 250 euros. Calculeu:

a) Els ingressos mensuals de l'empresa proporcionats pels 15 comercials.

b) La funció que determina els ingressos mensuals que s'obtindrien si es contractaren $x$ comercials més.

c) El nombre total de comercials que ha de tenir l'empresa per tal que els ingressos per aquest mitjà siguen màxims.

d) Els ingressos màxims.

**Problema 3.** Tenim tres urnes: la primera conté 3 boles blaves, la segona 2 boles blaves i 2 roges i la tercera, 1 bola blava i 3 roges. Triem una urna a l'atzar i n'extraiem una bola. Calculeu:

a) La probabilitat que la bola extreta siga roja.

b) La probabilitat que s'haja triat la segona urna si la bola extreta ha sigut roja.

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2012** | CONVOCATORIA: JUNIO 2012 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'EXERCICI A o l'EXERCICI B, del qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Un comerciante quiere invertir hasta 1000 euros en la compra de dos tipos de aparatos, A y B, pudiendo almacenar en total hasta 80 aparatos. Cada aparato de tipo A le cuesta 15 euros y lo vende a 22, cada uno del tipo B le cuesta 11 y lo vende a 17 euros. ¿Cuántos aparatos debe comprar de cada tipo para maximizar su beneficio? ¿Cuál es el beneficio máximo?

**Problema 2.** Dibuja la gráfica de la función $y = f(x)$ sabiendo que:

a) Está definida para todos los valores de $x$ salvo para $x = 1$, siendo la recta $x = 1$ la única asíntota vertical.

b) La recta $y = 3$ es la única asíntota horizontal.

c) El único punto de corte con los ejes es el (0, 0).

d) La derivada de la función $y = f(x)$ sólo se anula en $x = 3/2$.

e) $f'(x) < 0$ en el conjunto $]-\infty, 1[ \cup ]1, 3/2[$.

f) $f'(x) > 0$ en el intervalo $]3/2, +\infty[$.

g) $f(3/2) = 13/2$.

**Problema 3.** El 15% de los habitantes de cierta población son socios de un club de futbol y el 3% son pelirrojos. Si los sucesos "ser socio de un club de futbol" y "ser pelirrojo" son independientes, calcula las probabilidades de que al elegir al azar un habitante de esa población, dicho habitante:

a) Sea pelirrojo y no sea socio de un club de futbol.

b) Sea pelirrojo o sea socio de un club de futbol.

c) Sea socio de un club de futbol si sabemos que no es pelirrojo.

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Dadas matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, obtén todas las matrices de la forma $X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ y & z \end{pmatrix}$ que satisfacen la relación $AX - XA = B$.

**Problema 2.** Una empresa dispone de 15 comerciales que proporcionan unos ingresos por ventas de 5750 euros mensuales cada uno. Se calcula que por cada nuevo comercial que contrate la empresa los ingresos de cada uno disminuyen en 250 euros. Calcula:

a) Los ingresos mensuales de la empresa proporcionados por los 15 comerciales.

b) La función que determina los ingresos mensuales que se obtendrían si se contrataran $x$ comerciales más.

c) El número total de comerciales que debe tener la empresa para que los ingresos por este medio sean máximos.

d) Los ingresos máximos.

**Problema 3.** Tenemos tres urnas: la primera contiene 3 bolas azules, la segunda 2 bolas azules y 2 rojas y la tercera, 1 bola azul y 3 rojas. Elegimos una urna al azar y extraemos una bola. Calcula:

a) La probabilidad de que la bola extraída sea roja.

b) La probabilidad de que se haya elegido la segunda urna si la bola extraída ha sido roja.

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2012** | CONVOCATORIA: JUNIO 2012 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'exercici A o l'exercici B, del qual cal fer els tres problemes proposats. Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica de les tres. Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

## OPCIÓ A

**PROBLEMA 1.** Pel plantejament del problema, de 0 a 4 punts: la funció que cal maximitzar és $z = 7x + 6y$, sotmesa a les restriccions:

$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ x + y \leq 80 \\ 15x + 11y \leq 1000 \end{cases}$$

Per la determinació de la regió factible de vèrtexs $\{(0,0), (0,80), (30,50) \text{ i } (1000/15, 0)\}$ de 0 a 3 punts. Per la solució correcta (30 del tipus A i 50 del tipus B), de 0 a 2, i pel càlcul del benefici màxim (510 euros), de 0 a 1. Si la solució s'obté per qualsevol altre mètode raonat i correcte es puntua de 0 a 10.

**PROBLEMA 2.** Cal qualificar de 0 a 1 punt si la gràfica dibuixada és coherent amb les afirmacions de cadascun dels apartats a), b), c) i g). Es qualifica de 0 a 2 punts si la gràfica dibuixada és coherent amb les afirmacions de cadascun dels apartats d), e) i f).

**PROBLEMA 3.** L'obtenció de la probabilitat demanada en l'apartat a) ($0{,}0255$) es puntua de 0 a 4 punts. Les sol·licitades en els apartats b) i c) ($0{,}1755$ i $0{,}15$, respectivament), de 0 a 3 punts cada una.

## OPCIÓ B

**PROBLEMA 1.** Pel plantejament del problema, de 0 a 4 punts, i pel càlcul de les matrius ($X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 1 & x-3 \end{pmatrix}$, o $X = \begin{pmatrix} z+3 & 0 \\ 1 & z \end{pmatrix}$), de 0 a 6 punts.

**PROBLEMA 2.** L'apartat a) (86250 euros) es puntua de 0 a 1 punt. L'obtenció de la funció que descriu l'apartat b) $(86250 + 2000x - 250x^2)$ es puntua de 0 a 4 punts. La resposta a l'apartat c) (els ingressos màxims s'assoleixen quan l'empresa té 19 empleats) es qualifica de 0 a 4, i el càlcul dels ingressos màxims (90250 euros), de 0 a 1.

**PROBLEMA 3.** L'obtenció de cadascuna de les probabilitats demanades en els apartats a) i b) ($5/12 = 0{,}4167$ i $2/5 = 0{,}5$, respectivament) es puntua de 0 a 5 punts.

**Cada estudiante elegirá el ejercicio A o el ejercicio B del que se harán los tres problemas propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de las tres.**
**Todas las respuestas deben ser debidamente razonadas.**

# OPCIÓN A

**PROBLEMA 1.** Por el planteamiento del problema de 0 a 4 puntos: la función que hay que maximizar es $z = 7x + 6y$ sujeta a las restricciones:

$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ x + y \leq 80 \\ 15x + 11y \leq 1000 \end{cases}$$

Por la determinación de la región factible de vértices $\{(0,0), (0,80), (30,50) \text{ y } (1000/15, 0)\}$ de 0 a 3 puntos.

Por la solución correcta (30 del tipo A y 50 del tipo B) de 0 a 2 y por el cálculo del beneficio máximo (510 euros) de 0 a 1. Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto se puntuará de 0 a 10.

**PROBLEMA 2.** Se calificará de 0 a 1 punto si la gráfica dibujada es coherente con las afirmaciones de cada uno de los apartados a), b), c) y g). Se calificará de 0 a 2 puntos si la gráfica dibujada es coherente con las afirmaciones de cada uno de los apartados d), e) y f).

**PROBLEMA 3.** La obtención de la probabilidad pedida en el apartado a) ($0{,}0255$) se puntuará de 0 a 4 puntos.

Las solicitadas en los apartados b) y c) ($0{,}1755$ y $0{,}15$, respectivamente) de 0 a 3 puntos cada una.

# OPCIÓN B

**PROBLEMA 1.** Por el planteamiento del problema de 0 a 4 puntos y por el cálculo de las matrices
($X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 1 & x-3 \end{pmatrix}$, o $X = \begin{pmatrix} z+3 & 0 \\ 1 & z \end{pmatrix}$), de 0 a 6 puntos.

**PROBLEMA 2.** El apartado a) (86250 euros) se puntuará de 0 a 1punto. La obtención de la función que describe el apartado b) $(86250 + 2000x - 250x^2)$ se puntuará de 0 a 4 puntos. La contestación al apartado c) (los ingresos máximos se alcanzan cuando la empresa tiene 19 empleados) se calificará de 0 a 4 y el cálculo de los ingresos máximos (90250 euros) de 0 a 1.

**PROBLEMA 3.** La obtención de cada una de las probabilidades pedidas en los apartados a) y b)
($5/12 = 0{,}4167$ y $2/5 = 0{,}5$, respectivamente) se puntuará de 0 a 5 puntos.

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** — PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2012** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2012 |
|---|---|
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal triar només UNA dels dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma dels qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. **Es prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria). S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.**

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. **Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.**

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Siga el sistema d'equacions $S:\begin{cases} x-2y-3z=0 \\ 3x+10y-z=0 \\ x+14y+\alpha z=0 \end{cases}$, on α és un paràmetre real.

Obteniu **raonadament**:

a) La solució del sistema S quan $\alpha=0$. (*4 punts*).
b) El valor de $\alpha$ per al qual el sistema *S* té infinites solucions. (*4 punts*).
c) Totes les solucions del sistema *S* quan es dóna a $\alpha$ el valor obtingut en l'apartat b). (*2 punts*).

**Problema A.2.** En l'espai es té la recta $r:\begin{cases} x+y-z=1 \\ x-y-z=0 \end{cases}$ i el pla $\pi: x+mz=0$, on *m* és un paràmetre real.

Obteniu **raonadament**:

a) Un vector director de la recta *r*. (*2 punts*).
b) El valor de *m* per al qual la recta $r$ i el pla $\pi$ són perpendiculars. (*2 punts*).
c) El valor de *m* per al qual la recta $r$ i el pla $\pi$ són paral·lels. (*3 punts*).
d) La distància entre *r* i $\pi$ quan es dóna a *m* el valor obtingut en l'apartat c). (*3 punts*).

**Problema A.3.** Es defineixen les funcions $f$ i $g$ per $f(x)=-x^2+2x$ i $g(x)=x^2$.

Obteniu **raonadament**:

a) Els intervals de creixement i decreixement de cada una d'aquestes dues funcions. (*2 punts*).
b) El màxim relatiu de la funció $f(x)=-x^2+2x$ i el mínim relatiu de $g(x)=x^2$. (*2 punts*).
c) Els punts d'intersecció de les corbes $y=-x^2+2x$ i $y=x^2$. (*2 punts*).
d) L'àrea tancada entre les corbes $y=-x^2+2x$ i $y=x^2$, en la qual en els dos casos la *x* varia entre 0 i 1. (*4 punts*).

# OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es donen les matrius $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $U=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ i $B$, on $B$ és una matriu de dues files i dues columnes que no té cap element nul i que verifica la relació $B^2=-7B+U$.
Obteniu **raonadament**:

a) Els nombres reals $a$ i $b$ tals que $A^2=aA+bU$. (*4 punts*).

b) Els nombres reals $p$ i $q$ tals que $B^{-1}=pB+qU$ (*2 punts*), i **justifiqueu** que la matriu $B$ té inversa (*2 punts*).

c) Obteniu els valors $x$ i $y$ per als quals es verifica que $B^3=xB+yU$. (*2 punts*).

**Problema B.2.** En l'espai es donen els plans $\pi$, $\sigma$ i $\tau$ d'equacions:

$$\pi:\ 2x-y+z=3; \qquad \sigma:\ x-y+z=2; \qquad \tau:\ 3x-y-az=b$$

sent $a$ i $b$ paràmetres reals, i la recta $r$ intersecció dels plans $\pi$ i $\sigma$.
Obteniu **raonadament**:

a) Un punt, el vector director i les equacions de la recta $r$. (*3 punts*).

b) L'equació del pla que conté la recta $r$ i passa pel punt $(2,1,3)$. (*4 punts*).

c) Els valors de $a$ i de $b$ perquè el pla $\tau$ continga la recta $r$, intersecció dels plans $\pi$ i $\sigma$. (*3 punts*).

**Problema B.3.** Es vol construir un depòsit cilíndric de 100 $m^3$ de capacitat, obert per la part superior. La base és un cercle en posició horitzontal de radi $x$ i la paret vertical del depòsit és una superfície cilíndrica perpendicular a la base.
El preu del material de la base del depòsit és 4 euros/$m^2$.
El preu del material de la paret vertical és 2 euros/$m^2$.
Obteniu **raonadament**:

a) L'àrea de la base en funció del seu radi $x$. (*1 punt*).

b) L'àrea de la paret vertical del cilindre en funció de $x$. (*2 punts*).

c) La funció $f(x)$ que dóna el cost del depòsit. (*2 punts*).

d) El valor $x$ del radi de la base per al qual el cost del depòsit és mínim i el valor del dit cost mínim. (*5 punts*).

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2012** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2012 |
|---|---|
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal triar només UNA dels dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma dels qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. **Es prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria). S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.**

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. **Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.**

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Sea el sistema de ecuaciones $S:\begin{cases} x-2y-3z=0 \\ 3x+10y-z=0 \\ x+14y+\alpha z=0 \end{cases}$, donde α es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**:

a) La solución del sistema $S$ cuando $\alpha=0$. (*4 puntos*).
b) El valor de $\alpha$ para el que el sistema $S$ tiene infinitas soluciones. (*4 puntos*).
c) Todas las soluciones del sistema $S$ cuando se da a $\alpha$ el valor obtenido en el apartado b). (*2 puntos*).

**Problema A.2.** En el espacio se tiene la recta $r:\begin{cases} x+y-z=1 \\ x-y-z=0 \end{cases}$ y el plano $\pi: x+mz=0$, donde *m* es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**:

a) Un vector director de la recta *r*. (*2 puntos*).
b) El valor de $m$ para el que la recta $r$ y el plano $\pi$ son perpendiculares. (*2 puntos*).
c) El valor de $m$ para el que la recta $r$ y el plano $\pi$ son paralelos. (*3 puntos*).
d) La distancia entre $r$ y $\pi$ cuando se da a $m$ el valor obtenido en el apartado c). (*3 puntos*).

**Problema A.3.** Se definen las funciones $f$ y $g$ por $f(x)=-x^2+2x$ y $g(x)=x^2$.

Obtener **razonadamente**:

a) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de cada una de esas dos funciones. (*2 puntos*).
b) El máximo relativo de la función $f(x)=-x^2+2x$ y el mínimo relativo de $g(x)=x^2$. (*2 puntos*).
c) Los puntos de intersección de las curvas $y=-x^2+2x$ e $y=x^2$. (*2 puntos*).
d) El área encerrada entre las curvas $y=-x^2+2x$ e $y=x^2$, donde en ambas curvas la *x* varía entre 0 y 1. (*4 puntos*).

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $U=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ y $B$, donde $B$ es una matriz de dos filas y dos columnas que no tiene ningún elemento nulo y que verifica la relación $B^2=-7B+U$.

Obtener **razonadamente**:

a) Los números reales $a$ y $b$ tales que $A^2=aA+bU$. (*4 puntos*).

b) Los números reales $p$ y $q$ tales que $B^{-1}=pB+qU$ (*2 puntos*), **justificando** que la matriz $B$ tiene inversa (*2 puntos*).

c) Obtener los valores $x$ e $y$ para los que se verifica que $B^3=xB+yU$. (*2 puntos*).

**Problema B.2.** En el espacio se dan los planos $\pi$, $\sigma$ y $\tau$ de ecuaciones:

$$\pi:\ 2x-y+z=3;\qquad \sigma:\ x-y+z=2;\qquad \tau:\ 3x-y-az=b,$$

siendo $a$ y $b$ parámetros reales, y la recta $r$ intersección de los planos $\pi$ y $\sigma$.

Obtener **razonadamente**:

a) Un punto, el vector director y las ecuaciones de la recta $r$. (*3 puntos*).

b) La ecuación del plano que contiene a la recta $r$ y pasa por el punto $(2,1,3)$. (*4 puntos*).

c) Los valores de $a$ y de $b$ para que el plano $\tau$ contenga a la recta $r$, intersección de los planos $\pi$ y $\sigma$. (*3 puntos*).

**Problema B.3.** Se desea construir un depósito cilíndrico de 100 $m^3$ de capacidad, abierto por la parte superior. Su base es un círculo en posición horizontal de radio $x$ y la pared vertical del depósito es una superficie cilíndrica perpendicular a su base.

El precio del material de la base del depósito es 4 euros/$m^2$.

El precio del material de la pared vertical es 2 euros/$m^2$.

Obtener **razonadamente**:

a) El área de la base en función de su radio $x$. (*1 punto*).
b) El área de la pared vertical del cilindro en función de $x$. (*2 puntos*).
c) La función $f(x)$ que da el coste del depósito. (*2 puntos*).
d) El valor $x$ del radio de la base para el que el coste del depósito es mínimo y el valor de dicho coste mínimo. (*5 puntos*).

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2012** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2012 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal triar només UNA dels dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma dels qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. **Es prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria). S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.**

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. **Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.**

## OPCIÓ A

**Problema A.1.** Siga el sistema d'equacions $S:\begin{cases} x-2y-3z=0 \\ 3x+10y-z=0, \\ x+14y+\alpha z=0 \end{cases}$ on α és un paràmetre real. Obteniu **raonadament**: a) La solució del sistema S quan $\alpha=0$. (*4 punts*).

b) El valor de $\alpha$ per al qual el sistema *S* té infinites solucions. (*4 punts*).

c) Totes les solucions del sistema *S* quan es dóna a $\alpha$ el valor obtingut en l'apartat b). (*2 punts*).

**Solució:** a) (0,0,0) és solució i com que el determinant de la matriu de coeficients de les incògnites és $(16\alpha-80)_{\alpha=0}=-80\neq 0$ la solució és única. b) Quan $16\alpha-80=0$, $\alpha=5$, el sistema té infinites solucions, perquè el rang de la matriu dels coeficients (i de l'ampliada) és 2. c) Substituint $\alpha=5$ les dues primeres equacions ens donen $x=-4y$, $z=-2y$; en substituir en la tercera equació s'obté 0 = 0, per tant, totes les solucions demanades són $(-4\lambda, \lambda, -2\lambda)$, amb λ un nombre real qualsevol.

**Problema A.2.** En l'espai es té la recta *r* i el pla *π* d'equacions $r:\begin{cases} x+y-z=1 \\ x-y-z=0 \end{cases}$ i $\pi: x+mz=0$.

on *m* és un paràmetre real. Obteniu **raonadament**: a) Un vector director de la recta *r*. (*2 punts*).

b) El valor de *m* per al qual la recta *r* i el pla *π* són perpendiculars. (*2 punts*).

c) El valor de *m* per al qual la recta *r* i el pla *π* són paral·lels. (*3 punts*).

d) La distància entre *r* i *π* quan es dóna a *m* el valor obtingut en l'apartat c). (*3 punts*).

**Solució:**
a) Val qualsevol solució de $x+y-z=0$; $x-y-z=0$. Per exemple (1, 0, 1). b) Els vectors (1, 0, 1) i (1, 0, *m*) han de ser linealment dependents (components proporcionals), per tant $m=1$. c) Ha de ser 0 el producte escalar dels vectors (1, 0, 1) i (1, 0, *m*), per la qual cosa $m=-1$. d) Un punt de *r* és $P=(1/2, 1/2, 0)$. La distància de *P* al pla $x-z=0$ és $(1/2)/2^{1/2}=0{,}353553390\ldots$

**Problema A.3.** Es defineixen les funcions $f$ i $g$ per $f(x)=-x^2+2x$ i $g(x)=x^2$. Obteniu **raonadament**:

a) Els intervals de creixement i decreixement de cada una d'aquestes dues funcions. (2 *punts*).

b) El màxim relatiu de la funció $f(x)=-x^2+2x$ i el mínim relatiu de $g(x)=x^2$. (2 *punts*).

c) Els punts d'intersecció de les corbes $y=-x^2+2x$ i $y=x^2$. (2 *punts*).

d) L'àrea tancada entre les corbes $y=-x^2+2x$ i $y=x^2$, en la qual en els dos casos la *x* varia entre 0 i 1. (4 *punts*).

**Solució:** a) $f'(x) = -2x+2$ és positiva si $x<1$ i és negativa si $x>1$, la qual cosa ens diu quan $f$ decreix i quan creix. Atès que $g'(x) = 2x$ tenim que $g$ creix si $x > 0$ i decreix si $x < 0$. b) $f(x)$ arriba al màxim relatiu quan $x = 1$ i $g(x)$ té el mínim relatiu quan $x = 0$. c) En resoldre el sistema s'obté $2x(x-1)=0$, per tant $x = 0$ i $x = 1$ ens permeten obtenir els punts d'intersecció substituint en qualsevol de les corbes, resultant: (0, 0) i (1, 1).
d) $f(x) - g(x) = -2x^2 + 2x$ és la distància entre els punts $(x, f(x))$ i $(x, g(x))$, per la qual cosa l'àrea és la integral de $-2x^2 + 2x$ entre 0 i 1, que ens dóna $-(2/3) + 1 = 1/3$.

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es donen les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $U = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ i $B$, on $B$ és una matriu de dues files i dues columnes que no té cap element nul i que verifica la relació $B^2 = -7B + U$. Obteniu **raonadament**:

a) Els nombres reals $a$ i $b$ tals que $A^2 = aA + bU$. (*4 punts*).
b) Els nombres reals $p$ i $q$ tals que $B^{-1} = pB + qU$ (*2 punts*), i **justifiqueu** que la matriu $B$ té inversa (*2 punts*).
c) Obteniu els valors $x$ i $y$ per als quals es verifica que $B^3 = xB + yU$. (*2 punts*).

**Solució:** Atès que $B$ no és diagonal no cal trobar les infinites solucions dels dos últims apartats quan $B$ és una matriu diagonal. No cal que indiquen ni l'existència de la matriu $B$, per exemple $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -7 & -8 \end{pmatrix}$, ni que diguen res sobre la independència lineal de $B$ i $U$ (propietat que utilitzaran en els dos últims apartats). a) En igualar la components de les matrius d'ambdós membres s'obté un sistema, la solució del qual és $a = 2$ i $b = -2$.
b) De $B(B+7U) = U$ es dedueix que la matriu B admet matriu inversa i que $B^{-1} = B + 7U$, per la qual cosa $p = 1$ i $q = 7$. c) $B^3 = B(-7B+U) = -7B^2 + B = 49B - 7U + B = 50B - 7U$, per tant, $x = 50$ i $y = -7$.

**Problema B.2.** En l'espai es donen els plans $\pi$, $\sigma$ i $\tau$ d'equacions

$$\pi:\ 2x - y + z = 3\,;\ \sigma:\ x - y + z = 2\,;\ \tau:\ 3x - y - az = b$$

sent $a$ i $b$ paràmetres reals, i la recta $r$ intersecció dels plans $\pi$ i $\sigma$. Obteniu **raonadament**:

a) Un punt, el vector director i les equacions de la recta $r$. (*3 punts*).
b) L'equació del pla que conté la recta $r$ i passa pel punt $(2,1,3)$. (*4 punts*).
c) Els valors de $a$ i de $b$ perquè el pla $\tau$ continga la recta $r$, intersecció dels plans $\pi$ i $\sigma$. (*3 punts*).

**Solució:**
a) Les equacions de la recta $r$ són el sistema format per les equacions de $\pi$ i $\sigma$. Una solució d'aquest sistema és (1,0,1), que és un punt de $r$. Un vector director és una solució del sistema 2x-y+z=0, x-y+z=0, per exemple (0,1,1), (o bé el vector determinat per la diferència de components corresponents de dos punts de r. També és el producte vectorial de dos vectors normals a $\pi$ i $\sigma$). b) És suficient trobar l'equació del pla que passa pels punts(1,0,1), (1+0, 0+1, 1+1) i (2, 1, 3), o bé del feix $\alpha(2x - y + z - 3) + \beta(x - y + z - 2) = 0$ seleccionar el pla que passa per (2, 1, 3), és a dir $\alpha(4 - 1 + 3 - 3) + \beta(2 - 1 + 3 - 2) = 0$, que ens dóna $3\alpha + 2\beta = 0$. El pla demanat és $2(2x - y + z - 3) - 3(x - y + z - 2) = 0$, és a dir: $x + y - z = 0$. c) Substituint dos punts de $r$, per exemple (1,0,1) i (1,1,2) en l'equació de $\tau$ s'obté el sistema $3 - a = b$ i $3 - 1 - 2a = b$, la solució del qual és $a = -1$ i $b = 4$.

**Problema B.3.** Es vol construir un depòsit cilíndric de 100 $m^3$ de capacitat, obert per la part superior. La base és un cercle en posició horitzontal de radi $x$ i la paret vertical del depòsit és una superfície cilíndrica perpendicular a la base. El preu del material de la base del depòsit és 4 euros/$m^2$. El preu del material de la paret vertical és 2 euros/$m^2$. Obteniu **raonadament**:

a) L'àrea de la base en funció del seu radi $x$. (*1 punt*).
b) L'àrea de la paret vertical del cilindre en funció de $x$. (*2 punts*).
c) La funció $f(x)$ que dóna el cost del depòsit. (*2 punts*).
d) El valor $x$ del radi de la base per al qual el cost del depòsit és mínim i el valor del dit cost mínim. (*5 punts*).

**Solució:**
a) És suficient indicar que l'àrea d'un cercle és $\pi x^2$.
b) $2\pi xh$ és l'àrea de la paret vertical, on $h$ és l'altura del cilindre. En ser el volum 100 $m^3$ ha d'ocórrer que $\pi x^2 h = 100$, per la qual cosa aïllant $h$ i substituint en l'expressió de l'àrea s'obté $2\pi xh = 200\pi x/(\pi x^2) = 200/x$.

c) Dels dos resultats anteriors s'obté $f(x) = 4\pi x^2 + 400/x$.
d) De la derivada $f'(x) = (8\pi x^3\text{-}400)/x^2$ es dedueix que la funció decreix si $x$ varia entre 0 i $(50/\pi)^{1/3}$ i creix quan $x$ és major que $(50/\pi)^{1/3}$ (pel signe de la derivada). Per tant, el cost mínim s'obté quan el radi de la base és $(50/\pi)^{1/3} = 2{,}51539...$ El cost mínim és $60(20\pi)^{1/3}$=238,53 €.

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Sea el sistema de ecuaciones $S:\begin{cases} x-2y-3z=0 \\ 3x+10y-z=0 \\ x+14y+\alpha z=0 \end{cases}$, donde α es un parámetro real. Obtener **razonadamente**:

a) La solución del sistema $S$ cuando $\alpha = 0$. (*4 puntos*).
b) El valor de $\alpha$ para el que el sistema $S$ tiene infinitas soluciones. (*4 puntos*).
c) Todas las soluciones del sistema $S$ cuando se da a $\alpha$ el valor obtenido en el apartado b). (*2 puntos*).

**Solución:**
a) (0, 0, 0) es solución y como el determinante de la matriz de coeficientes de las incógnitas es $(16\alpha - 80)_{\alpha=0} = -80 \neq 0$ la solución es única.
b) Cuando $16\alpha - 80 = 0$, es decir si $\alpha = 5$ el sistema tiene infinitas soluciones, pues el rango de la matriz de los coeficientes (y de la ampliada) es 2.
c) Sustituyendo $\alpha = 5$ las dos primeras ecuaciones nos dan $x = -4y$, $z = -2y$; al sustituir en la tercera ecuación se obtiene 0 = 0, luego todas las soluciones pedidas son $(-4\lambda,\ \lambda,\ -2\lambda)$, con λ un número real cualquiera.

**Problema A.2.** En el espacio se tiene la recta $r$ y el plano $\pi$ de ecuaciones $r:\begin{cases} x+y-z=1 \\ x-y-z=0 \end{cases}$ y $\pi: x+mz=0$,
donde $m$ es un parámetro real. Obtener **razonadamente**:

a) Un vector director de la recta $r$. (*2 puntos*).
b) El valor de $m$ para el que la recta $r$ y el plano $\pi$ son perpendiculares. (*2 puntos*).
c) El valor de $m$ para el que la recta $r$ y el plano $\pi$ son paralelos. (*3 puntos*).
d) La distancia entre $r$ y $\pi$ cuando se da a $m$ el valor obtenido en el apartado c). (*3 puntos*).

**Solución:**
a) Vale cualquier solución de $x + y - z = 0$; $x - y - z = 0$. Por ejemplo (1, 0, 1).
b) Los vectores (1, 0, 1) y (1, 0, $m$) deben ser linealmente dependientes (componentes proporcionales), luego $m = 1$.
c) Debe ser 0 el producto escalar de los vectores (1, 0, 1) y (1, 0, $m$), por lo que $m = -1$.
d) Un punto de $r$ es $P = (1/2, 1/2, 0)$. La distancia de $P$ al plano $x - z = 0$ es $(1/2)/2^{1/2} = 0{,}353553390\ldots$

**Problema A.3.** Se definen las funciones $f$ y $g$ por $f(x) = -x^2 + 2x$ y $g(x) = x^2$. Obtener **razonadamente**:

a) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de cada una de esas dos funciones. (2 *puntos*).
b) El máximo relativo de la función $f(x) = -x^2 + 2x$ y el mínimo relativo de $g(x) = x^2$. (2 *puntos*).
c) Los puntos de intersección de las curvas $y = -x^2 + 2x$ e $y = x^2$. (2 *puntos*).
d) El área encerrada entre las curvas $y = -x^2 + 2x$ e $y = x^2$, donde en ambas curvas la $x$ varía entre 0 y 1. (4 *puntos*).

**Solución:**
a) $f'(x) = -2x + 2$ es positiva si $x<1$ y es negativa si $x>1$, lo que nos dice cuando $f$ decrece y cuando crece. Dado que $g'(x) = 2x$ se tiene que $g$ crece si $x > 0$ y decrece si $x < 0$.
b) $f(x)$ alcanza el máximo relativo cuando $x = 1$ y $g(x)$ tiene el mínimo relativo cuando $x = 0$.
c) Al resolver el sistema se obtiene $2x(x-1)=0$, por lo que $x = 0$ y $x = 1$ nos permiten obtener los puntos de intersección sustituyendo en cualquiera de las curvas, resultando: (0, 0) y (1, 1).
d) $f(x) - g(x) = -2x^2 + 2x$ es la distancia entre los puntos $(x,\ f(x))$ y $(x, g(x))$, por lo que el área es la integral de $-2x^2 + 2x$ entre 0 y 1, que nos da $-(2/3) + 1 = 1/3$.

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $U=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ y $B$, donde $B$ es una matriz de dos filas y dos columnas que no tiene ningún elemento nulo y que verifica la relación $B^2=-7B+U$. Obtener **razonadamente**: a) Los números reales $a$ y $b$ tales que $A^2=aA+bU$. (*4 puntos*).

b) Los números reales $p$ y $q$ tales que $B^{-1}=pB+qU$ (*2 puntos*), **justificando** que la matriz $B$ tiene inversa (*2 puntos*).

c) Obtener los valores $x$ e $y$ para los que se verifica que $B^3=xB+yU$. (*2 puntos*).

**Solución:**

Al no ser $B$ diagonal no hay que hallar las infinitas soluciones de los dos últimos apartados cuando $B$ es una matriz diagonal. No hace falta que indiquen ni la existencia de la matriz $B$, por ejemplo $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -7 & -8\end{pmatrix}$, ni que digan nada sobre la independencia lineal de $B$ y $U$ (propiedad que utilizarán en los dos últimos apartados).

a) Al igualar las componentes de las matrices de ambos miembros se obtiene un sistema cuya solución es $a = 2$ y $b = -2$. b) De $B(B+7U)=U$ se deduce que la matriz B admite matriz inversa y que $B^{-1} = B+7U$, por lo que $p = 1$ y $q = 7$. c) $B^3=B(-7B+U)=-7B^2+B=49B-7U+B=50B-7U$, luego $x = 50$ e $y = -7$.

**Problema B.2.** En el espacio se dan los planos $\pi$, $\sigma$ y $\tau$ de ecuaciones

$$\pi:\ 2x-y+z=3;\ \sigma:\ x-y+z=2;\ \tau:\ 3x-y-az=b,$$

siendo $a$ y $b$ parámetros reales, y la recta $r$ intersección de los planos $\pi$ y $\sigma$. Obtener **razonadamente**:

a) Un punto, el vector director y las ecuaciones de la recta $r$. (*3 puntos*).

b) La ecuación del plano que contiene a la recta $r$ y pasa por el punto $(2,1,3)$. (*4 puntos*).

c) Los valores de $a$ y de $b$ para que el plano $\tau$ contenga a la recta $r$, intersección de los planos $\pi$ y $\sigma$. (*3 puntos*).

**Solución:**

a) Las ecuaciones de la recta $r$ son el sistema formado por las ecuaciones de $\pi$ y $\sigma$. Una solución de ese sistema es (1,0,1), que es un punto de $r$. Un vector director es una solución del sistema 2x-y+z=0, x-y+z=0, por ejemplo (0,1,1), (o bien el vector determinado por la diferencia de componentes correspondientes de dos puntos de r. También es el producto vectorial de dos vectores normales a $\pi$ y $\sigma$). b) Es suficiente con hallar la ecuación del plano que pasa por los puntos (1,0,1), (1+0, 0+1, 1+1) y (2, 1, 3), o bien del haz

$$\alpha(2x-y+z-3)+\beta(x-y+z-2)=0$$

seleccionar el plano que pasa por (2, 1, 3), es decir $\alpha(4-1+3-3)+\beta(2-1+3-2)=0$, que nos da $3\alpha+2\beta=0$. El plano pedido es $2(2x-y+z-3)-3(x-y+z-2)=0$, es decir: $x+y-z=0$.

c) Sustituyendo dos puntos de $r$, por ejemplo (1,0,1) y (1,1,2) en la ecuación de $\tau$ se obtiene el sistema $3-a=b$ y $3-1-2a=b$, cuya solución es $a=-1$ y $b=4$.

**Problema B.3.** Se desea construir un depósito cilíndrico de 100 $m^3$ de capacidad, abierto por la parte superior. Su base es un círculo en posición horizontal de radio $x$ y la pared vertical del depósito es una superficie cilíndrica perpendicular a su base. El precio del material de la base del depósito es 4 euros/$m^2$. El precio del material de la pared vertical es 2 euros/$m^2$. Obtener **razonadamente**:

a) El área de la base en función de su radio $x$. (*1 punto*).
b) El área de la pared vertical del cilindro en función de $x$. (*2 puntos*).
c) La función $f(x)$ que da el coste del depósito. (*2 puntos*).
d) El valor $x$ del radio de la base para el que el coste del depósito es mínimo y el valor de dicho coste mínimo. (*5 puntos*).

**Solución:** a) Es suficiente con indicar que el área de un círculo es $\pi x^2$.

b) $2\pi xh$ es el área de la pared vertical, donde $h$ es la altura del cilindro. Al ser el volumen 100 $m^3$ debe suceder que $\pi x^2 h=100$, por lo que despejando $h$ y sustituyendo en la expresión del área se obtiene $2\pi xh=200\pi x/(\pi x^2)=200/x$. c) De los dos resultados anteriores se obtiene $f(x) = 4\pi x^2 + 400/x$.

d) De la derivada $f'(x) = (8\pi x^3-400)/x^2$ se deduce que la función decrece si $x$ varía entre 0 y $(50/\pi)^{1/3}$ y crece cuando $x$ es mayor que $(50/\pi)^{1/3}$ (por el signo de la derivada). Por tanto, el coste mínimo se obtiene cuando el radio de la base es $(50/\pi)^{1/3} = 2{,}51539...$ . El coste mínimo es $60(20\pi)^{1/3} = 238{,}53$ €.

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2012** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2012 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'EXERCICI A o l'EXERCICI B, del qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Plantegeu i escriviu el sistema d'equacions lineals la matriu de coeficients del qual és $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ i el terme de la dreta del qual és $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Resol el sistema.

**Problema 2.** S' estima que el benefici anual $B(t)$, en %, que produeix una certa inversió, està determinat pel temps $t$ en mesos que es manté aquesta inversió a través de l'expressió següent:

$$B(t) = \frac{36t}{t^2 + 324} + 1, \quad t \geq 0.$$

a) Descriviu l'evolució del benefici en funció del temps durant els primers 30 mesos.
b) Calculeu raonadament quant de temps ha de mantenir-se aquesta inversió per tal que el benefici siga màxim. Quin és el benefici màxim?
c) Quin seria el benefici de la inversió si aquesta es mantinguera en el temps de forma indefinida?

**Problema 3.** S'ha fet un estudi d'un nou tractament en un col·lectiu de 120 persones que pateixen una certa malaltia, 30 de les quals ja l'havien patida anteriorment. Entre les que havien patit la malaltia anteriorment, el 80% ha reaccionat positivament al nou tractament. Entre les que no l'havien patida, ha sigut el 90% el que reaccionà positivament.

a) Si triem un pacient a l'atzar, quina és la probabilitat que no reaccione positivament al nou tractament?
b) Si un pacient ha reaccionat positivament al tractament, quina és la probabilitat que no haja patit la malaltia amb anterioritat?
c) Si triem dos pacients a l'atzar, quina és la probabilitat que els dos hagen patit la malaltia amb anterioritat?

# OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Siga el següent sistema d'inequacions lineals:

$$\begin{cases} x+y \geq 1 \\ x+y \leq 2 \\ -x+y \leq 1 \\ x-y \leq 1 \end{cases}$$

a) Resoleu-lo gràficament.

b) Calculeu el màxim i el mínim de la funció $z = 2x + y$ en el conjunt solució d'aquest sistema.

**Problema 2.** Donada la funció $f(x) = (x^2 + x)^2$. Es demana:

a) El domini i els punts de tall amb els eixos de coordenades.

b) Les equacions de les asímptotes verticals i horitzontals, si n'hi ha.

c) Els intervals de creixement i decreixement.

d) Els màxims i els mínims locals.

e) La representació gràfica a partir de la informació dels apartats anteriors.

**Problema 3.** Una urna A conté cinc boles roges i dues blaves. Una altra urna B conté quatre boles roges i una blava. Prenem a l'atzar una bola de l'urna A i, sense mirar-la, la passem a l'urna B. A continuació extraiem amb reemplaçament dues boles de l'urna B. Calculeu la probabilitat que:

a) Ambdues boles siguen de color roig.

b) Ambdues boles siguen de distint color.

c) Si la primera bola extreta és roja, quina és la probabilitat que la bola que hem passat de l'urna A a l'urna B haja sigut blava?

GENERALITAT VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ, FORMACIÓ I OCUPACIÓ

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2012** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2012 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'EXERCICI A o l'EXERCICI B, del qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Plantea y escribe el sistema de ecuaciones lineales cuya matriz de coeficientes es $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ y cuyo término independiente es $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Resuelve el sistema.

**Problema 2.** Se estima que el beneficio anual $B(t)$, en %, que produce cierta inversión viene determinado por el tiempo $t$ en meses que se mantiene dicha inversión a través de la siguiente expresión:

$$B(t) = \frac{36t}{t^2 + 324} + 1, \quad t \geq 0.$$

a) Describe la evolución del beneficio en función del tiempo durante los primeros 30 meses.

b) Calcula razonadamente cuánto tiempo debe mantenerse dicha inversión para que el beneficio sea máximo. ¿Cuál es el beneficio máximo?

c) ¿Cuál sería el beneficio de dicha inversión si ésta se mantuviera en el tiempo de forma indefinida?

**Problema 3.** Se ha hecho un estudio de un nuevo tratamiento en un colectivo de 120 personas aquejadas de cierta enfermedad, 30 de las cuales ya habían padecido la enfermedad con anterioridad. Entre las que habían padecido la enfermedad con anterioridad, el 80% ha reaccionado positivamente al nuevo tratamiento. Entre las que no la habían padecido, ha sido el 90% el que reaccionó positivamente.

a) Si elegimos un paciente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no reaccione positivamente al nuevo tratamiento?

b) Si un paciente ha reaccionado positivamente al tratamiento, ¿cuál es la probabilidad de que no haya padecido la enfermedad con anterioridad?

c) Si elegimos dos pacientes al azar, ¿cuál es la probabilidad de que los dos hayan padecido la enfermedad con anterioridad?

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Sea el siguiente sistema de inecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x+y \geq 1 \\ x+y \leq 2 \\ -x+y \leq 1 \\ x-y \leq 1 \end{cases}$$

a) Resuélvelo gráficamente.

b) Halla el máximo y el mínimo de la función $z = 2x + y$ en el conjunto solución de dicho sistema.

**Problema 2.** Sea la función $f(x) = (x^2 + x)^2$. Se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Las ecuaciones de sus asíntotas verticales y horizontales, si las hay.

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Los máximos y mínimos locales.

e) La representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

**Problema 3.** Una urna A contiene cinco bolas rojas y dos azules. Otra urna B contiene cuatro bolas rojas y una azul. Tomamos al azar una bola de la urna A y, sin mirarla, la pasamos a la urna B. A continuación extraemos con reemplazamiento dos bolas de la urna B. Halla la probabilidad de que:

a) Ambas bolas sean de color rojo.

b) Ambas bolas sean de distinto color.

c) Si la primera bola extraída es roja, ¿cuál es la probabilidad de que la bola que hemos pasado de la urna A a la urna B haya sido azul?

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2012** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2012 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'exercici A o l'exercici B, del qual cal fer els tres problemes proposats.**
**Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica de les tres.**
**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

## OPCIÓ A

**PROBLEMA 1.** Es puntua de 0 a 2 punts el plantejament del sistema:

$$\begin{cases} 2x+3y-z=3 \\ -4x+2y+z=0 \\ 2x+2y-z=1 \end{cases}$$

El càlcul de la solució ($x=7/2$, $y=2$ i $z=10$) es puntua de 0 a 8.

**PROBLEMA 2.** Per la resposta correcta a l'apartat a) (el benefici creix des del moment inicial fins als 18 mesos i després decreix), es puntua de 0 a 4. La resposta a l'apartat b) (benefici màxim del 2% al cap dels 18 mesos) es puntua de 0 a 3 punts. A la resposta a l'apartat c) (benefici 1% si es manté de forma indefinida), cal assignar de 0 a 3.

**PROBLEMA 3.** L'obtenció de la probabilitat demanada en l'apartat a) ($1/8=0{,}125$) es puntua de 0 a 3 punts; la sol·licitada en l'apartat b) ($27/35=0{,}77143$), de 0 a 4 punts, i la demanada en l'apartat c) ($29/476=0{,}06092$) es puntua de 0 a 3 punts.

## OPCIÓ B

**PROBLEMA 1.** Per la determinació de la regió de vèrtexs
$\{(0,1),(1/2,3/2),(3/2,1/2)$ i $(1,0)\}$

de 0 a 7 punts. Per l'obtenció del mínim i màxim (mínim en el punt $(1,0)$ amb valor 1 i màxim en $(1/2,3/2)$ amb valor $7/2$), de 0 a 3 punts.

**PROBLEMA 2.** a) L'estudi del domini ($\mathbb{R}$) i els punts de tall ($(0,0)$ i $(-1,0)$) es puntua de 0 a 2. L'apartat b)

(no hi ha asímptotes ni horitzontals ni verticals) es qualifica de 0 a 1. c) El creixement i decreixement (creix en $]-1,-0{,}5[\ \cup\ ]0,+\infty[$ i decreix en $]-\infty,-1[\ \cup\ ]-0{,}5,0[$), de 0 a 2. d) El càlcul dels màxims i mínims (té dos

mínims en $(-1,0)$ i en $(0,0)$, i un màxim en $(-0{,}5,\ 0{,}0625)$, es puntua de 0 a 3. e) Per la representació de la

gràfica, de 0 a 2 punts.

**PROBLEMA 3.** L'obtenció de la probabilitat demanada en l'apartat a) (157/252 = 0,62301) es puntua de 0 a 3 punts; la sol·licitada en l'apartat b) (41/126 = 0,32539), de 0 a 4 punts, i la demanada en l'apartat c) ($8/33=0,\widehat{24}$) es qualifica de 0 a 3 punts.

**Cada estudiante elegirá el ejercicio A o el ejercicio B del que se harán los tres problemas propuestos. Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de las tres. Todas las respuestas deben ser debidamente razonadas.**

## OPCIÓN A

**PROBLEMA 1.** Se puntuará de 0 a 2 puntos el planteamiento del sistema:

$$\begin{cases} 2x+3y-z=3 \\ -4x+2y+z=0 \\ 2x+2y-z=1 \end{cases}$$

El cálculo de la solución ($x=7/2$, $y=2$ y $z=10$) se puntuará de 0 a 8.

**PROBLEMA 2.** Por la contestación correcta al apartado a) (el beneficio crece desde el momento inicial hasta los 18 meses y luego decrece) se puntuará de 0 a 4. A la respuesta al apartado b) (beneficio máximo del 2% al cabo de 18 meses) se puntuará de 0 a 3 puntos. A la respuesta al apartado c) (beneficio 1% si se mantiene de forma indefinida) se asignará de 0 a 3.

**PROBLEMA 3.** La obtención de la probabilidad pedida en el apartado a) ($1/8=0{,}125$) se puntuará de 0 a 3 puntos; la solicitada en el apartado b) ($27/35=0{,}77143$) de 0 a 4 puntos y la pedida en el apartado c) ($29/476=0{,}06092$) se puntuará de 0 a 3 puntos.

## OPCIÓN B

**PROBLEMA 1.** Por la determinación de la región de vértices $\{(0,1),(1/2,3/2),(3/2,1/2) \text{ i } (1,0)\}$

de 0 a 7 puntos. Por la obtención del mínimo y máximo (mínimo en el punto $(1,0)$ con valor 1 y máximo en $(1/2,3/2)$ con valor $7/2$) de 0 a 3 puntos.

**PROBLEMA 2.** a) El estudio del dominio ($\mathbb{R}$) y los puntos de corte ($(0,0)$ y $(-1,0)$) se puntuará de 0 a 2. El apartado b) (no hay asíntotas ni horizontales ni verticales) se calificará de 0 a 1. c) El crecimiento y decrecimiento (crece en $]-1,-0{,}5[\ \cup\ ]0,+\infty[$ y decrece en $]-\infty,-1[\ \cup\ ]-0{,}5,0[$) de 0 a 2. d) El cálculo de los máximos y mínimos (tiene dos mínimos en $(-1,0)$ y en $(0,0)$ y un máximo en $(-0{,}5,\ 0{,}0625)$ se puntuará de 0 a 3. e) Por la representación de la gráfica, de 0 a 2 puntos.

**PROBLEMA 3.** La obtención de la probabilidad pedida en el apartado a) ($157/252=0{,}62301$) se puntuará de 0 a 3 puntos; la solicitada en el apartado b) ($41/126=0{,}32539$) de 0 a 4 puntos y la pedida en el apartado c) ($8/33=0,\widehat{24}$) se calificará de 0 a 3 puntos.

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2013** | CONVOCATORIA: JUNIO 2013 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es té el sistema d'equacions $\begin{cases} 2x+5y=a \\ -x-4y=b \\ 2x+y=c \end{cases}$, on $a,\ b$ i $c$ són tres nombres reals. Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La relació que han de verificar els nombres a , $b$ i $c$ perquè el sistema siga compatible. (4 *punts*).
b) La solució del sistema quan $a = -1$, $b = 2$ i $c = 3$. (2 *punts*).
c) La solució del sistema quan els nombres a , $b$ i $c$ verifiquen la relació $a = c = -2b$ . (4 *punts*).

**Problema A.2.** Tenim $O=(0,0,0)$, $A=(1,0,1)$, $B=(2,1,0)$ i $C=(0,2,3)$. Determineu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'àrea del triangle de vèrtexs $O, A$ i $B$, (3 *punts*) i el volum del tetraedre de vèrtexs $O, A, B$ i $C$. (2 *punts*).
b) La distància del vèrtex $C$ al plànol que conté el triangle $OAB$. (3 *punts*).
c) La distància del punt $C'$ al plànol que conté el triangle $OAB$, sent $C'$ el punt mitjà del segment d'extrems $O$ i $C$. (2 *punts*).

**Problema A.3.** Es va estudiar el moviment d'un meteorit del sistema solar durant un mes. Es va obtenir que l'equació de la seua trajectòria $T$ és $y^2 = 2x+9$, sent $-4{,}5 \le x \le 8$ i $y \ge 0$, estant situat el Sol en el punt $(0,0)$. Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La distància del meteorit al Sol des d'un punt $P$ de la seua trajectòria l'abscissa del qual és $x$. (3 *punts*).
b) El punt $P$ de la trajectòria $T$ on el meteorit aconsegueix la distància mínima al Sol. (5 *punts*).
c) La distància mínima del meteorit al Sol. (2 *punts*).

**Nota.** En els tres resultats només cal donar l'expressió algebraica o el valor numèric obtingut, sense esmentar la unitat de mesura, per no haver sigut indicada en l'enunciat.

# OPCIÓ B

**Problema B.1.** Ateses les matrius $A=\begin{pmatrix}-2 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 4 & 2 & -2\end{pmatrix}$ $i$ $B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 5\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$, calculeu **raonadament** el valor dels determinants següents, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) $|A+B|$ i $\left|\frac{1}{2}(A+B)^{-1}\right|$. (4 *punts*).

b) $|(A+B)^{-1}A|$ i $|A^{-1}(A+B)|$. (3 *punts*).

c) $|2ABA^{-1}|$ i $|A^3B^{-1}|$. (3 *punts*).

**Problema B.2.** A partir dels punts $A$ = (1, 0, 1), $B$ = (2, –1, 0), $C$ = (0, 1, 1) i P = (0, –3, 2), es demana calcular **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La distància del punt $P$ al punt $A$. (2 *punts*)
b) La distància del punt $P$ a la recta que passa pels punts $A$ i $B$. (4 *punts*)
c) La distància del punt $P$ al plànol que passa pels punts $A$ , $B$ i $C$. (4 *punts*)

**Problema B.3.** Atesa la funció $f$ definida per $f(x)$ = sen $x$, per a qualsevol valor real $x$, es demana que calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'equació de la recta tangent a la corba $y=f(x)$ en el punt d'abscissa $x = \pi/6$. (4 *punts*).
b) L'equació de la recta normal a la corba $y=f(x)$ en el punt d'abscissa $x = \pi/3$. Es recorda que la recta normal a una corba en un punt $P$ és la recta que passa per aquest punt $P$ i és perpendicular a la recta tangent a la corba en el punt $P$ . (3 *punts*).
c) L'angle format per les rectes determinades en els apartats a) i b). (3 *punts*).

GENERALITAT VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ, CULTURA I ESPORT

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| | |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2013** | CONVOCATORIA: JUNIO 2013 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se tiene el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x+5y=a \\ -x-4y=b \\ 2x+y=c \end{cases}$, donde *a*, *b* y *c* son tres números reales. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La relación que deben verificar los números *a*, *b* y *c* para que el sistema sea compatible. (4 *puntos*).
b) La solución del sistema cuando $a=-1$, $b=2$ y $c=3$. (2 *puntos*).
c) La solución del sistema cuando los números *a*, *b* y *c* verifican la relación $a=c=-2b$. (4 *puntos*).

**Problema A.2.** Sean $O=(0,0,0)$, $A=(1,0,1)$, $B=(2,1,0)$ y $C=(0,2,3)$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El área del triángulo de vértices $O, A$ y $B$, (3 *puntos*) y el volumen del tetraedro de vértices $O, A, B$ y $C$. (2 *puntos*).
b) La distancia del vértice *C* al plano que contiene al triángulo *OAB*. (3 *puntos*).
c) La distancia del punto $C'$ al plano que contiene al triángulo *OAB*, siendo $C'$ el punto medio del segmento de extremos *O* y *C*. (2 *puntos*).

**Problema A.3.** Se estudió el movimiento de un meteorito del sistema solar durante un mes. Se obtuvo que la ecuación de su trayectoria *T* es $y^2=2x+9$, siendo $-4{,}5\le x\le 8$ e $y\ge 0$, estando situado el Sol en el punto $(0,0)$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La distancia del meteorito al Sol desde un punto *P* de su trayectoria cuya abscisa es *x*. (3 *puntos*).
b) El punto *P* de la trayectoria *T* donde el meteorito alcanza la distancia mínima al Sol. (5 *puntos*).
c) Distancia mínima del meteorito al Sol. (2 *puntos*).

**Nota.** En los tres resultados sólo se dará la expresión algebraica o el valor numérico obtenido, sin mencionar la unidad de medida por no haber sido indicada en el enunciado.

# OPCIÓN B

**Problema B.1.** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ $y$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, obtener **razonadamente** el valor de los determinantes siguientes, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) $|A+B|$ y $\left|\frac{1}{2}(A+B)^{-1}\right|$. (4 *puntos*).

b) $|(A+B)^{-1}A|$ y $|A^{-1}(A+B)|$. (3 *puntos*).

c) $|2ABA^{-1}|$ y $|A^3B^{-1}|$. (3 *puntos*).

**Problema B.2.** Dados los puntos $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, -1, 0)$, $C = (0, 1, 1)$ y $P = (0, -3, 2)$, se pide calcular **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La distancia del punto $P$ al punto $A$. (2 *puntos*)
b) La distancia del punto $P$ a la recta que pasa por los puntos $A$ y $B$. (4 *puntos*)
c) La distancia del punto $P$ al plano que pasa por los puntos $A$, $B$ y $C$. (4 *puntos*)

**Problema B.3.** Dada la función $f$ definida por $f(x) = \text{sen } x$, para cualquier valor real $x$, se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = \pi/6$. (4 *puntos*).
b) La ecuación de la recta normal a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = \pi/3$. Se recuerda que la recta normal a una curva en un punto $P$ es la recta que pasa por ese punto $P$ y es perpendicular a la recta tangente a la curva en el punto $P$. (3 *puntos*).
c) El ángulo formado por las rectas determinadas en los apartados a) y b). (3 *puntos*).

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2013** | CONVOCATORIA: JUNIO 2013 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es té el sistema d'equacions $\begin{cases} 2x+5y=a \\ -x-4y=b \\ 2x+y=c \end{cases}$, on *a, b* i *c* són tres nombres reals. Calculeu **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) La relació que han de verificar els nombres a *, b* i *c* perquè el sistema siga compatible. (4 *punts*).
b) La solució del sistema quan $a = -1$, $b = 2$ i $c = 3$. (2 *punts*).
c) La solució del sistema quan els nombres a *, b* i *c* verifiquen la relació $a = c = -2b$. (4 *punts*).

**Solució:** a) $7a+8b-3c=0$. b) $x=2, \quad y=-1$. c) $x=-b, \quad y=0$.

**Problema A.2.** Tenim $O=(0,0,0)$, $A=(1,0,1)$, $B=(2,1,0)$ i $C=(0,2,3)$. Determineu **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) L'àrea del triangle de vèrtexs $O, A$ i $B$, (3 *punts*) i el volum del tetraedre de vèrtexs $O, A, B$ i $C$. (2 *punts*).
b) La distància del vèrtex *C* al plànol que conté el triangle *OAB*. (3 *punts*).
c) La distància del punt *C*' al plànol que conté el triangle *OAB*, sent *C*' el punt mitjà del segment d'extrems *O* i *C*. (2 *punts*).

**Solució:** a) $\frac{\sqrt{6}}{2}=1{,}2247...$; $\frac{7}{6}=1{,}1666...$ . b) $\frac{7}{\sqrt{6}}=2{,}8577...$ . c) $\frac{7}{2\sqrt{6}}=1{,}4289...$

**Problema A.3.** Es va estudiar el moviment d'un meteorit del sistema solar durant un mes. Es va obtenir que l'equació de la seua trajectòria *T* és $y^2=2x+9$, sent $-4{,}5 \le x \le 8$ i $y \ge 0$, estant situat el Sol en el punt $(0,0)$. Calculeu **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) La distància del meteorit al Sol des d'un punt *P* de la seua trajectòria l'abscissa del qual és *x*. (3 *punts*).
b) El punt *P* de la trajectòria *T* on el meteorit aconsegueix la distància mínima al Sol. (5 *punts*).
c) La distància mínima del meteorit al Sol. (2 *punts*).

**Nota.** En els tres resultats només cal donar l'expressió algebraica o el valor numèric obtingut, sense esmentar la unitat de mesura, per no haver sigut indicada en l'enunciat.

**Solució:** a) $\sqrt{x^2+2x+9}$. b) $\left(-1,\sqrt{7}\right)$. c) $\sqrt{8}$.

# OPCIÓ B

**Problema B.1.** Ateses les matrius $A=\begin{pmatrix}-2 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 4 & 2 & -2\end{pmatrix}$ $i$ $B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 5\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$, calculeu **raonadament** el valor dels determinants següents, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) $|A+B|$ i $\left|\frac{1}{2}(A+B)^{-1}\right|$. (4 *punts*).

b) $|(A+B)^{-1}A|$ i $|A^{-1}(A+B)|$. (3 *punts*).

c) $|2ABA^{-1}|$ i $|A^3B^{-1}|$. (3 *punts*).

**Solució:** a) $|A+B|=24$ i $\left|\frac{1}{2}(A+B)^{-1}\right|=\frac{1}{2^3}\frac{1}{24}=5{,}2083\times10^{-3}$. b) $|(A+B)^{-1}A|=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}=0{,}1666...$ i $|A^{-1}(A+B)|=\frac{24}{4}=6$. c) $|2ABA^{-1}|=-32$ i $|A^3B^{-1}|=-16$.

**Problema B.2.** A partir dels punts $A$ = (1, 0, 1), $B$ = (2, –1, 0), $C$ = (0, 1, 1) i P = (0, –3, 2), es demana calcular **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La distància del punt $P$ al punt $A$. (2 *punts*)
b) La distància del punt $P$ a la recta que passa pels punts $A$ i $B$. (4 *punts*)
c) La distància del punt $P$ al plànol que passa pels punts $A$ , $B$ i $C$. (4 *punts*)

**Solució:** a) $\sqrt{11}=3{,}3166...$; b) $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=3{,}2669...$ ; c) $\frac{4}{\sqrt{2}}=2{,}8284...$

**Problema B.3.** Atesa la funció $f$ definida per $f(x)$ = sen $x$, per a qualsevol valor real $x$, es demana que calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'equació de la recta tangent a la corba $y=f(x)$ en el punt d'abscissa $x$ = π/6. (4 *punts*).
b) L'equació de la recta normal a la corba $y=f(x)$ en el punt d'abscissa $x$ = π/3. Es recorda que la recta normal a una corba en un punt $P$ és la recta que passa per aquest punt $P$ i és perpendicular a la recta tangent a la corba en el punt $P$ . (3 *punts*).
c) L'angle format per les rectes determinades en els apartats a) i b). (3 *punts*).

**Solució:** a) $y-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$; b) $y-\frac{\sqrt{3}}{2}=-2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$;

c) $\pi-\arctan\frac{\sqrt{3}}{2}-\arctan 2=1.3207\cdots rad=75.67\cdots^{\circ}$.

S'admetrà $\arctan\frac{\sqrt{3}}{2}+\arctan 2=1.8209\cdots rad=104.32\cdots^{\circ}$.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se tiene el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x+5y=a \\ -x-4y=b \\ 2x+y=c \end{cases}$, donde $a$, $b$ y $c$ son tres números reales. Obtener <u>**razonadamente**</u>, <u>**escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**</u>:

a) La relación que deben verificar los números $a$, $b$ y $c$ para que el sistema sea compatible. (4 *puntos*).

b) La solución del sistema cuando $a=-1$, $b=2$ y $c=3$. (2 *puntos*).

c) La solución del sistema cuando los números $a$, $b$ y $c$ verifican la relación $a=c=-2b$ . (4 *puntos*).

**Solución:** a) $7a+8b-3c=0$ . b) $x=2, \quad y=-1$ . c) $x=-b, \quad y=0$ .

**Problema A.2.** Sean $O=(0,0,0)$, $A=(1,0,1)$, $B=(2,1,0)$ y $C=(0,2,3)$ . Obtener <u>**razonadamente**</u>, <u>**escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**</u>:

a) El área del triángulo de vértices $O, A$ y $B$, (3 *puntos*) y el volumen del tetraedro de vértices $O, A, B$ y $C$ . (2 *puntos*).

b) La distancia del vértice $C$ al plano que contiene al triángulo $OAB$. (3 *puntos*).

c) La distancia del punto $C'$ al plano que contiene al triángulo $OAB$, siendo $C'$ el punto medio del segmento de extremos $O$ y $C$. (2 *puntos*).

**Solución:** a) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}=1{,}2247...$ ; $\dfrac{7}{6}=1{,}1666...$ . b) $\dfrac{7}{\sqrt{6}}=2{,}8577...$ . c) $\dfrac{7}{2\sqrt{6}}=1{,}4289....$ .

**Problema A.3.** Se estudió el movimiento de un meteorito del sistema solar durante un mes. Se obtuvo que la ecuación de su trayectoria $T$ es $y^2=2x+9$, siendo $-4{,}5 \le x \le 8$ e $y \ge 0$, estando situado el Sol en el punto $(0,0)$ . Obtener <u>**razonadamente**</u>, <u>**escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**</u>:

a) La distancia del meteorito al Sol desde un punto $P$ de su trayectoria cuya abscisa es $x$. (3 *puntos*).

b) El punto $P$ de la trayectoria $T$ donde el meteorito alcanza la distancia mínima al Sol. (5 *puntos*).

c) Distancia mínima del meteorito al Sol (2 *puntos*).

**Nota.** En los tres resultados sólo se dará la expresión algebraica o el valor numérico obtenido, sin mencionar la unidad de medida por no haber sido indicada en el enunciado.

**Solución:** a) $\sqrt{x^2+2x+9}$ . b) $\left(-1, \sqrt{7}\right)$ . c) $\sqrt{8}$ .

# OPCIÓN B

**Problema B.1.** Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}-2 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 4 & 2 & -2\end{pmatrix}$ $y$ $B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 5\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$, obtener **razonadamente** el valor de los determinantes siguientes, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

d) $|A+B|$ y $\left|\frac{1}{2}(A+B)^{-1}\right|$. (4 *puntos*).

e) $|(A+B)^{-1}A|$ y $|A^{-1}(A+B)|$ (3 *puntos*).

f) $|2ABA^{-1}|$ y $|A^3B^{-1}|$ (3 *puntos*).

**Solución:** a) $|A+B|=24$ y $\left|\frac{1}{2}(A+B)^{-1}\right|=\frac{1}{2^3}\frac{1}{24}=5{,}2083\times 10^{-3}$. b) $|(A+B)^{-1}A|=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}=0{,}1666...$ y $|A^{-1}(A+B)|=\frac{24}{4}=6$. c) $|2ABA^{-1}|=-32$ y $|A^3B^{-1}|=-16$.

**Problema B.2.** Dados los puntos $A$ = (1, 0, 1), $B$ = (2, –1, 0), $C$ = (0, 1, 1) y $P$ = (0, –3, 2), se pide calcular **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La distancia del punto $P$ al punto $A$. (2 *puntos*)
b) La distancia del punto $P$ a la recta que pasa por los puntos $A$ y $B$. (4 *puntos*)
c) La distancia del punto $P$ al plano que pasa por los puntos $A$, $B$ y $C$. (4 *puntos*)

**Solución:** a) $\sqrt{11}=3{,}3166...$; b) $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=3{,}2669...$ ; c) $\frac{4}{\sqrt{2}}=2{,}8284...$

**Problema B.3.** Dada la función $f$ definida por $f(x)$ = sen $x$, para cualquier valor real $x$, se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La ecuación de la recta tangente a la curva $y=f(x)$ en el punto de abscisa $x=\pi/6$. (4 *puntos*).
b) La ecuación de la recta normal a la curva $y=f(x)$ en el punto de abscisa $x=\pi/3$. Se recuerda que la recta normal a una curva en un punto $P$ es la recta que pasa por ese punto $P$ y es perpendicular a la recta tangente a la curva en el punto $P$. (3 *puntos*).
c) El ángulo formado por las rectas determinadas en los apartados a) y b). (3 *puntos*).

**Solución:** a) $y-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$; b) $y-\frac{\sqrt{3}}{2}=-2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$;

c) $\pi-\arctan\frac{\sqrt{3}}{2}-\arctan 2=1.3207\cdots rad=75.67\cdots^{\text{o}}$.

Se admitirá $\arctan\frac{\sqrt{3}}{2}+\arctan 2=1.8209\cdots rad=104.32\cdots^{\text{o}}$ .

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2013** | CONVOCATORIA: JUNIO 2013 |
| **MATEMÁTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'OPCIÓ A o l'OPCIÓ B, de la qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá la OPCIÓN A o la OPCIÓN B, de la que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Resoleu les següents qüestions:

a) Calculeu les matrius $X$ i $Y$ si sabem que $X+Y=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 4 & 3\end{pmatrix}$ i $2X-Y=\begin{pmatrix}0 & 5\\ -7 & -3\end{pmatrix}$.

b) Obteniu la inversa de la matriu $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.

c) Obteniu la matriu $X$ tal que $XA=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 8 & 6\end{pmatrix}$.

**Problema 2.** Donada la funció $f(x)=\dfrac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3}$, demanem:

a) El seu domini i els punts de tall amb el eixos de coordenades.

b) Equació de les seues asímptotes verticals i horitzontals, si n'hi ha.

c) Intervals de creixement i decreixement.

d) Màxims i mínims locals.

e) Representació gràfica a partir de la informació dels apartats anteriors.

**Problema 3.** Un pot conté 25 caramels de taronja, 12 de llima i 8 de café. S'extrauen dos caramels a l'atzar. Calculeu:

a) La probabilitat que ambdós siguen de taronja.

b) La probabilitat que ambdós siguen del mateix sabor.

c) La probabilitat que cap dels dos siga de café.

# OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Una persona va adquirir al mercat una certa quantitat d'unitats de memòria externa, de lectors de llibres electrònics i de tablets gràfiques a un preu de 100, 120 i 150 euros la unitat, respectivament. L'import total de la compra va ser de 1160€ i el nombre total d'unitats adquirides, 9. A més, va comprar una unitat més de tablets gràfiques que de lectors de llibres electrònics. Quantes unitats va adquirir de cadascun dels productes?

**Problema 2.** Donada la funció

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & \text{si } -2\le x<0 \\ x^2-2x+2 & \text{si } \ 0\le x<3 \\ 3x-1 & \text{si } \ 3\le x\le 5 \end{cases}$$

a) Estudieu la continuïtat de la funció en tots els punts de l'interval $\left[-2,5\right]$.

b) Calculeu els màxims i mínims absoluts de $f(x)$ a l'interval $\left[-2,\frac{5}{2}\right]$.

c) Calculeu $\int_1^2 f(x)dx$.

**Problema 3.** Sabent que $P(A)=0,3$; $P(B)=0,4$ i $P\left(A\middle|B\right)=0,2$, contesteu les següents qüestions:

a) Calculeu $P\left(\overline{A}\cup B\right)$.

b) Calculeu $P\left(B\middle|A\right)$.

c) Calculeu $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)$.

d) Són independents els esdeveniments *A* i *B*? Per què?

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2013** | CONVOCATORIA: JUNIO 2013 |
| **MATEMÁTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'OPCIÓ A o l'OPCIÓ B, de la qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá la OPCIÓN A o la OPCIÓN B, de la que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Resuelve las siguientes cuestiones:

a) Calcula las matrices $X$ e $Y$ sabiendo que $X+Y=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 4 & 3\end{pmatrix}$ y $2X-Y=\begin{pmatrix}0 & 5\\ -7 & -3\end{pmatrix}$.

b) Obtén la inversa de la matriz $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.

c) Obtén la matriz $X$ tal que $XA=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 8 & 6\end{pmatrix}$.

**Problema 2.** Dada la función $f(x)=\dfrac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3}$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Ecuación de sus asíntotas verticales y horizontales, si las hay.

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Máximos y mínimos locales.

e) Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

**Problema 3.** Un tarro contiene 25 caramelos de naranja, 12 de limón y 8 de café. Se extraen dos caramelos al azar. Calcula:

a) La probabilidad de que ambos sean de naranja.

b) La probabilidad de que ambos sean del mismo sabor.

c) La probabilidad de que ninguno sea de café.

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Una persona adquirió en el mercado cierta cantidad de unidades de memoria externa, de lectores de libros electrónicos y de tabletas gráficas a un precio de 100, 120 y 150 euros la unidad, respectivamente. El importe total de la compra fue de 1160€ y el número total de unidades adquiridas 9. Además, compró una unidad más de tabletas gráficas que de lectores de libros electrónicos. ¿Cuántas unidades adquirió de cada producto?

**Problema 2.** Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } -2 \le x < 0 \\ x^2 - 2x + 2 & \text{si } \quad 0 \le x < 3 \\ 3x - 1 & \text{si } \quad 3 \le x \le 5 \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de la función en todos los puntos del intervalo $\left[-2, 5\right]$.

b) Calcula los máximos y mínimos absolutos de $f(x)$ en el intervalo $\left[-2, \frac{5}{2}\right]$.

c) Calcula $\int_1^2 f(x)dx$.

**Problema 3.** Sabiendo que $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,4$ y $P\left(A \middle| B\right) = 0,2$, contesta las siguientes cuestiones:

a) Calcula $P\left(\overline{A} \cup B\right)$.

b) Calcula $P\left(B \middle| A\right)$.

c) Calcula $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$.

d) ¿Son independientes los sucesos *A* y *B*? ¿Por qué?

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2013** | CONVOCATORIA: JUNIO 2013 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'exercici A o l'exercici B, del qual cal fer els tres problemes proposats.**
**Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica de les tres.**
**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

# OPCIÓ A

**PROBLEMA 1.** Pel càlcul correcte de les matrius $X$ i $Y$ ($X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ es puntua de 0 a 4 unts; b) Per l'obtenció de la matriu inversa de $A$ ($A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3/2 \end{pmatrix}$), de 0 a 3 punts; c) Pel valor de la matriu $X$ ($X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ es puntua de 0 a 3 punts).

**PROBLEMA 2**. L'estudi del domini ($\mathbb{R} \setminus \{1, 3\}$) i els punts de tall amb els eixos ($(0, -4/3)$ i $(2,0)$) es puntua de 0 a 2 punts. L'apartat b) (les rectes $x = 1$ i $x = 3$ son asímptotes verticals i $y = -1$ és asímptota horitzontal) es qualifica de 0 a 2 punts. El creixement i decreixement (creix en $]2, 3[\ \cup\ ]3, +\infty[$ i decreix en $]-\infty, 1[\ \cup\ ]1, 2[$), de 0 a 2 punts. El càlcul dels màxims i mínims (te mínim relatiu en $(2, 0)$) es puntua de 0 a 2 punts. Per la representació de la gràfica, de 0 a 2 punts.

**PROBLEMA 3.** L'obtenció de la probabilitat demanada a l'apartat a) ($\frac{10}{33} = 0,\widehat{30}$) es puntua de 0 a 3 punts. La sol·licitada en el b) ($\frac{197}{495} = 0,3\widehat{97}$), de 0 a 4 punts, i la demanada en el c) ($\frac{37}{55} = 0,6\widehat{72}$), de 0 a 3.

# OPCIÓ B

**PROBLEMA 1.** Pel plantejament del sistema $\begin{cases} 100x + 120y + 150z = 1160 \\ x + y + z = 9 \\ z = y + 1 \end{cases}$
de 0 a 5 punts. Per l'obtenció de la solució (2 unitats de memòria, 3 lectors i 4 tauletes), de 0 a 5 punts.

**PROBLEMA 2.** a) Per l'estudi de la continuïtat (contínua en tots els punts de l'interval $[-2, 5]$, excepte en $x = 3$), es puntua de 0 a 3 punts (s'entén que han de justificar la continuïtat en tots els punts de l'interval). b) Pel càlcul dels màxims i mínims (mínim en $(-2, 0)$ i màxim en $(5/2, 13/4)$), de 0 a 3. c) Pel càlcul de la integral ($4/3$), de 0 a 4 punts.

**PROBLEMA 3.** L'obtenció de la probabilitat demanada en l'apartat a) (0,78) es puntua de 0 a 3 punts; la sol·licitada en el b) ($8/30 = 0,2\hat{6}$), de 0 a 2 punts; la demanada en el c) (0,38), de 0 a 3 punts. La resposta correcta a l'apartat d) (són dependents), es puntua de 0 a 2 punts.

**Cada estudiante elegirá el ejercicio A o el ejercicio B del que se harán los tres problemas propuestos. Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de las tres. Todas las respuestas deben ser debidamente razonadas.**

## OPCIÓN A

**PROBLEMA 1.** Por el cálculo correcto de las matrices $X$ e $Y$ ($X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ se puntuará de 0 a 4 puntos; b) Por la obtención de la matriz inversa de $A$ ($A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3/2 \end{pmatrix}$) de 0 a 3 puntos; c) Por el valor de la matriz $X$ ($X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ se puntuará de 0 a 3 puntos).

**PROBLEMA 2.** El estudio del dominio ($\mathbb{R} \setminus \{1,3\}$) y los puntos de corte con los ejes ($(0,-4/3)$ y $(2,0)$) se puntuará de 0 a 2 puntos. El apartado b) (las rectas $x = 1$ y $x = 3$ son asíntotas verticales e $y = -1$ es asíntota horizontal) se calificará de 0 a 2 puntos. El crecimiento y decrecimiento (crece en $]2,3[\ \cup\ ]3,+\infty[$ y decrece en $]-\infty,1[\ \cup\ ]1,2[$) de 0 a 2 puntos. El cálculo de los máximos y mínimos (tiene mínimo relativo en $(2,0)$) se puntuará de 0 a 2 puntos. Por la representación de la gráfica, de 0 a 2 puntos.

**PROBLEMA 3.** La obtención de la probabilidad pedida en el apartado a) ($\frac{10}{33} = 0,\widehat{30}$) se puntuará de 0 a 3 puntos. La solicitada en el b) ($\frac{197}{495} = 0,3\widehat{97}$) de 0 a 4 puntos y la pedida en el c) ($\frac{37}{55} = 0,6\widehat{72}$) de 0 a 3.

## OPCIÓN B

**PROBLEMA 1.** Por el planteamiento del sistema $\begin{cases} 100x + 120y + 150z = 1160 \\ x + y + z = 9 \\ z = y + 1 \end{cases}$ de 0 a 5 puntos. Por la obtención de la solución (2 unidades de memoria, 3 lectores y 4 tabletas) de 0 a 5 puntos.

**PROBLEMA 2.** a) Por el estudio de la continuidad (continua en todos los puntos del intervalo $[-2,5]$, salvo en $x = 3$) se puntuará de 0 a 3 puntos (se entiende que tienen que justificar la continuidad en todos los puntos del intervalo). b) Por el cálculo de los máximos y mínimos (mínimo en $(-2,0)$ y máximo en $(5/2, 13/4)$) de 0 a 3. c) Por el cálculo de la integral ($4/3$) de 0 a 4 puntos.

**PROBLEMA 3.** La obtención de la probabilidad pedida en el apartado a) (0,78) se puntuará de 0 a 3 puntos; la solicitada en el b) ($8/30 = 0,2\hat{6}$) de 0 a 2 puntos; la pedida en el c) (0,38) de 0 a 3 puntos. La contestación correcta al apartado d) (son dependientes) se puntuará de 0 a 2 puntos.

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| | |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2013** | CONVOCATORIA: JULIO 2013 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Comproveu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat,** que:

a) Si el producte de dues matrius quadrades $A$ i $B$ és commutatiu, és a dir, que $AB = BA$, llavors es dedueix que $A^2B^2 = (AB)^2$. (2 *punts*).

b) Que la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 10 \\ 0 & -3 & 7 \end{pmatrix}$ satisfà la relació $A^2 - 3\mathrm{A} + 2\mathrm{I} = O$, sent $I$ i $O$, respectivament, les matrius d'ordre $3\times 3$ unitat i nul·la, (4 *punts*), i que una matriu $A$ tal que $A^2 - 3A + 2I = O$ té matriu inversa. (2 *punts*)

c) Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**, els valors $\alpha$ i $\beta$ que fan que $A^3 = \alpha A + \beta I$, sabent que la matriu $A$ verifica la igualtat $A^2 - 3A + 2I = O$. (2 *punts*).

**Problema A.2.** Tenim les rectes $r_1 : \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = \alpha \\ z = 2 - \alpha \end{cases}$ *i* $r_2 : \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 + \beta \\ z = -1 - 2\beta \end{cases}$, sent $\alpha$ i $\beta$ paràmetres reals.

Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Unes equacions implícites de $r_1$. (2 *punts*).

b) La justificació que les rectes $r_1$ y $r_2$ estan contingudes en un plànol $\pi$ (2 *punts*) i l'equació d'aquest plànol $\pi$. (2 *punts*).

c) L'àrea del triangle de vèrtexs $P, Q$ *i* $R$, sent $P = (-1, 0, 1)$, $Q = (0, 1, 2)$ i $R$ el punt d'intersecció de $r_1$ y $r_2$. (4 punts).

**Problema A.3.** Es donen les funcions $f(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ *i* $g(x) = \ln\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$. Determineu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Les derivades de $f(x)$ i $g(x)$. (4 *punts*).

b) Els dominis de definició de les funcions $f(x)$ i $g(x)$. (3 *punts*).

c) L'expressió simplificada de la funció $f(x) + g(x)$, (1,5 *punts*), i el recorregut d'aquesta funció $f(x) + g(x)$. (1,5 *punts*).

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} \alpha x + y + z = 1 \\ x + \alpha y + z = 1, \\ 3x + 5y + z = 1 \end{cases}$ on $\alpha$ és un paràmetre real.

Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Totes les solucions del sistema quan $\alpha = 7$. (4 *punts*).

b) Els valors de $\alpha$ per als quals el sistema és compatible indeterminat. (3 *punts*).

c) Els valors de $\alpha$ per als quals el sistema és compatible determinat. (3 *punts*).

**Problema B.2.** Es donen les rectes $r:\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$ i $s:\{x - 1 = y - 2 = z$ . Determineu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Un punt i un vector director de cadascuna de les dues rectes. (3 *punts*).

b) La distància entre les rectes $r$ i $s$, (2 *punts*), **justificant** que les rectes $r$ i $s$ es creuen. (2 *punts*).

c) Unes equacions de la recta $t$ que passa pel punt $\left(\frac{41}{57}, -\frac{14}{57}, 0\right)$ i és perpendicular a les rectes $r$ i $s$. (3 *punts*).

**Problema B.3.** En el plànol *XY* està dibuixada una parcel·la $A$ els límits de la qual són dos carrers d'equacions $x = 0$ i $x = 40$, respectivament, una carretera d'equació $y = 0$, i el tram del curs d'un riu, d'equació

$$y = f(x) = 30\sqrt{2x+1}, \quad \text{amb} \quad 0 \le x \le 40, \text{ sent positiu el signe de l'arrel quadrada.}$$

Es pretén urbanitzar un rectangle $R$ inscrit en la parcel·la $A$, de manera que els vèrtexs de $R$ siguen els punts $(x, 0)$, $(x, f(x))$, $(40, f(x))$ i $(40, 0)$.

Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'àrea de la parcel·la $A$. (3 *punts*).

b) Els vèrtexs del rectangle $R$ al qual correspon l'àrea màxima. (5 *punts*).

c) El valor d'aquesta àrea màxima. (2 *punts*).

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2013** | CONVOCATORIA: JULIO 2013 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Comprobar **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado** que:

a) Si el producto de dos matrices cuadradas $A$ y $B$ es conmutativo, es decir que $AB = BA$, entonces se deduce que $A^2B^2 = (AB)^2$. (2 *puntos*).

b) Que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 10 \\ 0 & -3 & 7 \end{pmatrix}$ satisface la relación $A^2 - 3A + 2I = O$, siendo $I$ y $O$, respectivamente, las matrices de orden $3\times 3$ unidad y nula, (4 *puntos*), y que una matriz $A$ tal que $A^2 - 3A + 2I = O$ tiene matriz inversa. (2 *puntos*)

c) Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**, los valores $\alpha$ y $\beta$ tales que $A^3 = \alpha A + \beta I$, sabiendo que la matriz $A$ verifica la igualdad $A^2 - 3A + 2I = O$. (2 *puntos*).

**Problema A.2.** Se dan las rectas $r_1: \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = \alpha \\ z = 2 - \alpha \end{cases}$ $y$ $r_2: \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 + \beta \\ z = -1 - 2\beta \end{cases}$, siendo $\alpha$ y $\beta$ parámetros reales.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Unas ecuaciones implícitas de $r_1$. (2 *puntos*).

b) La justificación de que las rectas $r_1$ y $r_2$ están contenidas en un plano $\pi$, (2 *puntos*) y la ecuación de ese plano $\pi$. (2 *puntos*).

c) El área del triángulo de vértices $P, Q$ $y$ $R$, siendo $P = (-1, 0, 1)$, $Q = (0, 1, 2)$ y $R$ el punto de intersección de $r_1$ y $r_2$. (4 puntos).

**Problema A.3.** Se dan las funciones $f(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ $y$ $g(x) = \ln\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Las derivadas de $f(x)$ y $g(x)$. (4 *puntos*).

b) Los dominios de definición de las funciones $f(x)$ y $g(x)$. (3 *puntos*).

c) La expresión simplificada de la función $f(x) + g(x)$, (1,5 *puntos*), y el recorrido de esta función $f(x) + g(x)$. (1,5 *puntos*).

# OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} \alpha x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & + & \alpha y & + & z & = & 1, \\ 3x & + & 5y & + & z & = & 1 \end{cases}$ donde $\alpha$ es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Todas las soluciones del sistema cuando $\alpha = 7$. (4 *puntos*).
b) Los valores de $\alpha$ para los que el sistema es compatible indeterminado. (3 *puntos*).
c) Los valores de $\alpha$ para los cuales el sistema es compatible determinado. (3 *puntos*).

**Problema B.2.** Se dan las rectas $r: \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$ y $s: \{x - 1 = y - 2 = z$ . Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Un punto y un vector director de cada una de las dos rectas. (3 *puntos*).
b) La distancia entre las rectas $r$ y $s$, (2 *puntos*), **justificando** que las rectas $r$ y $s$ se cruzan. (2 *puntos*).
c) Obtener unas ecuaciones de la recta $t$ que pasa por el punto $\left( \frac{41}{57}, -\frac{14}{57}, 0 \right)$ y es perpendicular a las rectas $r$ y $s$. (3 *puntos*).

**Problema B.3.** En el plano *XY* está dibujada una parcela $A$ cuyos límites son dos calles de ecuaciones $x = 0$ y $x = 40$, respectivamente, una carretera de ecuación $y = 0$, y el tramo del curso de un río de ecuación

$$y = f(x) = 30\sqrt{2x+1}, \quad \text{con} \quad 0 \le x \le 40,$$ siendo positivo el signo de la raíz cuadrada.

Se pretende urbanizar un rectángulo $R$ inscrito en la parcela $A$, de manera que los vértices de $R$ sean los puntos $(x, 0)$, $(x, f(x))$, $(40, f(x))$ y $(40, 0)$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El área de la parcela $A$. (3 *puntos*).
b) Los vértices del rectángulo $R$ al que corresponde área máxima. (5 *puntos*).
c) El valor de dicha área máxima. (2 *puntos*).

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2013** | CONVOCATORIA: JULIO 2013 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Comproveu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat,** que:

a) Si el producte de dues matrius quadrades $A$ i $B$ és commutatiu, és a dir, que $AB = BA$, llavors es dedueix que $A^2B^2 = (AB)^2$. (2 *punts*).

b) Que la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 10 \\ 0 & -3 & 7 \end{pmatrix}$ satisfà la relació $A^2 - 3\mathrm{A} + 2\mathrm{I} = O$, sent $I$ i $O$, respectivament, les matrius d'ordre $3 \times 3$ unitat i nul·la, (4 *punts*), i que una matriu $A$ tal que $A^2 - 3A + 2I = O$ té matriu inversa. (2 *punts*)

c) Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**, els valors $\alpha$ i $\beta$ que fan que $A^3 = \alpha A + \beta I$, sabent que la matriu $A$ verifica la igualtat $A^2 - 3A + 2I = O$. (2 *punts*).

**Solució:** a) La identitat se segueix de $A^2B^2 = A(AB)B = A(BA)B = (AB)^2$. b) Les files de $A^2$ són (1,0,0), (0, –14, 30), (0, –9, 19); les files de $3A$ són (3, 0, 0), (0, –12, 30), (0, –9, 21). Llavors $A^2–3A+2I=O$; $A$ és invertible perquè $A(A-3I)=-2I$, per tant, hi ha una matriu el producte de la qual per $A$ és la matriu unitat. c) De $A^3 = 3A^2 - 2A = 7A - 6I$, es dedueix que $\alpha = 7$, $\beta = -6$.

**Problema A.2.** Tenim les rectes $r_1 : \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = \alpha \\ z = 2 - \alpha \end{cases}$ *i* $r_2 : \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 + \beta \\ z = -1 - 2\beta \end{cases}$, sent $\alpha$ i $\beta$ paràmetres reals.

Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Unes equacions implícites de $r_1$. (2 *punts*).

b) La justificació que les rectes $r_1$ y $r_2$ estan contingudes en un plànol $\pi$, (2 *punts*), i l'equació d'aquest plànol $\pi$. (2 *punts*).

c) L'àrea del triangle de vèrtexs $P$, $Q$ *i* $R$, sent $P = (-1, 0, 1)$, $Q = (0, 1, 2)$ i $R$ el punt d'intersecció de $r_1$ y $r_2$. (4 punts).

**Solució:** a) Unes equacions implícites de $r_1$ són: $x = 1 + 2y$, $z = 2 - y$. b) Les rectes es tallen en el punt $R = (-1, -1, 3)$ i l'equació del plànol que les conté és $-x + 4y + 2z - 3 = 0$. c) El producte vectorial dels vectors $RP$ i $RQ$ és (3, –2, –1) i l'àrea demanada és la meitat del mòdul, això és, $(1/2)14^{1/2} = 1.8708\ldots$

**Problema A.3.** Es donen les funcions $f(x)=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ i $g(x)=\ln\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$. Determineu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Les derivades de $f(x)$ i $g(x)$. (4 *punts*).
b) Els dominis de definició de les funcions $f(x)$ i $g(x)$. (3 *punts*).
c) L'expressió simplificada de la funció $f(x)+g(x)$, (1,5 *punts*), i el recorregut d'aquesta funció $f(x)+g(x)$. (1,5 *punts*).

**Solució:** a) $f'(x) = 1/(1-x^2)$ i $g'(x) = -1/(1-x^2)$. b) Les dues funcions tenen el mateix domini, (–1, 1). c) La funció $f+g$ és constant igual a zero, usant propietats del logaritme o aplicant el resultat de l'apartat (a), per tant, el seu recorregut és $\{0\}$.

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases}\alpha x + y + z = 1\\ x + \alpha y + z = 1,\\ 3x + 5y + z = 1\end{cases}$ on $\alpha$ és un paràmetre real.

Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Totes les solucions del sistema quan $\alpha = 7$. (4 *punts*).
b) Els valors de $\alpha$ per als quals el sistema és compatible indeterminat. (3 *punts*).
c) Els valors de $\alpha$ per als quals el sistema és compatible determinat. (3 *punts*).

**Solució:** a) (λ, λ,1–8 λ), sent λ un nombre real. b) α = 1 i α = 7. c) Qualsevol nombre real α diferent dels de l'apartat (b).

**Problema B.2.** Es donen les rectes $r:\begin{cases}x-y+z=0\\2x+y+z=1\end{cases}$ i $s:\{x-1=y-2=z$. Determineu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Un punt i un vector director de cadascuna de les dues rectes. (3 *punts*).
b) La distància entre les rectes $r$ i $s$, (2 *punts*), **justificant** que les rectes $r$ i $s$ es creuen. (2 *punts*).
c) Unes equacions de la recta $t$ que passa pel punt $\left(\frac{41}{57}, -\frac{14}{57}, 0\right)$ i és perpendicular a les rectes $r$ i $s$. (3 *punts*).

**Solució:** a) La recta $r$ està definida pel punt $P$=(0, ½, ½) i el vector $u$ = (–2, 1, 3). La recta $s$ està definida pel punt $Q$=(1, 2, 0) i el vector $v$ = (1,1,1). b) El plànol que conté $s$ i és paral·lel a $r$ és: $2x - 5y + 3z + 8 = 0$. La distància demanada coincideix amb la distància del punt $P$ a aquest plànol, per la qual cosa d($r,s$) = $7/\sqrt{38}=1{,}1355...$; per tant, les rectes no són coincidents i en no ser paral·leles es creuen. c) $v\wedge u=(2,-5,\ 3)$, $t:\frac{x-41/57}{2}=\frac{y+14/57}{-5}=\frac{z}{3}$. No és necessari calcular $t\cap r=\left\{\left(\frac{10}{19},\frac{9}{38},-\frac{11}{38}\right)\right\}$ i $t\cap s=\left\{\left(\frac{3}{19},\frac{22}{19},-\frac{16}{19}\right)\right\}$, si bé amb aquests dos punts es pot determinar que la seua distància $7/\sqrt{38}=1{,}1355...$) resol part de b).

**Problema B.3.** En el plànol *XY* està dibuixada una parcel·la $A$ els límits de la qual són dos carrers d'equacions $x=0$ i $x=40$, respectivament, una carretera d'equació $y=0$, i el tram del curs d'un riu, d'equació

$y=f(x)=30\sqrt{2x+1}$, amb $0\le x\le 40$, sent positiu el signe de l'arrel quadrada.

Es pretén urbanitzar un rectangle $R$ inscrit en la parcel·la $A$, de manera que els vèrtexs de $R$ siguen els punts $(x,0)$, $(x, f(x))$, $(40, f(x))$ i $(40,0)$.

Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'àrea de la parcel·la $A$. (3 *punts*).
b) Els vèrtexs del rectangle $R$ al qual correspon l'àrea màxima. (5 *punts*).
c) El valor d'aquesta àrea màxima. (2 *punts*).

**Solució:** a) L'àrea de la parcel·la s'obté integrant $f(x)$ entre 0 i 40. S'obté àrea = 7280 unitats d'àrea.
b) L'àrea del rectangle de vèrtexs $(x, 0)$, $(x, f(x))$, $(40, f(x))$, $(40,0)$ ve donada per $g(x) = (40-x)f(x)$. La derivada de $g$ només s'anul·la quan $x = 13$, sent positiva si $x < 13$ i negativa si $x > 13$ ( $g(0) = 1200$, $g(13) = 2430\sqrt{3}$ i $g(40) = 0$ ). Per tant, el rectangle de major àrea s'obté quan $x = 13$. Llavors, els seus vèrtexs són $(13, 0)$, $(13, 90\sqrt{3})$, $(40, 90\sqrt{3})$ i $(40, 0)$. c) $2430\sqrt{3} = 4208{,}88...$ .

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Comprobar **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado** que:

a) Si el producto de dos matrices cuadradas $A$ y $B$ es conmutativo, es decir que $AB = BA$, entonces se deduce que $A^2B^2 = (AB)^2$. (2 *puntos*).

b) Que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 10 \\ 0 & -3 & 7 \end{pmatrix}$ satisface la relación $A^2 - 3A + 2I = O$, siendo $I$ y $O$, respectivamente, las matrices de orden $3\times3$ unidad y nula, (4 *puntos*), y que una matriz $A$ tal que $A^2 - 3A + 2I = O$ tiene matriz inversa. (2 *puntos*)

c) Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**, los valores $\alpha$ y $\beta$ tales que $A^3 = \alpha A + \beta I$, sabiendo que la matriz $A$ verifica la igualdad $A^2 - 3A + 2I = O$. (2 *puntos*).

**Solución:** a) La identidad se sigue de $A^2B^2 = A(AB)B = A(BA)B = (AB)^2$. b) Las filas de $A^2$ son (1,0,0), (0, –14, 30), (0, –9, 19); las filas de $3A$ son (3, 0, 0), (0, –12, 30), (0, –9, 21). Entonces $A^2-3A+2I=O$; $A$ es invertible porque $A(A-3I)= -2I$, luego existe una matriz cuyo producto por $A$ es la matriz unidad. c) De $A^3 = 3A^2 - 2A = 7A - 6I$, se deduce que $\alpha = 7$, $\beta = -6$.

**Problema A.2.** Se dan las rectas $r_1: \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = \alpha \\ z = 2 - \alpha \end{cases}$ *y* $r_2: \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 + \beta \\ z = -1 - 2\beta \end{cases}$, siendo $\alpha$ y $\beta$ parámetros reales.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Unas ecuaciones implícitas de $r_1$. (2 *puntos*).

b) La justificación de que las rectas $r_1$ y $r_2$ están contenidas en un plano $\pi$, (2 *puntos*) y la ecuación de ese plano $\pi$. (2 *puntos*).

c) El área del triángulo de vértices $P$, $Q$ *y* $R$, siendo $P = (-1, 0, 1)$, $Q = (0, 1, 2)$ y $R$ el punto de intersección de $r_1$ y $r_2$. (4 puntos).

**Solución:** a) Unas ecuaciones implícitas de $r_1$ son: $x = 1 + 2y$, $z = 2 - y$. b) Las rectas se cortan en el punto $R = (-1, -1, 3)$ y la ecuación del plano que las contiene es $-x + 4y + 2z - 3 = 0$. c) El producto vectorial de los vectores $RP$ y $RQ$ es (3, –2, –1) y el área pedida es la mitad del módulo, esto es, $(1/2)14^{1/2} = 1.8708\ldots$

**Problema A.3.** Se dan las funciones $f(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ *y* $g(x) = \ln\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Las derivadas de $f(x)$ y $g(x)$. (4 *puntos*).

b) Los dominios de definición de las funciones $f(x)$ y $g(x)$. (3 *puntos*).

c) La expresión simplificada de la función $f(x) + g(x)$, (1,5 *puntos*), y el recorrido de esta función $f(x) + g(x)$. (1,5 *puntos*).

**Solución:** a) $f'(x) = 1/(1-x^2)$ y $g'(x) = -1/(1-x^2)$. b) Las dos funciones tienen el mismo dominio, (–1, 1). c) La función $f+g$ es constante igual a cero, usando propiedades del logaritmo o aplicando el resultado del apartado (a), luego su recorrido es $\{0\}$.

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} \alpha x + y + z = 1 \\ x + \alpha y + z = 1, \\ 3x + 5y + z = 1 \end{cases}$ donde $\alpha$ es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Todas las soluciones del sistema cuando $\alpha = 7$. (4 *puntos*).

b) Los valores de $\alpha$ para los que el sistema es compatible indeterminado. (3 *puntos*).

c) Los valores de $\alpha$ para los cuales el sistema es compatible determinado. (3 *puntos*).

**Solución:** a) (λ, λ,1–8 λ), siendo λ un número real. b) α = 1 y α = 7. c) Cualquier número real α distinto de los del apartado (b).

**Problema B.2.** Se dan las rectas $r: \begin{cases} x-y+z=0 \\ 2x+y+z=1 \end{cases}$ y $s: \{x-1=y-2=z$ . Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Un punto y un vector director de cada una de las dos rectas. (3 *puntos*).

b) La distancia entre las rectas $r$ y $s$ (2 *puntos*), **justificando** que las rectas $r$ y $s$ se cruzan. (2 *puntos*).

c) Obtener unas ecuaciones de la recta $t$ que pasa por el punto $\left(\frac{41}{57}, -\frac{14}{57}, 0\right)$ y es perpendicular a las rectas $r$ y $s$. (3 *puntos*).

**Solución:** a) La recta $r$ está definida por el punto $P$=(0, ½, ½) y el vector $u$ = (–2, 1, 3). La recta $s$ está definida por el punto $Q$=(1, 2, 0) y el vector $v$ = (1,1,1). b) El plano que contiene a $s$ y es paralelo a $r$ es: $2x - 5y + 3z + 8 = 0$. La distancia pedida coincide con la distancia del punto $P$ a este plano, por lo que d($r$, $s$) = $7/\sqrt{38} = 1{,}1355...$; luego las rectas no son coincidentes y al no ser paralelas se cruzan. c) $v \wedge u = (2, -5, 3)$, $t: \frac{x-41/57}{2} = \frac{y+14/57}{-5} = \frac{z}{3}$. No es necesario obtener $t \cap r = \left\{\left(\frac{10}{19}, \frac{9}{38}, -\frac{11}{38}\right)\right\}$ y $t \cap s = \left\{\left(\frac{3}{19}, \frac{22}{19}, -\frac{16}{19}\right)\right\}$, si bien con estos dos puntos se puede obtener que su distancia $7/\sqrt{38} = 1{,}1355...$) resuelve parte de b).

**Problema B.3.** En el plano $XY$ está dibujada una parcela $A$ cuyos límites son dos calles de ecuaciones $x = 0$ y $x = 40$, respectivamente, una carretera de ecuación $y = 0$, y el tramo del curso de un río de ecuación

$y = f(x) = 30\sqrt{2x+1}$, con $0 \le x \le 40$, siendo positivo el signo de la raíz cuadrada.

Se pretende urbanizar un rectángulo $R$ inscrito en la parcela $A$, de manera que los vértices de $R$ sean los puntos $(x, 0)$, $(x, f(x))$, $(40, f(x))$ y $(40, 0)$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El área de la parcela $A$. (3 *puntos*).

b) Los vértices del rectángulo $R$ al que corresponde área máxima. (5 *puntos*).

c) El valor de dicha área máxima. (2 *puntos*).

**Solución:** a) El área de la parcela se obtiene integrando $f(x)$ entre 0 y 40. Resulta área = 7280 unidades de área. b) El área del rectángulo de vértices $(x, 0)$, $(x, f(x))$, $(40, f(x))$, $(40,0)$ viene dada por $g(x) = (40-x)f(x)$. La derivada de $g$ solo se anula cuando $x = 13$, siendo positiva si $x < 13$ y negativa si $x > 13$ ( $g(0) = 1200$, $g(13) = 2430\sqrt{3}$ y $g(40) = 0$ ). Por tanto, el rectángulo de mayor área se obtiene cuando $x = 13$. Entonces sus vértices son $(13, 0)$, $(13, 90\sqrt{3})$, $(40, 90\sqrt{3})$ y $(40, 0)$. c) $2430\sqrt{3} = 4208{,}88...$

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2013** | CONVOCATORIA: JULIO 2013 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'OPCIÓ A o l'OPCIÓ B, de la qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá la OPCIÓN A o la OPCIÓN B, de la que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓ A

## Totes les respostes han de ser degudament raonades.

**Problema 1.** Siguen les matrius:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}\quad \text{i}\quad C=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}.$$

Resoleu l'equació $XAB-XC=2C$ .

**Problema 2.** Una cadena de muntatge està especialitzada en la producció d'un cert model de motocicleta. Els costos de producció en euros, $C(x)$, estan relacionatats amb el nombre de motocicletes fabricades, $x$, mitjançant la següent expressió:

$$C(x)=10x^2+2000x+250000 .$$

Si el preu de venda de cadascuna de les motocicletes és de 8000 euros i es venen totes les motocicletes fabricades, es demana:

a) Definiu la funció d'ingressos que obté la cadena de muntatge en funció de les vendes de les motocicletes produïdes.

b) Quina és la funció que expressa els beneficis de la cadena de muntatge?

c) Quantes motocicletes han de fabricar per a maximitzar els beneficis? A quant ascendiran aquests beneficis?

**Problema 3.** Una empresa de telefonia mòbil ofereix 3 tipus diferents de tarifes, A, B i C, xifrant-se en un 45%, 30% i 25% el percentatge de clients abonats a cadascuna d'elles, respectivament. S'ha detectat que el 3%, 5% i 1% dels abonats a la tarifa A, B i C, respectivament, cancel·len el seu contracte una vegada transcorregut el període de permanència. Es demana:

a) Si un client triat a l'atzar cancel·la el seu contracte una vegada transcorregut el període de permanència, quina és la probabilitat que estiguera abonat a la tarifa C?

b) Quina és la probabilitat que un client triat a l'atzar no cancel·le el seu contracte una vegada transcorregut el període de permanència?

c) Si seleccionem un client a l'atzar, quina és la probabilitat que estiga abonat a la tarifa A i decidisca cancel·lar el seu contracte una vegada transcorregut el període de permanència?

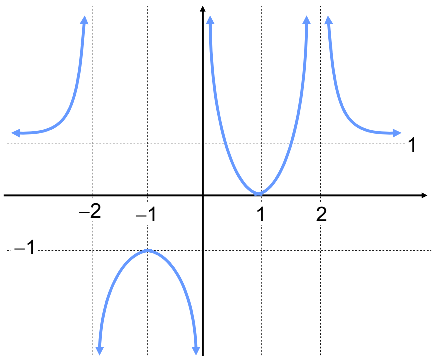
d) Si seleccionem un client a l'atzar, quina és la probabilitat que no estiga abonat a la tarifa B i decidisca cancel·lar el seu contracte una vegada transcorregut el període de permanència?

# OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Un estudiant reparteix propaganda publicitària per a aconseguir ingressos. Li paguen 8 cts. d'euro per cadascun dels impresos col·locats al parabrisa d'un cotxe i 12 cts. per cadascun dipositat a una bústia. Ha calculat que cada dia pot repartir com a màxim 150 impresos i l'empresa li exigeix diàriament que la diferència entre els col·locats en cotxes i el doble dels col·locats en bústies no siga inferior a 30 unitats. A més, ha d'introduir en bústies almenys 15 impresos diàriament. Quants impresos ha de col·locar en cotxes i bústies per a maximitzar els seus ingressos diaris? Quin és aquest ingrés màxim?

**Problema 2.** La gràfica de la funció $f(x)$ és la següent:




Ee demana:

a) El seu domini i els punts d'intersecció amb els eixos de coordenades.

b) Equació de les seues asímptotes verticals i horitzontals, si n'hi ha.

c) Els valors de $x$ per als quals la funció derivada de $f(x)$ és positiva, negativa o nul·la, respectivament.

d) El valor dels següents límits: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ i $\lim_{x\to 0^+} f(x)$.

e) Calculeu $\int_0^1 (x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4)dx$.

**Problema 3.** El 50% dels joves d'una certa població afirma practicar l'esport A i el 40% afirma practicar l'esport B. A més, sabem que el 70% dels joves de l'esmentada població practica l'esport A o el B. Si seleccionem un jove a l'atzar, es demana:

a) La probabilitat que no practique cap dels dos esports.

b) La probabilitat que practique l'esport A i no practique el B.

c) Si practica l'esport B, quina és la probabilitat que practique l'esport A?

d) Són independents els esdeveniments "Practicar l'esport A" i "Practicar l'esport B"? Per què?

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2013** | CONVOCATORIA: JULIO 2013 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'OPCIÓ A o l'OPCIÓ B, de la qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá la OPCIÓN A o la OPCIÓN B, de la que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓN A

## Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.

**Problema 1.** Sean las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}\quad \text{y}\quad C=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}.$$

Resuelve la ecuación $XAB-XC=2C$ .

**Problema 2.** Una cadena de montaje está especializada en la producción de cierto modelo de motocicleta. Los costes de producción en euros, $C(x)$, están relacionados con el número de motocicletas fabricadas, $x$, mediante la siguiente expresión:

$$C(x)=10x^2+2000x+250000.$$

Si el precio de venta de cada motocicleta es de 8000 euros y se venden todas las motocicletas fabricadas, se pide:

a) Definir la función de ingresos que obtiene la cadena de montaje en función de las ventas de las motocicletas producidas.

b) ¿Cuál es la función que expresa los beneficios de la cadena de montaje?

c) ¿Cuántas motocicletas debe fabricar para maximizar beneficios? ¿A cuánto ascenderán estos beneficios?

**Problema 3.** Una empresa de telefonía móvil ofrece 3 tipos diferentes de tarifas, A, B y C, cifrándose en un 45%, 30% y 25% el porcentaje de clientes abonados a cada una ellas, respectivamente. Se ha detectado que el 3%, 5% y 1% de los abonados a la tarifa A, B y C, respectivamente, cancelan su contrato una vez transcurrido el periodo de permanencia. Se pide:

a) Si un cliente elegido al azar cancela su contrato una vez transcurrido el periodo de permanencia ¿cuál es la probabilidad de que estuviera abonado a la tarifa C?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente elegido al azar no cancele su contrato una vez transcurrido el periodo de permanencia?

c) Si se selecciona un cliente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que esté abonado a la tarifa A y decida cancelar su contrato una vez transcurrido el periodo de permanencia?

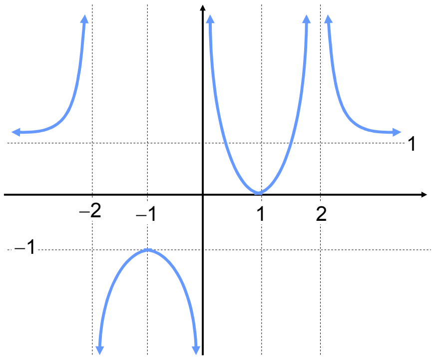
d) Si se selecciona un cliente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no esté abonado a la tarifa B y decida cancelar su contrato una vez transcurrido el periodo de permanencia?

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Un estudiante reparte propaganda publicitaria para conseguir ingresos. Le pagan 8 cts. de euro por cada impreso colocado en el parabrisas de un coche y 12 cts. por cada uno depositado en un buzón. Ha calculado que cada día puede repartir como máximo 150 impresos y la empresa le exige diariamente que la diferencia entre los colocados en coches y el doble de los colocados en buzones no sea inferior a 30 unidades. Además, tiene que introducir en buzones al menos 15 impresos diariamente. ¿Cuántos impresos debe colocar en coches y buzones para maximizar sus ingresos diarios? ¿Cuál es este ingreso máximo?

**Problema 2.** La gráfica de la función $f(x)$ es la siguiente:




Se pide:

a) Su dominio y puntos de intersección con los ejes coordenados.

b) Ecuación de sus asíntotas verticales y horizontales, si las hay.

c) Valores de $x$ para los que la función derivada de $f(x)$ es positiva, negativa o nula, respectivamente.

d) El valor de los siguientes límites: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to 0^+} f(x)$.

e) Calcular $\int_0^1 (x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4)dx$.

**Problema 3.** El 50% de los jóvenes de cierta población afirma practicar el deporte A y el 40% afirma practicar el deporte B. Además, se sabe que el 70% de los jóvenes de dicha población practica el deporte A o el B. Si seleccionamos un joven al azar, se pide:

a) La probabilidad de que no practique ninguno de los dos deportes.

b) La probabilidad de que practique el deporte A y no practique el B.

c) Si practica el deporte B, ¿cuál es la probabilidad de que practique el deporte A?

d) ¿Son independientes los sucesos "Practicar el deporte A" y "Practicar el deporte B"? ¿Por qué?

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2013** | CONVOCATORIA: JULIO 2013 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'exercici A o l'exercici B, del qual cal fer els tres problemes proposats. Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica de les tres. Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

# OPCIÓ A

**PROBLEMA 1.** Pel plantejament (matricial, sistema d'equacions lineals, …) de 0 a 5 punts. Per l'obtenció de la solució, $X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 5/2 \end{pmatrix}$, de 0 a 5 punts.

**PROBLEMA 2.** a) Per definir la funció d'ingressos, $I(x) = 8000x$, fins a 2 punts. b) Per obtenir la funció de beneficis, $B(x) = -10\,x^2 + 6000x - 250000$ , fins a 3 punts. c) Per calcular el nombre de motocicletes que maximitzen els beneficis, 300, fins a 3 punts, per raonar que és un màxim fins a un punt i pel càlcul dels beneficis màxims fins un altre punt.

**PROBLEMA 3.** a) Pel càlcul de la probabilitat demanada, 0,08064, fins a 2,5 punts. b) Pel càlcul de la probabilitat demanada, 0,969, fins a 2,5 punts. c) Pel càlcul de la probabilitat demanada, 0,0135, fins a 2,5 punts. d) Pel càlcul de la probabilitat demanada, 0,016, fins a 2,5 punts.

# OPCIÓ B

**PROBLEMA 1.** Pel plantejament del problema de 0 a 4 punts.: la funció que cal maximitzar és $z = 8x + 12y$, sotmesa a les restriccions

$$\begin{cases} x + y \leq 150 \\ x \geq 2y + 30 \\ \quad y \geq 15 \end{cases}$$

Per la determinació de la regió factible de vèrtex $\{(60, 15), (110,40), (135,15)\}$ de 0 a 3 punts. Per la solució correcta, 110 anuncis en parabrises i 40 en bústies, de 0 a 2 punts i pel càlcul dels ingressos màxims, 13,60€, de 0 a 1 punt. Si la solució s'obté per qualsevol altre mètode raonat i correcte es puntuarà de 0 a 10 punts.

**PROBLEMA 2.** a) Pel domini, $\mathbb{R} \setminus \{-2,0,2\}$, de 0 a 2 punts. b) Per les asímptotes verticals, $x = -2$, $x = 0$ i $x = 2$, de 0 a 1 punt i per la horitzontal, $y = 1$, de 0 a 1 punt. c) Per la determinació dels valors de $x$ on $f'(x)$ és positiva, $]-\infty, -2[\, \cup\, ]-2, -1[\, \cup\, ]1, 2[$; negativa $]-1, 0[\, \cup\, ]0, 1[\, \cup\, ]2, +\infty[$ i nul·la, $\{-1,1\}$ de 0 a 2 punts. d) Per deduir que $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$, de 0 a 1 punt i per la deducció que $\lim_{x\to0+} f(x) = +\infty$, de 0 a 1 punt. e) Pel càlcul de la integral, 17/10, de 0 a 2 punts.

**PROBLEMA 3.** a) Pel càlcul de la probabilitat de que no practique cap esport, 0,3, de 0 a 3 punts. b) Pel de la probabilitat de que practique l'esport A però no el B, 0,3, de 0 a 3 punts. c) Pel càlcul de la probabilitat de que practique l'esport A si practica el B, 0,5, de 0 a 2 punts. d) Pel raonament de la independència dels successos "practicar l'esport A" i "practicar l'esport B", de 0 a 2 punts.

**Cada estudiante elegirá el ejercicio A o el ejercicio B del que se harán los tres problemas propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de las tres.**
**Todas las respuestas deben ser debidamente razonadas.**

## OPCIÓN A

**PROBLEMA 1.** Por el planteamiento (matricial, sistema de ecuaciones lineales,…) de 0 a 5 puntos. Por la obtención de la solución, $X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 5/2 \end{pmatrix}$, de 0 a 5 puntos.

**PROBLEMA 2.** a) Por definir la función de ingresos, $I(x) = 8000x$, hasta 2 puntos. b) Por obtener la función de beneficios, $B(x) = -10\,x^2 + 6000x - 250000$ , hasta 3 puntos. c) Por calcular el número de motocicletas que maximizan los beneficios, 300, hasta 3 puntos; por razonar que es un máximo hasta un punto y por el cálculo de los beneficios máximos hasta otro punto.

**PROBLEMA 3.** a) Por el cálculo de la probabilidad pedida, 0,08064, hasta 2,5 puntos. b) Por el cálculo de la probabilidad pedida, 0,969, hasta 2,5 puntos. c) Por el cálculo de la probabilidad pedida, 0,0135, hasta 2,5 puntos. d) Por el cálculo de la probabilidad pedida, 0,016, hasta 2,5 puntos.

## OPCIÓN B

**PROBLEMA 1.** Por el planteamiento del problema de 0 a 4 puntos.: la función que hay que maximizar es $z = 8x + 12y$, sujeta a las restricciones

$$\begin{cases} x + y \leq 150 \\ x \geq 2y + 30 \\ \quad y \geq 15 \end{cases}$$

Por la determinación de la región factible de vértices $\{(60, 15), (110,40), (135,15)\}$ de 0 a 3 puntos. Por la solución correcta, 110 anuncios en parabrisas y 40 en buzones, de 0 a 2 puntos y por el cálculo de los ingresos máximos, 13,60€, de 0 a 1 punto. Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto se puntuará de 0 a 10 puntos.

**PROBLEMA 2.** a) Por el dominio, $\mathbb{R} \setminus \{-2,0,2\}$, de 0 a 2 puntos. b) Por las asíntotas verticales, $x = -2$, $x = 0$ i $x = 2$, de 0 a 1 punto y por la horizontal, $y = 1$, de 0 a 1 punto. c) Por la determinación de los valores de $x$ donde $f'(x)$ es positiva, $]-\infty, -2[ \cup ]-2, -1[ \cup ]1, 2[$; negativa $]-1,0[ \cup ]0,1[ \cup ]2, +\infty[$ y se anula, $\{-1,1\}$ de 0 a 2 puntos. d) Por deducir que $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$, de 0 a 1 punto y por la deducción que $\lim_{x\to 0+} f(x) = +\infty$, de 0 a 1 punto. e) Por el cálculo de la integral, 17/10, de 0 a 2 puntos.

**PROBLEMA 3.** a) Por el cálculo de la probabilidad de que no practique ningún deporte, 0,3, de 0 a 3 puntos. b) Por el de la probabilidad de que practique el deporte A pero no el B, 0,3, de 0 a 3 puntos. c) Por el cálculo de la probabilidad de que practique el deporte A si practica el B, 0,5, de 0 a 2 puntos. d) Por el razonamiento de son independientes los sucesos “practicar el deporte A” y “practicar el deporte B”, de 0 a 2 puntos.

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2014** | CONVOCATORIA: JUNIO 2014 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Donat el sistema d'equacions $\begin{cases} x+3y+2z = -1 \\ 2x+4y+5z = k-2 \\ x+k^2y+3z = 2k \end{cases}$, on $k$ és un paràmetre real, es demana:

a) Discutir, **d'una manera raonada,** el sistema segons els valors de $k$. (4 *punts*).
b) Obtenir, **d'una manera raonada**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**, totes les solucions del sistema quan $k=-1$. (3 *punts*).
c) Resoldre **d'una manera raonada** el sistema quan $k=0$. (3 *punts*).

**Problema A.2.** Es donen el punt $A=(-1,\ 0,\ 2)$ i les rectes $r: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=z-2$ i $s: \begin{cases} x=-1-2\lambda \\ y=\ 1+3\lambda \\ z=\ 1+\ \lambda \end{cases}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:
a) L'equació del pla $\pi$ que passa pel punt $A$ i conté la recta $r$. (3 *punts*).
b) L'equació del pla $\sigma$ que passa pel punt $A$ i és perpendicular a la recta $s$. (3 *punts*).
c) Un vector direcció de la recta $l$ intersecció dels plans $\pi$ i $\sigma$ (2 *punts*) i la distància entre les rectes $s$ i $l$. (2 *punts*).

**Problema A.3.** Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:
a) El valor de $m$ per al qual la funció $f(x)=\begin{cases} m(x+1)e^{2x}, & x\le 0 \\ \dfrac{(x+1)\sin x}{x}, & x>0 \end{cases}$ és contínua en $x=0$. (3 *punts*).
b) Els intervals de creixement o decreixement de la funció $(x+1)e^{2x}$. (3 *punts*).
c) La integral $\int (x+1)e^{2x}dx$, (2 *punts*) i l'àrea limitada per la corba $y=(x+1)e^{2x}$, i les rectes $x=0,\quad x=1\quad i\quad y=0.$ (2 *punts*).

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es donen les matrius $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2\\ 1\\ -1\end{pmatrix}$ i $C=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 3\end{pmatrix}$

Obteniu **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) La matriu inversa $A^{-1}$ de la matriu *A*. (3 *punts*).

b) La matriu *X* que és solució de l'equació $AX=BC$. (4 *punts*).

c) El determinant de la matriu $2M^3$, sent M una matriu quadrada d'ordre 2 el determinant de la qual val $\frac{1}{2}$. (3 *punts*).

**Problema B.2.** Tenim el triangle *T*, els vèrtexs del qual són $A=(1,\ 2,\ -2)$, $B=(0,\ -3,\ 1)$ $i$ $C=(-1,\ 0,\ 0)$, i els plans $\pi_1: x+y+z+1=0$ i $\pi_2: \begin{cases} x = -\alpha+\beta+1\\ y = \alpha-2\beta\\ z = \alpha+\beta\end{cases}$.

Obteniu **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) La posició relativa del pla $\pi_1$ i del pla que conté al triangle *T*. (4 *punts*).

b) Un vector $\vec{n}_1$ perpendicular al pla $\pi_1$ i un vector $\vec{n}_2$ perpendicular al pla $\pi_2$ (1,5 *punts*), i el cosinus de l'angle format pels vectors $\vec{n}_1$ i $\vec{n}_2$ (1,5 *punts*).

c) Les equacions paramètriques de la recta intersecció dels plans $\pi_1$ i $\pi_2$. (3 *punts*).

**Problema B.3.** Tenim un quadrat de marbre de costat 80 cm. Es produeix el trencament d'un cantó i queda un pentàgon de vèrtexs $A=(0,\ 20)$, $B=(20,\ 0)$, $C=(80,\ 0)$, $D=(80,\ 80)$ i $E=(0,\ 80)$. Per a obtenir una peça rectangular, triem un punt $P=(x,\ y)$ del segment *AB* i fem dos talls paral·lels als eixos *X* i *Y*. Així obtenim un rectangle *R* els vèrtexs del qual són els punts $P=(x,\ y)$, $F=(80,\ y)$, $D=(80,\ 80)$ i $G=(x,\ 80)$.

Obteniu **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) L'àrea del rectangle *R* en funció de *x*, quan $0\le x\le 20$. (3 *punts*).

b) El valor de *x* per al qual l'àrea del rectangle *R* és màxima. (5 *punts*).

c) El valor de l'àrea màxima del rectangle *R*. (2 *punts*).

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2014** | CONVOCATORIA: JUNIO 2014 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x+3y+2z &= -1 \\ 2x+4y+5z &= k-2 \\ x+k^2y+3z &= 2k \end{cases}$, donde $k$ es un parámetro real se pide:

a) Discutir **razonadamente** el sistema según los valores de $k$. (4 *puntos*).
b) Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**, todas las soluciones del sistema cuando $k=-1$. (3 *puntos*).
c) Resolver **razonadamente** el sistema cuando $k=0$. (3 *puntos*).

**Problema A.2.** Se dan el punto $A=(-1,\ 0,\ 2)$ y las rectas $r: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = z-2$ y $s: \begin{cases} x = -1-2\lambda \\ y = \ \ 1+3\lambda \\ z = \ \ 1+\ \lambda \end{cases}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:
a) La ecuación del plano $\pi$ que pasa por el punto $A$ y contiene a la recta $r$. (3 *puntos*).
b) La ecuación del plano $\sigma$ que pasa por el punto $A$ y es perpendicular a la recta $s$. (3 *puntos*)
c) Un vector dirección de la recta $l$ intersección de los planos $\pi$ y $\sigma$ (2 *puntos*) y la distancia entre las rectas $s$ y $l$. (2 *puntos*).

**Problema A.3.** Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:
a) El valor de $m$ para el cual la función $f(x) = \begin{cases} m(x+1)e^{2x}, & x \le 0 \\ \dfrac{(x+1)\operatorname{sen} x}{x}, & x > 0 \end{cases}$ es continua en $x=0$. (3 *puntos*).
b) Los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función $(x+1)e^{2x}$. (3 *puntos*).
c) La integral $\int (x+1)e^{2x}dx$, (2 *puntos*) y el área limitada por la curva $y=(x+1)e^{2x}$ y las rectas $x=0$, $x=1$ e $y=0$. (2 *puntos*).

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2\\ 1\\ -1\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 3\end{pmatrix}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La matriz inversa $A^{-1}$ de la matriz *A*. (3 *puntos*).

b) La matriz *X* que es solución de la ecuación $AX = BC$. (4 *puntos*).

c) El determinante de la matriz $2M^3$, siendo M una matriz cuadrada de orden 2 cuyo determinante vale $\frac{1}{2}$. (3 *puntos*).

**Problema B.2.** Se da el triángulo *T*, cuyos vértices son $A=(1,\ 2,\ -2)$, $B=(0,\ -3,\ 1)$ $y$ $C=(-1,\ 0,\ 0)$, y los planos $\pi_1 : x+y+z+1=0$ y $\pi_2 : \begin{cases} x = -\alpha+\beta+1 \\ y = \alpha-2\beta \\ z = \alpha+\beta \end{cases}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La posición relativa del plano $\pi_1$ y del plano que contiene al triángulo *T*. (4 *puntos*).

b) Un vector $\vec{n}_1$ perpendicular al plano $\pi_1$ y un vector $\vec{n}_2$ perpendicular al plano $\pi_2$ (1,5 *puntos*) y el coseno del ángulo formado por los vectores $\vec{n}_1$ y $\vec{n}_2$ (1,5 *puntos*).

c) Las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos $\pi_1$ y $\pi_2$. (3 *puntos*).

**Problema B.3.** Se tiene un cuadrado de mármol de lado 80 cm. Se produce la rotura de una esquina y queda un pentágono de vértices $A=(0,\ 20)$, $B=(20,\ 0)$, $C=(80,\ 0)$, $D=(80,\ 80)$ y $E=(0,\ 80)$. Para obtener una pieza rectangular se elige un punto $P=(x,\ y)$ del segmento *AB* y se hacen dos cortes paralelos a los ejes *X* e *Y*. Así se obtiene un rectángulo *R* cuyos vértices son los puntos $P=(x,\ y)$, $F=(80,\ y)$, $D=(80,\ 80)$ y $G=(x,\ 80)$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El área del rectángulo *R* en función de *x*, cuando $0 \le x \le 20$. (3 *puntos*).

b) El valor de *x* para el que el área del rectángulo *R* es máxima. (5 *puntos*).

c) El valor del área máxima del rectángulo *R*. (2 *puntos*).

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2014** | CONVOCATORIA: JUNIO 2014 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria). S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Donat el sistema d'equacions $\begin{cases} x+3y+2z = -1 \\ 2x+4y+5z = k-2 \\ x+k^2y+3z = 2k \end{cases}$, on k és un paràmetre real, es demana:

a) Discutir, **d'una manera raonada,** el sistema segons els valors de $k$. (4 *punts*).
b) Obtenir, **d'una manera raonada**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**, totes les solucions del sistema quan $k=-1$. (3 *punts*).
c) Resoldre **d'una manera raonada** el sistema quan $k=0$. (3 *punts*).

**Solució.** a) El determinant de la matriu de coeficients val $1-k^2$. Si $k \neq \pm 1$, el sistema és compatible i determinat. Si $k=1$, el sistema és incompatible, i quan $k=-1$, és compatible indeterminat. b) $x=1-7\alpha$, $y=\alpha$, $z=-1+2\alpha$. c) $x=6, \quad y=-1, \quad z=-2.$

**Problema A.2.** Es donen el punt $A=(-1,\ 0,\ 2)$ i les rectes $r: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=z-2$ i $s: \begin{cases} x=-1-2\lambda \\ y=\ \ 1+3\lambda \\ z=\ \ 1+\ \lambda \end{cases}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'equació del pla $\pi$ que passa pel punt $A$ i conté la recta $r$. (3 *punts*).
b) L'equació del pla $\sigma$ que passa pel punt $A$ i és perpendicular a la recta $s$. (3 *punts*).
c) Un vector direcció de la recta $l$ intersecció dels plans $\pi$ i $\sigma$ (2 *punts*) i la distància entre les rectes $s$ i $l$. (2 *punts*).

**Solució.** a) $-y+3z=6$. b) $-2x+3y+z-4=0$. c) $(5,3,1)$ i $2\sqrt{10}/5=1{,}2649...$ .

**Problema A.3.** Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El valor de $m$ per al qual la funció $f(x)=\begin{cases} m(x+1)e^{2x}, & x\le 0 \\ \frac{(x+1)\sin x}{x}, & x>0 \end{cases}$ és contínua en $x=0$. (3 *punts*).
b) Els intervals de creixement o decreixement de la funció $(x+1)e^{2x}$. (3 *punts*).

c) La integral $\int (x+1)e^{2x}dx$, (2 *punts*) i l'àrea limitada per la corba $y=(x+1)e^{2x}$, i les rectes $x=0,\quad x=1\quad i\quad y=0.$ (2 *punts*).

**Solució.** a) $m=1$. b) Decreixent en $(-\infty, -3/2)$ i creixent en $(-3/2, +\infty)$. c) $\frac{e^{2x}}{4}(1+2x)$; $\text{àrea} = \frac{3e^2-1}{4} = 5{,}2918$.

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es donen les matrius $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2\\ 1\\ -1\end{pmatrix}$ i $C=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 3\end{pmatrix}$

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La matriu inversa $A^{-1}$ de la matriu *A*. (3 *punts*).

b) La matriu *X* que és solució de l'equació $AX = BC$. (4 *punts*).

c) El determinant de la matriu $2M^3$, sent M una matriu quadrada d'ordre 2 el determinant de la qual val $\frac{1}{2}$. (3 *punts*).

**Solució.** a) $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 1 & -2\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$. b) $X = A^{-1}BC=\begin{pmatrix}1 & 1 & -2\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -2 & -6\\ -1 & 1 & 3\\ 1 & -1 & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 3\\ -2 & 2 & 6\\ 1 & -1 & -3\end{pmatrix}$ c) $\frac{1}{2}$.

**Problema B.2.** Tenim el triangle *T*, els vèrtexs del qual són $A=(1,\ 2,\ -2)$, $B=(0,\ -3,\ 1)$ $i$ $C=(-1,\ 0,\ 0)$, i els plans $\pi_1: x+y+z+1=0$ i $\pi_2:\begin{cases}x = -\alpha+\beta+1\\ y = \alpha-2\beta\\ z = \alpha+\beta\end{cases}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La posició relativa del pla $\pi_1$ i del pla que conté al triangle *T*. (4 *punts*).

b) Un vector $\vec{n}_1$ perpendicular al pla $\pi_1$ i un vector $\vec{n}_2$ perpendicular al pla $\pi_2$ (1,5 *punts*), i el cosinus de l'angle format pels vectors $\vec{n}_1$ i $\vec{n}_2$ (1,5 *punts*).

c) Les equacions paramètriques de la recta intersecció dels plans $\pi_1$ i $\pi_2$. (3 *punts*).

**Solució.** a) El pla $\pi_1$ talla el pla $x+y+2z+1=0$, que conté el triangle *T*, en una recta. b) $\vec{n}_1=(1,\ 1,\ 1)$ i $\vec{n}_2=(3,\ 2,\ 1)$; el cosinus de l'angle que formen $\vec{n}_1$ i $\vec{n}_2$ és $\frac{6}{\sqrt{42}}=\sqrt{\frac{6}{7}}=0{,}9258$. c) Un punt de la recta és $(3,-2,-2)$ i un vector direcció és $(1,-2,\ 1)$, per això $x=3+\alpha$, $y=-2-2\alpha$ i $z=-2+\alpha$.

**Problema B.3.** Tenim un quadrat de marbre de costat 80 cm. Es produeix el trencament d'un cantó i queda un pentàgon de vèrtexs $A=(0,\ 20)$, $B=(20,\ 0)$, $C=(80,\ 0)$, $D=(80,\ 80)$ i $E=(0,\ 80)$. Per a obtenir una peça rectangular, triem un punt $P=(x,\ y)$ del segment *AB* i fem dos talls paral·lels als eixos *X* i *Y*. Així obtenim un rectangle *R* els vèrtexs del qual són els punts $P=(x,\ y)$, $F=(80,\ y)$, $D=(80,\ 80)$ i $G=(x,\ 80)$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'àrea del rectangle *R* en funció de *x*, quan $0\le x\le 20$. (3 *punts*).

b) El valor de *x* per al qual l'àrea del rectangle *R* és màxima. (5 *punts*).

c) El valor de l'àrea màxima del rectangle *R*. (2 *punts*).

**Solució.** a) $(80-x)(60+x)$. b) la derivada de l'àrea és $20-2x$, per la qual cosa l'àrea creix quan $0\le x<10$ i decreix quan $10<x\le 20$. Llavors, l'àrea és màxima per a $x=10$. c) L'àrea màxima és 4900 $cm^2$.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x+3y+2z &= -1 \\ 2x+4y+5z &= k-2 \\ x+k^2y+3z &= 2k \end{cases}$, donde k es un parámetro real se pide:

a) Discutir **razonadamente** el sistema según los valores de *k*. (4 *puntos*).

b) Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**, todas las soluciones del sistema cuando $k=-1$. (3 *puntos*).

c) Resolver **razonadamente** el sistema cuando $k=0$. (3 *puntos*).

**Solución.** a) El determinante de la matriz de coeficientes vale $1-k^2$. Si $k \neq \pm 1$ el sistema es compatible y determinado. Si $k=1$ el sistema es incompatible y cuando $k=-1$ es compatible indeterminado. b) $x=1-7\alpha$, $y=\alpha$, $z=-1+2\alpha$. c) $x=6,\quad y=-1,\quad z=-2.$

**Problema A.2.** Se dan el punto $A=(-1,\ 0,\ 2)$ y las rectas $r: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=z-2$ y $s: \begin{cases} x=-1-2\lambda \\ y=\ \ 1+3\lambda \\ z=\ \ 1+\ \lambda \end{cases}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La ecuación del plano $\pi$ que pasa por el punto *A* y contiene a la recta *r*. (3 *puntos*).

b) La ecuación del plano $\sigma$ que pasa por el punto *A* y es perpendicular a la recta *s*. (3 *puntos*)

c) Un vector dirección de la recta *l* intersección de los planos $\pi$ y $\sigma$ (2 *puntos*) y la distancia entre las rectas *s* y *l*. (2 *puntos*).

**Solución.** a) $-y+3z=6.$ b) $-2x+3y+z-4=0$. c) $(5,3,1)$ y $2\sqrt{10}/5=1{,}2649...$ .

**Problema A.3.** Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El valor de *m* para el cual la función $f(x)=\begin{cases} m(x+1)e^{2x}, & x\le 0 \\ \dfrac{(x+1)\operatorname{sen}x}{x}, & x>0 \end{cases}$ es continua en $x=0$. (3 *puntos*).

b) Los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función $(x+1)e^{2x}$. (3 *puntos*).

c) La integral $\int (x+1)e^{2x}dx$, (2 *puntos*) y el área limitada por la curva $y=(x+1)e^{2x}$ y las rectas $x=0,\quad x=1$ e $y=0$. (2 *puntos*).

**Solución.** a) $m=1$. b) Decreciente en $(-\infty,\ -3/2)$ y creciente en $(-3/2,\ +\infty)$

c) $\dfrac{e^{2x}}{4}(1+2x)$; área $=\dfrac{3e^2-1}{4}=5{,}2918$ .

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2\\ 1\\ -1\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 3\end{pmatrix}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La matriz inversa $A^{-1}$ de la matriz *A*. (3 *puntos*).

b) La matriz *X* que es solución de la ecuación $AX = BC$. (4 *puntos*).

c) El determinante de la matriz $2M^3$, siendo M una matriz cuadrada de orden 2 cuyo determinante vale $\frac{1}{2}$. (3 *puntos*).

**Solución.** a) $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 1 & -2\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$. b) $X = A^{-1}BC=\begin{pmatrix}1 & 1 & -2\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -2 & -6\\ -1 & 1 & 3\\ 1 & -1 & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 3\\ -2 & 2 & 6\\ 1 & -1 & -3\end{pmatrix}$ c) $\frac{1}{2}$.

**Problema B.2.** Se da el triángulo *T*, cuyos vértices son $A=(1,\ 2,\ -2)$, $B=(0,\ -3,\ 1)$ *y* $C=(-1,\ 0,\ 0)$, y los planos $\pi_1 : x+y+z+1=0$ y $\pi_2 : \begin{cases} x = -\alpha+\beta+1 \\ y = \alpha-2\beta \\ z = \alpha+\beta \end{cases}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La posición relativa del plano $\pi_1$ y del plano que contiene al triángulo *T*. (4 *puntos*).

b) Un vector $\vec{n}_1$ perpendicular al plano $\pi_1$ y un vector $\vec{n}_2$ perpendicular al plano $\pi_2$ (1,5 *puntos*) y el coseno del ángulo formado por los vectores $\vec{n}_1$ y $\vec{n}_2$ (1,5 *puntos*).

c) Las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos $\pi_1$ y $\pi_2$. (3 *puntos*).

**Solución.** a) El plano $\pi_1$ corta al plano $x+y+2z+1=0$, que contiene al triángulo *T*, en una recta.

b) $\vec{n}_1=(1,\ 1,\ 1)$ y $\vec{n}_2=(3,\ 2,\ 1)$; el coseno del ángulo que forman $\vec{n}_1$ y $\vec{n}_2$ es $\frac{6}{\sqrt{42}}=\sqrt{\frac{6}{7}}=0{,}9258$.

c) Un punto de la recta es $(3,-2,-2)$ y un vector dirección es $(1,-2,\ 1)$, por lo que $x=3+\alpha$, $y=-2-2\alpha$ y $z=-2+\alpha$.

**Problema B.3.** Se tiene un cuadrado de mármol de lado 80 cm. Se produce la rotura de una esquina y queda un pentágono de vértices $A=(0,\ 20)$, $B=(20,\ 0)$, $C=(80,\ 0)$, $D=(80,\ 80)$ y $E=(0,\ 80)$. Para obtener una pieza rectangular se elige un punto $P=(x,\ y)$ del segmento *AB* y se hacen dos cortes paralelos a los ejes *X* e *Y*. Así se obtiene un rectángulo *R* cuyos vértices son los puntos $P=(x,\ y)$, $F=(80,\ y)$, $D=(80,\ 80)$ y $G=(x,\ 80)$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El área del rectángulo *R* en función de *x*, cuando $0 \le x \le 20$. (3 *puntos*).

b) El valor de *x* para el que el área del rectángulo *R* es máxima. (5 *puntos*).

c) El valor del área máxima del rectángulo *R*. (2 *puntos*).

**Solución.** a) $(80-x)(60+x)$. b) la derivada del área es $20-2x$, por lo que el área crece cuando $0 \le x < 10$ y decrece cuando $10 < x \le 20$. Luego el área es máxima para $x=10$. c) El área máxima es 4900 cm$^2$.

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2014** | CONVOCATORIA: JUNIO 2014 |
|---|---|
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'OPCIÓ A o l'OPCIÓ B, de la qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá la OPCIÓN A o la OPCIÓN B, de la que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓ A

## Totes les respostes han de ser degudament raonades.

**Problema 1.** Representa gràficament la regió determinada pel sistema d'inequacions:

$$\begin{cases} x \geq \dfrac{y}{2} \\ 760x + 370y \leq 94500 \\ y + \dfrac{x}{2} \geq 100 \end{cases}$$

i calcula els seus vèrtexs. Quin és el màxim de la funció $f(x,y) = x + y$ en aquesta regió? En quin punt s'aconsegueix?

**Problema 2.** En una sessió, el valor d'una certa acció, en euros, va vindre donat per la funció:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 15 & 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 - 8x + 26 & 3 < x \leq 6 \\ 2x + 2 & 6 < x \leq 8 \end{cases}$$

on $x$ representa el temps, en hores, transcorregut des de l'inici de la sessió. Es demana:

a) Estudiar la continuïtat de $f(x)$.

b) Calcular el valor màxim i el valor mínim que va aconseguir l'acció.

c) En quins moments va convenir comprar i vendre per a maximitzar el benefici? Quin hauria sigut aquest?

**Problema 3.** Una factoria disposa de tres màquines per a fabricar una mateixa peça. La més antiga fabrica 1000 unitats al dia, de les que el 2 % són defectuoses. La segona màquina més antiga, 3000 unitats al dia, de les que l'1,5 % són defectuoses. La més moderna fabrica 4000 unitats al dia, amb el 0,5 % defectuoses. Es demana:

a) Quina és la probabilitat de què una peça triada a l'atzar siga defectuosa?

b) Si una peça triada a l'atzar és defectuosa, quina és la probabilitat de què haja estat fabricada en la màquina més antiga?

c) Sabent que una peça triada a l'atzar no és defectuosa, quina és la probabilitat de què no haja estat fabricada en la màquina més moderna?

# OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Després d'aplicar un descompte del 10 % a cadascun dels preus originals, s'ha pagat per un retolador, un quadern i una carpeta 3,96 euros. Se sap que el preu del quadern és la meitat del preu del retolador i que el preu de la carpeta és igual al preu del quadern més el 20 % del preu del retolador. Calcula el preu original de cada objecte.

**Problema 2.** Donada la funció $f(x)=(x-1)^2(x+2)^2$, es demana:

a) El seu domini i punts de tall amb els eixos de coordenades.

b) Intervals de creixement i decreixement.

c) Màxims i mínims locals.

d) El valor de la integral definida de $f(x)$ entre $x=-1$ i $x=1$.

**Problema 3.** En una empresa el 30 % dels treballadors són tècnics informàtics i el 20 % són tècnics electrònics, mentre que un 10 % tenen les dues especialitats.

a) Calcula la probabilitat de què un treballador d'aquesta empresa seleccionat a l'atzar siga tècnic informàtic o electrònic.

b) Si seleccionem a l'atzar a un tècnic electrònic, quina és la probabilitat de què siga també tècnic informàtic?

c) Si seleccionem un treballador a l'atzar, quina és la probabilitat de què siga un tècnic que té només una de les dues especialitats?

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2014** | CONVOCATORIA: JUNIO 2014 |
|---|---|
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'OPCIÓ A o l'OPCIÓ B, de la qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá la OPCIÓN A o la OPCIÓN B, de la que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓN A

## Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.

**Problema 1.** Representa gráficamente la región determinada por el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x \geq \dfrac{y}{2} \\ 760x + 370y \leq 94500 \\ y + \dfrac{x}{2} \geq 100 \end{cases}$$

y calcula sus vértices. ¿Cuál es el máximo de la función $f(x, y) = x + y$ en esta región? ¿En qué punto se alcanza?

**Problema 2.** En una sesión, el valor de cierta acción, en euros, vino dado por la función:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 15 & 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 - 8x + 26 & 3 < x \leq 6 \\ 2x + 2 & 6 < x \leq 8 \end{cases}$$

donde $x$ representa el tiempo, en horas, transcurrido desde el inicio de la sesión. Se pide:

a) Estudiar la continuidad de $f(x)$.

b) Calcular el valor máximo y el valor mínimo que alcanzó la acción.

c) ¿En qué momentos convino comprar y vender para maximizar el beneficio? ¿Cuál hubiera sido este?

**Problema 3.** Una factoría dispone de tres máquinas para fabricar una misma pieza. La más antigua fabrica 1000 unidades al día, de las que el 2 % son defectuosas. La segunda máquina más antigua, 3000 unidades al día, de las que el 1,5 % son defectuosas. La más moderna fabrica 4000 unidades al día, con el 0,5 % defectuosas. Se pide:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una pieza elegida al azar sea defectuosa?

b) Si una pieza elegida al azar es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada en la máquina más antigua?

c) Sabiendo que una pieza elegida al azar no es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que no haya sido fabricada en la máquina más moderna?

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Después de aplicar un descuento del 10 % a cada uno de los precios originales, se ha pagado por un rotulador, un cuaderno y una carpeta 3,96 euros. Se sabe que el precio del cuaderno es la mitad del precio del rotulador y que el precio de la carpeta es igual al precio del cuaderno más el 20 % del precio del rotulador. Calcula el precio original de cada objeto.

**Problema 2.** Dada la función $f(x) = (x-1)^2(x+2)^2$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) Máximos y mínimos locales.

d) El valor de la integral definida de $f(x)$ entre $x=-1$ y $x=1$.

**Problema 3.** En una empresa el 30 % de los trabajadores son técnicos informáticos y el 20 % son técnicos electrónicos, mientras que un 10 % tienen las dos especialidades.

a) Calcula la probabilidad de que un trabajador de dicha empresa seleccionado al azar sea técnico informático o electrónico.

b) Si seleccionamos al azar a un técnico electrónico, ¿cuál es la probabilidad de que sea también técnico informático?

c) Si seleccionamos un trabajador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea un técnico que tiene solo una de las dos especialidades?

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2014** | CONVOCATORIA: JUNIO 2014 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

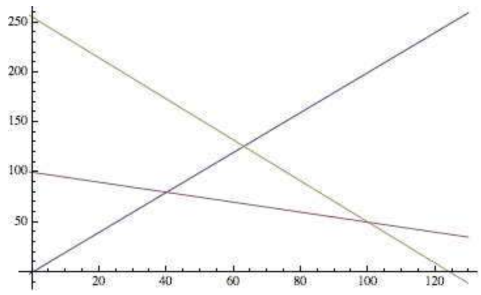
**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'exercici A o l'exercici B, del qual ha de fer els tres problemes proposats.**
**Cada problema és valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

# OPCIÓ A

## Totes les respostes han de ser degudament raonades.

**Problema 1.** De 0 a 5 punts per la representació de la regió:




(Si alguna de les rectes no es dibuixa correctament, de 0 a 3 punts).

De 0 a 4 punts per la determinació dels vèrtexs {(40, 80), (63, 126), (100, 50)} i de 0 a 1 punt pel valor del màxim de la funció, 189, en el punt (63, 126).

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 4 punts per determinar que la funció és contínua en tots els punts de l'interval [0, 8], excepte en $x = 3$. (Si no es justifica la continuïtat en tots els punts de l'interval, de 0 a 3 punts).
**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul del valor màxim, 18 €, que s'aconsegueix al tancament ($x = 8$), i del valor mínim, 10 €, que s'aconsegueix transcorregudes 4 hores des de l'obertura ($x = 4$).
**c)** De 0 a 2 punts pels moments en què va convenir comprar, a les 4 hores ($x = 4$), i vendre, al tancament ($x = 8$). De 0 a 1 punt pel benefici, 8 euros.

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,0106).
**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,2353)
**c)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,4972).

# OPCIÓ B

## Totes les respostes han de ser degudament raonades.

**Problema 1.** De 0 a 5 punts pel plantejament del sistema:

$$\begin{cases} 0,9(x+y+z)=3,96 \\ y=0,5x \\ z=y+0,2x \end{cases}$$

(Si alguna de les equacions no es planteja correctament, de 0 a 3 punts).

De 0 a 5 punts per l'obtenció de la solució (el preu del retolador és 2 €, el del quadern 1€ i el de la carpeta 1,4 €).

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 2 per l'estudi del domini (tot R) i l'obtenció dels punts de tall {(−2,0), (1,0), (0,4)}.
**b)** De 0 a 3 punts per l'estudi del creixement i decreixement (creix en ] −2, −1/2[$\cup$]1, +∞[ i decreix en ]−∞, −2[$\cup$]−1/2, 1[).
**c)** De 0 a 2 punts per l'estudi dels màxims i mínims locals (màxim en $x = -1/2$) i mínims en ($x = -2$ i $x = 1$).
**d)** De 0 a 2 punts pel càlcul de la primitiva i de 0 a 1 per l'aplicació de la regla de Barrow i obtenció del valor de la integral (32/5 = 6,4).

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,4).
**b)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,5).
**c)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,3).

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D’ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D’ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2014** | CONVOCATORIA: JUNIO 2014 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

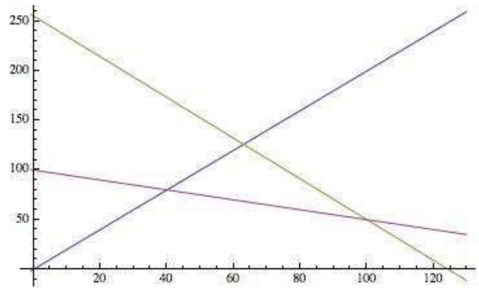
**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiante ha de escoger la opción A o la opción B, de la cual ha de hacer los tres problemas propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

# OPCIÓN A

## Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.

**Problema 1.** De 0 a 5 puntos por la representación de la región:




(Si alguna de las rectas no se dibuja correctamente, de 0 a 3 puntos).

De 0 a 4 puntos por la determinación de los vértices {(40, 80), (63, 126), (100, 50)} y de 0 a 1 punto por el valor del máximo de la función, 189, en el punto (63, 126).

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 4 puntos por determinar que la función es continua en todos los puntos del intervalo [0, 8], salvo en $x = 3$. (Si no se justifica la continuidad en todos los puntos del intervalo, de 0 a 3 puntos).
**b)** De 0 a 3 puntos por el cálculo del valor máximo, 18 €, que se alcanza al cierre ($x = 8$), y del valor mínimo, 10 €, que se alcanza transcurridas 4 horas desde la apertura ($x = 4$).
**c)** De 0 a 2 puntos por los momentos en que convino comprar, a las 4 horas ($x = 4$), y vender, al cierre ($x = 8$). De 0 a 1 punto por el beneficio, 8 euros.

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,0106).
**b)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,2353)
**c)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,4972).

# OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** De 0 a 5 puntos por el planteamiento del sistema:

$$\begin{cases} 0,9(x+y+z)=3,96 \\ y=0,5x \\ z=y+0,2x \end{cases}$$

(Si alguna de las ecuaciones no se plantea correctamente, de 0 a 3 puntos).

De 0 a 5 puntos por la obtención de la solución (el precio del rotulador es 2 €, el del cuaderno 1€ y el de la carpeta 1,4 €).

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 2 por el estudio del dominio (todo R) y la obtención de los puntos de corte $\{(-2,0), (1,0), (0,4)\}$.
**b)** De 0 a 3 puntos por el estudio del crecimiento y decrecimiento (crece en $]-2, -1/2[\cup]1, +\infty[$ y decrece en $]-\infty, -2[\cup]-1/2, 1[$).
**c)** De 0 a 2 puntos por el estudio de los máximos y mínimos locales (máximo en $x=-1/2$) y mínimos en ($x=-2$ y $x=1$).
**d)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de la primitiva y de 0 a 1 por la aplicación de la regla de Barrow y obtención del valor de la integral (32/5 = 6,4).

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,4).
**b)** De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,5).
**c)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,3).

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2014** | CONVOCATORIA: JULIO 2014 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El valor del determinant de la matriu $S=\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$, (2 *punts*), i la matriu $S^{-1}$, sent $S^{-1}$ la matriu inversa de S (2 *punts*). Indiqueu la relació entre el fet que el valor del determinant d'una matriu *S* siga nul o no i el fet que aquesta matriu admeta matriu inversa $S^{-1}$. (1 *punt*).

b) El determinant de la matriu $\left(4\left(T^2\right)\right)^{-1}$, sabent que *T* és una matriu quadrada de 3 files i que 20 és el valor del determinant d'aquesta matriu *T*. (3 *punts*).

c) La solució *a* de l'equació $\begin{vmatrix} a & a^2-1 & -3 \\ a+1 & 2 & a^2+4 \\ -3 & 4a & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & a+1 & -3 \\ a^2-1 & 2 & 4a \\ -3 & a^2+4 & 1 \end{vmatrix}$. (2 *punts*).

**Problema A.2.** Tenim els punts $A=(1,\ 5,\ 7)$ i $B=(3,\ -1,\ -1)$.
Es demana obtenir **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Les equacions dels plans $\pi_1$ i $\pi_2$, que són perpendiculars a la recta *r* que passa pels punts *A* i *B*, sabent que el pla $\pi_1$ passa pel punt $A$, i el pla $\pi_2$ passa pel punt mitjà del segment els extrems del qual són els punts *A* i *B*. (4 *punts, distribuïts en* 2 *punts per cada pla*).
b) La distància entre els plans $\pi_1$ i $\pi_2$. (2 *punts*).
c) Les equacions de la recta *r* que passa pels punts *A i B* (2 *punts*), i els punts de la recta *r* que estan a distància 3 del punt $C=(1,\ 0,\ 1)$. (2 *punts*).

**Problema A.3.** Siga *f* la funció real definida per $f(x)=xe^x-3x$.
Es demana l'obtenció **raonada**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**, de:

a) Els punts de tall de la corba $y=f(x)$ amb l'eix *X*. (2 *punts*).
b) El punt d'inflexió de la corba $y=f(x)$, (2 *punts*), i també la **justificació raonada** que la funció *f* és creixent quan $x>2$. (2 *punts*).
c) L'àrea limitada per l'eix *X* i la corba $y=f(x)$, quan $0\le x\le \ln 3$, on ln significa logaritme neperià. (4 *punts*).

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Tenim el sistema d'equacions lineals $\begin{cases} (1-\alpha)x + 2y + z = 4 \\ x + y - 2z = -4 \\ x + 4y - (\alpha+1)z = -2\alpha \end{cases}$ on $\alpha$ és un paràmetre real.

**<u>Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>:**

a) Els valors del paràmetre $\alpha$ per als quals el sistema és incompatible. (3 *punts*).

b) Els valors del paràmetre $\alpha$ per als quals el sistema és compatible i determinat. (3 *punts*).

c) Totes les solucions del sistema quan $\alpha = 2$ . (4 *punts*).

**Problema B.2.** Es donen les rectes $r \begin{cases} x - y = 0 \\ z = 10 \end{cases}$ i $s \begin{cases} x + y = 8 \\ x + y + z = 13 \end{cases}$.

**<u>Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>:**

a) Un vector director de cada recta (2 *punts*) i la posició relativa de les rectes $r$ i s . (2 *punts*).

b) L'equació del pla que conté la recta $s$ i és paral·lel a la recta $r$. (3 *punts*).

c) La distància entre les rectes $r$ i s . (3 *punts*).

**Problema B.3.** Un club esportiu lloga a l'empresa VR un avió de 80 places per a fer un viatge. Hi ha 60 membres del club que han reservat bitllet. En el contracte de lloguer, s'indica que el preu d'un bitllet serà 800 euros si només viatgen 60 persones, però que el preu per bitllet disminueix en 10 euros per cada viatger addicional a partir d'aquests 60 viatgers que ja han reservat el bitllet.

**<u>Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>:**

a) El total que cobra l'empresa VR si viatgen 61, 70 i 80 passatgers. (1 *punt*).

b) El total que cobra l'empresa VR si viatgen $60 + x$ passatgers, sent $0 \le x \le 20$ . (4 *punts*).

c) El nombre de passatgers entre 60 i 80 que maximitza el que cobra en total l'empresa VR. (5 *punts*).

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2014** | CONVOCATORIA: JULIO 2014 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El valor del determinante de la matriz $S=\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$, (2 *puntos*) y la matriz $S^{-1}$, que es la matriz inversa de la matriz S. (2 *puntos*). Indicar la relación entre que el valor del determinante de una matriz *S* sea o no nulo y la propiedad de que esta matriz admita matriz inversa $S^{-1}$. (1 *punto*).

b) El determinante de la matriz $\left(4\left(T^2\right)\right)^{-1}$, sabiendo que *T* es una matriz cuadrada de 3 filas y que 20 es el valor del determinante de dicha matriz *T*. (3 *puntos*).

c) La solución *a* de la ecuación $\begin{pmatrix} a & a^2-1 & -3 \\ a+1 & 2 & a^2+4 \\ -3 & 4a & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & a+1 & -3 \\ a^2-1 & 2 & 4a \\ -3 & a^2+4 & 1 \end{pmatrix}$. (2 *puntos*).

**Problema A.2.** Se dan los puntos $A=(1,\ 5,\ 7)$ y $B=(3,\ -1,\ -1)$.
Se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Las ecuaciones de los planos $\pi_1$ y $\pi_2$ que son perpendiculares a la recta *r* que pasa por los puntos $A$ y $B$, sabiendo que el plano $\pi_1$ pasa por el punto $A$ y el plano $\pi_2$ pasa por el punto medio del segmento cuyos extremos son los puntos $A$ y $B$. (4 *puntos distribuidos en* 2 *puntos por cada plano*).

b) La distancia entre los planos $\pi_1$ y $\pi_2$. (2 *puntos*).

c) Las ecuaciones de la recta *r* que pasa por los puntos *A* y *B*, (2 *puntos*), y los puntos de la recta *r* que están a distancia 3 del punto $C=(1,\ 0,\ 1)$. (2 *puntos*).

**Problema A.3.** Sea *f* la función real definida por $f(x)=xe^x-3x$.
Se pide la obtención **razonada**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**, de:

a) Los puntos de corte de la curva $y=f(x)$ con el eje *X*. (2 *puntos*).

b) El punto de inflexión de la curva $y=f(x)$, (2 *puntos*), así como la **justificación razonada** de que la función *f* es creciente cuando $x>2$. (2 *puntos*).

c) El área limitada por el eje *X* y la curva $y=f(x)$, cuando $0\le x\le \ln 3$, donde ln significa logaritmo neperiano. (4 *puntos*).

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se tiene el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} (1-\alpha)x+2y+\ z = 4 \\ x+y-\ 2z = -4 \\ x+4y-(\alpha+1)z = -2\alpha \end{cases}$ donde $\alpha$ es un parámetro real.

**<u>Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>:**

a) Los valores del parámetro $\alpha$ para los que el sistema es incompatible. (3 *puntos*).

b) Los valores del parámetro $\alpha$ para los que el sistema es compatible y determinado. (3 *puntos*).

c) Todas las soluciones del sistema cuando $\alpha = 2$. (4 *puntos*).

**Problema B.2.** Se dan las rectas $r \begin{cases} x-y=0 \\ z=10 \end{cases}$ y $s \begin{cases} x+y = 8 \\ x+y+z=13 \end{cases}$.

**<u>Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>:**

a) Un vector director de cada recta (2 *puntos*) y la posición relativa de las rectas *r* y *s*. (2 *puntos*).

b) La ecuación del plano que contiene a la recta *s* y es paralelo a la recta *r*. (3 *puntos*).

c) La distancia entre las rectas *r* y *s*. (3 *puntos*).

**Problema B.3.** Un club deportivo alquila un avión de 80 plazas para realizar un viaje a la empresa VR. Hay 60 miembros del club que han reservado su billete. En el contrato de alquiler se indica que el precio de un billete será 800 euros si sólo viajan 60 personas, pero que el precio por billete disminuye en 10 euros por cada viajero adicional a partir de esos 60 viajeros que ya han reservado el billete.

**<u>Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>:**

a) El total que cobra la empresa VR si viajan 61, 70 y 80 pasajeros. (1 *punto*).

b) El total que cobra la empresa VR si viajan $60+x$ pasajeros, siendo $0 \le x \le 20$. (4 *puntos*).

c) El número de pasajeros entre 60 y 80 que maximiza lo que cobra en total la empresa VR. (5 *puntos*).

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2014** | CONVOCATORIA: JULIO 2014 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria). S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El valor del determinant de la matriu $S = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$, (2 *punts*), i la matriu $S^{-1}$, sent $S^{-1}$ la matriu inversa de S (2 *punts*). Indiqueu la relació entre el fet que el valor del determinant d'una matriu $S$ siga nul o no i el fet que aquesta matriu admeta matriu inversa $S^{-1}$. (1 *punt*).

b) El determinant de la matriu $\left(4\left(T^2\right)\right)^{-1}$, sabent que $T$ és una matriu quadrada de 3 files i que 20 és el valor del determinant d'aquesta matriu $T$. (3 *punts*).

c) La solució $a$ de l'equació $\begin{pmatrix} a & a^2-1 & -3 \\ a+1 & 2 & a^2+4 \\ -3 & 4a & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & a+1 & -3 \\ a^2-1 & 2 & 4a \\ -3 & a^2+4 & 1 \end{pmatrix}$. (2 *punts*).

**Solució:** a) $|S| = 20 \neq 0$, $S^{-1} = \frac{1}{20}\begin{pmatrix} 2 & 13 & -3 \\ -6 & 11 & -1 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$, en ser $|S| \neq 0$ la matriu S té inversa.

b) $\left|4\left(T^2\right)\right|^{-1} = \left(4^3 \times 20^2\right)^{-1} = 3{,}90625 \times 10^{-5}$. c) $a = 2$.

**Problema A.2.** Tenim els punts $A = (1,\ 5,\ 7)$ i $B = (3,\ -1,\ -1)$. Es demana obtenir **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Les equacions dels plans $\pi_1$ i $\pi_2$, que són perpendiculars a la recta $r$ que passa pels punts $A$ i $B$, sabent que el pla $\pi_1$ passa pel punt $A$, i el pla $\pi_2$ passa pel punt mitjà del segment els extrems del qual són els punts $A$ i $B$. (4 *punts, distribuïts en* 2 *punts per cada pla*).

b) La distància entre els plans $\pi_1$ i $\pi_2$. (2 *punts*).

c) Les equacions de la recta $r$ que passa pels punts $A$ *i* $B$ (2 *punts*), i els punts de la recta $r$ que estan a distància 3 del punt $C = (1,\ 0,\ 1)$. (2 *punts*).

**Solució:** a) $\pi_1: x-3y-4z+42=0$; el punt mitjà és $(2,\ 2,\ 3)$ i $\pi_2: x-3y-4z+16=0$ b) $\sqrt{26}$. c) $(x, y, z)=(2+\lambda,\ 2-3\lambda,\ 3-4\lambda)$; $(3,-1,-1)$ i $(2,\ 2,\ 3)$.

**Problema A.3.** Siga *f* la funció real definida per $f(x)=xe^x-3x$.

Es demana l'obtenció **raonada**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**, de:

a) Els punts de tall de la corba $y=f(x)$ amb l'eix *X*. (2 *punts*).

b) El punt d'inflexió de la corba $y=f(x)$, (2 *punts*), i també la **justificació raonada** que la funció *f* és creixent quan $x>2$. (2 *punts*).

c) L'àrea limitada per l'eix *X* i la corba $y=f(x)$, quan $0\le x\le \ln 3$, on ln significa logaritme neperià. (4 *punts*).

**Solució:** a) $(0,0)$; $(\ln 3, 0)$; b) $f''(x)=(2+x)e^x$, d'ací que el punt d'inflexió siga $(-2,\ 6-2e^2)$; $f'(x)=e^x(1+x)-3$, per això $f'(x)>e^2(3)-3>0$, si $x>2$. c) De $\int -(xe^x-3x)dx=e^x-xe^x+\frac{3x^2}{2}$ es dedueix que $\int_0^{\ln 3}-(xe^x-3x)dx=\frac{3}{2}\ln^2 3-3\ln 3+2=0{,}51459$.

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Tenim el sistema d'equacions lineals $\begin{cases}(1-\alpha)x+2y+z=4\\ x+y-2z=-4\\ x+4y-(\alpha+1)z=-2\alpha\end{cases}$ on $\alpha$ és un paràmetre real. **Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) Els valors del paràmetre $\alpha$ per als quals el sistema és incompatible. (3 *punts*).

b) Els valors del paràmetre $\alpha$ per als quals el sistema és compatible i determinat. (3 *punts*).

c) Totes les solucions del sistema quan $\alpha=2$. (4 *punts*).

**Solució:** a) $\alpha=4$. b) $2\ne\alpha\ne 4$. c) $x=\frac{5\lambda}{3}-4,\ y=\frac{\lambda}{3},\ z=\lambda,$ sent $\lambda$ un nombre real.

**Problema B.2.** Es donen les rectes $r\begin{cases}x-y=0\\ z=10\end{cases}$ i $s\begin{cases}x+y=8\\ x+y+z=13\end{cases}$.

**Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) Un vector director de cada recta (2 *punts*) i la posició relativa de les rectes *r* i s . (2 *punts*).

b) L'equació del pla que conté la recta *s* i és paral·lel a la recta *r*. (3 *punts*).

c) La distància entre les rectes *r* i s . (3 *punts*).

**Solució:** a) Vectors direcció són $(1,1,0)$ i $(1,-1,0)$. Les rectes s'encreuen, ja que no es tallen i no són paral·leles. b) $z=5$. c) 5 (n'hi ha prou amb observar que coincideix amb la distància 5 entre els dos plans paral·lels que les contenen, $z=10$ i $z=5$).

**Problema B.3.** Un club esportiu lloga a l'empresa VR un avió de 80 places per a fer un viatge. Hi ha 60 membres del club que han reservat bitllet. En el contracte de lloguer, s'indica que el preu d'un bitllet serà 800 euros si només viatgen 60 persones, però que el preu per bitllet disminueix en 10 euros per cada viatger addicional a partir d'aquests 60 viatgers que ja han reservat el bitllet.

**Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) El total que cobra l'empresa VR si viatgen 61, 70 i 80 passatgers. (1 *punt*).

b) El total que cobra l'empresa VR si viatgen $60+x$ passatgers, sent $0\le x\le 20$. (4 *punts*).

c) El nombre de passatgers entre 60 i 80 que maximitza el que cobra en total l'empresa VR. (5 *punts*).

**Solució:** a) 48190; 49000; 48000. b) $(60+x)(800-10x)$. c) La derivada de l'expressió obtinguda en b) és $200-20x$, que és positiva en $[0,10[$ i negativa en $]10,20]$. Per tant, el nombre de passatgers que maximitza la quantitat abonada a la companyia és 60+10 = 70 passatgers.

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El valor del determinante de la matriz $S=\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$, (2 *puntos*) y la matriz $S^{-1}$, que es la matriz inversa de la matriz S. (2 *puntos*). Indicar la relación entre que el valor del determinante de una matriz *S* sea o no nulo y la propiedad de que esta matriz admita matriz inversa $S^{-1}$. (1 *punto*).

b) El determinante de la matriz $\left(4\left(T^2\right)\right)^{-1}$, sabiendo que *T* es una matriz cuadrada de 3 filas y que 20 es el valor del determinante de dicha matriz *T*. (3 *puntos*).

c) La solución *a* de la ecuación $\begin{vmatrix} a & a^2-1 & -3 \\ a+1 & 2 & a^2+4 \\ -3 & 4a & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & a+1 & -3 \\ a^2-1 & 2 & 4a \\ -3 & a^2+4 & 1 \end{vmatrix}$. (2 *puntos*).

**Solución:** a) $|S|=20\neq 0$, $S^{-1}=\frac{1}{20}\begin{pmatrix} 2 & 13 & -3 \\ -6 & 11 & -1 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$, al ser $|S|\neq 0$ la matriz S tiene inversa.

b) $\left|4\left(T^2\right)\right|^{-1}=\left(4^3\times 20^2\right)^{-1}=3{,}90625\times 10^{-5}$. c) $a=2$.

**Problema A.2.** Se dan los puntos $A=(1,\ 5,\ 7)$ y $B=(3,\ -1,\ -1)$.

Se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Las ecuaciones de los planos $\pi_1$ y $\pi_2$ que son perpendiculares a la recta *r* que pasa por los puntos $A$ y $B$, sabiendo que el plano $\pi_1$ pasa por el punto $A$ y el plano $\pi_2$ pasa por el punto medio del segmento cuyos extremos son los puntos $A$ y $B$. (4 *puntos distribuidos en* 2 *puntos por cada plano*).

b) La distancia entre los planos $\pi_1$ y $\pi_2$. (2 *puntos*).

c) Las ecuaciones de la recta *r* que pasa por los puntos *A* y *B*, (2 *puntos*), y los puntos de la recta r que están a distancia 3 del punto $C=(1,\ 0,\ 1)$. (2 *puntos*).

**Solución:** a) $\pi_1: x-3y-4z+42=0$; el punto medio es $(2,\ 2,\ 3)$ y $\pi_2: x-3y-4z+16=0$ b) $\sqrt{26}$. c) $(3,-1,-1)$ y $(2,\ 2,\ 3)$.

**Problema A.3.** Sea *f* la función real definida por $f(x)=xe^x-3x$.

Se pide la obtención **razonada**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**, de:

a) Los puntos de corte de la curva $y=f(x)$ con el eje *X*. (2 *puntos*).

b) El punto de inflexión de la curva $y=f(x)$, (2 *puntos*), así como la **justificación razonada** de que la función *f* es creciente cuando $x>2$. (2 *punto*).

c) El área limitada por el eje *X* y la curva $y=f(x)$, cuando $0\leq x\leq \ln 3$, donde ln significa logaritmo neperiano. (4 *puntos*).

**Solución:** a) $(0,0)$; $(\ln 3, 0)$; b) $f''(x)=(2+x)e^x$, luego el punto de inflexión es $(2,\ 2e^2-6)$; $f'(x)=e^x(1+x)-3$, por lo que $f'(x)>e^2(3)-3>0$, si $x>2$. c) De $\int -(xe^x-3x)dx = e^x - xe^x + \frac{3x^2}{2}$ se deduce que $\int_0^{\ln 3} -(xe^x-3x)dx = \frac{3}{2}\ln^2 3 - 3\ln 3 + 2 = 0{,}51459$.

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se tiene el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} (1-\alpha)x + 2y + z = 4 \\ x + y - 2z = -4 \\ x + 4y - (\alpha+1)z = -2\alpha \end{cases}$ donde $\alpha$ es un parámetro real.

**<u>Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>:**

a) Los valores del parámetro $\alpha$ para los que el sistema es incompatible. (3 *puntos*).

b) Los valores del parámetro $\alpha$ para los que el sistema es compatible y determinado. (3 *puntos*).

c) Todas las soluciones del sistema cuando $\alpha = 2$. (4 *puntos*).

**Solución:** a) $\alpha = 4$. b) $2 \neq \alpha \neq 4$. c) $x = \frac{5\lambda}{3} - 4,\ y = \frac{\lambda}{3},\ z = \lambda,$ siendo $\lambda$ un número real.

**Problema B.2.** Se dan las rectas $r \begin{cases} x - y = 0 \\ z = 10 \end{cases}$ y $s \begin{cases} x + y = 8 \\ x + y + z = 13 \end{cases}$.

**<u>Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>:**

a) Un vector director de cada recta (2 *puntos*) y la posición relativa de las rectas *r* y *s*. (2 *puntos*).

b) La ecuación del plano que contiene a la recta *s* y es paralelo a la recta *r*. (3 *puntos*).

c) La distancia entre las rectas *r* y *s*. (3 *puntos*).

**Solución:** a) Vectores dirección son $(1,1,0)$ y $(1,-1,0)$. Las rectas se cruzan, pues no se cortan y no son paralelas. b) $z = 5$. c) 5 (es suficiente con observar que coincide con la distancia 5 entre los dos planos paralelos que las contienen, $z = 10$ y $z = 5$).

**Problema B.3.** Un club deportivo alquila un avión de 80 plazas para realizar un viaje a la empresa VR. Hay 60 miembros del club que han reservado su billete. En el contrato de alquiler se indica que el precio de un billete será 800 euros si sólo viajan 60 personas, pero que el precio por billete disminuye en 10 euros por cada viajero adicional a partir de esos 60 viajeros que ya han reservado el billete.

**<u>Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>:**

a) El total que cobra la empresa VR si viajan 61, 70 y 80 pasajeros. (1 *punto*).

b) El total que cobra la empresa VR si viajan $60 + x$ pasajeros, siendo $0 \le x \le 20$. (4 *puntos*).

c) El número de pasajeros entre 60 y 80 que maximiza lo que cobra en total la empresa VR. (5 *puntos*).

**Solución:** a) 48190; 49000; 48000. b) $(60 + x)(800 - 10x)$. c) La derivada de la expresión obtenida en b) es $200 - 20x$, que es positiva en $[0,10[$ y negativa en $]10,20]$. Por tanto el número de pasajeros que maximiza la cantidad abonada a la compañía es 60+10 = 70 pasajeros.

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2014** | CONVOCATORIA: 2014 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'OPCIÓ A o l'OPCIÓ B, de la qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá la OPCIÓN A o la OPCIÓN B, de la que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓ A

## Totes les respostes han de ser degudament raonades.

**Problema 1.** Dues matrius $A$ i $B$ satisfan les igualtats següents:

$$A+B=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad A-B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcula $A$ i $B$.

b) Calcula la matriu $X$ sabent que $AXA = B$.

**Problema 2.** Donada la funció $f(x)=\dfrac{x^2-8x+16}{x^2-8x+15}$, es demana:

a) El seu domini i punts de tall amb els eixos de coordenades.

b) Equació de les seues asímptotes verticals i horitzontals.

c) Intervals de creixement i decreixement.

d) Màxims i mínims locals.

e) Representació gràfica a partir de la informació dels apartats anteriors.

**Problema 3.** Provem una vacuna contra la grip en un grup de 400 persones, de les que 180 són homes i 220 dones. De les dones, 25 contrauen la grip i dels homes 23. Calcula les probabilitats següents:

a) Que al seleccionar una persona a l'atzar resulte que no té grip.

b) Que al seleccionar una persona a l'atzar resulte ser una dona que no té grip.

c) Que seleccionada una persona a l'atzar que no té grip, resulte ser un home.

d) Que seleccionada una dona a l'atzar, resulte no tenir grip.

# OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Una certa persona inverteix un total de 7000 € en accions de les empreses A i B i en un dipòsit a 12 mesos a l'1 %. Passat un any, ven les seues accions i obté una rendibilitat del 5 % en les accions de l'empresa A i del 3 % en les de B. El benefici total de les tres inversions és 202 €. Determina quina quantitat va destinar a cada inversió si sabem que els diners totals destinats a comprar accions van superar en 2600 € als diners del dipòsit.

**Problema 2.** Siga la funció $f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{x} & 2 \le x < 5 \\ x^2 - 3x - 8 & 5 \le x \le 7 \end{cases}$

a) Calcula el valor de $a$ per al que $f(x)$ és contínua en l'interval [2,7].

b) Per a $a$ = 15, estudia el creixement i decreixement de $f(x)$ en l'interval [2,7].

c) Calcula $\int_5^6 f(x)dx$.

**Problema 3.** La probabilitat de què ocórrega el contrari d'un succés A és 1/3; la probabilitat d'un succés B és 3/4 i la probabilitat que ocórreguen alhora els successos A i B és 5/8.

a) Calcula la probabilitat de què ocórrega el succés A o el succés B.

b) Calcula la probabilitat de què no ocórrega ni el succés A ni el succés B.

c) Calcula la probabilitat de què ocórrega A, tot sabent que ha ocorregut B.

d) Són independents els successos A i B? Raona la teua resposta.

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2014** | CONVOCATORIA: 2014 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar l'OPCIÓ A o l'OPCIÓ B, de la qual s'han de fer els TRES problemes proposats. ELS TRES PROBLEMES PUNTUEN PER IGUAL.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica per a fer l'examen. Es prohibeix la utilització indeguda d'aquesta (per a guardar fórmules en la memòria).

BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá la OPCIÓN A o la OPCIÓN B, de la que se harán los TRES problemas propuestos. LOS TRES PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.**
**Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para realizar el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).**

# OPCIÓN A

## Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.

**Problema 1.** Dos matrices $A$ y $B$ satisfacen las siguientes igualdades:

$$A+B=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 3 & 0\end{pmatrix},\quad A-B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$$

a) Calcula $A$ y $B$.

b) Calcula la matriz $X$ sabiendo que $AXA=B$.

**Problema 2.** Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2-8x+16}{x^2-8x+15}$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Ecuación de sus asíntotas verticales y horizontales.

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Máximos y mínimos locales.

e) Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

**Problema 3.** Probamos una vacuna contra la gripe en un grupo de 400 personas, de las que 180 son hombres y 220 mujeres. De las mujeres, 25 contraen la gripe y de los hombres 23. Calcula las siguientes probabilidades:

a) Que al seleccionar una persona al azar resulte que no tiene gripe.

b) Que al seleccionar una persona al azar resulte ser una mujer que no tiene gripe.

c) Que seleccionada una persona al azar que no tiene gripe, resulte ser un hombre.

d) Que seleccionada una mujer al azar, resulte no tener gripe.

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Cierta persona invierte un total de 7000 € en acciones de las empresas A y B y en un depósito a 12 meses al 1 %. Pasado un año, vende sus acciones, obteniendo una rentabilidad del 5 % en las acciones de la empresa A y del 3 % en las de B. El beneficio total de sus tres inversiones es 202 €. Determina qué cantidad destinó a cada inversión si sabemos que el dinero total destinado a comprar acciones superó en 2600 € al dinero del depósito.

**Problema 2.** Sea la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{x} & 2 \le x < 5 \\ x^2 - 3x - 8 & 5 \le x \le 7 \end{cases}$

a) Calcula el valor de *a* para el que $f(x)$ es continua en el intervalo [2,7].

b) Para *a* = 15, estudia el crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ en el intervalo [2,7].

c) Calcula $\int_5^6 f(x)dx$.

**Problema 3.** La probabilidad de que ocurra el contrario de un suceso A es 1/3; la probabilidad de un suceso B es 3/4 y la probabilidad de que ocurran a la vez los sucesos A y B es 5/8.

a) Calcula la probabilidad de que ocurra el suceso A o el suceso B.

b) Calcula la probabilidad de que no ocurra ni el suceso A ni el suceso B.

c) Calcula la probabilidad de que ocurra A, sabiendo que ha ocurrido B.

d) ¿Son independientes los sucesos A y B? Razona tu respuesta.

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2014** | CONVOCATORIA: JULIO 2014 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'exercici A o l'exercici B, del qual ha de fer els tres problemes proposats.**
**Cada problema és valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.**

**a)** De 0 a 3 punts pel plantejament per a calcular les matrius $A$ i $B$. De 0 a 2 punts pel càlcul de $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ i $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$.

**b)** De 0 a 3 punts pel plantejament del sistema o per aïllar correctament la matriu $X$ en funció de $A$ i $B$. De 0 a 2 punts pel càlcul de $X=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 1/4 & -11/4\end{pmatrix}$.

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 2 per l'estudi del domini (R-{3, 5}) i l'obtenció dels punts de tall {(4,0), (0, 16/15)}.
**b)** De 0 a 2 punts per l'obtenció de les asímptotes (les rectes $x = 3$ i $x = 5$ són les asímptotes verticals i la recta $y = 1$ és asímptota horitzontal).
(Si no s'escriuen les equacions de les rectes i només es calculen els límits, es puntuarà de 0 a 1 punt).
**c)** De 0 a 2 punts per l'estudi del creixement i decreixement (creix en $]-\infty, 3[\cup]3, 4[$ i decreix en $]4, 5[\cup]5, +\infty[$).
**d)** De 0 a 2 punts per l'estudi dels màxims i mínims locals (màxim en $x = 4$).
**e)** De 0 a 2 punts per la representació gràfica.

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (22/25 = 0,88).
**b)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (39/80 = 0,4875).
**c)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (157/352 $\approx$ 0,4460).
**d)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (39/44 $\approx$ 0,8864).

# OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** De 0 a 5 punts pel plantejament del sistema:

$$\begin{cases} x+y+z=7000 \\ 0,05x+0,03y+0,01z=202 \\ x+y-z=2600 \end{cases}$$

(Si alguna de les equacions no es planteja correctament, es puntuarà de 0 a 3 punts).

De 0 a 5 punts per l'obtenció de la solució (1800 € invertits en accions d'A, 3000 € en accions de B i 2200 € en el dipòsit).

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 3 per l'obtenció del valor $a = 10$.
**b)** De 0 a 3 punts per l'estudi del creixement i decreixement (decreix en [ 2, 5[ i creix en ] 5, 7]).
**c)** De 0 a 2 punts pel càlcul correcte de la primitiva i de 0 a 2 per l'aplicació de la regla de Barrow i obtenció del valor de la integral (35/6 ≈ 5,8333).

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (19/24 ≈ 0,7917).
**b)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (5/24 ≈ 0,2083).
**c)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (5/6 ≈ 0,8333).
**d)** De 0 a 2,5 punts pel raonament de què els successos no són independents.

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2014** | CONVOCATORIA: JULIO 2014 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiante ha de escoger la opción A o la opción B, de la cual ha de hacer los tres problemas propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.**

**a)** De 0 a 3 puntos por el planteamiento para calcular las matrices *A* y *B*. De 0 a 2 puntos por el cálculo de $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$.

**b)** De 0 a 3 puntos por el planteamiento del sistema o por despejar correctamente la matriz *X* en función de *A* y *B*. De 0 a 2 puntos por el cálculo de $X=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 1/4 & -11/4\end{pmatrix}$.

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 2 por el estudio del dominio (R−{3, 5}) y la obtención de los puntos de corte {(4,0), (0, 16/15)}.
**b)** De 0 a 2 puntos por la obtención de las asíntotas (las rectas $x = 3$ y $x = 5$ son las asíntotas verticales y la recta $y = 1$ es asíntota horizontal).
(Si no se escriben las ecuaciones de las rectas y solo se calculan los límites, se puntuará de 0 a 1 punto).
**c)** De 0 a 2 puntos por el estudio del crecimiento y decrecimiento (crece en $]-\infty, 3[\cup]3, 4[$ y decrece en $]4, 5[\cup]5, +\infty[$).
**d)** De 0 a 2 puntos por el estudio de los máximos y mínimos locales (máximo en $x = 4$).
**e)** De 0 a 2 puntos por la representación gráfica.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (22/25 = 0,88).
**b)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (39/80 = 0,4875).
**c)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (157/352 ≈ 0,4460).
**d)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (39/44 ≈ 0,8864).

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.** De 0 a 5 puntos por el planteamiento del sistema:

$$\begin{cases} x+y+z=7000 \\ 0,05x+0,03y+0,01z=202 \\ x+y-z=2600 \end{cases}$$

(Si alguna de las ecuaciones no se plantea correctamente, se puntuará de 0 a 3 puntos).

De 0 a 5 puntos por la obtención de la solución (1800 € invertidos en acciones de A, 3000 € en acciones de B y 2200 € en el depósito).

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 3 por la obtención del valor $a=10$.
**b)** De 0 a 3 puntos por el estudio del crecimiento y decrecimiento (decrece en [ 2, 5[ y crece en ] 5, 7]).
**c)** De 0 a 2 puntos por el cálculo correcto de la primitiva y de 0 a 2 por la aplicación de la regla de Barrow y obtención del valor de la integral (35/6 ≈ 5,8333).

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (19/24 ≈ 0,7917).
**b)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (5/24 ≈ 0,2083).
**c)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (5/6 ≈ 0,8333).
**d)** De 0 a 2,5 puntos por el razonamiento de que los sucesos no son independientes.

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2015** | CONVOCATORIA: JUNIO 2015 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es donen les matrius $A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 2 & 2\end{pmatrix}$ i $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -2\end{pmatrix}$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La matriu inversa de la matriu $A$. (2 *punts*)

b) Las matrius $X$ i $Y$ d'ordre $2\times 2$ tals que $XA=B$ i $AY=B$. (2 + 2 *punts*)

c) **Justifiqueu raonadament** que si $M$ és una matriu quadrada tal que $M^2=I$, on $I$ és la matriu identitat del mateix ordre que $M$, llavors es verifica la igualtat $M^3=M^7$. (4 *punts*)

**Problema A.2.** Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'equació del pla $\pi$ que passa pel punt $P(2, 0, 1)$ i és perpendicular a la recta $r:\begin{cases}x+2y=0\\ z=0\end{cases}$. (3 *punts*)

b) Les coordenades del punt $Q$ situat en la intersecció de la recta $r$ i del pla $\pi$. (2 *punts*)

c) La distància del punt $P$ a la recta $r$, (3 *punts*),
i **justifiqueu raonadament** que la distància del punt $P$ a un punt qualsevol de la recta $r$ és major o igual que $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. (2 *punts*)

**Problema A.3.** Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els intervals de creixement i de decreixement de la funció real $f$ definida per $f(x)=(x-1)(x-3)$, sent $x$ un nombre real. (3 *punts*)

b) L'àrea del recinte fitat limitat entre les corbes $y=(x-1)(x-3)$ i $y=-(x-1)(x-3)$. (4 *punts*)

c) El valor positiu de $a$ per al qual l'àrea limitada entre la corba $y=a(x-1)(x-3)$, l'eix $Y$ i el segment que uneix els punts $(0, 0)$ i $(1, 0)$ és 4/3. (3 *punts*)

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} (1-\alpha)x & + & (2\alpha+1)y & + & (2\alpha+2)z & = & \alpha \\ \alpha x & + & \alpha y & & & = & 2\alpha+2 \\ 2x & + & (\alpha+1)y & + & (\alpha-1)z & = & \alpha^2-2\alpha+9 \end{cases}$,

on $\alpha$ és un paràmetre real. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Totes les solucions del sistema quan $\alpha = 1$. (3 *punts*)

b) **La justificació raonada** de si el sistema és compatible o incompatible quan $\alpha = 2$. (3 *punts*)

c) Els valors de $\alpha$ per als quals el sistema és compatible i determinat. (4 *punts*)

**Problema B.2.** Es donen les rectes $r:\begin{cases} x-y+3=0 \\ 2x-z+2=0 \end{cases}$ i $s:\begin{cases} 3y+1=0 \\ x-2z-3=0 \end{cases}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El pla paral·lel a la recta $s$ que conté la recta $r$. (3 *punts*)

b) La recta $t$ que passa pel punt $(0, 0, 0)$, sabent que un vector director de $t$ és perpendicular a un vector director de $r$ i també és perpendicular a un vector director de $s$. (3 *punts*)

c) **Esbrineu raonadament** si existeix o no un pla perpendicular a $s$ que continga la recta $r$. (4 *punts*)

**Problema B.3.** Un poble està situat en el punt $A(0, 4)$ d'un sistema de referència cartesià. El tram d'un riu situat al terme municipal del poble descriu la corba $y = \frac{x^2}{4}$, sent $-6 \le x \le 6$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La distància entre un punt $P(x, y)$ del riu i el poble en funció de l'abscissa $x$ de $P$. (2 *punts*)

b) El punt o punts del tram del riu situats a distància mínima del poble. (4 *punts*)

c) El punt o punts del tram del riu situats a distància màxima del poble. (4 *punts*)

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2015** | CONVOCATORIA: JUNIO 2015 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se dan las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 2 & 2\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -2\end{pmatrix}$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La matriz inversa de la matriz $A$. (2 *puntos*)

b) Las matrices $X$ e $Y$ de orden $2\times 2$ tales que $XA=B$ y $AY=B$. (2 + 2 *puntos*)

c) **Justificar razonadamente** que si $M$ es una matriz cuadrada tal que $M^2=I$, donde $I$ es la matriz identidad del mismo orden que $M$, entonces se verifica la igualdad $M^3=M^7$. (4 *puntos*)

**Problema A.2.** Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La ecuación del plano $\pi$ que pasa por el punto $P(2,0,1)$ y es perpendicular a la recta
$r:\begin{cases}x+2y=0\\ z=0\end{cases}$. (3 *puntos*)

b) Las coordenadas del punto $Q$ situado en la intersección de la recta $r$ y del plano $\pi$. (2 *puntos*)

c) La distancia del punto $P$ a la recta $r$, (3 *puntos*),
y **justificar razonadamente** que la distancia del punto $P$ a un punto cualquiera de la recta $r$ es mayor o igual que $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$. (2 *puntos*)

**Problema A.3.** Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función real $f$ definida por $f(x)=(x-1)(x-3)$, siendo $x$ un número real. (3 *puntos*)

b) El área del recinto acotado limitado entre las curvas $y=(x-1)(x-3)$ e $y=-(x-1)(x-3)$. (4 *puntos*)

c) El valor positivo de $a$ para el cual el área limitada entre la curva $y=a(x-1)(x-3)$, el eje $Y$ y el segmento que une los puntos $(0,0)$ y $(1,0)$ es 4/3. (3 *puntos*)

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} (1-\alpha)x & + & (2\alpha+1)y & + & (2\alpha+2)z & = & \alpha \\ \alpha x & + & \alpha y & & & = & 2\alpha+2 \\ 2x & + & (\alpha+1)y & + & (\alpha-1)z & = & \alpha^2-2\alpha+9 \end{cases}$,

donde $\alpha$ es un parámetro real. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Todas las soluciones del sistema cuando $\alpha = 1$. (3 *puntos*)

b) **La justificación razonada** de si el sistema es compatible o incompatible cuando $\alpha = 2$. (3 *puntos*)

c) Los valores de $\alpha$ para los que el sistema es compatible y determinado. (4 *puntos*)

**Problema B.2.** Se dan las rectas $r: \begin{cases} x-y+3=0 \\ 2x-z+2=0 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} 3y+1=0 \\ x-2z-3=0 \end{cases}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El plano paralelo a la recta *s* que contiene a la recta *r*. (3 *puntos*)

b) La recta *t* que pasa por el punto $(0, 0, 0)$, sabiendo que un vector director de *t* es perpendicular a un vector director de *r* y también es perpendicular a un vector director de *s*. (3 *puntos*)

c) **Averiguar razonadamente** si existe o no un plano perpendicular a *s* que contenga a la recta *r*. (4 *puntos*)

**Problema B.3.** Un pueblo está situado en el punto $A(0, 4)$ de un sistema de referencia cartesiano. El tramo de un río situado en el término municipal del pueblo describe la curva $y = \frac{x^2}{4}$, siendo $-6 \le x \le 6$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La distancia entre un punto $P(x, y)$ del río y el pueblo en función de la abscisa *x* de *P*. (2 *puntos*)

b) El punto o puntos del tramo del río situados a distancia mínima del pueblo. (4 *puntos*)

c) El punto o puntos del tramo del río situados a distancia máxima del pueblo. (4 *puntos*)

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2015** | CONVOCATORIA: JUNIO 2015 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es donen les matrius $A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 2 & 2\end{pmatrix}$ i $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -2\end{pmatrix}$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La matriu inversa de la matriu $A$. (2 *punts*)

b) Las matrius $X$ i $Y$ d'ordre $2\times 2$ tals que $XA=B$ i $AY=B$. (2 + 2 *punts*)

c) **Justifiqueu raonadament** que si $M$ és una matriu quadrada tal que $M^2=I$, on $I$ és la matriu identitat del mateix ordre que $M$, llavors es verifica la igualtat $M^3=M^7$. (4 *punts*)

**Solució.** a) $A^{-1}=\frac{1}{8}\begin{pmatrix}2 & 3\\ -2 & 1\end{pmatrix}$. b) $X=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 4 & 2\end{pmatrix}$ i $Y=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$. c) $M^7=M^3M^2M^2=M^3II=M^3$.

**Problema A.2.** Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'equació del pla $\pi$ que passa pel punt $P(2,0,1)$ i és perpendicular a la recta $r:\begin{cases}x+2y=0\\ z=0\end{cases}$. (3 *punts*)

b) Les coordenades del punt $Q$ situat en la intersecció de la recta $r$ i del pla $\pi$. (2 *punts*)

c) La distància del punt $P$ a la recta $r$, (3 *punts*), i **justifiqueu raonadament** que la distància del punt $P$ a un punt qualsevol de la recta $r$ és major o igual que $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. (2 *punts*)

**Solució.** a) $\pi: 2x-y-4=0$. b) $Q=(8/5,-4/5,0)$. c) $d(P,r)=d(P,Q)=\frac{3\sqrt{5}}{5}$ i per mètode analític directe o pel teorema de Pitàgores s'obté que si $S$ és un punt de $r$ diferent de $Q$, $d(P,Q)<d(P,S)$, ja que el triangle $PQS$ és rectangle, llavors la hipotenusa $PS$ té major longitud que el catet $PQ$. S'admetrà la indicació que la distància d'un punt $P$ a una recta $r$ és el mínim de les distàncies de $P$ als punts de $r$.

**Problema A.3.** Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els intervals de creixement i de decreixement de la funció real *f* definida per $f(x)=(x-1)(x-3)$, sent *x* un nombre real. (3 *punts*)

b) L'àrea del recinte fitat limitat entre les corbes $y=(x-1)(x-3)$ i $y=-(x-1)(x-3)$. (4 *punts*)

c) El valor positiu de *a* per al qual l'àrea limitada entre la corba $y=a(x-1)(x-3)$, l'eix $Y$ i el segment que uneix els punts $(0, 0)$ i $(1, 0)$ és 4/3. (3 *punts*)

**Solució.** a) Creix si $x>2$ i decreix si $x<2$. b) $8/3$. c) $a=1$.

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases}(1-\alpha)x & + & (2\alpha+1)y & + & (2\alpha+2)z & = & \alpha \\ \alpha x & + & \alpha y & & & = & 2\alpha+2 \\ 2x & + & (\alpha+1)y & + & (\alpha-1)z & = & \alpha^2-2\alpha+9\end{cases}$, on $\alpha$ és un paràmetre real. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Totes les solucions del sistema quan $\alpha=1$. (3 *punts*)

b) **La justificació raonada** de si el sistema és compatible o incompatible quan $\alpha=2$. (3 *punts*)

c) Els valors de $\alpha$ per als quals el sistema és compatible i determinat. (4 *punts*)

**Solució.** a) $(x, y, z)=\left(4, 0, \frac{1}{4}\right)+\lambda(-1, 1, -\frac{3}{4}), \quad \forall\lambda\in R.$ b) Incompatible. c) $\alpha\in R-\{0, 1, 2\}$.

**Problema B.2.** Es donen les rectes $r:\begin{cases}x-y+3=0\\2x-z+2=0\end{cases}$ i $s:\begin{cases}3y+1=0\\x-2z-3=0\end{cases}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El pla paral·lel a la recta *s* que conté la recta *r*. (3 *punts*)

b) La recta *t* que passa pel punt $(0, 0, 0)$, sabent que un vector director de *t* és perpendicular a un vector director de *r* i també és perpendicular a un vector director de $s$. (3 *punts*)

c) **Esbrineu raonadament** si existeix o no un pla perpendicular a *s* que continga la recta *r*. (4 *punts*)

**Solució.** a) $x+3y-2z=5$. b) $(x, y, z)=\lambda(1, 3, -2)$. c) No, ja que el producte escalar d'un vector director de *r* (qualsevol no nul proporcional a $(1, 1, 2)$) per un vector director de *s* (qualsevol no nul proporcional a $(2, 0, 1)$)) no és 0. També s'obté la solució comprovant que en el feix de plans que conté *r* no existeix cap pla perpendicular a $s$.

**Problema B.3.** Un poble està situat en el punt $A(0, 4)$ d'un sistema de referència cartesià. El tram d'un riu situat al terme municipal del poble descriu la corba $y=\frac{x^2}{4}$, sent $-6\le x\le 6$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La distància entre un punt $P(x, y)$ del riu i el poble en funció de l'abscissa *x* de P. (2 *punts*)

b) El punt o punts del tram del riu situats a distància mínima del poble. (4 *punts*)

c) El punt o punts del tram del riu situats a distància màxima del poble. (4 *punts*)

**Solució.** a) $\sqrt{x^2+\left(\frac{x^2}{4}-4\right)^2}$. b) $\left(2\sqrt{2}, 2\right)$ i $\left(-2\sqrt{2}, 2\right)$. c) $(6, 9)$ i $(-6, 9)$.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se dan las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 2 & 2\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -2\end{pmatrix}$. Obtener **<u>razonadamente</u>**, **<u>escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>**:

a) La matriz inversa de la matriz $A$. (2 *puntos*)

b) Las matrices $X$ e $Y$ de orden $2\times 2$ tales que $XA=B$ y $AY=B$. (2 + 2 *puntos*)

c) **<u>Justificar razonadamente</u>** que si $M$ es una matriz cuadrada tal que $M^2=I$, donde $I$ es la matriz identidad del mismo orden que $M$, entonces se verifica la igualdad $M^3=M^7$. (4 *puntos*)

**Solución.** a) $A^{-1}=\frac{1}{8}\begin{pmatrix}2 & 3\\ -2 & 1\end{pmatrix}$. b) $X=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 4 & 2\end{pmatrix}$ e $Y=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$. c) $M^7=M^3M^2M^2=M^3II=M^3$.

**Problema A.2.** Obtener **<u>razonadamente</u>**, **<u>escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>**:

a) La ecuación del plano $\pi$ que pasa por el punto $P(2,0,1)$ y es perpendicular a la recta $r:\begin{cases}x+2y=0\\ z=0\end{cases}$. (3 *puntos*)

b) Las coordenadas del punto $Q$ situado en la intersección de la recta $r$ y del plano $\pi$. (2 *puntos*)

c) La distancia del punto $P$ a la recta $r$, (3 *puntos*),
y **<u>justificar razonadamente</u>** que la distancia del punto $P$ a un punto cualquiera de la recta $r$ es mayor o igual que $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. (2 *puntos*)

**Solución.** a) $\pi: 2x-y-4=0$. b) $Q=(8/5,-4/5,0)$. c) $d(P,r)=d(P,Q)=\frac{3\sqrt{5}}{5}$ y por método analítico directo o por el teorema de Pitágoras se obtiene que si $S$ es un punto de $r$ distinto de $Q$, $d(P,Q)<d(P,S)$, pues el triángulo $PQS$ es rectángulo, luego la hipotenusa $PS$ tiene mayor longitud que el cateto $PQ$. Se admitirá la indicación de que la distancia de un punto $P$ a una recta $r$ es el mínimo de las distancias de $P$ a los puntos de $r$.

**Problema A.3.** Obtener **<u>razonadamente</u>**, **<u>escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>**:

a) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función real $f$ definida por $f(x)=(x-1)(x-3)$, siendo $x$ un número real. (3 *puntos*)

b) El área del recinto acotado limitado entre las curvas $y=(x-1)(x-3)$ e $y=-(x-1)(x-3)$. (4 *puntos*)

c) El valor positivo de $a$ para el cual el área limitada entre la curva $y=a(x-1)(x-3)$, el eje $Y$ y el segmento que une los puntos $(0,0)$ y $(1,0)$ es 4/3. (3 *puntos*)

**Solución.** a) Crece si $x>2$ y decrece si $x<2$. b) $8/3$. c) $a=1$.

# OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases}(1-\alpha)x + (2\alpha+1)y + (2\alpha+2)z = \alpha\\ \alpha x + \alpha y = 2\alpha+2\\ 2x + (\alpha+1)y + (\alpha-1)z = \alpha^2-2\alpha+9\end{cases}$,

donde $\alpha$ es un parámetro real. Obtener **<u>razonadamente</u>**, **<u>escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>**:

a) Todas las soluciones del sistema cuando $\alpha=1$. (3 *puntos*)

b) **<u>La justificación razonada</u>** de si el sistema es compatible o incompatible cuando $\alpha = 2$. (3 *puntos*)

c) Los valores de $\alpha$ para los que el sistema es compatible y determinado. (4 *puntos*)

**Solución.** a) $(x,\, y,\, z) = \left(4,\, 0,\, \frac{1}{4}\right) + \lambda(-1, 1, -\frac{3}{4}), \quad \forall \lambda \in R.$ b) Incompatible. c) $\alpha \in R - \{0, 1, 2\}$.

**Problema B.2.** Se dan las rectas $r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 2 = 0 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} 3y + 1 = 0 \\ x - 2z - 3 = 0 \end{cases}$.

Obtener **<u>razonadamente</u>**, **<u>escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>**:

a) El plano paralelo a la recta *s* que contiene a la recta *r*. (3 *puntos*)

b) La recta *t* que pasa por el punto $(0, 0, 0)$, sabiendo que un vector director de *t* es perpendi– cular a un vector director de *r* y también es perpendicular a un vector director de *s*. (3 *puntos*)

c) **<u>Averiguar razonadamente</u>** si existe o no un plano perpendicular a *s* que contenga a la recta *r*. (4 *puntos*)

**Solución.** a) $x + 3y - 2z = 5$. b) $(x,\ y,\ z) = \lambda(1, 3, -2)$. c) No, pues el producto escalar de un vector director de *r* (cualquiera no nulo proporcional a $(1, 1, 2)$) por un vector director de *s* (cualquiera no nulo proporcional a $(2, 0, 1)$)) no es 0. También se obtiene la solución comprobando que en el haz de planos que contiene a *r* no existe ningún plano perpendicular a *s*.

**Problema B.3.** Un pueblo está situado en el punto $A(0, 4)$ de un sistema de referencia cartesiano. El tramo de un río situado en el término municipal del pueblo describe la curva $y = \frac{x^2}{4}$, siendo $-6 \le x \le 6$.

Obtener **<u>razonadamente</u>**, **<u>escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>**:

a) La distancia entre un punto $P(x,\ y)$ del río y el pueblo en función de la abscisa *x* de *P*. (2 *puntos*)

b) El punto o puntos del tramo del río situados a distancia mínima del pueblo. (4 *puntos*)

c) El punto o puntos del tramo del río situados a distancia máxima del pueblo. (4 *puntos*)

**Solución.** a) $\sqrt{x^2 + \left(\frac{x^2}{4} - 4\right)^2}$. b) $\left(2\sqrt{2}, 2\right)$ y $\left(-2\sqrt{2}, 2\right)$. c) $(6, 9)$ y $(-6, 9)$.

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2015** | CONVOCATORIA: JUNIO 2015 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Es disposa de 200 hectàrees de terreny en les quals es desitja conrear patates i carlotes. Cada hectàrea dedicada al cultiu de patates necessita 12,5 litres d'aigua de reg al mes, mentre que cadascuna de carlotes necessita 40 litres, i es disposa mensualment d'un total de 5000 litres d'aigua per al reg. D'altra banda, les necessitats per hectàrea d'adob nitrogenat són de 20 kg per a les patates i de 30 kg per a les carlotes, i es disposa d'un total de 4500 kg d'adob nitrogenat. Si el guany per hectàrea sembrada de patates és de 300 € i de 400 € el guany per cada hectàrea de carlotes, quina quantitat d'hectàrees convé dedicar a cada cultiu? Quin guany s'obtindria d'aquesta manera?

**Problema 2.** Calcula:

a) Totes les asímptotes verticals i horitzontals de la funció $f(x)=\dfrac{2x^3+2x-1}{x^3-9x}$.

b) Els intervals de creixement i decreixement de la funció $g(x)=x^4+4x^3+4x^2-8$.

c) Els màxims i mínims de la funció $g(x)$ de l'apartat anterior.

**Problema 3.** El 25% dels estudiants d'un institut ha llegit algun llibre sobre Harry Potter i el 65% ha vist alguna pel·lícula d'aquest protagonista. Se sap també que el 10% ha llegit algun llibre i ha vist alguna de les pel·lícules d'aquest personatge. Si es tria a l'atzar un estudiant:

a) Quina és la probabilitat que haja vist alguna pel·lícula d'aquest personatge i no haja llegit cap llibre sobre Harry Potter?

b) Quina és la probabilitat que no haja llegit cap llibre sobre Harry Potter i no haja vist cap pel·lícula sobre d'aquest personatge?

c) Si se sap que ha llegit algun llibre de Harry Potter, quina és la probabilitat que haja vist alguna pel·lícula d'aquest personatge?

## OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** En una sucursal d'una agència de viatges es ven un total de 60 bitllets d'avió amb destinació a Londres, París i Roma. Sabent que el nombre de bitllets per a París és el doble dels venuts per a les altres dues destinacions conjuntament, i que per a Roma s'emeten dos billets més que la meitat dels venuts per a Londres, quants billets s'han venut per a cadascuna de les destinacions?

**Problema 2.** El rendiment d'un estudiant durant les primeres 6 hores d'estudi ve donat (en una escala de 0 a 100) per la funció $R(t)=\dfrac{700t}{4t^2+9}$, en què $t$ és el nombre d'hores transcorregudes.

a) Calcula el rendiment a les 3 hores d'estudi.

b) Determina l'evolució del rendiment durant les primeres 6 hores d'estudi (quan augmenta i quan disminueix). Quin és el rendiment màxim?

c) Una vegada obtingut el rendiment màxim, en quin moment el rendiment és igual a 35?

**Problema 3.** La probabilitat que ocórrega el succés *A* és $2/3$, la probabilitat que no ocórrega el succés *B* és $1/4$ i la probabilitat que ocórrega el succés *A* o el succés *B* és $19/24$. Calcula:

a) La probabilitat que ocórreguen a la vegada el succés *A* i el succés *B*.

b) La probabilitat que no ocórrega *A* i no ocórrega *B*.

c) La probabilitat que ocórrega *A* sabent que ha ocorregut *B*.

d) Són independents els successos *A* i *B*? Per què?

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2015** | CONVOCATORIA: JUNIO 2015 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREMO DEL EXAMEN:**
**Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Se dispone de 200 hectáreas de terreno en las que se desea cultivar patatas y zanahorias. Cada hectárea dedicada al cultivo de patatas necesita 12,5 litros de agua de riego al mes, mientras que cada una de zanahorias necesita 40 litros, disponiéndose mensualmente de un total de 5000 litros de agua para el riego. Por otra parte, las necesidades por hectárea de abono nitrogenado son de 20 kg para las patatas y de 30 kg para las zanahorias, disponiéndose de un total de 4500 kg de abono nitrogenado. Si la ganancia por hectárea sembrada de patatas es de 300 € y de 400 € la ganancia por cada hectárea de zanahorias, ¿qué cantidad de hectáreas conviene dedicar a cada cultivo para maximizar la ganancia? ¿Cuál sería esta?

**Problema 2.** Calcula:

a) Todas las asíntotas verticales y horizontales de la función $f(x) = \dfrac{2x^3 + 2x - 1}{x^3 - 9x}$.

b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $g(x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 8$.

c) Los máximos y mínimos de la función $g(x)$ del apartado anterior.

**Problema 3.** El 25% de los estudiantes de un instituto ha leído algún libro sobre Harry Potter y el 65% ha visto alguna película de este protagonista. Se sabe también que el 10% ha leído algún libro y ha visto alguna de las películas de este personaje. Si se elige al azar un estudiante:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya visto alguna película de este personaje y no haya leído ningún libro sobre Harry Potter?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya leído ningún libro sobre Harry Potter y no haya visto ninguna película sobre este personaje?

c) Si se sabe que ha leído algún libro de Harry Potter, ¿cuál es la probabilidad de que haya visto alguna película de este personaje?

# OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** En una sucursal de una agencia de viajes se vende un total de 60 billetes de avión con destino a Londres, París y Roma. Sabiendo que el número de billetes para París es el doble de los vendidos para los otros dos destinos conjuntamente y que para Roma se emiten dos billetes más que la mitad de los vendidos para Londres, ¿cuántos billetes se han vendido para cada uno de los destinos?

**Problema 2.** El rendimiento de un estudiante durante las primeras 6 horas de estudio viene dado (en una escala de 0 a 100) por la función $R(t) = \dfrac{700t}{4t^2 + 9}$, donde $t$ es el número de horas transcurrido.

a) Calcula el rendimiento a las 3 horas de estudio.

b) Determina la evolución del rendimiento durante las primeras 6 horas de estudio (cuándo aumenta y cuándo disminuye). ¿Cuál es el rendimiento máximo?

c) Una vez alcanzado el rendimiento máximo, ¿en qué momento el rendimiento es igual a 35?

**Problema 3.** La probabilidad de que tenga lugar el suceso $A$ es $2/3$, la probabilidad de que no ocurra el suceso $B$ es $1/4$ y la probabilidad de que ocurra el suceso $A$ o el suceso $B$ es $19/24$. Calcula:

a) La probabilidad de que ocurran a la vez el suceso $A$ y el suceso $B$.

b) La probabilidad de que no ocurra $A$ y no ocurra $B$.

c) La probabilidad de que ocurra $A$ sabiendo que ha ocurrido $B$.

d) ¿Son independientes los sucesos $A$ y $B$? ¿Por qué?

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2015** | CONVOCATORIA: JUNIO 2015 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'exercici A o l'exercici B, del qual ha de fer els tres problemes proposats.**
**Cada problema és valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Pel plantejament del problema, de 0 a 4 punts: la funció que cal maximitzar és $z = 300x + 400y$ amb les restriccions:

$$\begin{cases} x + y \le 200 \\ 12.5x + 40y \le 5000 \\ 20x + 30y \le 4500 \\ x, y \ge 0 \end{cases}$$

(Si alguna de les tres primeres restriccions no es planteja correctament, de 0 a 2 punts).

De 0 a 3 punts per la determinació de la regió factible de vèrtexs {(0, 0), (0, 125), (70,59 , 102,94), (150, 50), (200, 0)}.
De 0 a 2 punts per l'obtenció de la solució correcta (150 hectàrees dedicades al conreu de patates i 50 hectàrees al de carlotes).
De 0 a 1 punt pel càlcul de l'ingrés màxim (65000 euros).
Si la solució s'obté per qualsevol altre mètode raonat i correcte es puntuarà de 0 a 10.

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 3 punts per l'obtenció de les asímptotes (y=2 és l'única asímptota horitzontal i x=0, x=-3, x=3 són asímptotes verticals).
**b)** De 0 a 4 punts per l'estudi del creixement i decreixement (decreix en $]-\infty,-2[\cup]-1,0[$ i creix en $]-2,-1[\cup]0,+\infty[$)
**c)** De 0 a 3 punts pel càlcul correcte dels extrems (màxim relatiu en $x=-1$ i mínims relatius en $x=-2$ i $x=0$).

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat demanada (0,55).
**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat demanada (0,2).
**c)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat demanada (0,4).

# OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.**
Es puntuarà de 0 a 5 punts pel plantejament del sistema:

$$\begin{cases} x+y+z=60 \\ y=2x+2z \\ z=\dfrac{x}{2}+2 \end{cases}$$

Es puntuarà de 0 a 5 punts per la solució (12 per a Londres, 40 per a París i 8 per a Roma).

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 2 punts per l'obtenció del valor demanat (46,67).
**b)** De 0 a 4 punts per l'estudi del creixement i decreixement del rendiment (creix fins a l'hora i mitja d'estudi i després decreix). De 0 a 2 punts per el rendiment màxim (58,33).
**c)** De 0 a 2 punts per l'obtenció del valor sol·licitat (t=4,5).

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat demanada (5/8).
**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat demanada (5/24).
**c)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat demanada (5/6).
**d)** De 0 a 1 punt per la resposta raonada (no són independents).

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2015** | CONVOCATORIA: JUNIO 2015 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiante ha de escoger la opción A o la opción B, de la cual ha de hacer los tres problemas propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Por el planteamiento del problema de 0 a 4 puntos: la función que hay que maximizar es $z = 300x + 400y$ sujeta a las restricciones:

$$\begin{cases} x + y \le 200 \\ 12,5x + 40y \le 5000 \\ 20x + 30y \le 4500 \\ x, y \ge 0 \end{cases}$$

(Si alguna de las tres primeras desigualdades no se plantea correctamente, de 0 a 2 puntos).

De 0 a 3 puntos por la determinación de la región factible de vértices {(0, 0), (0, 125), (70,59 , 102,94), (150, 50), (200, 0)}.
De 0 a 2 puntos por la obtención de la solución correcta (150 hectáreas dedicadas al cultivo de patatas y 50 hectáreas al de zanahorias).
De 0 a 1 punto por el cálculo del ingreso máximo (65000 euros).
Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto se puntuará de 0 a 10.

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 3 puntos por la obtención de las asíntotas ($y = 2$ es la única asíntota horizontal y $x = 0$, $x = -3$, $x = 3$ son las asíntotas verticales).
**b)** De 0 a 4 puntos por el estudio del crecimiento y decrecimiento (decrece en $]-\infty,-2[\cup]-1,0[$ y crece en $]-2,-1[\cup]0,+\infty[$)
**c)** De 0 a 3 puntos por el cálculo correcto de los extremos (máximo en $x = -1$ y mínimos en $x = -2$ y $x = 0$).

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,55).
**b)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,2).
**c)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,4).

# OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas.**

**Problema 1.**
Por el planteamiento de 0 a 5 puntos, con el siguiente criterio: solo una ecuación correcta, 1 punto; dos ecuaciones correctas, 3 puntos; las 3 ecuaciones correctas, 5 puntos:

$$\begin{cases} x+y+z=60 \\ y=2x+2z \\ z=x/2+2 \end{cases}$$

Se puntuará de 0 a 5 puntos por la solución (12 para Londres, 40 para París y 8 para Roma).

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 2 puntos por la obtención del valor pedido (46,67).
**b)** De 0 a 4 puntos por el estudio del crecimiento y decrecimiento del rendimiento (crece hasta la hora y media de estudio y luego decrece). De 0 a 2 puntos por el rendimiento máximo (58,33).
**c)** De 0 a 2 puntos por la obtención del valor solicitado ($t=4{,}5$).

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (5/8).
**b)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (5/24).
**c)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (5/6).
**d)** De 0 a 1 punto por la respuesta razonada (no son independientes).

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2015** | CONVOCATORIA: JULIO 2015 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} x + 3y + z = \alpha \\ x + y - \alpha z = 1 \\ 2x + \alpha y - z = 2\alpha + 3 \end{cases}$, on $\alpha$ és un paràmetre real.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La solució del sistema quan $\alpha = -1$. (3 *punts*)
b) Totes les solucions del sistema quan $\alpha = 0$. (3 *punts*)
c) El valor de $\alpha$ per al qual el sistema és incompatible. (4 *punts*)

**Problema A.2.** Es tenen les rectes $r: \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$, $s: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -\lambda \\ z = 0 \end{cases}$ i el punt $P(0, 3, -2)$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Les equacions de la recta que passa pel punt P i és paral·lela a la recta $r$. (3 *punts*)
b) L'equació del pla que conté la recta $r$ i és paral·lel a la recta $s$. (4 *punts*)
c) La distància entre les rectes $r$ i $s$. (3 *punts*)

**Problema A.3.** Es dóna la funció $f$ definida per $f(x) = \dfrac{x}{(x+1)^2}$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El domini i les asímptotes de la funció $f$. (3 *punts*)
b) Els intervals de creixement i de decreixement de la funció $f$. (4 *punts*)
c) La integral $\displaystyle\int \frac{x}{(x+1)^2}\,dx$. (3 *punts*)

# OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es donen les matrius $A=\begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ y & 2 & 3 \\ z & 1 & 0 \end{pmatrix}$ i $B=\begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors de $x$ per als quals la matriu $B$ té inversa. (3 punts)

b) El valor del determinant de les matrius $A^3$ i $\begin{pmatrix} 2x & 5 & -1 \\ 2y & 10 & 3 \\ 2z & 5 & 0 \end{pmatrix}$, sabent que el valor del determinant de la matriu $A$ és 8. (4 punts)

c) Els valors de $x,\ y,\ z$ per als quals $A^2=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 3 & 7 & 6 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$. (3 punts)

**Problema B.2.** Es donen les rectes $r:\begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ 6x - z + 8 = 0 \end{cases}$, $s:\begin{cases} x=1-2\alpha \\ y=2+\alpha \\ z=3-\alpha \end{cases}$ i el pla $\pi: 2x+mz+1=0$, sent $m$ un paràmetre real. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La posició relativa de les rectes $r$ i $s$ i el punt (o punts) comuns a $r$ i $s$. (4 *punts*)
b) El valor del paràmetre $m$ perquè la recta $s$ siga paral·lela al pla $\pi$. (3 *punts*)
c) L'equació del pla que conté la recta $s$ i el punt $P(1, 2, 4)$. (3 *punts*)

**Problema B.3.** Es vol construir un dipòsit de 1500 $m^3$ de capacitat, amb forma de caixa oberta per la part superior. La base és, doncs, un quadrat i les parets laterals són quatre rectangles iguals perpendiculars a la base. El preu de cada $m^2$ de la base és de 15 € i el preu de cada $m^2$ de paret lateral és de 5 €.
Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El cost total del dipòsit en funció de la longitud $x$ d'un costat de la base. (3 *punts*)
b) Les longituds del costat de la base i de l'altura del dipòsit perquè aquest cost total siga mínim. (5 *punts*)
c) El valor del mínim cost total del dipòsit. (2 *punts*)

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2015** | CONVOCATORIA: JULIO 2015 |
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + 3y + z = \alpha \\ x + y - \alpha z = 1 \\ 2x + \alpha y - z = 2\alpha + 3 \end{cases}$, donde $\alpha$ es un parámetro real. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La solución del sistema cuando $\alpha = -1$. (3 *puntos*)
b) Todas las soluciones del sistema cuando $\alpha = 0$. (3 *puntos*)
c) El valor de $\alpha$ para el que el sistema es incompatible. (4 *puntos*)

**Problema A.2.** Se tienen las rectas $r: \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$, $s: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -\lambda \\ z = 0 \end{cases}$ y el punto $P(0, 3, -2)$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Las ecuaciones de la recta que pasa por el punto $P$ y es paralela a la recta $r$. (3 *puntos*)
b) La ecuación del plano que contiene a la recta $r$ y es paralelo a la recta $s$. (4 *puntos*)
c) La distancia entre las rectas $r$ y $s$. (3 *puntos*)

**Problema A.3.** Se da la función $f$ definida por $f(x) = \dfrac{x}{(x+1)^2}$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El dominio y las asíntotas de la función $f$. (3 *puntos*)
b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $f$. (4 *puntos*)
c) La integral $\displaystyle\int \frac{x}{(x+1)^2}\,dx$. (3 *puntos*)

# OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices $A=\begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ y & 2 & 3 \\ z & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de $x$ para los cuales la matriz $B$ tiene inversa. (3 puntos)

b) El valor del determinante de las matrices $A^3$ y $\begin{pmatrix} 2x & 5 & -1 \\ 2y & 10 & 3 \\ 2z & 5 & 0 \end{pmatrix}$, sabiendo que el valor del determinante de la matriz $A$ es 8. (4 puntos)

c) Los valores de $x,\ y,\ z$ para los cuales $A^2=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 3 & 7 & 6 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$. (3 puntos)

**Problema B.2.** Se dan las rectas $r:\begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ 6x - z + 8 = 0 \end{cases}$, $s:\begin{cases} x=1-2\alpha \\ y=2+\alpha \\ z=3-\alpha \end{cases}$ y el plano $\pi: 2x+mz+1=0$, siendo $m$ un parámetro real. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La posición relativa de las rectas $r$ y $s$ y el punto (o puntos) comunes a $r$ y $s$. (4 *puntos*)
b) El valor del parámetro $m$ para que la recta $s$ sea paralela al plano $\pi$. (3 *puntos*)
c) La ecuación del plano que contiene a la recta $s$ y al punto $P\ (1,2,4)$. (3 *puntos*)

**Problema B.3.** Se va a construir un depósito de $1500\,m^3$ de capacidad, con forma de caja abierta por la parte superior. Su base es pues un cuadrado y las paredes laterales son cuatro rectángulos iguales perpendiculares a la base. El precio de cada $m^2$ de la base es de 15 € y el precio de cada $m^2$ de pared lateral es de 5 €.
Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El coste total del depósito en función de la longitud $x$ de un lado de su base. (3 *puntos*)
b) Las longitudes del lado de la base y de la altura del depósito para que dicho coste total sea mínimo. (5 *puntos*)
c) El valor del mínimo coste total del depósito. (2 *puntos*)

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** — PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2015** | CONVOCATORIA: JULIO 2015 |
|---|---|
| **MATEMÀTIQUES II** | MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} x + 3y + z = \alpha \\ x + y - \alpha z = 1 \\ 2x + \alpha y - z = 2\alpha + 3 \end{cases}$, on $\alpha$ és un paràmetre real.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La solució del sistema quan $\alpha = -1$. (3 *punts*)

b) Totes les solucions del sistema quan $\alpha = 0$. (3 *punts*)

c) El valor de $\alpha$ per al qual el sistema és incompatible. (4 *punts*)

**Solució.** a) $\left(\frac{2}{3}, -1, \frac{4}{3}\right)$. b) $\left(\frac{\lambda}{2} + \frac{3}{2},\ -\frac{\lambda}{2} - \frac{1}{2},\ \lambda\right)$. c) $\alpha = 5$.

**Problema A.2.** Es tenen les rectes $r: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$, $s: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -\lambda \\ z = 0 \end{cases}$ i el punt $P(0, 3, -2)$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Les equacions de la recta que passa pel punt P i és paral·lela a la recta $r$. (3 *punts*)

b) L'equació del pla que conté la recta $r$ i és paral·lel a la recta $s$. (4 *punts*)

c) La distància entre les rectes $r$ i $s$. (3 *punts*)

**Solució.** a) $\frac{x}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}$. b) $x + y - z = 0$. c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

**Problema A.3.** Es dóna la funció $f$ definida per $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El domini i les asímptotes de la funció $f$. (3 *punts*)

b) Els intervals de creixement i de decreixement de la funció $f$. (4 *punts*)

c) La integral $\int \frac{x}{(x+1)^2}dx$. (3 *punts*)

**Solució.** a) $]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[$ , $y=0$ i $x=-1$. b) Decreix en $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ i creix en $]-1,\ 1[$ . c) $\ln|x+1|\ +\frac{1}{x+1}+C,$ sent $C$ una constant arbitrària. S'admet com a vàlida la solució $\ln(x+1)\ +\frac{1}{x+1}+C.$

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es donen les matrius $A=\begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ y & 2 & 3 \\ z & 1 & 0 \end{pmatrix}$ i $B=\begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors de $x$ per als quals la matriu $B$ té inversa. (3 punts)

b) El valor del determinant de les matrius $A^3$ i $\begin{pmatrix} 2x & 5 & -1 \\ 2y & 10 & 3 \\ 2z & 5 & 0 \end{pmatrix}$, sabent que el valor del determinant de la matriu $A$ és 8. (4 punts)

c) Els valors de $x,\ y,\ z$ per als quals $A^2=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 3 & 7 & 6 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$. (3 punts)

**Solució.** a) $x\neq -\frac{1}{3}$. b) $8^3=512$ i $2\times 5\times 8=80$. c) De $A^2=\begin{pmatrix} x^2+y-z & x+1 & -x+3 \\ xy+2y+3z & y+7 & -y+6 \\ xz+y & z+2 & -z+3 \end{pmatrix}$ es dedueix que $(x,\ y,\ z)=(-1,\ 0,\ 1)$ .

**Problema B.2.** Es donen les rectes $r:\begin{cases} 2x-y+5=0 \\ 6x-z+8=0 \end{cases}$, $s:\begin{cases} x=1-2\alpha \\ y=2+\ \alpha \\ z=3-\ \alpha \end{cases}$ i el pla $\pi: 2x+mz+1=0$ , sent $m$ un paràmetre real. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La posició relativa de les rectes $r$ i $s$ i el punt (o punts) comuns a $r$ i $s$. (4 *punts*)
b) El valor del paràmetre $m$ perquè la recta $s$ siga paral·lela al pla $\pi$. (3 *punts*)
c) L'equació del pla que conté la recta $s$ i el punt $P\ (1,\ 2,\ 4)$. (3 *punts*)

**Solució.** a) Es tallen en el punt $r\cap s=\{(-1,\ 3,\ 2)\}$ . b) $m=-4$ . c) $(x,y,z)=(1,2,3)+\alpha(-2,1,-1)+\beta(0,0,1)$, amb $\alpha$ i $\beta$ paràmetres reals; l'equació implícita és $x+2y-5=0$ .

**Problema B.3.** Es vol construir un dipòsit de $1500\,m^3$ de capacitat, amb forma de caixa oberta per la part superior. La base és, doncs, un quadrat i les parets laterals són quatre rectangles iguals perpendiculars a la base. El preu de cada $m^2$ de la base és de 15 € i el preu de cada $m^2$ de paret lateral és de 5 €.
Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El cost total del dipòsit en funció de la longitud $x$ d'un costat de la base. (3 *punts*)
b) Les longituds del costat de la base i de l'altura del dipòsit perquè aquest cost total siga mínim. (5 *punts*)

c) El valor del mínim cost total del dipòsit. (2 *punts*)

**Solució.** a) $15\left(x^2+\dfrac{2000}{x}\right)$. b) $x=10\,m$ i l'altura $15\,m$. c) 4500 €.

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + 3y + z = \alpha \\ x + y - \alpha z = 1 \\ 2x + \alpha y - z = 2\alpha+3 \end{cases}$, donde $\alpha$ es un parámetro real. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La solución del sistema cuando $\alpha=-1$. (3 *puntos*)

b) Todas las soluciones del sistema cuando $\alpha=0$. (3 *puntos*)

c) El valor de $\alpha$ para el que el sistema es incompatible. (4 *puntos*)

**Solución.** a) $\left(\dfrac{2}{3},-1,\dfrac{4}{3}\right)$. b) $\left(\dfrac{\lambda}{2}+\dfrac{3}{2},\ -\dfrac{\lambda}{2}-\dfrac{1}{2},\ \lambda\right)$. c) $\alpha=5$.

**Problema A.2.** Se tienen las rectas $r:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$, $s:\begin{cases} x=1+\lambda \\ y=\ -\lambda \\ z=0 \end{cases}$ y el punto $P\,(0,3,-2)$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Las ecuaciones de la recta que pasa por el punto $P$ y es paralela a la recta $r$. (3 *puntos*)

b) La ecuación del plano que contiene a la recta $r$ y es paralelo a la recta $s$. (4 *puntos*)

c) La distancia entre las rectas $r$ y $s$. (3 *puntos*)

**Solución.** a) $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$. b) $x+y-z=0$. c) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

**Problema A.3.** Se da la función $f$ definida por $f(x)=\dfrac{x}{(x+1)^2}$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El dominio y las asíntotas de la función $f$. (3 *puntos*)

b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $f$. (4 *puntos*)

c) La integral $\displaystyle\int \frac{x}{(x+1)^2}\,dx$. (3 *puntos*)

**Solución.** a) $]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[$, $y=0$ y $x=-1$. b) Decrece en $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ y crece en $]-1,\ 1[$. c) $\ln|x+1|\ +\dfrac{1}{x+1}+C,$ siendo $C$ una constante arbitraria. Se admite como válida la solución $\ln(x+1)\ +\dfrac{1}{x+1}+C.$

# OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices $A=\begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ y & 2 & 3 \\ z & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de $x$ para los cuales la matriz $B$ tiene inversa. (3 puntos)

b) El valor del determinante de las matrices $A^3$ y $\begin{pmatrix} 2x & 5 & -1 \\ 2y & 10 & 3 \\ 2z & 5 & 0 \end{pmatrix}$, sabiendo que el valor del determinante de la matriz $A$ es 8. (4 puntos)

c) Los valores de $x,\ y,\ z$ para los cuales $A^2=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 3 & 7 & 6 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$. (3 puntos)

**Solución.** a) $x \neq -\frac{1}{3}$. b) $8^3=512$ y $2\times5\times8=80$. c) De $A^2=\begin{pmatrix} x^2+y-z & x+1 & -x+3 \\ xy+2y+3z & y+7 & -y+6 \\ xz+y & z+2 & -z+3 \end{pmatrix}$ se deduce que $(x,\ y,\ z)=(-1,\ 0,\ 1)$.

**Problema B.2.** Se dan las rectas $r:\begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ 6x - z + 8 = 0 \end{cases}$, $s:\begin{cases} x=1-2\alpha \\ y=2+\alpha \\ z=3-\alpha \end{cases}$ y el plano $\pi: 2x+mz+1=0$, siendo $m$ un parámetro real. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La posición relativa de las rectas $r$ y $s$ y el punto (o puntos) comunes a $r$ y $s$. (4 *puntos*)

b) El valor del parámetro $m$ para que la recta $s$ sea paralela al plano $\pi$. (3 *puntos*)

c) La ecuación del plano que contiene a la recta $s$ y al punto $P\ (1,\ 2,\ 4)$. (3 *puntos*)

**Solución.** a) Se cortan en el punto $r\cap s=\{(-1,3,2)\}$. b) $m=-4$. c) $(x,y,z)=(1,2,3)+\alpha(-2,1,-1)+\beta(0,0,1)$, con $\alpha$ y $\beta$ parámetros reales; la ecuación implícita es $x+2y-5=0$.

**Problema B.3.** Se va a construir un depósito de $1500\,m^3$ de capacidad, con forma de caja abierta por la parte superior. Su base es pues un cuadrado y las paredes laterales son cuatro rectángulos iguales perpendiculares a la base. El precio de cada $m^2$ de la base es de 15 € y el precio de cada $m^2$ de pared lateral es de 5 €.
Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El coste total del depósito en función de la longitud $x$ de un lado de su base. (3 *puntos*)

b) Las longitudes del lado de la base y de la altura del depósito para que dicho coste total sea mínimo. (5 *puntos*)

c) El valor del mínimo coste total del depósito. (2 *puntos*)

**Solución.** a) $15\left(x^2+\frac{2000}{x}\right)$. b) $x=10\,m$ y la altura $15\,m$. c) 4500 €.

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2015** | CONVOCATORIA: JULIO 2015 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

# OPCIÓ A

## Totes les respostes han de ser degudament raonades.

**Problema 1.** Una empresa fabrica dos productes diferents, P1 i P2, que ven a 300 i 350 € per tona (t), respectivament. A tal fi, utilitza dos tipus de matèries primeres (A i B) i mà d'obra. Les disponibilitats setmanals de les matèries primeres són 30 t de A i 36 t de B, i les hores de mà d'obra disponibles a la setmana són 160. En la taula següent es resumeixen els requeriments (en t) de les matèries primeres i les hores de treball necessàries per a la producció d'una tona de cada producte:

| | **Matèria primera (t)** | | |
|---|---|---|---|
| **Producte** | **A** | **B** | **Mà d'obra (h)** |
| **P1** | 2 | 3 | 4 |
| **P2** | 3 | 1 | 20 |

Determina la producció setmanal que maximitza els ingressos de l'empresa tot sabent que un estudi de mercat indica que la demanda del producte P2 mai supera la del producte P1. A quant ascendeixen els ingressos màxims?

**Problema 2.** Siga la funció $f(x)=\begin{cases} x^2+2 & x\le 1 \\ \dfrac{6}{x^2+1} & 1<x \end{cases}$

a) Estudia la continuïtat de $f(x)$ en l'interval $]-\infty,+\infty[$ .

b) Calcula els màxims i mínims locals de $f(x)$ .

c) Calcula l'àrea de la regió limitada per $f(x)$ i les rectes $x=-1$ i $x=1$ .

**Problema 3.** El 25% dels estudiants d'un institut no realitzen cap activitat extraescolar, mentre que el 55% realitzen una activitat extraescolar esportiva. Sabem a més que un de cada quatre estudiants que practiquen una activitat extraescolar no esportiva també practica una d'esportiva. Es demana:

a) Calcula la probabilitat què un estudiant triat a l'atzar practique una activitat extraescolar esportiva i una altra de no esportiva.

b) Calcular la probabilitat què un estudiant practique només una activitat extraescolar esportiva.

c) Són independents els successos "Practicar una activitat extraescolar esportiva" i "Practicar una activitat extraescolar no esportiva"? Raona la teua resposta.

# OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Siguen les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$.

a) Troba la matriu $X$ que satisfà l'equació $AX - BCX = 3C$.

b) Calcula la matriu inversa d' $A^t + B$, en què $A^t$ representa la matriu transposada d' $A$.

**Problema 2.** Una empresa de material fotogràfic ofereix una màquina que és capaç de revelar 15,5 fotografies per minut. No obstant això, les seues qualitats es van deteriorant amb el temps de manera que el nombre de fotografies revelades per minut ve donat per la funció $f(x)$, en què $x$ és l'antiguitat de la màquina en anys.

$$f(x) = \begin{cases} 15{,}5 - 1{,}1x & 0 \le x \le 5 \\ \dfrac{5x+45}{x+2} & x > 5 \end{cases}$$

a) Estudia la continuïtat de $f(x)$ en l'interval $[0, +\infty[$ .

b) Comprova que el nombre de fotografies revelades per minut decreix amb l'antiguitat de la màquina. Justifica que si la màquina té més de 5 anys revelarà menys de 10 fotografies per minut.

c) És cert que la màquina mai revelarà menys de 5 fotografies per minut? Per què?

**Problema 3.** En un aeroport, 1/3 dels avions que vénen de l'estranger ho fan amb retard, mentre que si procedeixen del mateix país ho fan amb retard el 5%. Si de l'estranger vénen el 25% dels vols, es demana:

a) Quina és la probabilitat que un vol seleccionat a l'atzar arribe amb retard?

b) Si un avió seleccionat a l'atzar ha arribat sense retard, quina és la probabilitat que vinga de l'estranger?

c) Quina és la probabilitat que un vol seleccionat a l'atzar arribe a la seua hora o provinga de l'estranger?

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2015** | CONVOCATORIA: JULIO 2015 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREMO DEL EXAMEN:**
**Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

## Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

**Problema 1.** Una empresa fabrica dos productos diferentes, P1 y P2, que vende a 300 y 350 € por tonelada (t), respectivamente. Para ello utiliza dos tipos de materias primas (A y B) y mano de obra. Las disponibilidades semanales de las materias primas son 30 t de A y 36 t de B, y las horas de mano de obra disponibles a la semana son 160. En la tabla siguiente se resumen los requerimientos (en t) de las materias primas y las horas de trabajo necesarias para la producción de una tonelada de cada producto:

| | **materia prima (t)** | | |
|---|---|---|---|
| **Producto** | **A** | **B** | **Mano de obra (h)** |
| **P1** | 2 | 3 | 4 |
| **P2** | 3 | 1 | 20 |

Determina la producción semanal que maximiza los ingresos de la empresa sabiendo que un estudio de mercado indica que la demanda del producto P2 nunca supera a la del producto P1. ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos?

**Problema 2.** Sea la función $f(x)=\begin{cases} x^2+2 & x\le 1 \\ \dfrac{6}{x^2+1} & 1<x \end{cases}$

a) Estudia la continuidad de $f(x)$ en el intervalo $]-\infty,+\infty[$.

b) Calcula los máximos y mínimos locales de $f(x)$.

c) Calcula el área de la región limitada por $f(x)$ y las rectas $x=-1$ y $x=1$.

**Problema 3.** El 25% de los estudiantes de un instituto no realizan ninguna actividad extraescolar, mientras que el 55% realizan una actividad extraescolar deportiva. Sabemos además que uno de cada cuatro estudiantes que practican una actividad extraescolar no deportiva también practica una deportiva. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que un estudiante elegido al azar practique una actividad extraescolar deportiva y otra no deportiva.

b) Calcular la probabilidad de que un estudiante practique solo una actividad extraescolar deportiva.

c) ¿Son independientes los sucesos "Practicar una actividad extraescolar deportiva" y "Practicar una actividad extraescolar no deportiva"? Razona tu respuesta.

# OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & -3\end{pmatrix}$.

a) Halla la matriz $X$ que satisface la ecuación $AX - BCX = 3C$.

b) Calcula la matriz inversa de $A^t + B$, donde $A^t$ representa la matriz traspuesta de $A$.

**Problema 2.** Cierta empresa de material fotográfico oferta una máquina que es capaz de revelar 15,5 fotografías por minuto. Sin embargo, sus cualidades se van deteriorando con el tiempo de forma que el número de fotografías reveladas por minuto viene dado por la función $f(x)$, donde $x$ es la antigüedad de la máquina en años.

$$f(x)=\begin{cases}15{,}5-1{,}1x & 0\le x\le 5\\ \dfrac{5x+45}{x+2} & x>5\end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de $f(x)$ en el intervalo $[0,+\infty[$.

b) Comprueba que el número de fotografías reveladas por minuto decrece con la antigüedad de la máquina. Justifica que si la máquina tiene más de 5 años revelará menos de 10 fotografías por minuto.

c) ¿Es cierto que la máquina nunca revelará menos de 5 fotografías por minuto? ¿Por qué?

**Problema 3.** En un aeropuerto, 1/3 de los aviones que vienen del extranjero lo hacen con retraso, mientras que si proceden del propio país lo hacen con retraso el 5%. Si del extranjero vienen el 25% de los vuelos, se pide:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un vuelo seleccionado al azar llegue con retraso?

b) Si un avión seleccionado al azar ha llegado sin retraso, ¿cuál es la probabilidad de que venga del extranjero?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que un vuelo seleccionado al azar llegue a su hora o provenga del extranjero?

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2015** | CONVOCATORIA: JULIO 2015 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'exercici A o l'exercici B, del qual ha de fer els tres problemes proposats.**
**Cada problema és valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** De 0 a 4 punts pel plantejament del problema. La funció que cal maximitzar és $z = 300x + 350y$ subjecta a les restriccions:

$$\begin{cases} 2x + 3y \le 30 \\ 3x + y \le 36 \\ 4x + 20y \le 160 \\ y \le x \\ x, y \ge 0 \end{cases}$$

(Si alguna de les quatre primeres desigualtats no es planteja correctament, de 0 a 2 punts).

De 0 a 3 punts per la determinació de la regió factible de vèrtexs {(0, 0), (6, 6), (78/7, 18/7), (12, 0)}.
De 0 a 2 punts per l'obtenció de la solució correcta (78/7 = 11,14 tones del producte P1 i 18/7 =2,57 tones del producte P2).
De 0 a 1 punt pel càlcul de l'ingrés màxim (29700/7 = 4242,86 euros).
Si la solució s'obté per qualsevol altre mètode raonat i correcte es puntuarà de 0 a 10.

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 4 punts per determinar que la funció és contínua en tots els punts de l'interval $]-\infty, +\infty[$ . (Si sols es justifica la continuïtat en el punt x = 1, de 0 a 3 punts).
**b)** De 0 a 4 punts per l'estudi dels màxims i mínims locals (màxim en $x$ = 1 i mínim en $x$ = 0).
(Només s'acceptarà com a vàlida l'obtenció del màxim i el mínim locals a partir de la representació gràfica de $f(x)$ quan la gràfica obtinguda es justifique adequadament).
**c)** De 0 a 1 punt pel càlcul de la primitiva i de 0 a 1 per l'aplicació de la regla de Barrow i obtenció de l'àrea en el recinte indicat (14/3 $u^2$ ).

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (1/15 ≈ 0,0667).
**b)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (29/60 ≈ 0,4833).
**c)** De 0 a 2 punts pel raonament que els successos no són independents.

# OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.**

**a)** De 0 a 3 punts pel plantejament del sistema o per aïllar correctament la matriu $X$ en funció de $A$, $B$ i $C$.

De 0 a 3 punts pel càlcul de $X = \begin{pmatrix} -6 & 21 \\ -3/2 & 6 \end{pmatrix}$.

**b)** De 0 a 1 punts per calcular $A^t$. De 0 a 3 punts pel càlcul de la matriu $(A^t + B)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/6 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 3 punts per determinar que la funció és contínua en tots els punts de l'interval $[0, +\infty[$. (Si sols es justifica la continuïtat en el punt x = 5, de 0 a 2 punts).

**b)** De 0 a 3 punts per l'estudi del decreixement. De 0 a 2 punts per raonar que si la màquina té més de cinc anys, revelarà menys de 10 fotografies per minut ( $f(5) = 10$).

**c)** De 0 a 1 punt per calcular $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 5$ i de 0 a 1 punt per relacionar aquest límit amb el decreixement de la funció per a respondre afirmativament a la pregunta plantejada.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (29/240 ≈ 0,1208).

**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (40/211 ≈ 0,1896).

**c)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (77/80 = 0,9625).

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2015** | CONVOCATORIA: JULIO 2015 |
| **MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiante ha de escoger la opción A o la opción B, de la cual ha de hacer los tres problemas propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** De 0 a 4 puntos por el planteamiento del problema. La función que hay que maximizar es $z = 300x + 350y$ sujeta a las restricciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y \le 30 \\ 3x + y \le 36 \\ 4x + 20y \le 160 \\ y \le x \\ x, y \ge 0 \end{cases}$$

(Si alguna de las cuatro primeras desigualdades no se plantea correctamente, de 0 a 2 puntos).

De 0 a 3 puntos por la determinación de la región factible de vértices {(0, 0), (6, 6), (78/7, 18/7), (12, 0)}.
De 0 a 2 puntos por la obtención de la solución correcta (78/7=11,14 toneladas del producto P1 y 18/7 =2,57 toneladas del producto P2).
De 0 a 1 punto por el cálculo del ingreso máximo (29700/7 = 4242,86 euros).
Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto se puntuará de 0 a 10.

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 4 puntos por determinar que la función es continua en todos los puntos del intervalo $]-\infty, +\infty[$. (Si solo se justifica la continuidad en el punto $x = 1$, de 0 a 3 puntos).
**b)** De 0 a 4 puntos por el estudio de los máximos y mínimos locales (máximo en $x = 1$ y mínimo en $x = 0$).
(Solo se aceptará como válida la obtención del máximo y el mínimo locales a partir de la representación gráfica de $f(x)$ cuando la gráfica obtenida se justifique adecuadamente).
**c)** De 0 a 1 punto por el cálculo de la primitiva y de 0 a 1 por la aplicación de la regla de Barrow y obtención del área en el recinto indicado (14/3 $u^2$ ).

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (1/15 ≈ 0,0667).
**b)** De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (29/60 ≈ 0,4833).
**c)** De 0 a 2 puntos por el razonamiento de que los sucesos no son independientes.

# OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.**

**a)** De 0 a 3 puntos por el planteamiento del sistema o por despejar correctamente la matriz *X* en función de *A*, *B* y *C*. De 0 a 3 puntos por el cálculo de $X = \begin{pmatrix} -6 & 21 \\ -3/2 & 6 \end{pmatrix}$.

**b)** De 0 a 1 puntos por calcular $A^t$. De 0 a 3 puntos por el cálculo de la matriz $(A^t + B)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/6 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 3 puntos por determinar que la función es continua en todos los puntos del intervalo [0, +∞[. (Si solo se justifica la continuidad en el punto $x = 5$, de 0 a 2 puntos).

**b)** De 0 a 3 puntos por el estudio del decrecimiento. De 0 a 2 puntos por razonar que si la máquina tiene más de cinco años, revelará menos de 10 fotografías por minuto ( $f(5) = 10$).

**c)** De 0 a 1 punto por calcular $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 5$ y de 0 a 1 punto por relacionar este límite con el decrecimiento de la función para responder afirmativamente a la pregunta planteada.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (29/240 ≈ 0,1208).

**b)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (40/211 ≈ 0,1896).

**c)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (77/80 = 0,9625).

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2016** | CONVOCATORIA: JUNIO 2016 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} ax - z = a \\ 2x + ay + z = 1 \\ 2x + z = 2 \end{cases}$, on $a$ és un paràmetre real.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors del paràmetre $a$ per als quals el sistema és incompatible. (4 *punts*)
b) Totes les solucions del sistema quan aquest siga compatible indeterminat. (3 *punts*)
c) La solució del sistema quan $a = -1$. (3 *punts*)

**Problema A.2.** Es donen les rectes $r: \begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ 3x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ i $s: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2\alpha \\ z = \alpha - 2 \end{cases}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:
a) La recta paral·lela a $r$ que passa pel punt $(0,1,0)$. (3 *punts*)
b) El pla $\pi$ que conté la recta $r$ i és paral·lel a $s$. (3 *punts*)
c) La distància entre les rectes $r$ i $s$. (4 *punts*)

**Problema A.3.** Es dóna la funció *f* definida per $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 5x + 6}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:
a) Domini i asímptotes de la funció *f*. (2 *punts*)
b) Intervals de creixement i de decreixement de la funció *f*. (3 *punts*)
c) La integral $\int f(x)\,dx$. (3 *punts*)
d) El valor $a > 4$ per al qual l'àrea de la superfície limitada per la corba $y = f(x)$ i les rectes $y = 0$, $x = 4$ *i* $x = a$ és $\ln(3/2)$. (2 *punts*)

# OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es dóna la matriu $A = \begin{pmatrix} \sqrt{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La comprovació que $A^{-1} = 5^{-1} A^t$, sent $A^t$ la matriu transposada de $A$. (4 *punts*)

b) Els valors del paràmetre real λ per als quals $A - \lambda I$ no és invertible, sent $I$ la matriu identitat d'ordre 3. (3 *punts*)

c) El determinant d'una matriu quadrada $B$ el determinant de la qual és major que 0 i verifica l'equació $B^{-1} = B^t$. (3 *punts*)

**Problema B.2** Es dóna el pla $\pi : 6x + 3y + 2z - 12 = 0$ i els punts $A(1,0,0),\ B(0,2,0)\ \ i\ \ C(0,0,3)$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'equació implícita del pla $\sigma$ que passa pels punts $A,\ B\ i\ C$, (2 *punts*)
i la posició relativa dels plans $\sigma$ i $\pi$. (2 *punts*)

b) L'àrea del triangle de vèrtexs $A,\ B\ i\ C$. (3 *punts*)

c) Un punt $P$ del pla $\pi$ i el volum del tetraedre els vèrtexs del qual són $P, A, B\ i\ C$. (3 *punts*)

**Problema B.3.** Cada dia, una planta productora d'acer ven $x$ tones d'acer de qualitat baixa i $y$ tones d'acer de qualitat alta. Per restriccions del sistema de producció, ha de succeir que $y = \frac{23 - 5x}{10 - x}$, en què $0 < x < \frac{23}{5}$.

El preu d'una tona d'acer de qualitat alta és de 900 euros, i el preu d'una tona d'acer de qualitat baixa és de 300 euros.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els ingressos obtinguts en un dia en funció de $x$. (3 *punts*)

b) Quantes tones de cada tipus d'acer s'han de vendre en un dia perquè els ingressos obtinguts aquest dia siguen màxims. (5 *punts*)

c) L'ingrés màxim que es pot obtenir per les vendes d'acer en un dia. (2 *punts*)

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} ax & & - z = a \\ 2x & + ay & + z = 1 \\ 2x & & + z = 2 \end{cases}$, donde $a$ es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores del parámetro $a$ para los cuales el sistema es incompatible. (4 *puntos*)

b) Todas las soluciones del sistema cuando éste sea compatible indeterminado. (3 *puntos*)

c) La solución del sistema cuando $a = -1$. (3 *puntos*)

**Problema A.2.** Se dan las rectas $r: \begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ 3x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2\alpha \\ z = \alpha - 2 \end{cases}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La recta paralela a $r$ que pasa por el punto $(0,1,0)$. (3 *puntos*)

b) El plano $\pi$ que contiene a la recta $r$ y es paralelo a $s$. (3 *puntos*)

c) La distancia entre las rectas $r$ y $s$. (4 *puntos*)

**Problema A.3.** Se da la función *f* definida por $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 5x + 6}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Dominio y asíntotas de la función *f*. (2 *puntos*)

b) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función *f*. (3 *puntos*)

c) La integral $\int f(x)\,dx$. (3 *puntos*)

d) El valor de $a > 4$ para el que el área de la superficie limitada por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0$, $x = 4$ $y$ $x = a$ es $\ln(3/2)$. (2 *puntos*)

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se da la matriz $A = \begin{pmatrix} \sqrt{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La comprobación de que $A^{-1} = 5^{-1} A^t$, siendo $A^t$ la matriz traspuesta de $A$. (4 *puntos*)

b) Los valores del parámetro real λ para los cuales $A - \lambda I$ no es invertible, siendo $I$ la matriz identidad de orden 3. (3 *puntos*)

c) El determinante de una matriz cuadrada $B$ cuyo determinante es mayor que 0 y verifica la ecuación $B^{-1} = B^t$. (3 *puntos*)

**Problema B.2.** Se da el plano $\pi : 6x + 3y + 2z - 12 = 0$ y los puntos $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$ y $C(0,0,3)$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La ecuación implícita del plano $\sigma$ que pasa por los puntos $A$, $B$ y $C$, (2 *puntos*)
y la posición relativa de los planos $\sigma$ y $\pi$. (2 *puntos*)

b) El área del triángulo de vértices $A$, $B$ y $C$. (3 *puntos*)

c) Un punto $P$ del plano $\pi$ y el volumen del tetraedro cuyos vértices son $P$, $A$, $B$ y $C$. (3 *puntos*)

**Problema B.3.** Cada día, una planta productora de acero vende $x$ toneladas de acero de baja calidad e $y$ toneladas de acero de alta calidad. Por restricciones del sistema de producción debe suceder que $y = \dfrac{23 - 5x}{10 - x}$, siendo $0 < x < \dfrac{23}{5}$.

El precio de una tonelada de acero de alta calidad es de 900 euros y el precio de una tonelada de acero de baja calidad es de 300 euros.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los ingresos obtenidos en un día en función de $x$. (3 *puntos*)

b) Cuántas toneladas de cada tipo de acero se deben vender en un día para que los ingresos obtenidos ese día sean máximos. (5 *puntos*)

d) El ingreso máximo que se puede obtener por las ventas de acero en un día. (2 *puntos*)

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2016** | CONVOCATORIA: JUNIO 2016 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} ax - z = a \\ 2x + ay + z = 1 \\ 2x + z = 2 \end{cases}$, on $a$ és un paràmetre real.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors del paràmetre $a$ per als quals el sistema és incompatible. (4 *punts*)
b) Totes les solucions del sistema quan aquest siga compatible indeterminat. (3 *punts*)
c) La solució del sistema quan $a = -1$. (3 *punts*)

**Solució**. a) El determinant de la matriu de coeficients val $a(a+2)$. El sistema és incompatible quan $a = 0$.
b) El sistema és compatible indeterminat quan $a = -2$. En aquest cas, la solució del sistema és $(\alpha, 2^{-1}, 2-2\alpha)$. c) Quan $a = -1$, la solució del sistema és $(x, y, z) = (1, 1, 0)$.

**Problema A.2.** Es donen les rectes $r: \begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ 3x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ i $s: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2\alpha \\ z = \alpha - 2 \end{cases}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La recta paral·lela a $r$ que passa pel punt $(0,1,0)$. (3 *punts*)
b) El pla $\pi$ que conté la recta $r$ i és paral·lel a $s$. (3 *punts*)
c) La distància entre les rectes $r$ i $s$. (4 *punts*)

**Solució.** a) $(x, y, z) = (0, 1, 0) + \lambda(1, 4, 7)$. b) $\pi: 10x + y - 2z + 6 = 0$. c) Un punt de la recta $s$ és $P(1, 0, -2)$. Llavors $d(r,s) = d(P,\pi) = 20/\sqrt{105}$.

**Problema A.3.** Es dóna la funció *f* definida per $f(x)=\dfrac{1}{x^2-5x+6}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Domini i asímptotes de la funció *f*. (2 *punts*)

b) Intervals de creixement i de decreixement de la funció *f*. (3 *punts*)

c) La integral $\int f(x)\,dx$. (3 *punts*)

d) El valor $a>4$ per al qual l'àrea de la superfície limitada per la corba $y=f(x)$ i les rectes $y=0$, $x=4$ *i* $x=a$ és $\ln(3/2)$. (2 *punts*)

**Solució.** a) El domini és $(-\infty,2)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$. Les asímptotes verticals són $x=2$ i $x=3$. L'asímptota horitzontal és $y=0$. b) La funció creix en $(-\infty,\ 2)\cup(2,\ 5/2)$ i decreix en $(5/2,\ 3)\cup(3,\ \infty)$. c) Les primitives són $\ln\left|\dfrac{x-3}{x-2}\right|+C$. d) De $\ln\left|\dfrac{a-3}{a-2}\right|-\ln\dfrac{1}{2}=\ln\dfrac{3}{2}$, es dedueix la solució $a=6$.

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es dóna la matriu $A=\begin{pmatrix}\sqrt{5} & 0 & 0\\ 0 & 1 & -2\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La comprovació que $A^{-1}=5^{-1}A^t$, sent $A^t$ la matriu transposada de $A$. (4 *punts*)

b) Els valors del paràmetre real λ per als quals $A-\lambda I$ no és invertible, sent $I$ la matriu identitat d'ordre 3. (3 *punts*)

c) El determinant d'una matriu quadrada $B$ el determinant de la qual és major que 0 i verifica l'equació $B^{-1}=B^t$. (3 *punts*)

**Solució.** a) N'hi ha prou amb comprovar que en multiplicar $A$ per $A^t$ s'obté $5I$. b) La matriu $A-\lambda I$ no és invertible quan té determinant nul, és a dir, quan $\lambda=\sqrt{5}$. c) De $B^{-1}=B^t$ i $\det(B)>0$ es dedueix que $\det(B)=1$.

**Problema B.2** Es dóna el pla $\pi: 6x+3y+2z-12=0$ i els punts $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$ *i* $C(0,0,3)$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'equació implícita del pla $\sigma$ que passa pels punts $A,\ B\ i\ C$, (2 *punts*)
i la posició relativa dels plans $\sigma$ i $\pi$. (2 *punts*)

b) L'àrea del triangle de vèrtexs $A,\ B\ i\ C$. (3 *punts*)

c) Un punt $P$ del pla $\pi$ i el volum del tetraedre els vèrtexs del qual són $P$, $A$, $B$ *i* $C$. (3 *punts*)

**Solució.** a) $\sigma: 6x+3y+2z-6=0$. Els dos plans són paral·lels. b) $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=(6,3,2)$ i l'àrea del triangle és $7/2$. c) Per exemple, $P=(0,0,6)$. De $d(P,\sigma)=6/7$, es dedueix que $(1/3)\cdot(7/2)\cdot(6/7)=1$ és el volum demanat.

**Problema B.3.** Cada dia, una planta productora d'acer ven $x$ tones d'acer de qualitat baixa i $y$ tones d'acer de qualitat alta. Per restriccions del sistema de producció, ha de succeir que $y=\dfrac{23-5x}{10-x}$, en què $0<x<\dfrac{23}{5}$.

El preu d'una tona d'acer de qualitat alta és de 900 euros, i el preu d'una tona d'acer de qualitat baixa és de 300 euros.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els ingressos obtinguts en un dia en funció de $x$. (3 *punts*)

b) Quantes tones de cada tipus d'acer s'han de vendre en un dia perquè els ingressos obtinguts aquest dia siguen màxims. (5 *punts*)

c) L'ingrés màxim que es pot obtenir per les vendes d'acer en un dia. (2 *punts*)

**Solució.** a) $f(x)=900\left(\frac{x}{3}+\frac{23-5x}{10-x}\right)$. b) Com que $f'(x)=900\left(\frac{1}{3}-\frac{27}{(10-x)^2}\right)=\frac{900}{3(10-x)^2}\left((10-x)^2-9^2\right)$, es dedueix que l'ingrés màxim s'obté quan $x=1$, per al qual es pot estudiar el signe de $f'(x)$ o qualsevol altre mètode. Llavors $y=2$. c) L'ingrés màxim obtingut és $f(1)=2100$ euros.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} ax - z = a \\ 2x + ay + z = 1 \\ 2x + z = 2 \end{cases}$, donde $a$ es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores del parámetro $a$ para los cuales el sistema es incompatible. (4 *puntos*)

b) Todas las soluciones del sistema cuando éste sea compatible indeterminado. (3 *puntos*)

c) La solución del sistema cuando $a=-1$. (3 *puntos*)

**Solución**. a) El determinante de la matriz de coeficientes vale $a(a+2)$. El sistema es incompatible cuando $a=0$. b) El sistema es compatible indeterminado cuando $a=-2$. En este caso, la solución del sistema es $(\alpha, 2^{-1}, 2-2\alpha)$. c) Cuando $a=-1$, la solución del sistema es $(x,y,z)=(1,1,0)$.

**Problema A.2.** Se dan las rectas $r:\begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ 3x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ y $s:\begin{cases} x = 1 \\ y = 2\alpha \\ z = \alpha-2 \end{cases}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La recta paralela a $r$ que pasa por el punto $(0,1,0)$. (3 *puntos*)

b) El plano $\pi$ que contiene a la recta $r$ y es paralelo a $s$. (3 *puntos*)

c) La distancia entre las rectas $r$ y $s$. (4 *puntos*)

**Solución.** a) $(x,y,z)=(0,1,0)+\lambda(1,4,7)$. b) $\pi: 10x+y-2z+6=0$. c) Un punto de la recta $s$ es $P(1,0,-2)$. Entonces $d(r,s)=d(P,\pi)=20/\sqrt{105}$.

**Problema A.3.** Se da la función *f* definida por $f(x)=\frac{1}{x^2-5x+6}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Dominio y asíntotas de la función *f*. (2 *puntos*)

b) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función *f*. (3 *puntos*)

c) La integral $\int f(x)\,dx$. (3 *puntos*)

d) El valor de $a>4$ para el que el área de la superficie limitada por la curva $y=f(x)$ y las rectas $y=0$, $x=4$ *y* $x=a$ es $\ln(3/2)$. (2 *puntos*)

**Solución.** a) El dominio es $(-\infty,2)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$. Las asíntotas verticales son $x=2$ y $x=3$. La asíntota horizontal es $y=0$. b) La función crece en $(-\infty,2)\cup(2,5/2)$ y decrece en $(5/2,3)\cup(3,\infty)$. c) Las primitivas son $\ln\left|\frac{x-3}{x-2}\right|+C$. d) De $\ln\left|\frac{a-3}{a-2}\right|-\ln\frac{1}{2}=\ln\frac{3}{2}$ se deduce la solución $a=6$.

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se da la matriz $A=\begin{pmatrix}\sqrt{5} & 0 & 0\\ 0 & 1 & -2\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La comprobación de que $A^{-1}=5^{-1}A^t$, siendo $A^t$ la matriz traspuesta de $A$. (4 *puntos*)

b) Los valores del parámetro real λ para los cuales $A-\lambda I$ no es invertible, siendo $I$ la matriz identidad de orden 3. (3 *puntos*)

c) El determinante de una matriz cuadrada $B$ cuyo determinante es mayor que 0 y verifica la ecuación $B^{-1}=B^t$. (3 *puntos*)

**Solución.** a) Basta comprobar que al multiplicar $A$ por $A^t$ se obtiene $5I$. b) La matriz $A-\lambda I$ no es invertible cuando tiene determinante nulo, es decir, cuando $\lambda=\sqrt{5}$. c) De $B^{-1}=B^t$ y $\det(B)>0$ se deduce que $\det(B)=1$.

**Problema B.2.** Se da el plano $\pi: 6x+3y+2z-12=0$ y los puntos $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$ y $C(0,0,3)$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La ecuación implícita del plano $\sigma$ que pasa por los puntos $A$, $B$ y $C$, (2 *puntos*)
y la posición relativa de los planos $\sigma$ y $\pi$. (2 *puntos*)

b) El área del triángulo de vértices $A$, $B$ y $C$. (3 *puntos*)

c) Un punto $P$ del plano $\pi$ y el volumen del tetraedro cuyos vértices son $P$, $A$, $B$ y $C$. (3 *puntos*)

**Solución.** a) $\sigma: 6x+3y+2z-6=0$. Los dos planos son paralelos. b) $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=(6,3,2)$ y el área del triángulo es $7/2$. c) Por ejemplo $P=(0,0,6)$. De $d(P,\sigma)=6/7$ se deduce que $(1/3)\cdot(7/2)\cdot(6/7)=1$ es el volumen pedido.

**Problema B.3.** Cada día, una planta productora de acero vende $x$ toneladas de acero de baja calidad e $y$ toneladas de acero de alta calidad. Por restricciones del sistema de producción debe suceder que $y=\dfrac{23-5x}{10-x}$, siendo $0<x<\dfrac{23}{5}$.

El precio de una tonelada de acero de alta calidad es de 900 euros y el precio de una tonelada de acero de baja calidad es de 300 euros.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los ingresos obtenidos en un día en función de $x$. (3 *puntos*)

b) Cuántas toneladas de cada tipo de acero se deben vender en un día para que los ingresos obtenidos ese día sean máximos. (5 *puntos*)

d) El ingreso máximo que se puede obtener por las ventas de acero en un día. (2 *puntos*)

**Solución.** a) $f(x)=900\left(\dfrac{x}{3}+\dfrac{23-5x}{10-x}\right)$. b) Puesto que $f\,'(x)=900\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{27}{(10-x)^2}\right)=\dfrac{900}{3(10-x)^2}\left((10-x)^2-9^2\right)$ se deduce que el ingreso máximo se obtiene cuando $x=1$, para lo que se puede estudiar el signo de $f\,'(x)$ o cualquier otro método. Entonces $y=2$. c) El ingreso máximo obtenido es $f(1)=2100$ euros.

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2016** | CONVOCATORIA: JUNIO 2016 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Donades las matrius:

$$A=\begin{pmatrix}1&2&1\\1&3&1\\0&1&3\end{pmatrix} \quad \text{i} \quad B=\begin{pmatrix}0&-1&2\\1&0&-1\\2&1&0\end{pmatrix}$$

a) Calcula $A^{-1}$.

b) Determina la matriu $X$ tal que $AX = A + B$.

**Problema 2.** El departament d'anàlisi financera d'una consultora determina que la rendibilitat $R(x)$, en milers d'euros, d'una inversió, en funció de la quantitat invertida en milers d'euros, $x$, és donada per l'expressió següent:

$$R(x) = -0,01x^2 + 0,1x + 1, \quad x > 0$$

a) Quants euros convé invertir per maximitzar la rendibilitat? Quina serà aquesta rendibilitat màxima?

b) Determina la funció que proporciona la rendibilitat mitjana (és a dir, el quocient entre la rendibilitat i la quantitat invertida) d'aquesta inversió i estudia l'evolució d'aquesta rendibilitat mitjana en funció de la quantitat invertida.

**Problema 3.** Joan va normalment a llogar pel·lícules a un dels tres videoclubs següents: A, B i C. Se sap que la probabilitat que vaja al videoclub C és 0,2 i que la probabilitat que vaja al A és la mateixa que la probabilitat que vaja al B. Al videoclub A el 35% de les pel·lícules són espanyoles, el 55% en el B i el 40% en el C. Un día va a un videoclub i una vegada allí tria aleatòriament una pel·lícula. Es demana:

a) Quina és la probabilitat que haja anat al videoclub A?

b) Quina és la probabilitat que la pel·lícula triada siga espanyola?

c) Suposant que ha triat una pel·lícula no espanyola, quina és la probabilitat que haja anat al videoclub C?

# OPCIÓ B

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Un comerciant va comprar 200 quilos de préssecs, 100 de pomes i 300 de peres. Els ven incrementant un 25% el preu dels préssecs i de les pomes i un 40% el de les peres. Per la venda de tot el gènere va obtindre 1087 euros dels quals 257 varen ser de benefici. Sabent que el preu de compra del quilo de préssecs va ser 50 cèntims més car que el preu del quilo de peres, quin va ser el preu de compra del quilo de cadascuna de las fruites?

**Problema 2.** Donada la funció $f(x)=\dfrac{x^2}{4-x}$, es demana:

a) El seu domini i els punts de tall amb els eixos coordenats.

b) Les equacions de les asímptotes horitzontals i verticals.

c) Els intervals de creixement i decreixement.

d) Els màxims i mínims locals.

e) La representació gràfica a partir de la informació dels apartats anteriors.

**Problema 3.** L'espai mostral associat a un experiment aleatori és el següent: $\Omega=\{a,b,c,d,e,f\}$. Es coneixen les probabilitats següents: $P(a)=P(b)=P(c)=P(d)=1/12$, $P(e)=1/2$ i $P(f)=1/6$. Donats els successos $A=\{a,c,d\}$ i $B=\{c,e,f\}$ relacionats amb l'experiment aleatori i sent $\overline{A}$ el succés contrari o complementari de *A*, calcula:

a) $P(A\cup B)$

b) $P(\overline{A}\cup B)$

c) $P(A\cap B)$

d) $P(A|B)$

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2016** | CONVOCATORIA: JUNIO 2016 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREMO DEL EXAMEN:**
**Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & 3 & 1\\ 0 & 1 & 3\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}0 & -1 & 2\\ 1 & 0 & -1\\ 2 & 1 & 0\end{pmatrix}$.

a) Calcula $A^{-1}$.

b) Determina la matriz $X$ tal que $AX = A+B$.

**Problema 2.** El departamento de análisis financiero de una consultora determina que la rentabilidad $R(x)$, en miles de euros, de cierta inversión, en función de la cantidad invertida en miles de euros, $x$, viene dada por la siguiente expresión:

$$R(x) = -0,01x^2 + 0,1x + 1, \quad x > 0$$

a) ¿Cuántos euros conviene invertir para maximizar la rentabilidad? ¿Cuál será dicha rentabilidad máxima?

b) Determina la función que proporciona la rentabilidad media (es decir, el cociente entre la rentabilidad y la cantidad invertida) de dicha inversión y estudia la evolución de dicha rentabilidad media en función de la cantidad invertida.

**Problema 3.** Juan va normalmente a alquilar películas a uno de los tres videoclubs siguientes: A, B y C. Se sabe que la probabilidad de que vaya al videoclub C es 0,2 y que la probabilidad de que vaya al A es la misma que la probabilidad de que vaya al B. En el videoclub A el 35% de las películas son españolas, el 55% en el B y el 40% en el C. Un día va a un videoclub y una vez allí elige aleatoriamente una película. Se pide:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya ido al videoclub A?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la película elegida sea española?

c) Suponiendo que ha elegido una película no española, ¿cuál es la probabilidad de que haya ido al videoclub C?

# OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Un comerciante compró 200 kilos de melocotones, 100 de manzanas y 300 de peras. Los vende incrementando un 25% el precio de los melocotones y de las manzanas y un 40% el de las peras. Por la venta de todo el género obtuvo 1087 euros de los que 257 fueron beneficio. Sabiendo que el precio de compra del kilo de melocotones fue 50 céntimos más caro que el del kilo de peras, ¿cuál fue el precio de compra del kilo de cada una de las frutas?

**Problema 2.** Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2}{4-x}$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Los máximos y mínimos locales.

e) La representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

**Problema 3.** El espacio muestral asociado a un experimento aleatorio es el siguiente: $\Omega=\{a,b,c,d,e,f\}$. Se conocen las siguientes probabilidades: $P(a)=P(b)=P(c)=P(d)=1/12$, $P(e)=1/2$ y $P(f)=1/6$. Dados los sucesos $A=\{a,c,d\}$ y $B=\{c,e,f\}$ relacionados con el experimento aleatorio y siendo $\overline{A}$ el suceso contrario o complementario de *A*, calcula:

a) $P(A\cup B)$

b) $P(\overline{A}\cup B)$

c) $P(A\cap B)$

d) $P(A|B)$

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2016** | CONVOCATORIA: JUNIO 2016 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'opció A o l'opció B, de la qual ha de fer els tres problemes proposats.**
**Cada problema és valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.**

**a)** De 0 a 5 punts per l'obtenció de la matriu $A^{-1}=\begin{pmatrix} 8/3 & -5/3 & -1/3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1/3 & -1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$

**b)** De 0 a 2 punts pel plantejament i de 0 a 3 punts per l'obtenció de la matriu $X=\begin{pmatrix} -4/3 & -3 & 7 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1/3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 4 punts pel càlcul del capital que convé invertir (5000 euros), de 0 a 1 punt per la justificació que per a aquest capital s'aconsegueix la màxima rendibilitat, i de 0 a 1 punt pel càlcul de la rendibilitat màxima (1250 euros)

**b)** De 0 a 1 punt per l'obtenció de la funció R(x)/x que proporciona la rendibilitat mitjana i de 0 a 3 punts per l'estudi de l'evolució d'aquesta rendibilitat mitjana (és sempre decreixent, és a dir, la rendibilitat mitjana minva segons augmenta la quantitat invertida).

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 2 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,4).

**b)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,44).

**c)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,2143).

# OPCIÓ B

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.**
Pel plantejament, de 0 a 5 punts, amb el criteri següent: sols una equació correcta, 1 punt; dues equacions correctes, 3 punts; les 3 equacions correctes, 5 punts.

$$\begin{cases} 200x + 100y + 300z = 830 \\ 250x + 125y + 420z = 1087 \quad \text{o} \quad 50x + 25y + 120z = 257 \\ x = 0,5 + z \end{cases}$$

De 0 a 5 punts per l'obtenció de la solució (x=1,6 euros el quilo de préssecs, y=1,8 euros el quilo de pomes i z=1,1 euros el quilo de peres).

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 2 punts per l'estudi del domini (R\{4}) i els punts de tall (0,0).

**b)** De 0 a 2 punts pel càlcul de les asímptotes (x=4 i no hi ha asímptotes horitzontals).

**c)** De 0 a 2 punts pel càlcul del creixement (creix en $]0,4[\cup]4,8[$) i decreixement (decreix en $]-\infty,0[\cup]8,+\infty[$).

**d)** De 0 a 2 punts pel càlcul dels màxims i mínims locals (màxim en $x = 8$ i mínim en $x = 0$).

**e)** De 0 a 2 punts per la representació gràfica.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (11/12).

**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (5/6).

**c)** De 0 a 2 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (1/12).

**d)** De 0 a 2 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (1/9).

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2016** | CONVOCATORIA: JUNIO 2016 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiante ha de escoger la opción A o la opción B, de la cual ha de hacer los tres problemas propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.**

**a)** De 0 a 5 puntos por la obtención de la matriz $A^{-1} = \begin{pmatrix} 8/3 & -5/3 & -1/3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1/3 & -1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$

**b)** De 0 a 2 puntos por el planteamiento y de 0 a 3 puntos por la obtención de la matriz $X = \begin{pmatrix} -4/3 & -3 & 7 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1/3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 4 puntos por el cálculo del capital que conviene invertir (5000 euros), de 0 a 1 punto por la justificación que para ese capital se consigue la máxima rentabilidad y de 0 a 1 punto por el cálculo de la rentabilidad máxima (1250 euros).

**b)** De 0 a 1 punto por la obtención de la función R(x)/x que proporciona la rentabilidad media y de 0 a 3 puntos por el estudio de la evolución de dicha rentabilidad media (es siempre decreciente, es decir, la rentabilidad media disminuye conforme aumenta la cantidad invertida).

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,4).

**b)** De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,44).

**c)** De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,2143).

# OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Por el planteamiento de 0 a 5 puntos, con el siguiente criterio: solo una ecuación correcta, 1 punto; dos ecuaciones correctas, 3 puntos; las 3 ecuaciones correctas, 5 puntos.

$$\begin{cases} 200x + 100y + 300z = 830 \\ 250x + 125y + 420z = 1087 \quad \text{o} \quad 50x + 25y + 120z = 257 \\ x = 0,5 + z \end{cases}$$

De 0 a 5 puntos por la obtención de la solución ($x$ = 1,6 euros el kilo de melocotones, $y$ = 1,8 euros el kilo de manzanas y $z$ = 1,1 euros el kilo de peras).

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 2 puntos por el estudio del dominio ($\mathbb{R}\setminus\{4\}$) y los puntos de corte (0,0).

**b)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de las asíntotas ($x$ = 4 y no hay asíntotas horizontales).

**c)** De 0 a 2 puntos por el cálculo del crecimiento (crece en $]0,4[\cup]4,8[$) y decrecimiento (decrece en $]-\infty,0[\cup]8,+\infty[$).

**d)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de los máximos y mínimos locales (máximo en $x$ = 8 y mínimo en $x$ = 0).

**e)** De 0 a 2 puntos por la representación gráfica.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (11/12).

**b)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (5/6).

**c)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (1/12).

**d)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (1/9).

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2016** | CONVOCATORIA: JULIO 2016 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es dóna el sistema $\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ -3x + 2y + 3z = -2 \\ 2x + \alpha y - 5z = -4 \end{cases}$, on $\alpha$ és un paràmetre real.

Obteniu **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) La solució del sistema quan $\alpha = 0$. (3 *punts*)
b) El valor del paràmetre $\alpha$ per al qual el sistema és incompatible. (3 *punts*)
c) Els valors del paràmetre $\alpha$ per als quals el sistema és compatible i determinat, (2 *punts*)
i obteniu la solució del sistema en funció del paràmetre $\alpha$. (2 *punts*)

**Problema A.2.** Es donen els punts $A = (0, 0, 1)$, $B = (1, 0, -1)$, $C = (0, 1, -2)$ i $D = (1, 2, 0)$.
Obteniu **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) L'equació del pla $\pi$ que conté els punts $A$, $B$ i $C$. (3 *punts*)
b) La justificació que els quatre punts $A$, $B$, $C$ i $D$, no són coplanaris. (2 *punts*)
c) La distància del punt $D$ al pla $\pi$, (2 *punts*)
i el volum del tetraedre els vèrtexs del qual són A, $B$, $C$ i $D$. (3 *punts*)

**Problema A.3.** Es dóna la funció $f$ definida per $f(x) = x^2 + |x|$, on $x$ és un nombre real qualsevol i $|x|$ representa el valor absolut de $x$. Obteniu **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) El punt o punts on la gràfica de la funció $f$ talla els eixos de coordenades. (2 *punts*)
b) La justificació de que la corba $y = f(x)$ és simètrica respecte a l'eix d'ordenades. (1 *punts*)
c) Els intervals de creixement i de decreixement de la funció $f$, (2 *punts*)
i l'extrem relatiu de la funció $f$, justificant si és màxim o mínim relatiu. (1 *punt*)
d) La representació gràfica d'aquesta corba $y = f(x)$. (1 *punt*)
e) Les integrals definides $\int_{-1}^{0} f(x)dx$ y $\int_{0}^{2} f(x)dx$. (1,5 + 1,5 *punts*)

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es donen les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ i $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Obteniu **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) El determinant de les matrius $A \cdot (2(B)^2)$ (1,5 *punts*)
i $A \cdot (2(B)^2) \cdot (3A)^{-1}$. (1,5 *punts*)

b) Les matrius $A^{-1}$ (2 *punts*)
i $((B \cdot A)^{-1} \cdot B)^{-1}$. (2 *punts*)

c) La solució de l'equació matricial $A \cdot X + B \cdot X = 3I$. (3 *punts*)

**Problema B.2.** Es donen els plans $\pi : x + y + z = 1$ i $\sigma : ax + by + z = 0$, on $a$ i $b$ són dos paràmetres reals. Obteniu **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) Els valors de $a$ i $b$ per als quals el pla $\sigma$ passa pel punt $(1,\ 2,\ 3)$ i, a més, aquest pla $\sigma$ és perpendicular al pla $\pi$. (3 *punts*)

b) Els valors de $a$ i $b$ per als quals ocorre que el pla $\sigma$ passa pel punt $(0,\ 1,\ 1)$ i la distància del punt $(1, 0, 1)$ al pla $\sigma$ és 1. (3 *punts*)

c) Els valors de $a$ i $b$ per als quals la intersecció dels plans $\pi$ i $\sigma$ és la recta $r$ per a la qual el vector $(3,\ 2, -5)$ és un vector director d'aquesta recta *r*, (3 *punts*)
i obteniu les coordenades d'un punt qualsevol de la recta *r*. (1 *punt*)

**Problema B.3.** La diferència de potencial *x* entre dos punts d'un circuit elèctric provoca el pas d'un corrent elèctric d'intensitat *y*, que està relacionat amb la diferència de potencial *x* per l'equació $y = -x^2 - x + 6$, sent $0 \le x \le 2$.

Obtenir **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) La gràfica de la funció $f(x) = -x^2 - x + 6$ (3 *punts*)
i deduïu, gràficament o analíticament, el valor de la intensitat *y* quan la diferència de potencial *x* és 0 i el valor de la diferència de potencial *x* al qual correspon una intensitat *y* igual a 0, sent $0 \le x \le 2$. (1 *punt*)

b) El valor de la diferència de potencial *x* per al qual és màxim el producte $y \cdot x$ de la intensitat *y* per la diferència de potencial *x*, quan $0 \le x \le 2$, (2 *punts*)
i obteniu el valor màxim d'aquest producte $y \cdot x$, quan $0 \le x \le 2$. (1 *punt*)

c) L'àrea de la superfície situada en el primer quadrant limitada per la corba $y = f(x)$, l'eix d'abscisses i l'eix d'ordenades. (3 *punts*)

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema $\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ -3x + 2y + 3z = -2 \\ 2x + \alpha y - 5z = -4 \end{cases}$, donde $\alpha$ es un parámetro real. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La solución del sistema cuando $\alpha = 0$. (3 *puntos*)

b) El valor del parámetro $\alpha$ para el que el sistema es incompatible. (3 *puntos*)

c) Los valores del parámetro $\alpha$ para los que el sistema es compatible y determinado (2 *puntos*)
y obtener la solución del sistema en función del parámetro $\alpha$. (2 *puntos*)

**Problema A.2.** Se dan los puntos $A = (0, 0, 1)$, $B = (1, 0, -1)$, $C = (0, 1, -2)$ y $D = (1, 2, 0)$.
Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La ecuación del plano $\pi$ que contiene a los puntos *A*, *B* y *C*. (3 *puntos*)

b) La justificación de que los cuatro puntos *A*, *B, C* y *D*, no son coplanarios. (2 *puntos*)

c) La distancia del punto *D* al plano $\pi$, (2 *puntos*)
y el volumen del tetraedro cuyos vértices son *A*, *B, C* y *D*. (3 *puntos*)

**Problema A.3.** Se da la función *f* definida por $f(x) = x^2 + |x|$, donde *x* es un número real cualquiera y $|x|$ representa al valor absoluto de *x*. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El punto o puntos donde la gráfica de la función *f* corta a los ejes de coordenadas. (2 *puntos*)

b) La justificación de que la curva $y = f(x)$ es simétrica respecto al eje de ordenadas. (1 *puntos*)

c) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función *f*, (2 *puntos*)
y el extremo relativo de la función *f*, justificando si es máximo o mínimo relativo. (1 *puntos*)

d) La representación gráfica de dicha curva $y = f(x)$. (1 *puntos*)

e) Las integrales definidas $\int_{-1}^{0} f(x)dx$ y $\int_{0}^{2} f(x)dx$. (1,5 + 1,5 *puntos*)

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ 2 & 1 & 2\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}$ e $I=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El determinante de las matrices $A\cdot(2(B)^2)$ (1,5 *puntos*)
y $A\cdot(2(B)^2)\cdot(3A)^{-1}$. (1,5 *puntos*)

b) Las matrices $A^{-1}$ (2 *puntos*)
y $\left((B\cdot A)^{-1}\cdot B\right)^{-1}$. (2 *puntos*)

c) La solución de la ecuación matricial $A\cdot X+B\cdot X=3I$. (3 *puntos*)

**Problema B.2.** Se dan los planos $\pi : x+y+z=1$ y $\sigma : ax+by+z=0$, donde *a* y *b* son dos parámetros reales.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de *a* y *b* para los que el plano $\sigma$ pasa por el punto $(1,\ 2,\ 3)$ y, además, dicho plano $\sigma$ es perpendicular al plano $\pi$. (3 *puntos*)

b) Los valores de *a* y *b* para los cuales sucede que el plano $\sigma$ pasa por el punto $(0,\ 1,\ 1)$ y la distancia del punto $(1,0,1)$ al plano $\sigma$ es 1. (3 *puntos*)

c) Los valores de *a* y *b* para los que la intersección de los planos $\pi$ y $\sigma$ es la recta $r$ para la que el vector $(3,\ 2,-5)$ es un vector director de dicha recta *r*, (3 *puntos*)
y obtener las coordenadas de un punto cualquiera de la recta *r*. (1 *punto*)

**Problema B.3.** La diferencia de potencial *x* entre dos puntos de un circuito eléctrico provoca el paso de una corriente eléctrica de intensidad *y*, que está relacionada con la diferencia de potencial *x* por la ecuación $y=-x^2-x+6$, siendo $0\le x\le 2$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La gráfica de la función $f(x)=-x^2-x+6$ (3 *puntos*)
y deducir, gráfica o analíticamente, el valor de la intensidad *y* cuando la diferencia de potencial *x* es 0 y el valor de la diferencia de potencial *x* al que corresponde una intensidad *y* igual a 0, siendo $0\le x\le 2$. (1 *punto*)

b) El valor de la diferencia de potencial *x* para el que es máximo el producto $y\cdot x$ de la intensidad *y* por la diferencia de potencial *x*, cuando $0\le x\le 2$, (2 *puntos*)
y obtener el valor máximo de dicho producto $y\cdot x$, cuando $0\le x\le 2$. (1 *punto*)

c) El área de la superficie situada en el primer cuadrante limitada por la curva $y=f(x)$, el eje de abscisas y el eje de ordenadas. (3 *puntos*)

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2016** | CONVOCATORIA: JULIO 2016 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es dóna el sistema $\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ -3x + 2y + 3z = -2 \\ 2x + \alpha y - 5z = -4 \end{cases}$, on $\alpha$ és un paràmetre real.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La solució del sistema quan $\alpha = 0$. (3 *punts*)
b) El valor del paràmetre $\alpha$ per al qual el sistema és incompatible. (3 *punts*)
c) Els valors del paràmetre $\alpha$ per als quals el sistema és compatible i determinat, (2 *punts*)
i obteniu la solució del sistema en funció del paràmetre $\alpha$. (2 *punts*)

**Solució:** a) $(26/27,\ -4/3,\ 32/27)$. b) $\alpha = -3$. c) $\alpha \neq -3$; $\left(\dfrac{10\alpha+26}{9\alpha+27},\ \dfrac{-4}{\alpha+3},\ \dfrac{4\alpha+32}{9\alpha+27}\right)$.

**Problema A.2.** Es donen els punts $A = (0, 0, 1)$, $B = (1, 0, -1)$, $C = (0, 1, -2)$ i $D = (1, 2, 0)$.
Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'equació del pla $\pi$ que conté els punts $A$, $B$ i $C$. (3 *punts*)
b) La justificació que els quatre punts $A$, $B$, $C$ i $D$, no són coplanaris. (2 *punts*)
c) La distància del punt $D$ al pla $\pi$, (2 *punts*)
i el volum del tetraedre els vèrtexs del qual són A, $B$, $C$ i $D$. (3 *punts*)

**Solució:** a) $\pi : -2x - 3y - z + 1 = 0$. b) $-2(1) - 3(2) - 0 + 1 \neq 0$. c) $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$; $\dfrac{7}{6}$.

**Problema A.3.** Es dóna la funció $f$ definida per $f(x) = x^2 + |x|$, on $x$ és un nombre real qualsevol i $|x|$ representa el valor absolut de $x$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El punt o punts on la gràfica de la funció $f$ talla els eixos de coordenades. (2 *punts*)
b) La justificació que la corba $y = f(x)$ és simètrica respecte a l'eix d'ordenades. (1 *punts*)
c) Els intervals de creixement i de decreixement de la funció $f$, (2 *punts*)
i l'extrem relatiu de la funció $f$, justificant si és màxim o mínim relatiu. (1 *punt*)
d) La representació gràfica d'aquesta corba $y = f(x)$. (1 *punt*)
e) Les integrals definides $\int_{-1}^{0} f(x)dx$ y $\int_{0}^{2} f(x)dx$. (1,5 + 1,5 *punts*)

**Solució:** a) La gràfica de $f$ talla l'eix d'abscisses en $(0, 0)$ i aquesta gràfica també talla a l'eix d'ordenades en

$(0, 0)$. b) $f(-x) = (-x)^2 + |-x| = x^2 + |x| = f(x)$. c) És creixent quan $x \geq 0$ i, per simetria, és decreixent si $x \leq 0$, la qual cosa es dedueix també del decreixement de la funció $h(x) = x^2 - x$ quan $x \leq 0$, ja que $f(x) = h(x)$ quan $x \leq 0$; té un mínim relatiu en $x = 0$. d) En ser *f* simètrica respecte a l'eix d'ordenades, n'hi ha prou amb obtenir la gràfica de *f* quan $x \geq 0$, on $f(x) = x^2 + x$. La gràfica de *f* per a $x \leq 0$ s'obté per simetria respecte a l'eix d'ordenades de la gràfica obtinguda per a $x \geq 0$, encara que també es pot obtenir representant $h(x) = x^2 - x$ quan $x \leq 0$, ja que, com ja s'ha indicat, $f(x) = h(x)$, quan $x \leq 0$. e) $5/6$ i $14/3$.

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es donen les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ i $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Obteniu **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) El determinant de les matrius $A \cdot (2(B)^2)$ i $A \cdot (2(B)^2) \cdot (3A)^{-1}$. (1,5 *punts*) i (1,5 *punts*)

b) Les matrius $A^{-1}$ i $\left((B \cdot A)^{-1} \cdot B\right)^{-1}$. (2 *punts*) i (2 *punts*)

c) La solució de l'equació matricial $A \cdot X + B \cdot X = 3I$. (3 *punts*)

**Solució:** a) $-1(2^3)(5)^2 = -200$ i $\dfrac{-200}{27(-1)} = \dfrac{200}{27}$. b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ i $\left((B \cdot A)^{-1} \cdot B\right)^{-1} = A$.

c) $X = 3(A+B)^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 12 \\ 3 & 2 & -9 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$.

**Problema B.2.** Es donen els plans $\pi : x + y + z = 1$ i $\sigma : ax + by + z = 0$, on $a$ i $b$ són dos paràmetres reals. Obteniu **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) Els valors de $a$ i $b$ per als quals el pla $\sigma$ passa pel punt $(1, 2, 3)$ i, a més, aquest pla $\sigma$ és perpendicular al pla $\pi$. (3 *punts*)

b) Els valors de $a$ i $b$ per als quals ocorre que el pla $\sigma$ passa pel punt $(0, 1, 1)$ i la distància del punt $(1, 0, 1)$ al pla $\sigma$ és 1. (3 *punts*)

c) Els valors de $a$ i $b$ per als quals la intersecció dels plans $\pi$ i $\sigma$ és la recta $r$ per a la qual el vector $(3, 2, -5)$ és un vector director d'aquesta recta *r*, (3 *punts*)
i obteniu les coordenades d'un punt qualsevol de la recta *r*. (1 *punt*)

**Solució:** a) $a = 1$ i $b = -2$. b) $a = 1/2$ i $b = -1$. c) $a = 3$ i $b = -2$ i un punt de *r* és qualsevol solució del sistema $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{cases}$, per exemple $(-1/2, 0, 3/2)$.

**Problema B.3.** La diferència de potencial *x* entre dos punts d'un circuit elèctric provoca el pas d'un corrent elèctric d'intensitat *y*, que està relacionat amb la diferència de potencial *x* per l'equació $y = -x^2 - x + 6$, sent $0 \leq x \leq 2$. Obtenir **<u>raonadament</u>**, **<u>escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>**:

a) La gràfica de la funció $f(x) = -x^2 - x + 6$ (3 *punts*)
i deduïu, gràficament o analíticament, el valor de la intensitat *y* quan la diferència de potencial *x* és 0 i el valor de la diferència de potencial *x* al qual correspon una intensitat *y* igual a 0, sent $0 \leq x \leq 2$. (1 *punt*)

b) El valor de la diferència de potencial *x* per al qual és màxim el producte $y \cdot x$ de la intensitat *y* per la diferència de potencial *x*, quan $0 \leq x \leq 2$, (2 *punts*)
i obteniu el valor màxim d'aquest producte $y \cdot x$, quan $0 \leq x \leq 2$. (1 *punt*)

c) L'àrea de la superfície situada en el primer quadrant limitada per la corba $y = f(x)$, l'eix d'abscisses i l'eix d'ordenades. (3 *punts*)

**Solució:** a) La paràbola de vèrtex $(-0.5,\ 6.25)$ que passa pels punts $(-3,\ 0)$, $(0,\ 6)$ i $(2,\ 0)$, sent 6 i 2 els valors demanats de la intensitat i la diferència de potencial, respectivament. b) $x=(-1+\sqrt{19})/3$, producte màxim igual a 4,0607. c) $\frac{22}{3}$.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema $\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ -3x + 2y + 3z = -2, \\ 2x + \alpha y - 5z = -4 \end{cases}$ donde $\alpha$ es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La solución del sistema cuando $\alpha = 0$. (3 *puntos*)

b) El valor del parámetro $\alpha$ para el que el sistema es incompatible. (3 *puntos*)

c) Los valores del parámetro $\alpha$ para los que el sistema es compatible y determinado (2 *puntos*) y obtener la solución del sistema en función del parámetro $\alpha$. (2 *puntos*)

**Solución:** a) $(26/27,\ -4/3,\ 32/27)$. b) $\alpha=-3$. c) $\alpha \neq 3$; $\left(\frac{10\alpha+26}{9\alpha+27}, \frac{-4}{\alpha+3}, \frac{4\alpha+32}{9\alpha+27}\right)$.

**Problema A.2.** Se dan los puntos $A=(0, 0, 1)$, $B=(1, 0, -1)$, $C=(0, 1, -2)$ y $D=(1, 2, 0)$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La ecuación del plano $\pi$ que contiene a los puntos *A*, *B* y *C*. (3 *puntos*)

b) La justificación de que los cuatro puntos *A*, *B, C* y *D*, no son coplanarios. (2 *puntos*)

c) La distancia del punto *D* al plano $\pi$, (2 *puntos*) y el volumen del tetraedro cuyos vértices son *A*, *B, C* y *D*. (3 *puntos*)

**Solución:** a) $\pi: -2x-3y-z+1=0$. b) $-2(1)-3(2)-0+1\neq 0$. c) $\frac{\sqrt{14}}{2}$; $\frac{7}{6}$.

**Problema A.3.** Se da la función *f* definida por $f(x)=x^2+|x|$, donde *x* es un número real cualquiera y $|x|$ representa al valor absoluto de *x*. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El punto o puntos donde la gráfica de la función *f* corta a los ejes de coordenadas. (2 *puntos*)

b) La justificación de que la curva $y=f(x)$ es simétrica respecto al eje de ordenadas. (1 *puntos*)

c) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función *f*, (2 *puntos*) y el extremo relativo de la función *f*, justificando si es máximo o mínimo relativo. (1 *puntos*)

d) La representación gráfica de dicha curva $y=f(x)$. (1 *puntos*)

e) Las integrales definidas $\int_{-1}^{0} f(x)dx$ y $\int_{0}^{2} f(x)dx$. (1,5 + 1,5 *puntos*)

**Solución:** a) La gráfica de *f* corta al eje de abscisas en $(0, 0)$ y dicha gráfica también corta al eje de ordenadas en $(0, 0)$. b) $f(-x)=(-x)^2+|-x|=x^2+|x|=f(x)$. c) Es creciente cuando $x\geq 0$ y, por simetría, es decreciente si $x\leq 0$, lo que se deduce también del decrecimiento de la función $h(x)=x^2-x$ cuando $x\leq 0$, pues $f(x)=h(x)$ cuando $x\leq 0$; tiene un mínimo relativo en $x=0$. d) Al ser *f* simétrica respecto al eje de ordenadas es suficiente con obtener la gráfica de *f* cuando $x\geq 0$, donde $f(x)=x^2+x$. La gráfica de *f* para $x\leq 0$ se obtiene por simetría respecto al eje de ordenadas de la gráfica obtenida para $x\geq 0$, si bien también se puede obtener representando $h(x)=x^2-x$ cuando $x\leq 0$, pues, como ya se ha indicado, $f(x)=h(x)$, cuando $x\leq 0$. e) $5/6$ y $14/3$.

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El determinante de las matrices $A \cdot (2(B)^2)$ y $A \cdot (2(B)^2) \cdot (3A)^{-1}$. (1,5 *puntos*) y (1,5 *puntos*)

b) Las matrices $A^{-1}$ y $\left((B \cdot A)^{-1} \cdot B\right)^{-1}$. (2 *puntos*) y (2 *puntos*)

c) La solución de la ecuación matricial $A \cdot X + B \cdot X = 3I$. (3 *puntos*)

**Solución:** a) $-1(2^3)(5)^2 = -200$ y $\dfrac{-200}{27(-1)} = \dfrac{200}{27}$. b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $\left((B \cdot A)^{-1} \cdot B\right)^{-1} = A$. c)

$$X = 3(A+B)^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 12 \\ 3 & 2 & -9 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

**Problema B.2.** Se dan los planos $\pi : x + y + z = 1$ y $\sigma : ax + by + z = 0$, donde *a* y *b* son dos parámetros reales.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de *a* y *b* para los que el plano $\sigma$ pasa por el punto $(1, 2, 3)$ y, además, dicho plano $\sigma$ es perpendicular al plano $\pi$. (3 *puntos*)

b) Los valores de *a* y *b* para los cuales sucede que el plano $\sigma$ pasa por el punto $(0, 1, 1)$ y la distancia del punto $(1, 0, 1)$ al plano $\sigma$ es 1. (3 *puntos*)

c) Los valores de *a* y *b* para los que la intersección de los planos $\pi$ y $\sigma$ es la recta $r$ para la que el vector $(3, 2, -5)$ es un vector director de dicha recta *r*, (3 *puntos*)
y obtener las coordenadas de un punto cualquiera de la recta $r$. (1 *punto*)

**Solución:** a) $a = 1$ y $b = -2$. b) $a = 1/2$ y $b = -1$. c) $a = 3$ y $b = -2$; un punto de *r* es cualquier solución del sistema $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{cases}$, por ejemplo $(-1/2, 0, 3/2)$.

**Problema B.3.** La diferencia de potencial *x* entre dos puntos de un circuito eléctrico provoca el paso de una corriente eléctrica de intensidad *y*, que está relacionada con la diferencia de potencial *x* por la ecuación $y = -x^2 - x + 6$, siendo $0 \le x \le 2$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La gráfica de la función $f(x) = -x^2 - x + 6$ (3 *puntos*)
y deducir, gráfica o analíticamente, el valor de la intensidad *y* cuando la diferencia de potencial *x* es 0 y el valor de la diferencia de potencial *x* al que corresponde una intensidad *y* igual a 0, siendo $0 \le x \le 2$. (1 *punto*)

b) El valor de la diferencia de potencial *x* para el que es máximo el producto $y \cdot x$ de la intensidad *y* por la diferencia de potencial *x*, cuando $0 \le x \le 2$, (2 *puntos*)
y obtener el valor máximo de dicho producto $y \cdot x$, cuando $0 \le x \le 2$. (1 *punto*)

c) El área de la superficie situada en el primer cuadrante limitada por la curva $y = f(x)$, el eje de abscisas y el eje de ordenadas. (3 *puntos*)

**Solución:** a) La parábola de vértice $(-0.5, 6.25)$ que pasa por los puntos $(-3, 0)$, $(0, 6)$ y $(2, 0)$, siendo 6 y 2 los valores pedidos de la intensidad y la diferencia de potencial, respectivamente. b) $x = (-1 + \sqrt{19})/3$, producto máximo igual a 4,0607. c) $\dfrac{22}{3}$.

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2016** | CONVOCATORIA: JULIO 2016 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Un restaurant ofereix cada dia desdejunis, dinars i sopars. Els desdejunis costen 4 euros, els dinars 8 i els sopars 10. L'últim dissabte es van servir tants dinars com desdejunis i sopars junts. La recaptació total va ser de 1116 euros. La recaptació obtinguda amb els dinars va superar la dels sopars en 156 euros.

a) Quants desdejunis, dinars i sopars es van servir?

b) Quin benefici es va obtenir si els guanys d'un desdejuni són 2,5 euros, els d'un dinar 4 euros i els d'un sopar 5 euros?

**Problema 2.** Donada la funció contínua:

$$f(x)=\begin{cases} 2x+3 & 0\le x<2 \\ -\dfrac{x^2}{2}+4x+1 & 2\le x\le 8 \end{cases}$$

a) Calcula els seus màxims absoluts i els seus mínims absoluts, raonant que, efectivament, ho són.

b) Calcula el valor de la integral de la funció $f(x)$ en l'interval $[5,7]$.

**Problema 3.** El 55% dels empleats d'una empresa són llicenciats, el 25% tenen nivell d'estudis d'educació secundària i la resta tan sols nivell d'estudis primaris. Un 20% dels llicenciats, un 3% dels que tenen educació secundària i un 1% dels que tenen estudis primaris ocupen un lloc directiu a l'empresa.

a) Quina és la probabilitat que un directiu de l'empresa triat a l'atzar siga llicenciat?

b) Quina és la probabilitat que un empleat de l'empresa triat a l'atzar no siga directiu i el seu nivell d'estudis siga d'estudis primaris?

c) Quina és la probabilitat que un empleat de l'empresa triat a l'atzar tinga nivell d'estudis secundaris o siga directiu?

# OPCIÓ B

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, calcula:

a) $(A - I)^2$

b) $A \cdot B^t$

c) $A - B^{-1}$

on $I$ és la matriu identitat i $B^t$ i $B^{-1}$ les matrius transposada i inversa de $B$, respectivament.

**Problema 2.** Donada la funció $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$, calcula:

a) El seu domini i els punts de tall amb els eixos coordenats.

b) Les equacions de les asímptotes horitzontals i verticals.

c) Els intervals de creixement i decreixement.

d) Els màxims i mínims locals.

e) Representa gràficament la funció a partir de la informació dels apartats anteriors.

**Problema 3.** El 35% dels alumnes d'un institut vist vaquers i el 50% porta calçat esportiu. El 30% d'ells no usa ni vaquers ni calçat esportiu. Calcula:

a) La probabilitat que un alumne triat a l'atzar vista vaquers o use calçat esportiu.

b) La probabilitat que un alumne triat a l'atzar vista vaquers i use calçat esportiu.

c) La probabilitat que un alumne triat a l'atzar vista vaquers però no use calçat esportiu.

d) Si es tria un alumne a l'atzar i s'observa que no porta calçat esportiu, quina és la probabilitat que no porte vaquers?

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2016** | CONVOCATORIA: JULIO 2016 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREMO DEL EXAMEN:**
**Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Un restaurante ofrece cada día desayunos, comidas y cenas. Los desayunos cuestan 4 euros, las comidas 8 y las cenas 10. El último sábado se sirvieron tantas comidas como desayunos y cenas juntos. La recaudación total fue de 1116 euros. La recaudación obtenida con las comidas superó a la de las cenas en 156 euros.

a) ¿Cuántos desayunos, comidas y cenas se sirvieron?

b) ¿Qué beneficio se obtuvo si las ganancias de un desayuno son 2,5 euros, las de una comida 4 euros y las de una cena 5 euros?

**Problema 2.** Dada la función continua:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & 0 \le x < 2 \\ -\dfrac{x^2}{2} + 4x + 1 & 2 \le x \le 8 \end{cases}$$

a) Calcula sus máximos absolutos y sus mínimos absolutos, razonando que, efectivamente, lo son.

b) Calcula el valor de la integral de la función $f(x)$ en el intervalo $[5,7]$.

**Problema 3.** El 55% de los empleados de una empresa son licenciados, el 25% tienen nivel de estudios de educación secundaria y el resto tan sólo nivel de estudios primarios. Un 20% de los licenciados, un 3% de los que tienen educación secundaria y un 1% de los que tienen estudios primarios ocupan un puesto directivo en la empresa.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un directivo de la empresa elegido al azar sea licenciado?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado de la empresa elegido al azar no sea directivo y su nivel de estudios sea de estudios primarios?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado de la empresa elegido al azar tenga nivel de estudios secundarios o sea directivo?

# OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, calcula:

a) $(A - I)^2$

b) $A \cdot B^t$

c) $A - B^{-1}$

siendo $I$ la matriz identidad y $B^t$ y $B^{-1}$ las matrices transpuesta e inversa de $B$, respectivamente.

**Problema 2.** Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$, calcula:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Los máximos y mínimos locales.

e) Representa gráficamente la función a partir de la información de los apartados anteriores.

**Problema 3.** El 35% de los alumnos de un instituto viste vaqueros y el 50% lleva calzado deportivo. El 30% de ellos no usa ni vaqueros ni calzado deportivo. Calcula:

a) La probabilidad de que un alumno elegido al azar vista vaqueros o use calzado deportivo.

b) La probabilidad de que un alumno elegido al azar vista vaqueros y use calzado deportivo.

c) La probabilidad de que un alumno elegido al azar vista vaqueros pero no use calzado deportivo.

d) Si se elige un alumno al azar y se observa que no lleva calzado deportivo, ¿cuál es la probabilidad de que no lleve vaqueros?

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2016** | CONVOCATORIA: JULIO 2016 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'opció A o l'opció B, de la qual ha de fer els tres problemes proposats.**
**Cada problema és valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Pel plantejament, de 0 a 5 punts, amb el criteri següent: sols una equació correcta, 1 punt; dues equacions correctes, 3 punts; les 3 equacions correctes, 5 punts.

$$\begin{cases} x+z-y=0 \\ 4x+8y+10z=1116 \\ 8y-10z=156 \end{cases}$$

**a)** Per la resolució de 0 a 4 punts ($x$ = 30 desdejunis, $y$ = 72 dinars, $z$ = 42 sopars).

**b)** Pel càlcul del benefici (573 €), de 0 a 1 punt.

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul del màxim absolut ($x$ = 4) i del mínim absolut ($x$ = 8).
De 0 a 2 punts per la justificació que ho són, incloent-hi l'estudi en els extrems $x$ = 0 i $x$ = 8.

**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la primitiva i de 0 a 2 per l'aplicació de la regla de Barrow i l'obtenció del valor correcte de la integral (41/3= 13,6666).

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,9205).

**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,198).

**c)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,362).

# OPCIÓ B

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.**

**a)** De 0 a 1 punt pel càlcul de la diferència $A-I$. De 0 a 2 punts pel càlcul de la matriu $\begin{pmatrix} -2 & -8 \\ 4 & 14 \end{pmatrix}$.

**b)** De 0 a 1 punt per calcular $A^t$. De 0 a 2 punts pel càlcul de la matriu $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -10 & -6 \end{pmatrix}$.

**c)** De 0 a 3 punts pel càlcul de $B^{-1}$. De 0 a 1 punt pel càlcul de la matriu $\begin{pmatrix} 0 & 7/2 \\ -1 & -7/2 \end{pmatrix}$

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 2 punts per l'estudi del domini (R\{-1,1}) i els punts de tall (0,0).

**b)** De 0 a 2 punts pel càlcul de les asímptotes (x=-1, x=1 i y=1).

**c)** De 0 a 2 punts pel càlcul del creixement (creix en $]-\infty,-1[\cup]-1,0[$) i decreixement (decreix en $]0,1[\cup]1,+\infty[$).

**d)** De 0 a 2 punts pel càlcul dels màxims i mínims locals (màxim en $x = 0$).

**e)** De 0 a 2 punts per la representació gràfica.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,7).

**b)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,15).

**c)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,2).

**d)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada (0,6).

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2016** | CONVOCATORIA: JULIO 2016 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiante ha de escoger la opción A o la opción B, de la cual ha de hacer los tres problemas propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Por el planteamiento de 0 a 5 puntos, con el siguiente criterio: solo una ecuación correcta, 1 punto; dos ecuaciones correctas, 3 puntos; las 3 ecuaciones correctas, 5 puntos.

$$\begin{cases} x+z-y=0 \\ 4x+8y+10z=1116 \\ 8y-10z=156 \end{cases}$$

**a)** Por la resolución de 0 a 4 puntos ($x = 30$ desayunos, $y = 72$ comidas, $z = 42$ cenas).

**b)** Por el cálculo del beneficio (573 €), de 0 a 1 punto.

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 3 puntos por el cálculo del máximo absoluto ($x = 4$) y del mínimo absoluto ($x = 8$).
De 0 a 2 puntos por la justificación de que lo son, incluyendo el estudio en los extremos $x = 0$ y $x = 8$.

**b)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la primitiva y de 0 a 2 por la aplicación de la regla de Barrow obteniendo el valor correcto de la integral (41/3= 13,6666).

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,9205).

**b)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,198).

**c)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,362).

# OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.**

**a)** De 0 a 1 punto por el cálculo de la diferencia $A-I$. De 0 a 2 puntos por el cálculo de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & -8 \\ 4 & 14 \end{pmatrix}$.

**b)** De 0 a 1 punto por calcular $A^t$. De 0 a 2 puntos por el cálculo de la matriz $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -10 & -6 \end{pmatrix}$.

**c)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de $B^{-1}$. De 0 a 1 punto por el cálculo de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 7/2 \\ -1 & -7/2 \end{pmatrix}$.

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 2 puntos por el estudio del dominio (R\{−1,1}) y los puntos de corte (0,0).

**b)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de las asíntotas ($x = -1$, $x = 1$ e $y = 1$).

**c)** De 0 a 2 puntos por el cálculo del crecimiento (crece en $]-\infty,-1[\cup]-1,0[$) y decrecimiento (decrece en $]0,1[\cup]1,+\infty[$).

**d)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de los máximos y mínimos locales (máximo en $x = 0$).

**e)** De 0 a 2 puntos por la representación gráfica.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,7).

**b)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,15).

**c)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,2).

**d)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,6).

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2017** | CONVOCATORIA: JUNIO 2017 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} -x + ay + 2z = a \\ 2x + ay - z = 2 \\ ax - y + 2z = a \end{cases}$, dependent del paràmetre real $a$.

Obteniu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La solució del sistema quan $a = 2$. (3 *punts*)
b) Els valors del paràmetre $a$ per als quals el sistema és compatible i determinat. (3 *punts*)
c) El valor del paràmetre $a$ per al qual el sistema és compatible i indeterminat, *(2 punts)*
i obteniu totes les solucions del sistema per a aquest valor de $a$. *(2 punts)*

**Problema A.2.** Es donen el punt $P = (1, 1, 1)$, la recta $r : \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ x + 2y - z - 1 = 0 \end{cases}$ i el pla $\pi : x + y + z = 1$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat,** les equacions corresponents a:

a) El pla que conté el punt $P$ i la recta $r$. (2 *punts*)
b) La recta $s$ que passa pel punt $P$ i és perpendicular al pla $\pi$, la distància del punt $P$ al pla $\pi$ i el punt d'intersecció de la recta $s$ amb el pla $\pi$. (2+2+2 *punts*)
c) El pla $\sigma$ que conté la recta $r$ i és perpendicular al pla $\pi$. (2 *punts*)

**Problema A.3.** Volem unir un punt *M*, situat en una banda d'un carrer de 6 m d'amplària, amb el punt *N*, situat a l'altra banda del carrer, 18 m més avall, per mitjà de dos cables rectes, l'un des d'*M* fins a un punt *P* situat a l'altra banda del carrer, i l'altre des del punt *P* fins al punt *N*. En representar el carrer en un sistema cartesià obtenim que $M = (0,\ 6)$, $P = (x,\ 0)$ i $N = (18,\ 0)$. El cable *MP* ha de ser més gruixut perquè travessa el carrer sense suports intermedis, i té un preu de 10 €/m. El preu del cable *PN* és de 5 €/m.
Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El cost total *C* dels dos cables en funció de l'abscissa *x* del punt *P*, quan $0 \le x \le 18$. (3 *punts*)
b) El valor d'$x$, amb $0 \le x \le 18$, per al qual el cost total *C* és mínim. (4 *punts*)
c) El valor d'aquest cost total mínim. (3 *punts*)

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La comprovació que $C^2 = 2C - I$, en què $C = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ i $I$ és la matriu identitat d'ordre $3 \times 3$, (2,5 *punts*)

i el càlcul de la matriu $C^4$. (2,5 *punts*)

b) El valor del determinant de la matriu $(3A^4)(4A^2)^{-1}$, sabent que $A$ és una matriu quadrada de quatre columnes el determinant de la qual val $-1$. (3 *punts*)

c) La matriu $B$ que admet inversa i que verifica la igualtat $BB = B$. (2 *punts*)

**Problema B.2.** Siga $T$ un tetraedre de vèrtexs $O = (0, 0, 0)$, $A = (1, 1, 1)$, $B = (3, 0, 0)$ i $C = (0, 3, 0)$.
Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'equació del pla $\pi$ que conté els punts $A$, $B$ i $C$, (1 *punt*),
i les equacions de la recta $h_O$ perpendicular a $\pi$ que passa per $O$. (2 *punts*)

b) El punt d'intersecció de l'altura $h_O$ i el pla $\pi$. (3 *punts*)

c) L'àrea de la cara els vèrtexs de la qual són els punts $A$, $B$ i $C$, (2 *punts*),
i el volum del tetraedre $T$. (2 *punts*)

**Problema B.3.** Donada la funció $f$ definida per $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$, per a qualsevol valor real $x \neq 0$, es demana que obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els intervals de creixement i de decreixement de la funció $f$, (2 *punts*)
i els extrems relatius de la funció $f$. (1 *punt*)

b) Les asímptotes de la corba $y = f(x)$. (3 *punts*)

c) L'àrea de la regió plana limitada per la corba $y = \dfrac{x^2+1}{x}$, $1 \leq x \leq e$,
el segment que uneix els punts $(1, 0)$ i $(e, 0)$, i les rectes $x = 1$ i $x = e$. (4 *punts*)

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} -x + ay + 2z = a \\ 2x + ay - z = 2 \\ ax - y + 2z = a \end{cases}$, dependiente del parámetro real $a$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La solución del sistema cuando $a = 2$. (3 *puntos*)

b) Los valores del parámetro $a$ para los que el sistema es compatible y determinado. (3 *puntos*)

c) El valor del parámetro $a$ para el que el sistema es compatible e indeterminado y obtener todas las soluciones del sistema para ese valor de $a$. (2+2 *puntos*)

**Problema A.2.** Se dan el punto $P = (1, 1, 1)$, la recta $r : \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ x + 2y - z - 1 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi : x + y + z = 1$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**, las ecuaciones de:

a) El plano que contiene al punto $P$ y a la recta $r$. (2 *puntos*)

b) La recta $s$ que pasa por el punto $P$ y es perpendicular al plano $\pi$, la distancia del punto $P$ al plano $\pi$ y el punto de intersección de la recta $s$ con el plano $\pi$. (2+2+2 *puntos*)

c) El plano $\sigma$ que contiene a la recta $r$ y es perpendicular al plano $\pi$. (2 *puntos*)

**Problema A.3.** Se desea unir un punto $M$ situado en un lado de una calle, de 6 m. de anchura, con el punto $N$ situado en el otro lado de la calle, 18 m. más abajo, mediante dos cables rectos, uno desde $M$ hasta un punto $P$, situado al otro lado de la calle, y otro desde el punto $P$ hasta el punto $N$. Se representó la calle en un sistema cartesiano y resultó que $M = (0, 6)$, $P = (x, 0)$ y $N = (18, 0)$. El cable $MP$ tiene que ser más grueso debido a que cruza la calle sin apoyos intermedios, siendo su precio de 10 €/m. El precio del cable PN es de 5 €/m.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El costo total $C$ de los dos cables en función de la abscisa $x$ del punto $P$, cuando $0 \le x \le 18$. (3 *puntos*)

b) El valor de $x$, con $0 \le x \le 18$, para el que el costo total $C$ es mínimo. (4 *puntos*)

c) El valor de dicho costo total mínimo. (3 *puntos*)

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La comprobación de que $C^2 = 2C - I$, siendo $C = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ e $I$ la matriz identidad de orden $3\times 3$, (2,5 *puntos*)

y el cálculo de la matriz $C^4$. (2,5 *puntos*)

b) El valor del determinante de la matriz $(3A^4)(4A^2)^{-1}$, sabiendo que $A$ es una matriz cuadrada de cuatro columnas cuyo determinante vale $-1$. (3 *puntos*)

c) La matriz $B$ que admite inversa y que verifica la igualdad $BB = B$. (2 *puntos*)

**Problema B.2.** Sea $T$ un tetraedro de vértices $O = (0, 0, 0)$, $A = (1, 1, 1)$, $B = (3, 0, 0)$ y $C = (0, 3, 0)$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La ecuación del plano $\pi$ que contiene a los puntos $A$, $B$ y $C$, (1 *punto*)

y las ecuaciones de la recta $h_O$ perpendicular a $\pi$ que pasa por $O$. (2 *puntos*)

b) El punto de intersección de la altura $h_O$ y el plano $\pi$. (3 *puntos*)

c) El área de la cara cuyos vértices son los puntos $A$, $B$ y $C$, (2 *puntos*)

y el volumen del tetraedro $T$. (2 *puntos*)

**Problema B.3.** Dada la función $f$ definida por $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$, para cualquier valor real $x \neq 0$, se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $f$, (2 *puntos*)

y los extremos relativos de la función $f$. (1 *punto*)

b) Las asíntotas de la curva $y = f(x)$. (3 *puntos*)

c) El área de la región plana limitada por la curva $y = \dfrac{x^2+1}{x}$, $1 \le x \le e$,

el segmento que une los puntos $(1, 0)$ y $(e, 0)$, y las rectas $x = 1$ y $x = e$. (4 *puntos*)

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

GENERALITAT VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ, INVESTIGACIÓ, CULTURA I ESPORT

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| | |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2017** | CONVOCATORIA: JUNIO 2017 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} -x + ay + 2z = a \\ 2x + ay - z = 2 \\ ax - y + 2z = a \end{cases}$, dependent del paràmetre real $a$.

Obteniu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La solució del sistema quan $a = 2$. (3 *punts*)

b) Els valors del paràmetre $a$ per als quals el sistema és compatible i determinat. (3 *punts*)

c) El valor del paràmetre $a$ per al qual el sistema és compatible i indeterminat, i totes les solucions del sistema per a aquest valor d'$a$. (2+2 *punts*)

**Solució:** a) $(x, y, z) = (2/3, 2/3, 2/3)$. b) $a \neq -1$. c) $a = -1$; $\{(t, t-1, t-1) : t \in R\}$.

**Problema A.2.** Es donen el punt $P = (1, 1, 1)$, la recta $r : \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ x + 2y - z - 1 = 0 \end{cases}$ i el pla $\pi : x + y + z = 1$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat,** les equacions corresponents a:

a) El pla que conté el punt $P$ i la recta $r$. (2 *punts*)

b) La recta $s$ que passa pel punt $P$ i és perpendicular al pla $\pi$, la distància del punt $P$ al pla $\pi$, i el punt d'intersecció de la recta $s$ amb el pla $\pi$. (2+2+2 *punts*)

c) El pla $\sigma$ que conté a la recta $r$ i és perpendicular al pla $\pi$. (2 *punts*)

**Solució:** a) D' $r : (x, y, z) = (0, 2, 3) + \lambda(1, 0, 1)$ es dedueix que l'equació del pla demanat és $(x, y, z) = (1, 1, 1) + \lambda(1, 0, 1) + \mu(1, -1, -2)$; l'equació implícita corresponent és $x + 3y - z - 3 = 0$.

b) $s : (x, y, z) = (1, 1, 1) + \lambda(1, 1, 1)$; la distància de $P$ a $\pi$ és $2/\sqrt{3}$ i $s \cap \pi = \{(1/3, 1/3, 1/3)\}$.

c) $\sigma : -x + z - 3 = 0$.

**Problema A.3.** Volem unir un punt $M$, situat en una banda d'un carrer de 6 m d'amplària, amb el punt $N$, situat a l'altra banda del carrer, 18 m més avall, per mitjà de dos cables rectes, l'un des d'$M$ fins a un punt $P$ situat a l'altra banda del carrer, i l'altre des del punt $P$ fins al punt $N$. En representar el carrer en un sistema cartesià

obtenim que $M=(0,\ 6)$, $P=(x,\ 0)$ i $N=(18,\ 0)$. El cable *MP* ha de ser més gruixut perquè travessa el carrer sense suports intermedis, i té un preu de 10 €/m. El preu del cable *PN* és de 5 €/m.
Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El cost total *C* dels dos cables en funció de l'abscissa *x* del punt *P*, quan $0 \le x \le 18$. (3 *punts*)

b) El valor d'$x$, amb $0 \le x \le 18$, per al qual el cost total *C* és mínim. (4 *punts*)

c) El valor d'aquest cost total mínim. (3 *punts*)

**Solució:** a) $C=10\sqrt{x^2+36}+5(18-x)$. b) $x=2\sqrt{3}=3{,}4641$ ($C'<0$ si $0\le x<2\sqrt{3}$ y $C'>0$ si $2\sqrt{3}<x\le 18$; $C(0)=150$, $C(2\sqrt{3})=141{,}96$, $C(18)\approx 189{,}74$. c) $90+30\sqrt{3}\approx 141{,}96$ €.

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La comprovació que $C^2=2\mathrm{C}-I$, en què $C=\begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ i $I$ és la matriu identitat d'ordre $3\times 3$, (2,5 *punts*)

i el càlcul de la matriu $C^4$. (2,5 *punts*)

b) El valor del determinant de la matriu $(3A^4)(4A^2)^{-1}$, sabent que *A* és una matriu quadrada de quatre columnes el determinant de la qual val $-1$. (3 *punts*)

c) La matriu *B* que admet inversa i que verifica la igualtat $BB=B$. (2 *punts*)

**Solució:** a) $C^2+I=\begin{pmatrix} 9+1 & -8 & 4 \\ 4 & -3+1 & 2 \\ -8 & 8 & -3+1 \end{pmatrix}=2C$; $C^4=(2C-I)^2=4(2C-I)-4C+I=\begin{pmatrix} 17 & -16 & 8 \\ 8 & -7 & 4 \\ -16 & 16 & -7 \end{pmatrix}$

b) $\dfrac{3^4}{4^4}$. c) $B=I$.

**Problema B.2.** Siga *T* un tetraedre de vèrtexs *O* = (0, 0, 0), *A* = (1, 1, 1), *B* = (3, 0, 0) i *C* = (0, 3, 0).
Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'equació del pla $\pi$ que conté els punts *A*, *B* i *C*, (1 *punt*),
i les equacions de la recta $h_O$ perpendicular a $\pi$ que passa per *O*. (2 *punts*)

b) El punt d'intersecció de l'altura $h_O$ i el pla $\pi$. (3 *punts*)

c) L'àrea de la cara els vèrtexs de la qual són els punts *A*, *B* i *C*, (2 *punts*),
i el volum del tetraedre *T*. (2 *punts*)

**Solució:** a) $\pi: x+y+z=3$; $h_O: x=y=z$. b) $(1,1,1)$. c) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$; $\dfrac{3}{2}$.

**Problema B.3.** Donada la funció *f* definida per $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$, per a qualsevol valor real $x\neq 0$, es demana que obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els intervals de creixement i de decreixement de la funció *f*, (2 *punts*)
i els extrems relatius de la funció *f*. (1 *punt*)

b) Les asímptotes de la corba $y=f(x)$. (3 *punts*)

L'àrea de la regió plana limitada per la corba $y=\dfrac{x^2+1}{x}$, $1\le x\le e$, el segment que uneix els punts $(1,0)$ i $(e,0)$, i les rectes $x=1$ i $x=e$. (4 *punts*)

**Solució:** a) És creixent quan $|x|>1$ i és decreixent si $0<|x|<1$; el màxim relatiu és $(-1,-2)$ i el mínim relatiu és $(1,\ 2)$. b) Asímptota obliqua: $y=x$ i asímptota vertical: $x=0$. c) $\frac{1+e^2}{2}\approx 4{,}1945$.

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} -x + ay + 2z = a \\ 2x + ay - z = 2 \\ ax - y + 2z = a \end{cases}$, dependiente del parámetro real *a*.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La solución del sistema cuando $a=2$. (3 *puntos*)

b) Los valores del parámetro *a* para los que el sistema es compatible y determinado. (3 *puntos*)

c) El valor del parámetro *a* para el que el sistema es compatible e indeterminado y obtener todas las soluciones del sistema para ese valor de *a*. (2+2 *puntos*)

**Solución:** a) $(x,\ y,\ z)=(2/3,\ 2/3,\ 2/3)$. b) $a\neq -1$. c) $a=-1$; $\{(t,\ t-1,\ t-1): t\in R\}$.

**Problema A.2.** Se dan el punto $P=(1,\ 1,\ 1)$, la recta $r:\begin{cases} x + y - z+1 = 0 \\ x + 2y - z-1 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi: x+y+z=1$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado,** las ecuaciones de:

a) El plano que contiene al punto *P* y a la recta *r*. (2 *puntos*)

b) La recta *s* que pasa por el punto *P* y es perpendicular al plano $\pi$, la distancia del punto *P* al plano $\pi$ y el punto de intersección de la recta *s* con el plano $\pi$. (2+2+2 *puntos*)

c) El plano $\sigma$ que contiene a la recta *r* y es perpendicular al plano $\pi$. (2 *puntos*)

**Solución:** a) De $r:(x,\ y,\ z)=(0,\ 2,\ 3)+\lambda(1,\ 0,\ 1)$ se deduce que la ecuación del plano pedido es $(x,\ y,\ z)=(1,\ 1,\ 1)+\lambda(1,\ 0,\ 1)+\mu(1,\ -1,\ -2)$; su ecuación implícita es $x+3y-z-3=0$.

b) $s:(x,\ y,\ z)=(1,\ 1,\ 1)+\lambda(1,\ 1,\ 1)$; la distancia de *P* a $\pi$ es $2/\sqrt{3}$ y $s\cap\pi=\{(1/3,\ 1/3,\ 1/3)\}$.

c) $\sigma: -x+z-3=0$.

**Problema A.3.** Se desea unir un punto *M* situado en un lado de una calle, de 6 m. de anchura, con el punto *N* situado en el otro lado de la calle, 18 m. más abajo, mediante dos cables rectos, uno desde *M* hasta un punto *P*, situado al otro lado de la calle, y otro desde el punto *P* hasta el punto *N*. Se representó la calle en un sistema cartesiano y resultó que $M=(0,\ 6)$, $P=(x,\ 0)$ y $N=(18,\ 0)$. El cable *MP* tiene que ser más grueso debido a que cruza la calle sin apoyos intermedios, siendo su precio de 10 €/m. El precio del cable PN es de 5 €/m.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El costo total *C* de los dos cables en función de la abscisa *x* del punto *P*, cuando $0\le x\le 18$. (3 *puntos*)

b) El valor de *x*, con $0\le x\le 18$, para el que el costo total *C* es mínimo. (4 *puntos*)

c) El valor de dicho costo total mínimo. (3 *puntos*)

**Solución:** a) $C=10\sqrt{x^2+36}+5(18-x)$. b) $x=2\sqrt{3}=3{,}4641$ ($C'<0$ si $0\le x<2\sqrt{3}$ y $C'>0$ si $2\sqrt{3}<x\le 18$; $C(0)=150$, $C(2\sqrt{3})\approx 141.96$, $C(18)\approx 189{,}74$. c) $90+30\sqrt{3}\approx 141{,}96$ €.

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La comprobación de que $C^2 = 2C - I$, siendo $C = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ e $I$ la matriz identidad de orden $3\times 3$, (2,5 *puntos*)

y el cálculo de la matriz $C^4$. (2,5 *puntos*)

b) El valor del determinante de la matriz $(3A^4)(4A^2)^{-1}$, sabiendo que $A$ es una matriz cuadrada de cuatro columnas cuyo determinante vale $-1$. (3 *puntos*)

c) La matriz $B$ que admite inversa y que verifica la igualdad $BB = B$. (2 *puntos*)

**Solución:** a) $C^2 + I = \begin{pmatrix} 9+1 & -8 & 4 \\ 4 & -3+1 & 2 \\ -8 & 8 & -3+1 \end{pmatrix} = 2C$; $C^4 = (2C - I)^2 = 4(2C - I) - 4C + I = \begin{pmatrix} 17 & -16 & 8 \\ 8 & -7 & 4 \\ -16 & 16 & -7 \end{pmatrix}$

b) $\dfrac{3^4}{4^4}$. c) $B = I$.

**Problema B.2.** Sea $T$ un tetraedro de vértices $O = (0, 0, 0)$, $A = (1, 1, 1)$, $B = (3, 0, 0)$ y $C = (0, 3, 0)$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La ecuación del plano $\pi$ que contiene a los puntos $A$, $B$ y $C$, (1 *punto*)

y las ecuaciones de la recta $h_O$ perpendicular a $\pi$ que pasa por $O$. (2 *puntos*)

b) El punto de intersección de la altura $h_O$ y el plano $\pi$. (3 *puntos*)

c) El área de la cara cuyos vértices son los puntos $A$, $B$ y $C$, (2 *puntos*)

y el volumen del tetraedro $T$. (2 *puntos*)

**Solución:** a) $\pi : x + y + z = 3$; $h_O : x = y = z$. b) $(1,1,1)$. c) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$; $\dfrac{3}{2}$.

**Problema B.3.** Dada la función $f$ definida por $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$, para cualquier valor real $x \neq 0$, se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $f$, (2 *puntos*)

y los extremos relativos de la función $f$. (1 *punto*)

b) Las asíntotas de la curva $y = f(x)$. (3 *puntos*)

c) El área de la región plana limitada por la curva $y = \dfrac{x^2+1}{x}$, $1 \le x \le e$, el segmento que une los puntos $(1, 0)$ y $(e, 0)$, y las rectas $x = 1$ y $x = e$. (4 *puntos*)

**Solución:** a) Es creciente cuando $|x| > 1$ y es decreciente si $0 < |x| < 1$; el máximo relativo es $(-1, -2)$ y el mínimo relativo es $(1, 2)$. b) Asíntota oblicua: $y = x$ y asíntota vertical: $x = 0$. c) $\dfrac{1+e^2}{2} \approx 4{,}1945$.

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2017** | CONVOCATORIA: JUNIO 2017 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

# OPCIÓ A

## Totes les respostes han d'estar degudament raonades.

**Problema 1.** Una empresa produeix dos tipus de cervesa artesanal, A i B. La demanda mínima de cervesa de tipus A és de 200 litres diaris. La producció de cervesa de tipus B és almenys el doble que la de tipus A. La infraestructura de l'empresa no permet produir en total més de 900 litres diaris de cervesa. Els beneficis que obté per litre de A i B són 2 i 2,5 euros, respectivament. Quants litres diaris s'han de produir de cada tipus per a maximitzar el benefici? Quin és aquest benefici màxim?

**Problema 2.** Donada la funció $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$, es demana:

a) El seu domini i els punts de tall amb els eixos coordenats.
b) Intervals de creixement i decreixement.
c) Màxims i mínims locals.
d) Representació gràfica.
e) A partir dels resultats obtinguts en els apartats anteriors, raona en quins punts la funció $g(x) = (x-2)^3 - 2(x-2)^2 + x - 2$ té un màxim i un mínim local.

**Problema 3.** Imagina cinc cadires alineades 1, 2, 3, 4, 5 i que un individu està assegut inicialment a la cadira central (número 3). Es llança una moneda a l'aire i, si el resultat és cara, es desplaça a la cadira situada a la seua dreta, mentre que si el resultat és creu, es desplaça a la situada a la seua esquerra. Es fan llançaments successius (i els canvis de cadira consecutius corresponents), tenint en compte que si després d'algun d'aquests s'arriba a asseure en alguna de les cadires dels extrems (1 o 5), es quedarà assegut en aquesta amb independència dels resultats dels llançaments posteriors. Es demana:

a) Dibuixa el diagrama d'arbre per a quatre llançaments de moneda.
b) La probabilitat que després dels **tres** primers llançaments estiga assegut de nou a la cadira central (3).
c) La probabilitat que després dels **tres** primers llançaments estiga assegut en alguna de les cadires dels extrems (1 o 5).
d) La probabilitat que després dels **quatre** primers llançaments estiga assegut en alguna de les cadires dels extrems (1 o 5).

## OPCIÓ B

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Determina les matrius $X$ i $Y$ que satisfan les relacions següents:

$$X + 2Y = A^t + B$$
$$X - Y = AB$$

on $A^t$ representa la matriu transposada de $A$ i les matrius $A$ i $B$ són

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Problema 2.** Un analista pronostica que el benefici $B(x)$ en milers d'euros d'un fons d'inversió, en què $x$ representa la quantitat invertida en milers d'euros, és donat per l'expressió següent:

$$B(x) = \begin{cases} -0,01x^2 + 0,09x + 0,1 & 0 < x \leq 8 \\ 1,26\dfrac{x}{x^2 - 1} + 0,02 & x > 8 \end{cases}$$

a) Estudia la continuïtat de $B(x)$ .

b) Calcula els intervals de creixement i decreixement.

c) Quin capital, en euros, convé invertir en aquest fons per maximitzar el benefici? Quin serà aquest benefici màxim?

d) Si s'inverteix un capital molt elevat, quin seria com a mínim el seu benefici? Per què?

**Problema 3.** Una companyia de transport interurbà cobreix el desplaçament a tres municipis distints. El 35% dels recorreguts diaris realitzats pels autobusos d'aquesta companyia corresponen a la destinació 1, el 20% a la destinació 2 i el 45% a la destinació 3. Se sap que la probabilitat que, diàriament, un recorregut d'autobús tinga un retard és del 2%, 5% i 3% per a cadascuna de les destinacions 1, 2 i 3, respectivament.

a) Quin percentatge dels recorreguts diaris d'aquesta companyia arriba amb puntualitat a la seua destinació?

b) Quina és la probabilitat que un recorregut seleccionat a l'atzar corresponga a la destinació 2 i haja experimentat un retard?

c) Si seleccionem un recorregut a l'atzar i resulta que va tindre un retard, quina era la destinació més probable d'aquest recorregut?

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2017** | CONVOCATORIA: JUNIO 2017 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREMO DEL EXAMEN:**
**Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

## Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

**Problema 1.** Una empresa produce dos tipos de cerveza artesanal, A y B. La demanda mínima de cerveza tipo A es de 200 litros diarios. La producción de cerveza tipo B es al menos el doble que la de tipo A. La infraestructura de la empresa no permite producir en total más de 900 litros diarios de cerveza. Los beneficios que obtiene por litro de A y B son 2 y 2,5 euros, respectivamente. ¿Cuántos litros diarios se han de producir de cada tipo para maximizar el beneficio? ¿Cuál es dicho beneficio máximo?

**Problema 2.** Dada la función $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) Máximos y mínimos locales.

d) Representación gráfica.

e) A partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores, razona en qué puntos la función $g(x) = (x-2)^3 - 2(x-2)^2 + x - 2$ tiene un máximo y un mínimo local.

**Problema 3.** Imagina cinco sillas alineadas 1, 2, 3, 4, 5 y que un individuo está sentado inicialmente en la silla central (número 3). Se lanza una moneda al aire y, si el resultado es cara, se desplaza a la silla situada a su derecha, mientras que si el resultado es cruz, se desplaza a la situada a su izquierda. Se realizan sucesivos lanzamientos (y los cambios de silla consecutivos correspondientes) teniendo en cuenta que si tras alguno de ellos llega a sentarse en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5), permanecerá sentado en ella con independencia de los resultados de los lanzamientos posteriores. Se pide:

a) Dibujar el diagrama de árbol para cuatro lanzamientos de moneda.

b) La probabilidad de que tras los **tres** primeros lanzamientos esté sentado de nuevo en la silla central (3).

c) La probabilidad de que tras los **tres** primeros lanzamientos esté sentado en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5).

d) La probabilidad de que tras los **cuatro** primeros lanzamientos esté sentado en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5).

# OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Determina las matrices $X$ e $Y$ que satisfacen las relaciones siguientes:

$$X + 2Y = A^t + B$$
$$X - Y = AB$$

donde $A^t$ representa la matriz traspuesta de $A$ y las matrices $A$ y $B$ son

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Problema 2.** Un analista pronostica que el beneficio $B(x)$ en miles de euros de cierto fondo de inversión, donde $x$ representa la cantidad invertida en miles de euros, viene dado por la siguiente expresión:

$$B(x) = \begin{cases} -0,01x^2 + 0,09x + 0,1 & 0 < x \leq 8 \\ 1,26\dfrac{x}{x^2 - 1} + 0,02 & x > 8 \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de $B(x)$ .

b) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) ¿Qué capital, en euros, conviene invertir en este fondo para maximizar el beneficio? ¿Cuál será dicho beneficio máximo?

d) Si se invierte un capital muy elevado, ¿cuál sería como mínimo su beneficio? ¿Por qué?

**Problema 3.** Una compañía de transporte interurbano cubre el desplazamiento a tres municipios distintos. El 35% de los recorridos diarios realizados por los autobuses de esta compañía corresponden al destino 1, el 20% al destino 2 y el 45% al destino 3. Se sabe que la probabilidad de que, diariamente, un recorrido de autobús sufra un retraso es del 2%, 5% y 3% para cada uno de los destinos 1, 2 y 3, respectivamente.

a) ¿Qué porcentaje de los recorridos diarios de esta compañía llegan con puntualidad a su destino?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un recorrido seleccionado al azar corresponda al destino 2 y haya experimentado un retraso?

c) Si seleccionamos un recorrido al azar y resulta que sufrió un retraso, ¿cuál era el destino más probable de dicho recorrido?

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2017** | CONVOCATORIA: JUNIO 2017 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'opció A o l'opció B, de la qual ha de fer els tres problemes proposats.**
**Cada problema és valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** De 0 a 4 punts per el plantejament del problema. La funció a maximitzar és $z = 2A + 2,5B$ amb les restriccions:

$$\begin{cases} A \geq 200 \\ B \geq 2A \\ A + B \leq 900 \end{cases}$$

(Si alguna de les equacions no es planteja correctament, de 0 a 2 punts).

De 0 a 3 punts per la determinació de la regió factible de vèrtexs {(200, 400), (300, 600), (200, 700)}.
De 0 a 2 punts per l'obtenció de la solució correcta (200 litres de cervesa del tipus *A* i 700 del tipus *B*).
De 0 a 1 punt pel càlcul del benefici màxim (2150 euros).
Si la solució s'obté per qualsevol altre mètode raonat i correcte es puntuarà de 0 a 10.

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 2 punts per l'estudi del domini (tot **R**) i l'obtenció dels punts de tall {(0,0), (1,0)}.

**b)** De 0 a 2 punts per l'obtenció dels intervals de creixement (]-∞, 1/3[∪]1, +∞[ ) i decreixement (]1/3,1[ ).

**c)** De 0 a 2 punts per l'obtenció del màxim (x=1/3) i del mínim (x=1).

**d)** De 0 a 2 punts per la representació gràfica.

**e)** De 0 a 2 punts per la justificació raonada que g(x) té un màxim en x=7/3 i un mínim en x=3.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 4 punts pel dibuix del diagrama.

**b)** De 0 a 2 punts pel càlcul de la probabilitat demanada (0).

**c)** De 0 a 2 punts pel càlcul de la probabilitat demanada (1/2).

**d)** De 0 a 2 punts pel càlcul de la probabilitat demanada (3/4).

Si les respostes dels apartats b), c) i d) no són correctes, però són coherents amb el seu diagrama, es puntuaran de 0 a 1 punt.

## OPCIÓ B

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Pel plantejament, de 0 a 5 punts. Pel càlcul correcte del valor de $A^t$ i la suma $A^t + B$, de 0 a 1 punt. Pel càlcul correcte del producte $AB$, de 0 a 2 punts.

Pel resultat correcte de $X = \begin{pmatrix} 5 & 4/3 & -1 \\ 7 & 3 & 7/3 \\ 9 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$ i $Y = \begin{pmatrix} -1 & -2/3 & 1 \\ -4 & 1 & -2/3 \\ -1 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$, de 0 a 1 punt cadascun.

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 2 punts per l'estudi de la continuïtat (és contínua en tot el seu domini ]0, +∞ [). Si sols es justifica la continuïtat en el punt x = 8, de 0 a 1 punt.

**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul dels intervals de creixement (]0, 4,5[) i decreixement (]4,5, +∞ [).

**c)** De 0 a 2 punts pel càlcul del capital (4500 euros), i de 0 a 1 punt pel càlcul del benefici (302,5 euros).

**d)** De 0 a 1 punt per l'obtenció del benefici mínim (20 euros), i de 0 a 1 punt per la justificació que la funció és decreixent i té límit.

Si no es donen de forma correcta les unitats, es reduiran en 0,5 punts les puntuacions màximes dels apartats c) i d).

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul del percentatge demanat (96,95%).

**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat demanada (0,01).

**c)** De 0 a 4 punts per la justificació que la destinació 3 és la més probable.

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2017** | CONVOCATORIA: JUNIO 2017 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiante ha de escoger la opción A o la opción B, de la cual ha de hacer los tres problemas propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** De 0 a 4 puntos por el planteamiento del problema. La función que hay que maximizar es $z = 2A + 2,5B$ sujeta a las restricciones:

$$\begin{cases} A \geq 200 \\ B \geq 2A \\ A + B \leq 900 \end{cases}$$

(Si alguna de las ecuaciones no se plantea correctamente, de 0 a 2 puntos).

De 0 a 3 puntos por la determinación de la región factible de vértices {(200, 400), (300, 600), (200, 700)}.
De 0 a 2 puntos por la obtención de la solución correcta (200 litros de cerveza del tipo *A* y 700 del tipo *B*).
De 0 a 1 punto por el cálculo del beneficio máximo (2150 euros).
Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto se puntuará de 0 a 10.

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 2 puntos por el estudio del dominio (todo **R**) y la obtención de los puntos de corte {(0,0), (1,0)}.

**b)** De 0 a 2 puntos por la obtención de los intervalos de crecimiento ( $]-\infty, 1/3[ \cup ]1, +\infty[$ ) y decrecimiento ( $]1/3, 1[$ ).

**c)** De 0 a 2 puntos por la obtención del máximo ($x = 1/3$) y del mínimo ($x = 1$).

**d)** De 0 a 2 puntos por la representación gráfica.

**e)** De 0 a 2 puntos por la justificación razonada de que $g(x)$ tiene un máximo en $x = 7/3$ y un mínimo en $x = 3$.

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 4 puntos por el dibujo del diagrama.

**b)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0).

**c)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (1/2).

**d)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (3/4).

Si las respuestas de los apartados b), c) y d) no son correctas, pero son coherentes con su diagrama, se puntuarán de 0 a 1 punto.

# OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.**
Por el planteamiento de 0 a 5 puntos. Por el cálculo correcto del valor de $A^t$ y la suma $A^t + B$, de 0 a 1 punto. Por el cálculo correcto del producto $AB$, de 0 a 2 puntos.

Por el resultado correcto de $X = \begin{pmatrix} 5 & 4/3 & -1 \\ 7 & 3 & 7/3 \\ 9 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$ e $Y = \begin{pmatrix} -1 & -2/3 & 1 \\ -4 & 1 & -2/3 \\ -1 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$, de 0 a 1 punto cada uno.

**Problema 2.**
**a)** De 0 a 2 puntos por el estudio de la continuidad (es continua en todo su dominio ]0, +∞ [). Si solo se justifica la continuidad en el punto $x = 8$, de 0 a 1 punto.

**b)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de los intervalos de crecimiento (]0, 4,5[) y decrecimiento (]4,5, +∞ [).

**c)** De 0 a 2 puntos por el cálculo del capital (4500 euros), y de 0 a 1 punto por el cálculo del beneficio (302,5 euros).

**d)** De 0 a 1 punto por la obtención del mínimo beneficio (20 euros) y de 0 a 1 punto por la justificación de que la función es decreciente y tiene límite.

Si no se dan de forma correcta las unidades, se reducirán en 0,5 puntos las puntuaciones máximas de los apartados c) y d).

**Problema 3.**
**a)** De 0 a 3 puntos por el cálculo del porcentaje solicitado (96,95%).

**b)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada (0,01).

**c)** De 0 a 4 puntos por la justificación de que el destino 3 es el más probable.

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2017** | CONVOCATORIA: JULIO 2017 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Siguen $A$ i $B$ dues matrius quadrades d'ordre 3 tals que $A^2 = -A - I$ i $2B^3 = B$, en què $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és la matriu identitat. Obteniu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La justificació que la matriu $A$ és invertible i el càlcul de la matriu $A^3$ en funció d'$A$ i d'$I$. (2+2 *punts*)
b) Els valors possibles del determinant de $B$. (3 *punts*)
c) El valor del determinant de la matriu $B^2$, sabent que la matriu $B$ té inversa. (3 *punts*)

**Problema A.2.** Es donen la recta $r : \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \end{cases}$ i el pla $\pi : 2x + y + mz = n$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors d'$m$ i $n$ per als quals la recta $r$ i el pla $\pi$ es tallen en un punt. (3 *punts*)
b) Els valors d'$m$ i $n$ per als quals la recta $r$ i el pla $\pi$ no es tallen. (3,5 *punts*)
c) Els valors d'$m$ i $n$ per als quals la recta $r$ està continguda en el pla $\pi$. (3,5 *punts*)

**Problema A.3.** Es consideren les corbes $y = x^3$, $y = ax$ i la funció $f(x) = x^3 - ax$, en què $a$ és un paràmetre real i $a > 0$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els punts de tall de la corba $y = f(x)$ amb els eixos de coordenades i els intervals de creixement i de decreixement de la funció $f$. (1+2 *punts*)
b) La gràfica de la funció $f$ quan $a = 9$. (3 *punts*)
c) Calculeu, en funció del paràmetre $a$, l'àrea de la regió fitada del primer quadrant tancada entre les corbes $y = x^3$ i $y = ax$, quan $a > 1$. (2 *punts*)
d) El valor del paràmetre $a$ per al qual l'àrea obtinguda en l'apartat c) coincideix amb l'àrea de la regió fitada compresa entre la corba $y = x^3$, l'eix OX i les rectes $x = 0$ i $x = 2$. (2 *punts*)

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es consideren les matrius $A=\begin{pmatrix}0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$ i $I=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La justificació que $A$ té matriu inversa i el càlcul d'aquesta inversa $A^{-1}$. (2+2 *punts*)

b) La justificació que $A^4 = I$. (2 *punts*)

c) El càlcul de les matrius $A^7$, $A^{30}$ $i$ $A^{100}$. (4 *punts*)

**Problema B.2.** Es donen la recta $r:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{a}=\dfrac{z-1}{-1}$ i el pla $\pi: 2x-y+bz=0$, en què $a$ i $b$ són dos paràmetres reals. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El punt d'intersecció de la recta *r* i el pla $\pi$ quan $a=-b=1$. (2,5 *punts*)

b) La distància entre la recta *r* i el pla $\pi$ quan $a=b=4$. (2,5 *punts*)

c) La posició relativa de la recta *r* i del pla $\pi$ en funció dels valors dels paràmetres *a* i *b*. (5 *punts*)

**Problema B.3.** Es considera el triangle *T* de vèrtexs $O=(0,\ 0)$, $A=(x,\ y)$ i $B=(0,\ y)$, en què $x>0$, $y>0$, i tal que la suma de les longituds dels costats *OA* i *AB* és de 30 metres.
Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'àrea del triangle *T* en funció d'*x*. (3 *punts*)

b) El valor d'*x* per al qual aquesta àrea és màxima. (5 *punts*)

c) El valor d'aquesta àrea màxima. (2 *punts*)

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Sean $A$ y $B$ dos matrices cuadradas de orden 3 tales que $A^2 = -A - I$ y $2B^3 = B$, siendo $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz identidad. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La justificación de que la matriz $A$ es invertible (2 *puntos*)
y el cálculo de la matriz $A^3$ en función de $A$ y de $I$. (2 *puntos*)

b) Los valores posibles del determinante de $B$. (3 *puntos*)

c) El valor del determinante de la matriz $B^2$, sabiendo que la matriz $B$ tiene inversa. (3 *puntos*)

**Problema A.2.** Se dan la recta $r: \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \end{cases}$ y el plano $\pi: 2x + y + mz = n$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de $m$ y $n$ para los que la recta $r$ y el plano $\pi$ se cortan en un punto. (3 *puntos*)

b) Los valores de $m$ y $n$ para los que la recta $r$ y el plano $\pi$ no se cortan. (3,5 *puntos*)

c) Los valores de $m$ y $n$ para los que la recta $r$ está contenida en el plano $\pi$. (3,5 *puntos*)

**Problema A.3.** Se consideran las curvas $y = x^3$, $y = ax$ y la función $f(x) = x^3 - ax$, siendo $a$ un parámetro real y $a > 0$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los puntos de corte de la curva $y = f(x)$ con los ejes de coordenadas y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $f$. (1+2 *puntos*)

b) La gráfica de la función $f$ cuando $a = 9$. (3 *puntos*)

c) Calcular, en función del parámetro $a$, el área de la región acotada del primer cuadrante encerrada entre las curvas $y = x^3$ e $y = ax$, cuando $a > 1$. (2 *puntos*)

d) El valor del parámetro $a$ para el que el área obtenida en el apartado c) coincide con el área de la región acotada comprendida entre la curva $y = x^3$, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = 2$. (2 *puntos*)

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La justificación de que $A$ tiene matriz inversa y el cálculo de dicha inversa $A^{-1}$. (2+2 *puntos*)

b) La justificación de que $A^4 = I$. (2 *puntos*)

c) El cálculo de las matrices $A^7$, $A^{30}$ $y$ $A^{100}$. (4 *puntos*)

**Problema B.2.** Se dan la recta $r : \frac{x-1}{4} = \frac{y}{a} = \frac{z-1}{-1}$ y el plano $\pi : 2x - y + bz = 0$, siendo *a* y *b* dos parámetros reales. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El punto de intersección de la recta *r* y el plano $\pi$ cuando $a = -b = 1$. (2,5 *puntos*)

b) La distancia entre la recta *r* y el plano $\pi$ cuando $a = b = 4$. (2,5 *puntos*)

c) La posición relativa de la recta *r* y del plano $\pi$ en función de los valores de los parámetros *a* y *b*. (5 *puntos*)

**Problema B.3.** Se considera el triángulo *T* de vértices $O = (0,\ 0)$, $A = (x,\ y)$ y $B = (0,\ y)$, siendo $x > 0$, $y > 0$, y tal que la suma de las longitudes de los lados *OA* y *AB* es 30 metros.
Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El área del triángulo *T* en función de *x*. (3 *puntos*)

b) El valor de *x* para el que dicha área es máxima. (5 *puntos*)

c) El valor de dicha área máxima. (2 *puntos*)

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2017** | CONVOCATORIA: JULIO 2017 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Siguen $A$ i $B$ dues matrius quadrades d'ordre 3 tals que $A^2 = -A - I$ i $2B^3 = B$, en què $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és la matriu identitat. Obteniu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La justificació que la matriu $A$ és invertible (2 *punts*)
   i el càlcul de la matriu $A^3$ en funció d'$A$ i d'$I$. (2 *punts*)

b) Els valors possibles del determinant de $B$. (3 *punts*)

c) El valor del determinant de la matriu $B^2$, sabent que la matriu $B$ té inversa. (3 *punts*)

**Solució:** a) $A^2 + A = -I$ implica que $A(-A-I) = I$, llavors $A$ té inversa i, a més, $A^{-1} = -A - I$;
$A^3 = AA^2 = A(-A-I) = AA^{-1} = I$. b) $2^3|B|^3 = |B|$, per això $|B| = 0$ o $|B| = \pm 1/(2\sqrt{2})$. c) $|B|^2 = 1/8$.

**Problema A.2.** Es donen la recta $r: \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \end{cases}$ i el pla $\pi: 2x + y + mz = n$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors d'$m$ i $n$ per als quals la recta $r$ i el pla $\pi$ es tallen en un punt. (3 *punts*)

b) Els valors d'$m$ i $n$ per als quals la recta $r$ i el pla $\pi$ no es tallen. (3,5 *punts*)

c) Els valors d'$m$ i $n$ per als quals la recta $r$ està continguda en el pla $\pi$. (3,5 *punts*)

**Solució:** a) $m \neq -3$ i qualsevol valor de $n$. b) $m = -3$ i $n \neq 2$. c) $m = -3$ i $n = 2$.

**Problema A.3.** Es consideren les corbes $y = x^3$, $y = ax$ i la funció $f(x) = x^3 - ax$, en què $a$ és un paràmetre real i $a > 0$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els punts de tall de la corba $y = f(x)$ amb els eixos de coordenades i els intervals de creixement i de decreixement de la funció $f$. (1+2 *punts*)

b) La gràfica de la funció $f$ quan $a = 9$. (3 *punts*)

c) Calculeu, en funció del paràmetre $a$, l'àrea de la regió fitada del primer quadrant tancada entre les corbes $y = x^3$ i $y = ax$, quan $a > 1$. (2 *punts*)

d) El valor del paràmetre $a$ per al qual l'àrea obtinguda en l'apartat c) coincideix amb l'àrea de la regió fitada compresa entre la corba $y = x^3$, l'eix OX i les rectes $x = 0$ i $x = 2$. (2 *punts*)

**Solució:** a) $(0, 0)$, $(\sqrt{a}, 0)$ y $(-\sqrt{a}, 0)$; $f$ és creixent en $]-\infty, -\sqrt{a/3}[\cup]\sqrt{a/3}, +\infty[$ i $f$ decreix en $]-\sqrt{a/3},\ \sqrt{a/3}[$. b) És una funció polinòmica de grau 3 que, a més dels talls indicats amb els eixos, té el màxim relatiu en $(-\sqrt{3},\ 6\sqrt{3})$ i el mínim relatiu en $(\sqrt{3},\ -6\sqrt{3})$. c) $\int_0^{\sqrt{a}} (ax - x^3)dx = a^2/4$. d) De $\int_0^2 x^3 dx = 4$ i $a > 1$ es dedueix que $a = 4$. Es proposa qualificar l'obtenció de l'àrea amb una puntuació entre 0 i 1,5 punts, i l'obtenció d' $a$ amb una puntuació entre 0 i 0,5 punts.

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es consideren les matrius $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ i $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La justificació que $A$ té matriu inversa i el càlcul d'aquesta inversa $A^{-1}$. (2+2 *punts*)
b) La justificació que $A^4 = I$. (2 *punts*)
c) El càlcul de les matrius $A^7$, $A^{30}$ *i* $A^{100}$. (4 *punts*)

**Solució:** a) Es justifica l'existència d'inversa per qualsevol mètode (el mètode de Gauss amb algun comentari hi pot anar bé) i s'obté $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ indicant els passos. b) $A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $A^3 = A^{-1}$ i $A^4 = I$. c) $A^7 = A^{-1}$; $A^{30} = A^2$ i $A^{100} = I$.

**Problema B.2.** Es donen la recta $r: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{a} = \frac{z-1}{-1}$ i el pla $\pi: 2x - y + bz = 0$, en què $a$ i $b$ són dos paràmetres reals. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

d) El punt d'intersecció de la recta $r$ i el pla $\pi$ quan $a = -b = 1$. (2,5 *punts*)
e) La distància entre la recta $r$ i el pla $\pi$ quan $a = b = 4$. (2,5 *punts*)
f) La posició relativa de la recta $r$ i del pla $\pi$ en funció dels valors dels paràmetres $a$ *i* $b$. (5 *punts*)

**Solució:** a) $(1/2,\ -1/8,\ 9/8)$. b) Com que $r$ i $\pi$ són paral·lels es calcula, per exemple, la distància d'un punt d'$r$, per exemple $(1, 0, 1)$, al pla $\pi$, que és $6/\sqrt{21}$. c) Són coincidents si $a + b = 8$ i $b = -2$; són paral·leles si $a + b = 8$ i $b \neq -2$; i es tallen en un punt si $a + b \neq 8$.

**Problema B.3.** Es considera el triangle $T$ de vèrtexs $O = (0,\ 0)$, $A = (x,\ y)$ i $B = (0,\ y)$, en què $x > 0$, $y > 0$, i tal que la suma de les longituds dels costats $OA$ i $AB$ és de 30 metres.
Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'àrea del triangle $T$ en funció d'$x$. (3 *punts*)
b) El valor d'$x$ per al qual aquesta àrea és màxima. (5 *punts*)
c) El valor d'aquesta àrea màxima. (2 *punts*)

**Solució:** a) $A(x) = \frac{x\sqrt{900 - 60x}}{2}$. b) $x = 10$. c) $A(10) = 50\sqrt{3}$.

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Sean $A$ y $B$ dos matrices cuadradas de orden 3 tales que $A^2 = -A - I$ y $2B^3 = B$, siendo $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz identidad. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La justificación de que la matriz $A$ es invertible (2 *puntos*)
y el cálculo de la matriz $A^3$. (2 *puntos*)

b) Los valores posibles del determinante de $B$. (3 *puntos*)

c) El valor del determinante de la matriz $B^2$, sabiendo que la matriz $B$ tiene inversa. (3 *puntos*)

**Solución:** a) $A^2 + A = -I$ implica que $A(-A - I) = I$, luego $A$ tiene inversa y, además, $A^{-1} = -A - I$; $A^3 = AA^2 = A(-A - I) = AA^{-1} = I$. b) $2^3|B|^3 = |B|$, por lo que $|B| = 0$ o $|B| = \pm 1/(2\sqrt{2})$. c) $|B|^2 = 1/8$.

**Problema A.2.** Se dan la recta $r: \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \end{cases}$ y el plano $\pi: 2x + y + mz = n$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de *m* y *n* para los que la recta *r* y el plano $\pi$ se cortan en un punto. (3 *puntos*)

b) Los valores de *m* y *n* para los que la recta *r* y el plano $\pi$ no se cortan. (3,5 *puntos*)

c) Los valores de *m* y *n* para los que la recta *r* está contenida en el plano $\pi$. (3,5 *puntos*)

**Solución:** a) $m \neq -3$ y cualquier valor de *n*. b) $m = -3$ y $n \neq 2$. c) $m = -3$ y $n = 2$.

**Problema A.3.** Se consideran las curvas $y = x^3$, $y = ax$ y la función $f(x) = x^3 - ax$, siendo *a* un parámetro real y $a > 0$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los puntos de corte de la curva $y = f(x)$ con los ejes de coordenadas y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función *f*. (1+2 *puntos*)

b) La gráfica de la función *f* cuando $a = 9$. (3 *puntos*)

c) Calcular, en función del parámetro *a*, el área de la región acotada del primer cuadrante encerrada entre las curvas $y = x^3$ e $y = ax$, cuando $a > 1$. (2 *puntos*)

d) El valor del parámetro *a* para el que el área obtenida en el apartado c) coincida con el área de la región acotada comprendida entre la curva $y = x^3$, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = 2$. (2 *puntos*)

**Solución:** a) $(0, 0)$, $(\sqrt{a}, 0)$ y $(-\sqrt{a}, 0)$; *f* es creciente en $]-\infty, -\sqrt{a/3}[\cup]\sqrt{a/3}, +\infty[$ y *f* decrece en $]-\sqrt{a/3}, \sqrt{a/3}[$. b) Es una función polinómica de grado 3 que, además de los cortes indicados con los ejes,
tiene el máximo relativo en $(-\sqrt{3}, 6\sqrt{3})$ y el mínimo relativo en $(\sqrt{3}, -6\sqrt{3})$. c) $\int_0^{\sqrt{a}} (ax - x^3)dx = a^2/4$.

d) De $\int_0^2 x^3 dx = 4$ y $a > 1$ se deduce que $a = 4$. Se propone calificar la obtención del área con una puntuación entre 0 y 1,5 puntos y la obtención de *a* con una puntuación entre 0 y 0,5 puntos.

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix}0&0&-1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ e $I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La justificación de que $A$ tiene matriz inversa y el cálculo de dicha inversa $A^{-1}$. (2+2 *puntos*)

b) La justificación de que $A^4 = I$. (2 *puntos*)

c) El cálculo de las matrices $A^7$, $A^{30}$ *y* $A^{100}$. (4 *puntos*)

**Solución:** a) Justificar la existencia de inversa por cualquier método (puede servir el método de Gauss con algún comentario) y obtener $A^{-1}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\-1&0&0\end{pmatrix}$ indicando los pasos. b) $A^2=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$, $A^3=A^{-1}$ y $A^4=I$. c) $A^7=A^{-1}$; $A^{30}=A^2$ y $A^{100}=I$.

**Problema B.2.** Se dan la recta $r:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{a}=\dfrac{z-1}{-1}$ y el plano $\pi: 2x-y+bz=0$, siendo $a$ y $b$ dos parámetros reales. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El punto de intersección de la recta $r$ y el plano $\pi$ cuando $a=-b=1$. (2,5 *puntos*)

b) La distancia entre la recta $r$ y el plano $\pi$ cuando $a=b=4$. (2,5 *puntos*)

c) La posición relativa de la recta $r$ y del plano $\pi$ en función de los valores de los parámetros $a$ y $b$. (5 *puntos*)

**Solución:** a) $(1/2,\ -1/8,\ 9/8)$. b) Al ser $r$ y $\pi$ paralelos se halla, por ejemplo, la distancia de un punto de $r$, por ejemplo $(1,0,1)$ al plano $\pi$, que es $6/\sqrt{21}$. c) Son coincidentes si $a+b=8$ y $b=-2$; son paralelas si $a+b=8$ y $b\neq-2$; se cortan en un punto si $a+b\neq 8$.

**Problema B.3.** Se considera el triángulo $T$ de vértices $O=(0,\ 0)$, $A=(x,\ y)$ y $B=(0,\ y)$, siendo $x>0$, $y>0$, y tal que la suma de las longitudes de los lados $OA$ y $AB$ es 30 metros.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El área del triángulo $T$ en función de $x$. (3 *puntos*)

b) El valor de $x$ para el que dicha área es máxima. (5 *puntos*)

c) El valor de dicha área máxima. (2 *puntos*)

**Solución:** a) $A(x)=\dfrac{x\sqrt{900-60x}}{2}$. b) $x=10$. c) $A(10)=50\sqrt{3}$.

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2017** | CONVOCATORIA: JULIO 2017 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Representa gràficament la regió determinada pel sistema d'inequacions:

$$\begin{cases} x \geq 10 \\ x \leq 20 \\ x \geq \dfrac{y}{3} \\ 12x + 20y \geq 360 \end{cases}$$

i calcula els seus vèrtexs. Quin és el mínim de la funció $f(x,y) = x - 2y$ en aquesta regió? En quin punt s'assoleix?

**Problema 2.** L'evolució del preu d'una certa acció, en euros, un dia determinat va seguir la funció:

$$f(x) = 35{,}7\frac{x+2}{x^2+21}, \quad x \in [0,8],$$

on $x$ representa el temps, en hores, transcorregut des de l'obertura de la sessió. Es demana:

a) Calcular el valor màxim que assoleix l'acció i en quin moment es va assolir.

b) Calcular el valor mínim que assoleix l'acció i en quin moment es va assolir.

c) Una persona va comprar 20 accions en el moment de l'obertura $(x = 0)$ i les va vendre just al tancament $(x = 8)$. Determina si va obtenir guanys o pèrdues i la quantia d'aquests.

**Problema 3.** El 70% dels sol·licitants d'un lloc de treball té experiència i, a més, una formació d'acord amb el lloc. No obstant això, n'hi ha un 20% que té experiència i no una formació d'acord amb el lloc. Se sap també que entre els sol·licitants que tenen formació d'acord amb el lloc, un 87,5% té experiència.

a) Quina és la probabilitat que un sol·licitant triat a l'atzar no tinga experiència?

b) Si un sol·licitant triat a l'atzar té experiència, quina és la probabilitat que tinga una formació d'acord amb el lloc?

c) Quina és la probabilitat que un sol·licitant triat a l'atzar no tinga formació d'acord amb el lloc ni experiència?

# OPCIÓ B

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Un estudiant va obtindre una qualificació de 7,5 punts en un examen de tres preguntes. En la tercera pregunta va obtindre un punt més que en la segona i els punts que va aconseguir en la primera pregunta van quintuplicar la diferència entre la puntuació obtinguda en la tercera i primera preguntes. Quina va ser la puntuació obtinguda en cadascuna de les preguntes?

**Problema 2.** Siga la funció $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x - 20 & x \leq 3 \\ \dfrac{2}{a-x} & x > 3 \end{cases}$

a) Calcula el valor de $a$ per al qual $f(x)$ és contínua en $x = 3$.

b) Per a $a = 0$, estudia el creixement i decreixement de $f(x)$.

c) Per a $a = 0$, calcula els màxims i mínims locals de $f(x)$.

**Problema 3.** El 60% dels components electrònics produïts en una fàbrica procedeixen de la màquina A i el 40% de la màquina B. La proporció de components electrònics defectuosos en A és 0,1 i en B és 0,05.

a) Quina és la probabilitat que un component electrònic d'aquesta fàbrica seleccionat a l'atzar siga defectuós?

b) Quina és la probabilitat que, sabent que un component electrònic no és defectuós, procedisca de la màquina A?

c) Quina és la probabilitat que un component electrònic d'aquesta fàbrica seleccionat a l'atzar siga defectuós i procedisca de la màquina B?

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2017** | CONVOCATORIA: JULIO 2017 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREMO DEL EXAMEN:**
**Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

## Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

**Problema 1.** Representa gráficamente la región determinada por el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x \geq 10 \\ x \leq 20 \\ x \geq \dfrac{y}{3} \\ 12x + 20y \geq 360 \end{cases}$$

y calcula sus vértices. ¿Cuál es el mínimo de la función $f(x, y) = x - 2y$ en esta región? ¿En qué punto se alcanza?

**Problema 2.** La evolución del precio de cierta acción, en euros, un día determinado siguió la función:

$$f(x) = 35{,}7\frac{x+2}{x^2+21}, \quad x \in [0,8],$$

donde $x$ representa el tiempo, en horas, transcurrido desde la apertura de la sesión. Se pide:

a) Calcular el valor máximo que alcanzó la acción y en qué momento se alcanzó.

b) Calcular el valor mínimo que alcanzó la acción y en qué momento se alcanzó.

c) Una persona compró 20 acciones en el momento de la apertura $(x = 0)$ y las vendió justo al cierre $(x = 8)$. Determinar si obtuvo ganancias o pérdidas y la cuantía de estas.

**Problema 3.** El 70% de los solicitantes de un puesto de trabajo tiene experiencia y, además, una formación acorde con el puesto. Sin embargo, hay un 20% que tiene experiencia y no una formación acorde con el puesto. Se sabe también que entre los solicitantes que tienen formación acorde con el puesto, un 87,5% tiene experiencia.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un solicitante elegido al azar no tenga experiencia?

b) Si un solicitante elegido al azar tiene experiencia, ¿cuál es la probabilidad de que tenga una formación acorde con el puesto?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que un solicitante elegido al azar no tenga formación acorde con el puesto ni experiencia?

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Un estudiante obtuvo una calificación de 7,5 puntos en un examen de tres preguntas. En la tercera pregunta obtuvo un punto más que en la segunda y los puntos que consiguió en la primera pregunta quintuplicaron la diferencia entre la puntuación obtenida en la tercera y primera preguntas. ¿Cuál fue la puntuación obtenida en cada una de las preguntas?

**Problema 2.** Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x - 20 & x \leq 3 \\ \dfrac{2}{a-x} & x > 3 \end{cases}$

a) Calcula el valor de $a$ para el que $f(x)$ es continua en $x = 3$.

b) Para $a = 0$, estudia el crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

c) Para $a = 0$, calcula los máximos y mínimos locales de $f(x)$.

**Problema 3.** El 60% de los componentes electrónicos producidos en una fábrica proceden de la máquina A y el 40% de la máquina B. La proporción de componentes electrónicos defectuosos en A es 0,1 y en B es 0,05.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un componente electrónico de dicha fábrica seleccionado al azar sea defectuoso?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que, sabiendo que un componente electrónico no es defectuoso, proceda de la máquina A?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que un componente electrónico de dicha fábrica seleccionado al azar sea defectuoso y proceda de la máquina B?

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2017** | CONVOCATORIA: JULIO 2017 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

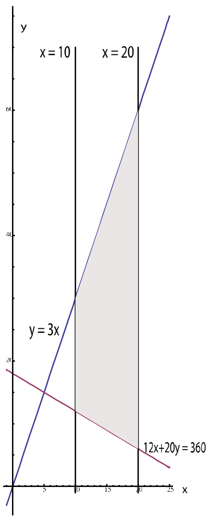
**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'opció A o l'opció B, de la qual ha de fer els tres problemes proposats.**
**Cada problema és valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.**




De 0 a 4 punts pel dibuix de la regió, amb el criteri següent: 1 punt per cada recta que siga correcta.

De 0 a 4 punts pel càlcul dels vèrtexs, {(10, 30), (10, 12), (20, 6), (20, 60)}.

De 0 a 1 punt pel càlcul del mínim (–100).

De 0 a 1 punt pel càlcul del punt en què s'assoleix (20, 60).

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 3 punts per calcular el màxim (5,95 euros) i el moment en què s'assoleix (a les 3 hores) i de 0 a 1 punt pel raonament que és màxim.

**b)** De 0 a 3 punts per calcular el mínim (3,4 euros) i el moment en què s'assoleix (al començament de la sessió) i de 0 a 1 punt pel raonament que és mínim.

**c)** De 0 a 1 punt per determinar que va obtenir guanys i de 0 a 1 punt per calcular que aquests foren de 16 euros.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat (0,1) que el sol.licitant no tinga experiència.

**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat (0,7778) que el sol.licitant tinga formació adequada si té experiència.

**c)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat (0) que el sol.licitant no tinga experiència ni formació.

## OPCIÓ B

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Pel plantejament, de 0 a 5 punts, amb el criteri següent: sols una equació correcta, 1 punt; dues equacions correctes, 3 punts; les tres equacions correctes, 5 punts.

$$\begin{cases} x+y+z=7,5 \\ z-y=1 \\ 6x-5z=0 \end{cases}$$

De 0 a 5 punts pel càlcul de la solució (les qualificacions foren: $x$ = 2,5; $y$ = 2; z = 3 punts en les preguntes 1, 2 i 3, respectivament).

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 3 punts per raonar que la funció és contínua per a $a = 2$.

**b)** De 0 a 4 punts per l'estudi, per a $a = 0$, del creixement (creix en $]-\infty,-1[\cup]1,3[\cup]3,+\infty[$ ) i decreixement (decreix en $]-1,1[$ ).

**c)** De 0 a 3 punts per la determinació del màxim local ($x = -1$), del mínim local ($x = 1$) i que en $x = 3$ no hi ha màxim ni mínim local.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat que un component electrònic siga defectuós (0,08).

**b)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat que un component electrònic no defectuós haja estat fabricat per la màquina A (0,5870).

**c)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat que un component electrònic siga defectuós i fabricat per la màquina B (0,02).

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2017** | CONVOCATORIA: JULIO 2017 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

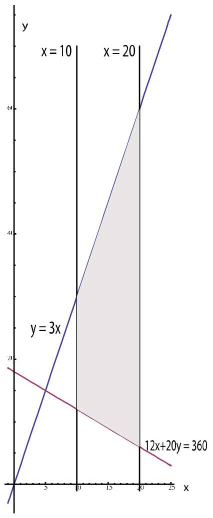
**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiante ha de escoger la opción A o la opción B, de la cual ha de hacer los tres problemas propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas**

**Problema 1.**




De 0 a 4 puntos por el dibujo de la región, con el siguiente criterio: 1 punto por cada recta correcta.

De 0 a 4 puntos por el cálculo de los vértices, {(10, 30), (10, 12), (20, 6), (20, 60)}.

De 0 a 1 punto por el cálculo del mínimo (−100).

De 0 a 1 punto por el cálculo del punto en que se alcanza (20, 60).

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 3 puntos por calcular el máximo (5,95 euros) y el momento en que se alcanza (a las 3 horas) y de 0 a 1 punto por el razonamiento de que es máximo.

**b)** De 0 a 3 puntos por calcular el mínimo (3,4 euros) y el momento en que se alcanza (al comienzo de la sesión) y de 0 a 1 punto por el razonamiento de que es mínimo.

**c)** De 0 a 1 punto por determinar que obtuvo ganancias y de 0 a 1 punto por calcular que estas fueron de 16 euros.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad (0,1) de que el solicitante no tenga experiencia.

**b)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad (0,7778) de que el solicitante tenga formación adecuada si tiene experiencia.

**c)** De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad (0) de que el solicitante no tenga experiencia ni formación.

# OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Por el planteamiento de 0 a 5 puntos, con el siguiente criterio: solo una ecuación correcta, 1 punto; dos ecuaciones correctas, 3 puntos; las tres ecuaciones correctas, 5 puntos.

$$\begin{cases} x+y+z=7,5 \\ z-y=1 \\ 6x-5z=0 \end{cases}$$

De 0 a 5 puntos por el cálculo de la solución (las calificaciones fueron: $x$ = 2,5; $y$ = 2; z = 3 puntos en las preguntas 1, 2 y 3, respectivamente).

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 3 puntos por razonar que la función es continua para $a$ = 2.

**b)** De 0 a 4 puntos por el estudio, para $a$ = 0, del crecimiento (crece en $]-\infty,-1[\cup]1,3[\cup]3,+\infty[$) y decrecimiento (decrece en $]-1,1[$).

**c)** De 0 a 3 puntos por la determinación del máximo local ($x = -1$), del mínimo local ($x$ = 1) y que en $x = 3$ no hay ni máximo ni mínimo local.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad de que un componente electrónico sea defectuoso (0,08).

**b)** De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad de que un componente electrónico no defectuoso haya sido fabricado por la máquina A (0,5870).

**c)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad de que un componente electrónico sea defectuoso y fabricado por la máquina B (0,02).

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2018** | CONVOCATORIA: JUNIO 2018 |
|---|---|
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Tenim el sistema d'equacions $\begin{cases} y - z = 1-a \\ -x + z = 5 \\ -ax + y - z = 1 \end{cases}$, on $a$ és un paràmetre real.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors del paràmetre $a$ per als quals el sistema és compatible determinat (2 *punts*).
b) Les solucions del sistema quan $a = 3$ (4 *punts*).
c) Les solucions del sistema per als valors de $a$ que el fan compatible indeterminat (4 *punts*).

**Problema A.2.** Donats els punts $A(-1,2,\lambda)$, $B(2,3,5)$ i $C(3,5,3)$, on λ és un paràmetre real, obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El valor del paràmetre λ perquè el segment $AC$ siga la hipotenusa d'un triangle rectangle de vèrtexs $A, B$ i $C$ (3 *punts*).
b) L'àrea del triangle de vèrtexs $A, B$ i $C$ quan $\lambda = 6$ (4 *punts*).
c) L'equació del pla que conté el triangle de vèrtexs $A, B$ i $C$ quan $\lambda = 6$ (3 *punts*).

**Problema A.3.** Es dóna la funció $f(x) = \frac{1}{x^2-x}$ . Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El domini i les asímptotes de la funció $f(x)$ (2 *punts*).
b) Els intervals de creixement i de decreixement de la funció $f(x)$ (4 *punts*).
c) L'àrea limitada per la corba $y = f(x)$, l'eix d'abscisses i les rectes $x = 2$ i $x = 3$ (4 *punts*).

# OPCIÓ B

**Problema B.1.** Siga $A$ una matriu quadrada tal que $A^2 + 2A = 3I$, sent $I$ la matriu identitat. Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors de $a$ i $b$ perquè $A^{-1} = aA + bI$ (3 *punts*).
b) Els valors de α i β perquè $A^4 = \alpha A + \beta I$ (4 *punts*).
c) El determinant de la matriu $2B^{-1}$, sent $B$ una matriu quadrada d'ordre 3 amb determinant 2 (3 *punts*).

**Problema B.2.** Es donen el punt $A(5,7,3)$ i la recta $r$: $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La recta $s$ que talla la recta $r$, passa pel punt $A$ i és perpendicular a la recta $r$ (4 *punts*).
b) La distància del punt $A$ a la recta $r$ (3 *punts*).
c) La distància del punt $B(1,1,1)$ al pla π que passa per $(3,-1,0)$ i és perpendicular a $r$ (3 *punts*).

**Problema B.3.** Es divideix un filferro de longitud 100 cm en dues parts. Amb una d'elles, de longitud $x$, es construeix un triangle equilàter i amb l'altra, de longitud $100 - x$, es construeix un quadrat. Es demana obtenir **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La funció de la variable $x$ que expressa la suma de les àrees del triàngle equilàter i del quadrat, sent $0 \leq x \leq 100$ (4 *punts*).
b) El valor de $x$ a l'interval $[0,100]$ per al qual l'esmentada funció (suma de les àrees en funció de $x$ obtinguda a l'apartat a) ) assoleix el seu mínim valor (3 *punts*).
c) El valor de $x$ a l'interval $[0,100]$ per al qual l'esmentada funció assoleix el seu màxim valor. Interpretar el resultat obtingut (3 *punts*).

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se tiene el sistema de ecuaciones $\begin{cases} \quad\quad\; y - z = 1-a \\ -x \quad\quad + z = 5 \\ -ax + y - z = 1 \end{cases}$, donde $a$ es un parámetro real. Se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores del parámetro $a$ para los cuales el sistema es compatible determinado (2 *puntos*).
b) Las soluciones del sistema cuando $a = 3$ (4 *puntos*).
c) Las soluciones del sistema para los valores de $a$ que lo hacen compatible indeterminado (4 *puntos*).

**Problema A.2.** Dados los puntos $A(-1,2,\lambda)$, $B(2,3,5)$ y $C(3,5,3)$, donde λ es un parámetro real, se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El valor del parámetro λ para que el segmento $AC$ sea la hipotenusa de un triángulo rectángulo de vértices $A, B$ y $C$ (3 *puntos*).
b) El área del triángulo de vértices $A, B$ y $C$ cuando $\lambda = 6$ (4 *puntos*).
c) La ecuación del plano que contiene al triángulo de vértices $A, B$ y $C$ cuando $\lambda = 6$ (3 *puntos*).

**Problema A.3.** Dada la función $f(x) = \frac{1}{x^2-x}$ se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El dominio y las asíntotas de la función $f(x)$ (2 *puntos*).
b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $f(x)$ (4 *puntos*).
c) El área limitada por la curva $y = f(x)$, el eje de abcisas y las rectas $x = 2$ y $x = 3$ (4 *puntos*).

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Sea $A$ una matriz cuadrada tal que $A^2 + 2A = 3I$, donde $I$ es la matriz identidad. Calcular **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de $a$ y $b$ para los cuales $A^{-1} = aA + bI$ (3 *puntos*).
b) Los valores de α y β para los cuales $A^4 = \alpha A + \beta I$ (4 *puntos*).
c) El determinante de la matriz $2B^{-1}$, sabiendo que $B$ es una matriz cuadrada de orden 3 cuyo determinante es 2 (3 *puntos*).

**Problema B.2.** Dados el punto $A(5,7,3)$ y la recta $r: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$ , se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La recta $s$ que corta a la recta $r$, pasa por el punto $A$, y es perpendicular a la recta $r$ (4 *puntos*).
b) La distancia del punto $A$ a la recta $r$ (3 *puntos*).
c) La distancia del punto $B(1,1,1)$ al plano π que pasa por $(3,-1,0)$ y es perpendicular a $r$ (3 *puntos*).

**Problema B.3.** Se divide un alambre de longitud $100$ cm en dos partes. Con una de ellas, de longitud $x$, se construye un triángulo equilátero y con la otra, de longitud $100 - x$, se construye un cuadrado. Se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La función de la variable $x$ que expresa la suma de las áreas del triángulo equilátero y del cuadrado, siendo $0 \leq x \leq 100$ (4 *puntos*).
b) El valor de la variable $x$ en el intervalo $[0,100]$ para el cual dicha función (suma de las àreas en función de $x$ obtenida en el apartado a) ) alcanza su mínimo valor (3 *puntos*).
c) El valor de la variable $x$ en el intervalo $[0,100]$ para el cual dicha función alcanza su máximo valor. Interpretar el resultado obtenido (3 *puntos*).

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2018** | CONVOCATORIA: JUNIO 2018 |
|---|---|
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Tenim el sistema d'equacions $\begin{cases} \quad\; y - z = 1-a \\ -x \quad + z = 5 \\ -ax + y - z = 1 \end{cases}$, on $a$ és un paràmetre real.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors del paràmetre $a$ per als quals el sistema és compatible determinat (2 *punts*).
b) Les solucions del sistema quan $a = 3$ (4 *punts*).
c) Les solucions del sistema per als valors de $a$ que el fan compatible indeterminat (4 *punts*).

**Solució:** a) $a \neq 0$. b) $x = -1,\ y = 2,\ z = 4$. c) El sistema és compatible indeterminat quan $a = 0$. Les solucions del sistema són $x = \alpha - 5,\ y = \alpha + 1,\ z = \alpha$ per a qualsevol α real.

**Problema A.2.** Donats els punts $A(-1,2,\lambda)$, $B(2,3,5)$ i $C(3,5,3)$, on λ és un paràmetre real, obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El valor del paràmetre λ perquè el segment $AC$ siga la hipotenusa d'un triangle rectangle de vèrtexs $A, B$ i $C$ (3 *punts*).
b) L'àrea del triangle de vèrtexs $A, B$ i $C$ quan $\lambda = 6$ (4 *punts*).
c) L'equació del pla que conté el triangle de vèrtexs $A, B$ i $C$ quan $\lambda = 6$ (3 *punts*).

**Solució:** a) $\lambda = \frac{5}{2}$, b) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$, c) $y + z - 8 = 0$.

**Problema A.3.** Es dóna la funció $f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El domini i les asímptotes de la funció $f(x)$ (2 *punts*).

b) Els intervals de creixement i de decreixement de la funció $f(x)$ (4 *punts*).
c) L'àrea limitada per la corba $y = f(x)$, l'eix d'abscisses i les rectes $x = 2$ i $x = 3$ (4 *punts*).

**Solució:** a) El domini és $(-\infty, 0) \cup (0,1) \cup (1, +\infty)$. Asímptotes: $y = 0,\ x = 0,\ x = 1$. b) La funció és creixent als intervals $(-\infty, 0), (0, \frac{1}{2})$ i decreixent als intervals $\left(\frac{1}{2}, 1\right), (1, +\infty)$. c) L'àrea demanada és $\int_2^3 f(x)dx = ln\left(\frac{4}{3}\right) \approx 0.287$.

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Siga $A$ una matriu quadrada tal que $A^2 + 2A = 3I$, sent $I$ la matriu identitat. Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors de $a$ i $b$ perquè $A^{-1} = aA + bI$ (3 *punts*).
b) Els valors de α i β perquè $A^4 = \alpha A + \beta I$ (4 *punts*).
c) El determinant de la matriu $2B^{-1}$, sent $B$ una matriu quadrada d'ordre 3 amb determinant 2 (3 *punts*).

**Solució:** a) $a = \frac{1}{3},\ b = \frac{2}{3}$. b) $\alpha = -20,\ \beta = 21$. c) $\det(2B^{-1}) = 4$.

**Problema B.2.** Es donen el punt $A(5,7,3)$ i la recta $r$: $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La recta $s$ que talla la recta $r$, passa pel punt $A$ i és perpendicular a la recta $r$ (4 *punts*).
b) La distància del punt $A$ a la recta $r$ (3 *punts*).
c) La distància del punt $B(1,1,1)$ al pla π que passa per $(3, -1, 0)$ i és perpendicular a $r$ (3 *punts*).

**Solució:** a) $\frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-3}{-1}$. b) $s$ talla a $r$ en el punt $P(1,5,4)$, per tant, $d(A, r) = d(A, P) = \sqrt{21}$. c) $\pi: x - 3y - 2z - 6 = 0$. La distància demanada és $d(B, \pi) = \frac{5\sqrt{14}}{7}$.

**Problema B.3.** Es divideix un filferro de longitud 100 cm en dues parts. Amb una d'elles, de longitud $x$, es construeix un triangle equilàter i amb l'altra, de longitud $100 - x$, es construeix un quadrat. Es demana obtenir **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La funció de la variable $x$ que expressa la suma de les àrees del triàngle equilàter i del quadrat, sent $0 \leq x \leq 100$ (4 *punts*).
b) El valor de $x$ a l'interval $[0,100]$ per al qual l'esmentada funció (suma de les àrees en funció de $x$ obtinguda a l'apartat a) ) assoleix el seu mínim valor (3 *punts*).
c) El valor de $x$ a l'interval $[0,100]$ per al qual l'esmentada funció assoleix el seu màxim valor. Interpretar el resultat obtingut (3 *punts*).

**Solució:** a) $f(x) = \left(\frac{x}{3}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} + \left(\frac{100-x}{4}\right)^2,\ 0 \leq x \leq 100$. b) $x = \frac{900}{4\sqrt{3}+9}\ cm. \approx 56{,}50\ cm$. c) $x = 0$. En aquest cas tot el filferro s'utilitza per construir el quadrat.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se tiene el sistema de ecuaciones $\begin{cases} \quad\quad y - z = 1-a \\ -x \quad\quad + z = 5 \\ -ax + y - z = 1 \end{cases}$, donde $a$ es un parámetro real. Se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores del parámetro $a$ para los cuales el sistema es compatible determinado (2 *puntos*).
b) Las soluciones del sistema cuando $a = 3$ (4 *puntos*).
c) Las soluciones del sistema para los valores de $a$ que lo hacen compatible indeterminado (4 *puntos*).

**Solución:** a) $a \neq 0$. b) $x = -1,\ y = 2,\ z = 4$. c) El sistema es compatible indeterminado cuando $a = 0$. Las soluciones del sistema son $x = \alpha - 5,\ y = \alpha + 1,\ z = \alpha$, para cualquier α real.

**Problema A.2.** Dados los puntos $A(-1,2,\lambda)$, $B(2,3,5)$ y $C(3,5,3)$, donde λ es un parámetro real, se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El valor del parámetro λ para que el segmento $AC$ sea la hipotenusa de un triángulo rectángulo de vértices $A, B$ y $C$ (3 *puntos*).
b) El área del triángulo de vértices $A, B$ y $C$ cuando $\lambda = 6$ (4 *puntos*).
c) La ecuación del plano que contiene al triángulo de vértices $A, B$ y $C$ cuando $\lambda = 6$ (3 *puntos*).

**Solución:** a) $\lambda = \frac{5}{2}$, b) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$, c) $y + z - 8 = 0$.

**Problema A.3.** Dada la función $f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$ se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El dominio y las asíntotas de la función $f(x)$ (2 *puntos*).
b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $f(x)$ (4 *puntos*).
c) El área limitada por la curva $y = f(x)$, el eje de abcisas y las rectas $x = 2$ y $x = 3$ (4 *puntos*).

**Solución:** a) El dominio es $(-\infty, 0) \cup (0,1) \cup (1, +\infty)$. Asíntotas: $y = 0,\ x = 0,\ x = 1$. b) La función es creciente en los intervalos $(-\infty, 0), (0, \frac{1}{2})$ y decreciente en los intervalos $\left(\frac{1}{2}, 1\right), (1, +\infty)$. c) El área pedida es $\int_2^3 f(x)dx = ln\left(\frac{4}{3}\right) \approx 0.287$.

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Sea $A$ una matriz cuadrada tal que $A^2 + 2A = 3I$, donde $I$ es la matriz identidad. Calcular **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de $a$ y $b$ para los cuales $A^{-1} = aA + bI$ (3 *puntos*).
b) Los valores de α y β para los cuales $A^4 = \alpha A + \beta I$ (4 *puntos*).
c) El determinante de la matriz $2B^{-1}$, sabiendo que $B$ es una matriz cuadrada de orden 3 cuyo determinante es 2 (3 *puntos*).

**Solución:** a) $a = \frac{1}{3},\ b = \frac{2}{3}$. b) $\alpha = -20,\ \beta = 21$. c) $\det(2B^{-1}) = 4$.

**Problema B.2.** Dados el punto $A(5,7,3)$ y la recta $r$: $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$ , se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La recta $s$ que corta a la recta $r$, pasa por el punto $A$, y es perpendicular a la recta $r$ (4 *puntos*).
b) La distancia del punto $A$ a la recta $r$ (3 *puntos*).
c) La distancia del punto $B(1,1,1)$ al plano π que pasa por $(3,-1,0)$ y es perpendicular a $r$ (3 *puntos*).

**Solución:** a) $\frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-3}{-1}$. b) $s$ corta a $r$ en el punto $P(1,5,4)$. Entonces $d(A,r) = d(A,P) = \sqrt{21}$. c) $\pi: x - 3y - 2z - 6 = 0$. La distancia pedida es $d(B,\pi) = \frac{5\sqrt{14}}{7}$.

**Problema B.3.** Se divide un alambre de longitud $100$ cm en dos partes. Con una de ellas, de longitud $x$, se construye un triángulo equilátero y con la otra, de longitud $100 - x$, se construye un cuadrado. Se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La función de la variable $x$ que expresa la suma de las áreas del triángulo equilátero y del cuadrado, siendo $0 \leq x \leq 100$ (4 *puntos*).
b) El valor de la variable $x$ en el intervalo $[0,100]$ para el cual dicha función (suma de las àreas en función de $x$ obtenida en el apartado a) ) alcanza su mínimo valor (3 *puntos*).
c) El valor de la variable $x$ en el intervalo $[0,100]$ para el cual dicha función alcanza su máximo valor. Interpretar el resultado obtenido (3 *puntos*).

**Solución:** a) $f(x) = \left(\frac{x}{3}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} + \left(\frac{100-x}{4}\right)^2,\ 0 \leq x \leq 100$. b) $x = \frac{900}{4\sqrt{3}+9}\ cm. \approx 56{,}50\ cm.$ c) $x = 0$. En este caso todo el alambre se utiliza para construir el cuadrado.

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
| --- | --- |
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2018** | CONVOCATORIA: JUNIO 2018 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Una pastisseria ven dues classes de caixes de bombons. En les caixes anomenades EXTRA inclou 15 bombons de tipus A i 30 de tipus B, mentre que les caixes anomenades DELUXE contenen 30 bombons de tipus A i 15 de tipus B.

Amb cada bombó de tipus A obté un benefici de 50 cèntims, i amb cada un de tipus B un benefici de 40 cèntims. Si denominem per $x$ el nombre de caixes EXTRA, i per $y$ el nombre de caixes DELUXE que ven, es demana:

a) Calcula la funció de beneficis de la pastisseria. *(2 punts)*

b) Si disposa de 450 bombons de cada tipus, calcula el nombre de caixes $x$ i $y$ que haurà de vendre de cada classe per a obtenir un benefici màxim. *(6 punts)*

Calcula aquest benefici màxim. *(2 punts)*

**Problema 2.** Donada la funció $f(x)=\dfrac{x-1}{(x-2)^2}$, es demana:

a) El seu domini i els punts de tall amb els eixos coordinats. *(2 punts)*

b) Les asímptotes horitzontals i verticals, si existeixen. *(2 punts)*

c) Els intervals de creixement i decreixement. *(2 punts)*

d) Els màxims i mínims locals. *(2 punts)*

e) La representació gràfica de la funció. *(2 punts)*

**Problema 3.** En un estudi realitzat en un comerç s'ha determinat que el 68% de les compres es paguen amb targeta de crèdit. El 15% de les compres superen els 500 € i les dues circumstàncies (una compra supera els 500 € i es paga amb targeta de crèdit) es dona el 5% de les vegades. Calcula la probabilitat que:

a) Una compra no supere els 500 € i es pague en efectiu. *(3 punts)*
b) Una compra no passe de 500 € si no s'ha pagat amb targeta de crèdit. *(4 punts)*
c) Una compra es pague amb targeta de crèdit si no ha superat els 500 €. *(3 punts)*

## OPCIÓ B

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \\ 8 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, es demana:

a) Calcula $A^{-1}$. *(5 punts)*

b) Calcula una matriu *X*, d'ordre $3 \times 3$, que complisca $AX = C$. *(5 punts)*

**Problema 2.** La caiguda d'un meteorit a l'Antàrtida va provocar el desglaç d'una superfície amb una extensió en $km^2$ que ve donada per $f(t) = \frac{10t + 21}{t + 3}$, on *t* és el nombre de dies transcorreguts des de l'impacte.

a) Quina va ser la superfície desglaçada després de 6 dies de l'impacte? I després de 87 dies? *(2 punts)*

b) Estudia si la superfície desglaçada creix o decreix al llarg del temps. *(3 punts)*

c) Un altre científic va afirmar que la superfície desglaçada venia donada per la funció

$$g(t) = 10 - \frac{9}{t + 3}.$$

Comprova si hi ha o no diferències entre les dues funcions $f(t)$ i $g(t)$. *(2 punts)*

d) Té algun límit l'extensió del desglaç? *(3 punts)*

**Problema 3.** En una casa hi ha tres clauers. El primer clauer (BLAU) té 5 claus. El segon (ROIG) té 4 claus i el tercer (VERD) té 3 claus. En cada clauer hi ha una única clau que obri la porta del traster. Es tria a l'atzar un dels clauers. Es demana:

a) Calcula la probabilitat d'obrir el traster amb la primera clau que es prova del clauer triat. *(3 punts)*

b) Si s'obri el traster amb la primera clau que es prova, quina és la probabilitat que s'haja triat el clauer VERD? *(4 punts)*

c) Quina és la probabilitat que la primera clau que es prove del clauer triat a l'atzar no òbriga i sí que ho faça la segona (diferent de l'anterior) que es prova d'aquest clauer? *(3 punts)*

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2018** | CONVOCATORIA: JUNIO 2018 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREMO DEL EXAMEN:**
**Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Una pastelería vende dos clases de cajas de bombones. En las cajas denominadas EXTRA incluye 15 bombones de tipo A y 30 de tipo B, mientras que las cajas denominadas DELUXE contienen 30 bombones de tipo A y 15 de tipo B.

Con cada bombón de tipo A obtiene un beneficio de 50 céntimos, y con cada uno de tipo B un beneficio de 40 céntimos. Denominando *x* al número de cajas EXTRA, e *y* al número de cajas DELUXE que vende, se pide:

a) Calcula la función de beneficios de la pastelería. *(2 puntos)*

b) Si dispone de 450 bombones de cada tipo, calcula el número de cajas *x* e *y* que deberá vender de cada clase para obtener un beneficio máximo. *(6 puntos)*

Calcula dicho beneficio máximo. *(2 puntos)*

**Problema 2.** Dada la función $f(x)=\dfrac{x-1}{(x-2)^2}$, se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*

b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*

d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*

e) La representación gráfica de la función. *(2 puntos)*

**Problema 3.** En un estudio realizado en un comercio se ha determinado que el 68% de las compras se pagan con tarjeta de crédito. El 15% de las compras superan los 500 € y ambas circunstancias (una compra supera los 500 € y se paga con tarjeta de crédito) se da el 5% de las veces. Calcula la probabilidad de que:

a) Una compra no supere los 500 € y se pague en efectivo. *(3 puntos)*
b) Una compra no pase de 500 € si no se ha pagado con tarjeta de crédito. *(4 puntos)*
c) Una compra se pague con tarjeta de crédito si no ha superado los 500 €. *(3 puntos)*

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \\ 8 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Calcula $A^{-1}$. *(5 puntos)*

b) Calcula una matriz *X*, de orden $3 \times 3$, que cumpla $AX = C$. *(5 puntos)*

**Problema 2.** La caída de un meteorito en la Antártida provocó el deshielo de una superficie con una extensión en $km^2$ que viene dada por $f(t) = \dfrac{10t + 21}{t + 3}$, siendo *t* el número de días transcurridos desde el impacto.

a) ¿Cuál fue la superficie deshelada después de 6 días del impacto? ¿Y después de 87 días? *(2 puntos)*

b) Estudia si la superficie deshelada crece o decrece a lo largo del tiempo. *(3 puntos)*

c) Otro científico afirmó que la superficie deshelada venía dada por la función

$$g(t) = 10 - \frac{9}{t + 3}.$$

Comprueba si hay o no diferencias entre las dos funciones $f(t)$ y $g(t)$. *(2 puntos)*

d) ¿Tiene algún límite la extensión del deshielo? *(3 puntos)*

**Problema 3.** En una casa hay tres llaveros. El primer llavero (AZUL) tiene 5 llaves. El segundo (ROJO) tiene 4 llaves y el tercero (VERDE) tiene 3 llaves. En cada llavero hay una única llave que abre la puerta del trastero. Se escoge al azar uno de los llaveros. Se pide:

a) Calcula la probabilidad de abrir el trastero con la primera llave que se prueba del llavero escogido. *(3 puntos)*

b) Si se abre el trastero con la primera llave que se prueba, ¿cuál es la probabilidad de que se haya escogido el llavero VERDE? *(4 puntos)*

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera llave que se prueba del llavero escogido al azar no abra y sí que lo haga una segunda (distinta de la anterior) que se prueba del mismo llavero? *(3 puntos)*

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2018** | CONVOCATORIA: JUNIO 2018 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'opció A o l'opció B, de la qual ha de fer els tres problemes proposats.**
**Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.**

**a)** Per l'obtenció de la funció de beneficis de 0 a 2 punts. $B(x,y)=19,5x+21y$

**b)** Pel plantejament del problema, de 0 a 2 punts, amb el següent criteri: 2 restriccions correctes 2 punts; 1 restricció correcta 1 punt (sense considerar les de no negativitat).

$$\text{Maximitzar } 19,5x+21y \quad \text{subjecte a } \left.\begin{array}{l} 15x+30y\le 450 \\ 30x+15y\le 450 \end{array}\right\} \; x\ge 0,\, y\ge 0$$

De 0 a 3 punts per la determinació de la regió factible.

Polígon de vèrtexs $(0,0)$, $(10,10)$, $(0,15)$, $(15,0)$

De 0 a 2 punts per l'obtenció del punt que maximitza. De 0 a 1 punt per l'obtenció del benefici màxim.

$x^*=10,\ \ y^*=10;\ \ B(x^*,y^*)=405$ €

Si la solució s'obté per qualsevol altre mètode raonat i correcte es puntuarà de 0 a 6 punts.

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 2 punts per l'estudi del domini i els punts de tall.

Domini: $]-\infty,2[\,\cup\,]2,+\infty[$ ; tall eix X: $x_0=1$; tall eix Y: $y_0=-\dfrac{1}{4}$

**b)** De 0 a 2 punts pel càlcul de les asímptotes. Asímptota horitzontal: $y=0$; asímptota vertical: $x=2$

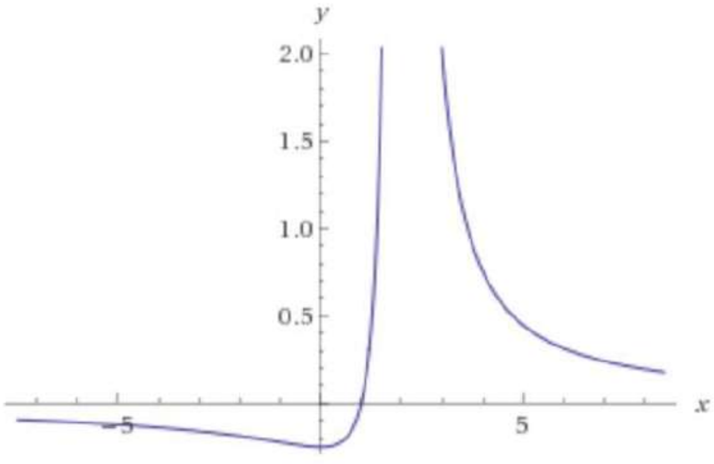
**c)** De 0 a 2 punts pel càlcul dels intervals de creixement i de decreixement.

Creixent a l'interval $]0,2[$ ; decreixent en $]-\infty,0[\,\cup\,]2,+\infty[$

**d)** De 0 a 2 punts pel càlcul dels màxims i mínims locals.

Mínim local en el punt $x^*=0,\ f(0)=-0,25$ ; no té màxims locals

**e)** De 0 a 2 punts per la gràfica de la funció.




**Problema 3.**

**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat demanada. 0,22

**b)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat demanada. 0,6875 (0,22/0,32)

**c)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat demanada. 0,7412 (0,63/0,85)

**OPCIÓ B**

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.**

**a)** De 0 a 5 punts pel càlcul correcte de la matriu inversa.

$$A^{-1} = \frac{1}{19}\begin{pmatrix} 5 & 8 & -3 \\ -19 & -19 & 19 \\ -2 & -7 & 5 \end{pmatrix}$$

**b)** De 0 a 5 punts per la resolució correcta del sistema d'equacions.

$$X = A^{-1}C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 2 punts per l'obtenció dels valors demanats. $f(6) = 9\ km^2$ $\quad f(87) = 9{,}9\ km^2$

**b)** De 0 a 3 punts per l'estudi del creixement de la funció.

$$f'(t) = \frac{9}{(t+3)^2} > 0$$, i la funció és sempre creixent

**c)** De 0 a 2 punts per provar que les dues funcions són iguals.

**d)** De 0 a 3 punts pel càlcul del límit quan $t \to +\infty$. 10 $km^2$

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat demanada. 0,261 (47/180)

**b)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat demanada. 0,425 (20/47)

**c)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat demanada. 0,261 (47/180)

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2018** | CONVOCATORIA: JUNIO 2018 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiante ha de escoger la opción A o la opción B, de la cual ha de hacer los tres problemas propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.**

a) Por la obtención de la función de beneficios de 0 a 2 puntos. $B(x,y)=19,5x+21y$

b) Por el planteamiento del problema, de 0 a 2 puntos, con el siguiente criterio: 2 restricciones correctas 2 puntos; 1 restricción correcta 1 punto (sin considerar las de no negatividad).

$$\text{Maximizar } 19,5x+21y \quad \text{sujeto a} \quad \left.\begin{array}{l} 15x+30y\le 450 \\ 30x+15y\le 450 \end{array}\right\} \; x\ge 0,\, y\ge 0$$

De 0 a 3 puntos por la determinación de la región factible.

Polígono de vértices $(0,0)$, $(10,10)$, $(0,15)$, $(15,0)$

De 0 a 2 puntos por la obtención del punto que maximiza. De 0 a 1 punto por la obtención del beneficio máximo.

$$x^*=10,\ \ y^*=10;\ \ B(x^*,y^*)=405\text{ €}$$

Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto se puntuará de 0 a 6 puntos.

**Problema 2.**

a) De 0 a 2 puntos por el estudio del dominio y los puntos de corte.

Dominio: $]-\infty,2[\,\cup\,]2,+\infty[$; corte eje X: $x_0=1$; corte eje Y: $y_0=-\dfrac{1}{4}$

b) De 0 a 2 puntos por el cálculo de las asíntotas. Asíntota horizontal: $y=0$; asíntota vertical: $x=2$

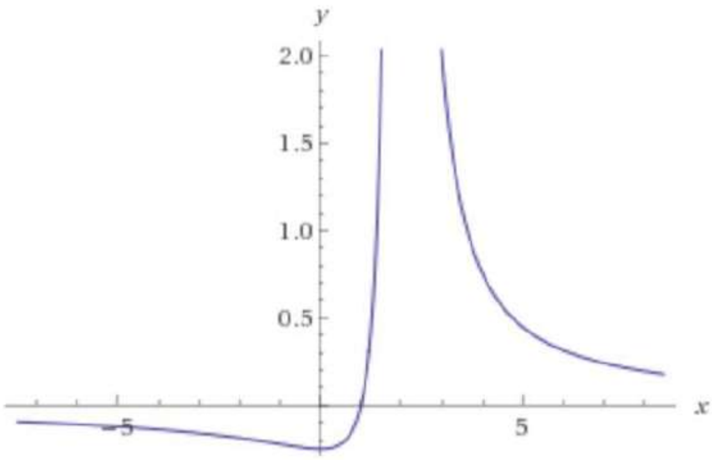
c) De 0 a 2 puntos por el cálculo de los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

Creciente en el intervalo $]0,2[$; decreciente en $]-\infty,0[\,\cup\,]2,+\infty[$

d) De 0 a 2 puntos por el cálculo de los máximos y mínimos locales.

Mínimo local en el punto $x^*=0,\ f(0)=-0,25$; no tiene máximos locales

e) De 0 a 2 puntos por la gráfica de la función.




**Problema 3.**

a) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 0,22

b) De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 0,6875 (0,22/0,32)

c) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 0,7412 (0,63/0,85)

**OPCIÓN B**

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.**

a) De 0 a 5 puntos por el cálculo correcto de la matriz inversa.

$$A^{-1} = \frac{1}{19}\begin{pmatrix} 5 & 8 & -3 \\ -19 & -19 & 19 \\ -2 & -7 & 5 \end{pmatrix}$$

b) De 0 a 5 puntos por la resolución correcta del sistema de ecuaciones.

$$X = A^{-1}C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Problema 2.**

a) De 0 a 2 puntos por la obtención de los valores pedidos. $f(6) = 9\ km^2$ $f(87) = 9,9\ km^2$

b) De 0 a 3 puntos por el estudio del crecimiento de la función.

$f'(t) = \dfrac{9}{(t+3)^2} > 0$, y la función es siempre creciente

**c)** De 0 a 2 puntos por probar que ambas funciones son iguales.

**d)** De 0 a 3 puntos por el cálculo del límite cuando $t \to +\infty$. 10 $km^2$

**Problema 3.**

a) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 0,261 (47/180)

b) De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 0,425 (20/47)

c) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 0,261 (47/180)

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2018** | CONVOCATORIA: JULIO 2018 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Donat el sistema d'equacions $\begin{cases} x + y = 1 \\ (a-1)y + z = 0 \\ x + ay + (a-1)z = a \end{cases}$, on $a$ és un paràmetre real, obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors del paràmetre $a$ per als quals el sistema és compatible (5 *punts*).
b) Les solucions del sistema quan $a = 1$ (3 *punts*).
c) La solució del sistema quan $a = 0$ (2 *punts*).

**Problema A.2.** Es donen el pla $\pi : x - y + z - 3 = 0$, la recta $s : \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ i el punt $A(1,1,1)$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Recta que passa per $A$, talla la recta $s$ i és paral·lela al pla π (4 *punts*).
b) Pla que passa per $A$, és perpendicular al pla π i paral·lel a la recta s (3 *punts*).
c) Discuteix si el punt (3,2,1) está en la recta paralel·la a $s$ que passa per (5,3,1) (3 *punts*).

**Problema A.3.** Considerem la funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx\cos(\pi x)$, que depén dels paràmetres $a, b, c$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) La relació entre els coeficients $a, b$ i $c$ sabent que $f(x)$ pren el valor 22 quan $x = 1$ (2 punts).
b) La relació que han de verificar els coeficients $a, b$ i $c$ perquè siga horitzontal la recta tangent a la corba $y = f(x)$ en el punt $P$ d'aquesta corba, sabent que l'abscissa del punt $P$ és $x = 1$. (4 punts).
c) $\int_0^1 x\cos(\pi x)\,dx$ (4 punts).

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Resoldre els següents apartats, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Donades $A$ i $B$, matrius quadrades del mateix ordre tals que $AB = A \quad i\ BA = B$, deduir que $A^2 = A$ i $B^2 = B$ (4 *punts*).

b) Donada la matriu $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, es demana trovar els paràmetres $a, b$ perquè la matriu $B = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 1 & b \end{bmatrix}$ complisca que $B^2 = B$ però $AB \neq A\ i\ BA \neq B$ (2 *punts*).

c) Sabent que $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 2 & 1 \\ z & 3 & 2 \end{vmatrix} = 3$, obteniu raonadament el valor dels determinants $\begin{vmatrix} 2x & 1 & 0 \\ 2y & 2 & 1 \\ 2z & 3 & 2 \end{vmatrix}$ i $\begin{vmatrix} x+1 & 1 & 0 \\ y+3 & 2 & 1 \\ z+5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ (4 *punts*).

**Problema B.2.** Donada la recta $r$: $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 4y - z = 8 \end{cases}$ es demana obtenir **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Les equacions paramètriques de la recta $r$ (3 *punts*).

b) L'equació del pla $\pi$ que és paral·lel a la recta $r$ i passa pels punts $(5,0,1)$ i $(4,1,0)$ (4 *punts*).

c) La distància entre la recta $r$ i el pla $\pi$ obtingut a l'apartat anterior (3 *punts*).

**Problema B.3.** Dins d'una cartolina rectangular es desitja fer un dibuix que ocupe un rectangle *R* de $600\ cm^2$ d'àrea de manera que:
Per damunt i per sota de *R* han de quedar uns marges de 3 cm d'altura cadascun. Els marges a esquerra i a dreta de *R* han de tenir una amplaria de 2 cm cadascun.

Obtenir **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) L'àrea de la cartolina en funció de la base *x* del rectangle *R* (3 punts).

b) El valor de *x* per al qual l' àrea de la cartolina és mínima (5 punts).

c) Les dimensions de dita cartolina d'àrea mínima (2 punts).

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y = 1 \\ (a-1)y + z = 0 \\ x + ay + (a-1)z = a \end{cases}$, donde $a$ es un parámetro real, se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores del parámetro $a$ para los cuales el sistema es compatible (5 *puntos*).
b) Las soluciones del sistema cuando $a = 1$ (3 *puntos*).
c) La solución del sistema cuando $a = 0$ (2 *puntos*).

**Problema A.2.** Se tienen el plano $\pi : x - y + z - 3 = 0$, la recta $s : \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ y el punto $A(1,1,1)$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La recta que pasa por $A$, corta a la recta $s$ y es paralela al plano $\pi$ (4 *puntos*).
b) El plano que pasa por $A$, es perpendicular al plano $\pi$ y paralelo a la recta s (3 *puntos*).
c) Discute si el punto $(3,2,1)$ está en la recta paralela a $s$ que pasa por $(5,3,1)$ (3 *puntos*).

**Problema A.3** Consideramos la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx\cos(\pi x)$, que depende de los parámetros $a, b, c$. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) La relación entre los coeficientes $a, b, c$ sabiendo que $f(x)$ toma el valor 22 cuando $x = 1$ (2 puntos).
b) La relación que deben verificar los coeficientes $a, b$ y $c$ para que sea horizontal la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $P$ de dicha curva, sabiendo que la abscisa del punto $P$ es $x = 1$. (4 puntos).
c) $\int_0^1 x\cos(\pi x)\, dx$ (4 puntos).

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Resolver los siguientes apartados, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Dadas $A$ y $B$, matrices cuadradas del mismo orden tales que $AB = A$ y $BA = B$, deducir que $A^2 = A$ y $B^2 = B$ (4 *puntos*).

b) Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, se pide encontrar los parámetros $a, b$ para que la matriz $B = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 1 & b \end{bmatrix}$ cumpla que $B^2 = B$ pero $AB \neq A$ y $BA \neq B$ (2 *puntos*).

c) Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 2 & 1 \\ z & 3 & 2 \end{vmatrix} = 3$, obtener razonadamente el valor de los determinantes $\begin{vmatrix} 2x & 1 & 0 \\ 2y & 2 & 1 \\ 2z & 3 & 2 \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} x+1 & 1 & 0 \\ y+3 & 2 & 1 \\ z+5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ (4 *puntos*).

**Problema B.2.** Dada la recta $r: \begin{cases} x + y = 3 \\ x + 4y - z = 8 \end{cases}$ se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Las ecuaciones paramétricas de la recta $r$ (3 *puntos*).

b) La ecuación del plano $\pi$ que es paralelo a $r$ y pasa por los puntos $(5,0,1)$ y $(4,1,0)$ (4 *puntos*).

c) La distancia entre la recta $r$ y el plano $\pi$ obtenido en el apartado anterior (3 *puntos*).

**Problema B.3.** Dentro de una cartulina rectangular se desea hacer un dibujo que ocupe un rectángulo *R* de $600\ cm^2$ de área de manera que:

Por encima y por debajo de *R* deben quedar unos márgenes de 3 cm de altura cada uno. Los márgenes a izquierda y a derecha de *R* deben tener una anchura de 2 cm cada uno.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El área de la cartulina en función de la base *x* del rectángulo *R* (3 puntos).

b) El valor de *x* para el cual el área de la cartulina es mínima (5 puntos).

c) Las dimensiones de dicha cartulina de área mínima (2 puntos).

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2018** | CONVOCATORIA: JULIO 2018 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Donat el sistema d'equacions $\begin{cases} x + y = 1 \\ (a-1)y + z = 0 \\ x + ay + (a-1)z = a \end{cases}$, on $a$ és un paràmetre real, obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors del paràmetre $a$ per als quals el sistema és compatible (5 *punts*).
b) Les solucions del sistema quan $a = 1$ (3 *punts*).
c) La solució del sistema quan $a = 0$ (2 *punts*).

**Solució:** a) $a \neq 2$. b) $x = \alpha,\ y = 1 - \alpha,\ z = 0$. c) $x = y = z = \frac{1}{2}$.

**Problema A.2.** Es donen el pla $\pi : x - y + z - 3 = 0$, la recta $s : \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ i el punt $A(1,1,1)$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Recta que passa per $A$, talla la recta $s$ i és paral·lela al pla π (4 *punts*).
b) Pla que passa per $A$, és perpendicular al pla π i paral·lel a la recta s (3 *punts*).
c) Discuteix si el punt (3,2,1) está en la recta paralel·la a $s$ que passa per (5,3,1) (3 *punts*).

**Solució:** a) $x = 1 + \alpha,\ y = 1, z = 1 - \alpha$. b) $-x + 2y + 3z = 4$. c) La recta que passa per (3,2,1) i (5,3,1) és paralel·la a $s$.

**Problema A.3.** Considerem la funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx\cos(\pi x)$, que depén dels paràmetres $a, b, c$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) La relació entre els coeficients $a, b\ i\ c$ sabent que $f(x)$ pren el valor 22 quan $x = 1$ (2 punts).
b) La relació que han de verificar els coeficients $a, b\ i\ c$ perquè siga horitzontal la recta tangent a la corba $y = f(x)$ en el punt $P$ d'aquesta corba, sabent que l'abscissa del punt $P$ és $x = 1$. (4 punts).
c) $\int_0^1 x\cos(\pi x)\,dx$ (4 punts).

**Solució:** a) $a + b - c = 22.$ b) $f'(1) = 0$ implica $3a + 2b - c = 0.$
c) Una primitiva és $\frac{\cos(\pi x)}{\pi^2} + \frac{x\sin(\pi x)}{\pi}$. La integral definida val $-{}^{2}/_{\pi^2} \approx -0.202.$

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Resoldre els següents apartats, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Donades $A$ i $B$, matrius quadrades del mateix ordre tals que $AB = A\ \ i\ BA = B$, deduir que $A^2 = A$ i $B^2 = B$ (4 *punts*).

b) Donada la matriu $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, es demana trovar els paràmetres $a, b$ perquè la matriu $B = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 1 & b \end{bmatrix}$ complisca que $B^2 = B$ però $AB \neq A\ i\ BA \neq B$ (2 *punts*).

c) Sabent que $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 2 & 1 \\ z & 3 & 2 \end{vmatrix} = 3$, obteniu raonadament el valor dels determinants $\begin{vmatrix} 2x & 1 & 0 \\ 2y & 2 & 1 \\ 2z & 3 & 2 \end{vmatrix}$ i $\begin{vmatrix} x+1 & 1 & 0 \\ y+3 & 2 & 1 \\ z+5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ (4 *punts*).

**Solució:** a) $A^2 = (AB)A = A(BA) = AB = A$ . Anàlogament canviant els papers de $A$ i de $B$. b) La solució és $a = 0,\ \ b = 1$. c) El primer determinant val 6 i el segon val 3.

**Problema B.2.** Donada la recta $r$: $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 4y - z = 8 \end{cases}$ es demana obtenir **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Les equacions paramètriques de la recta $r$ (3 *punts*).
b) L'equació del pla $\pi$ que és paral·lel a la recta $r$ i passa pels punts $(5,0,1)$ i $(4,1,0)$ (4 *punts*).
c) La distància entre la recta $r$ i el pla $\pi$ obtingut a l'apartat anterior (3 *punts*).

**Solució:** a) $x = \alpha, y = 3 - \alpha, z = -3\alpha + 4.$ b) $\pi: x + y = 5.$ c) $d(r, \pi) = \sqrt{2}.$

**Problema B.3.** Dins d'una cartolina rectangular es desitja fer un dibuix que ocupe un rectangle *R* de $600\ \ cm^2$ d'àrea de manera que:
Per damunt i per sota de *R* han de quedar uns marges de 3 cm d'altura cadascun. Els marges a esquerra i a dreta de *R* han de tenir una amplaria de 2 cm cadascun.

Obtenir **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) L'àrea de la cartolina en funció de la base *x* del rectangle *R* (3 punts).
b) El valor de *x* per al qual l' àrea de la cartolina és mínima (5 punts).
c) Les dimensions de dita cartolina d'àrea mínima (2 punts).

**Solució:** a) $f(x) = 624 + 6\left(x + \frac{400}{x}\right)$. b) L'àrea és mínima quan $x = 20\ cm.$ c) La cartolina d'àrea mínima mesura $24\ cm\ x\ 36\ cm.$

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y = 1 \\ (a-1)y + z = 0 \\ x + ay + (a-1)z = a \end{cases}$, donde $a$ es un parámetro real, se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores del parámetro $a$ para los cuales el sistema es compatible (5 *puntos*).
b) Las soluciones del sistema cuando $a = 1$ (3 *puntos*).
c) La solución del sistema cuando $a = 0$ (2 *puntos*).

**Solución:** a) $a \neq 2$. b) $x = \alpha,\ y = 1 - \alpha,\ z = 0$. c) $x = y = z = \frac{1}{2}$.

**Problema A.2.** Se tienen el plano $\pi : x - y + z - 3 = 0$, la recta $s: \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ y el punto $A(1,1,1)$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La recta que pasa por $A$, corta a la recta $s$ y es paralela al plano π (4 *puntos*).
b) El plano que pasa por $A$, es perpendicular al plano π y paralelo a la recta s (3 *puntos*).
c) Discute si el punto $(3,2,1)$ está en la recta paralela a $s$ que pasa por $(5,3,1)$ (3 *puntos*).

**Solución:** a) $x = 1 + \alpha,\ y = 1, z = 1 - \alpha$. b) $-x + 2y + 3z = 4$. c) La recta que pasa por $(3,2,1)$ y $(5,3,1)$ es paralela a $s$.

**Problema A.3** Consideramos la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx\cos(\pi x)$, que depende de los parámetros $a, b, c$. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) La relación entre los coeficientes $a, b, c$ sabiendo que $f(x)$ toma el valor 22 cuando $x = 1$ (2 puntos).
b) La relación que deben verificar los coeficientes $a, b$ y $c$ para que sea horizontal la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $P$ de dicha curva, sabiendo que la abscisa del punto $P$ es $x = 1$. (4 puntos).
c) $\int_0^1 x\cos(\pi x)\, dx$ (4 puntos).

**Solución:** a) $a + b - c = 22$. b) $f'(1) = 0$ implica $3a + 2b - c = 0$.
c) Una primitiva es $\frac{\cos(\pi x)}{\pi^2} + \frac{x\sin(\pi x)}{\pi}$. La integral definida vale $-{}^{2}/_{\pi^2} \approx -0.202$.

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Resolver los siguientes apartados, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Dadas $A$ y $B$, matrices cuadradas del mismo orden tales que $AB = A$ y $BA = B$, deducir que $A^2 = A$ y $B^2 = B$ (4 *puntos*).

b) Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, se pide encontrar los parámetros $a, b$ para que la matriz $B = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 1 & b \end{bmatrix}$ cumpla que $B^2 = B$ pero $AB \neq A$ y $BA \neq B$ (2 *puntos*).

c) Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 2 & 1 \\ z & 3 & 2 \end{vmatrix} = 3$, obtener razonadamente el valor de los determinantes $\begin{vmatrix} 2x & 1 & 0 \\ 2y & 2 & 1 \\ 2z & 3 & 2 \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} x+1 & 1 & 0 \\ y+3 & 2 & 1 \\ z+5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ (4 *puntos*).

**Solución:** a) $A^2 = (AB)A = A(BA) = AB = A$ . Análogamente cambiando los papeles de $A$ y $B$. b) La solución es $a = 0,\ b = 1$. c) El primer determinante vale 6 y el segundo vale 3.

**Problema B.2.** Dada la recta $r$: $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 4y - z = 8 \end{cases}$ se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Las ecuaciones paramétricas de la recta $r$ (3 *puntos*).
b) La ecuación del plano $\pi$ que es paralelo a $r$ y pasa por los puntos $(5,0,1)$ y $(4,1,0)$ (4 *puntos*).
c) La distancia entre la recta $r$ y el plano $\pi$ obtenido en el apartado anterior (3 *puntos*).

**Solución:** a) $x = \alpha, y = 3 - \alpha, z = -3\alpha + 4$. b) $\pi: x + y = 5$. c) $d(r, \pi) = \sqrt{2}$.

**Problema B.3.** Dentro de una cartulina rectangular se desea hacer un dibujo que ocupe un rectángulo *R* de $600\ cm^2$ de área de manera que:
Por encima y por debajo de *R* deben quedar unos márgenes de 3 cm de altura cada uno. Los márgenes a izquierda y a derecha de *R* deben tener una anchura de 2 cm cada uno.
Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El área de la cartulina en función de la base *x* del rectángulo *R* (3 puntos).
b) El valor de *x* para el cual el área de la cartulina es mínima (5 puntos).
c) Las dimensiones de dicha cartulina de área mínima (2 puntos).

**Solución:** a) $f(x) = 624 + 6\left(x + \frac{400}{x}\right)$. b) El área es mínima cuando $x = 20\ cm$. c) La cartulina de área mínima mide 24 $cm$ de ancho por 36 $cm$ de alto

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2018** | CONVOCATORIA: JULIO 2018 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Donades les matrius

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 2 & 0 & -3\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1 & -2 & 0\\ -1 & 2 & 2\\ 2 & -1 & 3\end{pmatrix} \text{ i el vector } c=\begin{pmatrix}-2\\ -1\\ 3\end{pmatrix}, \text{ es demana:}$$

a) Calcula el determinant de la matriu $A$ i calcula $A^{-1}$. *(2 + 4 punts)*

b) Determina el vector $x$ que verifica $Ax = B^t c$, on $B^t$ representa la matriu transposada de $B$. *(4 puntos)*

**Problema 2.** Els ingressos i costos anuals, en milers d'euros, d'una fàbrica de motxilles vénen donats, respectivament, per les funcions

$$I(x) = 4x - 9, \qquad C(x) = 0,01x^2 + 3x$$

on la variable $x$ expressa en euros el preu de venda d'una motxilla. Es demana:

a) Calcula la funció de beneficis. *(1 punt)*

b) Quin ha de ser el preu de venda $x$ perquè el benefici siga màxim? *(1 punt)*
Quin és aquest benefici màxim? *(1 punt)*

c) Amb la funció de beneficis, determina els punts de tall amb els eixos i les zones de creixement i decreixement. Representa gràficament aquesta funció. *(5 punts)*

d) Raona per a quins preus de venda (valors de $x$) l'empresa tindria pèrdues. *(2 punts)*

**Problema 3.** Un dau normal té les cares numerades del número 1 al 6. Un altre dau està trucat i té quatre cares numerades amb el 5 i les altres dues cares numerades amb el 6. Es tria un dau a l'atzar i es realitzen dues tirades amb el dau triat. Es demana:

a) Calcula la probabilitat de traure un 6 en la primera tirada i un 5 en la segona. *(3 punts)*

b) Calcula la probabilitat de que la suma dels resultats obtinguts entre les dues tirades siga 11. *(3 punts)*

c) Si en realitzar les dues tirades amb el dau triat a l'atzar s'obté un 6 en la primera i un 5 en la segona, quina és la probabilitat d'haver triat el dau trucat? *(4 punts)*

## OPCIÓ B

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Un inversor va decidir invertir un total de 42000 € entre tres productes:

a) Un compte d'estalvis pel qual rep uns interessos anuals del 5%.

b) Un dipòsit a termini fix pel qual li paguen uns interessos anuals del 7%.

c) Uns bons amb uns interessos anuals del 9%.

Al cap d'un any, els interessos li han proporcionat un benefici de 2600 €.

Si els interessos que ha rebut del compte d'estalvis són 200 € menys que la suma dels interessos que ha rebut per les altres dues inversions, quina quantitat va invertir en cada producte?

*(Plantejament correcte 5 punts – Resolució correcta 5 punts)*

**Problema 2.** Una explotació minera extrau $f(t)=30+\frac{3}{2}t-\frac{1}{800}t^3$ Tones de carbó per any, on la variable $t$ indica el temps que ha passat, en anys, des de l'inici de l'explotació. Es demana:

a) Calcula en quin any s'aconsegueix el màxim d'extracció i quin és aquest valor. *(5 punts)*

b) Si es necessita extraure com a mínim 10 Tones per any perquè l'explotació siga rendible, estudia si en l'any $t=40$ és rendible. *(2 punts)*

c) Existeix algun període de temps, a partir dels 40 anys, en el qual l'explotació és rendible? Raona la resposta. *(3 punts)*

**Problema 3.** L'espai mostral associat a un experiment aleatori és $\Omega=\{a,b,c,d,e\}$. Se sap que $P(a)=P(c)=\frac{1}{8}$, $P(d)=\frac{1}{4}$, $P(e)=\frac{1}{3}$. Donats els successos $A=\{a,b,c\}$ i $B=\{b,d,e\}$ i denotant $\overline{A}$ el succés contrari o complementari d'$A$ i $\overline{B}$ el succés contrari o complementari de $B$, calcula:

a) $P\left(A\cap B\right)$. *(2 punts)*

b) $P\left(A\cup \overline{B}\right)$. *(2 punts)*

c) $P\left(\overline{A}\cap \overline{B}\right)$. *(2 punts)*

d) $P\left(A \mid \overline{B}\right)$. *(2 punts)*

e) $P\left(B \mid A\right)$. *(2 punts)*

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2018** | CONVOCATORIA: JULIO 2018 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREMO DEL EXAMEN:**
**Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Dadas las matrices

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 2 & 0 & -3\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1 & -2 & 0\\ -1 & 2 & 2\\ 2 & -1 & 3\end{pmatrix} \text{ y el vector } c=\begin{pmatrix}-2\\ -1\\ 3\end{pmatrix}, \text{ se pide:}$$

a) Calcula el determinante de la matriz $A$ y calcula $A^{-1}$. *(2 + 4 puntos)*

b) Determina el vector $x$ que verifica $Ax = B^t c$, donde $B^t$ representa la matriz traspuesta de $B$. *(4 puntos)*

**Problema 2.** Los ingresos y costes anuales, en miles de euros, de una fábrica de mochilas vienen dados, respectivamente, por las funciones

$$I(x) = 4x - 9, \qquad C(x) = 0,01x^2 + 3x$$

donde la variable $x$ expresa en euros el precio de venta de una mochila. Se pide:

a) Calcula la función de beneficios. *(1 punto)*

b) ¿Cuál ha de ser el precio de venta $x$ para que el beneficio sea máximo? *(1 punto)*
¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(1 punto)*

c) Para la función de beneficios, determina los puntos de corte con los ejes y las zonas de crecimiento y decrecimiento. Representa gráficamente dicha función. *(5 puntos)*

d) Razona para qué precios de venta (valores de $x$) la empresa tendría pérdidas. *(2 puntos)*

**Problema 3.** Un dado normal tiene sus caras numeradas del número 1 al 6. Otro dado está trucado y tiene cuatro caras numeradas con el 5 y las otras dos caras numeradas con el 6. Se elige un dado al azar y se realizan dos tiradas con el dado elegido. Se pide:

a) Calcula la probabilidad de sacar un 6 en la primera tirada y un 5 en la segunda. *(3 puntos)*

b) Calcula la probabilidad de que la suma de los resultados obtenidos entre las dos tiradas sea 11. *(3 puntos)*

c) Si al realizar las dos tiradas con el dado elegido al azar se obtiene un 6 en la primera tirada y un 5 en la segunda, ¿cuál es la probabilidad de haber elegido el dado trucado? *(4 puntos)*

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Un inversor decidió invertir un total de 42000 € entre tres productos:

a) Una cuenta de ahorros por la que recibe unos intereses anuales del 5%.

b) Un depósito a plazo fijo por el que le pagan unos intereses anuales del 7%.

c) Unos bonos con unos intereses anuales del 9%.

Al cabo de un año, los intereses le han proporcionado un beneficio de 2600 €.

Si los intereses que ha recibido de la cuenta de ahorros son 200 € menos que la suma de los intereses que ha percibido por las otras dos inversiones, ¿qué cantidad invirtió en cada producto?

*(Planteamiento correcto 5 puntos – Resolución correcta 5 puntos)*

**Problema 2.** Una explotación minera extrae $f(t) = 30 + \frac{3}{2}t - \frac{1}{800}t^3$ Toneladas de carbón por año, donde la variable *t* indica el tiempo transcurrido, en años, desde el inicio de la explotación. Se pide:

a) Calcula en qué año se alcanza el máximo de extracción y cuál es dicho valor. *(5 puntos)*

b) Si se necesita extraer como mínimo 10 Toneladas por año para que la explotación sea rentable, estudia si en el año $t = 40$ es rentable. *(2 puntos)*

c) ¿Existe algún periodo de tiempo, a partir de los 40 años, en el que la explotación es rentable? Razona tu respuesta. *(3 puntos)*

**Problema 3.** El espacio muestral asociado a un experimento aleatorio es $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$. Se sabe que $P(a) = P(c) = \frac{1}{8}$, $P(d) = \frac{1}{4}$, $P(e) = \frac{1}{3}$. Dados los sucesos $A = \{a, b, c\}$ y $B = \{b, d, e\}$ y siendo $\overline{A}$ el suceso contrario o complementario de *A* y $\overline{B}$ el suceso contrario o complementario de *B*, calcula:

a) $P(A \cap B)$. *(2 puntos)*

b) $P(A \cup \overline{B})$. *(2 puntos)*

c) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$. *(2 puntos)*

d) $P(A \mid \overline{B})$. *(2 puntos)*

e) $P(B \mid A)$. *(2 puntos)*

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2018** | CONVOCATORIA: JULIO 2018 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'opció A o l'opció B, de la qual ha de fer els tres problemes proposats.**
**Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

# OPCIÓ A

## Totes les respostes han d'estar degudament raonades.

### Problema 1.

**a)** De 0 a 2 punts per l'obtenció del determinant. $\det(A)=1$
De 0 a 4 punts per l'obtenció de la inversa.

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}3 & -1 & 6\\ 2 & -1 & 5\\ 2 & -1 & 4\end{pmatrix}$$

**b)** De 0 a 4 punts per l'obtenció de la solució del sistema, amb el següent criteri: 1 punt per realitzar correctament el producte per obtenir el terme independent; 3 punts per la solució correcta del sistema.

$$B^t c=\begin{pmatrix}5\\ -1\\ 7\end{pmatrix} \qquad x=\begin{pmatrix}58\\ 46\\ 39\end{pmatrix}$$

### Problema 2.

**a)** De 0 a 1 punts per l'obtenció de la funció de beneficis. $B(x)=I(x)-C(x)=-0,01x^2+x-9$

**b)** De 0 a 1 punts pel càlcul del punt que maximitza. De 0 a 1 punts per l'obtenció del benefici màxim.
$x^*=50$ € $\qquad B^*=B(x^*)=16000$ €

**c)** De 0 a 5 punts per la representació gràfica de la funció: 1 punt pels punts de tall, 1 punt per les zones de creixement, decreixement, 3 punts per la gràfica.
Punts de tall eix X: $x_1=10,\ x_2=90$; punt de tall eix Y: $y_1=-9$;
CREIXENT a l'interval $\left]-\infty,50\right[$; DECREIXENT a l'interval $\left]50,+\infty\right[$;
GRÀFICA: paràbola amb vèrtex en el punt $(50,16)$ i comportament indicat.

**d)** De 0 a 2 punts pels preus de venda que donen pèrdues: 1 punt per la zona de preus baixos, i 1 punt per la zona de preus alts. Hi ha pèrdues a l'interval $\left[0,10\right[$ i a l'interval $\left]90,+\infty\right[$

### Problema 3.

**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. 1/8

**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. 1/4

**c)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. 8/9

## OPCIÓ B

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.**
Pel plantejament del sistema d'equacions, de 0 a 5 punts, amb el següent criteri: 3 equacions correctes, 5 punts; 2 equacions correctes 3 punts; 1 equació correcta 1 punt.

$$\left.\begin{aligned} x+y+z=42000 \\ 0,05x+0,07y+0,09z=2600 \\ -0,05x+0,07y+0,09z=200 \end{aligned}\right\}$$

$x$: inversió compte estalvis
$y$: inversió en termini fix
$z$: inversió en bons

De 0 a 5 punts per la correcta resolució del sistema.

$x = 24000$ €
$y = 11000$ €
$z = 7000$ €

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul del valor que maximitza. De 0 a 2 punts el càlcul del valor màxim de la funció.

$t^* = 20\ anys \qquad f^* = f(t^*) = 50\ Tones$

**b)** De 0 a 2 punts per l'anàlisi de la rendibilitat en el valor indicat.

$f(40) = 10\ Tones,\ \ rendible$

**c)** De 0 a 3 punts pel raonament de que la funció és decreixent.
La funció és (estrictament) decreixent a partir de $t^* = 20$ ja que la derivada és negativa; a partir de $t = 40$ la funció pren ja sempre valors menors que 10 i deixa de ser rendible.

**Problema 3.**

**Cada apartat:** De 0 a 2 punts pel càlcul de la probabilitat demanada.

**a)** $\frac{1}{6}$

**b)** $\frac{5}{12}$

**c)** 0

**d)** 1

**e)** $\frac{2}{5}$

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2018** | CONVOCATORIA: JULIO 2018 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiante ha de escoger la opción A o la opción B, de la cual ha de hacer los tres problemas propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

## Problema 1.

a) De 0 a 2 puntos por la obtención del determinante. $\det(A) = 1$

De 0 a 4 puntos por la obtención de la inversa.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 6 \\ 2 & -1 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

b) De 0 a 4 puntos por la obtención de la solución del sistema, con el siguiente criterio: 1 punto por realizar correctamente el producto para la obtención del término independiente; 3 puntos por la solución correcta del sistema.

$$B^t c = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} 58 \\ 46 \\ 39 \end{pmatrix}$$

## Problema 2.

a) De 0 a 1 puntos por la obtención de la función de beneficios. $B(x) = I(x) - C(x) = -0,01x^2 + x - 9$

b) De 0 a 1 puntos por el cálculo del punto que maximiza. De 0 a 1 puntos por la obtención del beneficio máximo.

$x^* = 50$ € $\qquad B^* = B(x^*) = 16000$ €

c) De 0 a 5 puntos por la representación gráfica de la función: 1 punto por los puntos de corte, 1 punto por las zonas de crecimiento, decrecimiento, 3 puntos por la gráfica.

Puntos de corte EJE X: $x_1 = 10,\ x_2 = 90$; punto corte EJE Y: $y_1 = -9$;

CRECIENTE en el intervalo $]-\infty, 50[$; DECRECIENTE en el intervalo $]50, +\infty[$;

GRÁFICA: parábola con vértice en el punto $(50,16)$ y comportamiento indicado.

d) De 0 a 2 puntos por los precios de venta que dan pérdidas: 1 punto por la zona de precios bajos, y 1 punto por la zona de precios altos.

Hay pérdidas en el intervalo $[0,10[$ y en el intervalo $]90, +\infty[$

## Problema 3.

**a)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 1/8

**b)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 1/4

**c)** De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 8/9

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.**
Por el planteamiento del sistema de ecuaciones, de 0 a 5 puntos, con el siguiente criterio: 3 ecuaciones correctas, 5 puntos; 2 ecuaciones correctas 3 puntos; 1 ecuación correcta 1 punto.

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=42000 \\ 0,05x+0,07y+0,09z=2600 \\ -0,05x+0,07y+0,09z=200 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} x: \text{ inversión cuenta ahorros} \\ y: \text{ inversión en plazo fijo} \\ z: \text{ inversión en bonos} \end{array}$$

De 0 a 5 puntos por la correcta resolución del sistema.

$x = 24000$ €
$y = 11000$ €
$z = 7000$ €

**Problema 2.**

a) De 0 a 3 puntos por el cálculo del valor que maximiza. De 0 a 2 puntos el cálculo del valor máximo de la función.
$t^* = 20\ años \qquad f^* = f(t^*) = 50\ Toneladas$

b) De 0 a 2 puntos por el análisis de la rentabilidad en el valor indicado.
$f(40) = 10\ Toneladas, rentable$

c) De 0 a 3 puntos por el razonamiento de que la función es decreciente.
La función es (estrictamente) decreciente a partir de $t^* = 20$ ya que la derivada es negativa; a partir de $t = 40$ la función toma ya siempre valores menores que 10 y deja de ser rentable.

**Problema 3.**

**Cada apartado:** De 0 a 2 puntos por el cálculo de la probabilidad pedida.

a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{5}{12}$

c) 0

d) 1

e) $\frac{2}{5}$

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2019** | CONVOCATORIA: JUNIO 2019 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es donen la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ -2 & a+1 & 2 \\ -3 & a-1 & a \end{pmatrix}$, que depèn del paràmetre real $a$, i una matriu quadrada $B$ d'ordre 3 tal que $B^2 = \frac{1}{3} I - 2B$, sent $I$ la matriu identitat d'ordre 3.
Obtingueu **<u>raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>:**

a) El rang de la matriu $A$ en funció del paràmetre real $a$ i el determinant de la matriu $2A^{-1}$ quan $a = 1$. (2 + 2 *punts*)

b) Totes les solucions del sistema d'equacions $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ quan $a = -1$. (3 *punts*)

c) La comprovació que $B$ és invertible, trobant $m$ i $n$ tals que $B^{-1} = mB + nI$. (3 *punts*)

**Problema A.2.** Considerem en l'espai les rectes $r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{cases}$ i $s: x = y + 1 = \frac{z-2}{2}$.
Obtingueu **<u>raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>:**

a) L'equació del pla que conté les rectes $r$ i $s$. (3 *punts*)

b) La recta que passa per $P = (0, -1, 2)$ i talla perpendicularment la recta $r$. (4 *punts*)

c) El valor que han de tenir els paràmetres reals $a$ i $b$ perquè la recta $s$ estiga continguda en el pla $\pi: x - 2y + az = b$. (3 *punts*)

**Problema A.3.** Es considera la funció $f(x) = xe^{-x^2}$.
Obtingueu **<u>raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>:**

a) Les asímptotes, els intervals de creixement i de decreixement, així com els màxims i mínims relatius de la funció $f(x)$. (3 *punts*)

b) La representació gràfica de la corba $y = f(x)$. (2 *punts*)

c) El valor del paràmetre real $a$ perquè es puga aplicar el teorema de Rolle en l'interval $[0,1]$ a la funció $g(x) = f(x) + ax$. (1 *punt*)

d) El valor de les integrals indefinides $\int f(x)\,dx$, $\int xe^{-x}\,dx$. (4 *punts*)

# OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es dona el sistema $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 3x + 4y + 5z = 5 \\ 7x + 9y + 11z = \alpha \end{cases}$, on $\alpha$ és un paràmetre real.

Obtingueu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) Els valors de $\alpha$ per als quals el sistema és compatible i els valors de $\alpha$ per als quals el sistema és incompatible. (4 *punts*)

b) Totes les solucions del sistema quan siga compatible. (4 *punts*)

c) La discussió de la compatibilitat i determinació del nou sistema deduït de l'anterior en canviar el coeficient 11 per qualsevol altre número diferent. (2 *punts*)

**Problema B.2.** Siga $\pi$ el pla d'equació $9x + 12y + 20z = 180$.

Obtingueu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) Les equacions dels dos plans paral·lels a $\pi$ que disten 4 unitats de $\pi$. (4 *punts*)

b) Els punts *A*, *B* i *C*, intersecció del pla $\pi$ amb els eixos OX, OY i OZ i l'angle que formen els vectors $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{AC}$. (4 *punts*)

c) El volum del tetraedre els vèrtexs del qual són l'origen O de coordenades i els punts *A*, *B* i *C* . (2 *punts*)

**Problema B.3.** Les coordenades inicials dels mòbils A i B són (0, 0) i (250, 0), respectivament, i 1 km és la distància des de l'origen de coordenades fins a cadascun dels punts (1, 0) i (0, 1).

El mòbil A es desplaça sobre l'eix OY des de la posició inicial fins al punt $\left(0, \frac{375}{2}\right)$ amb una velocitat de 30 km/h i, simultàniament, el mòbil B es desplaça sobre l'eix OX des de la seua posició inicial fins a l'origen de coordenades amb una velocitat de 40 km/h.

Obtingueu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) La distancia $f(t)$ entre els mòbils A i B durant el desplaçament, en funció del temps $t$ en hores des que van començar a desplaçar-se. (2 *punts*)

b) El temps T que tarden els mòbils en desplaçar-se des de la seua posició inicial a la seua posició final, i els intervals de creixement i de decreixement de la funció $f$ al llarg del trajecte. (4 *punts*)

c) Els valors de $t$ per als quals la distància dels mòbils és màxima i mínima durant el desplaçament, i aquestes distàncies màxima i mínima. (4 *punts*)

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se dan la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ -2 & a+1 & 2 \\ -3 & a-1 & a \end{pmatrix}$, que depende del parámetro real $a$, y una matriz cuadrada $B$ de orden 3 tal que $B^2 = \frac{1}{3}\, I - 2B$, siendo $I$ la matriz identidad de orden 3.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) El rango de la matriz $A$ en función del parámetro $a$ y el determinante de la matriz $2A^{-1}$ cuando $a = 1$. (2+2 *puntos*)

b) Todas las soluciones del sistema de ecuaciones $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ cuando $a = -1$. (3 *puntos*)

c) La comprobación de que $B$ es invertible, encontrando $m$ y $n$ tales que $B^{-1} = mB + nI$. (3 *puntos*)

**Problema A.2.** Consideramos en el espacio las rectas $r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{cases}$ y $s: x = y + 1 = \frac{z-2}{2}$.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) La ecuación del plano que contiene las rectas $r$ y $s$. (3 *puntos*)

b) La recta que pasa por $P = (0, -1, 2)$ y corta perpendicularmente a la recta $r$. (4 *puntos*)

c) El valor que deben tener los parámetros reales $a$ y $b$ para que la recta $s$ esté contenida en el plano $\pi: x - 2y + az = b$. (3 *puntos*)

**Problema A.3.** Se considera la función $f(x) = xe^{-x^2}$.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) Las asíntotas, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$. (3 *puntos*)

b) La representación gráfica de la curva $y = f(x)$. (2 *puntos*)

c) El valor del parámetro $a$ para que se pueda aplicar el teorema de Rolle en el intervalo $[0,1]$ a la función $g(x) = f(x) + ax$ . (1 *punto*)

d) El valor de las integrales indefinidas $\int f(x)\, dx$, $\int xe^{-x}\, dx$. (4 *puntos*)

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se da el sistema $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 3x + 4y + 5z = 5 \\ 7x + 9y + 11z = \alpha \end{cases}$, donde $\alpha$ es un parámetro real.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) Los valores de $\alpha$ para los que el sistema es compatible y los valores de $\alpha$ para los que el sistema es incompatible. (4 *puntos*)

b) Todas las soluciones del sistema cuando sea compatible. (4 *puntos*)

c) La discusión de la compatibilidad y determinación del nuevo sistema deducido del anterior al cambiar el coeficiente 11 por cualquier otro número diferente. (2 *puntos*)

**Problema B.2.** Sea $\pi$ el plano de ecuación $9x + 12y + 20z = 180$.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) Las ecuaciones de los dos planos paralelos a $\pi$ que distan 4 unidades de $\pi$. (4 *puntos*)

b) Los puntos *A*, *B* y *C* intersección del plano $\pi$ con los ejes OX, OY y OZ y el ángulo que forman los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$. (4 *puntos*)

c) El volumen del tetraedro cuyos vértices son el origen O de coordenadas y los puntos *A*, *B* y *C*. (2 *puntos*)

**Problema B.3.** Las coordenadas iniciales de los móviles A y B son (0, 0) y (250, 0), respectivamente, siendo 1km la distancia del origen de coordenadas a cada uno de los puntos (1, 0) y (0, 1).

El móvil A se desplaza sobre el eje OY desde su posición inicial hasta el punto $\left(0, \frac{375}{2}\right)$ con velocidad de 30 km/h y, simultáneamente, el móvil B se desplaza sobre el eje OX desde su posición inicial hasta el origen de coordenadas con velocidad de 40 km/h.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) La distancia $f(t)$ entre los móviles A y B durante el desplazamiento, en función del tiempo $t$ en horas desde que comenzaron a desplazarse. (2 *puntos*)

b) El tiempo T que tardan los móviles en desplazarse desde su posición inicial a su posición final, y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $f$ a lo largo del trayecto. (4 *puntos*)

c) Los valores de $t$ para los que la distancia de los móviles es máxima y mínima durante su desplazamiento y dichas distancias máxima y mínima. (4 *puntos*)

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2019** | CONVOCATORIA: JUNIO 2019 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es donen la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ -2 & a+1 & 2 \\ -3 & a-1 & a \end{pmatrix}$, que depèn del paràmetre real $a$, i una matriu quadrada $B$ d'ordre 3 tal que $B^2 = \frac{1}{3} I - 2B$, sent $I$ la matriu identitat d'ordre 3.
Obtingueu **<u>raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>:**

a) El rang de la matriu $A$ en funció del paràmetre real $a$ i el determinant de la matriu $2A^{-1}$ quan $a = 1$. (2 + 2 *punts*)

b) Totes les solucions del sistema d'equacions $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ quan $a = -1$. (3 *punts*)

c) La comprovació que $B$ és invertible, trobant $m$ i $n$ tals que $B^{-1} = mB + nI$. (3 *punts*)

**Solució.** a) El determinant de A val $2(a+1)^2$. Per tant, el rang val 3 quan $a \neq -1$, i 2 quan $a = -1$. Quan $a = 1$ , tenim $|2A^{-1}| = 1$. b) $x = t, y = -\frac{1}{2} - 2t, z = t + 1$. c) $B$ és invertible perquè $B(3B + 6I) = I$, per tant $m = 3$ i $n = 6$.

**Problema A.2.** Considerem en l'espai les rectes $r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{cases}$ i $s: x = y + 1 = \frac{z-2}{2}$.
Obtingueu **<u>raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>:**

a) L'equació del pla que conté les rectes $r$ i $s$. (3 *punts*)

b) La recta que passa per $P = (0, -1, 2)$ i talla perpendicularment la recta $r$. (4 *punts*)

c) El valor que han de tenir els paràmetres reals $a$ i $b$ perquè la recta $s$ estiga continguda en el pla $\pi: x - 2y + az = b$. (3 *punts*)

**Solució.** a) $7x + y - 4z + 9 = 0$. b) $x = \frac{y+1}{-3} = z - 2$. c) $a = \frac{1}{2},\ b = 3$.

**Problema A.3.** Es considera la funció $f(x) = xe^{-x^2}$.
Obtingueu **<u>raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat</u>:**

a) Les asímptotes, els intervals de creixement i de decreixement, així com els màxims i mínims relatius de la funció $f(x)$. (3 *punts*)

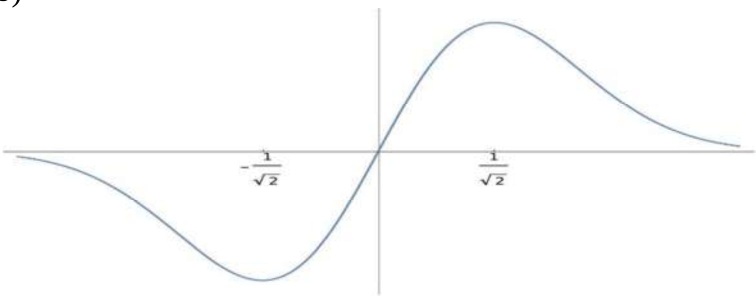
b) La representació gràfica de la corba $y = f(x)$. (2 *punts*)

c) El valor del paràmetre real $a$ perquè es puga aplicar el teorema de Rolle en l'interval $[0,1]$ a la funció $g(x) = f(x) + ax$ . (1 *punt*)

d) El valor de les integrals indefinides $\int f(x)\,dx$, $\int xe^{-x}\,dx$. (4 *punts*)

**Solució.** a) Asímptota horitzontal $y = 0$. La funció creix en $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, decreix en $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ i en $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty\right)$. Hi ha un mínim relatiu en $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ i un màxim relatiu en $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

b)




c) La condició $g(0) = g(1)$ implica $a = -\frac{1}{e}$.

d) $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}e^{-x^2} + c$, $\int xe^{-x}\,dx = -(x+1)e^{-x} + c$ .

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es dona el sistema $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 3x + 4y + 5z = 5 \\ 7x + 9y + 11z = \alpha \end{cases}$, on $\alpha$ és un paràmetre real.

Obtingueu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) Els valors de $\alpha$ per als quals el sistema és compatible i els valors de $\alpha$ per als quals el sistema és incompatible. (4 *punts*)

b) Totes les solucions del sistema quan siga compatible. (4 *punts*)

c) La discussió de la compatibilitat i determinació del nou sistema deduït de l'anterior en canviar el coeficient 11 per qualsevol altre número diferent. (2 *punts*)

**Solució**. a) És compatible si $\alpha = 14$ i és incompatible si $\alpha \neq 14$. b) $(11 + t, -7 - 2t, t), t \in \mathbb{R}$. c) Compatible i determinat.

**Problema B.2.** Siga $\pi$ el pla d'equació $9x + 12y + 20z = 180$.

Obtingueu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) Les equacions dels dos plans paral·lels a $\pi$ que disten 4 unitats de $\pi$. (4 *punts*)

b) Els punts *A*, *B* i *C*, intersecció del pla $\pi$ amb els eixos OX, OY i OZ i l'angle que formen els vectors $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{AC}$. (4 *punts*)

c) El volum del tetraedre els vèrtexs del qual són l'origen O de coordenades i els punts *A*, *B* i *C* . (2 *punts*)

**Solució**. a) $9x + 12y + 20z = 80$ i $9x + 12y + 20z = 280$. b) (20, 0, 0), (0, 15, 0) i (0, 0, 9); l'angle és 43° 9' 8'' = 0,75315 radiants (el cosinus corresponent és 0,7295). c) 450 unitats de volum.

**Problema B.3.** Les coordenades inicials dels mòbils A i B són (0, 0) i (250, 0), respectivament, i 1 km és la distància des de l'origen de coordenades fins a cadascun dels punts (1, 0) i (0, 1).

El mòbil A es desplaça sobre l'eix OY des de la posició inicial fins al punt $\left(0, \frac{375}{2}\right)$ amb una velocitat de 30 km/h i, simultàniament, el mòbil B es desplaça sobre l'eix OX des de la seua posició inicial fins a l'origen de coordenades amb una velocitat de 40 km/h.

Obtingueu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) La distancia *f*(*t*) entre els mòbils A i B durant el desplaçament, en funció del temps *t* en hores des que van començar a desplaçar-se. (2 *punts*)

b) El temps T que tarden els mòbils en desplaçar-se des de la seua posició inicial a la seua posició final, i els intervals de creixement i de decreixement de la funció *f* al llarg del trajecte. (4 *punts*)

c) Els valors de *t* per als quals la distància dels mòbils és màxima i mínima durant el desplaçament, i aquestes distàncies màxima i mínima. (4 *punts*)

**Solució**. a) $f(t)=\sqrt{(250-40t)^2+900t^2}$. b) T = 25/4; decreixent en [0, 4[ i creixent en ]4, 25/4]. c) La distància màxima és 250 km amb t = 0; la distància mínima és 150 km i s'aconsegueix quan *t* =4 hores.

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se dan la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & a\\ -2 & a+1 & 2\\ -3 & a-1 & a\end{pmatrix}$, que depende del parámetro real $a$, y una matriz cuadrada $B$ de orden 3 tal que $B^2=\frac{1}{3}I-2B$, siendo $I$ la matriz identidad de orden 3.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) El rango de la matriz $A$ en función del parámetro $a$ y el determinante de la matriz $2A^{-1}$ cuando $a=1$. (2+2 *puntos*)

b) Todas las soluciones del sistema de ecuaciones $A\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\ 2\\ 0\end{pmatrix}$ cuando $a=-1$. (3 *puntos*)

c) La comprobación de que $B$ es invertible, encontrando $m$ y $n$ tales que $B^{-1}=mB+nI$. (3 *puntos*)

**Solución.** (a) El determinante de $A$ vale $2(a+1)^2$. Por tanto el rango vale 3 cuando $a\neq -1$, y 2 cuando $a=-1$. Cuando $a=1$ se tiene $|2A^{-1}|=1$. (b) $x=t, y=-\frac{1}{2}-2t, z=t+1$. (c) $B$ es invertible porque $B(3B+6I)=I$, por tanto $m=3$ y $n=6$.

**Problema A.2.** Consideramos en el espacio las rectas $r$: $\begin{cases}x-y+3=0\\ 2x-z+3=0\end{cases}$ y $s: x=y+1=\frac{z-2}{2}$.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) La ecuación del plano que contiene las rectas $r$ y $s$. (3 *puntos*)

b) La recta que pasa por $P=(0,-1,2)$ y corta perpendicularmente a la recta $r$. (4 *puntos*)

c) El valor que deben tener los parámetros reales $a$ y $b$ para que la recta $s$ esté contenida en el plano $\pi: x-2y+az=b$. (3 *puntos*)

**Solución.** (a) $7x+y-4z+9=0$. (b) $x=\frac{y+1}{-3}=z-2$. (c) $a=\frac{1}{2},\ b=3$

**Problema A.3.** Se considera la función $f(x)=xe^{-x^2}$.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) Las asíntotas, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$. (3 *puntos*)

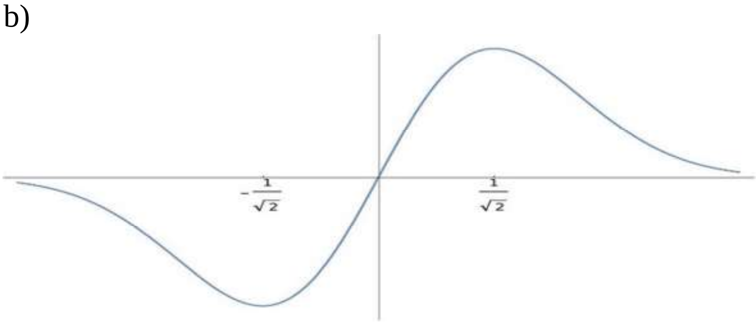
b) La representación gráfica de la curva $y=f(x)$. (2 *puntos*)

c) El valor del parámetro $a$ para que se pueda aplicar el teorema de Rolle en el intervalo $[0,1]$ a la función $g(x)=f(x)+ax$. (1 *punto*)

d) El valor de las integrales indefinidas $\int f(x)\,dx$, $\int xe^{-x}\,dx$. (4 *puntos*)

**Solución.** (a) Asíntota horizontal $y=0$. La función crece en $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, decrece en $\left(-\infty,-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ y en $\left(\frac{1}{\sqrt{2}},+\infty\right)$. Hay un mínimo relativo en $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ y un máximo relativo en $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

b)




(c) La condición $g(0)=g(1)$ implica $a=-\frac{1}{e}$.

(d) $\int f(x)dx=-\frac{1}{2}e^{-x^2}+c,\quad \int xe^{-x}\,dx=-(x+1)e^{-x}+c$ .

# OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se da el sistema $\begin{cases} x + \ y + \ z &= \ 4 \\ 3x + 4y + \ 5z &= \ 5 \\ 7x + 9y + 11z &= \ \alpha \end{cases}$, donde $\alpha$ es un parámetro real.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) Los valores de $\alpha$ para los que el sistema es compatible y los valores de $\alpha$ para los que el sistema es incompatible. (4 *puntos*)

b) Todas las soluciones del sistema cuando sea compatible. (4 *puntos*)

c) La discusión de la compatibilidad y determinación del nuevo sistema deducido del anterior al cambiar el coeficiente 11 por cualquier otro número diferente. (2 *puntos*)

**Solución**. a) Es compatible si $\alpha = 14$ y es incompatible si $\alpha \neq 14$. b) $(11 + t, -7 - 2t, t), t \in \mathbb{R}$. c) Compatible y determinado.

**Problema B.2.** Sea $\pi$ el plano de ecuación $9x + 12y + 20z = 180$.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) Las ecuaciones de los dos planos paralelos a $\pi$ que distan 4 unidades de $\pi$. (4 *puntos*)

b) Los puntos *A*, *B* y *C* intersección del plano $\pi$ con los ejes OX, OY y OZ y el ángulo que forman los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$. (4 *puntos*)

c) El volumen del tetraedro cuyos vértices son el origen O de coordenadas y los puntos *A*, *B* y *C*. (2 *puntos*)

**Solución**. a) $9x + 12y + 20z = 80$ y $9x + 12y + 20z = 280$. b) (20, 0, 0), (0, 15, 0) y (0, 0, 9); el ángulo es 43º 9’ 8’’ = 0,75315 radianes (su coseno es 0,7295). c) 450 unidades de volumen.

**Problema B.3.** Las coordenadas iniciales de los móviles A y B son (0, 0) y (250, 0), respectivamente, siendo 1km la distancia del origen de coordenadas a cada uno de los puntos (1, 0) y (0, 1).

El móvil A se desplaza sobre el eje OY desde su posición inicial hasta el punto $\left(0, \frac{375}{2}\right)$ con velocidad de 30 km/h y, simultáneamente, el móvil B se desplaza sobre el eje OX desde su posición inicial hasta el origen de coordenadas con velocidad de 40 km/h.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) La distancia *f*(*t*) entre los móviles A y B durante el desplazamiento, en función del tiempo *t* en horas desde que comenzaron a desplazarse. (2 *puntos*)

b) El tiempo T que tardan los móviles en desplazarse desde su posición inicial a su posición final, y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función *f* a lo largo del trayecto. (4 *puntos*)

c) Los valores de *t* para los que la distancia de los móviles es máxima y mínima durante su desplazamiento y dichas distancias máxima y mínima. (4 *puntos*)

**Solución**. a) $f(t) = \sqrt{(250 - 40t)^2 + 900t^2}$. b) T $= 25/4$; decreciente en [0, 4[ y creciente en ]4, 25/4]. c) La distancia máxima es 250 km con t = 0; la distancia mínima es 150 km y se alcanza cuando *t* =4 horas.

## OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1**. Donades les matrius

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad B=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Es demana:

a) Calcular $(AB)^{-1}$. *(3 punts)*

b) Calcular $AB^t - A^tB$. *(3 punts)*

c) Resoldre l'equació $B^tX + A^tB = A^t$. *(4 punts)*

sent $A^t$ i $B^t$ les matrius transposades de $A$ i $B$, respectivament.

**Problema 2**. En els primers 6 anys, una empresa va obtenir uns beneficis (en desenes de milers d'euros) que es poden representar mitjançant la funció $f(t)=t^3-8t^2+15t$, on $t$ és el temps en anys transcorreguts.

a) Determina els períodes en què l'empresa va tenir beneficis i en què va tenir pèrdues. *(3 punts)*

b) En quin valor de $t$ es va assolir el màxim benefici i quin va ser aquest? *(2+1 punts)*

c) En quin valor de $t$ es va assolir la màxima pèrdua i quina va ser aquesta? *(2+1 punts)*

d) Suposant que a partir dels 6 anys els beneficis segueixen la mateixa funció, tornarà l'empresa a tenir períodes alterns de beneficis i pèrdues? Justifica la resposta. *(1 punt)*

**Problema 3**. Sabem que el 5% dels homes i el 2% de les dones que treballen en una empresa tenen un salari mensual major que 5000 euros. Se sap també que el 30% dels treballadors d'aquesta empresa són dones.

a) Calcula la probabilitat que un treballador de l'empresa, triat l'atzar, tinga un salari mensual major que 5000 euros. *(3 punts)*

b) Si es tria a l'atzar un treballador de l'empresa i s'observa que el seu salari mensual és major que 5000 euros, quina és la probabilitat que aquest treballador siga dona? *(3 punts)*

c) Quin percentatge de treballadors de l'empresa són homes amb un salari mensual major que 5000 euros? *(4 punts)*

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2019** | CONVOCATORIA: JUNIO 2019 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREMO DEL EXAMEN:**
**Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Un inversor dispone de 9000 euros y quiere invertir en dos tipos de productos financieros: A y B. La inversión en el producto A debe superar los 5000 euros y, además, esta debe ser el doble, al menos, que la inversión en el producto B. Se sabe que la rentabilidad del producto A es del 2,7% y la del producto B del 6,3%.

a) ¿Cuánto ha de invertir en cada producto para que la rentabilidad sea máxima? *(8 puntos)*

b) ¿Cuál es esa rentabilidad máxima? *(2 puntos)*

**Problema 2.** Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2}{2-x}$, se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*

d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*

e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores. *(2 puntos)*

**Problema 3.** En una cierta ciudad, las dos terceras partes de los hogares tienen una Smart TV, de los cuales, las tres octavas partes han contratado algún servicio de televisión de pago, porcentaje que baja al 30% si consideramos el total de los hogares. Si se elige un hogar al azar

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga Smart TV pero sí haya contratado televisión de pago? *(3 puntos)*

b) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga Smart TV si sabemos que ha contratado televisión de pago? *(3 puntos)*

c) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga Smart TV si sabemos que no ha contratado televisión de pago? *(4 puntos)*

# OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1**. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Se pide:

a) Calcular $(AB)^{-1}$. *(3 puntos)*

b) Calcular $AB^t - A^tB$. *(3 puntos)*

c) Resolver la ecuación $B^tX + A^tB = A^t$. *(4 puntos)*

siendo $A^t$ y $B^t$ las matrices traspuestas de $A$ y $B$, respectivamente.

**Problema 2**. En los primeros 6 años, una empresa obtuvo unos beneficios (en decenas de miles de euros) que pueden representarse mediante la función $f(t) = t^3 - 8t^2 + 15t$, donde $t$ es el tiempo en años transcurridos.

a) Determinar los periodos en los que la empresa tuvo beneficios y en los que tuvo pérdidas. *(3 puntos)*

b) ¿En qué valor de $t$ se alcanzó el máximo beneficio y cuál fue este? *(2+1 puntos)*

c) ¿En qué valor de $t$ se tuvo la máxima pérdida y cuál fue esta? *(2+1 puntos)*

d) Suponiendo que a partir de los 6 años los beneficios siguen la misma función, ¿volverá a tener la empresa periodos alternos de beneficios y pérdidas? Justifica la respuesta. *(1 punto)*

**Problema 3**. Sabemos que el 5% de los hombres y el 2% de las mujeres que trabajan en una empresa tienen un salario mensual mayor que 5000 euros. Se sabe también que el 30% de los trabajadores de dicha empresa son mujeres.

a) Calcula la probabilidad de que un trabajador de la empresa, elegido al azar, tenga un salario mensual mayor que 5000 euros. *(3 puntos)*

b) Si se elige al azar un trabajador de la empresa y se observa que su salario mensual es mayor que 5000 euros, ¿cuál es la probabilidad de que dicho trabajador sea mujer? *(3 puntos)*

c) ¿Qué porcentaje de trabajadores de la empresa son hombres con un salario mensual mayor que 5000 euros? *(4 puntos)*

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2019** | CONVOCATORIA: JUNIO 2019 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**S'ha de triar només UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes de l'opció triada.**
Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'utilitze o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics hauran d'estar sempre degudament justificats. Es permet l'ús de regle. Les gràfiques es faran amb el mateix color que la resta de l'examen.

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Un inversor disposa de 9000 euros i vol invertir en dos tipus de productes financers: A i B. La inversió en el producte A ha de superar els 5000 euros i, a més, aquesta deu ser el doble, almenys, que la inversió en el producte B. Se sap que la rendibilitat del producte A és del 2,7% i la del producte B del 6,3%.

a) Quant ha d'invertir en cada producte perquè la rendibilitat siga màxima? *(8 punts)*

b) Quina és aquesta rendibilitat màxima? *(2 punts)*

**Problema 2.** Donada la funció $f(x) = \dfrac{x^2}{2-x}$, es demana:

a) El seu domini i els punts de tall amb els eixos coordenats. *(2 punts)*

b) Les asímptotes horitzontals i verticals, si n'hi ha. *(2 punts)*

c) Els intervals de creixement i decreixement. *(2 punts)*

d) Els màxims i mínims locals. *(2 punts)*

e) La representació gràfica de la funció a partir dels resultats obtinguts en els apartats anteriors. *(2 punts)*

**Problema 3.** En una certa ciutat, les dues terceres parts de les llars tenen un Smart TV, de les quals, les tres octaves parts han contractat algun servei de televisió de pagament, percentatge que baixa al 30% si considerem el total de les llars. Si es tria una llar a l'atzar

a) Quina és la probabilitat que no tinga Smart TV però sí haja contractat televisió de pagament? *(3 punts)*

b) Quina és la probabilitat que tinga Smart TV si sabem que ha contractat televisió de pagament? *(3 punts)*

c) Quina és la probabilitat que no tinga Smart TV si sabem que no ha contractat televisió de pagament? *(4 punts)*

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2019** | CONVOCATORIA: JUNIO 2019 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'opció A o l'opció B, de la qual ha de fer els tres problemes proposats.**
**Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.**

De 0 a 2 punts per l'obtenció de la funció de rendibilitat: $R(A,B)=0{,}027A+0{,}063B$.

De 0 a 3 punts pel plantejament del problema, amb el següent criteri: 1 restricció correcta 1 punt; 2 restriccions correctes 2 punts; 3 restriccions correctes 3 punts (sense considerar les de no negativitat).

De 0 a 3 punts per la determinació de la regió factible:

Polígon de vèrtexs $(5000,0),(9000,0),(5000,2500),(6000,3000)$.

De 0 a 1 punts per l'obtenció del punt que maximitza (6000,3000). De 0 a 1 punt per l'obtenció de la màxima rendibilitat (351 euros)

Si la solució s'obté per qualsevol altre mètode raonat i correcte es puntuarà de 0 a 10 punts.

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 2 punts per l'estudi del domini i dels punts de tall. (Domini: $R-\{2\}$; tall amb l'eix X: $(0,0)$; tall amb l'eix Y: $(0,0)$ ).

**b)** De 0 a 2 punts per determinar l'asímptota vertical ( $x=2$ ) i que no hi ha asímptotes horitzontals.

**c)** De 0 a 2 punts per determinar els intervals de creixement i decreixement (Creix en $]0,2[\cup]2,4[$, decreix en $]-\infty,0[\cup]4,+\infty[$ ).

**d)** De 0 a 2 punts per determinar els màxims i mínims locals. (Màx. en (4, -8), Mín. en (0,0) ).

**e)** De 0 a 2 punts per la gràfica de la funció.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. (0,05)

**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. (0,833)

**c)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. (0,4047)

## OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** (És necessari desenvolupar els càlculs o raonar el resultat)

**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul correcte sol·licitat. $(AB)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1/4 & -1/4 \end{pmatrix}$

**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul correcte sol·licitat. $AB^t - A^tB = \begin{pmatrix} 1/3 & -1 \\ 1/3 & -1/3 \end{pmatrix}$

**c)** De 0 a 4 punts per l'obtenció de la matriu. $X = \begin{pmatrix} 5 & -17/2 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$

**Problema 2**.

**a)** De 0 a 3 punts per determinar els períodes de beneficis ( $]0,3[\cup]5,+\infty[$ ) i pèrdues ( $]3,5[$ ).

**b)** De 0 a 2 punts pel càlcul del valor de t en què s'assoleix el màxim benefici ($t$=6) i de 0 a 1 punt pel seu valor (180000 euros).

**c)** De 0 a 2 punts pel càlcul del valor de t en què s'assoleix la màxima pèrdua ($t$=4,119) i de 0 a 1 punt pel seu valor (-40607 euros).

**d)** De 0 a 1 punt per la justificació que a partir de t=6 la funció sempre creix.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. (0,041)

**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. (0,1463)

**c)** De 0 a 4 punts pel càlcul del percentatge sol·licitat. (3,5%)

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2019** | CONVOCATORIA: JUNIO 2019 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiante ha de escoger la opción A o la opción B, de la cual ha de hacer los tres problemas propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.**

De 0 a 2 puntos por la obtención de la función de rentabilidad: $R(A,B)=0{,}027A+0{,}063B$.

De 0 a 3 puntos por el planteamiento del problema, con el siguiente criterio: 1 restricción correcta 1 punto; 2 restricciones correctas 2 puntos; 3 restricciones correctas 3 puntos (sin considerar las de no negatividad).

De 0 a 3 puntos por la determinación de la región factible:

Polígono de vértices $(5000,0),(9000,0),(5000,2500),(6000,3000)$.

De 0 a 1 puntos por la obtención del punto que maximiza (6000,3000). De 0 a 1 punto por la obtención de la máxima rentabilidad (351 euros)

Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto se puntuará de 0 a 10 puntos.

**Problema 2.**

a) De 0 a 2 puntos por el estudio del dominio y los puntos de corte. (Dominio: $R-\{2\}$; corte eje X: (0,0); corte eje Y: (0,0) ).
b) De 0 a 2 puntos por determinar la asíntota vertical ( $x=2$ ) y que no hay asíntotas horizontales.
c) De 0 a 2 puntos por determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento (Crece en $]0,2[\cup]2,4[$, decrece en $]-\infty,0[\cup]4,+\infty[$ ).
d) De 0 a 2 puntos por determinar máximos y mínimos locales. (Máx. en (4, -8), Mín. en (0,0) ).
e) De 0 a 2 puntos por la gráfica de la función.

**Problema 3.**

a) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. (0,05)
b) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. (0,833)
c) De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. (0,4047)

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** (Es necesario desarrollar los cálculos o razonar el resultado)

a) De 0 a 3 puntos por el cálculo correcto solicitado. $(AB)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1/4 & -1/4 \end{pmatrix}$

b) De 0 a 3 puntos por el cálculo correcto solicitado. $AB^t - A^tB = \begin{pmatrix} 1/3 & -1 \\ 1/3 & -1/3 \end{pmatrix}$

c) De 0 a 4 puntos por la obtención de la matriz. $X = \begin{pmatrix} 5 & -17/2 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$

**Problema 2**.

a) De 0 a 3 puntos por determinar los periodos de beneficios ( $]0,3[\cup]5,+\infty[$ ) y pérdidas ( $]3,5[$ ).

b) De 0 a 2 puntos por el cálculo del valor de t en que se alcanzó el máximo beneficio (t=6) y de 0 a 1 punto por su valor (180000 euros).

c) De 0 a 2 puntos por el cálculo del valor de t en que se alcanzó la máxima pérdida (t=4,119) y de 0 a 1 punto por su valor (-40607 euros).

d) De 0 a 1 punto por la justificación de que a partir de t=6 la función siempre crece.

**Problema 3.**

a) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. (0,041)

b) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. (0,1463)

c) De 0 a 4 puntos por el cálculo del porcentaje solicitado. (3,5%)

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| | |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2019** | CONVOCATORIA: JULIO 2019 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

# OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es dona el sistema d'equacions $\begin{cases} 2x & & +3z = \alpha \\ x & -2y & +2z = 5 \\ 3x & -y & +5z = \alpha+1 \end{cases}$, en què $\alpha$ és un paràmetre real.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors de $\alpha$ per als quals el sistema és compatible i determinat. (4 *punts*)
b) La solució del sistema quan $\alpha = -1$. (3 *punts*)
c) El valor de $\alpha$ per tal que el sistema tinga una solució $(x, y, z)$ que verifique $x + y + z = 0$. (3 *punts*)

**Problema A.2.** Es dona el pla $\pi :\ 2x + y + 2z = 8$ i el punt $P = (10,\ 0,\ 10)$.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La distància del punt $P$ al pla $\pi$. (3 *punts*)
b) L'àrea del triangle els vèrtexs del qual són els punts $A$, $B$ i $C$, obtinguts en trobar la intersecció del pla $\pi$ amb els eixos de coordenades. (4 *punts*)
c) El volum del tetraedre els vèrtexs del qual són $P$, $A$, $B$ i $C$. (3 *punts*)

**Problema A.3.** Es dona la funció real $h$ definida per $h(x) = \frac{x^3+x^2+5x-3}{x^2+2x+5}$.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El domini de la funció $h$. Els límits $\lim_{x\to+\infty} h(x)$ i $\lim_{x\to 0} h(x)$. (1 + 2 *punts*)
b) L'asímptota de la corba $y = h(x)$. (2 *punts*)
c) La primitiva de la funció $h$ (és a dir, $\int h(x)dx$) i l'àrea de la superfície tancada entre les rectes $y = 0$, $x = 1$, $x = 5$ i la corba $y = h(x)$. (3 + 2 *punts*)

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es donen les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$ i $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors de $\alpha$ per als quals l'equació matricial $AX = \alpha X$ sols admet una solució. (4 *punts*)

b) Totes les solucions de l'equació matricial $AX = 5X$. (3 *punts*)

c) La comprovació que $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ és una solució de l'equació matricial $AX = 2X$ i, sense calcular la matriu $A^{100}$, el valor de $\beta$ tal que $A^{100}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \beta\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$. (3 *punts*)

**Problema B.2.** Es donen en l'espai la recta $r$: $\frac{x-\alpha}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{\beta}$ i el pla $\pi: x + 2y + 3z = 6$.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La posició relativa de la recta $r$ i el pla $\pi$ en funció dels paràmetres reals $\alpha$ i $\beta$. (5 *punts*)

b) La distància entre la recta $r$ i el pla $\pi$ quan $\alpha = 6$ i $\beta = 3$. (3 *punts*)

c) L'equació del pla que passa per $(0, 0, 0)$ i que no talla al pla $\pi$. (2 *punts*)

**Problema B.3.** Un projectil està unit al punt $(0, 2)$ per una corda elàstica i tensa. El projectil recorre la corba $y = 4 - x^2$ d'extrems $(-2,0)$ i $(2,0)$.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) La funció de la variable $x$ que expressa la distància entre un punt qualsevol $(x, 4 - x^2)$ de la corba $y = 4 - x^2$ i el punt $(0, 2)$. (2 *punts*)

b) Els punts de la corba $y = 4 - x^2$ a major distància absoluta del punt $(0,2)$ per a $-2 \leq x \leq 2$. (2 *punts*)

c) Els punts de la corba $y = 4 - x^2$ a menor distància absoluta del punt $(0,2)$ per a $-2 \leq x \leq 2$. (2 *punts*)

d) L'àrea de la superfície per la que s'ha mogut la corda elàstica, és a dir, l'àrea compresa entre les corbes $y = 4 - x^2$ i $y = 2 - |x|$ quan $-2 \leq x \leq 2$. (4 *punts*)

# OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x & & +3z = & \alpha \\ x & -2y & +2z = & 5 \\ 3x & -y & +5z = & \alpha+1 \end{cases}$, donde $\alpha$ es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de $\alpha$ para los que el sistema es compatible y determinado. (4 *puntos*)

b) La solución del sistema cuando $\alpha = -1$. (3 *puntos*)

c) El valor de $\alpha$ para que el sistema tenga una solución $(x, y, z)$ que verifique $x + y + z = 0$. (3 *puntos*)

**Problema A.2.** Se da el plano $\pi : 2x + y + 2z = 8$ y el punto $P = (10, 0, 10)$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La distancia del punto $P$ al plano $\pi$. (3 *puntos*)

b) El área del triángulo cuyos vértices son los puntos $A$, $B$ y $C$, obtenidos al hallar la intersección del plano $\pi$ con los ejes de coordenadas. (4 *puntos*)

c) El volumen del tetraedro cuyos vértices son $P$, $A$, $B$ y $C$. (3 *puntos*)

**Problema A.3.** Se da la función real $h$ definida por $h(x) = \frac{x^3+x^2+5x-3}{x^2+2x+5}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El dominio de la función $h$. Los límites $\lim_{x\to+\infty} h(x)$ y $\lim_{x\to 0} h(x)$. (1 + 2 *puntos*)

b) La asíntota de la curva $y = h(x)$. (2 *puntos*)

c) La primitiva de la función $h$ (es decir, $\int h(x)dx$) y el área de la superficie encerrada entre las rectas $y = 0$, $x = 1$, $x = 5$ y la curva $y = h(x)$. (3 + 2 *puntos*)

# OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de $\alpha$ para los que la ecuación matricial $AX = \alpha X$ solo admite una solución. (4 *puntos*)

b) Todas las soluciones de la ecuación matricial $AX = 5X$. (3 *puntos*)

c) Comprobar que $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ es una solución de la ecuación matricial $AX = 2X$ y, sin calcular la matriz $A^{100}$, obtener el valor $\beta$ tal que $A^{100}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \beta \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$. (3 *puntos*)

**Problema B.2.** Se dan en el espacio la recta $r$: $\frac{x-\alpha}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{\beta}$ y el plano $\pi : x + 2y + 3z = 6$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La posición relativa de la recta $r$ y el plano $\pi$ en función de los parámetros reales $\alpha$ y $\beta$. (5 *puntos*)

b) La distancia entre la recta $r$ y el plano $\pi$ cuando $\alpha = 6$ y $\beta = 3$. (3 *puntos*)

c) La ecuación del plano que pasa por $(0,0,0)$ y que no corta al plano $\pi$. (2 *puntos*)

**Problema B.3.** Un proyectil está unido al punto $(0, 2)$ por una cuerda elástica y tensa. El proyectil recorre la curva $y = 4 - x^2$ de extremos $(-2,0)$ y $(2,0)$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) La función de la variable $x$ que expresa la distancia entre un punto cualquiera $(x, 4 - x^2)$ de la curva $y = 4 - x^2$ y el punto $(0, 2)$. (2 *puntos*)

b) Los puntos de la curva $y = 4 - x^2$ a mayor distancia absoluta del punto $(0,2)$ para $-2 \leq x \leq 2$. (2 *puntos*)

c) Los puntos de la curva $y = 4 - x^2$ a menor distancia absoluta del punto $(0, 2)$ para $-2 \leq x \leq 2$. (2 *puntos*)

d) El área de la superficie por la que se ha movido la cuerda elástica, es decir, el área comprendida entre las curvas $y = 4 - x^2$ e $y = 2 - |x|$ cuando $-2 \leq x \leq 2$. (4 *puntos*)

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2019** | CONVOCATORIA: JULIO 2019 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
**Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

## OPCIÓ A

**Problema A.1.** Es dona el sistema d'equacions $\begin{cases} 2x & & +3z = & \alpha \\ x & -2y & +2z = & 5 \\ 3x & -y & +5z = & \alpha+1 \end{cases}$, en què $\alpha$ és un paràmetre real.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors de $\alpha$ per als quals el sistema és compatible i determinat. (4 *punts*)
b) La solució del sistema quan $\alpha = -1$. (3 *punts*)
c) El valor de $\alpha$ per tal que el sistema tinga una solució $(x, y, z)$ que verifique $x + y + z = 0$. (3 *punts*)

**Solució.** a) El determinant de la matriu de coeficients del sistema val $-1$; per tant, el sistema és sempre compatible i determinat. b) $(x, y, z) = (7, -4, -5)$. c) La solució és $\alpha = 1$.

**Problema A.2.** Es dona el pla $\pi: 2x + y + 2z = 8$ i el punt $P = (10,\ 0,\ 10)$.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La distància del punt $P$ al pla $\pi$. (3 *punts*)
b) L'àrea del triangle els vèrtexs del qual són els punts $A$, $B$ i $C$, obtinguts en trobar la intersecció del pla $\pi$ amb els eixos de coordenades. (4 *punts*)
c) El volum del tetraedre els vèrtexs del qual són $P$, $A$, $B$ i $C$. (3 *punts*)

**Solució.** a) $\frac{32}{3} \cong 10{,}66$ ul. b) 24 ua. c) $\frac{2^8}{3} = \frac{256}{3} \cong 85{,}33$ uv.

**Problema A.3.** Es dona la funció real $h$ definida per $h(x) = \frac{x^3+x^2+5x-3}{x^2+2x+5}$.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El domini de la funció $h$. Els límits $\lim_{x\to+\infty} h(x)$ i $\lim_{x\to 0} h(x)$. (1 + 2 *punts*)
b) L'asímptota de la corba $y = h(x)$. (2 *punts*)
c) La primitiva de la funció $h$ (és a dir, $\int h(x)dx$) i l'àrea de la superfície tancada entre les rectes $y = 0$, $x = 1$, $x = 5$ i la corba $y = h(x)$. (3 + 2 *punts*)

**Solució.** a) $]-\infty, +\infty[$. $+\infty, -\frac{3}{5}$. b) $y = x - 1$. c) $\frac{x^2}{2} - x + \ln(x^2 + 2x + 5) + C$ , àrea = $8 + \ln 5$ ua.

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es donen les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$ i $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors de $\alpha$ per als quals l'equació matricial $AX = \alpha X$ sols admet una solució. (4 *punts*)

b) Totes les solucions de l'equació matricial $AX = 5X$. (3 *punts*)

c) La comprovació que $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ és una solució de l'equació matricial $AX = 2X$ i, sense calcular la matriu $A^{100}$, el valor de $\beta$ tal que $A^{100}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \beta\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$. (3 *punts*)

**Solució.** a) $2 \neq \alpha \neq 5$. b) $(x, y) = \lambda(1, 1)$ per a qualsevol $\lambda$ real. c) La solució és $\beta = 2^{100}$.

**Problema B.2.** Es donen en l'espai la recta $r$: $\frac{x-\alpha}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{\beta}$ i el pla $\pi: x + 2y + 3z = 6$.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La posició relativa de la recta $r$ i el pla $\pi$ en funció dels paràmetres reals $\alpha$ i $\beta$. (5 *punts*)

b) La distància entre la recta $r$ i el pla $\pi$ quan $\alpha = 6$ i $\beta = 3$. (3 *punts*)

c) L'equació del pla que passa per $(0, 0, 0)$ i que no talla al pla $\pi$. (2 *punts*)

**Solució.** a) Si $\beta \neq 3$, $r$ i $\pi$ es tallen en un punt; si $\beta = 3$ i $\alpha \neq 6$, $r$ és paral· lela no continguda en $\pi$; si $\beta = 3$ i $\alpha = 6$, $r$ està continguda en $\pi$. b) 0. c) $x + 2y + 3z = 0$.

**Problema B.3.** Un projectil està unit al punt $(0, 2)$ per una corda elàstica i tensa. El projectil recorre la corba $y = 4 - x^2$ d'extrems $(-2,0)$ i $(2,0)$.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) La funció de la variable $x$ que expressa la distància entre un punt qualsevol $(x, 4 - x^2)$ de la corba $y = 4 - x^2$ i el punt $(0, 2)$. (2 *punts*)

b) Els punts de la corba $y = 4 - x^2$ a major distància absoluta del punt $(0,2)$ per a $-2 \leq x \leq 2$. (2 *punts*)

c) Els punts de la corba $y = 4 - x^2$ a menor distància absoluta del punt $(0,2)$ per a $-2 \leq x \leq 2$. (2 *punts*)

d) L'àrea de la superfície per la que s'ha mogut la corda elàstica, és a dir, l'àrea compresa entre les corbes $y = 4 - x^2$ i $y = 2 - |x|$ quan $-2 \leq x \leq 2$. (4 *punts*)

**Solució.** a) $\sqrt{x^2 + (2 - x^2)^2}$. b) $(-2, 0)$ i $(2, 0)$. c) $(-\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{5}{2})$ i $(\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{5}{2})$. d) $\frac{20}{3}$.

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x & & +3z & = & \alpha \\ x & -2y & +2z & = & 5 \\ 3x & -y & +5z & = & \alpha+1 \end{cases}$, donde $\alpha$ es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de $\alpha$ para los que el sistema es compatible y determinado. (4 *puntos*)

b) La solución del sistema cuando $\alpha = -1$. (3 *puntos*)

c) El valor de $\alpha$ para que el sistema tenga una solución $(x, y, z)$ que verifique $x + y + z = 0$. (3 *puntos*)

**Solución.** a) El determinante de la matriz de coeficientes del sistema vale $-1$, luego el sistema es siempre compatible y determinado. b) $(x, y, z) = (7, -4, -5)$. c) La solución es $\alpha = 1$.

**Problema A.2.** Se da el plano $\pi : 2x + y + 2z = 8$ y el punto $P = (10, 0, 10)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La distancia del punto $P$ al plano $\pi$. (3 *puntos*)

b) El área del triángulo cuyos vértices son los puntos $A$, $B$ y $C$, obtenidos al hallar la intersección del plano $\pi$ con los ejes de coordenadas. (4 *puntos*)

c) El volumen del tetraedro cuyos vértices son $P$, $A$, $B$ y $C$. (3 *puntos*)

**Solución.** a) $\frac{32}{3} \cong 10{,}66$ ul. b) 24 ua. c) $\frac{2^8}{3} = \frac{256}{3} \cong 85{,}33$ uv.

**Problema A.3.** Se da la función real $h$ definida por $h(x) = \frac{x^3+x^2+5x-3}{x^2+2x+5}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El dominio de la función $h$. Los límites $\lim_{x\to+\infty} h(x)$ y $\lim_{x\to 0} h(x)$. (1 + 2 *puntos*)

b) La asíntota de la curva $y = h(x)$. (2 *puntos*)

c) La primitiva de la función $h$ (es decir, $\int h(x)dx$) y el área de la superficie encerrada entre las rectas $y = 0$, $x = 1$, $x = 5$ y la curva $y = h(x)$. (3 + 2 *puntos*)

**Solución.** a) $]-\infty, +\infty[$. $+\infty$, $-\frac{3}{5}$. b) $y = x - 1$. c) $\frac{x^2}{2} - x + \ln(x^2 + 2x + 5) + C$, área = $8 + \ln 5$ ua.

# OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.
Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de $\alpha$ para los que la ecuación matricial $AX = \alpha X$ solo admite una solución. (4 *puntos*)

b) Todas las soluciones de la ecuación matricial $AX = 5X$. (3 *puntos*)

c) Comprobar que $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ es una solución de la ecuación matricial $AX = 2X$ y, sin calcular la matriz $A^{100}$, obtener el valor $\beta$ tal que $A^{100}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \beta \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$. (3 *puntos*)

**Solución.** a) $2 \neq \alpha \neq 5$. b) $(x, y) = \lambda(1, 1)$ para cualquier $\lambda$ real. c) La solución es $\beta = 2^{100}$.

**Problema B.2.** Se dan en el espacio la recta $r$: $\frac{x-\alpha}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{\beta}$ y el plano $\pi : x + 2y + 3z = 6$.
Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La posición relativa de la recta $r$ y el plano $\pi$ en función de los parámetros reales $\alpha$ y $\beta$. (5 *puntos*)

b) La distancia entre la recta $r$ y el plano $\pi$ cuando $\alpha = 6$ y $\beta = 3$. (3 *puntos*)

c) La ecuación del plano que pasa por $(0,0,0)$ y que no corta al plano $\pi$. (2 *puntos*)

**Solución.** a) Si $\beta \neq 3$, $r$ y $\pi$ se cortan en un punto; si $\beta = 3$ y $\alpha \neq 6$, $r$ es paralela no contenida en $\pi$; si $\beta = 3$ y $\alpha = 6$, $r$ está contenida en $\pi$. b) 0. c) $x + 2y + 3z = 0$.

**Problema B.3.** Un proyectil está unido al punto $(0, 2)$ por una cuerda elástica y tensa. El proyectil recorre la curva $y = 4 - x^2$ de extremos $(-2,0)$ y $(2,0)$.
Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La función de la variable $x$ que expresa la distancia entre un punto cualquiera $(x, 4 - x^2)$ de la curva $y = 4 - x^2$ y el punto $(0, 2)$. (2 *puntos*)

b) Los puntos de la curva $y = 4 - x^2$ a mayor distancia absoluta del punto $(0,2)$ para $-2 \leq x \leq 2$. (2 *puntos*)

c) Los puntos de la curva $y = 4 - x^2$ a menor distancia absoluta del punto $(0, 2)$ para $-2 \leq x \leq 2$. (2 *puntos*)

d) El área de la superficie por la que se ha movido la cuerda elástica, es decir, el área comprendida entre las curvas $y = 4 - x^2$ e $y = 2 - |x|$ cuando $-2 \leq x \leq 2$. (4 *puntos*)

**Solución.** a) $\sqrt{x^2 + (2 - x^2)^2}$. b) $(-2, 0)$ y $(2, 0)$. c) $(-\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{5}{2})$ y $(\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{5}{2})$. d) $\frac{20}{3}$.

## OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Una matriu quadrada $A$ es diu que és ortogonal si té inversa i aquesta inversa coincideix amb la seua matriu transposada. Atesa la matriu

$$A=\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

a) Calculeu el determinant de $A$. *(2 punts)*
b) Comproveu que $A$ és una matriu ortogonal. *(4 punts)*
c) Resoleu el sistema d'equacions $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. *(4 punts)*

**Problema 2**. Considerem la funció

$$f(x)=\begin{cases} x^2-3x+3 & \text{si } x\le 1 \\ \dfrac{ax^2}{x^2+1} & \text{si } x>1 \end{cases}$$

a) Calculeu el valor de $a$ perquè la funció $y=f(x)$ siga contínua en tot el seu domini. *(2 punts)*
b) Per al valor de $a$ obtingut, calculeu els intervals de creixement i decreixement de la funció. *(3 punts)*
c) Per al valor de $a$ obtingut, calculeu les asímptotes horitzontals i verticals, si n'hi ha. *(2 punts)*
d) Calculeu $\int_{-2}^{1} f(x)dx$ . *(3 punts)*

**Problema 3**. Un estudiant acudeix a la universitat el 70% de les vegades utilitzant el seu propi vehicle, i el doble de vegades en transport públic que caminant. Arriba tard un 1% de les vegades que acudeix caminant, un 3% de les que ho fa en transport públic i un 6% de les que ho fa amb el seu propi vehicle. Calculeu:

a) La probabilitat que un dia qualsevol arribe puntualment. *(3 punts)*
b) La probabilitat que haja acudit en transport públic, sabent que ha arribat tard. *(3 punts)*
c) La probabilitat que no haja acudit caminant, sabent que ha arribat puntualment. *(4 punts)*

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2019** | CONVOCATORIA: JULIO 2019 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREMO DEL EXAMEN:**
**Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Un taller fabrica dos productos *A* y *B*. La producción de una unidad del producto *A* requiere 30 minutos para montar las piezas que lo forman y 40 minutos para pintarlo y la producción de una unidad del producto *B* exige 40 minutos para montar las piezas y 30 minutos para pintarlo.
Cada día se puede destinar como máximo 10 horas para montar piezas y 11 horas, también como máximo, para pintar los productos producidos.
Cada unidad del producto *A* se vende a 40 euros y cada unidad del producto *B* se vende a 35 euros.

¿Cuántas unidades se han de producir cada día de cada producto para obtener el máximo ingreso?
¿Cuál es dicho ingreso máximo?

*(Planteamiento correcto 5 puntos – Resolución correcta 5 puntos)*

**Problema 2.** Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}$, se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores. *(2 puntos)*

**Problema 3.** Un modelo de coche se fabrica en tres versiones: Van, Urban y Suv. El 25% de los coches son de motor híbrido. El 20% son de tipo Van y el 40% de tipo Urban. El 15% de los de tipo Van y el 40% de los de tipo Urban son híbridos. Se elige un coche al azar. Calcula:

a) La probabilidad de que sea de tipo Urban, sabiendo que es híbrido. *(2,5 puntos)*
b) La probabilidad de que sea de tipo Van, sabiendo que no es híbrido. *(2,5 puntos)*
c) La probabilidad de que sea híbrido, sabiendo que es de tipo Suv. *(2,5 puntos)*
d) La probabilidad de que no sea de tipo Van ni tampoco híbrido. *(2,5 puntos)*

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Una matriz cuadrada $A$ se dice que es ortogonal si tiene inversa y dicha inversa coincide con su matriz traspuesta. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

a) Calcula el determinante de $A$. *(2 puntos)*
b) Comprueba que $A$ es una matriz ortogonal. *(4 puntos)*
c) Resuelve el sistema de ecuaciones $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. *(4 puntos)*

**Problema 2**. Consideremos la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 3 & \text{si } x \le 1 \\ \dfrac{ax^2}{x^2+1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

a) Calcula el valor de $a$ para que la función $y = f(x)$ sea continua en todo su dominio. *(2 puntos)*
b) Para el valor de $a$ obtenido, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. *(3 puntos)*
c) Para el valor de $a$ obtenido, calcula las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
d) Calcula $\int_{-2}^{1} f(x)dx$. *(3 puntos)*

**Problema 3**. Un estudiante acude a la universidad el 70% de las veces usando su propio vehículo, y el doble de veces en transporte público que andando. Llega tarde el 1% de las veces que acude andando, el 3% de las que lo hace en transporte público y el 6% de las que lo hace con su propio vehículo. Se pide:

a) La probabilidad de que un día cualquiera llegue puntualmente. *(3 puntos)*
b) La probabilidad de que haya acudido en transporte público, sabiendo que ha llegado tarde. *(3 puntos)*
c) La probabilidad de que no haya acudido andando, sabiendo que ha llegado puntualmente. *(4 puntos)*

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2019** | CONVOCATORIA: JULIO 2019 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**S'ha de triar només UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes de l'opció triada.**
Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'utilitze o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics hauran d'estar sempre degudament justificats. Es permet l'ús de regle. Les gràfiques es faran amb el mateix color que la resta de l'examen.

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Un taller fabrica dos productes *A* i *B*. La producció d'una unitat del producte *A* requereix 30 minuts per a muntar les peces que el formen i 40 minuts per a pintar-lo, i la producció d'una unitat del producte *B* exigeix 40 minuts per a muntar les peces i 30 minuts per a pintar-lo.
Cada dia es pot destinar com a màxim 10 hores per a muntar peces i 11 hores, també com a màxim, per a pintar els productes produïts.
Cada unitat del producte *A* es ven a 40 euros i cada unitat del producte *B* es ven a 35 euros.

Quantes unitats s'han de produir cada dia de cada producte per a obtenir el màxim ingrés?
Quin és aquest ingrés màxim?

*(Plantejament correcte 5 punts – Resolució correcta 5 punts)*

**Problema 2.** Atesa la funció $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}$, es demana:

a) El seu domini i els punts de tall amb els eixos coordenats. *(2 punts)*
b) Les asímptotes horitzontals i verticals, si n'hi ha. *(2 punts)*
c) Els intervals de creixement i decreixement. *(2 punts)*
d) Els màxims i mínims locals. *(2 punts)*
e) La representació gràfica de la funció a partir dels resultats obtinguts en els apartats anteriors. *(2 punts)*

**Problema 3.** Un model de cotxe es fabrica en tres versions: Van, Urban i Suv. El 25 % dels cotxes són de motor híbrid. El 20 % són de tipus Van i el 40 % de tipus Urban. El 15 % dels de tipus Van i el 40 % dels de tipus Urban són híbrids. Es tria un cotxe a l'atzar. Calculeu:

a) La probabilitat que siga de tipus Urban, sabent que és híbrid. *(2,5 punts)*
b) La probabilitat que siga de tipus Van, sabent que no és híbrid. *(2,5 punts)*
c) La probabilitat que siga híbrid, sabent que és de tipus Suv. *(2,5 punts)*
d) La probabilitat que no siga de tipus Van ni tampoc híbrid. *(2,5 punts)*

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2019** | CONVOCATORIA: JULIO 2019 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiant ha de triar l'opció A o l'opció B, de la qual ha de fer els tres problemes proposats.**
**Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

# OPCIÓ A

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.**

Per l'obtenció de la funció d'ingressos de 0 a 2 punts. $I(x, y) = 40x + 35y$

Pel plantejament del problema, de 0 a 3 punts, amb el criteri següent: 2 restriccions correctes, 3 punts; 1 restricció correcta, 1,5 punts (sense considerar les de no negativitat).

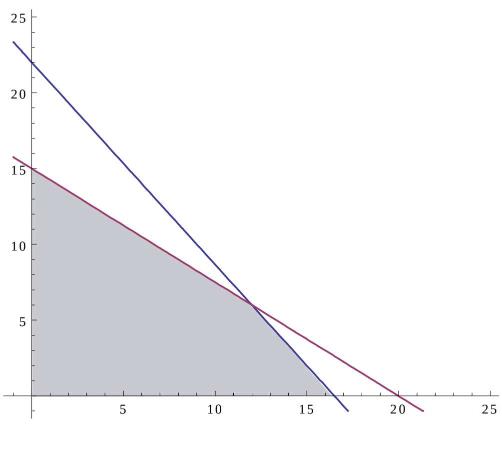
$$\text{Maximitzar } \; 40x+35y \; \text{ subjecte a } \left.\begin{array}{l} 30x+40y \le 600 \\ 40x+30y \le 660 \end{array}\right\}, x \ge 0, y \ge 0$$

De 0 a 3 punts per la determinació de la regió factible.

Polígon de vèrtexs {(0, 0), (0, 15), (16.5, 0), (12, 6)}.

De 0 a 1 punt per l'obtenció del punt que maximitza (12, 6). De 0 a 1 punt per l'obtenció de l'ingrés màxim (690 euros).

Si la solució s'obté per qualsevol altre mètode raonat i correcte es puntuarà de 0 a 10 punts.



**Problema 2.**

**a)** De 0 a 2 punts per l'estudi del domini i els punts de tall.

Domini: $\mathbb{R} - \{-2, 1\}$; tall eix X: (-1, 0) i (3, 0); tall eix Y: (0, 3/2).

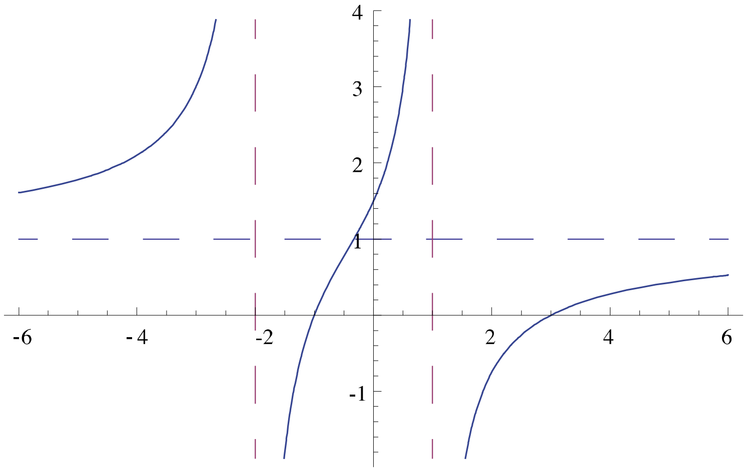
**b)** De 0 a 2 punts pel càlcul de les asímptotes. Asímptota horitzontal: y = 1; asímptotes verticals: x= -2, x=1.

**c)** De 0 a 2 punts per comprovar que sempre és creixent.

Creixent en tot el seu domini.

**d)** De 0 a 2 punts per raonar que no hi ha màxims ni mínims locals.

**e)** De 0 a 2 punts per la gràfica de la funció.




**Problema 3.**

**a)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. 0,64 (16/25)

**b)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. 0,2267 (17/75)

**c)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. 0,15 (3/20)

**d)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. 0,58 (29/50)

## OPCIÓ B

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** (cal desenvolupar els càlculs o raonar el resultat)

**a)** De 0 a 2 punts pel càlcul correcte del determinant de *A*.

$$|A| = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{vmatrix} = 1$$

**b)** De 0 a 4 punts per la comprovació que la matriu *A* és ortogonal.

$$AA^t = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} = I$$

**c)** De 0 a 4 punts per la resolució del sistema d'equacions. $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 5/3 \end{pmatrix}$$

**Problema 2.**

**a)** De 0 a 2 punts per l'obtenció del valor de $a$=2.

**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul dels intervals de creixement i de decreixement.
Decreixent en l'interval $]-\infty, 1[$ i creixent en l'interval $]1, +\infty[$ .

**c)** De 0 a 2 punts pel càlcul de les asímptotes. Asímptota horitzontal: $y = 2$. Asímptota vertical: no en té.

**d)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la integral. I=16,5.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. 0,951

**b)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. 0,1224

**c)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada. 0,8959

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2019** | CONVOCATORIA: JULIO 2019 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Cada estudiante ha de escoger la opción A o la opción B, de la cual ha de hacer los tres problemas propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

# OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.**

Por la obtención de la función de ingresos de 0 a 2 puntos. $I(x, y) = 40x + 35y$

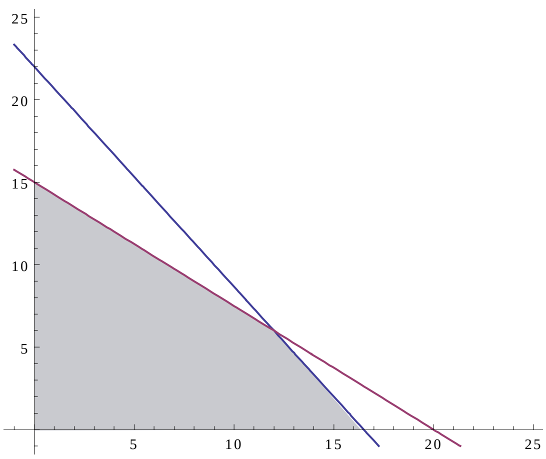
Por el planteamiento del problema, de 0 a 3 puntos, con el siguiente criterio: 2 restricciones correctas 3 puntos; 1 restricción correcta 1,5 puntos (sin considerar las de no negatividad)

$$\textit{Maximizar}\ 40x+35y \text{ sujeto a } \left.\begin{array}{l} 30\text{x}+40\text{y} \le 600 \\ 40x+30y \le 660 \end{array}\right\}, x \ge 0, y \ge 0$$

De 0 a 3 puntos por la determinación de la región factible.
Polígono de vértices {(0, 0), (0, 15), (16.5, 0), (12, 6)}.

De 0 a 1 punto por la obtención del punto que maximiza (12, 6). De 0 a 1 punto por la obtención del ingreso máximo (690 euros).

Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto se puntuará de 0 a 10 puntos.



**Problema 2.**

a) De 0 a 2 puntos por el estudio del dominio y los puntos de corte.
   Dominio: $\mathbb{R} - \{-2, 1\}$; corte eje X: (-1, 0) y (3, 0); corte eje Y: (0, 3/2).

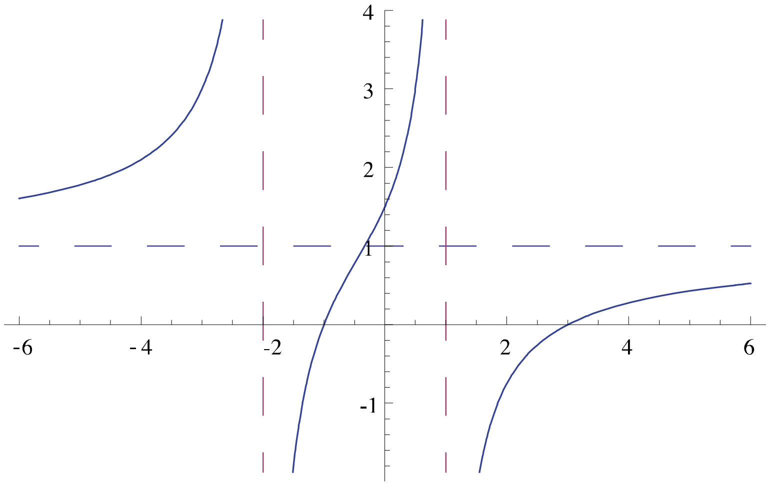
b) De 0 a 2 puntos por el cálculo de las asíntotas. Asíntota horizontal: y=1; asíntotas verticales: x= -2, x=1.

c) De 0 a 2 puntos por comprobar que siempre es creciente.

   Creciente en todo su dominio.

d) De 0 a 2 puntos por razonar que no hay máximos ni mínimos locales.

e) De 0 a 2 puntos por la gráfica de la función.




**Problema 3.**

a) De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 0,64 (16/25)
b) De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 0,2267 (17/75)
c) De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 0,15 (3/20)
d) De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 0,58 (29/50)

## OPCIÓN B

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** (es necesario desarrollar los cálculos o razonar el resultado)

a) De 0 a 2 puntos por el cálculo correcto del determinante de *A*.

$$|A| = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{vmatrix} = 1$$

b) De 0 a 4 puntos por la comprobación de que la matriz *A* es ortogonal.

$$AA^t = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} = I$$

c) De 0 a 4 puntos por la resolución del sistema de ecuaciones $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^t\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 5/3 \end{pmatrix}$$

**Problema 2**.

a) De 0 a 2 puntos por la obtención del valor de $a$=2.

b) De 0 a 3 puntos por el cálculo de los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
Decreciente en el intervalo $]-\infty, 1[$ y creciente en el intervalo $]1, +\infty[$ .

c) De 0 a 2 puntos por el cálculo de las asíntotas. Asíntota horizontal: $y = 2$. Asíntota vertical: No tiene.

d) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la integral. I=16,5

**Problema 3.**

a) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 0,951

b) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 0,1224

c) De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada. 0,8959

GENERALITAT VALENCIANA
Conselleria d'Innovació, Universitats, Ciència i Societat Digital

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2020** | CONVOCATORIA: JULIO 2020 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**L'alumne triarà només TRES problemes entre els sis proposats.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
**BAREMO DEL EXAMEN:**
**El alumno elegirá solo TRES problemas entre los seis propuestos.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

**Problema 1.** Donat el sistema d'equacions $\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ ax + y + z = -2 \end{cases}$, on $a$ és un paràmetre real,

**obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'estudi del sistema en funció del paràmetre $a$. (5 *punts*)
b) Les solucions del sistema quan $a = -2$. (3 *punts*)
c) La solució del sistema quan $a = 0$. (2 *punts*)

**Problema 2.** Es donen la recta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ i els punts $P = (1, 0, 0)$, $Q = (2,1,\alpha)$.

**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El valor d' $\alpha$ perquè la recta que passa per $P$ i $Q$ siga paral·lela a $r$. (3 *punts*)
b) L'equació del pla que conté $P$ i $Q$ i és paral·lel a $r$, quan $\alpha = 1$. (3 *punts*)
c) La distància del punt $Q$ al pla que passa per $P$ i és perpendicular a r, quan $\alpha = 1$. (4 *punts*)

**Problema 3.** Es dóna la funció real $f$ definida per $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2(x-1)}$.

**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El domini i les asímptotes de la funció $f$. (3 *punts*)
b) La integral $\int f(x)dx$ , així com la primitiva de $\mathrm{f}(x)$ la gràfica de la qual passa pel punt (2, 0). (3+1 *punts*)
c) L'àrea de la regió limitada per la corba $y = f(x)$ i les rectes $y = 0$, $x = 2$, $x = 4$. (3 *punts*)

**Problema 4.** Es donen les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & b & -1 \end{pmatrix}$, que depenen del paràmetre real $b$.

**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors de $b$ perquè cada una de les matrius $AB$ $i$ $BA$ tinga inversa. (3 *punts*)
b) Els valors de $b$ perquè la matriu $A^T A$ tinga inversa, sent $A^T$ la matriu transposada d'$A$. (3 *punts*)
c) La inversa de la matriu $A^T A$ , quan aquesta inversa existeix. (4 *punts*)

**Problema 5.** Es donen el pla $\pi: 2x + y - z - 5 = 0$ i els punts $A(1,2,-1)$, $B(2,1,0)$.
**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'equació implícita del pla que passa pels punts $A, B$ i és perpendicular a $\pi$. (4 *punts*)

b) Les equacions paramètriques de la recta $r$ que és perpendicular a $\pi$ i passa per $A$.
Troba dos plans la intersecció dels quals siga la recta $r$. (1+2 *punts*)

c) La distància entre el punt $B$ i la recta $r$. (3 *punts*)

**Problema 6.** En un triangle isòsceles, els dos costats iguals mesuren 10 centímetres cadascun.
**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'expressió de l'àrea $A(x)$ del triangle, en funció de la longitud $x$ del tercer costat. (4 *punts*)

b) Els intervals de creixement i decreixement de la funció $A(x)$, $0 \leq x \leq 20$. (4 *punts*)

c) La longitud $x$ del tercer costat perquè l'àrea del triangle siga màxima i el valor d'aquesta àrea. (2 *punts*)

**Problema 1.** Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ ax + y + z = -2 \end{cases}$, siendo $a$ un parámetro real, **obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) El estudio del sistema en función del parámetro $a$. (5 *puntos*)

b) Las soluciones del sistema cuando $a = -2$. (3 *puntos*)

c) La solución del sistema cuando $a = 0$. (2 *puntos*)

**Problema 2.** Sea la recta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ y los puntos $P = (1, 0, 0)$ y $Q = (2,1,\alpha)$.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) El valor de $\alpha$ para que la recta que pasa por $P$ y $Q$ sea paralela a $r$. (3 *puntos*)

b) La ecuación del plano que contiene a $P$ y $Q$ y es paralelo a $r$, cuando $\alpha = 1$. (3 *puntos*)

c) La distancia del punto $Q$ al plano que pasa por $P$ y es perpendicular a r, cuando $\alpha = 1$. (4 *puntos*)

**Problema 3.** Se da la función real $f$ definida por $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2(x-1)}$.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) El dominio y las asíntotas de la función $f$. (3 *puntos*)

b) La integral $\int f(x)dx$, así como la primitiva de f$(x)$ cuya gráfica pasa por el punto (2, 0). (3+1 *puntos*)

c) El área de la región limitada por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0, x = 2, x = 4$. (3 *puntos*)

**Problema 4.** Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & b & -1 \end{pmatrix}$, que dependen del parámetro real $b$.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) Los valores de $b$ para que cada una de las matrices $AB$ y $BA$ tenga inversa. (3 *puntos*)

b) Los valores de $b$ para que la matriz $A^TA$ tenga inversa, siendo $A^T$ la matriz traspuesta de $A$. (3 *puntos*)

c) La inversa de $A^TA$ , cuando dicha inversa exista. (4 *puntos*)

**Problema 5.** Se dan el plano $\pi: 2x + y - z - 5 = 0$ y los puntos $A(1,2,-1)$, $B(2,1,0)$.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) La ecuación implícita del plano que pasa por los puntos $A, B$ y es perpendicular a $\pi$. (4 *puntos*)

b) Las ecuaciones paramétricas de la recta $r$ que es perpendicular a $\pi$ y pasa por $A$.
Encuentra dos planos cuya intersección sea la recta $r$. (1+2 *puntos*)

c) La distancia entre el punto $B$ y la recta $r$. (3 *puntos*)

**Problema 6.** En un triángulo isósceles, los dos lados iguales miden 10 centímetros cada uno.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) La expresión del área $A(x)$ del triángulo, en función de la longitud $x$ del tercer lado. (4 *puntos*)

b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $A(x)$, $0 \leq x \leq 20$. (4 *puntos*)

c) La longitud $x$ del tercer lado para que el área del triángulo sea máxima y el valor de esta área. (2 *puntos*)

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

GENERALITAT VALENCIANA
Conselleria d'Innovació, Universitats, Ciència i Societat Digital

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| | |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2020** | CONVOCATORIA: JULIO 2020 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**L'alumne triarà només TRES problemes entre els sis proposats.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
Es corregiran les tres primeres preguntes que es responguin, llevat que alguna estigui clarament ratllada.
**BAREMO DEL EXAMEN:**
**El alumno elegirá solo TRES problemas entre los seis propuestos.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.
Se corregirán las tres primeras preguntas que se respondan, a menos que alguna esté claramente tachada.

**Problema 1.** Donat el sistema d'equacions $\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ ax + y + z = -2 \end{cases}$, on $a$ és un paràmetre real, **obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L' estudi del sistema en funció del paràmetre $a$. (5 *punts*)
b) Les solucions del sistema quan $a = -2$. (3 *punts*)
c) La solució del sistema quan $a = 0$. (2 *punts*)

**Solució.** a) El determinant de la matriu de coeficients val $-(a-1)^2(a+2)$. El sistema és compatible quan $a \neq 1$. Es valorarà amb dos punts la conclusió que el sistema és compatible determinat quan $a \neq 1, -2$. S'assignen dos punts a la comprovació que el sistema és compatible indeterminat quan $a = -2$ i un punt a la comprovació que el sistema és incompatible quan $a = 1$. b) $(x, y, z) = (1 + t, t, t)$, sent $t$ un paràmetre real. c) $(x, y, z) = (2, -1, -1)$.

**Problema 2.** Es donen la recta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ i els punts $P = (1, 0, 0)$, $Q = (2,1,\alpha)$.
**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El valor d' $\alpha$ perquè la recta que passa per $P$ i $Q$ siga paral·lela a $r$. (3 *punts*)
b) L'equació del pla que conté $P$ i $Q$ i és paral·lel a $r$, quan $\alpha = 1$. (3 *punts*)
c) La distància del punt $Q$ al pla que passa per $P$ i és perpendicular a r, quan $\alpha = 1$. (4 *punts*)

**Solució.** a) $\alpha = -1$. b) $x - y = 1$. c) El pla que passa per $P$ i és perpendicular a $r$ és $\pi: x + y - z = 1$ i $d(Q, \pi) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

**Problema 3.** Es dóna la funció real $f$ definida per $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2(x-1)}$.
**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El domini i les asímptotes de la funció $f$. (3 *punts*)
b) La integral $\int f(x)dx$ , així com la primitiva de f$(x)$ la gràfica de la qual passa pel punt (2, 0). (3+1 *punts*)
c) L'àrea de la regió limitada per la corba $y = f(x)$ i les rectes $y = 0$, $x = 2$, $x = 4$. (3 *punts*)

**Solució.** a) $Dom(f) = \mathbb{R} - \{0,1\}$. Les asímptotes verticals son $x = 0, x = 1$. La recta $y = 0$ és una asímptota horitzontal. b) De $f(x) = -\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x-1}$ obtenim $\int f(x)dx = -\ln|x| + \frac{1}{x} + 2\ln|x-1| + C$. La primitiva la gràfica de la qual passa pel punt $(2,0)$ s'obté quan $C = \ln 2 - \frac{1}{2}$. Es valorarà amb tres punts el càlcul de la integral indefinida i amb un punt la primitiva que passa pel punt $(2,0)$. c) Com que $f(x) > 0\ si\ 2 < x < 4$, l'àrea ve donada per $\int_2^4 f(x)dx = -\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{9}{2}\right) = 1{,}25$ ...

**Problema 4.** Es donen les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & b & -1 \end{pmatrix}$, que depenen del paràmetre real $b$.

**Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors de $b$ perquè cada una de les matrius $AB\ i\ BA$ tinga inversa. (3 *punts*)

b) Els valors de $b$ perquè la matriu $A^T A$ tinga inversa, sent $A^T$ la matriu transposada d'$A$. (3 *punts*)

c) La inversa de la matriu $A^T A$, quan aquesta inversa existeix. (4 *punts*)

**Solució.** a) $AB = \begin{pmatrix} -3 & 2b & 0 \\ -b & 0 & 2b \\ -1 & 2b & -4 \end{pmatrix}$ no és invertible mai. Es valorarà amb 0,5 punts el càlcul del producte i amb 1 punt la comprovació que la matriu no té inversa. $BA = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ b^2 & -4 \end{pmatrix}$ és invertible quan $b \neq \pm\sqrt{6}$ (1,5 punts).
b) $A^T A = \begin{pmatrix} b^2+2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ és invertible per a qualsevol valor del paràmetre. c) $(A^T A)^{-1} = \begin{pmatrix} (b^2+2)^{-1} & 0 \\ 0 & 1/8 \end{pmatrix}$.

**Problema 5.** Es donen el pla $\pi: 2x + y - z - 5 = 0$ i els punts $A(1,2,-1)$, $B(2,1,0)$.

**Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'equació implícita del pla que passa pels punts $A, B$ i és perpendicular a $\pi$. (4 *punts*)

b) Les equacions paramètriques de la recta $r$ que és perpendicular a $\pi$ i passa per $A$.
Troba dos plans la intersecció dels quals siga la recta $r$. (1+2 *punts*)

c) La distància entre el punt $B$ i la recta $r$. (3 *punts*)

**Solució.** a) L'equació és $y + z = 1$. Es valorarà amb dos punts el càlcul del vector característic del pla. b) La recta és $r: (x,y,z) = (1,2,-1) + t(2,1,-1)$, sent $t$ un paràmetre real. c) $d(B,r) = \sqrt{3}$.

**Problema 6.** En un triangle isòsceles, els dos costats iguals mesuren 10 centímetres cadascun.

**Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'expressió de l'àrea $A(x)$ del triangle, en funció de la longitud $x$ del tercer costat. (4 *punts*)

b) Els intervals de creixement i decreixement de la funció $A(x)$, $0 \leq x \leq 20$. (4 *punts*)

c) La longitud $x$ del tercer costat perquè l'àrea del triangle siga màxima i el valor d'aquesta àrea. (2 *punts*)

**Solució.** a) $A(x) = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{100 - \frac{x^2}{4}}$. b) La funció $A(x)$ creix en $[0, 10\sqrt{2}]$ i decreix en $\left[10\sqrt{2}, 20\right]$. c) L'àrea del triangle és màxima quan $x = 10\sqrt{2}$ i val 50 $cm^2$. L'àrea màxima també es pot obtenir a partir de l'expressió $A = \frac{1}{2}10^2 sin\alpha \leq \frac{1}{2}10^2$, on $\alpha$ és l'angle interior que formen els dos costats iguals del triangle

**Problema 1.** Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ ax + y + z = -2 \end{cases}$, siendo $a$ un parámetro real, **obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) El estudio del sistema en función del parámetro $a$. (5 *puntos*)

b) Las soluciones del sistema cuando $a = -2$. (3 *puntos*)

c) La solución del sistema cuando $a = 0$. (2 *puntos*)

**Solución.** a) El determinante de la matriz de coeficientes vale $-(a-1)^2(a+2)$. El sistema es compatible cuando $a \neq 1$. Se valorará con dos puntos la conclusión de que el sistema es compatible determinado cuando $a \neq 1, -2$. Se asignan dos puntos a la comprobación de que el sistema es compatible indeterminado cuando $a = -2$ y un punto a la comprobación de que el sistema es incompatible cuando $a = 1$. b) $(x, y, z) = (1 + t, t, t)$, siendo $t$ un parámetro real. c) $(x, y, z) = (2, -1, -1)$.

**Problema 2.** Sea la recta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ y los puntos $P = (1, 0, 0)$ y $Q = (2,1, \alpha)$.
**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) El valor de $\alpha$ para que la recta que pasa por $P$ y $Q$ sea paralela a $r$. (3 *puntos*)

b) La ecuación del plano que contiene a $P$ y $Q$ y es paralelo a $r$, cuando $\alpha = 1$. (3 *puntos*)

c) La distancia del punto $Q$ al plano que pasa por $P$ y es perpendicular a r, cuando $\alpha = 1$. (4 *puntos*)

**Solución.** a) $\alpha = -1$. b) $x - y = 1$. c) El plano que pasa por $P$ y es perpendicular a $r$ es $\pi: x + y - z = 1$ y $d(Q, \pi) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

**Problema 3.** Se da la función real $f$ definida por $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2(x-1)}$.
**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) El dominio y las asíntotas de la función $f$. (3 *puntos*)

b) La integral $\int f(x)dx$, así como la primitiva de f$(x)$ cuya gráfica pasa por el punto (2, 0). (3+1 *puntos*)

c) El área de la región limitada por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0, x = 2, x = 4$. (3 *puntos*)

**Solución.** a) $Dom(f) = \mathbb{R} - \{0,1\}$. Las asíntotas verticales son $x = 0, x = 1$. La recta $y = 0$ es una asíntota horizontal. b) De $f(x) = -\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x-1}$ obtenemos $\int f(x)dx = -\ln|x| + \frac{1}{x} + 2\ln|x-1| + C$. La primitiva cuya grafica pasa por el punto (2,0) se obtiene cuando $C = \ln 2 - \frac{1}{2}$. Se valorará con tres puntos el cálculo de la integral indefinida y con un punto la primitiva que pasa por el punto (2,0). c) Puesto que $f(x) > 0 \ si \ 2 < x < 4$, el área viene dada por $\int_2^4 f(x)dx = -\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{9}{2}\right) = 1{,}25 ...$

**Problema 4.** Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & b & -1 \end{pmatrix}$, que dependen del parámetro real $b$.
**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) Los valores de $b$ para que cada una de las matrices $AB$ y $BA$ tenga inversa. (3 *puntos*)

b) Los valores de $b$ para que la matriz $A^T A$ tenga inversa, siendo $A^T$ la matriz traspuesta de $A$. (3 *puntos*)

c) La inversa de $A^T A$, cuando dicha inversa exista. (4 *puntos*)

**Solución.** a) $AB = \begin{pmatrix} -3 & 2b & 0 \\ -b & 0 & 2b \\ -1 & 2b & -4 \end{pmatrix}$ no es invertible nunca. Se valorará con 0,5 puntos el cálculo del producto y con 1 punto la comprobación de que la matriz no tiene inversa. $BA = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ b^2 & -4 \end{pmatrix}$ es invertible cuando $b \neq \pm\sqrt{6}$ (1,5 puntos). b) $A^T A = \begin{pmatrix} b^2+2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ es invertible para cualquier valor del parámetro. c) $(A^T A)^{-1} = \begin{pmatrix} (b^2+2)^{-1} & 0 \\ 0 & 1/8 \end{pmatrix}$.

**Problema 5.** Se dan el plano $\pi: 2x + y - z - 5 = 0$ y los puntos $A(1,2,-1)$, $B(2,1,0)$.
**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) La ecuación implícita del plano que pasa por los puntos $A, B$ y es perpendicular a $\pi$. (4 *puntos*)
b) Las ecuaciones paramétricas de la recta $r$ que es perpendicular a $\pi$ y pasa por $A$.
Encuentra dos planos cuya intersección sea la recta $r$. (1+2 *puntos*)
c) La distancia entre el punto $B$ y la recta $r$. (3 *puntos*)

**Solució.** a) La ecuación es $y + z = 1$. Se valorará con dos puntos el cálculo del vector característico del plano. b) La recta es $r: (x, y, z) = (1,2,-1) + t(2,1,-1)$, siendo $t$ un parámetro real. c) $d(B, r) = \sqrt{3}$.

**Problema 6.** En un triángulo isósceles, los dos lados iguales miden 10 centímetros cada uno.
**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) La expresión del área $A(x)$ del triángulo, en función de la longitud $x$ del tercer lado. (4 *puntos*)
b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $A(x)$, $0 \leq x \leq 20$. (4 *puntos*)
c) La longitud $x$ del tercer lado para que el área del triángulo sea máxima y el valor de esta área. (2 *puntos*)

**Solución.** a) $A(x) = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{100 - \frac{x^2}{4}}$. b) La función $A(x)$ crece en $[0, 10\sqrt{2}]$ y decrece en $[10\sqrt{2}, 20]$. c) El área del triángulo es máxima cuando $x = 10\sqrt{2}$ y vale 50 $cm^2$. El área máxima también se puede obtener a partir de la expresión $A = \frac{1}{2}10^2 sin\alpha \leq \frac{1}{2}10^2$, donde $\alpha$ es el ángulo interior que forman los dos lados iguales del triángulo.

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2020** | CONVOCATORIA: JULIO 2020 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREMO DEL EXAMEN: **Se han de constestar tres problemes de entre los seis propuestos.** Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Para fertilizar una parcela de cultivo se utilizan dos tipos de fertilizantes, $A$ y $B$. El cultivo de la parcela necesita un mínimo de 120 kilos de nitrógeno y 110 kilos de fósforo. El fertilizante $A$ contiene un 25% de nitrógeno y un 15% de fósforo, siendo su precio de 1,2 euros el kilo, mientras que el fertilizante $B$ contiene un 16% de nitrógeno y un 40% de fósforo y cuesta 1,6 euros el kilo.

a) ¿Qué cantidad se necesita de cada tipo de fertilizante para que el coste de la fertilización resulte mínimo? *(8 puntos)*

b) ¿Cuál es este coste mínimo? *(2 puntos)*

**Problema 2.** Dada la función $f(x) = \frac{2x^2-3x+5}{x^2-1}$, se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*

b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*

d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*

e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados de los apartados anteriores. *(2 puntos)*

**Problema 3.** Si un habitante de la ciudad de *Megalópolis* es portador del anticuerpo $A$, entonces 2 veces de cada 5 es portador del anticuerpo $B$. Por el contrario, si no es portador del anticuerpo $A$, entonces 4 veces de cada 5 no es portador del anticuerpo $B$. Si sabemos que la mitad de la población es portadora del anticuerpo $A$, calcula:

a) La probabilidad de que un habitante de *Megalópolis* sea portador del anticuerpo $B$.

b) La probabilidad de que si un habitante de *Megalópolis* es portador del anticuerpo $B$ lo sea también del anticuerpo $A$.

c) La probabilidad de que si un habitante de *Megalópolis* no es portador del anticuerpo $B$, tampoco lo sea del anticuerpo $A$.

d) La probabilidad de que un habitante de *Megalópolis* sea portador del anticuerpo $A$ y no lo sea del anticuerpo $B$.

*(Cada apartado puntúa 2,5 puntos)*

**Problema 4.** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Halla la matriz inversa de *A*. *(3 puntos)*
b) Explica por qué la matriz *B* no tiene inversa. *(2 puntos)*
c) Razona por qué la matriz *AB* no tiene inversa. *(2 puntos)*
d) Resuelve la ecuación matricial $AB - AX = BA$. *(3 puntos)*

**Problema 5.** Una empresa farmacéutica lanza al mercado un nuevo fármaco que se distribuye en cajas de seis unidades. La relación entre el precio de cada caja y el beneficio mensual obtenido en euros viene dada por la función

$$B(x) = -x^2 + 16x - 55,$$

donde $x$ es el precio de venta de una caja. Se pide:

a) ¿Qué beneficio obtiene cuando vende cada caja a 6 euros? *(2 puntos)*
b) ¿Entre qué valores debe fijar el precio de venta de cada caja para obtener beneficios? *(2 puntos)*
c) Calcula a qué precio ha de vender cada caja para que el beneficio sea máximo. ¿Cuál es el beneficio máximo? *(2+1 puntos)*
d) ¿Entre qué valores el beneficio crece y entre qué valores el beneficio decrece? *(3 puntos)*

**Problema 6**. Un profesor evalúa a sus estudiantes a través de un trabajo final. El profesor sabe por experiencia que el 5% de los trabajos no son originales, sino que son plagios. El profesor dispone de un programa informático para detectar plagios. La probabilidad de que el programa no clasifique correctamente un trabajo plagiado es 0,04 y la probabilidad de que clasifique como plagio un trabajo original es 0,02.

a) Calcula la probabilidad de que un trabajo final, elegido al azar, sea clasificado como plagio por el programa informático. *(3 puntos)*
b) Un trabajo es inspeccionado por el programa informático y es clasificado como original. ¿Cuál es la probabilidad de que dicho trabajo sea un plagio? *(4 puntos)*
c) ¿Qué porcentaje de trabajos finales son plagios y a la vez son clasificados como tales por el programa? *(3 puntos)*

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2020** | CONVOCATORIA: JULIO 2020 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREM DE L'EXAMEN **: S'han de contestar tres problemes d'entre els sis proposats.** Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'utilitze o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics hauran d'estar sempre degudament justificats. Està permés l'ús de regla. Les gràfiques es faran amb el mateix color que la resta de l'examen.

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Per a fertilitzar una parcel·la de cultiu s'utilitzen dos tipus de fertilitzants, *A* i *B*. El cultiu de la parcel·la necessita un mínim de 120 quilos de nitrògen i 110 quilos de fòsfor. El fertilitzant *A* conté un 25% de nitrògen i un 15% de fòsfor, sent el seu preu d'1,2 euros el quilo, mentres que el fertilitzant *B* conté un 16% de nitrògen i un 40% de fòsfor i costa 1,6 euros el quilo.

a) Quina quantitat es necessita de cada tipus de fertilitzant perquè el cost de la fertilització resulte mínim? *(8 punts)*

b) Quin és aquest cost mínim? *(2 punts)*

**Problema 2.** Donada la funció $f(x) = \frac{2x^2-3x+5}{x^2-1}$, es demana:

a) El seu domini i els punts de tall amb els eixos coordenats. *(2 punts)*

b) Les asímptotes horitzontals i verticals, si n'hi ha. *(2 punts)*

c) Els intervals de creixement i decreixement. *(2 punts)*

d) Els màxims i mínims locals. *(2 punts)*

e) La representació gràfica de la funció a partir dels resultats obtinguts en els apartats anteriors. *(2 punts)*

**Problema 3.** Si un habitant de la ciutat de *Megalòpolis* és portador de l'anticòs *A*, aleshores 2 vegades de cada 5 és portador de l'anticòs *B*. Per contra, si no és portador de l'anticòs *A*, aleshores 4 vegades de cada 5 no és portador de l'anticòs *B*. Si sabem que la meitat de la població és portadora de l'anticòs *A*, calcula:

a) La probabilitat que un habitant de *Megalòpolis* siga portador de l'anticòs *B*.

b) La probabilitat que si un habitant de *Megalòpolis* és portador de l'anticòs *B* ho siga també de l' anticòs *A*.

c) La probabilitat que si un habitant de *Megalòpolis* no és portador de l'anticòs *B*, tampoc ho siga de l'anticòs *A*.

d) La probabilitat que un habitant de *Megalòpolis* siga portador de l'anticòs *A* i no ho siga de l'anticòs *B*.

*(Cada apartat puntua 2,5 punts)*

**Problema 4.** Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, es demana:

a) Calcula la matriu inversa de $A$. *(3 punts)*
b) Explica per què la matriu $B$ no té inversa. *(2 punts)*
c) Raona per què la matriu $AB$ no té inversa. *(2 punts)*
d) Resol l'equació matricial $AB - AX = BA$. *(3 punts)*

**Problema 5.** Una empresa farmacèutica llança al mercat un nou fàrmac que es distribueix en caixes de sis unitats. La relació entre el preu de cada caixa i el benefici mensual obtingut en euros ve donada per la funció

$$B(x) = -x^2 + 16x - 55,$$

on $x$ és el preu de venda d'una caixa. Es demana:

a) Quin benefici obté quan ven cada caixa a 6 euros? *(2 punts)*
b) Entre quins valors ha de fixar el preu de venda de cada caixa per a obtindre beneficis? *(2 punts)*
c) Calcula a quin preu ha de vendre cada caixa perquè el benefici siga màxim. Quin és el benefici màxim? *(2+1 punts)*
d) Entre quins valors el benefici creix i entre quins valors el benefici decreix? *(3 punts)*

**Problema 6**. Un professor avalua els seus estudiants a través d'un treball final. El professor sap per experiència que el 5% dels treballs no són originals, sinó que són plagis. El professor disposa d'un programa informàtic per a detectar plagis. La probabilitat que el programa no classifique correctament un treball plagiat és 0,04 i la probabilitat que classifique com a plagi un treball original és 0,02.

a) Calcula la probabilitat que un treball final, triat a l'atzar, siga classificat com a plagi pel programa informàtic. *(3 punts)*
b) Un treball és inspeccionat pel programa informàtic i és classificat com a original. Quina és la probabilitat que aquest treball siga un plagi? *(4 punts)*
c) Quin percentatge de treballs finals són plagis i alhora són classificats com a tals pel programa? *(3 punts)*

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2020** | CONVOCATORIA: JULIO 2020 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**
**Si algún/a alumno/a contesta más de tres problemas, se calificará únicamente los tres primeros escogidos, independientemente de si ha finalizado o no su realización. En su caso, se hará constar en el apartado de observaciones que se han contestado más problemas de los que se pedía.**

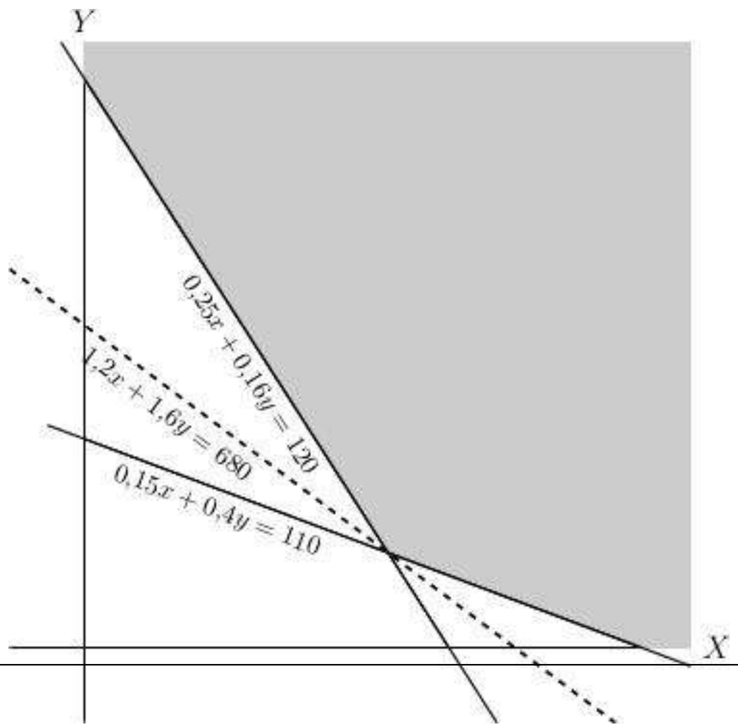
## Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

**Problema 1.** Por la obtención de la función a minimizar, de 0 a 2 puntos: $F(x,y) = 1{,}2x + 1{,}6y$.
Por el planteamiento del problema, de 0 a 3 puntos con el siguiente criterio: 2 restricciones correctas, 3 puntos; 1 restricción correcta, 1,5 puntos (sin considerar las de no negatividad).

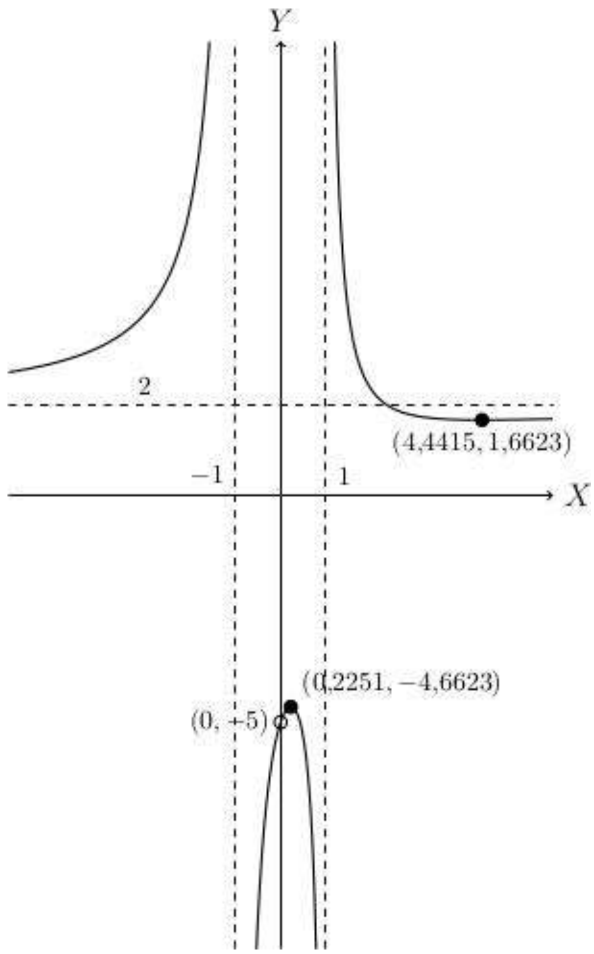
Minimizar $F(x,y) = 1{,}2x + 1{,}6y$ sujeta a las restricciones $\begin{cases} 0{,}25x & +0{,}16y & \geq 120, \\ 0{,}15x & +0{,}40y & \geq 110, \end{cases}$

con $x, y \geq 0$.

De 0 a 3 puntos por la determinación de la región factible.
Polítopo no acotado de vértices $(400{,}125)$, $(733{,}33{,}0)$ y $(0{,}750)$ limitado por las rectas $x = 0$ e $y = 0$.
De 0 a 1 puntos por la obtención del punto que minimiza. De 0 a 1 punto por la obtención del coste mínimo.
$x^* = 400, y^* = 125$. $\quad Coste\ mínimo$: 680 euros
Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto, se puntuará de 0 a 10 puntos.



**Problema 2.**




**a)** De 0 a 2 puntos por el estudio del dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados.

Dominio:$R \setminus \{-1,1\}$; corte con los ejes el punto (0,-5).

**b)** De 0 a 1 punto por el cálculo de las asíntotas verticales $x = -1, x = 1$. De 0 a 1 punto por el cálculo de las asíntotas horizontales, $y = 2$.

**c)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

Creciente en $]-\infty, -1[\ \cup\ \left]-1, \frac{7-2\sqrt{10}}{3}\right[\ \cup\ \left]\frac{7+2\sqrt{10}}{3}, +\infty\right[$.

Decreciente en $\left]\frac{7-2\sqrt{10}}{3}, 1\right[ \cup \left]1, \frac{7+2\sqrt{10}}{3}\right[$ .

**d)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de los máximos y mínimos locales.

Máximo local en el punto $x = \frac{7-2\sqrt{10}}{3} \approx 0{,}2251,$ ; $f(x) = -\frac{3}{2} - \sqrt{10} \approx -4{,}6623$. Mínimo local en el punto

$x = \frac{7+2\sqrt{10}}{3} \approx 4{,}4415$. $f(x) = \sqrt{10} - \frac{3}{2} \approx 1{,}6623$.

**e)** De 0 a 2 puntos por la gráfica de la función.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada: 3/10

**b)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada: 2/3

**c)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada: 4/7

**d)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada: 3/10

En todos los apartados, si el planteamiento y/o la fórmula utilizada son correctos, se puntuará hasta un máximo de 1,5 puntos. Por la obtención del resultado correcto, 1 punto.

Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, se puntuará con un 0.

**Problema 4.**

**a)** 3 puntos por el cálculo de la inversa de $A$. $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

**b)** 2 puntos por justificar que la matriz $B$ no tiene inversa.

**c)** 2 puntos por razonar que la matriz $AB$ no admite inversa.

**d)** 3 puntos por resolver la ecuación matricial cuya solución es $X = \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

**Problema 5.**

- **a)** 2 puntos por calcular el beneficio obtenido cuando se vende cada caja a 6 euros. (Sol: 5 euros)
- **b)** 2 puntos por calcular entre qué valores debe fijar el precio de venta de cada caja para obtener beneficios. (Sol: entre 5 y 11 euros)
- **c)** 2 puntos por calcular a qué precio ha de vender cada caja para que el beneficio sea máximo, 8 euros, y 1 punto por el valor máximo. (Sol: 9 euros)
- **d)** 3 puntos por determinar entre qué valores el beneficio crece y entre qué valores el beneficio decrece. (Sol: crece de 0 a 8 euros y decrece a partir de 8 euros)

**Problema 6.**

- **a)** De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada: 0,067
- **b)** De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada: 0,0021
- **c)** De 0 a 3 puntos por el cálculo del porcentaje solicitado: 4,8%

En todos los apartados, si el planteamiento y/o la fórmula utilizada son correctos, se puntuará hasta un máximo de 2 puntos en los apartados a) y c) y hasta un máximo de 4 puntos el aparatado b). Por la obtención del resultado correcto, 1 punto.
Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, se puntuará con un 0.
Si en el apartado c) no se expresa la solución en porcentaje, se puntuará hasta un máximo de 2 puntos.

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2020** | CONVOCATORIA: JULIO 2020 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

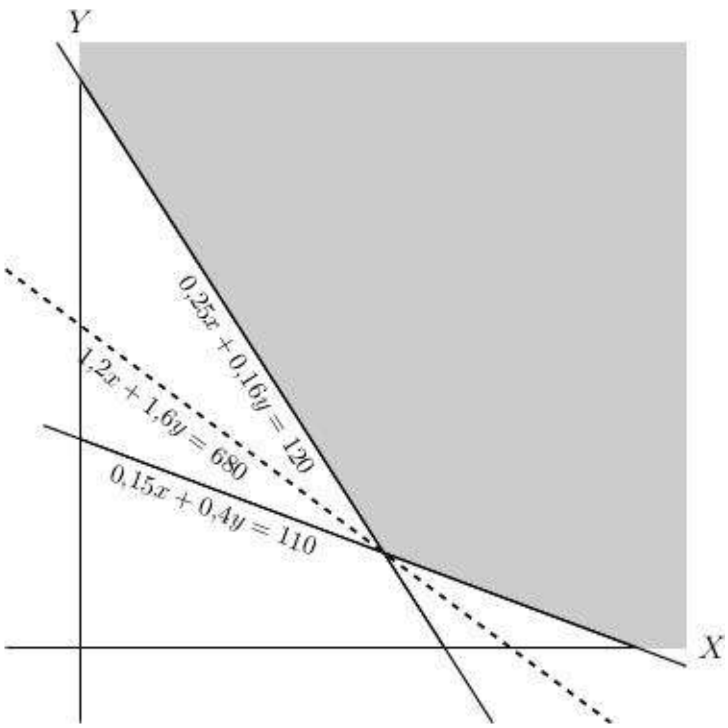
**S'han de contestar tres problemas d'entre els sis proposats.**
**Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**
**Si algun/a alumne/a contesta més de tres problemes, es qualificarà únicament els tres primers escollits, independentment de si ha finalitzat o no la seua realització. En el seu cas, es farà constar en l'apartat d'observacions que s'han contestat més problemes dels que es demanava.**

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

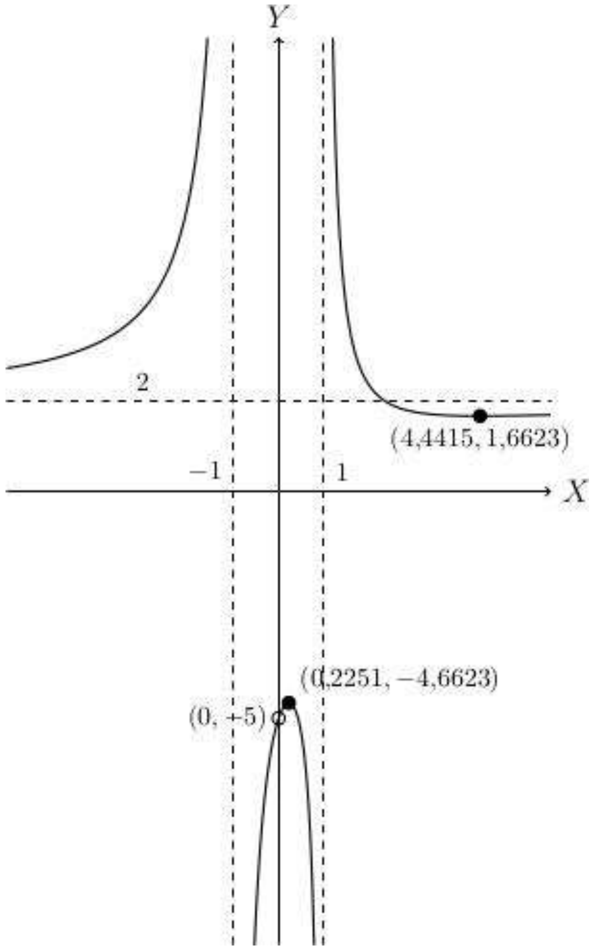
**Problema 1.** Per l'obtenció de la funció a minimitzar, de 0 a 2 punts: $F(x,y) = 1{,}2x + 1{,}6y$.
Pel plantejament del problema, de 0 a 3 punts amb el següent criteri: 2 restriccions correctes, 3 punts; 1 restricció correcta, 1,5 punts (sense considerar les de no negativitat).

Minimitzar $F(x,y) = 1{,}2x + 1{,}6y$ subjecta a les restriccions $\begin{cases} 0{,}25x & +0{,}16y & \geq 120, \\ 0{,}15x & +0{,}40y & \geq 110, \end{cases}$ amb $x, y \geq 0$.

De 0 a 3 punts per la determinació de la regió factible.
Polítop no fitat de vèrtexs $(400{,}125)$, $(733{,}33{,}0)$ i $(0{,}750)$ limitat per les rectes $x = 0$ i $y = 0$.
De 0 a 1 punts per l'obtenció del punt que minimitza. De 0 a 1 punt per l'obtenció del cost mínim.
$x^* = 400, y^* = 125.$ $Cost\ mínim$: 680 euros
Si la solució s'obté per qualsevol altre mètode raonat i correcte, es puntuarà de 0 a 10 punts.



**Problema 2.**




**a)** De 0 a 2 punts per l'estudi del domini i els punts de tall amb els eixos coordenats.

Domini: $R \setminus \{-1,1\}$; tall amb els eixos el punt (0,-5).

**b)** De 0 a 1 punt pel càlcul de les asímptotes verticals $x=-1, x=1$. De 0 a 1 punt pel càlcul de les asímptotes horitzontals, $y=2$.

**c)** De 0 a 2 punts pel càlcul dels intervals de creixement i de decreixement.

Creixent en $\left]-\infty,-1\right[ \cup \left]-1,\frac{7-2\sqrt{10}}{3}\right[ \cup \left]\frac{7+2\sqrt{10}}{3},+\infty\right[$.

Decreixent en $\left]\frac{7-2\sqrt{10}}{3},1\right[ \cup \left]1,\frac{7+2\sqrt{10}}{3}\right[$.

**d)** De 0 a 2 punts pel càlcul dels màxims i mínims locals.

Màxim local en el punt $x=\frac{7-2\sqrt{10}}{3}\approx 0{,}2251$, $f(x)=-\frac{3}{2}-\sqrt{10}\approx -4{,}6623$. Mínim local en el punt $x=\frac{7+2\sqrt{10}}{3}\approx 4{,}4415$, $f(x)=\sqrt{10}-\frac{3}{2}\approx 1{,}6623$.

**e)** De 0 a 2 punts per la gràfica de la funció.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada: 3/10

**b)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada: 2/3

**c)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada: 4/7

**d)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada: 3/10

En tots els apartats, si el plantejament i/o la fórmula utilitzada són correctes, es puntuarà fins a un màxim d'1,5 punts. Per l'obtenció del resultat correcte, 1 punt.

Si en algun apartat s'obté alguna probabilitat impossible, es puntuarà amb un 0.

**Problema 4.**

**a)** 3 punts pel càlcul de la inversa de $A$. $A^{-1}=\begin{pmatrix}-2 & 5\\ 1 & -2\end{pmatrix}$.

**b)** 2 punts per justificar que la matriu $B$ no té inversa.

**c)** 2 punts per raonar que la matriu $AB$ no admet inversa.

**d)** 3 punts per resoldre l'equació matricial la solución de la qual és $X=\begin{pmatrix}-2 & -5\\ 1 & 2\end{pmatrix}$.

**Problema 5.**

- **a)** 2 punts per calcular el benefici obtingut quan es ven cada caixa a 6 euros. (Sol: 5 euros)
- **b)** 2 punts per calcular entre quins valors ha de fixar el preu de venda de cada caixa per a obtindre beneficis. (Sol: entre 5 i 11 euros)
- **c)** 2 punts per calcular a quin preu ha de vendre cada caixa perquè el benefici siga màxim, 8 euros, i 1 punt pel valor màxim. (Sol: 9 euros)
- **d)** 3 punts per determinar entre quins valors el benefici creix i entre quins valors el benefici decreix. (Sol: creix de 0 a 8 euros i decreix a partir de 8 euros)

**Problema 6.**

- **a)** De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada: 0,067
- **b)** De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada: 0,0021
- **c)** De 0 a 3 punts pel càlcul del percentatge sol·licitat: 4,8%

En tots els apartats, si el plantejament i/o la fórmula utilitzada són correctes, es puntuarà fins a un màxim de 2 punts en els apartats a) i c) i fins a un màxim de 4 punts l'apartat b). Per l'obtenció del resultat correcte, 1 punt.
Si en algun apartat s'obté alguna probabilitat impossible, es puntuarà amb un 0.
Si en l'apartat c) no s'expressa la solució en percentatge, es puntuarà fins a un màxim de 2 punts.

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2020** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2020 |
|---|---|
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**L'alumne triarà només TRES problemes entre els sis proposats.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
**BAREMO DEL EXAMEN:**
**El alumno elegirá solo TRES problemas entre los seis propuestos.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

**Problema 1.** Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} x+ay+2z &= 3 \\ x-3y+az &= -2, \\ x+y+2z &= a \end{cases}$ on $a$ és un paràmetre real.
**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors del paràmetre $a$ per als quals el sistema és compatible. (4 *punts*)
b) La solució del sistema quan $a = 0$. (3 *punts*)
c) Les solucions del sistema en el cas en què siga compatible indeterminat. (3 *punts*)

**Problema 2.** Ens donen els plans $\pi: x+y=1$ i $\pi': x-y+z=1$ i el punt $P(1,-1,0)$.
**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Unes equacions paramètriques de la recta r que passa pel punt P i és paral·lela als plans $\pi$ i $\pi'$. (3 *punts*)
b) La distància de la recta r a cada un dels plans $\pi$ i $\pi'$. (3 *punts*)
c) Les equacions de la recta que passa per P i talla perpendicularment la recta obtinguda com a intersecció dels plans $\pi$ i $\pi'$. (4 *punts*)

**Problema 3.** Donada la funció $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$, **obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El domini de definició i les asímptotes de la funció $f$. (3 *punts*)
b) Els intervals de creixement i de decreixement, així com la representació gràfica de la funció. (3 +1 *punts*)
c) El valor de $\int_2^3 f(x)\,dx$. (3 *punts*)

**Problema 4.** Siga $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La justificació que $A$ té inversa i el càlcul de dita matriu inversa. (3 *punts*)

b) Dos constants $a, b$ de manera que $A^{-1} = A^2 + aA + bI$. Es pot usar (sense comprovar-ho) que $A$ verifica l'equació $A^3 - 3A^2 + 3A - I = 0$ sent $I$ la matriu identitat. (3 *punts*)

c) El valor de $\lambda$ perquè el sistema d'equacions $(A - \lambda I) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ tinga infinites solucions.

Per aquest valor de $\lambda$ trobar totes les solucions del sistema. (2+2 *punts*)

**Problema 5.** Es donen les rectes $r: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \lambda, \ \lambda \in \boldsymbol{R}, \\ z = 2\lambda \end{cases}$ $s: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ i el pla $\pi: 3x + ay - z + 1 = 0$.

**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Si hi ha algun valor del paràmetre $a$ per al qual la recta $r$ està continguda en el pla $\pi$. (4 *punts*)

b) La distància entre les rectes $r$ i $s$. (3 *punts*)

c) El cosinus de l'angle que formen la recta $r$ i la recta $t: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ y - z = 2 \end{cases}$. (3 *punts*)

**Problema 6.** Els vèrtexs d'un triangle són $A(0,12)$, $B(-5,0)$ i $C(5,0)$. Es desitja construir un rectangle inscrit en el triangle anterior, de costats paral·lels als eixos coordenats i dos dels vèrtexs del qual tenen coordenades $(-x, 0)$, $(x, 0)$, sent $0 \leq x \leq 5$. Els altres dos vèrtexs estan situats en els segments $AB$ i $AC$. **Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'expressió $f(x)$ de l'àrea del rectangle anterior. (4 *punts*)

b) El valor de $x$ per al qual aquesta àrea és màxima i les dimensions del rectangle obtingut. (3 *punts*)

c) La proporció entre l'àrea del rectangle anterior i l'àrea del triangle. (3 *punts*)

**Problema 1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + ay + 2z & = & 3 \\ x - 3y + az & = & -2 \\ x + y + 2z & = & a \end{cases}$, donde $a$ es un parámetro real.

**Obtener razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de $a$ para los cuales el sistema es compatible. (4 *puntos*)
b) La solución del sistema cuando $a = 0$. (3 *puntos*)
c) Las soluciones del sistema en el caso en que sea compatible indeterminado. (3 *puntos*)

**Problema 2.** Se dan los planos $\pi: x + y = 1$ y $\pi': x - y + z = 1$ y el punto $P(1, -1, 0)$.
**Obtener razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Unas ecuaciones paramétricas de la recta r que pasa por el punto P y es paralela a los planos $\pi$ y $\pi'$. (3 *puntos*)
b) La distancia de la recta r a cada uno de los planos $\pi$ y $\pi'$. (3 *puntos*)
c) Las ecuaciones de la recta que pasa por P y corta perpendicularmente a la recta obtenida como intersección de los planos $\pi$ y $\pi'$. (4 *puntos*)

**Problema 3.** Dada la función $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$, **obtener razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El dominio de definición y las asíntotas de la función $f$. (3 *puntos*)
b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como la representación gráfica de la función. (3 +1 *puntos*)
c) El valor de $\int_2^3 f(x)dx$. (3 *puntos*)

**Problema 4.** Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.
**Obtener razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La justificación de que $A$ tiene inversa y el cálculo de dicha matriz inversa. ( 3 *puntos*)
b) Dos constantes $a, b$ de modo que $A^{-1} = A^2 + aA + bI$. Se puede usar (sin comprobarlo) que $A$ verifica la ecuación $A^3 - 3A^2 + 3A - I = 0$ siendo $I$ la matriz identidad. (3 *puntos*)
c) El valor de $\lambda$ para que el sistema de ecuaciones $(A - \lambda I) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ tenga infinitas soluciones.
Para dicho valor de $\lambda$ hallar todas las soluciones del sistema. (2+2 *puntos*)

**Problema 5.** Se dan las rectas $r: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \lambda, \; \lambda \in \boldsymbol{R} \\ z = 2\lambda \end{cases}$, $s: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ y el plano $\pi: 3x + ay - z + 1 = 0$.
**Obtener razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Si hay algún valor del parámetro $a$ para el cual la recta $r$ está contenida en el plano π. (4 *puntos*)
b) La distancia entre las rectas $r$ y $s$. (3 *puntos*)
c) El coseno del ángulo que forman la recta $r$ y la recta $t$: $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ y - z = 2 \end{cases}$. (3 *puntos*)

**Problema 6.** Los vértices de un triángulo son $A(0,12)$, $B(-5,0)$ y $C(5,0)$. Se desea construir un rectángulo inscrito en el triángulo anterior, de lados paralelos a los ejes coordenados y dos de cuyos vértices tienen coordenadas $(-x,0)$, $(x,0)$, siendo $0 \leq x \leq 5$. Los otros dos vértices están situados en los segmentos $AB$ y $AC$.

**Obtener razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La expresión $f(x)$ del área del rectángulo anterior. (4 *puntos*)

b) El valor de $x$ para el cual dicha área es máxima y las dimensiones del rectángulo obtenido. (3 *puntos*)

c) La proporción entre el área del rectángulo anterior y el área del triángulo. (3 *puntos*)

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2020** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2020 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
**L'alumne triarà només TRES problemes entre els sis proposats.**
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
Es corregiran les tres primeres preguntes que es responguin, llevat que alguna estigui clarament ratllada.
**BAREMO DEL EXAMEN:**
**El alumno elegirá solo TRES problemas entre los seis propuestos.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.
Se corregirán las tres primeras preguntas que se contesten, a menos que alguna esté claramente tachada.

**Problema 1.** Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} x+ay+2z &= 3 \\ x-3y+az &= -2, \\ x+y+2z &= a \end{cases}$ on $a$ és un paràmetre real.
**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors del paràmetre $a$ per als quals el sistema és compatible. (4 *punts*)
b) La solució del sistema quan $a=0$. (3 *punts*)
c) Les solucions del sistema en el cas en què siga compatible indeterminat. (3 *punts*)

**Solució.** a) El sistema és compatible determinat si $a \neq 1,2$ i compatible indeterminat si $a=2$. b) $x=-11, y=-3, z=7$. c) Si $a=2$ la solució es $x=1-2\lambda, y=1, z=\lambda,\ \lambda \in \boldsymbol{R}$.

**Problema 2.** Ens donen els plans $\pi: x+y=1$ i $\pi': x-y+z=1$ i el punt $P(1,-1,0)$.
**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Unes equacions paramètriques de la recta r que passa pel punt P i és paral·lela als plans $\pi$ i $\pi'$. (3 *punts*)
b) La distància de la recta r a cada un dels plans $\pi$ i $\pi'$. (3 *punts*)
c) Les equacions de la recta que passa per P i talla perpendicularment la recta obtinguda com l' intersecció dels plans $\pi$ i $\pi'$. (4 *punts*)

**Solució.** a) $x=1-\lambda, y=-1+\lambda, z=2\lambda$. b) $d(r,\pi)=\frac{1}{\sqrt{2}},\ d(r,\pi')=\frac{1}{\sqrt{3}}$. c) $x=1+\lambda, y=-1+5\lambda, z=-2\lambda,\ \lambda \in \boldsymbol{R}$.

**Problema 3.** Donada la funció $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$, **obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El domini de definició i les asímptotes de la funció $f$. (3 *punts*)
b) Els intervals de creixement i de decreixement, així com la representació gràfica de la funció. (3 +1 *punts*)
c) El valor de $\int_2^3 f(x)dx$. (3 *punts*)

**Solució.** a) Domini $(-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$. Asímptotes verticals $x=-1,\ x=1$.
Asímptotes horitzontals $y=-1,\ y=1$. b) $f$ és sempre decreixent. c) $2\sqrt{2}-\sqrt{3} \cong 1.0964$.

**Problema 4.** Siga $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.
**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La justificació que $A$ té inversa i el càlcul de dita matriu inversa. (3 *punts*)
b) Dos constants $a, b$ de manera que $A^{-1} = A^2 + aA + bI$. Es pot usar (sense comprovar-ho) que $A$ verifica l'equació $A^3 - 3A^2 + 3A - I = 0$ sent $I$ la matriu identitat. (3 *punts*)
c) El valor de $\lambda$ perquè el sistema d'equacions $(A-\lambda I)\cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ tinga infinites solucions.
Per aquest valor de $\lambda$ trobar totes les solucions del sistema. (2+2 *punts*)

**Solució.** a) $\det(A) = 1$ per tant $A$ es no singular. $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$. b) $A(A^2 - 3A + 3I) = I$ d'on s'obté que $A^{-1} = A^2 - 3A + 3I$ i $a = -3, b = 3$. c) $\lambda = 1$, solució $x = \alpha, y = 0, z = \beta$.

**Problema 5.** Es donen les rectes $r: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \lambda,\ \lambda \in \boldsymbol{R}, \\ z = 2\lambda \end{cases}$ $s: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ i el pla $\pi: 3x + ay - z + 1 = 0$.
**Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Si hi ha algun valor del paràmetre $a$ per al qual la recta $r$ està continguda en el pla $\pi$. (4 *punts*)
b) La distància entre les rectes $r$ i $s$. (3 *punts*)
c) El cosinus de l'angle que formen la recta $r$ i la recta $t: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ y - z = 2 \end{cases}$. (3 *punts*)

**Solució.** a) No hi ha cap valor de $a$. b) $d(r,s) = \frac{10}{\sqrt{29}}$. c) Els vectors directors de $r$ i $t$ son $(0,1,2)$ i $(1,2,2)$, d'on el cosinus del angle demanat és $\frac{(0,1,2)\cdot(1,2,2)}{\|(0,1,2)\|\|(1,2,2)\|} = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

**Problema 6.** Els vèrtexs d'un triangle són $A(0,12)$, $B(-5,0)$ i $C(5,0)$. Es desitja construir un rectangle inscrit en el triangle anterior, de costats paral·lels als eixos coordenats i dos dels vèrtexs del qual tenen coordenades $(-x,0)$, $(x,0)$, sent $0 \le x \le 5$. Els altres dos vèrtexs estan situats en els segments $AB$ i $AC$. **Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'expressió $f(x)$ de l'àrea del rectangle anterior. (4 *punts*)
b) El valor de $x$ per al qual aquesta àrea és màxima i les dimensions del rectangle obtingut. (3 *punts*)
c) La proporció entre l'àrea del rectangle anterior i l'àrea del triangle. (3 *punts*)

**Solució.** a) $f(x) = \frac{24x(5-x)}{5}$. b) $x = \frac{5}{2}$, la base mesura 5 i l'altura 6. c) L'àrea del rectangle és 30 i la del triangle 60. La proporció és 0.5.

**Problema 1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x+ay+2z &= 3 \\ x-3y+az &= -2 \\ x+y+2\,z &= a \end{cases}$, donde $a$ es un parámetro real.

**Obtener razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de $a$ para los cuales el sistema es compatible. (4 *puntos*)
b) La solución del sistema cuando $a=0$. (3 *puntos*)
c) Las soluciones del sistema en el caso en que sea compatible indeterminado. (3 *puntos*)

**Solución.** a) El sistema es compatible determinado si $a \neq 1{,}2$ y compatible indeterminado si $a=2$. b) $x=-11, y=-3, z=7$. c) Si $a=2$ la solución es $x=1-2\lambda, y=1, z=\lambda$.

**Problema 2.** Se dan los planos $\pi: x+y=1$ y $\pi': x-y+z=1$ y el punto $P(1,-1,0)$.
**Obtener razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Unas ecuaciones paramétricas de la recta r que pasa por el punto P y es paralela a los planos $\pi$ y $\pi'$. (3 *puntos*)
b) La distancia de la recta r a los planos $\pi$ y $\pi'$. (3 *puntos*)
c) Las ecuaciones de la recta que pasa por P y corta perpendicularmente a la recta obtenida como intersección de los planos $\pi$ y $\pi'$.
(4 *puntos*)

**Solución.** a) $x=1-\lambda, y=-1+\lambda, z=2\lambda$. b) $d(r,\pi)=\frac{1}{\sqrt{2}}, d(r,\pi')=\frac{1}{\sqrt{3}}$. c) $x=1+\lambda, y=-1+5\lambda,$ $z=-2\lambda$.

**Problema 3.** Dada la función $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$, **obtener razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El dominio de definición y las asíntotas de la función $f$. (3 *puntos*)
b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como la representación gráfica de la función. (3 +1 *puntos*)
c) El valor de $\int_2^3 f(x)dx$. (3 *puntos*)

**Solución.** a) Dominio $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$. Asíntotas verticales $x=-1$, $x=1$. Asíntotas horizontales $y=-1, y=1$. b) $f$ es siempre decreciente. c) $2\sqrt{2}-\sqrt{3} \cong 1.0964$.

**Problema 4.** Sea $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 2 & 1\end{bmatrix}$.
**Obtener razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La justificación de que $A$ tiene inversa y el cálculo de dicha matriz inversa. (3 *puntos*)
b) Dos constantes $a,b$ de modo que $A^{-1}= A^2+aA+bI$. Se puede usar (sin comprobarlo) que $A$ verifica la ecuación $A^3-3A^2+3A-I=0$ siendo $I$ la matriz identidad. (3 *puntos*)
c) El valor de $\lambda$ para que el sistema de ecuaciones $(A-\lambda I)\cdot\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$ tenga infinitas soluciones. Para dicho valor de $\lambda$ hallar todas las soluciones del sistema. (2+2 *puntos*)

**Solución.** a) $\det(A)=1$ luego $A$ es no singular. $A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & -2 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & -2 & 1\end{bmatrix}$. b) $A(A^2-3A+3I)=I$ de donde se obtiene que $A^{-1}=A^2-3A+3I$ y $a=-3, b=3$. c) $\lambda=1$, solución $x=\alpha, y=0, z=\beta$.

**Problema 5.** Se dan las rectas $r\colon \begin{cases} x = 1 \\ y = 2+\lambda,\ \lambda \in \boldsymbol{R}, \\ z = 2\lambda \end{cases}$ $s\colon \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ y el plano $\pi\colon 3x + ay - z + 1 = 0$. **Obtener razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Si hay algún valor del parámetro $a$ para el cual la recta $r$ está contenida en el plano π. (4 *puntos*)
b) La distancia entre las rectas $r$ y $s$. (3 *puntos*)
c) El coseno del ángulo que forman la recta $r$ y la recta $t\colon \begin{cases} 2x - y = 0 \\ y - z = 2 \end{cases}$. (3 *puntos*)

**Solución.** a) No hay ningun valor de $a$. b) $d(r,s) = \frac{10}{\sqrt{29}}$. c) Los vectores directores de $r$ y $t$ son (0,1,2) y (1,2,2), luego el coseno del ángulo pedido es $\frac{(0,1,2)\cdot(1,2,2)}{\|(0,1,2)\|\|(1,2,2)\|} = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

**Problema 6.** Los vértices de un triángulo son $A(0,12)$, $B(-5,0)$ y $C(5,0)$. Se desea construir un rectángulo inscrito en el triángulo anterior, de lados paralelos a los ejes coordenados y dos de cuyos vértices tienen coordenadas $(-x,0)$, $(x,0)$, siendo $0 \le x \le 5$. Los otros dos vértices están situados en los segmentos $AB$ y $AC$.
**Obtener razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La expresión $f(x)$ del área del rectángulo anterior. (4 *puntos*)
b) El valor de $x$ para el cual dicha área es máxima y las dimensiones del rectángulo obtenido. (3 *puntos*)
c) La proporción entre el área del rectángulo anterior y el área del triángulo. (3 *puntos*)

**Solución.** a) $f(x) = \frac{24x(5-x)}{5}$. b) $x = \frac{5}{2}$, la base mide 5 y la altura 6. c) El área del rectángulo es 30 y la del triángulo 60. La proporción es 0.5.

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2020** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2020 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREMO DEL EXAMEN: **Se han de contestar tres problemes de entre los seis propuestos.** Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Una fábrica de juguetes artesanales produce camiones, marionetas y rompecabezas de madera. Para fabricar un camión necesita dos kilos de madera y tres horas de trabajo, mientras que para una marioneta necesita quinientos gramos de madera y cuatro horas de trabajo. En el caso de los rompecabezas necesita ochocientos gramos de madera y tres horas y media de trabajo para producir uno. Durante una semana, la empresa ha puesto en el mercado 89 juguetes utilizando exactamente 91 kilos de madera y 313 horas de trabajo. Determina el número de camiones, de marionetas y de rompecabezas producidos.

*(Planteamiento correcto 5 puntos – Resolución correcta 5 puntos)*

**Problema 2.** Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$, se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*
*e)* La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores. *(2 puntos)*

**Problema 3.** De dos sucesos $A$ y $B$ se sabe que satisfacen que $P(A) = 0{,}4$, $P(A \cup B) = 0{,}8$ y $P(A^C \cup B^C) = 0{,}7$, donde $A^C$ y $B^C$ representan los sucesos complementarios de los sucesos $A$ y $B$, respectivamente. Se pide:

a) ¿Son independientes los sucesos $A$ y $B$? *(2,5 puntos)*
b) La probabilidad de que solo se verifique uno de los sucesos. *(2,5 puntos)*
c) La probabilidad de que se verifique el suceso $B^c$. *(2,5 puntos)*
d) La probabilidad de que se verifique el suceso $A^c/B$. *(2,5 puntos)*

**Problema 4.** Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) Calcula $(AB)^{-1}$. *(4 puntos)*

b) Calcula $C + AB$. *(2 puntos)*

c) ¿Son iguales las matrices $C^{-1} + (AB)^{-1}$ y $(C + AB)^{-1}$? *(4 puntos)*

**Problema 5.** Una tienda de alquiler de bicicletas dispone mensualmente de 350 bicicletas. Haciendo un estudio entre los ingresos y los costes de explotación se ha determinado que los beneficios mensuales, en euros, se ajustan a la función

$$f(x) = 350x - x^2 - 15000,$$

siendo $x$ el número de bicicletas alquiladas en un mes.

a) Calcula el número de bicicletas que hay que alquilar cada mes para obtener un beneficio máximo. *(3 puntos)*

b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(2 puntos)*

c) Determina a partir de qué cantidad de bicicletas alquiladas el taller obtiene beneficios. *(2,5 puntos)*

d) ¿Puede tener pérdidas a pesar de alquilar una cantidad mayor de bicicletas que la obtenida en el apartado anterior? *(2,5 puntos)*

**Problema 6.** En una determinada ciudad, se sabe que el 80% de los hogares están formados por más de una persona. Se sabe también que el 30% de los hogares de esa ciudad están suscritos al canal *Panoramix*. Por último, se sabe que el 20% de los hogares están formados por más de una persona y están suscritos al canal *Panoramix.* Seleccionamos al azar un hogar de esta ciudad.

a) Calcula la probabilidad de que el hogar seleccionado no esté suscrito al canal *Panoramix.*

b) Calcula la probabilidad de que el hogar seleccionado esté formado por una única persona y también esté suscrito al canal *Panoramix.*

c) Si sabemos que el hogar seleccionado está formado por una única persona, ¿cuál es la probabilidad de que esté suscrito al canal *Panoramix*?

d) Si sabemos que el hogar seleccionado está suscrito al canal *Panoramix*, ¿cuál es la probabilidad de que esté formado por más de una persona?

*(Cada apartado puntúa 2,5 puntos)*

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2020** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2020 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREM DE L'EXAMEN **: S'han de contestar tres problemes d'entre els sis proposats.** Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'utilitze o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics hauran d'estar sempre degudament justificats. Està permés l'ús de regla. Les gràfiques es faran amb el mateix color que la resta de l'examen.

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

**Problema 1.** Una fàbrica de joguets artesanals produeix camions, titelles i trencaclosques de fusta. Per a fabricar un camió necessita dos quilos de fusta i tres hores de treball, mentres que per a una titella necessita cinc-cents grams de fusta i quatre hores de treball. Pel que fa als trencaclosques, necessita huit-cents grams de fusta i tres hores i mitja de treball per a produir-ne un. Durant una setmana, l'empresa ha posat en el mercat 89 joguets tot utilitzant exactament 91 quilos de fusta i 313 hores de treball. Determina el nombre de camions, de titelles i de trencaclosques produïts.

*(Plantejament correcte 5 punts – Resolució correcta 5 punts)*

**Problema 2.** Donada la funció $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$, es demana:

a) El seu domini i els punts de tall amb els eixos coordenats. *(2 punts)*
b) Les asímptotes hortizontals i verticals, si n'hi ha. *(2 punts)*
c) Els intervals de creixement i decreixement. *(2 punts)*
d) Els màxims i mínims locals. *(2 punts)*
e) La representació gràfica de la funció a partir dels resultats obtinguts en els apartats anteriors. *(2 punts)*

**Problema 3.** De dos successos $A$ i $B$ se sap que satisfan que $P(A) = 0{,}4$, $P(A \cup B) = 0{,}8$ i $P(A^C \cup B^C) = 0{,}7$, on $A^C$ i $B^C$ representen els successos complementaris dels successos $A$ i $B$, respectivament. Es demana:

a) Són independents els successos $A$ i $B$? *(2,5 punts)*
b) La probabilitat que només es verifique un dels successos. *(2,5 punts)*
c) La probabilitat que es verifique el succés $B^c$. *(2,5 punts)*
d) La probabilitat que es verifique el succés $A^c/B$. *(2,5 punts)*

**Problema 4.** Donades les matrius

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

es demana:

a) Calcula $(AB)^{-1}$. *(4 punts)*

b) Calcula $C + AB$. *(2 punts)*

c) Són iguals les matrius $C^{-1} + (AB)^{-1}$ i $(C + AB)^{-1}$? *(4 punts)*

**Problema 5.** Una botiga de lloguer de bicicletes disposa mensualment de 350 bicicletes. Tot fent un estudi entre els ingressos i els costos d'explotació s'ha determinat que els beneficis mensuals, en euros, s'ajusten a la funció

$$f(x) = 350x - x^2 - 15000,$$

sent $x$ el nombre de bicicletes llogades en un mes.

a) Calcula el nombre de bicicletes que s'han de llogar cada mes per a obtindre un benefici màxim. *(3 punts)*

b) Quin és aquest benefici màxim? *(2 punts)*

c) Determina a partir de quina quantitat de bicicletes llogades el taller obté beneficis. *(2,5 punts)*

d) Pot tindre pèrdues a pesar de llogar una quantitat major de bicicletes que l'obtinguda en l'apartat anterior? *(2,5 punts)*

**Problema 6.** En una determinada ciutat, se sap que el 80% de les llars estan formades per més d'una persona. Se sap també que el 30% de les llars d'aquesta ciutat estan subscrites al canal *Panoramix*. Per últim, se sap que el 20% de les llars estan formades per més d'una persona i estan subscrites al canal *Panoramix.* Seleccionem a l'atzar una llar d'aquesta ciutat.

a) Calcula la probabilitat que la llar seleccionada no estiga subscrita al canal *Panoramix.*

b) Calcula la probabilitat que la llar seleccionada estiga formada per una única persona i també estiga subscrita al canal *Panoramix.*

c) Si sabem que la llar seleccionada està formada per una única persona, quina és la probabilitat que estiga subscrita al canal *Panoramix*?

d) Si sabem que la llar seleccionada està subscrita al canal *Panoramix*, quina és la probabilitat que estiga formada per més d'una persona?

*(Cada apartat puntua 2,5 punts)*

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2020** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2020 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.**
**Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**
**Si algún/a alumno/a contesta más de tres problemas, se calificará únicamente los tres primeros escogidos, independientemente de si ha finalizado o no su realización. En su caso, se hará constar en el apartado de observaciones que se han contestado más problemas de los que se pedía.**

## Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

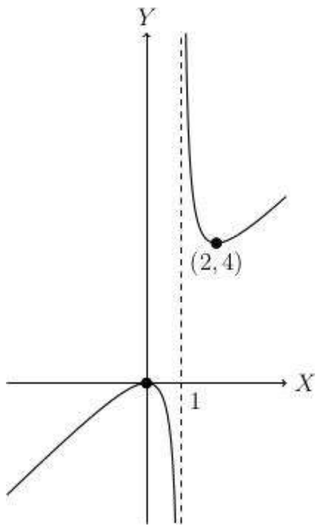
**Problema 1.** Por el planteamiento del problema, de 0 a 5 puntos con el siguiente criterio: 2 ecuaciones correctas, 3 puntos; 1 ecuación correcta, 1 punto.

$$\begin{cases} x + y + z = 89 \\ 2x + \frac{1}{2}y + \frac{4}{5}z = 91 \\ 3x + 4y + \frac{7}{2}z = 313 \end{cases}$$

De 0 a 5 puntos por la obtención de la solución del sistema de ecuaciones. 5 puntos si la solución es correcta para el sistema planteado por el alumno y no hay incoherencias (valores negativos, no enteros,…). Si la solución no es la del sistema planteado por el alumno, la puntuación máxima será de 2 puntos.

Si la solución obtenida es incoherente con el enunciado (valores negativos, no enteros,…), se puntuará esta parte con un 0.
Sol: $x = 23, y = 26, z = 40$.

**Problema 2.**




**a)** De 0 a 2 puntos por el estudio del dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados.
Dominio: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$; corte con los ejes el punto (0,0).

**b)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de las asíntotas. No existen asíntotas horizontales. Asíntota vertical $x = 1$. Se recuerda que no se piden las asíntotas oblicuas.

**c)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
Creciente en $]-\infty, 0[\ \cup\ ]2, +\infty[$; decreciente en $]0,1[\ \cup\ ]1,2[$.

**d)** De 0 a 2 puntos por el cálculo de los máximos y mínimos locales.

Mínimo local en el punto $x = 2, f(2) = 4$; máximo local en el punto $x = 0, f(0) = 0$.

**e)** De 0 a 2 puntos por la gráfica de la función.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 2,5 puntos por demostrar que no son independientes.

**b)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada: 0,5

**c)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada: 0,3

**d)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada: 0,5714 (4/7)

En todos los apartados, si el planteamiento y/o la fórmula utilizada son correctos, se puntuará hasta un máximo de 1,5 puntos. Por la obtención del resultado correcto, 1 punto.
Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, se puntuará con un 0.

**Problema 4.**

**a)** 1 punto por el cálculo del producto $AB = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ y 3 puntos por el cálculo de su inversa $(AB)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

**b)** 2 puntos por el cálculo de $C + AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

**c)** 4 puntos por demostrar que ambas matrices son iguales a la identidad.

**Problema 5.**

**a)** 3 puntos por el cálculo del número de bicicletas que hay que alquilar cada mes para obtener un beneficio máximo. (175 bicicletas)
**b)** 2 puntos por el cálculo del beneficio máximo. (15625 euros)
**c)** 2,5 puntos por determinar a partir de qué cantidad de bicicletas alquiladas el taller obtiene beneficios. (50 bicicletas)
**d)** 2,5 puntos por demostrar que puede tener pérdidas cuando se alquilan más de 300 bicicletas.

**Problema 6.**

**a)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada: 0,7
**b)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada: 0,1
**c)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada: 0,5
**d)** De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada: 2/3

En todos los apartados, si el planteamiento y/o la fórmula utilizada son correctos, se puntuará hasta un máximo de1,5 puntos. Por la obtención del resultado correcto, 1 punto.
Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, se puntuará con un 0.

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2020** | CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2020 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**S'han de contestar tres problemes d'entre els sis poposats.**
**Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica de les tres.**
**Si algun/a alumne/a contesta més de tres problemes, es qualificarà únicament els tres primers escollits, independentment de si ha finalitzat o no la seua realització. En el seu cas, es farà constar en l'apartat d'observacions que s'han contestat més problemes dels que es demanava.**

**Totes les respostes han de ser degudament raonades.**

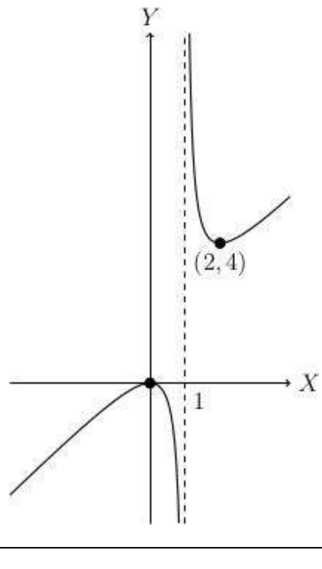
**Problema 1.** Pel plantejament del problema, de 0 a 5 punts amb el següent criteri: 2 equacions correctes, 3 punts; 1 equació correcta, 1 punt.

$$\begin{cases} x + y + z = 89 \\ 2x + \frac{1}{2}y + \frac{4}{5}z = 91 \\ 3x + 4y + \frac{7}{2}z = 313 \end{cases}$$

De 0 a 5 punts per l'obtenció de la solució del sistema d'equacions. 5 punts si la solució és correcta per al sistema plantejat per l'alumne i no hi ha incoherències (valors negatius, no enters,…). Si la solució no és la del sistema plantejat per l'alumne, la puntuació màxima serà de 2 punts.

Si la solució obtinguda és incoherent amb l'enunciat (valors negatius, no enters,…), es puntuarà aquesta part amb un 0.
Sol: $x = 23, y = 26, z = 40$.

**Problema 2.**




**a)** De 0 a 2 punts per l'estudi del domini i els punts de tall amb els eixos coordenats.
Domini: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$; talls amb els eixos el punt (0,0).

**b)** De 0 a 2 punts pel càlcul de les asímptotes. No existeixen asímptotes horitzontals. Asímptota vertical $x = 1$. Recordem que no es demana les asímptotes oblíques.

**c)** De 0 a 2 punts pel càlcul dels intervals de creixement i de decreixement.
Creixent en $]-\infty, 0[\ \cup\ ]2, +\infty[$; decreixent en $]0,1[\ \cup\ ]1,2[$.

**d)** De 0 a 2 punts pel càlcul dels màxims i mínims locals.
Mínim local en el punt $x = 2, f(2) = 4$; màxim local en el punt $x = 0$,

$f(0) = 0$.

**e)** De 0 a 2 punts per la gràfica de la funció.

**Problema 3.**

**a)** De 0 a 2,5 punts per demostrar que no són independents.
**b)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada: 0,5
**c)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada: 0,3
**d)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada: 0,5714 (4/7)

En tots els apartats, si el plantejament i/o la fórmula utilitzada són correctes, es puntuarà fins a un màxim d'1,5 punts. Per l'obtenció del resultat correcte, 1 punt.
Si en algun apartat s'obté alguna probabilitat impossible, es puntuarà amb un 0.

**Problema 4.**

**a)** 1 punt pel càlcul del producte $AB = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ i 3 punts pel càlcul de la seua inversa $(AB)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

**b)** 2 punts pel càlcul de $C + AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

**c)** 4 punts per demostrar que ambdues matrius són iguals a la identitat.

**Problema 5.**

**a)** 3 punts pel càlcul del nombre de bicicletes que s'han de llogar cada mes per a obtindre un benefici màxim. (175 bicicletes)
**b)** 2 punts pel càlcul del benefici màxim. (15625 euros)
**c)** 2,5 punts per determinar a partir de quina quantitat de bicicletes llogades el taller obté beneficis. (50 bicicletes)
**d)** 2,5 punts per demostrar que pot tindre pèrdues quan es lloguen més de 300 bicicletes.

**Problema 6.**

**a)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada: 0,7
**b)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada: 0,1
**c)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada: 0,5
**d)** De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada: 2/3

En tots els apartats, si el plantejament i/o la fórmula utilitzada són correctes, es puntuarà fins a un màxim d'1,5 punts. Per l'obtenció del resultat correcte, 1 punt.
Si en algun apartat s'obté alguna probabilitat impossible, es puntuarà amb un 0.

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2021** | CONVOCATORIA: JUNIO 2021 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
L'estudiantat contestarà només TRES problemes entre els sis proposats.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**BAREMO DEL EXAMEN:**
El alumnado contestará solo TRES problemas entre los seis propuestos.
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

**<u>En les respostes s'han d'escriure tots els passos del raonament utilitzat.</u>**

**Problema 1.** Donat el sistema d'equacions:

$$\begin{aligned} x + y + (a+1)z &= 2 \\ x + (a-1)y + 2z &= 1 \\ 2x + ay + z &= -1 \end{aligned}$$

a) Estudieu el sistema en funció dels valors del paràmetre real $a$. (5 punts)
b) Trobeu totes les solucions del sistema quan aquest siga compatible. (5 punts)

**Problema 2.** Es donen els plans $\pi_1\colon x + y + z = a - 1$, $\pi_2\colon 2x + y + az = a$ i $\pi_3\colon x + ay + z = 1$.

a) Determineu la posició relativa dels tres plans en funció del paràmetre $a$. (4 punts)
b) Per $a = 1$, calculeu, si existeix, la recta de tall entre els plans $\pi_1$ i $\pi_3$. (3 punts)
c) Per $a = 2$, calculeu, si existeix, la recta de tall entre els plans $\pi_1$ i $\pi_2$. (3 punts)

**Problema 3.** Considerem la funció $f(x) = \frac{x-1}{x(x+2)}$. Obteniu:

a) El domini i les asímptotes de la funció. (2 punts)
b) Els intervals de creixement i decreixement de $f(x)$. (4 punts)
c) La integral $\int f(x)dx$. (4 punts)

**Problema 4.** Donada la matriu $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & m \\ 0 & m & 0 \\ 2 & 1 & m^2+1 \end{bmatrix}$, es demana:

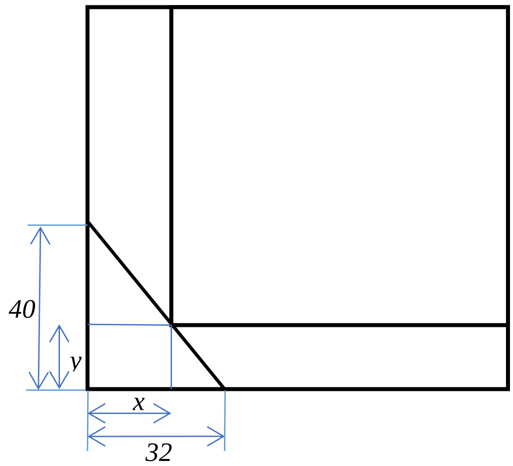
a) Obteniu el rang de la matriu en funció del paràmetre $m$. (4 punts)
b) Expliqueu quan la matriu $A$ és invertible. (2 punts)
c) Resoleu l'equació $XA = I$ on $I$ és la matriu identitat en el cas $m = 1$. (4 punts)

**Problema 5.** Donats el punt $P(1,2,3)$ i el pla $\pi \equiv 3x + 2y + z + 4 = 0$, es demana:

a) Calculeu la distància del punt $P$ al pla $\pi$. (2 punts)
b) Calculeu el punt $P'$ que és simètric del punt P respecte del pla $\pi$. (5 punts)
c) Calculeu l'equació del pla $\pi'$ que passa per $P'$ i és paral·lel a $\pi$. (3 punts)

**Problema 6.** Un espill pla, quadrat, de 80 cm de costat, s'ha trencat per un cantó seguint una línia recta. El tros desprès té forma de triangle rectangle de catets 32 cm i 40 cm respectivament. En l'espill trencat retallem una peça rectangular $R$, un del vèrtexs de la qual és el punt $(x, y)$ (vegeu la figura).

a) Trobeu l'àrea de la peça rectangular obtinguda com a funció de $x$, quan $0 \leq x \leq 32$. (4 punts)
b) Calculeu les dimensions que tindrà $R$ perquè la seua àrea siga màxima. (4 punts)
c) Calculeu el valor d'aquesta àrea màxima. (2 punts)



**<u>En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado</u>.**

**Problema 1.** Dado el sistema de ecuaciones:

$$x + y + (a+1)z = 2$$
$$x + (a-1)y + 2z = 1$$
$$2x + ay + z = -1$$

a) Estudiadlo en función de los valores del parámetro real $a$. (5 puntos)
b) Encontrad todas las soluciones del sistema cuando éste sea compatible. (5 puntos)

**Problema 2.** Se dan los planos $\pi_1: x + y + z = a - 1$, $\pi_2: 2x + y + az = a$ y $\pi_3: x + ay + z = 1$.

a) Determinad la posición relativa de los tres planos en función del parámetro $a$. (4 puntos)
b) Para $a = 1$, calculad, si existe, la recta de corte entre los planos $\pi_1$ y $\pi_3$. (3 puntos)
c) Para $a = 2$, calculad, si existe, la recta de corte entre los planos $\pi_1$ y $\pi_2$. (3 puntos)

**Problema 3.** Consideramos la función $f(x) = \frac{x-1}{x(x+2)}$. Obtened:

a) El dominio y las asíntotas de la función. (2 puntos)
b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$. (4 puntos)
c) La integral $\int f(x)dx$. (4 puntos)

**Problema 4.** Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & m \\ 0 & m & 0 \\ 2 & 1 & m^2+1 \end{bmatrix}$, se pide:

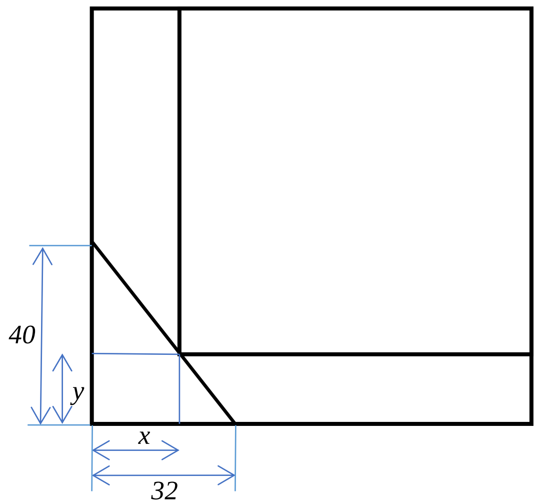
a) Obtened el rango de la matriz en función del parámetro $m$. (4 puntos)
b) Explicad cuándo la matriz A es invertible. (2 puntos)
c) Resolved la ecuación $XA = I$ donde I es la matriz identidad en el caso $m$=1. (4 puntos)

**Problema 5.** Dados el punto $P(1,2,3)$ y el plano $\pi \equiv 3x + 2y + z + 4 = 0$, se pide:

a) Calculad la distancia del punto $P$ al plano $\pi$. (2 puntos)
b) Calculad el punto $P'$ que es simétrico del punto $P$ respecto del plano $\pi$. (5 puntos)
c) Calculad la ecuación del plano $\pi'$ que pasa por $P'$ y es paralelo a $\pi$. (3 puntos)

**Problema 6.** Un espejo plano, cuadrado, de 80 cm de lado, se ha roto por una esquina siguiendo una línea recta. El trozo desprendido tiene forma de triángulo rectángulo de catetos 32 cm y 40 cm respectivamente. En el espejo roto recortamos una pieza rectangular $R$, uno de cuyos vértices es el punto $(x, y)$ (véase la figura).

a) Hallad el área de la pieza rectangular obtenida como función de $x$, cuando $0 \leq x \leq 32$. (4 puntos)
b) Calculad las dimensiones que tendrá $R$ para que su área sea máxima. (4 puntos)
c) Calculad el valor de dicha área máxima. (2 puntos)



| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2021** | CONVOCATORIA: JUNIO 2021 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN

**BAREM DE L'EXAMEN:**
L'estudiantat contestarà només TRES problemes entre els sis proposats.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**BAREMO DEL EXAMEN:**
El alumnado contestará solo TRES problemas entre los seis propuestos.
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

**En les respostes s'han d'escriure tots els passos del raonament utilitzat.**

**Problema 1.** Donat el sistema d'equacions:

$$x + y + (a+1)z = 2$$
$$x + (a-1)y + 2z = 1$$
$$2x + ay + z = -1$$

a) Estudieu el sistema en funció dels valors del paràmetre real $a$. (5 punts)
b) Trobeu totes les solucions del sistema quan aquest siga compatible. (5 punts)

**Solució.** a) El determinant del sistema és $\Delta = (2+a)(2-a)$. Si $a \neq -2{,}2$ el sistema és compatible determinat. Si $a = 2$ el sistema és compatible indeterminat. Si $a = -2$ el sistema és incompatible. b) Si $a \neq -2{,}2$,
$x = \frac{-(3+2a)}{a+2},\ y = \frac{3}{a+2},\ z = \frac{4}{a+2}$. Si $a = 2, x = -1-\lambda,\ y = \lambda,\ z = 1$.

**Problema 2.** Es donen els plans $\pi_1: x + y + z = a - 1$, $\pi_2: 2x + y + az = a$ i $\pi_3: x + ay + z = 1$.

a) Determineu la posició relativa dels tres plans en funció del paràmetre $a$. (4 punts)
b) Per $a = 1$, calculeu, si existeix, la recta de tall entre els plans $\pi_1$ i $\pi_3$. (3 punts)
c) Per $a = 2$, calculeu, si existeix, la recta de tall entre els plans $\pi_1$ i $\pi_2$. (3 punts)

**Solució.** a) El determinant del sistema corresponent a les equacions dels tres plans és $\Delta = (1-a)(a-2)$. Si $a \neq 1{,}2$ els tres plànols es tallen en un punt. Si $a$ =1 $\pi_1$ i $\pi_3$ són paral·lels i $\pi_2$ talla a tots dos. Si $a$ =2 els tres plànols es tallen en una recta. b) No existeix. c) Recta $\begin{cases} x + z = 1 \\ y = 0 \end{cases}$

**Problema 3.** Considerem la funció $f(x) = \frac{x-1}{x(x+2)}$. Obteniu:

a) El domini i les asímptotes de la funció. (2 punts)
b) Els intervals de creixement i decreixement de $f(x)$. (4 punts)
c) La integral $\int f(x)dx$. (4 punts)

**Solució.** a) El domini és $R\backslash\{-2,0\}$. Té asímptotes verticals en $x = 0$, $x = -2$. La recta $y = 0$ és una asímptota horitzontal. Es valorarà amb un punt el càlcul del domini i les asímptotes verticals i amb un punt el càlcul de l'asímptota horitzontal. b) La funció creix en els intervals $(1-\sqrt{3}, 0), (0, 1+\sqrt{3})$ i decreix en els intervals $(-\infty, -2), (-2, 1-\sqrt{3}), (1+\sqrt{3}, +\infty)$. S'assignen dos punts a la discussió correcta del signe de la derivada i altres dos punts a la descripció correcta dels intervals. c) Es valorarà amb dos punts la descomposició $f(x) = -\frac{1}{2x} + \frac{3}{2}\frac{1}{x+2}$ i s'assignen els altres dos punts al càlcul correcte de la integral $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{(x+2)^3}{x}\right| + C$.

**Problema 4.** Donada la matriu $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & m \\ 0 & m & 0 \\ 2 & 1 & m^2+1 \end{bmatrix}$, es demana:

a) Obteniu el rang de la matriu en funció del paràmetre $m$. (4 punts)
b) Expliqueu quan la matriu $A$ és invertible. (2 punts)
c) Resoleu l'equació $XA = I$ on $I$ és la matriu identitat en el cas $m = 1$. (4 punts)

**Solució.** a) $\det(A) = -m(m+1)^2$. Si $m \neq 0, -1$ el rang és 3 i 2 en un altre cas. b) $A$ és invertible quan el rang és 3. c) $X = 1/4\begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & -5 & 1 \end{bmatrix}$.

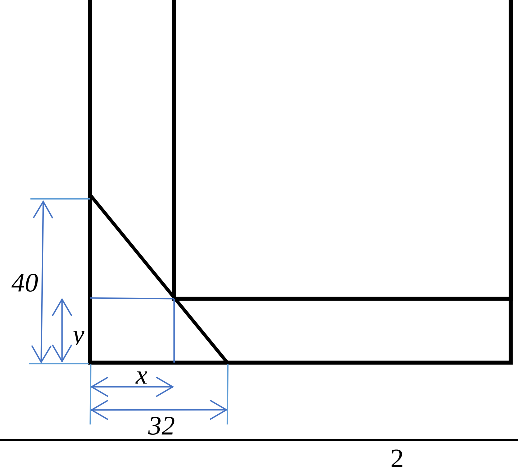
**Problema 5.** Donats el punt $P(1,2,3)$ i el pla $\pi \equiv 3x + 2y + z + 4 = 0$, es demana:

a) Calculeu la distància del punt $P$ al pla $\pi$. (2 punts)
b) Calculeu el punt $P'$ que és simètric del punt P respecte del pla $\pi$. (5 punts)
c) Calculeu l'equació del pla $\pi'$ que passa per $P'$ i és paral·lel a $\pi$. (3 punts)

**Solució.** a) $d(P,\pi) = \sqrt{14}$. b) El punt mitjà entre $P$ i $P'$ és $(-2,0,2)$ d'on es dedueix que $P'(-5,-2,1)$. c) $\pi' \equiv 3x + 2y + z + 18 = 0$.

**Problema 6.** Un espill pla, quadrat, de 80 cm de costat, s'ha trencat per un cantó seguint una línia recta. El tros després té forma de triangle rectangle de catets 32 cm i 40 cm respectivament. En l'espill trencat retallem una peça rectangular $R$, un del vèrtexs de la qual és el punt $(x, y)$ (vegeu la figura).

a) Trobeu l'àrea de la peça rectangular obtinguda com a funció de $x$, quan $0 \leq x \leq 32$. (4 punts)
b) Calculeu les dimensions que tindrà $R$ perquè la seua àrea siga màxima. (4 punts)
c) Calculeu el valor d'aquesta àrea màxima. (2 punts)



**Solució.** Per semblança de triangles $\frac{32-x}{y}=\frac{32}{40}$ d'on $y=\frac{5(32-x)}{4}$. L'àrea de l'espill rectangular és $A=(80-x)\left(80-\frac{5(32-x)}{4}\right)$. El màxim absolut d'aquesta funció en l'interval [0,32] cal buscar-lo entre el valor de $x$ que anul·la la derivada, $x=24$ amb $A=3920$, i els valors $x=0$ amb $A=3200$ i $x=32$ amb $A=3840$. Per tant, el seu màxim s'assoleix quan $x=24$ i $y=10$ i val 3920 $cm^2$. Les dimensions són $56\times70$.

**<u>En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado</u>.**

**Problema 1.** Dado el sistema de ecuaciones:

$$x+y+(a+1)z=2$$
$$x+(a-1)y+2z=1$$
$$2x+ay+z=-1$$

a) Estudiadlo en función de los valores del parámetro real $a$. (5 puntos)
b) Encontrad todas las soluciones del sistema cuando éste sea compatible. (5 puntos)

**Solución.** a) El determinante del sistema es $\Delta=(2+a)(2-a)$. Si $a\neq-2,2$ el sistema es compatible determinado. Si $a=2$ el sistema es compatible indeterminado. Si $a=-2$ el sistema es incompatible. b) Si $a\neq-2,2$, $x=\frac{-(3+2a)}{a+2}$, $y=\frac{3}{a+2}$, $z=\frac{4}{a+2}$. Si $a=2$, $x=-1-\lambda$, $y=\lambda$, $z=1$.

**Problema 2.** Se dan los planos $\pi_1: x+y+z=a-1$, $\pi_2: 2x+y+az=a$ y $\pi_3: x+ay+z=1$

a) Determinad la posición relativa de los tres planos en función del parámetro $a$. (4 puntos)
b) Para $a=1$, calculad, si existe, la recta de corte entre los planos $\pi_1$ y $\pi_3$. (3 puntos)
c) Para $a=2$, calculad, si existe, la recta de corte entre los planos $\pi_1$ y $\pi_2$. (3 puntos)

**Solución.** a) El determinante del sistema correspondiente a las ecuaciones de los tres planos es $\Delta=(1-a)(a-2)$. Si $a\neq1,2$ los tres planos se cortan en un punto. Si $a$ =1 $\pi_1$ $y$ $\pi_3$ son paralelos y $\pi_2$ corta a ambos. Si $a$ =2 los tres planos se cortan en una recta. b) No existe. c) Recta $\begin{cases} x+z=1 \\ y=0 \end{cases}$-

**Problema 3.** Consideramos la función $f(x)=\frac{x-1}{x(x+2)}$. Obtened:

a) El dominio y las asíntotas de la función. (2 puntos)
b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$. (4 puntos)
c) La integral $\int f(x)dx$. (4 puntos)

**Solución.** a) El dominio es $R\backslash\{-2,0\}$. Tiene asíntotas verticals en $x=0, x=-2$. La recta $y=0$ es una asíntota horizontal. Se valorará con un punto el cálculo del dominio y las asíntotas verticales y con un punto el cálculo de la asíntota horizontal. b) La función crece en los intervalos $(1-\sqrt{3},0)$, $(0,1+\sqrt{3})$ y decrece en los intervalos $(-\infty,-2)$, $(-2,1-\sqrt{3})$, $(1+\sqrt{3},+\infty)$. Se asignan dos puntos a la discusión correcta del signo de la derivada y otros dos puntos a la descripción correcta de los intervalos. c) Se valorará con dos puntos la descomposición $f(x)=-\frac{1}{2x}+\frac{3}{2}\frac{1}{x+2}$ y se asignarán los otros dos puntos al cálculo correcto de la integral $\int f(x)dx=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{(x+2)^3}{x}\right|+C$.

**Problema 4.** Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & m \\ 0 & m & 0 \\ 2 & 1 & m^2+1 \end{bmatrix}$, se pide:

a) Obtened el rango de la matriz en función del parámetro $m$. (4 puntos)
b) Explicad cuándo la matriz A es invertible. (2 puntos)
c) Resolved la ecuación $XA = I$ donde I es la matriz identidad en el caso $m$=1. (4 puntos)

**Solución.** a) $\det(A) = -m(m+1)^2$. Si $m \neq 0, -1$ el rango es 3 y en otro caso 2. b) $A$ es invertible cuando el rango es 3. c) $X = 1/4 \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & -5 & 1 \end{bmatrix}$.

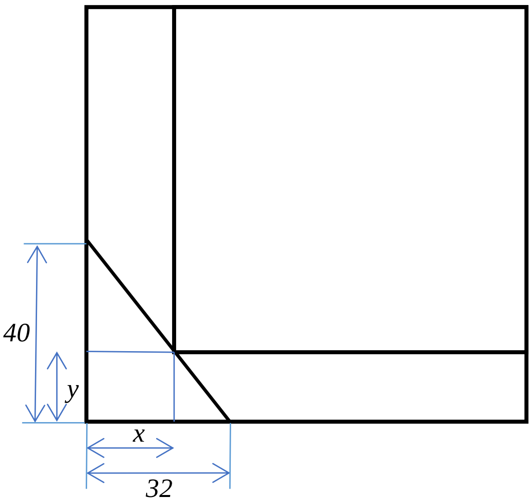
**Problema 5.** Dados el punto $P(1,2,3)$ y el plano $\pi \equiv 3x + 2y + z + 4 = 0$, se pide

a) Calculad la distancia del punto $P$ al plano $\pi$. (2 puntos)
b) Calculad el punto $P'$ que es simétrico del punto $P$ respecto del plano $\pi$. (5 puntos)
c) Calculad la ecuación del plano $\pi'$ que pasa por $P'$ y es paralelo a $\pi$. (3 puntos)

**Solución.** a) $d(P,\pi) = \sqrt{14}$. b) El punto medio entre $P$ y $P'$ es $(-2,0,2)$ de donde se deduce que $P'(-5,-2,1)$. c) $\pi' \equiv 3x + 2y + z + 18 = 0$.

**Problema 6.** Un espejo plano, cuadrado, de 80 cm de lado, se ha roto por una esquina siguiendo una línea recta. El trozo desprendido tiene forma de triángulo rectángulo de catetos 32 cm y 40 cm respectivamente. En el espejo roto recortamos una pieza rectangular $R$, uno de cuyos vértices es el punto $(x, y)$ (véase la figura).

a) Hallad el área de la pieza rectangular obtenida como función de $x$, cuando $0 \le x \le 32$. (4 puntos)
b) Calculad las dimensiones que tendrá $R$ para que su área sea máxima. (4 puntos)
c) Calculad el valor de dicha área máxima. (2 puntos)




**Solución.** Por semejanza de triángulos $\frac{32-x}{y} = \frac{32}{40}$ de donde $y = \frac{5(32-x)}{4}$. El área del espejo rectangular es $A = (80-x)\left(80 - \frac{5(32-x)}{4}\right)$. El máximo absoluto de esta función en el intervalo $[0,32]$ hay que buscarlo entre el valor de $x$ que anula la derivada, $x = 24$ con $A = 3920$, y los valores $x = 0$ con $A = 3200$ y $x = 32$ con $A = 3840$. Luego su máximo se alcanza cuando $x = 24$ e $y = 10$ y vale 3920 cm$^2$. Las dimensiones son $56 \times 70$.

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2021** | CONVOCATORIA: JUNIO 2021 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREMO DEL EXAMEN: **Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.** Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** En una explotación ganadera se crían 100 animales. Cada ejemplar necesita diariamente como mínimo 5 kg de piensos de origen animal y como mínimo 3 kg de piensos de origen vegetal. Hay dos marcas A y B que venden sacos con mezclas de dichos piensos. La marca A vende sacos con 7 kg de piensos animales y 3 kg de piensos vegetales. La marca B vende sacos con 6 kg de piensos animales y 4 kg de piensos vegetales. Si los sacos de la marca A cuestan 12 euros y los de la marca B cuestan 11 euros,

a) ¿cuál es la combinación de compra de sacos de cada marca que se ha de realizar semanalmente para minimizar el coste? *(8 puntos)*
b) ¿cuál sería dicho coste mínimo? *(2 puntos)*

**Problema 2.** En una empresa de 57 trabajadores el gasto en salarios en este mes ha sido de 62000 euros. En la empresa hay trabajadores de tres categorías, denominadas A, B y C. Este mes el salario de los trabajadores de la categoría A ha sido de 800 euros, el de los trabajadores de la categoría B de 1000 euros y el de los trabajadores de la categoría C de 2000 euros. Una auditoría externa ha indicado que la desigualdad salarial entre los trabajadores de la empresa es excesiva, por lo que se ha decidido que el próximo mes se incrementará en un 4% el salario a los trabajadores de la categoría A, se mantendrá el salario a los trabajadores de la categoría B y se rebajará en un 10% el salario a los trabajadores de la categoría C. De esta manera, el gasto de la empresa en salarios en el próximo mes será un 2% inferior al gasto en salarios de este mes. ¿Cuántos trabajadores de cada categoría tiene la empresa?

*(Planteamiento correcto 5 puntos --- Resolución correcta 5 puntos)*

**Problema 3.** Dada la función $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2-4}$ , se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si las hubiera. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

**Problema 4.** Desde el inicio de 1980, la capacidad (cantidad de gas que puede extraerse) de una explotación gasística, expresada en miles de metros cúbicos, viene dada por la función

$$f(x) = 36600 + 1500x - 15x^2$$

donde la variable *x* representa el tiempo en años transcurridos desde el inicio de 1980.

a) Calcula la capacidad de la explotación al inicio de 1980. *(2 puntos)*
b) Calcula cuánto tiempo ha de pasar desde el inicio de 1980 para que la capacidad alcance su valor máximo, y cuál es dicho valor máximo (en miles de metros cúbicos). *(4 puntos)*
c) Si el beneficio en euros por metro cúbico de gas disminuye con los años según la función

$$g(x) = 3 - \frac{3x^2}{12100} \ ,$$

calcula cuánto tiempo debe pasar para que la explotación deje de ser rentable y cuál será la capacidad (en miles de metros cúbicos) de la explotación en ese momento. *(4 puntos)*

**Problema 5.** Si $A$ y $B$ son dos sucesos tales que $P(A) = 0{,}4$, $P(B|A) = 0{,}25$ y $P(B^c) = 0{,}75$, se pide

a) ¿Son independientes los sucesos $A$ y $B$? ¿Por qué? *(2,5 puntos)*
b) Calcula $P(A \cup B)$. *(2,5 puntos)*
c) Calcula $P(A|B^c)$. *(2,5 puntos)*
d) Calcula $P(A^c \cup B^c)$ y $P(A^c \cap B^c)$. *(2,5 puntos)*

($A^c$ y $B^c$ representan, respectivamente, el suceso complementario de $A$ y el suceso complementario de $B$).

**Problema 6.** Una empresa fabrica protectores de pantalla para teléfonos móviles. La empresa produce tres tipos de protectores: de 4 pulgadas, de 4,7 pulgadas y de 5 pulgadas. Consideramos la población de los habitantes de una ciudad que poseen un único teléfono móvil y cuya medida es una de estas tres. Un estudio de mercado indica que el 30% de los teléfonos móviles tienen una pantalla de 4 pulgadas. Este mismo estudio también indica que el 30% de los usuarios de un teléfono móvil de una pantalla de 4 pulgadas utilizan un protector de pantalla. Este también es el caso del 25% de los que poseen un teléfono móvil con pantalla de 4,7 pulgadas y del 40% de los que poseen un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.

a) Si el 34% de los que tienen un teléfono móvil usan un protector de pantalla, calculad el porcentaje de los que usan un teléfono móvil de 4,7 pulgadas y el porcentaje de los que usan un teléfono móvil de 5 pulgadas. *(4 puntos)*
b) Se considera un usuario de teléfono móvil con protector de pantalla. Calcula la probabilidad de que utilice un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas. *(3 puntos)*
c) Consideramos ahora una persona que tiene un teléfono móvil con protector de pantalla y cuya pantalla no es de 4,7 pulgadas. Calcula la probabilidad de que use un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas. *(3 puntos)*

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2021** | CONVOCATORIA: JUNIO 2021 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREM DE L'EXAMEN : **S'han de contestar tres d'entre els sis problemes plantejats.** Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'utilitze o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics hauran d'estar sempre degudament justificats. Està permés l'ús de regla. Les gràfiques es faran amb el mateix color que la resta de l'examen.

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** En una explotació ramadera es crien 100 animals. Cada exemplar necessita diàriament com a mínim 5 kg de pinsos d'origen animal i com a mínim 3 kg de pinsos d'origen vegetal. Hi ha dues marques A i B que venen sacs amb mescles d'aquests pinsos. La marca A ven sacs amb 7 kg de pinsos animals i 3 kg de pinsos vegetals. La marca B ven sacs amb 6 kg de pinsos animals i 4 kg de pinsos vegetals. Si els sacs de la marca A costen 12 euros i els de la marca B costen 11 euros,

a) Quina és la combinació de compra de sacs de cada marca que s'ha de realitzar setmanalment per a minimitzar el cost? *(8 punts)*
b) Quin seria aquest cost mínim? *(2 punts)*

**Problema 2.** En una empresa de 57 treballadors la despesa en salaris en aquest mes ha sigut de 62000 euros. En l'empresa hi ha treballadors de tres categories, denominades A, B i C. Aquest mes el salari dels treballadors de la categoria A ha sigut de 800 euros, el dels treballadors de la categoria B de 1000 euros i el dels treballadors de la categoria C de 2000 euros. Una auditoria externa ha indicat que la desigualtat salarial entre els treballadors de l'empresa és excessiva, per la qual cosa s'ha decidit que el mes vinent s'incrementarà en un 4% el salari als treballadors de la categoria A, es mantindrà el salari als treballadors de la categoria B i es rebaixarà en un 10% el salari als treballadors de la categoria C. D'aquesta manera, la despesa de l'empresa en salaris en el mes vinent serà un 2% inferior a la despesa en salaris d'aquest mes. Quants treballadors de cada categoria té l'empresa?

*(Plantejament correcte 5 punts --- Resolució correcta 5 punts)*

**Problema 3.** Atesa la funció $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2-4}$, es demana:

a) El seu domini i punts de tall amb els eixos coordenats. *(2 punts)*
b) Les asímptotes horitzontals i verticals, si n'hi haguera. *(2 punts)*
c) Els intervals de creixement i decreixement. *(2 punts)*
d) Els màxims i mínims locals. *(2 punts)*
e) La representació gràfica de la funció a partir dels resultats anteriors. *(2 punts)*

**Problema 4.** Des de l'inici de 1980, la capacitat (quantitat que es pot extreure) de una explotació gasística, expressat en milers de metres cúbics, ve donada per la funció

$$f(x) = 36600 + 1500x - 15x^2$$

on la variable $x$ representa el temps en anys transcorreguts des de l'inici de l'any 1980.

a) Calcula la capacitat de la explotació a l'inici de 1980. *(2 punts)*
b) Calcula quant de temps ha de passar des de l'inici de 1980 perquè la capacitat arribe al seu valor màxim, i quin és aquest valor màxim (en milers de metres cúbics). *(4 punts)*
c) Si el benefici en euros per metre cúbic de gas disminueix amb els anys segons la funció

$$g(x) = 3 - \frac{3x^2}{12100} \ ,$$

calcula quant de temps ha de passar perquè l'explotació deixe de ser rendible i quina serà la capacitat (en milers de metres cúbics) de la explotació en aquest moment. *(4 punts)*

**Problema 5.** Si $A$ i $B$ són dos successos tals que $P(A) = 0{,}4$, $P(B|A) = 0{,}25$ i $P(B^c) = 0{,}75$, es demana

a) Són independents els successos $A$ i $B$? Per què? *(2,5 punts)*
b) Calculeu $P(A \cup B)$. *(2,5 punts)*
c) Calculeu $P(A|B^c)$. *(2,5 punts)*
d) Calculeu $P(A^c \cup B^c)$ i $P(A^c \cap B^c)$. *(2,5 punts)*

($A^c$ i $B^c$ representen, respectivament, el succés complementari d'$A$ i el succés complementari de $B$).

**Problema 6.** Una empresa fabrica protectors de pantalla per a telèfons mòbils. L'empresa produeix tres tipus de protectors: de 4 polzades, de 4,7 polzades i de 5 polzades. Considerem la població dels habitants d'una ciutat que posseeixen un únic telèfon mòbil i la mesura del qual és una d'aquestes tres. Un estudi de mercat indica que el 30% dels telèfons mòbils tenen una pantalla de 4 polzades. Aquest mateix estudi també indica que el 30% dels usuaris d'un telèfon mòbil d'una pantalla de 4 polzades utilitzen un protector de pantalla. Aquest també és el cas del 25% dels que posseeixen un telèfon mòbil amb pantalla de 4,7 polzades i del 40% dels que posseeixen un telèfon mòbil amb una pantalla de 5 polzades.

a) Si el 34% dels que tenen un telèfon mòbil usen un protector de pantalla, calculeu el percentatge dels que usen un telèfon mòbil de 4,7 polzades i el percentatge dels que usen un telèfon mòbil de 5 polzades. *(4 punts)*
b) Es considera un usuari de telèfon mòbil amb protector de pantalla. Calculeu la probabilitat que utilitze un telèfon mòbil amb una pantalla de 5 polzades. *(3 punts)*
c) Considerem ara una persona que té un telèfon mòbil amb protector de pantalla i la pantalla del qual no és de 4,7 polzades. Calculeu la probabilitat que use un telèfon mòbil amb una pantalla de 5 polzades. *(3 punts)*

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **CONVOCATÒRIA 2021** | CONVOCATORIA 2021 |
|---|---|
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

## CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN

**De los seis problemas planteados se han de contestar tres. Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de las tres.**
**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.**

a) Por la obtención de la función objetivo, $F(x,y) = 12x + 11y$, de 0 a 1 punto.

Por el planteamiento del problema, de 0 a 3 puntos, con el siguiente criterio: 1,5 puntos por cada restricción correcta (sin considerar las de no negatividad).

$$\left.\begin{array}{r} 7x + 6y \ \geq \ 3500 \\ 3x + 4y \ \geq \ 2100 \\ x, y \geq 0 \end{array}\right\}$$

De 0 a 3 puntos por la determinación de la región factible: región no acotada de vértices $(0, 583,\widehat{3})$ , $(140, 420)$ y $(700, 0)$.

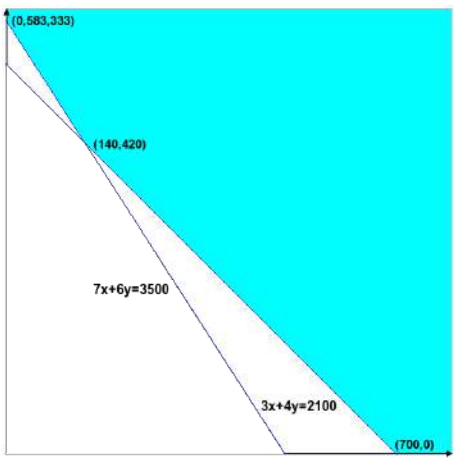
De 0 a 1 punto por la obtención del punto que minimiza el coste semanal, $(140, 420)$.

b) De 0 a 2 puntos, por la obtención del coste mínimo, 6300 €.

Si no se tiene en cuenta que los datos del problema se corresponden a las necesidades diarias de la explotación ganadera, ya que el problema pide el coste semanal y su valor mínimo, el problema se puntuará de 0 a 8 puntos.

Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto, se puntuará globalmente de 0 a 10 puntos.

La región factible es



**Problema 2.** Por el planteamiento del problema, de 0 a 5 puntos con el siguiente criterio: 3 ecuaciones correctas, 5 puntos; 2 ecuaciones correctas, 3 puntos; 1 ecuación correcta, 1 punto.

$$\left.\begin{array}{rcl} x + \quad y + \quad z &=& 57 \\ 800x + 1000y + 2000z &=& 62000 \\ 832x + 1000y + 1800z &=& 60760 \end{array}\right\}$$

De 0 a 5 puntos por la obtención de la solución del sistema de ecuaciones. 5 puntos si la solución es correcta para el sistema planteado por el alumno y no hay incoherencias (valores negativos, no enteros, ...). Si la solución no es la del sistema planteado por el alumno, la puntuación máxima será de 2 puntos.

Si la solución obtenida es incoherente con el enunciado (valores negativos, no enteros, ...), se puntuará este apartado con un 0.

Sol.: $x = 30$, $y = 16$, $z = 11$.

**Problema 3.**

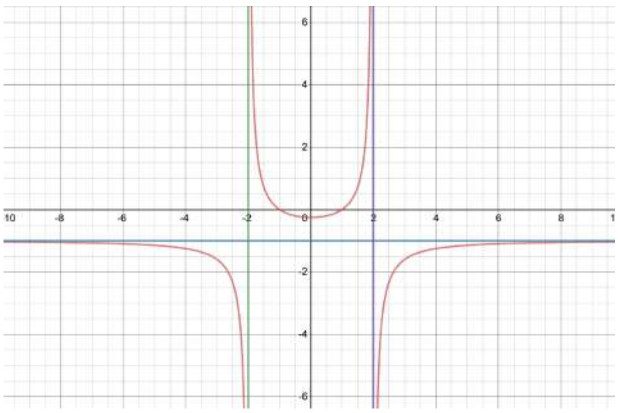
a) De 0 a 1 punto por la obtención del dominio, $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$, y de 0 a 1 punto por la determinación de los puntos de corte con los ejes: $(0, -1/4)$, $(-1, 0)$ y $(1, 0)$.

b) De 0 a 1 punto por la obtención de las asíntotas verticales de ecuación $x = -2$ y $x = 2$. De 0 a 1 punto por la obtención de la asíntota horizontal de ecuación $y = -1$.

c) De 0 a 1 punto por la obtención de los intervalos de crecimiento (la función es creciente en $]0, 2[ \cup ]2, +\infty[$). De 0 a 1 punto por la obtención de los intervalos de decrecimiento (la función es decreciente en $]-\infty, -2[ \cup ]-2, 0[$).

d) De 0 a 2 puntos por la obtención del mínimo de la función en $x = 0$ cuyo valor es $f(0) = -1/4$.

e) De 0 a 2 puntos por la representación de la gráfica de la función.



**Problema 4.**

a) Por el cálculo de $f(0)$, $f(0) = 36000$ miles de $\mathrm{m}^3$, hasta 2 puntos.

b) Por el cálculo del tiempo que ha de pasar desde 1980 para que la explotación gasística alcance su capacidad de extracción de gas máxima ( $x = 50$, año 2030) hasta 3 puntos. Por el cálculo de esta capacidad de extracción máxima (74100 miles de $\mathrm{m}^3$), hasta 1 punto.

c) Por el cálculo del tiempo que ha de pasar desde 1980 para que la explotación gasística deje de ser rentable ($x = 110$, año 2090), hasta 3 puntos. Por el cálculo de los miles de metros cúbicos en ese momento, 20100 miles de metros cúbicos, hasta 1 punto.

**Problema 5.**

a) Por demostrar que los sucesos sí son independientes, hasta 2,5 puntos.

b) Por el cálculo de la probabilidad solicitada, $0,55$, hasta 2,5 puntos.

c) Por el cálculo de la probabilidad solicitada, $0,4$, hasta 2,5 puntos.

d) Por el cálculo de la probabilidad del suceso $A^c \cup B^c$, $0,9$, hasta 1,25 puntos y por el cálculo de la probabilidad del suceso $A^c \cap B^c$, $0,45$, hasta 1,25 puntos.

En los apartados a), b) y c), si el planteamiento y/o la fórmula utilizada son correctos, se puntuará hasta un máximo de 1,5 puntos. Por la obtención del resultado correcto, hasta 1 punto.

En el apartado d), si el planteamiento y/o la fórmula utilizada para el cálculo de la probabilidad del suceso $A^c \cup B^c$ son correctos, se puntuará hasta un máximo de 0,75 puntos. Por la obtención del resultado correcto, hasta 0,5 puntos. Igualmente, si el planteamiento y/o la fórmula utilizada para el cálculo de la probabilidad del suceso $A^c \cap B^c$ son correctos, se puntuará hasta un máximo de 0,75 puntos. Por la obtención del resultado correcto, hasta 0,5 puntos.

Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, ese apartado se puntuará con un 0.

**Problema 6.**

a) Por el cálculo del porcentaje de los que usan un teléfono móvil de 5,7 pulgadas ( 20 %) y de los que usan un teléfono de 5 pulgadas ( 50%), hasta cuatro puntos.

b) Por el cálculo de la probabilidad solicitada, $\frac{10}{17} \approx 0{,}59$, hasta 3 puntos.

c) Por el cálculo de la probabilidad solicitada, $\frac{20}{29} \approx 0{,}69$, hasta 3 puntos.

En el apartado a), si el planteamiento y/o la fórmula utilizada son correctos, se puntuará hasta un máximo de 3 puntos. Por la obtención de la probabilidad hasta 0,5 puntos, por expresar el resultado correcto en porcentaje, hasta a 0,5 puntos.

En el apartados b) y c), si el planteamiento y/o la fórmula utilizada para el cálculo de la probabilidad solicitada son correctos, se puntuará hasta un máximo de 2 puntos. Por la obtención del resultado correcto, hasta 1 punto.

Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, ese apartado se puntuará con un 0.

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **CONVOCATÒRIA 2021** | CONVOCATORIA 2021 |
|---|---|
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

## CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN

**S'han de contestar tres d'entre els sis problemes plantejats. Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**
**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.**

a) Per l'obtenció de la funció objectiu, $F(x,y) = 12x + 11y$, de 0 a 1 punt.

Pel plantejament del problema, de 0 a 3 punts, amb el criteri següent: $1,5$ punts per cada restricció correcta (sense considerar les de no negativitat).

$$\left.\begin{aligned} 7x + 6y &\geq 3500 \\ 3x + 4y &\geq 2100 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}\right\}$$

De 0 a 3 punts per la determinació de la regió factible: regió no acotada de vèrtexs $(0,\, 583,\widehat{3})$ , $(140, 420)$ i $(700, 0)$.

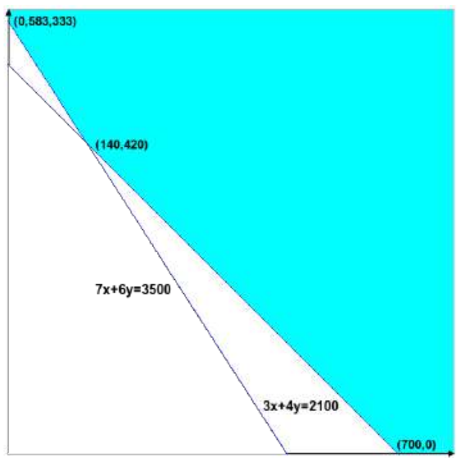
De 0 a 1 punt per l'obtenció del punt que minimitza el cost setmanal, $(140, 420)$.

b) De 0 a 2 punts, per l'obtenció del cost mínim, 6300 €.

Si no es té en compte que les dades del problema es corresponen a les necessitats diàries de l'explotació ramadera, ja que el problema demana el cost setmanal i el seu valor mínim, el problema es puntuarà de 0 a 8 punts.

Si la solució s'obté per qualsevol altre mètode raonat i correcte, es puntuarà globalment de 0 a 10 punts.

La regió factible és



**Problema 2.** Pel plantejament del problema, de 0 a 5 punts amb el criteri següent: 3 equacions correctes, 5 punts; 2 equacions correctes, 3 punts; 1 equació correcta, 1 punt.

$$\left.\begin{aligned} x+\quad y+\quad z &= 57 \\ 800x+1000y+2000z &= 62000 \\ 832x+1000y+1800z &= 60760 \end{aligned}\right\}$$

De 0 a 5 punts per l'obtenció de la solució del sistema d'equacions. 5 punts si la solució és correcta per al sistema plantejat per l'alumne i no hi ha incoherències (valors negatius, no enters...). Si la solució no és la del sistema plantejat per l'alumne, la puntuació màxima serà de 2 punts.

Si la solució obtinguda és incoherent amb l'enunciat (valors negatius, no enters...), es puntuarà aquest apartat amb un 0.

Sol.: $x = 30$, $y = 16$, $z = 11$.

**Problema 3.**

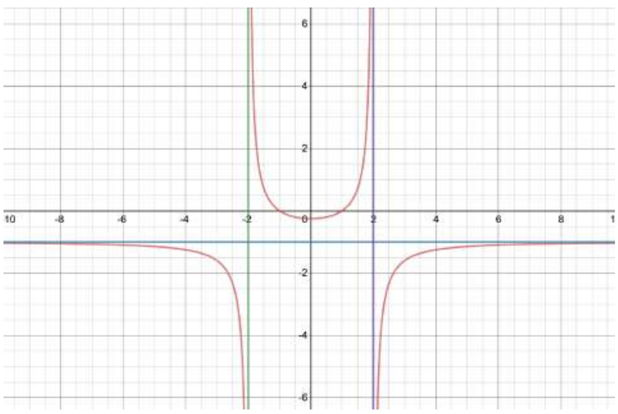
a) De 0 a 1 punt per l'obtenció del domini, $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$, i de 0 a 1 punt per la determinació dels punts de tall amb els eixos: $(0, -1/4)$, $(-1, 0)$ y $(1, 0)$.

b) De 0 a 1 punt per l'obtenció de les asímptotes verticals d'equació $x = -2$ i $x = 2$. De 0 a 1 punt per la obtenció de l'asímptota horitzontal d'equació $y = -1$.

c) De 0 a 1 punt per l'obtenció dels intervals de creixement (la funció és creixent en $]0, 2[\cup]2, +\infty[$). De 0 a 1 punt per l'obtenció dels intervals de decreixement (la funció és decreixent en $]-\infty, -2[\cup]-2, 0[$).

d) De 0 a 2 punts per l'obtenció del mínim de la funció en $x = 0$ el valor de la qual és $f(0) = -1/4$.

e) De 0 a 2 punts per la representació de la gràfica de la funció.



**Problema 4.**

a) Pel càlcul de $f(0)$, $f(0) = 36000$ milers de $\mathrm{m}^3$, fins a 2 punts.

b) Pel càlcul de quant de temps ha de passar des de 1980 perquè l'explotació gasística arribi a la seva capacitat d'extracció de gas màxima ($x = 50$, any 2030) fins a 3 punts. Pel càlcul d'aquesta capacitat d'extracció màxima (74100 milers de $\mathrm{m}^3$), fins a 1 punt.

c) Pel càlcul de quant de temps ha de passar des de 1980 perquè l'explotació gasística deixi de ser rendible ($x = 110$, any 2090) fins a 3 punts. Pel càlcul de la capacitat de milers de metres cúbics en aquest moment, 20100 milers de $m^3$, fins a 1 punt.

**Problema 5.**

a) Per demostrar que els successos sí són independents, fins a 2,5 punts.

b) Pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, 0,55, fins a 2,5 punts.

c) Pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, 0,4, fins a 2,5 punts.

d) Pel càlcul de la probabilitat del succés $A^c \cup B^c$, 0,9, fins a 1,25 punts i pel càlcul de la probabilitat del succés $A^c \cap B^c$, 0,45, fins a 1,25 punts.

En els apartats a), b) i c), si el plantejament i/o la fórmula utilitzada són correctes, es puntuarà fins a un màxim d'1,5 punts. Per l'obtenció del resultat correcte, fins a 1 punt.

En l'apartat d), si el plantejament i/o la fórmula utilitzada per al càlcul de la probabilitat del succés $A^c \cup B^c$ són correctes, es puntuarà fins a un màxim de 0,75 punts. Per l'obtenció del resultat correcte, fins a 0,5 punts. Igualment, si el plantejament i/o la fórmula utilitzada per al càlcul de la probabilitat del succés $A^c \cap B^c$ són correctes, es puntuarà fins a un màxim de 0,75 punts. Per l'obtenció del resultat correcte, fins a 0,5 punts.

Si en algun apartat s'obté alguna probabilitat impossible, aquest apartat es puntuarà amb un 0.

**Problema 6.**

a) Pel càlcul del percentatge dels que usen un telèfon mòbil de 4,7 polzades ( 20 %) i dels que usen un telèfon mòbil de 5 polzades ( 50 %), fins a 4 punts.

b) Pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, $\frac{10}{17} \approx 0{,}59$, fins a 3 punts.

c) Pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, $\frac{20}{29} \approx 0{,}69$, fins a 3 punts.

En l'apartat a), si el plantejament i/o la fórmula utilitzada són correctes, es puntuarà fins a un màxim de 3 punts. Per l'obtenció de la probabilitat fins a 0,5 punts, per expressar el resultat correcte en percentatge, fins a 0,5 punts.

En els apartats b) i c), si el plantejament i/o la fórmula utilitzada per al càlcul de la probabilitat sol·licitada són correctes, es puntuarà fins a un màxim de 2 punts.

Si en algun apartat s'obté alguna probabilitat impossible, aquest apartat es puntuarà amb un 0.

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| | |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2021** | CONVOCATORIA: JULIO 2021 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
L'estudiantat contestarà només TRES problemes entre els sis proposats.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**BAREMO DEL EXAMEN:**
El alumnado contestará solo TRES problemas entre los seis propuestos.
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

**En les respostes s'han d'escriure tots els passos del raonament utilitzat.**

**Problema 1.** Donat el sistema d'equacions $\left\{\begin{array}{rcl} 2x-y+z & = & m \\ x+y+3z & = & 0 \\ 5x-4y+m\,z & = & m \end{array}\right.$, on $m$ és un paràmetre real, es demana:

a) La discussió del sistema d'equacions en funció del paràmetre $m$. (4 punts)
b) La solució del sistema quan $m=1$. (3 punts)
c) Les solucions del sistema en el cas en què siga compatible indeterminat. (3 punts)

**Problema 2.** Es donen les rectes $r: \begin{cases} x+y-1=0 \\ 2x-z-1=0 \end{cases}$, s: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{2}$ i el pla $\pi: x+my+z=2$ que depèn del paràmetre real $m$. Obteniu:

a) La posició relativa de les rectes $r$ i $s$. (4 punts)
b) El valor del paràmetre $m$ perquè la recta $r$ estiga continguda en el pla $\pi$. (3 punts)
c) Els punts $A, B, C$ intersecció del pla $\pi$ amb els eixos de coordenades quan $m=2$, així com el volum del tetraedre de vèrtexs $A, B, C$ i $P(2,2,2)$. (3 punts)

**Problema 3.** Donada la funció $f(x)=xe^{1-x^2}$, calculeu:

a) El domini, els intervals de creixement i decreixement i els extrems relatius. (4 punts)
b) Les asímptotes i la gràfica de $f$. (3 punts)
c) La integral $\int f(x)dx$. (3 punts)

**Problema 4.** Es donen les matrius $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & a & 1 \\ 1 & a^2-2 & 3 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} [1 \quad 2 \quad 3]$. Obteniu:

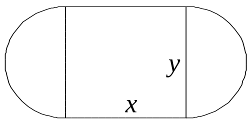
a) El rang de la matriu $A$ segons els valors del paràmetre $a$. (3 punts)
b) Una matriu $C$ tal que $AC = 16\,I$, on $I$ és la matriu identitat, quan $a = 0$. (4 punts)
c) El rang de la matriu $B$ i la discussió de si el sistema $B \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ té solució. (3 punts)

**Problema 5.** Donats els punts $P(1,1,0)$, $Q(2,-1,1)$ i $R(\alpha,3,-1)$ es demana:

a) L'equació del pla que conté $P$, $Q$ i $R$ quan $\alpha = 1$ i la distància d'aquest pla a l'origen de coordenades. (3 punts)
b) L'equació de la recta $r$ que passa per $R$ quan $\alpha = 1$ i és paral·lela a la recta $s$ que passa per $P$ i $Q$. Calculeu la distància entre les rectes $r$ i $s$. (4 punts)
c) Els valors d' $\alpha$ per als quals $P$, $Q$ i $R$ estan alineats i l'equació de la recta que els conté. (3 punts)

**Problema 6.** Volem dissenyar un camp de joc de manera que la part central siga rectangular, i les parts laterals siguen semicircumferències cap a fora. La superfície del camp mesura $(4 + \pi)$ metres quadrats. Es volen pintar totes les ratlles d'aquest camp tal com s'observa a la figura. Es demana:

a) Escriviu la longitud total de les ratlles del camp en funció de l'altura $y$ del rectangle. (5 punts)
b) Calculeu les dimensions del camp perquè la pintura usada siga mínima. (5 punts)




**<u>En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado</u>.**

**Problema 1.** Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x - y + z &= m \\ x + y + 3z &= 0 \\ 5x - 4y + m\,z &= m \end{cases}$, donde $m$ es un parámetro real. Se pide:

a) La discusión del sistema de ecuaciones en función del parámetro $m$. (4 puntos)
b) La solución del sistema cuando $m = 1$. (3 puntos)
c) Las soluciones del sistema en el caso en que sea compatible indeterminado. (3 puntos)

**Problema 2.** Se dan las rectas $r: \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x - z - 1 = 0 \end{cases}$, s: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ y el plano $\pi: x + my + z = 2$ que depende del parámetro real $m$. Obtened:

a) La posición relativa de las rectas $r$ y $s$. (4 puntos)
b) El valor del parámetro $m$ para que la recta $r$ esté contenida en el plano $\pi$. (3 puntos)
c) Los puntos $A, B, C$ intersección del plano $\pi$ con los ejes de coordenadas cuando $m = 2$, así como el volumen del tetraedro de vértices $A, B, C$ y $P(2,2,2)$. (3 puntos)

**Problema 3.** Dada la función $f(x) = xe^{1-x^2}$, calculad:

a) El dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos. (4 puntos)

b) Las asíntotas y la gráfica de $f$. (3 puntos)

c) La integral $\int f(x)dx$. (3 puntos)

**Problema 4.** Se dan las matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & a & 1 \\ 1 & a^2-2 & 3 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$. Obtened

a) El rango de la matriz $A$ según los valores del parámetro $a$. (3 puntos)

b) Una matriz $C$ tal que $AC = 16\, I$, siendo $I$ la matriz identidad, cuando $a = 0$. (4 puntos)

c) El rango de la matriz $B$ y la discusión de si el sistema $B \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ tiene solución. (3 puntos)

**Problema 5.** Dados los puntos $P(1,1,0)$, $Q(2,-1,1)$ y $R(\alpha,3,-1)$ se pide:

a) La ecuación del plano que contiene a $P$, $Q$ y $R$ cuando $\alpha = 1$ y la distancia de dicho plano al origen de coordenadas. (3 puntos)

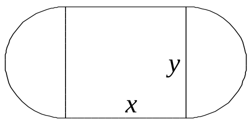
b) La ecuación de la recta $r$ que pasa por $R$ cuando $\alpha = 1$ y es paralela a la recta $s$ que pasa por $P$ y $Q$. Calculad la distancia entre las rectas $r$ y $s$. (4 puntos)

c) Los valores de $\alpha$ para los cuales $P$, $Q$ y $R$ están alineados y la ecuación de la recta que los contiene. (3 puntos)

**Problema 6.** Queremos diseñar un campo de juego de modo que la parte central sea rectangular, y las partes laterales sean semicircunferencias hacia fuera. La superficie del campo mide $(4 + \pi)$ metros cuadrados. Se quieren pintar todas las rayas de dicho campo tal y como se observa en la figura. Se pide:

a) Escribid la longitud total de las rayas del campo en función de la altura $y$ del rectángulo. (5 puntos)

b) Calculad las dimensiones del campo para que la pintura usada sea mínima. (5 puntos)



**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| | |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2021** | CONVOCATORIA: JULIO 2021 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
L'estudiantat contestarà només TRES problemes entre els sis proposats.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**BAREMO DEL EXAMEN:**
El alumnado contestará solo TRES problemas entre los seis propuestos.
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

**En les respostes s'han d'escriure tots els passos del raonament utilitzat.**

**Problema 1.** Donat el sistema d'equacions $\left\{\begin{array}{lcl} 2x-y+z & = & m \\ x+y+3z & = & 0 \\ 5x-4y+m\,z & = & m \end{array}\right.$, on $m$ és un paràmetre real, es demana:

a) La discussió del sistema d'equacions en funció del paràmetre $m$. (4 punts)
b) La solució del sistema quan $m=1$. (3 punts)
c) Les solucions del sistema en el cas en què siga compatible indeterminat. (3 punts)

**Solució.** a) El valor del determinant del sistema és $\Delta = 3m$. Si $m \neq 0$ SCD, si $m=0$ SCI. b) $x=3, y=3, z=-2$ c) $x=-\frac{4}{3}\alpha, y=-\frac{5}{3}\alpha,\ z=\alpha$ on $\alpha$ és un paràmetre real.

**Problema 2.** Es donen les rectes $r\colon\begin{cases} x+y-1=0 \\ 2x-z-1=0 \end{cases}$, s: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{2}$ i el pla $\pi\colon x+my+z=2$ que depèn del paràmetre real $m$. Obteniu:

a) La posició relativa de les rectes $r$ i $s$. (4 punts)
b) El valor del paràmetre $m$ perquè la recta $r$ estiga continguda en el pla $\pi$. (3 punts)
c) Els punts $A, B, C$ intersecció del pla $\pi$ amb els eixos de coordenades quan $m=2$, així com el volum del tetraedre de vèrtexs $A, B, C$ i $P(2,2,2)$. (3 punts)

**Solució.** a) Les rectes són paral·leles. b) La recta $r$ està continguda en el pla $\pi$ quan $m=3$. Es valorarà amb dos punts la conclusió que el vector director de la recta és ortogonal al vector característic del pla quan $m=3$ i amb un punt la comprovació que un punt de la recta està contingut en el pla. c) $A(2,0,0), B(0,1,0), C(0,0,2)$. El volum del tetraedre val 2.

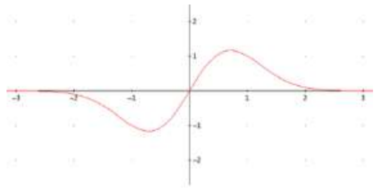
**Problema 3.** Donada la funció $f(x) = xe^{1-x^2}$ calculeu:

a) El domini, els intervals de creixement i decreixement i els extrems relatius. (4 punts)

b) Les asímptotes i la gràfica de $f$. (3 punts)

c) La integral $\int f(x)dx$. (3 punts)

**Solució.** a) $dom\, f = \mathbb{R}$, $f$ decreix en $\left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty,\right)$ i creix en $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. En $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ hi ha un mínim relatiu i en $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ hi ha un màxim relatiu. b) Asímptota horitzontal $y = 0$.



c) $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}e^{1-x^2} + C$

**Problema 4.** Es donen les matrius $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & a & 1 \\ 1 & a^2-2 & 3 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$. Obteniu:

a) El rang de la matriu $A$ segons els valors del paràmetre real $a$. (3 punts)

b) Una matriu $C$ tal que $AC = 16\,I$, on $I$ és la matriu identitat, quan $a = 0$. (4 punts)

c) El rang de la matriu $B$ i la discussió de si el sistema $B\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ té solució. (3 punts)

**Solució.** a) $\det(A) = -4(a^2-4)$. El rang val 3 quan $a \neq \pm 2$ i val 2 quan $a = \pm 2$. b) $C = 16A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -12 & 2 \\ 4 & 0 & -4 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$. c) La matriu $B$ té rang 1 (un punt). El sistema té solució perquè la matriu que obtenim a l'afegir a B la columna $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ també té rang 1 (dos punts).

**Problema 5.** Donats els punts $P(1,1,0)$, $Q(2,-1,1)$ i $R(\alpha, 3, -1)$ es demana:

a) L'equació del pla que conté $P$, $Q$ i $R$ quan $\alpha = 1$ i la distància d'aquest pla a l'origen de coordenades. (3 punts)

b) L'equació de la recta $r$ que passa per $R$ quan $\alpha = 1$ i és paral·lela a la recta $s$ que passa per $P$ i $Q$. Calculeu la distància entre les rectes $r$ i $s$. (4 punts)

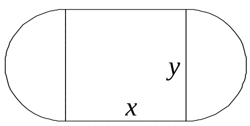
c) Els valors d' $\alpha$ per als quals $P$, $Q$ i $R$ estan alineats i l'equació de la recta que els conté. (3 punts)

**Solució.** a) $\pi: y + 2z - 1 = 0$, $d(O,\pi) = \frac{\sqrt{5}}{5}$. b) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{1}$, $d(r,s) = \sqrt{\frac{5}{6}}$. c) $\alpha = 0$, $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$

**Problema 6.** Volem dissenyar un camp de joc de manera que la part central siga rectangular, i les parts laterals siguen semicircumferències cap a fora. La superfície del camp mesura $(4+\pi)$ metres quadrats. Es volen pintar totes les ratlles d'aquest camp tal com s'observa a la figura. Es demana:

a) Escriviu la longitud total de les ratlles del camp en funció de l'altura $y$ del rectangle. (5 punts)

b) Calculeu les dimensions del camp perquè la pintura usada siga mínima. (5 punts)




**Solució.** a) L'àrea és igual a $xy + \pi\frac{y^2}{4} = 4 + \pi$ i la longitud és $f(y) = \frac{8+2\pi}{y} + 2y + \frac{\pi y}{2}$. b) $x = y = 2$.

**En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.**

**Problema 1.** Se da el sistema de ecuaciones $\left\{\begin{array}{lcl} 2x - y + z & = & m \\ x + y + 3z & = & 0 \\ 5x - 4y + m\,z & = & m \end{array}\right.$, donde $m$ es un parámetro real. Se pide:

a) La discusión del sistema de ecuaciones en función del parámetro $m$. (4 puntos)
b) La solución del sistema cuando $m = 1$. (3 puntos)
c) Las soluciones del sistema en el caso en que sea compatible indeterminado. (3 puntos)

**Solución.** a) El valor del determinante del sistema es $\Delta = 3m$. Si $m \neq 0$ SCD y si $m = 0$ SCI. b) $x = 3, y = 3, z = -2$ c) $x = -\frac{4}{3}\alpha,\ y = -\frac{5}{3}\alpha,\ z = \alpha$ donde $\alpha$ es un parámetro real.

**Problema 2.** Se dan las rectas $r: \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x - z - 1 = 0 \end{cases}$, s: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ y el plano $\pi: x + my + z = 2$ que depende del parámetro real $m$. Obtened:

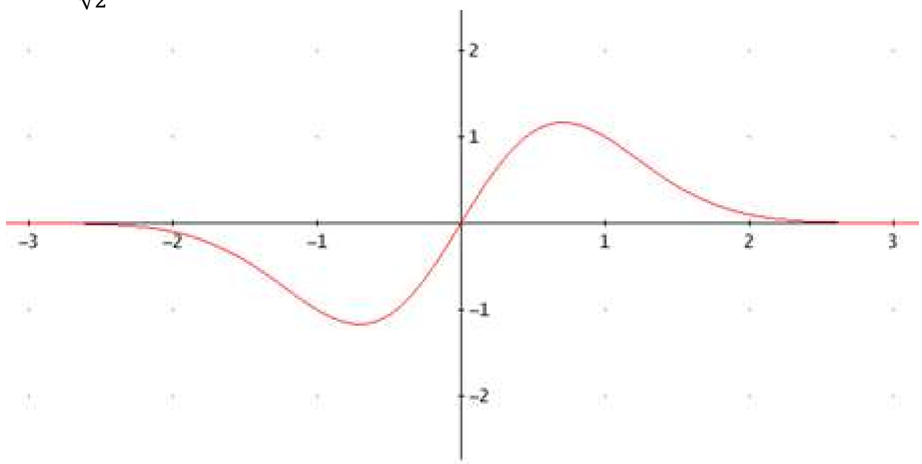
a) La posición relativa de las rectas $r$ y $s$. (4 puntos)
b) El valor del parámetro $m$ para que la recta $r$ esté contenida en el plano $\pi$. (3 puntos)
c) Los puntos $A, B, C$ intersección del plano $\pi$ con los ejes de coordenadas cuando $m = 2$, así como el volumen del tetraedro de vértices $A, B, C$ y $P(2,2,2)$. (3 puntos)

**Solución.** a) Las rectas son paralelas. b) La recta $r$ está contenida en el plano cuando $m = 3$. Se valorará con dos puntos la conclusión de que el vector director de la recta es ortogonal al vector característico del plano cuando $m = 3$ y con un punto la comprobación de que un punto de la recta está contenido en el plano. c) $A(2,0,0), B(0,1,0), C(0,0,2)$. El volumen del tetraedro vale 2.

**Problema 3.** Dada la función $f(x) = xe^{1-x^2}$, calculad:

a) El dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos. (4 puntos)
b) Las asíntotas y la gráfica de $f$. (3 puntos)
c) La integral $\int f(x)dx$. (3 puntos)

Sol. a) $dom\, f = \mathbb{R}$, $f$ decrece en $\left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ y en $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty,\right)$ y crece en $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. En $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ hay un mínimo relativo y en $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ hay un máximo relativo. b) Asíntota horizontal $y = 0$.




c) $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}e^{1-x^2} + C$

**Problema 4.** Se dan las matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & a & 1 \\ 1 & a^2-2 & 3 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} [1 \quad 2 \quad 3]$. Obtened

a) El rango de la matriz $A$ según los valores del parámetro real $a$. (3 puntos)
b) Una matriz $C$ tal que $AC = 16\,I$, siendo $I$ la matriz identidad, cuando $a = 0$. (4 puntos)
c) El rango de la matriz $B$ y la discusión de si el sistema $B \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ tiene solución. (3 puntos)

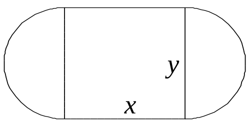
**Solución.** a) $\det(A) = -4(a^2-4)$. El rango vale 3 cuando $a \neq \pm 2$ y vale 2 cuando $a = \pm 2$. b) $C = 16A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -12 & 2 \\ 4 & 0 & -4 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$. c) La matriz $B$ tiene rango 1 (un punto). El sistema tiene solución porque la matriz que obtenemos al añadir a $B$ la columna $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ también tiene rango 1 (dos puntos).

**Problema 5.** Dados los puntos $P(1,1,0)$, $Q(2,-1,1)$ y $R(\alpha, 3, -1)$ se pide:
a) La ecuación del plano que contiene a $P$, $Q$ y $R$ cuando $\alpha = 1$, y la distancia de dicho plano al origen de coordenadas. (3 puntos)
b) La ecuación de la recta $r$ que pasa por $R$ cuando $\alpha = 1$ y es paralela a la recta $s$ que pasa por $P$ y $Q$. Calculad la distancia entre las rectas $r$ y $s$. (4 puntos)
c) Los valores de $\alpha$ para los cuales $P$, $Q$ y $R$ están alineados y la ecuación de la recta que los contiene. (3 puntos)

**Solución.** a) $y + 2z - 1 = 0$, distancia $\frac{\sqrt{5}}{5}$. b) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{1}$, $d(r,s) = \sqrt{\frac{5}{6}}$. c) $\alpha = 0$, $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$

**Problema 6.** Queremos diseñar un campo de juego de modo que la parte central sea rectangular, y las partes laterales sean semicircunferencias hacia fuera. La superficie del campo mide $4 + \pi$ metros cuadrados. Se quieren pintar todas las rayas de dicho campo tal y como se observa en la figura. Se pide:

a) Escribid la longitud total de las rayas del campo en función de la altura $y$ del rectángulo. (5 puntos)
b) Calculad las dimensiones del campo para que la pintura usada sea mínima. (5 puntos)




**Solución.** a) El área es igual a $xy + \pi\frac{y^2}{4} = 4 + \pi$ y la longitud es $f(y) = \frac{8+2\pi}{y} + 2y + \frac{\pi y}{2}$. b) $x = y = 2$.

GENERALITAT VALENCIANA
Conselleria d'Innovació, Universitats, Ciència i Societat Digital

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2021** | CONVOCATORIA: JULIO 2021 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREMO DEL EXAMEN: **Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.** Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Una empresa está especializada en la preparación de mezclas de café. Utilizando café colombiano, brasileño y keniata, la empresa quiere comercializar paquetes de 1 kg con un coste de 8,50 € el paquete. El precio de un kilo de cada clase de café es, respectivamente, de 10 €, 6 € y 8 €. Sabiendo que la cantidad de café colombiano de la mezcla ha de ser el triple de la de café brasileño, calcula el porcentaje de cada tipo de café que ha de utilizarse en la mezcla.

*(Planteamiento correcto 5 puntos - Solución correcta 5 puntos)*

**Problema 2.** Consideramos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Calcula la inversa de la matriz $A - B$. *(3 puntos)*
b) Calcula la matriz $X$ de dimensión $2 \times 3$, que satisface la ecuación $XA + C = XB$. *(4 puntos)*
c) ¿Es posible hacer el producto $BC$? Si la respuesta es afirmativa calcula dicho producto; en caso contrario, justifica el porqué. ¿Es posible hacer el producto $CB$? Si la respuesta es afirmativa calcula dicho producto; en caso contrario, justifica el porqué. *(3 puntos)*

**Problema 3.** Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2-36}{x^2-2x-8}$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados de los apartados anteriores. *(2 puntos)*

**Problema 4.** Una empresa ha estimado que los ingresos y gastos mensuales (en euros) que genera la fabricación de $x$ unidades de un producto vienen dados por las siguientes funciones:

Ingresos: $I(x) = 4x^2 + 800x.$ Gastos: $G(x) = 6x^2 + 460x + 672.$

a) La empresa considera rentable el producto si el beneficio que obtiene con él es mayor o igual que 0. ¿Cuál es el número mínimo de unidades que debe fabricar la empresa para que el producto sea rentable? *(4 puntos)*

b) ¿Cuál es el número de unidades que debe fabricar la empresa para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es el beneficio obtenido en este caso? *(3 puntos)*

c) El próximo mes se introducirá una nueva normativa que obligará a la empresa a fabricar al menos 100 unidades de este producto. ¿Cuál es el máximo beneficio que podrá obtener la empresa tras la implantación de esta normativa? Justifica tu respuesta. *(3 puntos)*

**Problema 5.** En un sorteo, un jugador extrae dos bolas sin reemplazamiento de una urna que contiene 2 bolas blancas, 3 bolas amarillas y 5 bolas negras. El jugador consigue el primer premio si las dos bolas extraídas son blancas, consigue el segundo premio si las dos bolas extraídas son amarillas y consigue el tercer premio si una de las dos bolas extraídas es blanca y la otra no lo es. No hay más premios en el sorteo.

a) Calcula la probabilidad de que el jugador consiga el primer o el segundo premio. *(4 puntos)*

b) Calcula la probabilidad de que el jugador consiga el tercer premio. *(3 puntos)*

c) Si un jugador nos dice que ha obtenido premio en el sorteo, ¿cuál es la probabilidad de que haya obtenido el tercer premio? *(3 puntos)*

**Problema 6.** Una determinada enfermedad afecta actualmente al 5% de la población. El único test disponible para detectar la enfermedad tiene una probabilidad del 99% de clasificar correctamente a los enfermos (probabilidad de que el test dé positivo si la persona tiene la enfermedad), mientras que la probabilidad de que el test dé negativo si la persona no está enferma es del 95%. Se pide:

a) La probabilidad de que una persona esté enferma si ha dado positivo en el test. *(2,5 puntos)*

b) La probabilidad de que una persona esté sana si ha dado negativo en el test. *(2,5 puntos)*

c) La probabilidad de que el test dé el resultado correcto. *(2,5 puntos)*

d) Existen indicios para creer que la enfermedad afecta únicamente a un 1% de la población. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté enferma si ha dado positivo en el test en este caso? *(2,5 puntos)*

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| | |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2021** | CONVOCATORIA: JULIO 2021 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREM DE L'EXAMEN : **S'han de contestar tres d'entre els sis problemes plantejats.** Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'utilitze o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics hauran d'estar sempre degudament justificats. Està permés l'ús de regla. Les gràfiques es faran amb el mateix color que la resta de l'examen.

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Una empresa està especialitzada en la preparació de mescles de café. Utilitzant café colombià, brasiler i kenyà, l'empresa vol comercialitzar paquets d'1 kg amb un cost de 8,50 € el paquet. El preu d'un quilo de cada classe de café és, respectivament, de 10 €, 6 € i 8 €. Sabent que la quantitat de café colombià de la mescla ha de ser el triple de la de café brasiler, calculeu el percentatge de cada tipus de café que ha d'utilitzar-se en la mescla.

*(Plantejament correcte 5 punts - Solució correcta 5 punts)*

**Problema 2.** Considerem les matrius

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Calculeu la inversa de la matriu $A - B$. *(3 punts)*
b) Calculeu la matriu $X$ de dimensió $2 \times 3$, que satisfà l'equació $XA + C = XB$. *(4 punts)*
c) És possible fer el producte $BC$? Si la resposta és afirmativa calculeu aquest producte; en cas contrari, justifiqueu el perquè. És possible fer el producte $CB$? Si la resposta és afirmativa calculeu aquest producte; en cas contrari, justifiqueu el perquè. *(3 punts)*

**Problema 3.** Atesa la funció $f(x) = \dfrac{x^2-36}{x^2-2x-8}$, es demana:

a) El seu domini i punts de tall amb els eixos coordenats. *(2 punts)*
b) Les asímptotes horitzontals i verticals, si existeixen. *(2 punts)*
c) Els intervals de creixement i decreixement. *(2 punts)*
d) Els màxims i mínims locals. *(2 punts)*
e) La representació gràfica de la funció a partir dels resultats dels apartats anteriors. *(2 punts)*

**Problema 4.** Una empresa ha estimat que els ingressos i despeses mensuals (en euros) que genera la fabricació de $x$ unitats d'un producte venen donades per les funcions següents:

Ingressos: $I(x) = 4x^2 + 800x.$ Despeses: $G(x) = 6x^2 + 460x + 672.$

a) L'empresa considera rendible el producte si el benefici que hi obté és major o igual que 0. Quin és el nombre mínim d'unitats que ha de fabricar l'empresa perquè el producte siga rendible? *(4 punts)*
b) Quin és el nombre d'unitats que ha de fabricar l'empresa perquè el benefici siga màxim? Quin és el benefici obtingut en aquest cas? *(3 punts)*
c) El mes vinent s'introduirà una nova normativa que obligarà l'empresa a fabricar almenys 100 unitats d'aquest producte. Quin és el màxim benefici que podrà obtindre l'empresa després de la implantació d'aquesta normativa? Justifiqueu la vostra resposta. *(3 punts)*

**Problema 5.** En un sorteig, un jugador extrau dues boles sense reemplaçament d'una urna que conté 2 boles blanques, 3 boles grogues i 5 boles negres. El jugador aconsegueix el primer premi si les dues boles extretes són blanques, aconsegueix el segon premi si les dues boles extretes són grogues i aconsegueix el tercer premi si una de les dues boles extretes és blanca i l'altra no ho és. No hi ha més premis en el sorteig.

a) Calculeu la probabilitat que el jugador aconseguisca el primer o el segon premi. *(4 punts)*
b) Calculeu la probabilitat que el jugador aconseguisca el tercer premi. *(3 punts)*
c) Si un jugador ens diu que ha obtingut premi en el sorteig, quina és la probabilitat que haja obtingut el tercer premi? *(3 punts)*

**Problema 6.** Una determinada malaltia afecta actualment el 5% de la població. L'únic test disponible per a detectar la malaltia té una probabilitat del 99% de classificar correctament els malalts (probabilitat que el test done positiu si la persona té la malaltia), mentre que la probabilitat que el test done negatiu si la persona no està malalta és del 95%. Es demana:

a) La probabilitat que una persona estiga malalta si ha donat positiu en el test. *(2,5 punts)*
b) La probabilitat que una persona estiga sana si ha donat negatiu en el test. *(2,5 punts)*
c) La probabilitat que el test done el resultat correcte. *(2,5 punts)*
d) Hi ha indicis per a creure que la malaltia afecta únicament a un 1% de la població. Quina és la probabilitat que una persona estiga malalta si ha donat positiu en el test en aquest cas? *(2,5 punts)*

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA 2021** | CONVOCATORIA 2021 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

## CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN

**De los seis problemas planteados se han de contestar tres. Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de las tres.**
**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Hasta 5 puntos por el planteamiento del sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ 10x & + & 6y & + & 8z & = & 8{,}50 \\ x & - & 3y & & & = & 0 \end{array}$$

donde $x$, $y$ y $z$ son las cantidades de café colombiano, brasileño y keniata, respectivamente, que se han de utilizar, según el siguiente criterio

**Una ecuación correcta** 1 punto.

**Dos ecuaciones correctas** 3 puntos.

**Tres ecuaciones correctas** 5 puntos.

De 0 a 4 puntos por la obtención de la solución del sistema de ecuaciones.

- 4 puntos si la solución es correcta para el sistema planteado por el alumno y no hay incoherencias (valores negativos, etc.).
- Si la solución no es la del sistema planteado, la puntuación máxima será de 2 puntos.
- Si la solución obtenida es incoherente con el enunciado (valores negativos, ...), se puntuará esta parte con un 0.

Solución del sistema: $x = 0{,}375$; $y = 0{,}125$ y $z = 0{,}5$.

Por la solución del problema expresada en porcentajes 1 punto: la mezcla ha de hacerse con un 37,5 % de café colombiano; un 12,5 % de café brasileño y un 50 % de café keniata.

**Problema 2.**

a) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la inversa de $A - B$,

$$(A-B)^{-1} = \begin{matrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{matrix} \quad .$$

b) De 0 a 4 puntos por el cálculo de la matriz

$$X = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \end{pmatrix}.$$

2 puntos por el planteamiento, $X = -C(A-B)^{-1}$, y 2 puntos por el cálculo numérico.

c) De 0 a 3 puntos. Hasta un punto por cada uno de los razonamientos de por qué no se puede hacer el producto $BC$, pero sí el $CB$ y hasta un punto por el cálculo de

$$CB = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 13 \\ 1 & 7 & 7 \end{pmatrix}.$$

**Problema 3.**

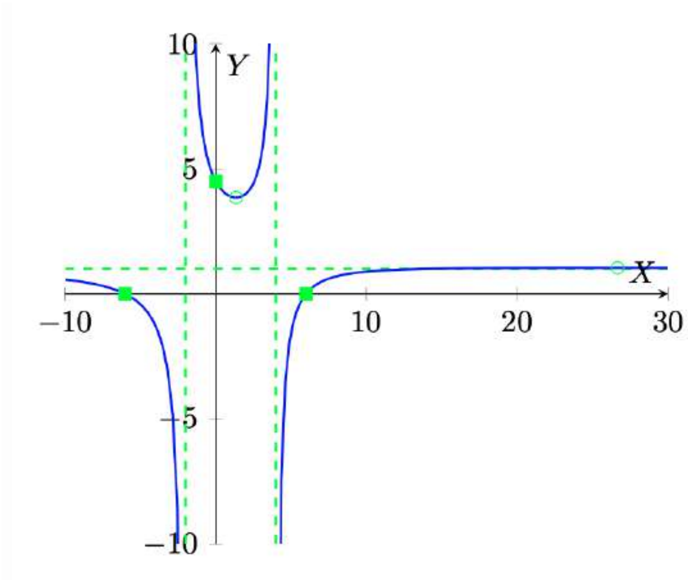
a) De 0 a 1 punto por la obtención del dominio, $\mathbb{R} \setminus \{-2,\ 4\}$, y de 0 a 1 punto por la determinación de los cortes con los ejes: $(0, 4{,}5)$, $(-6, 0)$ y $(6, 0)$.

b) De 0 a 1 punto por la obtención de la asíntota horizontal, $y = 1$. De 0 a 1 punto por la obtención de las dos asíntotas verticales $x = -2$ y $x = 4$.

c) De 0 a 1 punto por la obtención de los intervalos de crecimiento (la función es creciente en $\left]\, 14 - 4\sqrt{10},\ 4 \,\right[ \cup \left]\, 4,\ 14 + 4\sqrt{10} \,\right[$). De 0 a 1 punto por la obtención de los intervalos de decrecimiento (la función es decreciente en $\left]\, -\infty,\ -2 \,\right[ \cup \left]\, -2,\ 14 - 4\sqrt{10} \,\right[ \cup \left]\, 14 + 4\sqrt{10},\ \infty \,\right[$).

d) De 0 a 2 puntos por la determinación de los máximos y mínimos locales: la función tiene un máximo relativo en $x = 14+4\sqrt{10} \approx 26{,}649$ siendo $f(14+4\sqrt{10}) \approx 1{,}039$ y un mínimo relativo en $14-4\sqrt{10} \approx 1{,}3509$, siendo $f(14-4\sqrt{10}) \approx 3{,}8499$.

e) De 0 a 2 puntos por la representación de la gráfica de la función.




**Problema 4**

a) De 0 a 4 puntos. Hasta 2 puntos por la obtención correcta de la función de beneficios $B(x) = -2x^2 + 340x - 672$ y hasta 2 puntos por el cálculo del número mínimo de unidades que se deben producir para que el beneficio sea no negativo, que es 2 unidades.

b) De 0 a 3 puntos. Hasta 1 punto por el cálculo del número de unidades que maximiza el beneficio, 85. Hasta 1 punto por la justificación de que es máximo y 1 punto por el cálculo del beneficio máximo, 13778 €.

c) De 0 a 3 puntos. Hasta 2 puntos por la justificación de que el máximo beneficio se obtiene produciendo 100 unidades y 1 punto por el cálculo del beneficio máximo en este caso, 13328 €.

**Problema 5.**

a) Por el cálculo de la probabilidad solicitada, $\frac{4}{45} \approx 0{,}0889$, hasta 4 puntos.

b) Por el cálculo de la probabilidad solicitada, $\frac{16}{45} \approx 0{,}3556$ , hasta 3 puntos.

c) Por el cálculo de la probabilidad solicitada, $\frac{4}{5} = 0{,}8$, hasta 3 puntos.

En el apartado a), si el planteamiento y/o la fórmula utilizada son correctos, se puntuará hasta un máximo de 3 puntos. Por la obtención del resultado correcto, hasta 1 punto.

Apartados b) y c). Si el planteamiento y/o la fórmula utilizada para el cálculo de la probabilidad solicitada en el apartado son correctos, se puntuará hasta un máximo de 2 puntos. Por la obtención del resultado correcto, hasta 1 punto.

Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, este apartado se puntuará con un 0.

**Problema 6.**

a) Por el cálculo de la probabilidad solicitada, 0,5103, hasta 2,5 puntos.

b) Por el cálculo de la probabilidad solicitada, 0,9994, hasta 2,5 puntos.

c) Por el cálculo de la probabilidad solicitada, $0,9520$, hasta 2,5 puntos.

d) Por el cálculo de la probabilidad solicitada, 0,1667, hasta 2,5 puntos.

En todos los apartados, si el planteamiento y/o la fórmula utilizada son correctos, se puntuará hasta un máximo de 1,5 puntos. Por la obtención del resultado correcto, hasta 1 punto.

Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, este apartado se puntuará con un 0.

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **CONVOCATÒRIA 2021** | CONVOCATORIA 2021 |
|---|---|
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

## CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN

**S'han de contestar tres d'entre els sis problemes plantejats. Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**
**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Fins a 5 punts pel plantejament del sistema d'equacions lineals

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ 10x & + & 6y & + & 8z & = & 8{,}50 \\ x & - & 3y & & & = & 0 \end{array}$$

on $x$, $y$ i $z$ són les quantitats de café colombià, brasiler i kenyà, respectivament, que s'han d'utilitzar, segons el criteri següent:

**Una equació correcta** 1 punt.

**Dues equacions correctes** 3 punts.

**Tres equacions correctes** 5 punts.

De 0 a 4 punts per l'obtenció de la solució del sistema d'equacions.

- 4 punts si la solució és correcta per al sistema plantejat per l'alumne i no hi ha incoherències (valors negatius, etc.).
- Si la solució no és la del sistema plantejat, la puntuació màxima serà de 2 punts.
- Si la solució obtinguda és incoherent amb l'enunciat (valors negatius... ), es puntuarà aquesta part amb un 0.

Solució del sistema: $x = 0{,}375$; $y = 0{,}125$ i $z = 0{,}5$.
Per la solució del problema expressada en percentatges 1 punt: la mescla ha de fer-se amb un 37,5 % de café colombià; un 12,5 % de café brasiler i un 50 % de café kenyà.

**Problema 2.**
a) De 0 a 3 punts pel càlcul de la inversa de $A - B$,

$$(A-B)^{-1} = \begin{matrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{matrix} \quad .$$

b) De 0 a 4 punts pel càlcul de la matriu

$$X = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \end{pmatrix}.$$

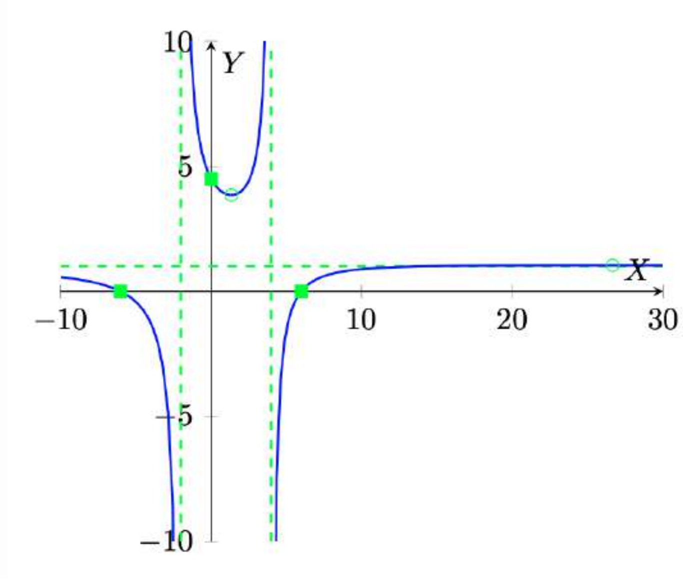
2 punts pel plantejament, $X = -C(A-B)^{-1}$, i 2 punts pel càlcul numèric.
c) De 0 a 3 punts. Fins a un punt per cadascun dels raonaments de per què no es pot fer el producte $BC$, però sí el $CB$ i fins a un punt pel càlcul de

$$CB = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 13 \\ 1 & 7 & 7 \end{pmatrix}.$$

**Problema 3.**
a) De 0 a 1 punt per l'obtenció del domini, $\mathbb{R} \setminus \{-2,\ 4\}$, i de 0 a 1 punt per la determinació dels talls amb els eixos: $(0,\ 4{,}5)$, $(-6, 0)$ i $(6, 0)$.
b) De 0 a 1 punt per l'obtenció de l'asímptota horitzontal, $y = 1$. De 0 a 1 punt per l'obtenció de les dues aímptotes verticals $x = -2$ i $x = 4$.
c) De 0 a 1 punt per l'obtenció dels intervals de creixement (la funció és creixent en $]\ 14 - 4\sqrt{10},\ 4\ [\cup]\ 4,\ 14 + 4\sqrt{10}\ [$). De 0 a 1 punt per l'obtenció dels intervals de decreixement (la funció és decreixent en $]-\infty,\ -2\ [\ \cup\ ]-2,\ 14 - 4\sqrt{10}\ [\ \cup\ ]\ 14 + 4\sqrt{10},\ \infty\ [$).

d) De 0 a 2 punts per la determinació dels màxims i els mínims locals: la funció té un màxim relatiu en $x = 14+4\sqrt{10} \approx 26{,}649$ i és $f(14+4\sqrt{10}) \approx 1{,}039$ i un mínim relatiu en $14-4\sqrt{10} \approx 1{,}3509$, i és $f(14-4\sqrt{10}) \approx 3{,}8499$.

e) De 0 a 2 punts per la representació de la gràfica de la funció.




**Problema 4**

a) De 0 a 4 punts. Fins a 2 punts per l'obtenció correcta de la funció de beneficis $B(x) = -2x^2 + 340x - 672$ i fins a 2 punts pel càlcul del nombre mínim d'unitats que s'han de produir perquè el benefici siga no negatiu, que és 2 unitats.

b) De 0 a 3 punts. Fins a 1 punt pel càlcul del nombre d'unitats que maximitza el benefici, 85. Fins a 1 punt per la justificació del fet que és màxim i 1 punt pel càlcul del benefici màxim, 13778 €.

c) De 0 a 3 punts. Fins a 2 punts per la justificació que el màxim benefici s'obté produint 100 unitats i 1 punt pel càlcul del benefici màxim en aquest cas, 13328 €.

**Problema 5.**

a) Pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, $\frac{4}{45} \approx 0{,}0889$, fins a 4 punts.

b) Pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, $\frac{16}{45} \approx 0{,}3556$ , fins a 3 punts.

c) Pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, $\frac{4}{5} = 0{,}8$, fins a 3 punts.

En l'apartat a), si el plantejament i/o la fórmula utilitzada són correctes, es puntuarà fins a un màxim de 3 punts. Per l'obtenció del resultat correcte, fins a 1 punt.

Apartats b) i c). Si el plantejament i/o la fórmula utilitzada per al càlcul de la probabilitat sol·licitada en l'apartat són correctes, es puntuarà fins a un màxim de 2 punts. Per l'obtenció del resultat correcte, fins a 1 punt.

Si en algun apartat s'obté alguna probabilitat impossible, aquest apartat es puntuarà amb un 0.

**Problema 6.**

a) Pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, 0,5103, fins a 2,5 punts.

b) Pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, $0,9994$, fins a 2,5 punts.

c) Pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, $0,9520$, fins a 2,5 punts.

d) Pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, 0,1667, fins a 2,5 punts.

En tots els apartats, si el plantejament i/o la fórmula utilitzada són correctes, es puntuarà fins a un màxim d'1,5 punts. Per l'obtenció del resultat correcte, fins a 1 punt.

Si en algun apartat s'obté alguna probabilitat impossible, aquest apartat es puntuarà amb un 0.

GENERALITAT VALENCIANA
Conselleria d'Innovació, Universitats, Ciència i Societat Digital

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2022** | CONVOCATORIA: JUNIO 2022 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
Heu de respondre només a TRES problemes entre els sis que es proposen.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
El alumnado contestará solo TRES problemas entre los seis propuestos.
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

**En les respostes heu d'escriure tots els passos del raonament utilitzat.**

**Problema 1.** Donades les matrius $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ i $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$. Es demana:

a) Demostrar que $C - AB^T$ té inversa i calculeu-la. (4 punts)
b) Calcular la matriu $X$ que verifica $CX = AB^TX + I$, on $I$ és la matriu identitat. (3 punts)
c) Justificar que $(AB^T)^n = 2^nI$ per a tot número natural $n$. (3 punts)

**Problema 2.** Donada la matriu

$$A = \begin{bmatrix} m & 0 & m-1 \\ -2m & m^2 & 1 \\ 0 & 2m & 1 \end{bmatrix}.$$

Determineu:

a) El rang de la matriu $A$ en funció del paràmetre real $m$. (4 punts)
b) La matriu inversa de $A$ en el cas $m = 2$. (4 punts)
c) El nombre real $m$ per al qual el determinant de la matriu $2A$ és igual a $-8$. (2 punts)

**Problema 3.** Donades les rectes $r: \begin{cases} x = z - 1 \\ y = 2 - 3z \end{cases}$ i $s: \begin{cases} x = 4 - 5z \\ y = 4z - 3 \end{cases}$.

a) Indiqueu justificadament la posició relativa de $r$ i $s$. (5 punts)
b) Trobeu l'equació de la recta $l$ que passa per l'origen i talla $r$ i $s$. (5 punts)

**Problema 4.** Donats els plans $\pi_1: 2x - y - z + 4 = 0$ i $\pi_2: \begin{cases} x = -1 + \alpha \\ y = 1 + \alpha + \beta \\ z = \alpha - \beta \end{cases}$, i la recta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

a) Calculeu la posició relativa de $\pi_1$ i $\pi_2$. (3 punts)
b) Calculeu el punt $P'$ que és simètric al punt $P = (1,0,0)$ respecte del pla $\pi_1$. (4 punts)
c) Calculeu, si n'hi ha, el punt d'intersecció de $\pi_1$ i $r$. (3 punts)

**Problema 5.** Considerem la funció $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2-4}$. Obteniu:

a) El domini i els punts de tall amb els eixos. (1 punt)
b) Les asímptotes de la funció. (2 punts)
c) Els intervals de creixement i decreixement, i els extrems. (3 punts)
d) La primitiva de la funció $f(x)$. (4 punts)

**Problema 6.** Es desitja construir un quadrat i un triangle equilàter tallant en dues parts un cable d'acer de 240 m de longitud.

a) Calculeu la suma de les àrees del triangle i del quadrat en funció del valor $x$ que correspon amb els metres que mesura un costat del triangle. (3 punts)
b) Calculeu la longitud de cable necessària per a construir el triangle de manera que la suma de les àrees del triangle i del quadrat siga mínima i calculeu l'àrea mínima. (7 punts)

**En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.**

**Problema 1.** Dadas las matrices $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ -1 & 2 & -1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$ y $C=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{bmatrix}$. Se pide:

a) Demostrar que $C-AB^T$ tiene inversa y calcularla. (4 puntos)
b) Calcular la matriz $X$ que verifica $CX=AB^TX+I$, donde $I$ es la matriz identidad. (3 puntos)
c) Justificar que $(AB^T)^n=2^nI$ para todo número natural $n$. (3 puntos)

**Problema 2.** Dada la matriz

$$A=\begin{bmatrix}m & 0 & m-1\\ -2m & m^2 & 1\\ 0 & 2m & 1\end{bmatrix}.$$

Determinar:

a) El rango de la matriz $A$ en función del parámetro real $m$. (4 puntos)
b) La matriz inversa de $A$ en el caso $m=2$. (4 puntos)
c) El número real $m$ para el cual el determinante de la matriz $2A$ es igual a $-8$. (2 puntos)

**Problema 3.** Dadas las rectas $r:\begin{cases}x=z-1\\ y=2-3z\end{cases}$ y $s:\begin{cases}x=4-5z\\ y=4z-3\end{cases}$.

a) Indicar justificadamente la posición relativa de $r$ y $s$. (5 puntos)
b) Hallar la ecuación de la recta $l$ que pasa por el origen y corta a $r$ y $s$. (5 puntos)

**Problema 4.** Dados los planos $\pi_1: 2x-y-z+4=0$ y $\pi_2:\begin{cases}x=-1+\alpha\\ y=1+\alpha+\beta\\ z=\alpha-\beta\end{cases}$, y la recta $r:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

a) Calcular la posición relativa de $\pi_1$ y $\pi_2$. (3 puntos)
b) Calcular el punto $P'$ que es simétrico al punto $P=(1,0,0)$ respecto del plano $\pi_1$. (4 puntos)
c) Calcular, si existe, el punto de intersección de $\pi_1$ y $r$. (3 puntos)

**Problema 5.** Consideramos la función $f(x)=\frac{x^2+3}{x^2-4}$. Obtener:

a) El dominio y los puntos de corte con los ejes. (1 punto)
b) Las asíntotas de la función. (2 puntos)
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos. (3 puntos)
d) La primitiva de la función $f(x)$. (4 puntos)

**Problema 6.** Se desea construir un cuadrado y un triángulo equilátero cortando en dos partes un cable de acero de 240 m. de longitud.

a) Calcular la suma de las áreas del triángulo y del cuadrado en función del valor $x$ que corresponde con los metros que mide un lado del triángulo. (3 puntos)
b) Calcular la longitud de cable necesaria para construir el triángulo de modo que la suma de las áreas del triángulo y del cuadrado sea mínima y calcular el área mínima. (7 puntos)

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** — PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2022** | CONVOCATORIA: JUNIO 2022 |
|---|---|
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**<u>En les respostes heu d'escriure tots els passos del raonament utilitzat.</u>**

**Problema 1.** Donades les matrius $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ -1 & 2 & -1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$ i $C=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{bmatrix}$. Es demana:

a) Demostrar que $C-AB^T$ té inversa i calculeu-la. (4 punts)
b) Calcular la matriu $X$ que verifica $CX=AB^TX+I$, on $I$ és la matriu identitat. (3 punts)
c) Justificar que $(AB^T)^n=2^nI$ per a tot número natural $n$. (3 punts)

**Solució:**

a) $\det(C-AB^T)=3\neq 0$, per tant té inversa. $(C-AB^T)^{-1}=\begin{pmatrix}-1 & -1/3\\ 0 & -1/3\end{pmatrix}$.

b) $X=(C-AB^T)^{-1}=\begin{pmatrix}-1 & -1/3\\ 0 & -1/3\end{pmatrix}$.

c) $AB^T=2I$, per tant $(AB^T)^n=2^nI$.

**Problema 2.** Donada la matriu

$$A=\begin{bmatrix}m & 0 & m-1\\ -2m & m^2 & 1\\ 0 & 2m & 1\end{bmatrix}.$$

Determineu:

a) El rang de la matriu $A$ en funció del paràmetre real $m$. (4 punts)
b) La matriu inversa de $A$ en el cas $m=2$. (4 punts)
c) El nombre real $m$ per al qual el determinant de la matriu $2A$ és igual a $-8$. (2 punts)

**Solució:**

a) $\det(A)=m^2(2-3m)$. Si $m=0$, el rang és 1; si $m=\frac{2}{3}$, el rang és 2; i si $m\neq 0,\frac{2}{3}$, el rang és 3.

b) $A^{-1}=\begin{bmatrix}0 & -1/4 & 1/4\\ -1/4 & -1/8 & 3/8\\ 1 & 1/2 & -1/2\end{bmatrix}$.

c) $m=1$.

**Problema 3.** Donades les rectes $r:\begin{cases}x=z-1\\ y=2-3z\end{cases}$ i $s:\begin{cases}x=4-5z\\ y=4z-3\end{cases}$.

a) Indiqueu justificadament la posició relativa de $r$ i $s$. (5 punts)
b) Trobeu l'equació de la recta $l$ que passa per l'origen i talla $r$ i $s$. (5 punts)

**Solució:**

a) Les rectes es creuen en l'espai.

b) $\begin{cases}2x+y+z=0\\ 3x+4y-z=0\end{cases}$.

**Problema 4.** Donats els plans $\pi_1$: $2x - y - z + 4 = 0$ i $\pi_2$: $\begin{cases} x = -1 + \alpha \\ y = 1 + \alpha + \beta \\ z = \alpha - \beta \end{cases}$, i la recta $r$: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

a) Calculeu la posició relativa de $\pi_1$ i $\pi_2$. (3 punts)
b) Calculeu el punt $P'$ que és simètric al punt $P = (1,0,0)$ respecte del pla $\pi_1$. (4 punts)
c) Calculeu, si n'hi ha, el punt d'intersecció de $\pi_1$ i $r$. (3 punts)

**Solució:**

a) $\pi_1$ i $\pi_2$ són paral·lels no coincidents.
b) $(-3,2,2)$.
c) $(-3,-8,6)$.

**Problema 5.** Considerem la funció $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2-4}$. Obteniu:

a) El domini i els punts de tall amb els eixos. (1 punt)
b) Les asímptotes de la funció. (2 punts)
c) Els intervals de creixement i decreixement, i els extrems. (3 punts)
d) La primitiva de la funció $f(x)$. (4 punts)

**Solució:**

a) Domini $\mathbb{R} - \{-2,2\}$. Punts de tall $\left(0, -\frac{3}{4}\right)$.
b) AV $x = -2$, $x = 2$ AH $y = 1$.
c) $f$ creix en $(-\infty,-2) \cup (-2,0)$ i decreix en $(0,2) \cup (2,+\infty)$. $x = 0$ és un màxim.
d) $x + \frac{7}{4}\ln(|x-2|) - \frac{7}{4}\ln(|x+2|) + C$.

**Problema 6.** Es desitja construir un quadrat i un triangle equilàter tallant en dues parts un cable d'acer de 240 m de longitud.

a) Calculeu la suma de les àrees del triangle i del quadrat en funció del valor $x$ que correspon amb els metres que mesura un costat del triangle.
(3 punts)
b) Calculeu la longitud de cable necessària per a construir el triangle de manera que la suma de les àrees del triangle i del quadrat siga mínima i calculeu l'àrea mínima.
(7 punts)

**Solució:**

a) $\left(\frac{240-3x}{4}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}\,x^2}{4}$.
b) Costat del triangle $x = \frac{720}{4\sqrt{3}+9} = 45.203$ m,
longitud $3x = 3\,\frac{720}{4\sqrt{3}+9} = 135.609$ m,
àrea total $=\frac{14400}{11}\left(3\sqrt{3} - 4\right) = 1565.872$ m$^2$.

**<u>En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado</u>.**

**Problema 1.** Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$. Se pide:

a) Demostrar que $C - AB^T$ tiene inversa y calcularla. (4 puntos)
b) Calcular la matriz $X$ que verifica $CX = AB^T X + I$, donde $I$ es la matriz identidad. (3 puntos)
c) Justificar que $(AB^T)^n = 2^n I$ para todo número natural $n$. (3 puntos)

**Solución:**

a) $\det(C - AB^T) = 3 \neq 0$ luego tiene inversa. $(C - AB^T)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1/3 \\ 0 & -1/3 \end{pmatrix}$.

b) $X = (C - AB^T)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1/3 \\ 0 & -1/3 \end{pmatrix}$.

c) $AB^T = 2I$ luego $(AB^T)^n = 2^n I$.

**Problema 2.** Dada la matriz

$$A = \begin{bmatrix} m & 0 & m-1 \\ -2m & m^2 & 1 \\ 0 & 2m & 1 \end{bmatrix}.$$

Determinar:

a) El rango de la matriz $A$ en función del parámetro real $m$. (4 puntos)
b) La matriz inversa de $A$ en el caso $m = 2$. (4 puntos)
c) El número real $m$ para el cual el determinante de la matriz $2A$ es igual a $-8$. (2 puntos)

**Solución:**

a) $\det(A) = m^2(2 - 3m)$. Si $m = 0$ el rango es 1, si $m = \frac{2}{3}$ el rango es 2 y si $m \neq 0, \frac{2}{3}$ el rango es 3.

b) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1/4 & 1/4 \\ -1/4 & -1/8 & 3/8 \\ 1 & 1/2 & -1/2 \end{bmatrix}$.

c) $m = 1$.

**Problema 3.** Dadas las rectas $r: \begin{cases} x = z - 1 \\ y = 2 - 3z \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x = 4 - 5z \\ y = 4z - 3 \end{cases}$.

a) Indicar justificadamente la posición relativa de $r$ y $s$. (5 puntos)
b) Hallar la ecuación de la recta $l$ que pasa por el origen y corta a $r$ y $s$. (5 puntos)

**Solución:**

a) Las rectas se cruzan en el espacio.

b) $\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 3x + 4y - z = 0 \end{cases}$.

**Problema 4.** Dados los planos $\pi_1: 2x - y - z + 4 = 0$ y $\pi_2: \begin{cases} x = -1 + \alpha \\ y = 1 + \alpha + \beta \\ z = \alpha - \beta \end{cases}$, y la recta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

a) Calcular la posición relativa de $\pi_1$ y $\pi_2$. (3 puntos)
b) Calcular el punto $P'$ que es simétrico al punto $P = (1,0,0)$ respecto del plano $\pi_1$. (4 puntos)
c) Calcular, si existe, el punto de intersección de $\pi_1$ y $r$. (3 puntos)

**Solución:**

a) $\pi_1$ y $\pi_2$ son paralelos no coincidentes.

b) $(-3,2,2)$.

c) $(-3,-8{,}6)$.

**Problema 5.** Consideramos la función $f(x)=\frac{x^2+3}{x^2-4}$. Obtener:

a) El dominio y los puntos de corte con los ejes. (1 punto)
b) Las asíntotas de la función. (2 puntos)
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos. (3 puntos)
d) La primitiva de la función $f(x)$. (4 puntos)

**Solución:**

a) Dominio $\mathbb{R}-\{-2{,}2\}$. Puntos de corte $\left(0,-\frac{3}{4}\right)$.
b) AV $x=-2$, $x=2$ AH $y=1$.
c) $f$ crece en $(-\infty,-2)\cup(-2{,}0)$ y decrece en $(0{,}2)\cup(2,+\infty)$. $x=0$ es un máximo.
d) $x+\frac{7}{4}\ln(|x-2|)-\frac{7}{4}\ln(|x+2|)+C$.

**Problema 6.** Se desea construir un cuadrado y un triángulo equilátero cortando en dos partes un cable de acero de 240 m. de longitud.

a) Calcular la suma de las áreas del triángulo y del cuadrado en función del valor $x$ que corresponde con los metros que mide un lado del triángulo. (3 puntos)
b) Calcular la longitud de cable necesaria para construir el triángulo de modo que la suma de las áreas del triángulo y del cuadrado sea mínima y calcular el área mínima. (7 puntos)

**Solución:**

a) $\left(\frac{240-3x}{4}\right)^2+\frac{\sqrt{3}\,x^2}{4}$.
b) Lado del triángulo $x=\frac{720}{4\sqrt{3}+9}=45.203$ m,
longitud $3x=3\,\frac{720}{4\sqrt{3}+9}=135.609$ m,
área total $=\frac{14400}{11}\left(3\sqrt{3}-4\right)=1565.872\text{ m}^2$.

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2022** | CONVOCATORIA: JUNIO 2022 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREMO DEL EXAMEN: **Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.** Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Una agencia inmobiliaria tiene tres locales en alquiler, por los que ha cobrado en total 1650 euros en este mes. La agencia ha pagado al propietario del primer local el 95% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler; al propietario del segundo local, el 90% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler; y al propietario del tercer local, el 80% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler. Tras estos tres pagos, a la agencia le han quedado 132 euros de ganancia. Se sabe también que el alquiler que se cobra por el primer local es el doble de la suma de lo que se cobra por el alquiler de los otros dos locales juntos. ¿Cuántos euros cobra la agencia por cada uno de los tres locales que tiene en alquiler?

*(Planteamiento correcto 5 puntos – Resolución correcta 5 puntos)*

**Problema 2.** Una empresa apícola vende dos tipos de cajas con tres variedades de miel en cada una: miel de romero, miel de azahar y miel multifloral. La caja de tipo A contiene 2 tarros de miel de romero, 2 de azahar y 1 de multifloral. La caja de tipo B contiene 1 tarro de miel de romero, 2 de azahar y 2 de multifloral. Cada día la empresa dispone de 280 tarros de miel de romero, 300 de miel de azahar y 250 de miel multifloral. Con cada caja de tipo A obtiene un beneficio de 7 euros y con cada caja de tipo B obtiene un beneficio de 5 euros.

a) ¿Cuántas cajas de cada tipo debe comercializar para obtener un beneficio máximo? *(8 puntos)*
b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(2 puntos)*

**Problema 3.** Se considera la función $f(x)=\frac{x^2+x-2}{(x+1)^2}$ . Se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales, si existen. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

**Problema 4.** En una empresa se ha comprobado que sus beneficios están relacionados con su inversión en publicidad según la función $B(x) = 50\,000 + 40\,x - \left(\frac{x}{10}\right)^2$, donde $x$ es la inversión en publicidad ($x \geq 0$) y $B(x)$ es el beneficio obtenido, ambos en euros.

a) Calcula la cantidad invertida en publicidad que produce un beneficio máximo. ¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(4 puntos)*
b) Calcula los intervalos para la inversión en publicidad en los que los beneficios crecen o decrecen a medida que se invierte en publicidad. *(3 puntos)*
c) ¿Existe un valor para la inversión en publicidad a partir del cual los beneficios obtenidos serían menores que si no se invirtiera nada en publicidad? En caso afirmativo, determínalo. *(3 puntos)*

**Problema 5.** Entre los clientes de una compañía de seguros de automóviles, un 30% tiene menos de 30 años, un 55% tiene entre 30 y 60 años, y el 15% restante tiene más de 60 años. Se sabe que, entre los clientes de menos de 30 años, 3 de cada 4 no presentaron parte de accidente el año pasado; entre los clientes que tienen entre 30 y 60 años, 9 de cada 10 no presentaron parte de accidente el año pasado; y entre los clientes de más de 60 años, 2 de cada 5 no presentaron parte de accidente el año pasado. Seleccionamos al azar un cliente de la compañía.

a) Llamemos $A$ al suceso "el cliente seleccionado tiene más de 60 años" y llamemos $B$ al suceso "el cliente seleccionado no presentó parte de accidente año pasado". Calcula $P(A \cup B)$. *(3 puntos)*
b) Llamemos $C$ al suceso "el cliente seleccionado tiene 30 años o más" y $D$ al suceso "el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado". Calcula $P(C \cap D)$. *(3 puntos)*
c) Si sabemos que el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado, calcula la probabilidad de que tenga 60 años o menos. *(4 puntos)*

**Problema 6.** En un juego se lanzan dos monedas equilibradas y un dado de seis caras equilibrado. Un jugador gana si obtiene dos caras y un número par en el dado, o bien, si obtiene exactamente una cara y un número mayor o igual que cinco en el dado.

a) Calcula la probabilidad de que el jugador gane. *(2,5 puntos)*
b) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera dos caras al lanzar las monedas? *(2,5 puntos)*
c) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera un cinco al lanzar el dado? *(2,5 puntos)*
d) Llamemos $A$ al suceso "el jugador no gana" y llamemos $B$ al suceso "el jugador obtiene un seis al lanzar el dado". ¿Son independientes los sucesos $A$ y $B$? *(2,5 puntos)*

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2022** | CONVOCATORIA: JUNIO 2022 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREM DE L'EXAMEN: **S'han de contestar tres d'entre els sis problemes plantejats.** Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'utilitze o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics hauran d'estar sempre degudament justificats. Està permés l'ús de regla. Les gràfiques es faran amb el mateix color que la resta de l'examen.

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Una agència immobiliària té tres locals en lloguer, pels quals ha cobrat en total 1.650 euros en aquest mes. L'agència ha pagat al propietari del primer local el 95% de la quantitat que ha cobrat pel lloguer; al propietari del segon local, el 90% de la quantitat que ha cobrat pel lloguer; i al propietari del tercer local, el 80% de la quantitat cobrada pel lloguer. Després d'aquests tres pagaments, a l'agència li han quedat 132 euros de guany. Se sap també que el lloguer que es cobra pel primer local és el doble de la suma del que es cobra pel lloguer dels altres dos locals junts. Quants euros cobra l'agència per cadascun dels tres locals que té en lloguer?

*(Plantejament correcte 5 punts – Resolució correcta 5 punts)*

**Problema 2.** Una empresa apícola ven dos tipus de caixes amb tres varietats de mel en cadascuna: mel de romer, mel de flor del taronger i mel multifloral. La caixa de tipus A conté 2 pots de mel de romer, 2 de flor del taronger i 1 de multifloral. La caixa de tipus B conté 1 pot de mel de romer, 2 de flor del taronger i 2 de multifloral. Cada dia l'empresa disposa de 280 pots de mel de romer, 300 de mel de flor del taronger i 250 de mel multifloral. Amb cada caixa de tipus A obté un benefici de 7 euros i amb cada caixa de tipus B obté un benefici de 5 euros.

a) Quantes caixes de cada tipus ha de comercialitzar per a obtindre un benefici màxim? *(8 punts)*
b) Quin és aquest benefici màxim? *(2 punts)*

**Problema 3.** Atesa la funció $f(x) = \frac{x^2+x-2}{(x+1)^2}$, es demana:

a) El seu domini i els punts de tall amb els eixos coordenats. *(2 punts)*
b) Les asímptotes horitzontals i verticals, si existeixen. *(2 punts)*
c) Els intervals de creixement i decreixement. *(2 punts)*
d) Els màxims i mínims locals, si existeixen. *(2 punts)*
e) La representació gràfica de la funció a partir dels resultats anteriors. *(2 punts)*

**Problema 4.** En una empresa s'ha comprovat que els seus beneficis estan relacionats amb la seua inversió en publicitat segons la funció $B(x) = 50\,000 + 40\,x - \left(\frac{x}{10}\right)^2$, en què $x$ és la inversió en publicitat ($x \geq 0$) i $B(x)$ és el benefici obtingut, tots dos en euros.

a) Calculeu la quantitat invertida en publicitat que produeix un benefici màxim. Quin és aquest benefici màxim? *(4 punts)*
b) Calculeu els intervals per a la inversió en publicitat en els quals els beneficis creixen o decreixen a mesura que s'inverteix en publicitat. *(3 punts)*
c) Hi ha un valor per a la inversió en publicitat a partir del qual els beneficis obtinguts serien més baixos que si no s'invertira res en publicitat? En cas afirmatiu, determineu-ho. *(3 punts)*

**Problema 5.** Entre els clients d'una companyia d'assegurances d'automòbils, un 30% té menys de 30 anys, un 55% té entre 30 i 60 anys, i el 15% restant té més de 60 anys. Se sap que, entre els clients de menys de 30 anys, 3 de cada 4 no van presentar comunicat d'accident l'any passat; entre els clients que tenen entre 30 i 60 anys, 9 de cada 10 no van presentar comunicat d'accident l'any passat; i entre els clients de més de 60 anys, 2 de cada 5 no van presentar comunicat d'accident l'any passat. Seleccionem a l'atzar un client de la companyia.

a) Anomenem $A$ el succés «el client seleccionat té més de 60 anys» i anomenen $B$ el succés «el client seleccionat no va presentar comunicat d'accident l'any passat». Calculeu $P(A \cup B)$. *(3 punts)*
b) Anomenem $C$ el succés «el client seleccionat té 30 anys o més» i anomenen $D$ el succés «el client seleccionat va presentar comunicat d'accident l'any passat». Calculeu $P(C \cap D)$. *(3 punts)*
c) Si sabem que el client seleccionat va presentar comunicat d'accident l'any passat, calculeu la probabilitat que tinga 60 anys o menys. *(4 punts)*

**Problema 6.** En un joc es llancen dues monedes equilibrades i un dau de sis cares equilibrat. Un jugador guanya si obté dues cares i un nombre parell en el dau, o bé si obté exactament una cara i un nombre major o igual que cinc en el dau.

a) Calculeu la probabilitat que el jugador guanye. *(2,5 punts)*
b) Si se sap que ha guanyat, quina és la probabilitat que obtinguera dues cares en llançar les monedes? *(2,5 punts)*
c) Si se sap que ha guanyat, quina és la probabilitat que obtinguera un cinc en llançar el dau? *(2,5 punts)*
d) Anomenem $A$ el succés «el jugador no guanya» i anomenen $B$ el succés «el jugador obté un sis en llançar el dau». Són independents els successos $A$ i $B$? *(2,5 punts)*

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2022** | CONVOCATORIA: JUNIO 2022 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos. Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.**

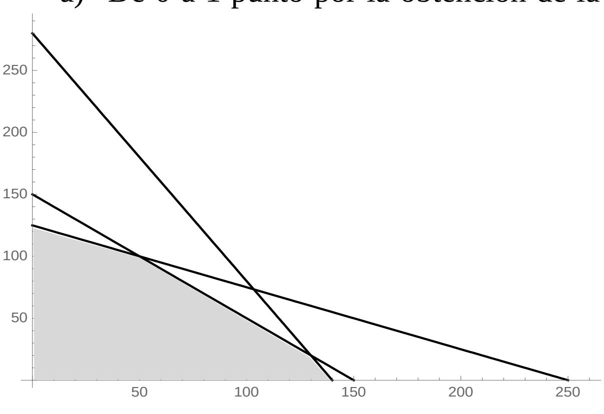
Por el planteamiento del problema, de 0 a 5 puntos con los siguientes criterios: 3 ecuaciones correctas, 5 puntos; 2 ecuaciones correctas, 3 puntos; 1 ecuación correcta, 1 punto. Si *x*, *y*, *z* son las cantidades que la empresa ha cobrado por el alquiler del primer local, del segundo local y del tercer local, respectivamente, las ecuaciones son:

$$\begin{cases} x + y + z = 1650 \\ 0{,}05x + 0{,}10y + 0{,}20z = 132 \\ x - 2y - 2z = 0 \end{cases}$$

Por la obtención de la solución del sistema de ecuaciones, de 0 a 5 puntos con los siguientes criterios: 5 puntos si la solución es correcta para el sistema planteado por el alumno y no hay incoherencias (valores negativos, …); si la solución no es la del sistema planteado por el alumno, la puntuación máxima será de 2 puntos; si la solución obtenida es incoherente con el enunciado (valores negativos, …), se puntuará esta parte con un 0. La solución es $x = 1100,\ y = 330,\ z = 220$.

**Problema 2.**

a) De 0 a 1 punto por la obtención de la función objetivo: $F(x, y) = 7x + 5y$. De 0 a 3 puntos por el planteamiento de las restricciones, con el siguiente criterio: 3 restricciones correctas, 3 puntos; 2 restricciones correctas, 2 puntos; 1 restricción correcta, 1 punto (las dos restricciones de no negatividad no dan puntos); si las dos restricciones de no negatividad no figuran explícitamente pero sí se tienen en cuenta en la resolución, no debe considerarse como error el que no figuren explícitamente. Las restricciones son:




$$\begin{cases} 2x + y \le 280 \\ x + y \le 150 \\ x + 2y \le 250 \end{cases}, \quad \text{con } x, y \ge 0.$$

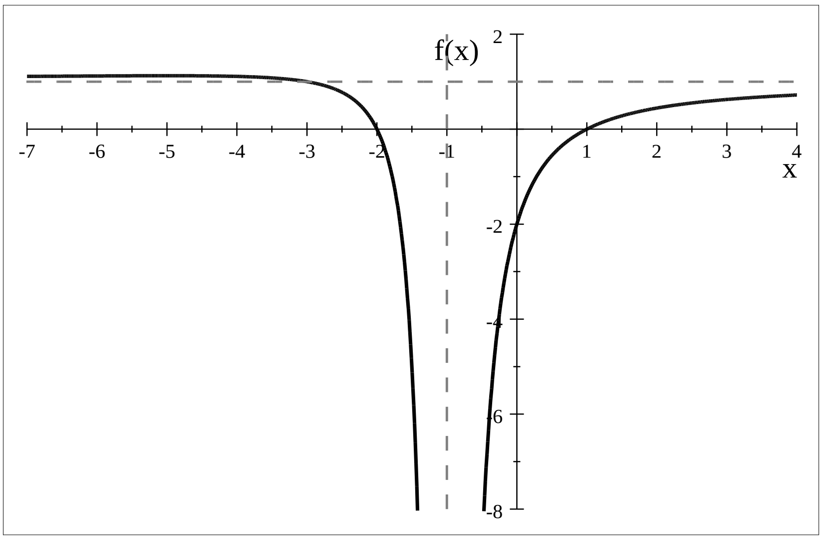
De 0 a 3 puntos por la determinación de la región factible: polígono de vértices $(140, 0)$, $(130, 20)$, $(50, 100)$, $(0, 125)$ y $(0, 0)$. De 0 a 1 punto por la obtención de las cantidades que maximizan el beneficio: $x = 130, y = 20$.

b) De 0 a 2 puntos por la determinación del beneficio máximo, que es 1010 euros.

Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto, se puntuará de 0 a 10 puntos.

**Problema 3.**

a) De 0 a 1 punto por la obtención del dominio: $R\backslash\{-1\}$. De 0 a 1 punto por la determinación de los puntos de corte con los ejes: (0,-2), (-2,0) y (1,0).
b) De 0 a 1 punto por la obtención de la asíntota vertical de ecuación $x = -1$. De 0 a 1 punto por la obtención de la asíntota horizontal de ecuación $y = 1$.
c) De 0 a 2 puntos por el cálculo de los intervalos de crecimiento y decrecimiento: la función es creciente en $]-\infty, -5[\ \cup\ ]-1, +\infty[$ y es decreciente en $]-5, -1[$.
d) De 0 a 2 puntos por el cálculo de los máximos y mínimos locales: la función tiene un máximo local para el valor $x = -5$, y para este valor se obtiene $f(-5) = \frac{9}{8} = 1{,}125$; la función no tiene mínimos locales.
e) De 0 a 2 puntos por la gráfica de la función. A partir de los resultados anteriores, la gráfica de la función es la siguiente:




**Problema 4.**

a) De 0 a 3 puntos por la obtención de la cantidad invertida en publicidad que proporciona los máximos beneficios, que es 2000 euros. De 0 a 1 punto por el cálculo del beneficio máximo, que es 90 000 euros.
b) De 0 a 3 puntos por la obtención de los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Los beneficios crecen a partir de invertir 0 euros hasta los 2000 euros, y después decrecen.
c) De 0 a 3 puntos por determinar que si se invirtieran más de 4000 euros en publicidad los beneficios serían menores que si no se invirtiera nada en publicidad; si únicamente se razona que existe un valor para la inversión en publicidad a partir del cual los beneficios obtenidos serían menores que si no se invirtiera nada en publicidad, pero no se determina ese valor, se puntuará hasta 1 punto.

**Problema 5.**

a) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 0,87.
b) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 0,145.
c) De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 13/22 ≈ 0,5909.

En los apartados a) y b), por utilizar un planteamiento y/o una fórmula correcta se puntuará hasta un máximo de 2 puntos, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto.

En el apartado c), por utilizar un planteamiento y/o una fórmula correcta se puntuará hasta un máximo de 3 puntos, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto.

Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, ese apartado se puntuará con un 0.

**Problema 6.**

a) De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 7/24 ≈ 0,2917.
b) De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 3/7 ≈ 0,4286.
c) De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 2/7 ≈ 0,2857.
d) De 0 a 2,5 puntos por la justificación de que no son independientes: o bien indicando que $P(A \cap B) = \frac{1}{24}$ no coincide con el producto de $P(A) = \frac{17}{24}$ y $P(B) = \frac{1}{6}$, o bien con algún razonamiento alternativo que sea correcto.

En todos los apartados, por utilizar un planteamiento y/o una fórmula correcta se puntuará hasta un máximo de 1,5 puntos, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto.

Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, ese apartado se puntuará con un 0.

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2022** | CONVOCATORIA: JUNIO 2022 |
|---|---|
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**S'han de contestar tres d'entre els sis problemes plantejats. Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.**

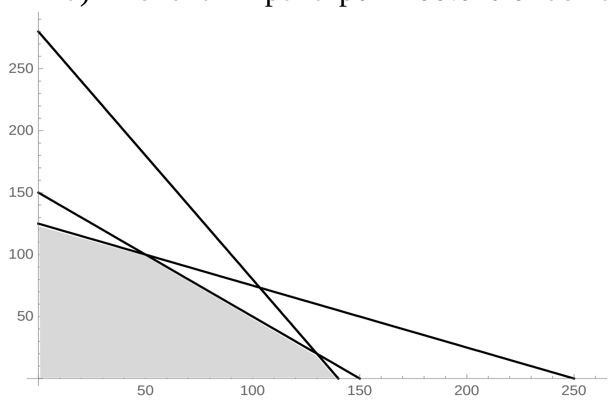
Pel plantejament del problema, de 0 a 5 punts amb els criteris següents: 3 equacions correctes, 5 punts; 2 equacions correctes, 3 punts; 1 equació correcta, 1 punt. Si $x, y, z$ són les quantitats que l'empresa ha cobrat pel lloguer del primer local, del segon local i del tercer local, respectivament, les equacions són:

$$\begin{cases} x + y + z = 1.650 \\ 0{,}05x + 0{,}10y + 0{,}20z = 132 \\ x - 2y - 2z = 0 \end{cases}$$

Per l'obtenció de la solució del sistema d'equacions, de 0 a 5 punts amb els criteris següents: 5 punts si la solució és correcta per al sistema plantejat per l'alumne i no hi ha incoherències (valors negatius, ...); si la solució no és la del sistema plantejat per l'alumne, la puntuació màxima serà de 2 punts; si la solució obtinguda és incoherent amb l'enunciat (valors negatius, ...), es puntuarà aquesta part amb un 0. La solució és $x = 1100,\ y = 330,\ z = 220$.

**Problema 2.**

a) De 0 a 1 punt per l'obtenció de la funció objectiu: $F(x, y) = 7x + 5y$. De 0 a 3 punts pel plantejament de les restriccions, amb els criteris següents: 3 restriccions correctes, 3 punts; 2 restriccions correctes, 2 punts; 1 restricció correcta, 1 punt (les dues restriccions de no negativitat no donen punts); si les restriccions de no negativitat no figuren explícitament però sí que es tenen en compte en la resolució, no ha de considerar-se com a error el que no figuren explícitament. Les restriccions són:




$$\begin{cases} 2x + y \le 280 \\ x + y \le 150 \\ x + 2y \le 250 \end{cases}, \quad \text{amb } x, y \ge 0.$$

De 0 a 3 punts per la determinació de la regió factible: polígon de vèrtex $(140, 0)$, $(130, 20)$, $(50, 100)$ $(0, 125)$ i $(0, 0)$. De 0 a 1 punt per l'obtenció de les quantitats que maximitzen el benefici: $x = 130, y = 20$.

b) De 0 a 2 punts per la determinació del benefici màxim, que és 1010 euros.

Si la solució s'obté per qualsevol altre mètode raonat i correcte, es puntuarà de 0 a 10 punts.

**Problema 3.**

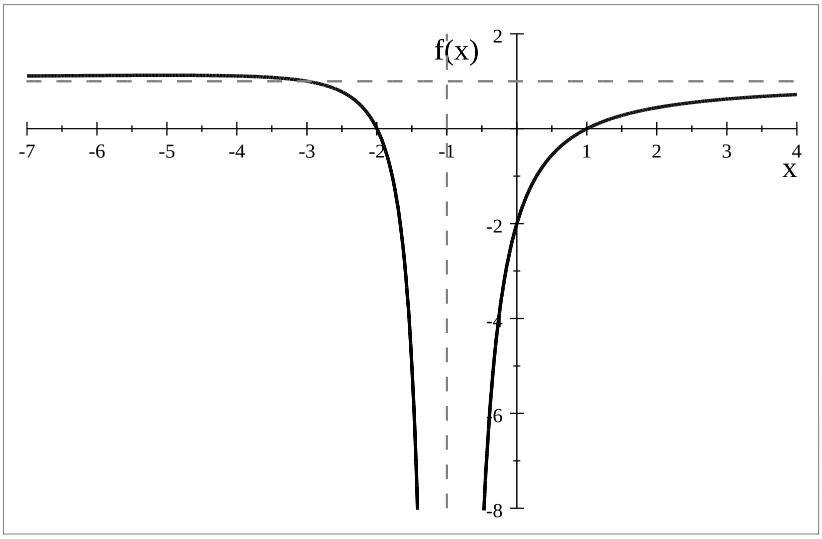
a) De 0 a 1 punt per l'obtenció del domini: $R\backslash\{-1\}$. De 0 a 1 punt per la determinació dels punts de tall amb els eixos: els punts (0,-2), (-2,0) i (1,0).

b) De 0 a 1 punt per l'obtenció de l'asímptota vertical d'equació $x = -1$. De 0 a 1 punt per l'obtenció de l'asímptota horitzontal d'equació $y = 1$.

c) De 0 a 2 punts pel càlcul dels intervals de creixement i decreixement: la funció és creixent en $]-\infty, -5[\ \cup\ ]-1, +\infty[$ i és decreixent en $]-5,\ -1[$.

d) De 0 a 2 punts pel càlcul dels màxims i mínims locals: la funció té un màxim local per al valor $x = -5$, i per a aquest valor s'obté $f(-5) = \frac{9}{8} = 1{,}125$; la funció no té mínims locals.

e) De 0 a 2 punts per la gràfica de la funció. A partir dels resultats anteriors, la gràfica de la funció és la següent:




**Problema 4.**

a) De 0 a 3 punts per l'obtenció de la quantitat invertida en publicitat que proporciona els màxims beneficis, que és 2.000 euros. De 0 a 1 punt pel càlcul del benefici màxim, que és 90.000 euros.

b) De 0 a 3 punts per l'obtenció dels intervals de creixement i decreixement. Els beneficis creixen a partir d'invertir 0 euros fins als 2.000 euros, i després decreixen.

c) De 0 a 3 punts per determinar que si s'invertira més de 4.000 euros en publicitat els beneficis serien menors que si no s'invertira res en publicitat; si únicament es raona que existeix un valor per a la inversió en publicitat a partir del qual els beneficis obtinguts serien menors que si no s'invertira res en publicitat, però no es determina aqueix valor, es puntuarà fins a 1 punt.

**Problema 5.**

a) De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 0,87.

b) De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 0,145.

c) De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 13/22 ≈ 0,5909.

En els apartats a) i b), per utilitzar un plantejament i/o una fórmula correcta es puntuarà fins a un màxim de 2 punts, i per l'obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d'1 punt.

En l'apartat c), per utilitzar un plantejament i/o una fórmula correcta es puntuarà fins a un màxim de 3 punts, i per l'obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d'1 punt.

Si en algun apartat s’obté alguna probabilitat impossible, aquest apartat es puntuarà amb un 0.

**Problema 6.**

a) De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 7/24 ≈ 0,2917.
b) De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 3/7 ≈ 0,4286.
c) De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 2/7 ≈ 0,2857.
d) De 0 a 2,5 punts per la justificació que no són independents: o bé indicant que $P(A \cap B) = \frac{1}{24}$ no coincideix amb el producte de $P(A) = \frac{17}{24}$ i $P(B) = \frac{1}{6}$, o bé amb algun raonament alternatiu que siga correcte.

En tots els apartats, per utilitzar un plantejament i/o una fórmula correcta es puntuarà fins a un màxim de 1,5 punts, i per l’obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d’1 punt.

Si en algun apartat s’obté alguna probabilitat impossible, aquest apartat es puntuarà amb un 0.

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2022** | CONVOCATORIA: JULIO 2022 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
Heu de respondre només a TRES problemes entre els sis que es proposen.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
El alumnado contestará solo TRES problemas entre los seis propuestos.
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

**En les respostes heu d'escriure tots els passos del raonament utilitzat.**

**Problema 1.** Donat el sistema d'equacions:

$$\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + z = 1 \\ x + ay + (a-1)z = a \end{cases}.$$

a) Discutiu el sistema en funció del paràmetre real $a$. (5 punts)
b) Trobeu totes les solucions del sistema quan aquest siga compatible. (5 punts)

**Problema 2.** Donada la matriu $A = \begin{pmatrix} a+b & 1 \\ 0 & a-b \end{pmatrix}$:

a) Calculeu els valors dels paràmetres $a$ i $b$ perquè es complisca $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. (4 punts)
b) Per als valors $a$ i $b$ obtinguts en l'apartat anterior, calculeu $A^3$ i $A^4$. (3 punts)
c) Calculeu $\det(A^{-50})$ quan $a^2 - b^2 \neq 0$. (3 punts)

**Problema 3.** Donats els punts $A = (2,0,0)$ i $B = (0,1,0)$, i la recta $s$: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = z$:

a) Trobeu l'equació de la recta $r$ que passa pels punts $A$ i $B$. (2 punts)
b) Determineu l'equació implícita del pla que conté la recta $s$ i és paral·lel a la recta $r$. (4 punts)
c) Calculeu la distància del punt $A$ a la recta $s$. (4 punts)

**Problema 4.** Donats els punts $A = (2,1,-2)$ i $B = (3,2,3)$, i el pla $\pi$ definit per l'equació $2x + 2y + z = 3$, obteniu:

a) El punt de tall $C$ entre el pla $\pi$ i la recta perpendicular a $\pi$ que passa per $B$. (5 punts)
b) L'àrea del triangle els vèrtexs del qual són $A, B$ i $C$. (5 punts)

**Problema 5.**
a) Calculeu, indicant tots els passos, la integral indefinida següent: (5 punts)

$$\int \frac{18}{x^2 - 5x - 14} dx.$$

b) Determineu, en funció de $t$, el valor $\int_8^t \frac{18}{x^2-5x-14}\, dx$. (2 punts)
c) Determineu el valor de $t$ major que 8 perquè $\int_8^t \frac{18}{x^2-5x-14}\, dx$ siga igual a $\ln\frac{25}{4}$. (3 punts)

**Problema 6.** Considereu la funció $f(x) = e^{-x^2}$ per als valor positius de $x$. Per cada punt $M = (x, f(x))$ de la gràfica de $f$ es tracen dues rectes paral·leles als eixos de coordenades, $OX$ i $OY$. Aquestes dues rectes, juntament amb els eixos de coordenades, defineixen un rectangle.

a) Determineu l'àrea del rectangle en funció de $x$. (3 punts)
b) Trobeu el punt $M$ que proporciona major àrea i calculeu aquesta àrea. (7 punts)

**<u>En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado</u>.**

**Problema 1.** Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + z = 1 \\ x + ay + (a-1)z = a \end{cases}.$$

a) Discutir el sistema en función del parámetro real $a$. (5 puntos)
b) Encontrar todas las soluciones del sistema cuando este sea compatible. (5 puntos)

**Problema 2.** Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a+b & 1 \\ 0 & a-b \end{pmatrix}$:

a) Calcular los valores de los parámetros $a$ y $b$ para que se cumpla $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. (4 puntos)
b) Para los valores $a$ y $b$ obtenidos en el apartado anterior, calcular $A^3$ y $A^4$. (3 puntos)
c) Calcular $\det(A^{-50})$ cuando $a^2 - b^2 \neq 0$. (3 puntos)

**Problema 3.** Dados los puntos $A = (2,0,0)$ y $B = (0,1,0)$, y la recta $s$: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = z$:

a) Hallar la ecuación de la recta $r$ que pasa por los puntos $A$ y $B$. (2 puntos)
b) Determinar la ecuación implícita del plano que contiene a la recta $s$ y es paralelo a la recta $r$. (4 puntos)
c) Calcular la distancia del punto $A$ a la recta $s$. (4 puntos)

**Problema 4.** Dados los puntos $A = (2,1,-2)$ y $B = (3,2,3)$, y el plano $\pi$ definido por $2x + 2y + z = 3$, obtener:

a) El punto de corte $C$ entre el plano $\pi$ y la recta perpendicular a $\pi$ que pasa por $B$. (5 puntos)
b) El área del triángulo cuyos vértices son $A, B$ y $C$. (5 puntos)

**Problema 5.**

a) Calcular, indicando todos los pasos, la siguiente integral indefinida: (5 puntos)

$$\int \frac{18}{x^2 - 5x - 14}\, dx.$$

b) Determinar, en función de $t$, el valor $\int_8^t \frac{18}{x^2-5x-14}\, dx$. (2 puntos)
c) Determinar el valor de $t$ mayor que 8 para que $\int_8^t \frac{18}{x^2-5x-14}\, dx$ sea igual a $\ln \frac{25}{4}$. (3 puntos)

**Problema 6.** Considerar la función $f(x) = e^{-x^2}$ para los valores positivos de $x$. Por cada punto $M = \big(x, f(x)\big)$ de la gráfica de $f$ se trazan dos rectas paralelas a los ejes de coordenadas, $OX$ y $OY$. Estas dos rectas, junto con los ejes de coordenadas, definen un rectángulo.

a) Determinar el área del rectángulo en función de x. (3 puntos)
b) Encontrar el punto $M$ que proporciona mayor área y calcular esta área. (7 puntos)

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2022** | CONVOCATORIA: JULIO 2022 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**En les respostes heu d'escriure tots els passos del raonament utilitzat.**

**Problema 1.** Donat el sistema d'equacions:

$$\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + z = 1 \\ x + ay + (a-1)z = a \end{cases}.$$

a) Discutiu el sistema en funció del paràmetre real $a$. (5 punts)
b) Trobeu totes les solucions del sistema quan aquest siga compatible. (5 punts)

**Solució**:

a) El determinant del sistema és $\Delta = -(a+2)(a-1)$. Si $a \neq -2$ i $a \neq 1$, es tracta d'un SCD. Si $a = -2$, es tracta d'un SI. Si $a = 1$, es tracta d'un SCI.

b) Si $a \neq -2$ i $a \neq 1$, la solució és $x = \frac{1}{a+2}, y = \frac{2}{a+2}, z = \frac{a+1}{a+2}$. Si $a = 1$, la solució és $x = 1 - \lambda,\ y = \lambda,$ $z = \lambda$.

**Problema 2.** Donada la matriu $A = \begin{pmatrix} a+b & 1 \\ 0 & a-b \end{pmatrix}$:

a) Calculeu els valors dels paràmetres $a$ i $b$ perquè es complisca $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. (4 punts)
b) Per als valors $a$ i $b$ obtinguts en l'apartat anterior, calculeu $A^3$ i $A^4$. (3 punts)
c) Calculeu $\det(A^{-50})$ quan $a^2 - b^2 \neq 0$. (3 punts)

**Solució**:

a) $a = 1, b = 0$.

b) $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A^4 = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

c) $\det(A^{-50}) = \frac{1}{\det(A)^{50}} = \frac{1}{(a^2-b^2)^{50}}$.

**Problema 3.** Donats els punts $A = (2,0,0)$ i $B = (0,1,0)$, i la recta $s$: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = z$:

a) Trobeu l'equació de la recta $r$ que passa pels punts $A$ i $B$. (2 punts)
b) Determineu l'equació implícita del pla que conté la recta $s$ i és paral·lel a la recta $r$. (4 punts)
c) Calculeu la distància del punt $A$ a la recta $s$. (4 punts)

**Solució**:

a) $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ z = 0 \end{cases}$.

b) $x + 2y - 8z - 3 = 0$.

c) Distància $= \sqrt{\frac{27}{14}} = 1.389$.

**Problema 4.** Donats els punts $A = (2,1,-2)$ i $B = (3,2,3)$, i el plànol $\pi$ definit per l'equació $2x + 2y + z = 3$. obteniu:

a) El punt de tall $C$ entre el pla $\pi$ i la recta perpendicular a $\pi$ que passa per $B$. (5 punts)
b) L'àrea del triangle els vèrtexs del qual són $A, B$ i $C$. (5 punts)

**Solució**:
a) La recta perpendicular a $\pi$ que passa per $B$ és $(x, y, z) = (3,2,3) + \lambda(2,2,1)$. El punt és $\left(\frac{7}{9}, -\frac{2}{9}, \frac{17}{9}\right)$.
b) Àrea $=\sqrt{50}$.

**Problema 5.**
a) Calculeu, indicant tots els passos, la integral indefinida següent: (5 punts)

$$\int \frac{18}{x^2 - 5x - 14} dx.$$

b) Determineu, en funció de $t$, el valor $\int_8^t \frac{18}{x^2-5x-14}\, dx$. (2 punts)
c) Determineu el valor de $t$ major que 8 perquè $\int_8^t \frac{18}{x^2-5x-14}\, dx$ siga igual a $\ln \frac{25}{4}$. (3 punts)

**Solució**:
a) $2\ln(|x - 7|) - 2\ln(|x + 2|) + C$.
b) $2\ln(|t - 7|) - 2\ln(|t + 2|) + 2\ln(10)$.
c) $t = 10$.

**Problema 6.** Considereu la funció $f(x) = e^{-x^2}$ per als valor positius de $x$. Per cada punt $M = \left(x, f(x)\right)$ de la gràfica de $f$ es tracen dues rectes paral·leles als eixos de coordenades, $OX$ i $OY$. Aquestes dues rectes, juntament amb els eixos de coordenades, defineixen un rectangle.

a) Determineu l'àrea del rectangle en funció de $x$. (3 punts)
b) Trobeu el punt $M$ que proporciona major àrea i calculeu aquesta àrea. (7 punts)

**Solució**:
a) Àrea$=xe^{-x^2}$.
b) L'àrea màxima és $\frac{1}{\sqrt{2e}}$ i s'obté per al valor $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

**<u>En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado</u>.**

**Problema 1.** Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + z = 1 \\ x + ay + (a-1)z = a \end{cases}.$$

a) Discutir el sistema en función del parámetro real $a$. (5 puntos)
b) Encontrar todas las soluciones del sistema cuando este sea compatible. (5 puntos)

**Solución**:

a) El determinante del sistema es $\Delta = -(a+2)(a-1)$. Si $a \neq -2$ y $a \neq 1$ se trata de un SCD. Si $a = -2$ se trata de un SI. Si $a = 1$ se trata de un SCI.

b) Si $a \neq -2$ y $a \neq 1$ la solución es $x = \frac{1}{a+2}, y = \frac{2}{a+2}, z = \frac{a+1}{a+2}$. Si $a = 1$ la solución es $x = 1 - \lambda,\ y = \lambda,\ z = \lambda$.

**Problema 2.** Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a+b & 1 \\ 0 & a-b \end{pmatrix}$:

a) Calcular los valores de los parámetros $a$ y $b$ para que se cumpla $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. (4 puntos)
b) Para los valores $a$ y $b$ obtenidos en el apartado anterior, calcular $A^3$ y $A^4$. (3 puntos)
c) Calcular $\det(A^{-50})$ cuando $a^2 - b^2 \neq 0$. (3 puntos)

**Solución**:

a) $a = 1, b = 0$.

b) $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A^4 = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

c) $\det(A^{-50}) = \frac{1}{\det(A)^{50}} = \frac{1}{(a^2-b^2)^{50}}$.

**Problema 3.** Dados los puntos $A = (2,0,0)$ y $B = (0,1,0)$, y la recta $s$: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = z$:

a) Hallar la ecuación de la recta $r$ que pasa por los puntos $A$ y $B$. (2 puntos)
b) Determinar la ecuación implícita del plano que contiene a la recta $s$ y es paralelo a la recta $r$. (4 puntos)
c) Calcular la distancia del punto $A$ a la recta $s$. (4 puntos)

**Solución**:

a) $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ z = 0 \end{cases}$.

b) $x + 2y - 8z - 3 = 0$.

c) Distancia $\sqrt{\frac{27}{14}} = 1.389$.

**Problema 4.** Dados los puntos $A = (2,1,-2)$ y $B = (3,2,3)$, y el plano $\pi$ definido por $2x + 2y + z = 3$, obtener:

a) El punto de corte $C$ entre el plano $\pi$ y la recta perpendicular a $\pi$ que pasa por $B$. (5 puntos)
b) El área del triángulo cuyos vértices son $A, B$ y $C$. (5 puntos)

**Solución**:

a) La recta perpendicular a $\pi$ que pasa por $B$ es $(x,y,z) = (3,2,3) + \lambda(2,2,1)$. El punto es $\left(\frac{7}{9}, -\frac{2}{9}, \frac{17}{9}\right)$.

b) Área $\sqrt{50}$.

**Problema 5.**

a) Calcular, indicando todos los pasos, la siguiente integral indefinida: (5 puntos)

$$\int \frac{18}{x^2-5x-14}\,dx.$$

b) Determinar, en función de $t$, el valor $\int_8^t \frac{18}{x^2-5x-14}\,dx$. (2 puntos)

c) Determinar el valor de $t$ mayor que 8 para que $\int_8^t \frac{18}{x^2-5x-14}\,dx$ sea igual a $\ln\frac{25}{4}$. (3 puntos)

**Solución**:

a) $2\ln(|x-7|) - 2\ln(|x+2|) + C$.
b) $2\ln(|t-7|) - 2\ln(|t+2|) + 2\ln(10)$.
c) $t = 10$.

**Problema 6.** Considerar la función $f(x) = e^{-x^2}$ para los valores positivos de $x$. Por cada punto $M = \big(x, f(x)\big)$ de la gráfica de $f$ se trazan dos rectas paralelas a los ejes de coordenadas, $OX$ y $OY$. Estas dos rectas, junto con los ejes de coordenadas, definen un rectángulo.

a) Determinar el área del rectángulo en función de x. (3 puntos)

b) Encontrar el punto $M$ que proporciona mayor área y calcular esta área. (7 puntos)

**Solución**:

a) área=$xe^{-x^2}$.

b) El área máxima es $\frac{1}{\sqrt{2e}}$ y se obtiene para el valor $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2022** | CONVOCATORIA: JULIO 2022 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREMO DEL EXAMEN: **Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.** Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Consideramos las matrices $A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -2 & -2 \end{pmatrix}$.

a) Justifica cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y efectúa las que sean realizables.
   - a.1) $B + 2CA$ *(1 punto)*
   - a.2) $A - (BC)^T$, siendo $(BC)^T$ la matriz traspuesta de $BC$. *(2 puntos)*
   - a.3) $CAB$ *(2 puntos)*

b) Resuelve la ecuación matricial

$$\frac{1}{5}\,(B + AX) = C^T,$$

siendo $C^T$ la matriz traspuesta de $C$. *(5 puntos)*

**Problema 2.** Un vendedor dispone de café colombiano y café brasileño, y con ellos realiza mezclas que pone a la venta. Si mezcla a partes iguales los dos tipos de café, obtiene una mezcla que vende a 15 euros el kilo; si la proporción en la mezcla es de una parte de café colombiano por tres partes de café brasileño, vende la mezcla resultante a 10 euros el kilo. El vendedor dispone de 100 kilos de café colombiano y de 210 kilos de café brasileño. Desea hacer las dos mezclas de modo que sus ingresos por venta sean máximos.

a) Halla cuántos kilos de cada mezcla debe producir para obtener el ingreso máximo. *(8 puntos)*

b) ¿Cuál es dicho ingreso máximo? *(2 puntos)*

**Problema 3.** Se considera la función $f(x) = \dfrac{3x^2 - 4x - 4}{x^2 - x - 1}$. Se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*

b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*

d) Los máximos y mínimos locales, si existen. *(2 puntos)*

e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

**Problema 4.** Una máquina está productiva durante un año desde su compra. Se sabe que el rendimiento (en porcentaje) que tiene la máquina $x$ meses después de su compra viene dado por la función

$$f(x) = \frac{1}{10}\,(800 + 15\,x + 6\,x^2 - x^3)$$

para cualquier $x$ entre 0 y 12.

a) ¿Es el rendimiento que tiene la máquina un mes después de su compra superior al rendimiento que tiene dos meses después de su compra? *(2 puntos)*
b) ¿Tras cuántos meses después de su compra alcanza la máquina su mayor rendimiento?; ¿cuál es dicho rendimiento máximo? *(4 puntos)*
c) A lo largo del año, ¿tiene en algún momento la máquina un rendimiento inferior al 10%? *(4 puntos)*

**Problema 5.** Dados dos sucesos $A$ y $B$, se sabe que $P(B) = 0{,}4$, $P(A^c \cap B^c) = 0{,}2$ y $P(A \cap B) = 0{,}3$, siendo $A^c$ y $B^c$ los sucesos complementarios de $A$ y $B$, respectivamente. Se pide:

a) Calcular la probabilidad del suceso $A \cup B$. *(2,5 puntos)*
b) Calcular la probabilidad de que solamente se verifique uno de los sucesos. *(2,5 puntos)*
c) Calcular la probabilidad de $B$ condicionado a $A$. *(2,5 puntos)*
d) ¿Son independientes los sucesos $A$ y $B$? *(2,5 puntos)*

**Problema 6.** El director de una entidad que audita la contabilidad de empresas sabe, por experiencias pasadas, que cuando se hace una auditoría el 30% de las empresas merece una calificación de «Excelente», el 50% de las empresas merece la calificación de «Aceptable» y el 20% restante merece una calificación de «Deficiente». El director también sabe que entre los auditores de su entidad hay un 90% de auditores que siempre auditan correctamente y dan a cada empresa la calificación que merece; pero hay un 10% de auditores que no auditan correctamente y dan siempre una calificación de «Aceptable».

a) ¿Qué proporción de empresas auditadas por esa entidad recibe la calificación de «Deficiente»? *(3 puntos)*
b) ¿Qué proporción de empresas auditadas por esa entidad recibe la calificación que realmente merece? *(3 puntos)*
c) Para analizar si un determinado auditor audita correctamente o no, el director le encarga que audite la contabilidad de una empresa escogida al azar. No sabemos cuál es la calificación que merece esa empresa. Si el auditor da la calificación de «Aceptable», ¿cuál es la probabilidad de que este auditor sea uno de los que siempre auditan correctamente? *(4 puntos)*

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2022** | CONVOCATORIA: JULIO 2022 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREM DE L'EXAMEN: **S'han de contestar tres d'entre els sis problemes plantejats.** Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'utilitze o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics hauran d'estar sempre degudament justificats. Està permés l'ús de regla. Les gràfiques es faran amb el mateix color que la resta de l'examen.

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Considerem les matrius $A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ i $C = (-2 \quad -2)$.

a) Justifiqueu quines de les operacions següents es poden realitzar i efectueu les que siguen realitzables.
   - a.1) $B + 2CA$ *(1 punt)*
   - a.2) $A - (BC)^T$, en què $(BC)^T$ és la matriu transposada de $BC$. *(2 punts)*
   - a.3) $CAB$ *(2 punts)*

b) Resoleu l'equació matricial

$$\frac{1}{5}\,(B + AX) = C^T,$$

en què $C^T$ és la matriu transposada de $C$. *(5 punts)*

**Problema 2.** Un venedor disposa de cafè colombià i cafè brasiler, i amb ells realitza mescles que posa a la venda. Si mescla a parts iguals els dos tipus de cafè, obté una mescla que ven a 15 euros el quilo; si la proporció en la mescla és d'una part de cafè colombià per tres parts de cafè brasiler, ven la mescla resultant a 10 euros el quilo. El venedor disposa de 100 quilos de cafè colombià i de 210 quilos de cafè brasiler. Vol fer les dues mescles de manera que els seus ingressos per venda siguen màxims.

a) Calculeu quants quilos de cada mescla ha de produir per a obtindre l'ingrés màxim. *(8 punts)*
b) Quin és aquest ingrés màxim? *(2 punts)*

**Problema 3.** Atesa la funció $f(x) = \dfrac{3x^2 - 4x - 4}{x^2 - x - 1}$, es demana:

a) El seu domini i els punts de tall amb els eixos coordenats. *(2 punts)*
b) Les asímptotes horitzontals i verticals, si existeixen. *(2 punts)*
c) Els intervals de creixement i decreixement. *(2 punts)*
d) Els màxims i mínims locals, si existeixen. *(2 punts)*
e) La representació gràfica de la funció a partir dels resultats anteriors. *(2 punts)*

**Problema 4.** Una màquina està productiva durant un any des de la seua compra. Se sap que el rendiment (en percentatge) que té la màquina $x$ mesos després de la compra ve donat per la funció

$$f(x) = \frac{1}{10}(800 + 15x + 6x^2 - x^3)$$

per a qualsevol $x$ entre 0 i 12.

a) És el rendiment que té la màquina un mes després de la compra superior al rendiment que té dos mesos després de la compra? *(2 punts)*
b) Després de quants mesos després de la compra arriba la màquina al seu major rendiment?; quin és aquest rendiment màxim? *(4 punts)*
c) Al llarg de l'any, té en algun moment la màquina un rendiment inferior al 10%? *(4 punts)*

**Problema 5.** Donats dos successos $A$ i $B$, se sap que $P(B) = 0{,}4$, $P(A^c \cap B^c) = 0{,}2$ i $P(A \cap B) = 0{,}3$, en què $A^c$ i $B^c$ són els successos complementaris de $A$ i $B$, respectivament. Es demana:

a) Calcular la probabilitat del succés $A \cup B$. *(2,5 punts)*
b) Calcular la probabilitat que solament es verifique un dels successos. *(2,5 punts)*
c) Calcular la probabilitat de $B$ condicionat a $A$. *(2,5 punts)*
d) Són independents els successos $A$ i $B$? *(2,5 punts)*

**Problema 6.** El director d'una entitat que audita la comptabilitat d'empreses sap, per experiències passades, que quan es fa una auditoria el 30% de les empreses mereix una qualificació d'«Excel·lent», el 50% de les empreses mereix la qualificació d'«Acceptable» i el 20% restant mereix una qualificació de «Deficient». El director també sap que entre els auditors de la seua entitat hi ha un 90% d'auditors que sempre auditen correctament i donen a cada empresa la qualificació que mereix; però hi ha un 10% d'auditors que no auditen correctament i donen sempre una qualificació d'«Acceptable».

a) Quina proporció d'empreses auditades per aquesta entitat rep la qualificació de «Deficient»? *(3 punts)*
b) Quina proporció d'empreses auditades per aquesta entitat rep la qualificació que realment mereix? *(3 punts)*
c) Per a analitzar si un determinat auditor audita correctament o no, el director li encarrega que audite la comptabilitat d'una empresa triada a l'atzar. No sabem quina és la qualificació que mereix l'empresa. Si l'auditor dona la qualificació d'«Acceptable», quina és la probabilitat que aquest auditor siga un dels quals sempre auditen correctament? *(4 punts)*

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2022** | CONVOCATORIA: JULIO 2022 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos. Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.**

a.1) De 0 a 1 punto por justificar que el producto $CA$ no es realizable.

a.2) De 0 a 1 punto por justificar que es realizable (si hacen el producto, se dará por justificado). De 0 a 1 punto por la obtención del resultado, que es la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 12 \\ -6 & 16 \end{pmatrix}$.

a.3) De 0 a 1 punto por justificar que es realizable (si hacen el producto, se dará por justificado). De 0 a 1 punto por la obtención del resultado, que es (16).

b) De 0 a 2 puntos por el planteamiento. De 0 a 3 puntos por la obtención de la matriz incógnita, que es la matriz $X = \begin{pmatrix} -1 \\ -7/2 \end{pmatrix}$.

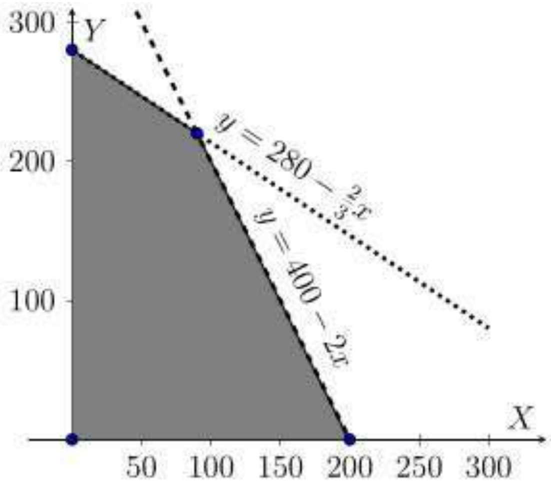
**Problema 2.**

a) De 0 a 1 punto por la obtención de la función objetivo: $F(x,y) = 15x + 10y$. De 0 a 3 puntos por el planteamiento de las restricciones, con los siguientes criterios: 1,5 puntos por cada una de las restricciones correctas (las dos restricciones de no negatividad no dan puntos); si las dos restricciones de no negatividad no figuran explícitamente pero sí se tienen en cuenta en la resolución, no debe considerarse como error el que no figuren explícitamente. Las restricciones son:
$$\begin{cases} 0{,}5x & +0{,}25y & \leq 100, \\ 0{,}5x & +0{,}75y & \leq 210, \end{cases}$$
con $x \geq 0, y \geq 0$.
De 0 a 3 puntos por la determinación de la región factible: polígono de vértices (0,0), (0,280), (90,220) y (200,0). De 0 a 1 punto por la obtención de las cantidades que maximizan el ingreso: $x = 90, y = 220$.

b) De 0 a 2 puntos por la determinación del ingreso máximo, que es 3550 €.

Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto, se puntuará de 0 a 10 puntos.

La región factible es la región gris del gráfico siguiente:




**Problema 3.**

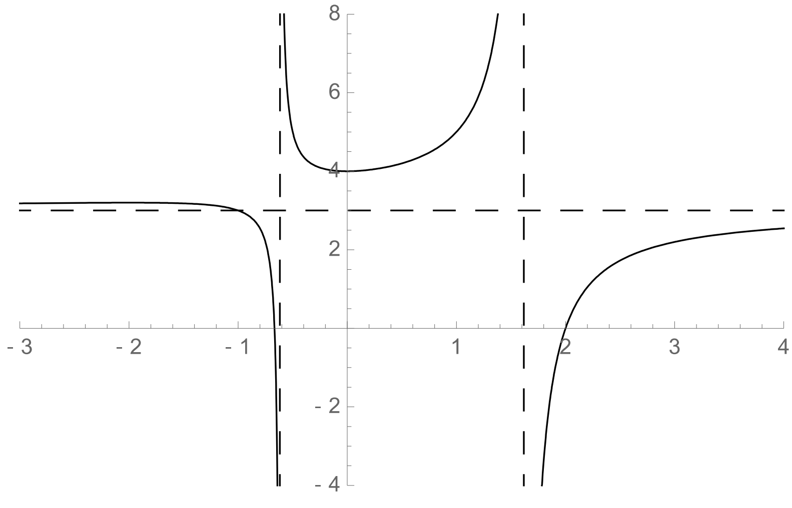
a) De 0 a 1 punto por la obtención del dominio: $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$. De 0 a 1 punto por la determinación de los puntos de corte con los ejes: los puntos $(0{,}4)$, $\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$ y $(2{,}0)$.

b) De 0 a 1 punto por la obtención de la asíntota horizontal de ecuación $y = 3$. De 0 a 1 punto por la obtención de las dos asíntotas verticales: $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \approx -0{,}6180$; $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}6180$.

c) De 0 a 2 puntos por el cálculo de los intervalos de crecimiento y decrecimiento: la función es creciente en $]-\infty, -2[\, \cup \,]0, \frac{1+\sqrt{5}}{2}[\, \cup \,]\frac{1+\sqrt{5}}{2}, +\infty[$ y es decreciente en $]-2, \frac{1-\sqrt{5}}{2}[\, \cup \,]\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 0[$.

d) De 0 a 2 puntos por el cálculo de los máximos y mínimos locales: la función tiene un máximo local para el valor $x = -2$, y para este valor se obtiene $f(-2) = \frac{16}{5} = 3{,}2$; la función tiene un mínimo local para el valor $x = 0$, y para este valor se obtiene $f(0) = 4$.

e) De 0 a 2 puntos por la gráfica de la función. A partir de los resultados anteriores, la gráfica de la función es la siguiente:




**Problema 4.**

a) De 0 a 2 puntos por la obtención de la respuesta correcta: el rendimiento un mes después de su compra no es superior al rendimiento dos meses después de su compra porque $f(1) = 82$ y $f(2) = \frac{423}{5} = 84{,}6$.

b) De 0 a 3 puntos por la obtención de la respuesta correcta a la primera pregunta: alcanza su mayor rendimiento 5 meses después de su compra. De 0 a 1 punto por la obtención del rendimiento máximo, que es 90%.

c) De 0 a 4 puntos por la obtención de la respuesta correcta: nunca tiene un rendimiento inferior al 10% porque el mínimo de la función entre 0 y 12 se alcanza para $x = 12$, siendo $f(12) = \frac{58}{5} = 11{,}6$.

**Problema 5.**

a) De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 0,8.
b) De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 0,5.
c) De 0 a 2,5 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 3/7 ≈ 0,4286.
d) De 0 a 2,5 puntos por la justificación de que no son independientes: o bien indicando que $P(A \cap B) = 0{,}3$ no coincide con el producto de $P(A) = 0{,}7$ y $P(B) = 0{,}4$, o bien con algún razonamiento alternativo que sea correcto.

En todos los apartados, por utilizar un planteamiento y/o una fórmula correcta se puntuará hasta un máximo de 1,5 puntos, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto.

Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, ese apartado se puntuará con un 0.

**Problema 6.**

a) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 0,18.
b) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 0,95.
c) De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 9/11 ≈ 0,8182.

En los apartados a) y b), por utilizar un planteamiento y/o una fórmula correcta se puntuará hasta un máximo de 2 puntos, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto.

En el apartado c), por utilizar un planteamiento y/o una fórmula correcta se puntuará hasta un máximo de 3 puntos, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto.

Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, ese apartado se puntuará con un 0.

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
| --- | --- |
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2022** | CONVOCATORIA: JULIO 2022 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**S'han de contestar tres d'entre els sis problemes plantejats. Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.**

a.1) De 0 a 1 punt per justificar que que el producte $CA$ no és realitzable

a.2) De 0 a 1 punt per justificar que és realitzable (si fan el producte, es donarà per justificat). De 0 a 1 punt per l'obtenció del resultat, que és la matriu $\begin{pmatrix} -2 & 12 \\ -6 & 16 \end{pmatrix}$.

a.3) De 0 a 1 punt per justificar que és realitzable (si fan el producte, es donarà per justificat). De 0 a 1 punt per l'obtenció del resultat, que és (16).

b) De 0 a 2 punts pel plantejament. De 0 a 3 punts per l'obtenció de la matriu incògnita, que és la matriu $X = \begin{pmatrix} -1 \\ -7/2 \end{pmatrix}$.

**Problema 2.**

a) De 0 a 1 punt per l'obtenció de la funció objectiu: $F(x, y) = 15x + 10y$. De 0 a 3 punts pel plantejament de les restriccions, amb els criteris següents: 1,5 punts per cadascuna de les restriccions correctes (les dues restriccions de no negativitat no donen punts); si les dues restriccions de no negativitat no figuren explícitament però sí que es tenen en compte en la resolució, no ha de considerar-se com a error el que no figuren explícitament. Les restriccions són:

$$\begin{cases} 0{,}5x & +0{,}25y & \leq 100, \\ 0{,}5x & +0{,}75y & \leq 210, \end{cases}$$

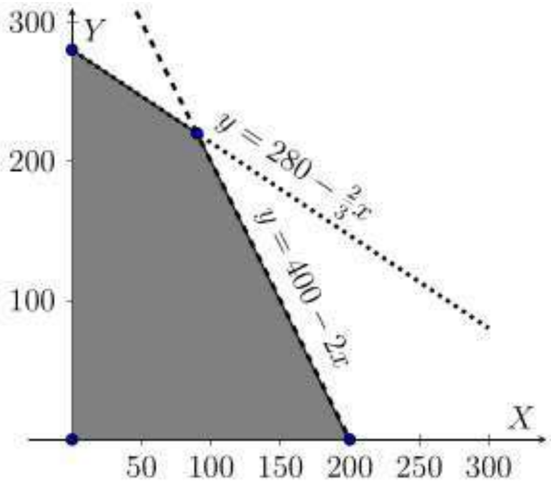
amb $x \geq 0, y \geq 0$.

De 0 a 3 punts per la determinació de la regió factible: polígon de vèrtexs (0,0), (0,280), (90,220) i (200,0). De 0 a 1 punt per l'obtenció de les quantitats que maximitzen l'ingrés: $x = 90, y = 220$.

b) De 0 a 2 punts per la determinació de l'ingrès màxim, que és 3.550 €.

Si la solució s'obté per qualsevol altre mètode raonat i correcte, es puntuarà de 0 a 10 punts.

La regió factible és la regió gris del gràfic següent:




**Problema 3.**

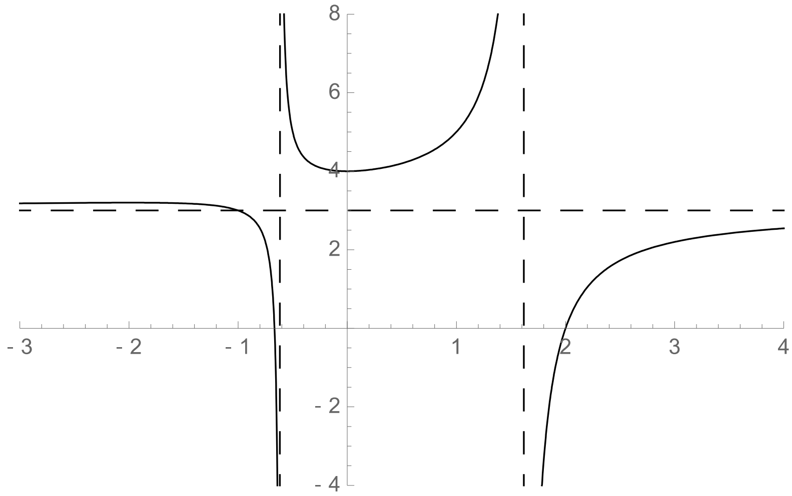
a) De 0 a 1 punt per l'obtenció del domini: $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$. De 0 a 1 punt per la determinació dels punts de tall amb els eixos: els punts $(0,4)$, $\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$ i $(2,0)$.

b) De 0 a 1 punt per l'obtenció de l'asímptota horitzontal d'equació $y = 3$. De 0 a 1 punt per l'obtenció de les dues asímptotes verticals: $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \approx -0{,}6180$; $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}6180$.

c) De 0 a 2 punts pel càlcul dels intervals de creixement i de decreixement: la funció és creixent en $]-\infty, -2[\, \cup\, ]0, \frac{1+\sqrt{5}}{2}[\, \cup\, ]\frac{1+\sqrt{5}}{2}, +\infty[$ i és decreixent en $]-2, \frac{1-\sqrt{5}}{2}[\, \cup\, ]\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 0[$.

d) De 0 a 2 punts pel càlcul dels màxims i mínims locals: la funció té un màxim local per al valor $x = -2$, i per a aquest valor s'obté $f(-2) = \frac{16}{5} = 3{,}2$; la funció té un mínim local per al valor $x = 0$, i per a aquest valor s'obté $f(0) = 4$.

e) De 0 a 2 punts per la gràfica de la funció. A partir dels resultats anteriors, la gràfica de la funció és la següent:




**Problema 4.**

a) De 0 a 2 punts per l'obtenció de la resposta correcta: el rendiment un mes després de la seua compra no és superior al rendiment dos mesos després de la seua compra perquè $f(1) = 82$ i $f(2) = \frac{423}{5} = 84{,}6$.

b) De 0 a 3 punts per l'obtenció de la resposta correcta a la primera pregunta: aconsegueix el seu major rendiment 5 mesos després de la seua compra. De 0 a 1 punt per l'obtenció del rendiment màxim, que és 90%.

c) De 0 a 4 punts per l'obtenció de la resposta correcta: mai té un rendiment inferior al 10% perquè el mínim de la funció entre 0 i 12 s'aconsegueix per a $x = 12$, i $f(12) = \frac{58}{5} = 11{,}6$.

**Problema 5.**

a) De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 0,8.
b) De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 0,5.
c) De 0 a 2,5 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 3/7 ≈ 0,4286.
d) De 0 a 2,5 punts per la justificació que no són independents: o bé indicant que $P(A \cap B) = 0{,}3$ no coincideix amb el producte de $P(A) = 0{,}7$ i $P(B) = 0{,}4$, o bé amb algun raonament alternatiu que siga correcte.

En tots els apartats, per utilitzar un plantejament i/o una fórmula correcta es puntuarà fins a un màxim de 1,5 punts, i per l'obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d'1 punt.

Si en algun apartat s'obté alguna probabilitat impossible, aquest apartat es puntuarà amb un 0.

**Problema 6.**

a) De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 0,18.
b) De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 0,95.
c) De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 9/11 ≈ 0,8182.

En els apartats a) i b), per utilitzar un plantejament i/o una fórmula correcta es puntuarà fins a un màxim de 2 punts, i per l'obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d'1 punt.

En l'apartat c), per utilitzar un plantejament i/o una fórmula correcta es puntuarà fins a un màxim de 3 punts, i per l'obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d'1 punt.

Si en algun apartat s'obté alguna probabilitat impossible, aquest apartat es puntuarà amb un 0.

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2023** | CONVOCATORIA: JUNIO 2023 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
Heu de resoldre només **QUATRE** problemes dels **VUIT** que es proposen.
*Cada problema puntua fins a 10*.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 4, aproximada fins a les centèsimes. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables i que no puguen fer càlcul simbòlic ni emmagatzemar text ni fórmules en la memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
El alumnado contestará solo **CUATRO** problemas entre los **OCHO** propuestos.
*Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.*
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 4 y aproximada a las centésimas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

**En les respostes heu d'escriure tots els passos del raonament que feu**

**Problema 1.** Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & m & 1 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} m \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$:

a) Estudieu quan té solució l'equació matricial $A^2 X = B$ en funció del paràmetre real $m$. (4 punts)
b) Trobeu totes les solucions de l'equació anterior quan aquestes existisquen. (6 punts)

**Problema 2.** Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ -\alpha^2 & 0 \end{pmatrix}$:

a) Obteniu la matriu $(AB^T + I)^{-1}$, on $I$ és la matriu identitat de les dimensions adequades per fer l'operació.
(6 punts)
b) Comproveu que $C^2 = -\alpha^3 I$, on $I$ és la matriu identitat, i calculeu $C^{13}$. (4 punts)

**Problema 3.** Donada la recta $r: \begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$ i els punts $P = (0, 0, 3)$ i $Q = (2, 2, a)$, obtingueu:

a) Els valors del paràmetre real $a$ si existeixen, per als quals són paral·leles la recta $r$ i la recta que passa pels punts $P$ i $Q$. (6 punts)
b) L'equació del pla perpendicular a $r$ que passa per $P$. (4 punts)

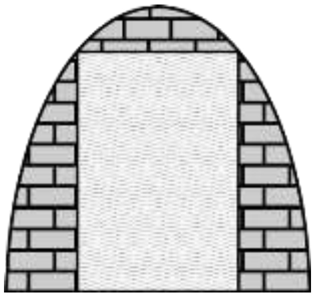
**Problema 4.** Donada la recta $r: \begin{cases} 5x + y + 7z = 16 \\ 9x - y + 7z = 12 \end{cases}$ i el punt $P = (0,5,2)$, es demana:

a) Comproveu que el punt $Q = (2,6,0)$ pertany a la recta $r$ i trobeu la recta $s$ que passa pels punts $P$ i $Q$. (2 punts)
b) Obteniu l'angle que formen la recta $r$ i la recta $s$. (3 punts)
c) Obteniu la projecció ortogonal del punt $P$ en la recta $r$. (5 punts)

**Problema 5.** Considereu la funció $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x + 1)$. Obteniu:

a) El domini i les asímptotes de $f(x)$. (2 punts)
b) Els intervals de creixement i decreixement de $f(x)$ i els seus màxims i mínims. (4 punts)
c) L'àrea compresa entre la corba $y = f(x)$ i les rectes $y = 0, x = 1$ i $x = 2$. (4 punts)

**Problema 6.** El tall vertical de l'entrada a la plaça emmurallada de cert poble té forma de paràbola, amb l'equació $y = -x^2 + 12$, en la qual $x$ i $y$ es mesuren en metres i $y = 0$ representa el sòl. Es desitja posar-hi una porta rectangular de forma que les dues cantonades superiors estiguen en la paràbola i les inferiors en el sòl. La resta de l'entrada va tancada amb pedra. Calculeu:



a) Les dimensions de la porta perquè tinga la major superfície possible. (6 punts)
b) Obtingueu l'àrea de la part frontal de la porta de l'apartat anterior i l'àrea de la part frontal de l'entrada recoberta de pedra. (4 punts)

**Problema 7.** Tenim dues monedes $M_1$ i $M_2$. La probabilitat d'obtenir cara en llançar la moneda $M_1$ és $x$ i la probabilitat d'obtenir cara en llançar la moneda $M_2$ és $y$.

a) Si llancem les dues monedes al mateix temps, calculeu les probabilitats de no obtenir cap cara, d'obtenir-ne només una cara i d'obtenir-ne dues. (3 punts)
b) Després de llançar les dues monedes, tornem a llançar solament les monedes en les quals no hem obtingut cara. Calculeu les probabilitats que el resultat final siga cap cara, només una cara i dues cares. (7 punts)

**Problema 8.** Cada cap de setmana arriben a l'aeroport d'Alacant 161 vols. D'aquests vols, 95 procedeixen del territori nacional, 50 de la Unió Europea i 16 de països de fora de la Unió Europea. Sabent que es retarden el 5% dels vols de procedència nacional, el 4% dels de procedència de la Unió Europea i el 6,25% de la resta:

a) Calculeu la probabilitat que es retarde un vol durant el cap de setmana. (5 punts)
b) Calculeu la probabilitat que un vol que s'ha retardat procedisca de la Unió Europea. (5 punts)

*Els resultats s'han d'expressar en forma de fracció o en forma decimal amb quatre decimals d'aproximació.*

**<u>En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado</u>.**

**Problema 1.** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & m & 1 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} m \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$:

a) Estudiar cuándo la ecuación matricial $A^2X = B$ tiene solución en función del parámetro real $m$. (4 puntos)

b) Encontrar todas las soluciones de la ecuación anterior cuando éstas existan. (6 puntos)

**Problema 2.** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ -\alpha^2 & 0 \end{pmatrix}$:

a) Obtener la matriz $(AB^T + I)^{-1}$, donde $I$ es la matriz identidad de las dimensiones adecuadas para realizar la operación. (6 puntos)

b) Comprobar que $C^2 = -\alpha^3 I$, donde $I$ es la matriz identidad, y calcular $C^{13}$. (4 puntos)

**Problema 3.** Dada la recta $r: \begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$ y los puntos $P = (0,0,3)$ y $Q = (2,2,a)$, obtener:

a) Los valores del parámetro real $a$, si existen, para los que son paralelas la recta $r$ y la recta que pasa por los puntos $P$ y $Q$. (6 puntos)

b) La ecuación del plano perpendicular a $r$ y que pasa por $P$. (4 puntos)

**Problema 4.** Dada la recta $r: \begin{cases} 5x + y + 7z = 16 \\ 9x - y + 7z = 12 \end{cases}$ y el punto $P = (0,5,2)$ se pide:

a) Comprobar que el punto $Q = (2,6,0)$ pertenece a la recta $r$ y encontrar la recta $s$ que pasa por los puntos $P$ y $Q$. (2 puntos)

b) Obtener el ángulo que forman la recta $r$ y la recta $s$. (3 puntos)

c) Obtener la proyección ortogonal del punto $P$ en la recta $r$. (5 puntos)

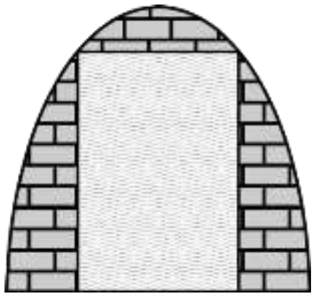
**Problema 5.** Considerar la función $f(x) = \frac{1}{x} + ln(x + 1)$. Obtener:

a) El dominio y las asíntotas de $f(x)$. (2 puntos)

b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ y sus máximos y mínimos. (4 puntos)

c) El área comprendida entre la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0, x = 1$ y $x = 2$. (4 puntos)

**Problema 6.** El corte vertical de la entrada a la plaza amurallada de cierto pueblo tiene forma de parábola con ecuación $y = -x^2 + 12$, donde $x$ e $y$ se miden en metros e $y = 0$ representa el suelo. Se desea poner una puerta rectangular de modo que las dos esquinas superiores estén en la parábola y las inferiores en el suelo. El resto de la entrada va cerrado con piedra. Calcular:



a) Las dimensiones de la puerta para que tenga la mayor superficie posible. (6 puntos)
b) Utilizando la puerta del apartado anterior, obtener el área de la parte frontal de la puerta y el área de la parte frontal de la entrada recubierta por piedra. (4 puntos)

**Problema 7.** Tenemos dos monedas distintas $M_1$ y $M_2$. La probabilidad de obtener cara al lanzar la moneda $M_1$ es $x$ y la probabilidad de obtener cara al lanzar la moneda $M_2$ es $y$.

a) Si lanzamos las dos monedas al mismo tiempo, calcular las probabilidades de no obtener ninguna cara, de obtener solo una cara y de obtener dos caras. (3 puntos)
b) Después de lanzar las dos monedas, volvemos a lanzar solamente las monedas en las que no hemos obtenido cara. Calcular las probabilidades de que el resultado final haya sido obtener ninguna cara, obtener solo una cara y obtener dos caras. (7 puntos)

**Problema 8.** Cada fin de semana llegan al aeropuerto de Alicante 161 vuelos. De estos 161 vuelos, 95 proceden del territorio nacional, 50 proceden de la Unión Europea y 16 proceden de paises de fuera de la Unión Europea. Sabiendo que el 5% de los vuelos con procedencia nacional, el 4% de los vuelos con procedencia de la Unión Europea y el 6.25% del resto de vuelos se retrasan:

a) Calcular la probabilidad de que durante el fin de semana un vuelo se retrase. (5 puntos)
b) Sabiendo que un vuelo concreto se ha retrasado, calcular la probabilidad de que este vuelo proceda de la Unión Europea. (5 puntos)

*Los resultados han de expresarse en forma de fracción o en forma decimal con cuatro decimales de aproximación.*

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2023** | CONVOCATORIA: JUNIO 2023 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**En les respostes heu d'escriure tots els passos del raonament que feu**

**Problema 1.** Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & m & 1 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} m \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$:

a) Estudieu quan té solució l'equació matricial $A^2 X = B$ en funció del paràmetre real $m$. (4 punts)
b) Trobeu totes les solucions de l'equació anterior quan aquestes existisquen. (6 punts)

**Solució:**

a) $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2+2m & 2 \\ 0 & 3+m^2 & m \\ 0 & 3m & 3 \end{pmatrix}$, $\det(A^2) = 9$ i per tant l'equació sempre té solució única.

b) $A^{-2} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & \frac{-6+2m}{9} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{m}{9} \\ 0 & -\frac{m}{3} & \frac{3+m^2}{9} \end{pmatrix}$ i $X = \begin{pmatrix} 3m-6 \\ -m \\ 3+m^2 \end{pmatrix}$.

**Problema 2.** Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ -\alpha^2 & 0 \end{pmatrix}$:

a) Obteniu la matriu $(AB^T + I)^{-1}$, on $I$ és la matriu identitat de les dimensions adequades per fer l'operació.
(6 punts)
b) Comproveu que $C^2 = -\alpha^3 I$, on $I$ és la matriu identitat, i calculeu $C^{13}$. (4 punts)

**Solució:**

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & -3/4 \end{pmatrix}$.

b) $C^{13} = C^{12}C = (C^2)^6 C = (-\alpha^3 I)^6 C = \alpha^{18} C = \begin{pmatrix} 0 & \alpha^{19} \\ -\alpha^{20} & 0 \end{pmatrix}$.

**Problema 3.** Donada la recta $r$: $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$ i els punts $P = (0,0,3)$ i $Q = (2,2\,a)$, obtingueu:

a) Els valors del paràmetre real $a$ si existeixen, per als quals són paral·leles la recta $r$ i la recta que passa pels punts $P$ i $Q$. (6 punts)
b) L'equació del pla perpendicular a $r$ que passa per $P$. (4 punts)

**Solució:**

a) Dos vectors directors de les rectes són $(-1,\ -1,3)$ i $(2,2,a-3)$. Les rectes són paral·leles si $a=-3$.
b) $\pi$: $-x-y+3z-9=0$.

**Problema 4.** Donada la recta $r$: $\begin{cases}5x+y+7z=16\\9x-y+7z=12\end{cases}$ i el punt $P=(0,5,2)$, es demana:

a) Comproveu que el punt $Q=(2,6,0)$ pertany a la recta $r$ i trobeu la recta $s$ que passa pels punts $P$ i $Q$.
b) Obteniu l'angle que formen la recta $r$ i la recta $s$. (3 punts)
c) Obteniu la projecció ortogonal del punt $P$ en la recta $r$. (5 punts)

**Solució:**

a) $(x,y,z)=(0,5,2)+\lambda(2,1,-2)$.
b) acos $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)=35.264º$ .
c) $(1,4,1)$.

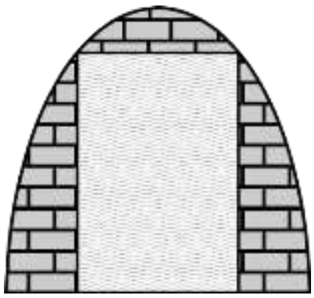
**Problema 5.** Considereu la funció $f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x+1)$. Obteniu:

a) El domini i les asímptotes de $f(x)$. (2 punts)
b) Els intervals de creixement i decreixement de $f(x)$ i els seus màxims i mínims. (4 punts)
c) L'àrea compresa entre la corba $y=f(x)$ i les rectes $y=0, x=1$ i $x=2$. (4 punts)

**Solució:**

a) Domini $(-1,0)\cup(0,+\infty)$. AV $x=-1, x=0$.
b) $f$ creix en $\left(-1,\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2},+\infty\right)$ i decreix en $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2},0\right)\cup\left(0,\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.
El mínim relatiu és $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2},f\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\right)=\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2},ln\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)-\left(1+\sqrt{5}\right)\right)\approx\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2},-4.1985\right)$.
El màxim relatiu és $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2},f\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\right)=\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2},ln\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)+\left(\sqrt{5}-1\right)\right)\approx\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2},2.1985\right)$.
c) Àrea $=\int_1^2 f(x)\ dx=\ln\left(\frac{27}{2}\right)-1=1.603$.

**Problema 6.** El tall vertical de l'entrada a la plaça emmurallada de cert poble té forma de paràbola, amb l'equació $y=-x^2+12$, en la qual $x$ i $y$ es mesuren en metres i $y=0$ representa el sòl. Es desitja posar-hi una porta rectangular de forma que les dues cantonades superiors estiguen en la paràbola i les inferiors en el sòl. La resta de l'entrada va tancada amb pedra. Calculeu:



a) Les dimensions de la porta perquè tinga la major superfície possible. (6 punts)
b) Obtingueu l'àrea de la part frontal de la porta de l'apartat anterior i l'àrea de la part frontal de l'entrada recoberta de pedra. (4 punts)

**Solució:**

a) La funció que proporciona l'àrea és $A(x)=-2x^3+24x$, per a $x$ entre 0 i $\sqrt{12}$. El valor màxim d'aquesta funció és 32, al qual s'arriba en $x=2$. La porta amb major superfície possible té una amplària de 4 $m$ i una altura de 8 $m$.
b) L'àrea de la porta és de 32 $m^2$.

L'àrea de la part frontal recoberta per pedra és $\int_{-\sqrt{12}}^{\sqrt{12}}(-x^2+12)dx \; - \; 32 = 32\sqrt{3} - 32 \approx$ $23{,}4256\, m^2$.

**Problema 7.** Tenim dues monedes $M_1$ i $M_2$. La probabilitat d'obtenir cara en llançar la moneda $M_1$ és $x$ i la probabilitat d'obtenir cara en llançar la moneda $M_2$ és y.

a) Si llancem les dues monedes al mateix temps, calculeu les probabilitats de no obtenir cap cara, d'obtenir-ne només una i d'obtenir-ne dues.
(3 punts)

b) Després de llançar les dues monedes, tornem a llançar solament les monedes en les quals no hem obtingut cara. Calculeu les probabilitats que el resultat final siga cap cara, només una cara i dues cares. (7 punts)

**Solució:**

a) $P(M_1 = creu \; i \; M_2 = creu) = (1-x)(1-y)$.
$P(una\ cara) = x(1-y) + y(1-x)$.
$P(M_1 = cara \; i \; M_2 = cara) = xy$.

b) $P(cap\ cara) = (1-x)^2\,(1-y)^2$.
$P(una\ cara) = x(1-y)^2 + y(1-x)^2 + \; x(1-x)\,(1-y)^2 + y(1-y)\,(1-x)^2$.
$P(dues\ cares) = xy + (1-x)xy + x(1-y)y + (1-x)x(1-y)y$.

**Problema 8.** Cada cap de setmana arriben a l'aeroport d'Alacant 161 vols. D'aquests vols, 95 procedeixen del territori nacional, 50 de la Unió Europea i 16 de països de fora de la Unió Europea. Sabent que es retarden el 5% dels vols de procedència nacional, el 4% dels de procedència de la Unió Europea i el 6,25% de la resta:

a) Calculeu la probabilitat que durant el cap de setmana es retarde un vol. (5 punts)
b) Calculeu la probabilitat que un vol que s'ha retardat procedisca de la Unió Europea. (5 punts)

*Els resultats s'han d'expressar en forma de fracció o en forma decimal amb quatre decimals d'aproximació.*

**Solució:**

a) $P(retard) = \frac{31}{644} \approx 0{,}04814$.
b) $P(Unió\ Europea \mid retard) = \; \frac{8}{31} \approx 0{,}2581$.

**En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.**

**Problema 1.** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & m & 1 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} m \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$:

a) Estudiar cuándo la ecuación matricial $A^2X = B$ tiene solución en función del parámetro real $m$. (4 puntos)

b) Encontrar todas las soluciones de la ecuación anterior cuando éstas existan. (6 puntos)

**Solución:**

a) $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2+2m & 2 \\ 0 & 3+m^2 & m \\ 0 & 3m & 3 \end{pmatrix}$, $\det(A^2) = 9$ y por tanto la ecuación siempre tiene solución única.

b) $A^{-2} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & \frac{-6+2m}{9} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{m}{9} \\ 0 & -\frac{m}{3} & \frac{3+m^2}{9} \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} 3m-6 \\ -m \\ 3+m^2 \end{pmatrix}$.

**Problema 2.** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ -\alpha^2 & 0 \end{pmatrix}$

a) Obtener la matriz $(AB^T + I)^{-1}$, donde $I$ es la matriz identidad de las dimensiones adecuadas para realizar la operación. (6 puntos)

b) Comprobar que $C^2 = -\alpha^3 I$, donde $I$ es la matriz identidad, y calcular $C^{13}$. (4 puntos)

**Solución:**

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & -3/4 \end{pmatrix}$.

b) $C^{13} = C^{12}C = (C^2)^6 C = (-\alpha^3 I)^6 C = \alpha^{18} C = \begin{pmatrix} 0 & \alpha^{19} \\ -\alpha^{20} & 0 \end{pmatrix}$.

**Problema 3.** Dada la recta $r: \begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$ y los puntos $P = (0,0,3)$ y $Q = (2,2,a)$, obtener:

a) Los valores del parámetro real $a$, si existen, para los que son paralelas la recta $r$ y la recta que pasa por los puntos $P$ y $Q$. (6 puntos)

b) La ecuación del plano perpendicular a $r$ y que pasa por $P$. (4 puntos)

**Solución:**

a) Dos vectores directores de las rectas son $(-1,-1,3)$ y $(2,2,a-3)$. Las rectas son paralelas si $a = -3$.

b) $\pi: -x - y + 3z - 9 = 0$.

**Problema 4.** Dada la recta $r$: $\begin{cases} 5x + y + 7z = 16 \\ 9x - y + 7z = 12 \end{cases}$ y el punto $P = (0,5,2)$ se pide:

a) Comprobar que el punto $Q = (2,6,0)$ pertenece a la recta $r$ y encontrar la recta $s$ que pasa por los puntos $P$ y $Q$. (2 puntos)
b) Obtener el ángulo que forman la recta $r$ y la recta $s$. (3 puntos)
c) Obtener la proyección ortogonal del punto $P$ en la recta $r$. (5 puntos)

**Solución:**

a) $(x, y, z) = (0,5,2) + \lambda(2,1,-2)$.

b) acos $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) = 35.264º$ .

c) $(1,4,1)$.

**Problema 5.** Considerar la función $f(x) = \frac{1}{x} + ln(x+1)$. Obtener:

a) El dominio y las asíntotas de $f(x)$. (2 puntos)
b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ y sus máximos y mínimos. (4 puntos)
c) El área comprendida entre la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0, x = 1$ y $x = 2$. (4 puntos)

**Solución:**

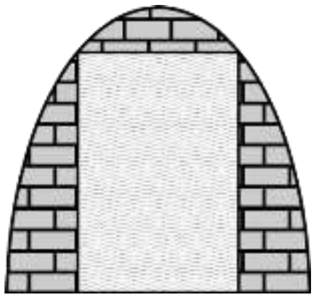
a) Dominio $(-1,0) \cup (0, +\infty)$. AV $x = -1, x = 0$.

b) $f$ crece en $\left(-1, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, +\infty\right)$ y decrece en $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

El mínimo relativo es $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, f\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\right) = \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, ln\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) - \left(1+\sqrt{5}\right)\right) \approx \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, -4.1985\right)$.

El máximo relativo es $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, f\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\right) = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, ln\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right) + \left(\sqrt{5}-1\right)\right) \approx \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, 2.1985\right)$.

c) Área $= \int_1^2 f(x)\ dx = \ln\left(\frac{27}{2}\right) - 1 = 1.603$.



**Problema 6.** El corte vertical de la entrada a la plaza amurallada de cierto pueblo tiene forma de parábola con ecuación $y = -x^2 + 12$, donde $x$ e $y$ se miden en metros e $y = 0$ representa el suelo. Se desea poner una puerta rectangular de modo que las dos esquinas superiores estén en la parábola y las inferiores en el suelo. El resto de la entrada va cerrado con piedra. Calcular:

a) Las dimensiones de la puerta para que tenga la mayor superficie posible. (6 puntos)
b) Utilizando la puerta del apartado anterior, obtener el área de la parte frontal de la puerta y el área de la parte frontal de la entrada recubierta por piedra. (4 puntos)

**Solución:**

a) La función que proporciona el área es $A(x) = -2x^3 + 24x$ para x entre 0 y $\sqrt{12}$. El valor máximo de esta función es 32 que se alcanza en $x = 2$. La puerta con mayor superfície posible tiene una anchura de 4 $m$ y una altura de 8 $m$.

b) El área de la puerta es 32 $m^2$.

El área de la parte frontal recubierta por piedra es $\int_{-\sqrt{12}}^{\sqrt{12}}(-x^2+12)dx\ -\ 32 = 32\sqrt{3} - 32 \approx 23.4256\ m^2$.

**Problema 7.** Tenemos dos monedas distintas $M_1$ y $M_2$. La probabilidad de obtener cara al lanzar la moneda $M_1$ es $x$ y la probabilidad de obtener cara al lanzar la moneda $M_2$ es $y$.

a) Si lanzamos las dos monedas al mismo tiempo, calcular las probabilidades de no obtener ninguna cara, de obtener solo una cara y de obtener dos caras. (3 puntos)

b) Después de lanzar las dos monedas, volvemos a lanzar solamente las monedas en las que no hemos obtenido cara. Calcular las probabilidades de que el resultado final haya sido obtener ninguna cara, obtener solo una cara y obtener dos caras. (7 puntos)

**Solución:**

a) $P(M_1 = cruz\ y\ M_2 = cruz) = (1-x)(1-y)$.
$P(una\ cara) = x(1-y) + y(1-x)$.
$P(M_1 = cara\ y\ M_2 = cara) = xy$.

b) $P(ninguna\ cara) = (1-x)^2(1-y)^2$.
$P(una\ cara) = x(1-y)^2 + y(1-x)^2 +\ x(1-x)(1-y)^2 + y(1-y)(1-x)^2$.
$P(dos\ caras) = xy + (1-x)xy + x(1-y)y + (1-x)x(1-y)y$.

**Problema 8.** Cada fin de semana llegan al aeropuerto de Alicante 161 vuelos. De estos 161 vuelos, 95 proceden del territorio nacional, 50 proceden de la Unión Europea y 16 proceden de paises de fuera de la Unión Europea. Sabiendo que el 5% de los vuelos con procedencia nacional, el 4% de los vuelos con procedencia de la Unión Europea y el 6.25% del resto de vuelos se retrasan:

a) Calcular la probabilidad de que durante el fin de semana un vuelo se retrase. (5 puntos)

b) Sabiendo que un vuelo concreto se ha retrasado, calcular la probabilidad de que este vuelo proceda de la Unión Europea. (5 puntos)

*Los resultados han de expresarse en forma de fracción o en forma decimal con cuatro decimales de aproximación.*

**Solución:**

a) $P(retraso) = \frac{31}{644} \approx 0.04814$.

b) $P(Unión\ Europea\ |\ retraso) = \frac{8}{31} \approx 0.2581$.

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2023** | CONVOCATORIA: JUNIO 2023 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREMO DEL EXAMEN: **Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.** Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** El veterinario me ha recomendado que mi perro tome diariamente un mínimo de $8$ unidades de hidratos de carbono, un mínimo de $46$ unidades de proteínas y un mínimo de $12$ unidades de grasas. En el mercado encuentro dos marcas $A$ y $B$ de comida para perros. Una lata de la marca $A$ contiene $4$ unidades de hidratos de carbono, $6$ unidades de proteínas y $1$ unidad de grasas. Una lata de la marca $B$ contiene $2$ unidades de hidratos de carbono, $20$ unidades de proteínas y $12$ unidades de grasas. La lata de la marca $A$ cuesta $10$ euros y la lata de la marca $B$ cuesta $16$ euros.

a) ¿Cómo deberé combinar ambas marcas para obtener la dieta deseada por el mínimo precio? *(8 puntos)*

b) ¿Cuál es el mínimo precio que habré de pagar? *(2 puntos)*

**Problema 2.** Una matriz $A$ se denomina normal si $A^{\mathrm{t}}A = AA^{\mathrm{t}}$, donde $A^t$ denota la matriz traspuesta de $A$.

a) Calcula el valor de $x$ para que la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix}$ sea normal. *(4 puntos)*

b) Calcula la matriz $X$ que satisface la ecuación $AX = B^{\mathrm{t}}X - C$ , donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}.$$

*(6 puntos)*

**Problema 3.** Se considera la función $f(x) = \frac{x^2+2x-15}{2x^2-3x-2}$. Se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales, si existen. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

**Problema 4.** Una pequeña empresa paga una cuota fija mensual a su compañía eléctrica de 1 200 euros. Además de la cuota fija, los primeros 250 kWh consumidos los paga a 5 euros cada uno; los siguientes, hasta los 900 kWh, a 3 euros cada uno; y el resto a 2 euros cada uno.

a) ¿A cuánto asciende el recibo de un mes de la empresa si ese mes consumió 400 kWh? *(2 puntos)*
b) Obtén la función que dé el importe del recibo mensual de la empresa si consume $x$ kWh. Dibuja su gráfica. *(5 puntos)*
c) Otra pequeña empresa, con la misma cuota fija, paga todos los kWh a 3 euros. ¿Puede ocurrir que en un mes las dos empresas consuman lo mismo y además sus recibos coincidan? En caso afirmativo indica cuál será en ese mes el consumo y el importe del recibo de ambas empresas. *(3 puntos)*

**Problema 5.** Arsenio Lupin ha descubierto que la alarma del Banco de París no se puede desconectar. No obstante, ha averiguado que la probabilidad de que la alarma suene cuando hay un motivo justificado es 0,95 y que la probabilidad de que suene injustificadamente es 0,3. El 31 de diciembre hay una probabilidad de 0,1 de que Arsenio Lupin atraque el Banco de París y se sabe que nadie más lo atracará ese día.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que Arsenio Lupin atraque el Banco de París ese día y que no suene la alarma? *(4 puntos)*
b) Si ese día suena la alarma, ¿cuál es la probabilidad de que Arsenio Lupin no esté atracando el Banco de París? *(3 puntos)*
c) Si la alarma no ha sonado ese día, ¿cuál es la probabilidad de que Arsenio Lupin haya atracado el Banco de París? *(3 puntos)*

**Problema 6.** Se sabe que el 60% de los clientes de una agencia de viajes realiza un viaje al año, el 30% realiza dos viajes al año, y el 10% restante realiza tres o más viajes al año. Se sabe también que hay un 54% de clientes que están casados y realizan un viaje al año, que hay un 14% de clientes que están casados y realizan dos viajes al año, y que hay un 2% de clientes que están casados y realizan tres o más viajes al año. Seleccionamos al azar un cliente de la agencia.

a) Si sabemos que el cliente seleccionado realiza dos o más viajes al año, ¿cuál es la probabilidad de que no esté casado? *(3 puntos)*

b) Llamemos $G$ al suceso "el cliente seleccionado no está casado" y $H$ al suceso "el cliente seleccionado realiza menos de tres viajes al año". Calcula $P(G \cup H)$. *(3 puntos)*

c) Llamemos $J$ al suceso "el cliente seleccionado está casado" y $K$ al suceso "el cliente seleccionado no realiza dos viajes al año". ¿Son $J$ y $K$ sucesos independientes? *(4 puntos)*

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2023** | CONVOCATORIA: JUNIO 2023 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREM DE L'EXAMEN: **S'han de contestar tres d'entre els sis problemes plantejats.** Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'utilitze o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics hauran d'estar sempre degudament justificats. Està permés l'ús de regla. Les gràfiques es faran amb el mateix color que la resta de l'examen.

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** El veterinari m'ha recomanat que el meu gos prenga diàriament un mínim de $8$ unitats d'hidrats de carboni, un mínim de $46$ unitats de proteïnes i un mínim de $12$ unitats de greixos. En el mercat trobe dues marques $A$ i $B$ de menjar per a gossos. Una llanda de la marca $A$ conté $4$ unitats d'hidrats de carboni, $6$ unitats de proteïnes i $1$ unitat de greixos. Una llanda de la marca $B$ conté $2$ unitats d'hidrats de carboni, $20$ unitats de proteïnes i $12$ unitats de greixos. La llanda de la marca $A$ costa $10$ euros i la llanda de la marca $B$ costa $16$ euros.

a) Com hauré de combinar les dues marques per obtenir la dieta desitjada pel preu mínim? *(8 punts)*

b) Quin és el mínim preu que hauré de pagar? *(2 punts)*

**Problema 2.** Una matriu $A$ s'anomena normal si $A^{\mathrm{t}}A = AA^{\mathrm{t}}$, on $A^{\mathrm{t}}$ denota la matriu transposada de $A$.

a) Calculeu el valor de $x$ perquè la matriu $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix}$ siga normal. *(4 punts)*

b) Calculeu la matriu $X$ que satisfà l'equació $AX = B^{\mathrm{t}}X - C$, on

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}.$$

*(6 punts)*

**Problema 3.** Atesa la funció $f(x) = \frac{x^2+2x-15}{2x^2-3x-2}$, es demana:

a) El seu domini i els punts de tall amb els eixos coordenats. *(2 punts)*
b) Les asímptotes horitzontals i verticals, si existeixen. *(2 punts)*
c) Els intervals de creixement i decreixement. *(2 punts)*
d) Els màxims i mínims locals, si existeixen. *(2 punts)*
e) La representació gràfica de la funció a partir dels resultats anteriors. *(2 punts)*

**Problema 4.** Una petita empresa paga una quota fixa mensual a la seua companyia elèctrica de 1.200 euros. A més de la quota fixa, els primers 250 kWh consumits els paga a 5 euros cadascun; els següents, fins als 900 kWh, a 3 euros cadascun; i la resta a 2 euros cadascun.

a) A quant ascendeix el rebut d'un mes de l'empresa si aqueix mes va consumir 400 kWh? *(2 punts)*
b) Obtin la funció que dona l'import del rebut mensual de l'empresa si consumeix $x$ kWh. Dibuixa la seua gràfica. *(5 punts)*
c) Una altra petita empresa, amb la mateixa quota fixa, paga tots els kWh a 3 euros. Pot ocórrer que en un mes les dues empreses consumisquen el mateix i a més els seus rebuts coincidisquen? En cas afirmatiu indica quin serà en aqueix mes el consum i l'import del rebut de totes dues empreses. *(3 punts)*

**Problema 5.** Arsenio Lupin ha descobert que l'alarma del Banc de París no es pot desconnectar. No obstant això, ha esbrinat que la probabilitat que l'alarma sone quan hi ha un motiu justificat és 0,95 i que la probabilitat que sone injustificadament és 0,3. El 31 de desembre hi ha una probabilitat de 0,1 que Arsenio Lupin atraque el Banc de París i se sap que ningú més l'atracarà aqueix dia.

a) Quina és la probabilitat que Arsenio Lupin atraque el Banc de París aqueix dia i que no sone l'alarma? *(4 punts)*
b) Si aqueix dia sona l'alarma, quina és la probabilitat que Arsenio Lupin no estiga atracant el Banc de París? *(3 punts)*
c) Si l'alarma no ha sonat aqueix dia, quina és la probabilitat que Arsenio Lupin haja atracat el Banc de París? *(3 punts)*

**Problema 6.** Sabem que el 60% dels clients d'una agència de viatges realitza un viatge a l'any, el 30% realitza dos viatges a l'any, i el 10% restant realitza tres o més viatges a l'any. Sabem també que hi ha un 54% de clients que estan casats i realitzen un viatge a l'any, que hi ha un 14% de clients que estan casats i realitzen dos viatges a l'any, i que hi ha un 2% de clients que estan casats i realitzen tres o més viatges a l'any. Seleccionem a l'atzar un client de l'agència.

a) Si sabem que el client seleccionat realitza dos o més viatges a l'any, quina és la probabilitat que no estiga casat? *(3 punts)*
b) Anomenem $G$ al succés "el client seleccionat no està casat" i $H$ al succés "el client seleccionat realitza menys de tres viatges a l'any". Calculeu $P(G \cup H)$. *(3 punts)*
c) Anomenem $J$ al succés "el client seleccionat està casat" i $K$ al succés "el client seleccionat no realitza dos viatges a l'any". Són $J$ i $K$ successos independents? *(4 punts)*

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2023** | CONVOCATORIA: JUNIO 2023 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos. Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas. Solo se corregirán los tres primeros problemas contestados.**

**Problema 1.**

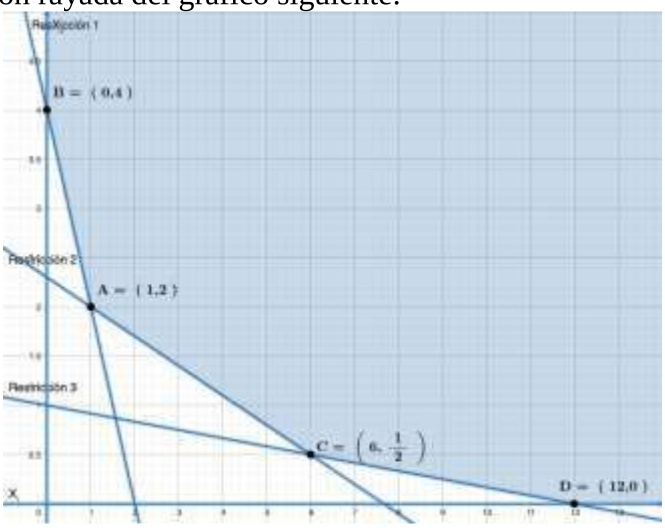
a) De 0 a 1 punto por la obtención de la función objetivo: $F(x, y) = 10x + 16y$.
De 0 a 3 puntos por el planteamiento de las restricciones, con los siguientes criterios: 1 punto si solo hay una restricción correcta; 2 puntos si solo hay dos restricciones correctas; 3 puntos si las tres restricciones son correctas (las dos restricciones de no negatividad no dan puntos). Las restricciones son:

$$\begin{cases} 4x + 2y \geq 8 \\ 6x + 20y \geq 46 \\ x + 12y \geq 12 \end{cases}$$

con $x \geq 0, y \geq 0$.
De 0 a 3 puntos por la determinación de la región factible: región no acotada de vértices (0,4), (1,2), (6,0.5) y (12,0).
De 0 a 1 punto por la obtención de cómo he de combinar ambas marcas para que el precio sea mínimo: la combinación es una lata de la marca $A$ y dos de la marca $B$.

b) De 0 a 2 puntos por la determinación del precio mínimo que he de pagar: 42 €.

Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto, se puntuará de 0 a 10 puntos.
La región factible es la región rayada del gráfico siguiente:



**Problema 2.** a) Por el planteamiento correcto, de 0 a 3 puntos. Por la obtención del valor de $x$ ($x = 2$), de 0 a 1 punto.

b) Por el planteamiento correcto, de 0 a 4 puntos. Por la obtención de la matriz $X$,

$$X = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix},$$

de 0 a 2 puntos.

**Problema 3.**

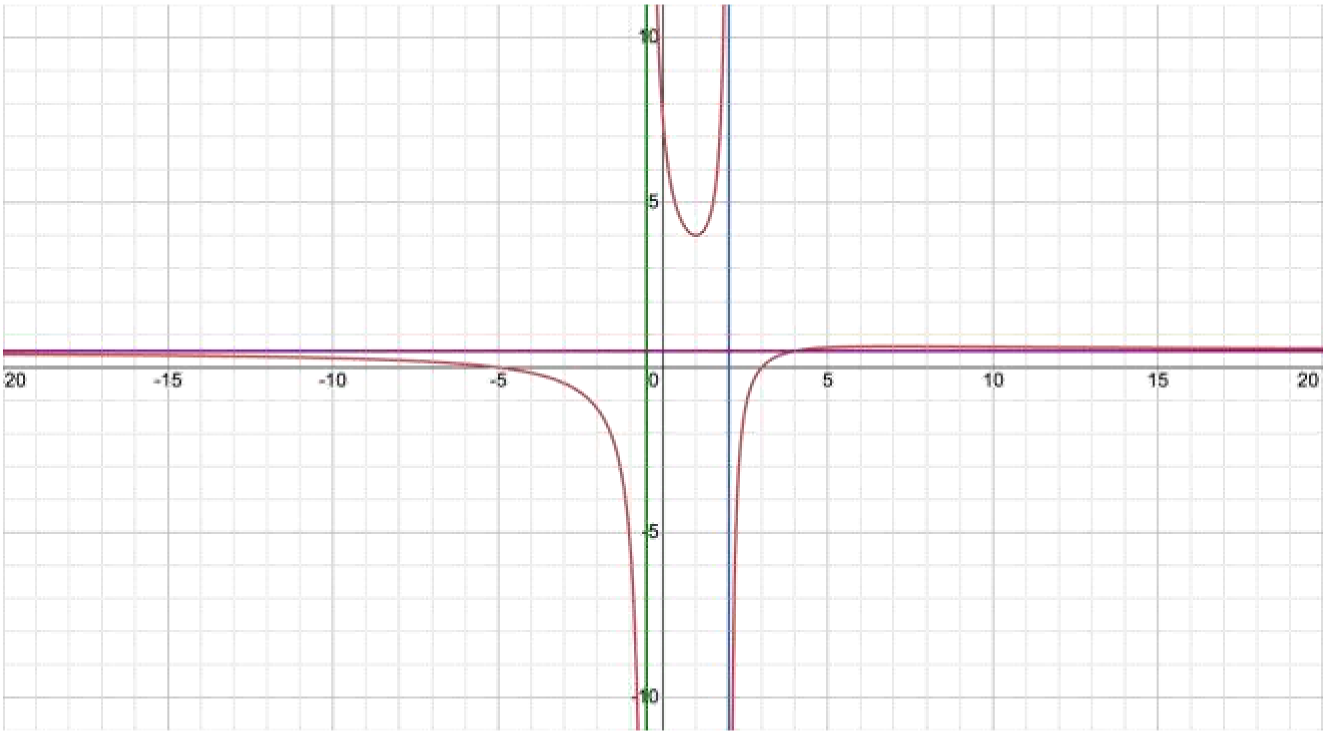
a) De 0 a 1 punto por la obtención del dominio: $R \backslash \{-0.5, 2\}$. De 0 a 1 punto por la determinación de los puntos de corte con los ejes: los puntos $(-5,0), (3,0), (0, \frac{15}{2})$.

b) De 0 a 1 punto por la obtención de las asíntotas verticales de ecuaciones $x = -0.5$, $x = 2$. De 0 a 1 punto por la obtención de la asíntota horizontal de ecuación $y = 1/2$.

c) De 0 a 2 puntos por el cálculo de los intervalos de crecimiento y decrecimiento: la función es creciente en $]1,2[ \cup ]2,7[$ y es decreciente en $]-\infty, -1/2[ \cup \left]-\frac{1}{2}, 1\right[ \cup ]7, +\infty[$.

d) De 0 a 2 puntos por el cálculo de los máximos y mínimos locales: la función tiene un máximo local para el valor $x = 7$, siendo en ese punto $f(x) = 16/25$; la función tiene un mínimo local para el valor $x = 1$, siendo en ese punto $f(x) = 4$.

e) De 0 a 2 puntos por la gráfica de la función. A partir de los resultados anteriores, la gráfica de la función es la siguiente:



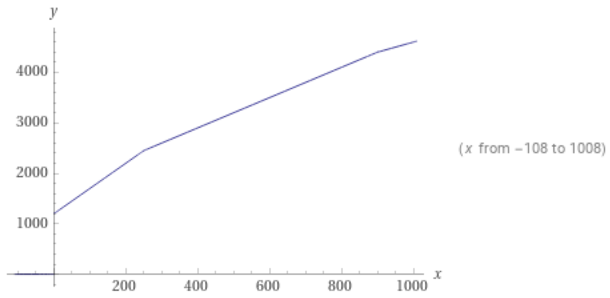

**Problema 4.**

a) De 0 a 2 puntos por obtener a cuánto asciende el recibo el mes en que la empresa consumió 400 kWh, que es 2 900 €.

b) De 0 a 3 puntos por obtener la función que dé el importe del recibo mensual de la empresa si consume $x$ kWh. La función es

$$f(x) = \begin{cases} 1\,200 + 5x & \text{si } 0 \leq x \leq 250 \\ 1\,700 + 3x & \text{si } 250 < x \leq 900 \\ 2\,600 + 2x & \text{si } x > 900 \end{cases}$$

De 0 a 2 puntos por obtener su gráfica:




c) De 0 a 3 puntos por el cálculo del consumo de cada empresa, que es 1 400 kWh, y del recibo de cada empresa, que es 5 400 €.

**Problema 5.**

a) De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 0,005.
b) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 0,7397.
c) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 0,0079.

En el apartado a), por utilizar un planteamiento y/o una fórmula correcta se puntuará hasta un máximo de 3 puntos, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto. En los apartados b y c), por utilizar un planteamiento y/o una fórmula correcta se puntuará hasta un máximo de 2 puntos, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto.

Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, ese apartado se puntuará con un 0.

**Problema 6.**

a) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 0,60.
b) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 0,98.
c) De 0 a 4 puntos por razonar que los sucesos no son independientes (la probabilidad de su intersección es 0,56 y el producto de sus probabilidades es 0,49).

En los apartados a) y b), por utilizar un planteamiento y/o una fórmula correcta se puntuará hasta un máximo de 2 puntos, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto.

En el apartado c), por utilizar un razonamiento correcto se puntuará hasta un máximo de 3 puntos, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto.

Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, ese apartado se puntuará con un 0.

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JUNY 2023** | CONVOCATORIA: JUNIO 2023 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**S'han de contestar tres d'entre els sis problemes plantejats. Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades. Només es corregiran els tres primers problemes contestats.**

**Problema 1.**

a) De 0 a 1 punt per l'obtenció de la funció objectiu: $F(x, y) = 10x + 16y$.
De 0 a 3 punts pel plantejament de les restriccions, amb els criteris següents: 1 punt si només hi ha una restricció correcta; 2 punts si només hi ha dues restriccions correctes; 3 punts si les tres restriccions són correctes (les dues restriccions de no negativitat no donen punts). Les restriccions són:

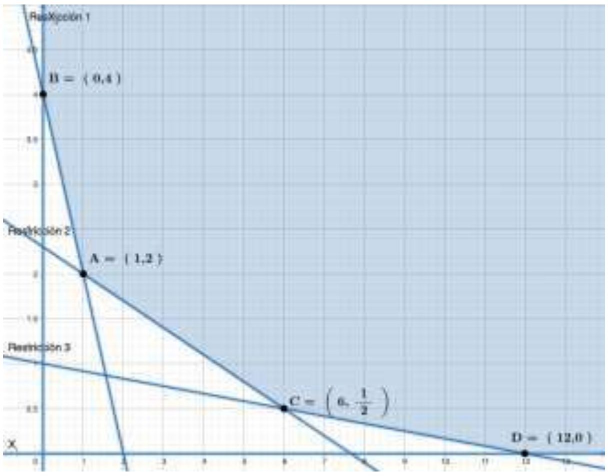
$$\begin{cases} 4x + 2y \geq 8 \\ 6x + 20y \geq 46 \\ x + 12y \geq 12 \end{cases}$$

amb $x \geq 0, y \geq 0$.

De 0 a 3 punts per la determinació de la regió factible: regió no fitada de vèrtex (0,4), (1,2), (6,0.5) i (12,0).
De 0 a 1 punt per l'obtenció de com he de combinar ambdues marques per tal que el preu siga mínim: la combinació és una llanda de la marca $A$ i dues de la marca $B$.

b) De 0 a 2 punts per la determinació del preu mínim que he de pagar: 42 €.

Si la solució s'obté per qualsevol altre mètode raonat i correcte, es puntuarà de 0 a 10 punts.
La regió factible és la regió ratllada del gràfic següent:




**Problema 2.** a) Pel plantejament correcte, de 0 a 3 punts. Per l'obtenció del valor d'$x$ ($x = 2$), de 0 a 1 punt.

b) Pel plantejament correcte, de 0 a 4 punts. Per l'obtenció de la matriu $X$,

$$X = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \text{ de 0 a 2 punts.}$$

**Problema 3.**

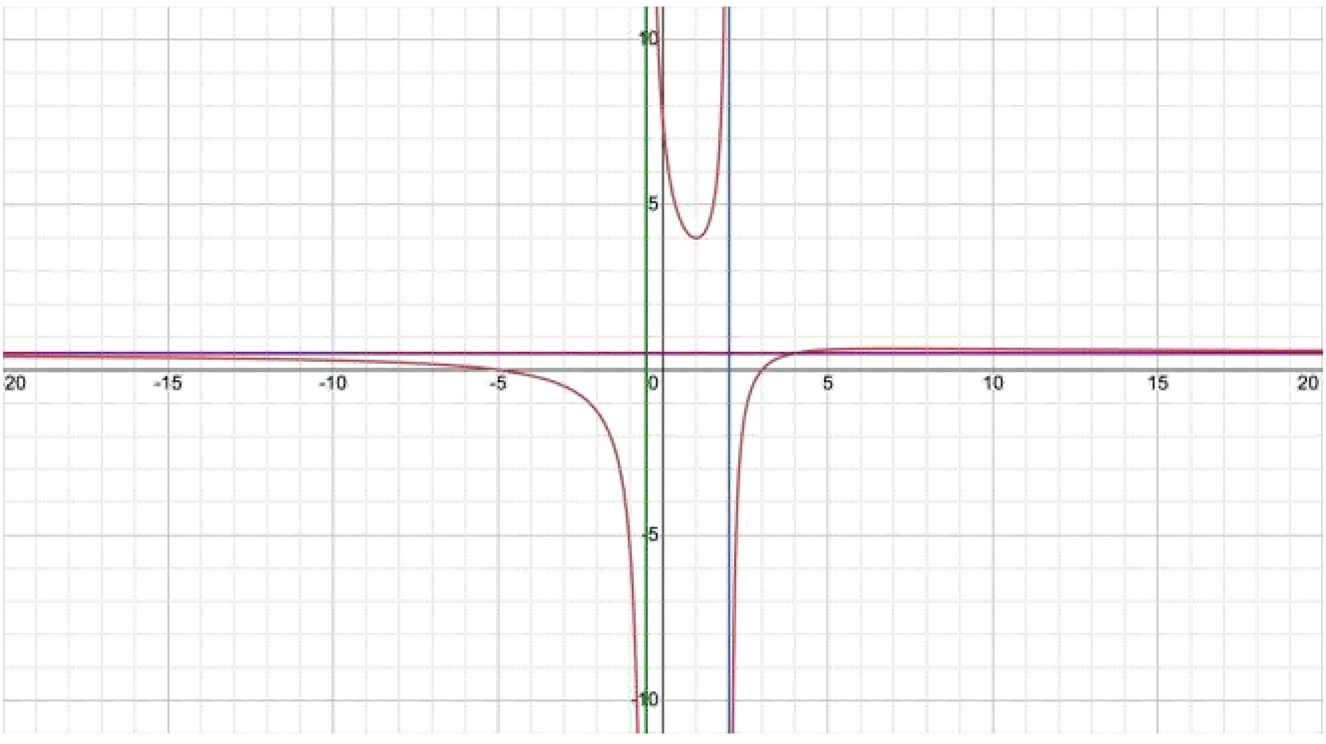
a) De 0 a 1 punt per l'obtenció del domini: $R\backslash\{-0.5,2\}$. De 0 a 1 punt per la determinació dels punts de tall amb els eixos: els punts $(-5,0), (3,0), (0, \frac{15}{2})$.

b) De 0 a 1 punt per l'obtenció de les asímptotes verticals d'equacions $x = -0.5$, $x = 2$. De 0 a 1 punt per l'obtenció de l'asímptota horitzontal d'equació $y = 1/2$.

c) De 0 a 2 punts pel càlcul dels intervals de creixement i decreixement: la funció és creixent en $]1,2[\cup]2,7[$ i és decreixent en $]-\infty, -1/2[\cup]-1/2,1\,[\cup]7, +\infty[$.

d) De 0 a 2 punts pel càlcul dels màxims i mínims locals: la funció té un màxim local per al valor $x = 7$, i en aquest punt $f(x) = 16/25$; la funció té un mínim local per al valor $x = 1$, i en aquest punt $f(x) = 4$.

e) De 0 a 2 punts per la gràfica de la funció. A partir dels resultats anteriors, la gràfica de la funció és la següent:

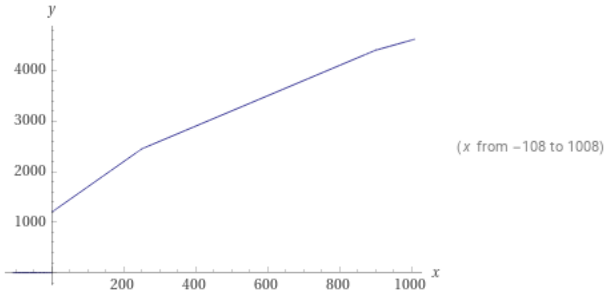


**Problema 4.**

a) De 0 a 2 punts per obtindre a quant puja el rebut el mes en el qual l'empresa va consumir 400 kWh, que és 2.900 €.
b) De 0 a 3 punts per obtindre la funció que done l'import del rebut mensual de l'empresa si consumeix $x$ kWh. La funció és

$$f(x) = \begin{cases} 1\,200 + 5x & \text{si } 0 \leq x \leq 250 \\ 1\,700 + 3x & \text{si } 250 < x \leq 900 \\ 2\,600 + 2x & \text{si } x > 900 \end{cases}$$

De 0 a 2 punts per obtindre la seua gràfica:




c) De 0 a 3 punts pel càlcul del consum de cada empresa, que és 1.400 kWh, i del rebut de cada empresa, que és 5.400 €.

**Problema 5.**

a) De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 0,005.
b) De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 0,7397.
c) De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 0,0079.

En l'apartat a), per utilitzar un plantejament i/o una fórmula correcta es puntuarà fins a un màxim de 3 punts, i per l'obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d'1 punt. En els apartats b) i c), per utilitzar un plantejament i/o una fórmula correcta es puntuarà fins a un màxim de 2 punts i per l'obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d'1 punt.

Si en algun apartat s'obté alguna probabilitat impossible, aquest apartat es puntuarà amb un 0.

**Problema 6.**

a) De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 0,60.
b) De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 0,98.
c) De 0 a 4 punts per raonar que els successos no són independents (la probabilitat de la seua intersecció és 0,56 i el producte de les seues probabilitats és 0,49).

En els apartats a) i b), per utilitzar un plantejament i/o una fórmula correcta es puntuarà fins a un màxim de 2 punts, i per l'obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d'1 punt.

En l'apartat c), per utilitzar un raonament correcte es puntuarà fins a un màxim de 3 punts, i per l'obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d'1 punt.

Si en algun apartat s'obté alguna probabilitat impossible, aquest apartat es puntuarà amb un 0.

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

| PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2023** | CONVOCATORIA: JULIO 2023 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**
Heu de resoldre només **QUATRE** problemes dels **VUIT** que es proposen.
*Cada problema puntua fins a 10*.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 4, aproximada fins a les centèsimes. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables i que no puguen fer càlcul simbòlic ni emmagatzemar text ni fórmules en la memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
El alumnado contestará solo **CUATRO** problemas entre los **OCHO** propuestos.
*Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.*
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 4 y aproximada a las centésimas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

**En les respostes heu d'escriure tots els passos del raonament que feu**

**Problema 1.** Donat el sistema d'equacions lineals $\begin{pmatrix} 2 & a+1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ 1 & 1 & a+2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, en el qual $a$ *és* un paràmetre real:

a) Discutiu el sistema en funció del paràmetre $a$. (6 punts)
b) Obtingueu les solucions del sistema quan aquest siga compatible indeterminat. (4 punts)

**Problema 2.** Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ i $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, obtingueu:

a) La matriu $M = (A - \alpha I)^2$, en la qual $\alpha$ és un paràmetre real. (6 punts)
b) El valor de α si existeix, per al qual la matriu $M$ és la matriu nul·la. (4 punts)

**Problema 3.** Donats els punts $A = (2,\ -1, 0), B = (1, 2, 3)$ i $C = (-1, 0, 0)$:

a) Trobeu l'equació implícita de la recta $r$ que conté els punts $A$ i $B$. (3 punts)
b) Trobeu l'equació del pla π, perpendicular a la recta anterior $r$ i que conté el punt $C$. (4 punts)
c) Calculeu la distància del punt $A$ al pla π. (3 punts)

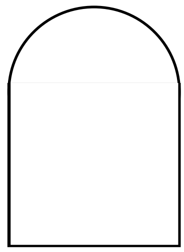
**Problema 4.** Donada la recta $r: (x, y, z) = (1,1,0) + \lambda(-1, -1,2)$ i el pla $\pi: 5x + my + z = 2$:

a) Obtingueu la posició relativa de $r$ i $\pi$ en funció de $m$. (6 punts)
b) Per $m = 1$, calculeu el pla π′ que conté a $r$ i es perpendicular a $\pi$. (4 punts)

**Problema 5.** Considerem la funció $f(x) = \frac{-2x^2+x+1}{2x^2+5x+2}$.

a) Comproveu que $x = -\frac{1}{2}$ és una discontinuïtat evitable. (2 punts)
b) Calculeu els intervals de creixement i decreixement. (4 punts)
c) Obtingueu $\int f(x)\,dx$. (4 punts)

**Problema 6.** Una finestra rectangular està coronada per un semicercle tal com s'indica en la figura següent.



Sabent que el perímetre de la finestra és de 20 metres calculeu:

a) L'àrea de la finestra en funció de la seua amplària $x$. (3 punts)
b) Les dimensions que ha de tenir la finestra perquè permeta la màxima entrada de llum. (5 punts)
c) El valor d'aquesta àrea màxima. (2 punts)

**Problema 7.** En una urna hi ha tres boles verdes, quatre roges i cinc grogues, totes d'igual grandària.

a) S'extrau una bola de l'urna, es mira el color i s'hi retorna. Es repeteix l'operació una altra vegada. Quina és la probabilitat que el color de les dues boles extretes siga el mateix? I la probabilitat que siguen diferents?
(5 punts)
b) S'extrauen al mateix temps tres boles. Quina és la probabilitat que les tres siguen de colors diferents?
(5 punts)

*Els resultats s'han d'expressar en forma de fracció o en forma decimal amb quatre decimals d'aproximació.*

**Problema 8.** Una empresa té dues plantes de producció de telèfons portàtils. La primera planta en produeix de defectuosos amb una probabilitat de 0,02 i la segona amb una de 0,06. En comprar un portàtil de l'empresa, la probabilitat que siga de la primera planta és de 0,7. En comprem un. Determineu**:**

a) La probabilitat que procedisca de la segona planta de producció i siga defectuós. (4 punts)
b) Sabent que el portàtil comprat és defectuós, la probabilitat que l'haja fabricat la primera planta de producció. (6 punts)

*Els resultats s'han d'expressar en forma de fracció o en forma decimal amb quatre decimals d'aproximació.*

**<u>En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado</u>.**

**Problema 1.** Dado el sistema de ecuaciones lineales $\begin{pmatrix} 2 & a+1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ 1 & 1 & a+2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, donde $a$ es un parámetro real:

a) Discutir el sistema en función del parámetro $a$. (6 puntos)
b) Obtener las soluciones del sistema cuando éste sea compatible indeterminado. (4 puntos)

**Problema 2.** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, obtener:

a) La matriz $M = (A - \alpha I)^2$, donde $\alpha$ es un parámetro real. (6 puntos)
b) El valor de $\alpha$, si existe, para el cual la matriz $M$ es la matriz nula. (4 puntos)

**Problema 3.** Dados los puntos $A = (2,-1,0), B = (1,2,3)$ y $C = (-1,0,0)$:

a) Hallar la ecuación implícita de la recta $r$ que contiene a los puntos $A$ y $B$. (3 puntos)
b) Hallar la ecuación del plano π que es perpendicular a la recta anterior $r$ y que contiene al punto $C$. (4 puntos)
c) Calcular la distancia del punto $A$ al plano π. (3 puntos)

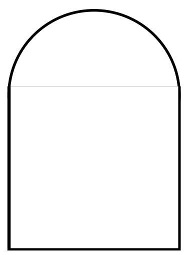
**Problema 4.** Dada la recta $r: (x, y, z) = (1,1,0) + \lambda(-1,-1,2)$ y el plano $\pi: 5x + my + z = 2$:

a) Obtener la posición relativa de $r$ y $\pi$ en función de $m$. (6 puntos)
b) Para $m = 1$, calcular el plano $\pi'$ que contiene a $r$ y es perpendicular a $\pi$. (4 puntos)

**Problema 5.** Consideramos la función $f(x) = \frac{-2x^2+x+1}{2x^2+5x+2}$.

a) Comprobar que $x = -\frac{1}{2}$ es una discontinuidad evitable. (2 puntos)
b) Calcular los intervalos de crecimiento y decrecimiento. (4 puntos)
c) Obtener $\int f(x)\,dx$. (4 puntos)

**Problema 6.** Una ventana rectangular está coronada por un semicírculo tal y como se indica en la siguiente figura.



Sabiendo que el perímetro de la ventana es de 20 metros:

a) Calcular el área de la ventana en función de su anchura $x$. (3 puntos)
b) Calcular las dimensiones que ha de tener la ventana para que permita la máxima entrada de luz. (5 puntos)
c) Calcular el valor de dicha área máxima. (2 puntos)

**Problema 7.** Una urna tiene tres bolas verdes, cuatro rojas y cinco amarillas. Todas de igual tamaño.

a) Se extrae una bola de la urna, se mira su color y se devuelve a la urna. Se repite de nuevo, una vez más, esta operación. ¿Cuál es la probabilidad de que los colores de las dos bolas extraídas sean el mismo? ¿Y la probabilidad de que sean distintos? (5 puntos)
b) Se extraen al mismo tiempo tres bolas. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres sean de distinto color? (5 puntos)

*Los resultados han de expresarse en forma de fracción o en forma decimal con cuatro decimales de aproximación.*

**Problema 8.** Una empresa tiene dos plantas de producción de teléfonos móviles. La primera planta produce móviles defectuosos con probabilidad 0,02 y la segunda planta con probabilidad 0,06. Al comprar un móvil de esa empresa, la probabilidad de que sea de la primera planta es de 0,7. Compramos un móvil. Se pide determinar**:**

a) La probabilidad de que proceda de la segunda planta de producción y sea defectuoso. (4 puntos)
b) Sabiendo que el móvil comprado es defectuoso, la probabilidad de que lo haya fabricado la primera planta de producción. (6 puntos)

*Los resultados han de expresarse en forma de fracción o en forma decimal con cuatro decimales de aproximación.*

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| | |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2023** | CONVOCATORIA: JULIO 2023 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES II** | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**<u>En les respostes heu d'escriure tots els passos del raonament que feu</u>**

**Problema 1.** Donat el sistema d'equacions lineals $\begin{pmatrix} 2 & a+1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ 1 & 1 & a+2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, en el qual $a$ *és* un paràmetre real:

a) Discutiu el sistema en funció del paràmetre $a$. (6 punts)
b) Obtingueu les solucions del sistema quan aquest siga compatible indeterminat. (4 punts)

**Solució:**
a) SCD si $a \neq -3,1$, SCI si $a = 1$ i SI si $a = -3$.
b) $x = \lambda,\ y = -1 - \lambda,\ z = 1$.

**Problema 2.** Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ i $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, obtingueu:

a) La matriu $M = (A - \alpha I)^2$, en la qual $\alpha$ és un paràmetre real. (6 punts)
b) El valor de α si existeix, per al qual la matriu $M$ és la matriu nul·la. (4 punts)

**Solució:**
a) $M = (A - \alpha I)^2 = \begin{pmatrix} \alpha^2 - 1 & 2\alpha - 2 & 4\alpha - 4 \\ 2\alpha - 2 & \alpha^2 - 1 & 4\alpha - 4 \\ 2 - 2\alpha & 2 - 2\alpha & 5 - 6\alpha + \alpha^2 \end{pmatrix}$.
b) $\alpha = 1$.

**Problema 3.** Donats els punts $A = (2,\ -1, 0),\ B = (1, 2, 3)$ i $C = (-1, 0, 0)$:

a) Trobeu l'equació implícita de la recta $r$ que conté els punts $A$ i $B$. (3 punts)
b) Trobeu l'equació del pla π que és perpendicular a la recta anterior, $r$, i conté el punt $C$. (4 punts)
c) Calculeu la distància del punt $A$ $al$ pla π. (3 punts)

**Solució:**
a) $\begin{cases} 3x + y - 5 = 0 \\ y - z + 1 = 0 \end{cases}$.
b) Un vector director de la recta és $(-1, 3, 3)$, per tant $\pi$: $-x + 3y + 3z - 1 = 0$.
c) $d(A, \pi) = \frac{6}{\sqrt{19}} \approx 1{,}3765$.

**Problema 4.** Donada la recta $r$: $(x, y, z) = (1,1,0) + \lambda(-1, -1,2)$ i el pla $\pi$: $5x + my + z = 2$:

a) Obtingueu la posició relativa de $r$ i $\pi$ en funció de $m$. (6 punts)
b) Per $m = 1$, calculeu el pla $\pi'$ que conté a $r$ i es perpendicular a $\pi$. (4 punts)

**Solució:**

a) Si $m \neq -3$, $r$ i $\pi$ es tallen en un punt, i si $m = -3$ la recta $r$ està continguda en el pla $\pi$.
b) $\pi'$: $3x - 11y - 4z + 8 = 0$.

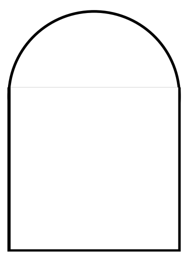
**Problema 5.** Considerem la funció $f(x) = \frac{-2x^2+x+1}{2x^2+5x+2}$.

a) Comproveu que $x = -\frac{1}{2}$ és una discontinuïtat evitable. (2 punts)
b) Calculeu els intervals de creixement i decreixement. (4 punts)
c) Obtingueu $\int f(x)\, dx$. (4 punts)

**Solució:**

a) $f(x) = \frac{-2x^2+x+1}{2x^2+5x+2} = \frac{2(1-x)\left(x+\frac{1}{2}\right)}{2(x+2)\left(x+\frac{1}{2}\right)} = \frac{1-x}{x+2}$.
b) $f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2}$. La funció és decreixent en $(-\infty,\ -2) \cup \left(-2,\ -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2},\ \infty\right)$.
c) $\int f(x)dx = 3\ln(|x+2|) - x + C$.

**Problema 6.** Una finestra rectangular està coronada per un semicercle tal com s'indica en la figura següent.



Sabent que el perímetre de la finestra és de 20 metres calculeu:

a) L'àrea de la finestra en funció de la seua amplària $x$. (3 punts)
b) Les dimensions que ha de tenir la finestra perquè permeta la màxima entrada de llum. (5 punts)
c) El valor d'aquesta àrea màxima. (2 punts)

**Solució:**

a) Àrea$(x) = 10x - \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{8}\right)x^2$.
b) Dimensions $x = \frac{40}{\pi+4} = 5{,}601$ m, $y = \frac{20}{\pi+4} = 2{,}8005$ m (en què $y$ és l'altura de la part rectangular).
c) Àrea $=\frac{200}{\pi+4} = 28{,}005$ m$^2$.

**Problema 7.** En una urna hi ha tres boles verdes, quatre roges i cinc grogues, totes d'igual grandària.

a) S'extrau una bola de l'urna, es mira el color i s'hi retorna. Es repeteix l'operació una altra vegada. Quina és la probabilitat que el color de les dues boles extretes siga el mateix? I la probabilitat que siguen diferents?
(5 punts)
b) S'extrauen al mateix temps tres boles. Quina és la probabilitat que les tres siguen de colors diferents?
(5 punts)

*Els resultats s'han d'expressar en forma de fracció o en forma decimal amb quatre decimals d'aproximació.*
**Solució:**

a) $P(mateix\ color) = \frac{50}{144} \approx 0{,}3472.$

$P(diferent\ color) = 1 - P(mateix\ color) = \frac{94}{144} \approx 0{,}6527.$

b) $P(diferent\ color) = 6 * \frac{3*4*5}{12*11*10} = \frac{3}{11} \approx 0{,}2728.$

**Problema 8.** Una empresa té dues plantes de producció de telèfons portàtils. La primera planta en produeix de defectuosos amb una probabilitat de 0,02 i la segona amb una de 0,06. En comprar un portàtil de l'empresa, la probabilitat que siga de la primera planta és de 0,7. En comprem un. Determineu**:**

a) La probabilitat que procedisca de la segona planta de producció i siga defectuós. (4 punts)
b) Sabent que el portàtil comprat és defectuós, la probabilitat que l'haja fabricat la primera planta de producció. (6 punts)

*Els resultats s'han d'expressar en forma de fracció o en forma decimal amb quatre decimals d'aproximació.*

**Solució:**

a) $P(segona\ planta\ i\ defectuós) = \frac{9}{500} \approx 0{,}018.$

b) $P(primera\ planta\ |\ defectuós) = \frac{7}{16} \approx 0{,}4375.$

**<u>En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado</u>.**

**Problema 1.** Dado el sistema de ecuaciones lineales $\begin{pmatrix} 2 & a+1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ 1 & 1 & a+2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, donde $a$ es un parámetro real:

a) Discutir el sistema en función del parámetro $a$. (6 puntos)
b) Obtener las soluciones del sistema cuando éste sea compatible indeterminado. (4 puntos)

**Solución:**
a) SCD si $a \neq -3,1$, SCI si $a = 1$ y SI si $a = -3$.
b) $x = \lambda, y = -1 - \lambda, z = 1$.

**Problema 2.** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, obtener:

a) La matriz $M = (A - \alpha I)^2$, donde $\alpha$ es un parámetro real. (6 puntos)
b) El valor de $\alpha$, si existe, para el cual la matriz $M$ es la matriz nula. (4 puntos)

**Solución:**
a) $M = (A - \alpha I)^2 = \begin{pmatrix} \alpha^2 - 1 & 2\alpha - 2 & 4\alpha - 4 \\ 2\alpha - 2 & \alpha^2 - 1 & 4\alpha - 4 \\ 2 - 2\alpha & 2 - 2\alpha & 5 - 6\alpha + \alpha^2 \end{pmatrix}$.
b) $\alpha = 1$.

**Problema 3.** Dados los puntos $A = (2,-1,0), B = (1,2,3)$ y $C = (-1,0,0)$:

a) Hallar la ecuación implícita de la recta $r$ que contiene a los puntos $A$ y $B$. (3 puntos)
b) Hallar la ecuación del plano π que es perpendicular a la recta anterior $r$ y que contiene al punto $C$. (4 puntos)
c) Calcular la distancia del punto $A$ al plano π. (3 puntos)

**Solución:**
a) $\begin{cases} 3x + y - 5 = 0 \\ y - z + 1 = 0 \end{cases}$.
b) Un vector director de la recta es $(-1,3,3)$, por tanto, $\pi: -x + 3y + 3z - 1 = 0$.
c) $d(A,\pi) = \frac{6}{\sqrt{19}} \approx 1.3765$.

**Problema 4.** Dada la recta $r: (x,y,z) = (1,1,0) + \lambda(-1,-1,2)$ y el plano $\pi: 5x + my + z = 2$:
a) Obtener la posición relativa de $r$ y $\pi$ en función de $m$. (6 puntos)
b) Para $m = 1$, calcular el plano $\pi'$ que contiene a $r$ y es perpendicular a $\pi$. (4 puntos)

**Solución:**

a) Si $m \neq -3$, $r$ y $\pi$ se cortan en un punto, y si $m = -3$ la recta $r$ está contenida en el plano $\pi$.
b) $\pi': 3x - 11y - 4z + 8 = 0$.

**Problema 5.** Consideramos la función $f(x) = \frac{-2x^2+x+1}{2x^2+5x+2}$.

a) Comprobar que $x = -\frac{1}{2}$ es una discontinuidad evitable. (2 puntos)
b) Calcular los intervalos de crecimiento y decrecimiento. (4 puntos)
c) Obtener $\int f(x)\, dx$. (4 puntos)

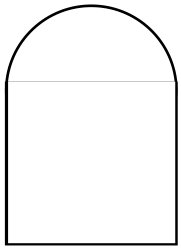
**Solución:**

a) $f(x) = \frac{-2x^2+x+1}{2x^2+5x+2} = \frac{2(1-x)\left(x+\frac{1}{2}\right)}{2(x+2)\left(x+\frac{1}{2}\right)} = \frac{1-x}{x+2}$.

b) $f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2}$. La función es decreciente en $(-\infty,-2) \cup \left(-2,-\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2},\infty\right)$.

c) $\int f(x)dx = 3\ln(|x+2|) - x + C$.

**Problema 6.** Una ventana rectangular está coronada por un semicírculo tal y como se indica en la siguiente figura.



Sabiendo que el perímetro de la ventana es de 20 metros calcular:

a) El área de la ventana en función de su anchura $x$. (3 puntos)

b) Calcular las dimensiones que ha de tener la ventana para que permita la máxima entrada de luz. (5 puntos)

c) El valor de dicha área máxima. (2 puntos)

**Solución:**

a) Área$(x) = 10x - \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{8}\right)x^2$.

b) Dimensiones $x = \frac{40}{\pi+4} = 5.601$ m, $y = \frac{20}{\pi+4} = 2.8005$ m (siendo $y$ la altura de la parte rectangular).

c) Área $=\frac{200}{\pi+4} = 28.005$ m$^2$.

**Problema 7.** Una urna tiene tres bolas verdes, cuatro rojas y cinco amarillas. Todas de igual tamaño.

a) Se extrae una bola de la urna, se mira su color y se devuelve a la urna. Se repite de nuevo, una vez más, esta operación. ¿Cuál es la probabilidad de que los colores de las dos bolas extraídas sean el mismo? ¿Y la probabilidad de que sean distintos? (5 puntos)

b) Se extraen al mismo tiempo tres bolas. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres sean de distinto color? (5 puntos)

*Los resultados han de expresarse en forma de fracción o en forma decimal con cuatro decimales de aproximación.*

**Solución:**

a) $P(mismo\ color) = \frac{50}{144} \approx 0.3472$.

$P(distinto\ color) = 1 - P(mismo\ color) = \frac{94}{144} \approx 0.6527$.

b) $P(distinto\ color) = 6 * \frac{3*4*5}{12*11*10} = \frac{3}{11} \approx 0.2728$.

**Problema 8.** Una empresa tiene dos plantas de producción de teléfonos móviles. La primera planta produce móviles defectuosos con probabilidad 0,02 y la segunda planta con probabilidad 0,06. Al comprar un móvil de esa empresa, la probabilidad de que sea de la primera planta es de 0,7. Compramos un móvil. Se pide determinar**:**

a) La probabilidad de que proceda de la segunda planta de producción y sea defectuoso. (4 puntos)
b) Sabiendo que el móvil comprado es defectuoso, la probabilidad de que lo haya fabricado la primera planta de producción. (6 puntos)

*Los resultados han de expresarse en forma de fracción o en forma decimal con cuatro decimales de aproximación.*

**Solución:**

a) $P(segunda\ planta\ y\ defectuoso) = \frac{9}{500} \approx 0.018.$
b) $P(primera\ planta \mid defectuoso) = \frac{7}{16} \approx 0.4375.$

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2023** | CONVOCATORIA: JULIO 2023 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREMO DEL EXAMEN: **Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.** Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) Calcular la matriz $A^2$ y su inversa. *(5 puntos)*
b) Resolver la ecuación matricial $2A^2X = 4B$. *(5 puntos)*

**Problema 2.** Un millonario ha dejado en herencia todo su dinero a sus tres hijas. A la hija mayor le ha dejado 9 millones de euros más la mitad de la suma de lo que ha dejado a las otras dos. A la hija mediana le ha dejado la mitad de la suma de lo que ha dejado a las otras dos. A la hija pequeña le ha dejado el 35% de la suma de lo que ha dejado a las otras dos. ¿Cuánto dinero ha dejado el millonario a cada una de sus hijas?

*(Planteamiento correcto 5 puntos-Resolución correcta 5 puntos)*

**Problema 3.** Se considera la función $f(x) = \frac{4x-5}{2(x^2-1)}$**.** Se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales, si existen. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

**Problema 4.** El consumo de energía (en Mwh) en una empresa metalúrgica a las $x$ horas de un día viene dado por la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 14, & \text{si } x \in [0,6] \\ -x^2 + 24x - 82, & \text{si } x \in ]6,18] \\ -x + 34, & \text{si } x \in ]18,24] \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de esta función en el intervalo $[0,24]$. *(3 puntos)*

b) Determina a qué horas del día el consumo alcanza sus valores máximo y mínimo. ¿Cuáles son dichos valores? *(4 puntos)*

c) Planteando la integral adecuada, calcula el consumo que se realiza entre las $8$ de la mañana y las 10 de la mañana. *(3 puntos)*

**Problema 5.** Una estación espacial internacional cuenta con un grupo de especialistas en ingeniería y con otro de especialistas en ciencias. El grupo de especialistas en ingeniería está compuesto por 10 especialistas de América y 20 de Europa, entre los cuales 7 y 9 son mujeres, respectivamente. El grupo de especialistas en ciencias está formado por 21 especialistas de América y 19 de Europa, entre los cuales 12 y 10 son mujeres, respectivamente. Se elige un integrante de la estación espacial al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Europa? *(2 puntos)*

b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y especialista en ciencias? *(2 puntos)*

c) Si se ha elegido una mujer, ¿es más probable que sea especialista en ciencias o en ingeniería? *(3 puntos)*

d) ¿Son independientes los sucesos “ser mujer” y “ser especialista en ingeniería”? *(3 puntos)*

**Problema 6.** En una población hay dos compañías, $A$ y $B$, que proporcionan el servicio de internet. La compañía $A$ proporciona servicio al $70\%$ de los hogares que han contratado el servicio de internet. El $65\%$ de los hogares que han contratado el servicio de internet tienen contratado también el servicio de televisión de pago. Sabemos que la mitad de los clientes de la compañía $B$ ha contratado televisión de pago.

a) Calcula el porcentaje de hogares que no han contratado el servicio de televisión de pago y tienen contratado el servicio de internet con la compañía $A$. *(3 puntos)*

b) Si en un hogar se ha contratado el servicio de internet, pero no el servicio de televisión de pago, ¿cuál es la probabilidad de que sea cliente de la compañía $B$? *(4 puntos)*

c) Sea $A$ el suceso “ser cliente de la compañía $A$" y $C$ el suceso “haber contratado la televisión de pago”. Calcula $P(A \cup C)$. *(3 puntos)*

| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2023** | CONVOCATORIA: JULIO 2023 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

BAREM DE L'EXAMEN: **S'han de contestar tres d'entre els sis problemes plantejats.** Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'utilitze o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics hauran d'estar sempre degudament justificats. Està permés l'ús de regla. Les gràfiques es faran amb el mateix color que la resta de l'examen.

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Problema 1.** Ateses les matrius

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

es demana:

a) Calcular la matriu $A^2$ i la seua inversa. *(5 punts)*
b) Resoldre l'equació matricial $2A^2X = 4B$. *(5 punts)*

**Problema 2.** Un milionari ha deixat en herència tot els seus diners a les seues tres filles. A la filla major li ha deixat 9 milions d'euros més la meitat de la suma del que ha deixat a les altres dues. A la filla mitjana li ha deixat la meitat de la suma del que ha deixat a les altres dues. A la filla xicoteta li ha deixat el 35% de la suma del que ha deixat a les altres dues. Quants diners ha deixat el milionari a cadascuna de les seues filles?

*(Plantejament correcte 5 punts-Resolució correcta 5 punts)*

**Problema 3.** Atesa la funció $f(x) = \frac{4x-5}{2(x^2-1)}$, es demana:

a) El seu domini i els punts de tall amb els eixos coordenats. *(2 punts)*
b) Les asímptotes horitzontals i verticals, si existeixen. *(2 punts)*
c) Els intervals de creixement i decreixement. *(2 punts)*
d) Els màxims i mínims locals, si existeixen. *(2 punts)*
e) La representació gràfica de la funció a partir dels resultats anteriors. *(2 punts)*

**Problema 4.** El consum d'energia (en Mwh) en una empresa metal·lúrgica a les $x$ hores d'un dia ve donat per la següent funció:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 14, & \text{si } x \in [0,6] \\ -x^2 + 24x - 82, & \text{si } x \in ]6,18] \\ -x + 34, & \text{si } x \in ]18,24] \end{cases}$$

a) Estudieu la continuïtat d'aquesta funció en l'interval $[0,24]$. *(3 punts)*
b) Determineu a quines hores del dia el consum assoleix els seus valors màxim i mínim. Quins són aquests valors? *(4 punts)*
c) Plantejant la integral adequada, calculeu el consum que es realitza entre les 8 del matí i les 10 del matí. *(3 punts)*

**Problema 5.** Una estació espacial internacional compta amb un grup d'especialistes en enginyeria i amb un altre d'especialistes en ciències. El grup d'especialistes en enginyeria està compost per 10 especialistes d'Amèrica i 20 d'Europa, entre els quals 7 i 9 són dones, respectivament. El grup d'especialistes en ciències està format per 21 especialistes d'Amèrica i 19 d'Europa, entre els quals 12 i 10 són dones, respectivament. Triem un integrant de l'estació espacial a l'atzar.

a) Quina és la probabilitat que siga d'Europa? *(2 punts)*
b) Quina és la probabilitat que siga home i especialista en ciències? *(2 punts)*
*c)* Si s'ha triat una dona, és més probable que siga especialista en ciències o en enginyeria? *(3 punts)*
d) Són independents els successos "ser dona" i "ser especialista en enginyeria"? *(3 punts)*

**Problema 6.** En una població hi ha dues companyies, $A$ i $B$, que proporcionen el servici d'internet. La companyia $A$ proporciona servici al $70\%$ de les llars que han contractat el servici d'internet. El $65\%$ de les llars que han contractat el servici d'internet tenen contractat també el servici de televisió de pagament. Sabem que la meitat dels clients de la companyia $B$ ha contractat televisió de pagament.

a) Calculeu el percentatge de llars que no han contractat el servici de televisió de pagament i tenen contractat el servici d'internet amb la companyia $A$. *(3 punts)*
b) Si en una llar s'ha contractat el servici d'internet però no el servici de televisió de pagament, quina és la probabilitat que siga client de la companyia $B$? *(4 punts)*
c) Siga $A$ el succés "ser client de la companyia $A$" i $C$ el succés "haver contractat la televisió de pagament". Calculeu $P(A \cup C)$. *(3 punts)*

**COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



| **PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** | PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD |
|---|---|
| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2023** | CONVOCATORIA: JULIO 2023 |
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos. Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.**

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas. Solo se corregirán los tres primeros problemas contestados.**

**Problema 1.**

a) De 0 a 2 puntos por el cálculo de la matriz $A^2$:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & -6 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

y de 0 a 3 puntos por el cálculo de la matriz inversa de $A^2$:

$$(A^2)^{-1} = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} -2 & -1 & -10 \\ 10 & -3 & 2 \\ 6 & -5 & -2 \end{pmatrix}$$

b) De 0 a 3 puntos por el planteamiento correcto. De 0 a 2 puntos por el cálculo de la matriz

$$X = \frac{1}{8}\begin{pmatrix} -5 & 0 & -14 \\ 33 & -32 & 6 \\ 23 & -32 & -6 \end{pmatrix}$$

**Problema 2.**

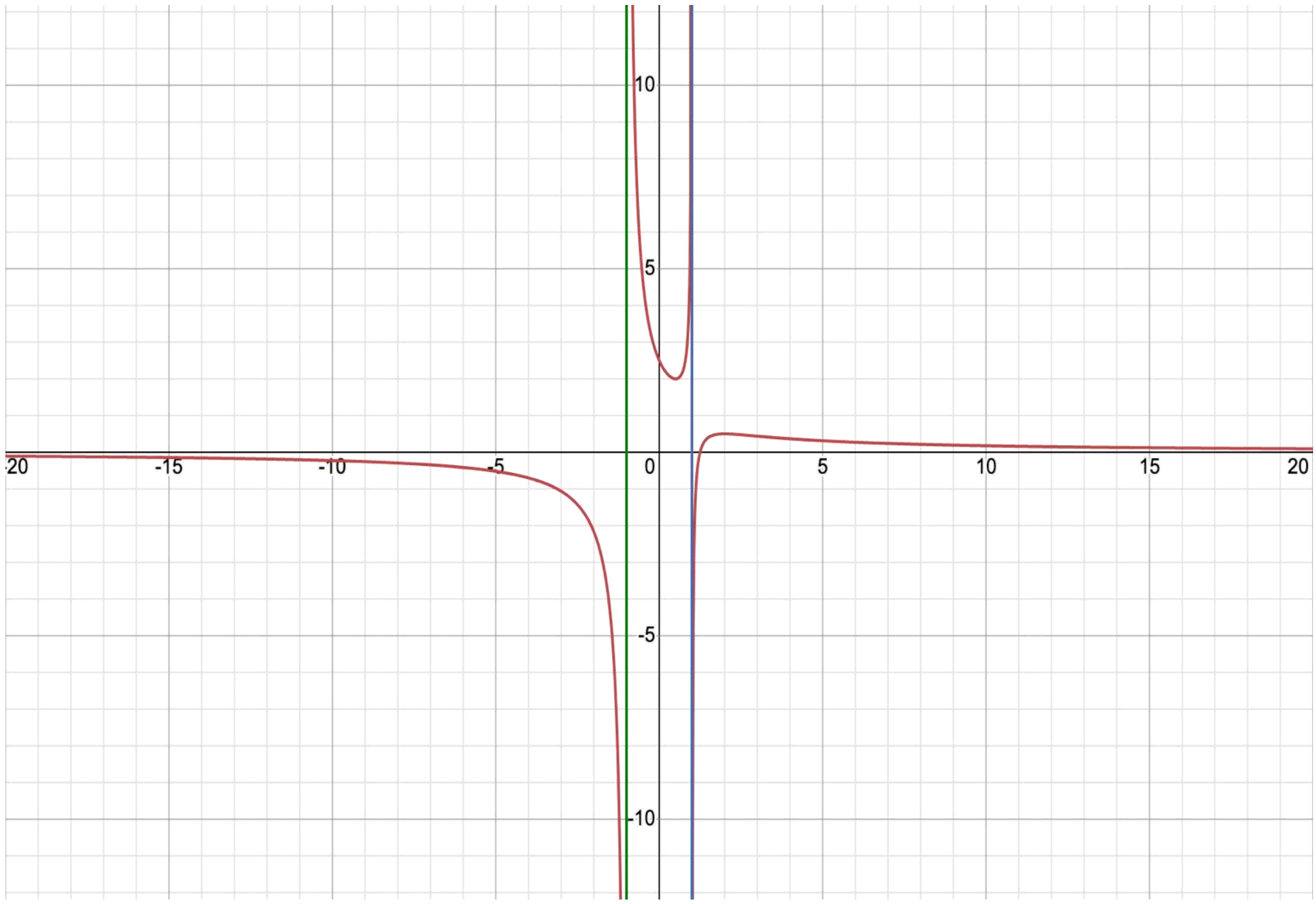
Por el planteamiento del problema, de 0 a 5 puntos con los siguientes criterios: 3 ecuaciones correctas, 5 puntos; 2 ecuaciones correctas, 3 puntos; 1 ecuación correcta, 1 punto. Si $x$, $y$ y $z$ representan la cantidad de millones que heredan, respectivamente, la hija mayor, la hija mediana y la hija pequeña, entonces las ecuaciones del sistema son:

$$\begin{cases} 2x - y - z = 18 \\ x - 2y + z = 0 \\ \frac{7}{20}x + \frac{7}{20}y - z = 0 \end{cases}$$

Por la obtención de la solución del sistema de ecuaciones, de 0 a 5 puntos con los siguientes criterios: 5 puntos si la solución es correcta para el sistema planteado por el alumno y no hay incoherencias (valores negativos, …); si la solución no es la del sistema planteado por el alumno, la puntuación máxima será de 2 puntos; si la solución obtenida es incoherente con el enunciado (valores negativos, …), se puntuará esta parte con un 0. La solución es $x = 33, y = 27, z = 21$.

**Problema 3.**

a) De 0 a 1 punto por la obtención del dominio: $R \setminus \{-1,1\}$. De 0 a 1 punto por la determinación de los puntos de corte con los ejes: los puntos $(0,5/2)$, $(5/4,0)$.
b) De 0 a 1 punto por la obtención de las asíntotas verticales de ecuaciones $x = -1$ y $x = 1$. De 0 a 1 punto por la obtención de la asíntota horizontal de ecuación $y = 0$.
c) De 0 a 2 puntos por el cálculo de los intervalos de crecimiento y decrecimiento: la función es creciente en $]1/2,1[\cup]1,2[$ y es decreciente en $]-\infty,-1[\cup]-1,1/2[\cup]2,+\infty[$ .
d) De 0 a 2 puntos por el cálculo de los máximos y mínimos locales. La función tiene un mínimo local para el valor $x = 1/2$, siendo en ese punto $f(x) = 2$. La función tiene un máximo local en $x = 2$, siendo en ese punto $f(x) = 1/2$.
e) De 0 a 2 puntos por la gráfica de la función. A partir de los resultados anteriores, la gráfica de la función es la siguiente:



**Problema 4.**

a) De 0 a 1 punto por demostrar que la función es continua en $x = 6$. De 0 a 1 punto por demostrar que la función es discontinua en $x = 18$. De 0 a 1 punto por razonar que la función es continua en el resto del intervalo $[0,24]$.
b) De 0 a 3 puntos por hallar que el máximo se encuentra en el punto $x = 12$ y el mínimo en el punto $x = 24$. De 0 a 1 punto por calcular que el valor máximo es 62 Mwh y el valor mínimo 10 Mwh.
c) De 0 a 1 punto por plantear correctamente la integral. De 0 a 1 punto por el cálculo de una primitiva de la función. De 0 a 1 punto por aplicar correctamente la regla de Barrow: el valor obtenido es $316/3$ Mwh.

**Problema 5.**

a) De 0 a 2 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es $39/70$.
b) De 0 a 2 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es $9/35$.
c) De 0 a 3 puntos por razonar que es más probable que pertenezca al grupo de especialistas en ciencias: la probabilidad de que pertenezca al grupo de especialistas en ciencias es $11/19 \cong 0.578$ y la probabilidad de que pertenezca al grupo de especialistas en ingeniería es de $8/19 \cong 0.421$.
d) De 0 a 3 puntos por razonar que los sucesos no son independientes (la probabilidad de su intersección es $8/35$ y el producto de sus probabilidades es $27/245$).

En los apartados a) y b), por utilizar un planteamiento y/o una fórmula correcta se puntuará hasta un máximo de 1 punto, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto.

En el apartado c), por utilizar un planteamiento correcto se puntuará hasta un máximo de 2 puntos, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto.

En el apartado d), por utilizar un razonamiento correcto se puntuará hasta un máximo de 2 puntos, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto.

Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, ese apartado se puntuará con un 0.

**Problema 6.**

a) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 0,20.
b) De 0 a 4 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 0,4286.
c) De 0 a 3 puntos por el cálculo de la probabilidad solicitada, que es 0,85.

En los apartados a) y c), por utilizar un planteamiento y/o una fórmula correcta se puntuará hasta un máximo de 2 puntos, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto.

En el apartado b), por utilizar un planteamiento correcto se puntuará hasta un máximo de 3 puntos, y por la obtención del resultado correcto se puntuará hasta un máximo de 1 punto.

Si en algún apartado se obtiene alguna probabilidad imposible, ese apartado se puntuará con un 0.

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT** PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| **CONVOCATÒRIA: JULIOL 2023** | CONVOCATORIA: JULIO 2023 |
|---|---|
| **Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II** | Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**S'han de contestar tres d'entre els sis problemes plantejats. Cada problema es valorarà de 0 a 10 punts i la nota final serà la mitjana aritmètica dels tres.**

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades. Només es corregirán els tres primers problemas contestats.**

**Problema 1.**

a) De 0 a 2 punts pel càlcul de la matriu $A^2$:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & -6 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

i de 0 a 3 punts pel càlcul de la matriu inversa d'$A^2$:

$$(A^2)^{-1} = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} -2 & -1 & -10 \\ 10 & -3 & 2 \\ 6 & -5 & -2 \end{pmatrix}$$

b) De 0 a 3 punts pel plantejament correcte. De 0 a 2 punts pel càlcul de la matriu $X$:

$$X = \frac{1}{8}\begin{pmatrix} -5 & 0 & -14 \\ 33 & -32 & 6 \\ 23 & -32 & -6 \end{pmatrix}$$

**Problema 2.**

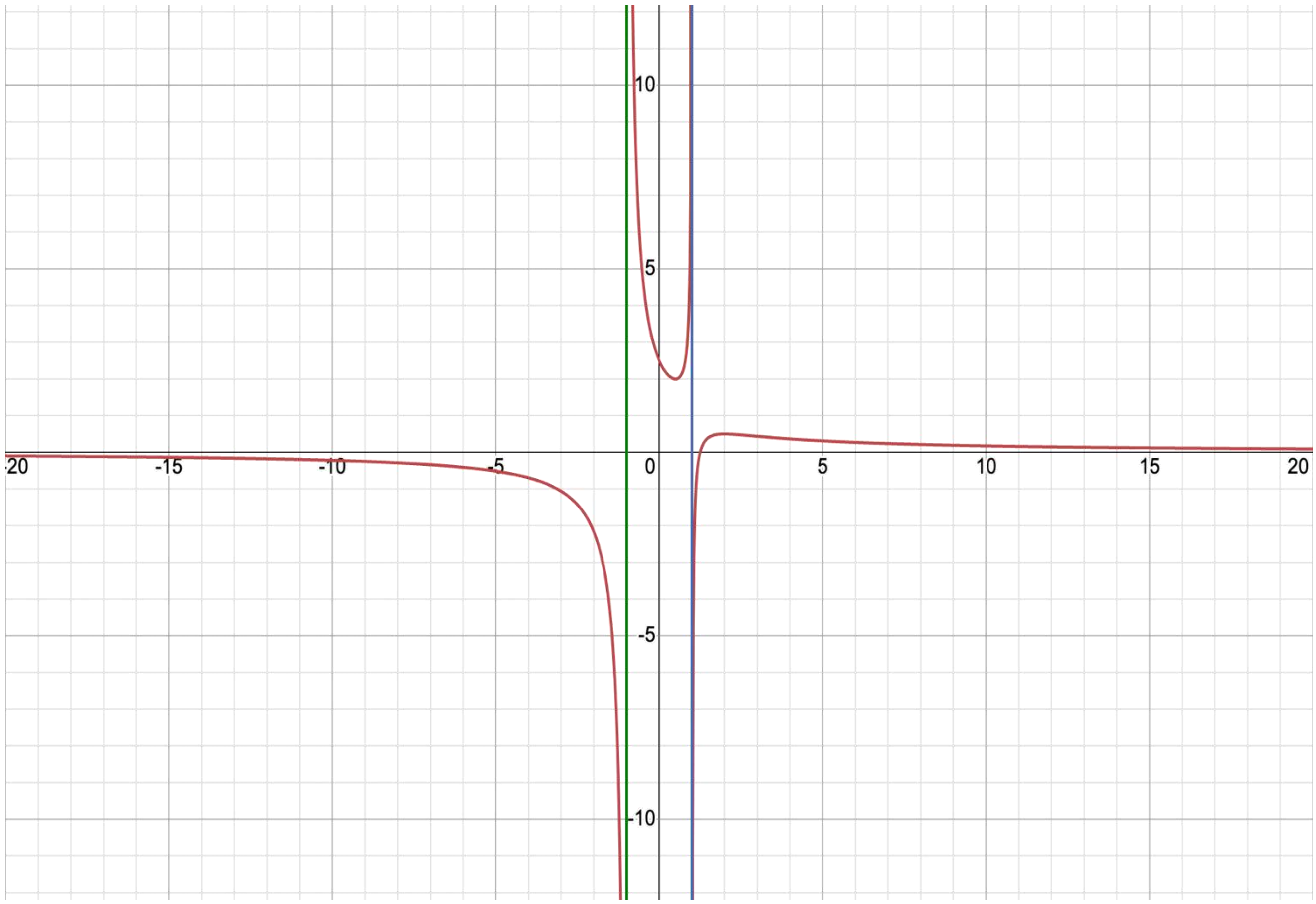
Pel plantejament del problema, de 0 a 5 punts amb els criteris següents: 3 equacions correctes, 5 punts; 2 equacions correctes, 3 punts; 1 equació correcta, 1 punt. Si $x$, $y$ i $z$ representen la quantitat de milions que hereten, respectivament, la filla major, la filla mitjana i la filla petita, aleshores les equacions del sistema són:

$$\begin{cases} 2x & -\ y & -z & = 18 \\ x & -2y & +z & = 0 \\ \frac{7}{20}x & +\frac{7}{20}y & -z & = 0 \end{cases}$$

Per l'obtenció de la solució del sistema d'equacions, de 0 a 5 punts amb els criteris següents: 5 punts si la solució és correcta per al sistema plantejat per l'alumne i no hi ha incoherències (valors negatius, ...); si la solució no és la del sistema plantejat per l'alumne, la puntuació màxima serà de 2 punts; si la solució obtinguda és incoherent amb l'enunciat (valors negatius, ...), es puntuarà aquesta part amb un 0. La solució és $x = 33, y = 27, z = 21$.

**Problema 3.**

a) De 0 a 1 punt per l'obtenció del domini: $R\setminus\{-1,1\}$. De 0 a 1 punt per la determinació dels punts de tall amb els eixos: els punts $(0,5/2)$, $(5/4,0)$.
b) De 0 a 1 punt per l'obtenció de les asímptotes verticals d'equacions $x = -1$ y $x = 1$. De 0 a 1 punt per l'obtenció de l'asímptota horitzontal d'equació $y = 0$.
c) De 0 a 2 punts pel càlcul dels intervals de creixement i decreixement: la funció es creixent en $]1/2,1[\cup]1,2[$ i és decreixent en $]-\infty,-1[\cup]-1,1/2[\cup]2,+\infty[$ .
d) De 0 a 2 punts pel càlcul dels màxims i mínims locals. La funció té un mínim local per al valor $x = 1/2$ i en aquest punt $f(x) = 2$. La funció té un màxim local per al valor $x = 2$ i en aquest punt $x = 1/2$.
e) De 0 a 2 punts per la gràfica de la funció. A partir dels resultats anteriors, la gràfica de la funció és la següent:



**Problema 4.**

a) De 0 a 1 punt per demostrar que la funció és contínua en $x = 6$. De 0 a 1 punt per demostrar que la funció és discontínua en $x = 18$. De 0 a 1 punt per raonar que la funció és contínua en la resta de l'interval $[0,24]$.
b) De 0 a 3 punts per calcular que el màxim es troba en el punt $x = 12$ i el mínim en el punt $x = 24$. De 0 a 1 punt per calcular que el valor màxim és 62 Mwh i el valor mínim 10 Mwh.
c) De 0 a 1 punt per plantejar correctament la integral. De 0 a 1 punt pel càlcul d'una primitiva de la funció. De 0 a 1 punt per aplicar correctament la regla de Barrow: el valor obtingut és $316/3$ Mwh.

**Problema 5.**

a) De 0 a 2 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és $39/70$.
b) De 0 a 2 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és $9/35$.
c) De 0 a 3 punts per raonar que és més probable que pertanya al grup d'especialistes en ciències: la probabilitat que pertanya al grup d'especialistes en ciències és $11/19 \cong 0.578$ i la probabilitat que pertanya al grup d'especiapistes en enginyeria és $8/19 \cong 0.421$.
d) De 0 a 3 punts per raonar que els successos no són independents (la probabilitat de la seua intersecció és $8/35$ i el producte de les seues probabilitats és $27/245$).

En els apartats a) i b), per utilitzar un plantejament i/o una fórmula correcta es puntuarà fins a un màxim d'1 punt, i per l'obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d'1 punt.

En l'apartat c), per utilitzar un plantejament correcte es puntuarà fins a un màxim de 2 punts, i per l'obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d'1 punt.

En l'apartat d), per utlitzar un raonament correcte es puntuarà fins un màxim de 2 punts, i per l'obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d'1 punt.

Si en algun apartat s'obté alguna probabilitat impossible, aquest apartat es puntuarà amb un 0.

**Problema 6.**

a) De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 0,20.
b) De 0 a 4 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 0,4286.
c) De 0 a 3 punts pel càlcul de la probabilitat sol·licitada, que és 0,85.

En els apartats a) i c), per utilitzar un plantejament i/o una fórmula correcta es puntuarà fins a un màxim de 2 punts, i per l'obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d'1 punt.

En l'apartat b), per utilitzar un plantejament correcte es puntuarà fins a un màxim de 3 punts, i per l'obtenció del resultat correcte es puntuarà fins a un màxim d'1 punt.

Si en algun apartat s'obté alguna probabilitat impossible, aquest apartat es puntuarà amb un 0.