

OLIMPIADAS MATEMÁTICAS

Guía del estudiante

Gerard Romo Garrido



Toomates Colección

Los documentos de **Toomates** son materiales digitales y gratuitos. Son digitales porque están pensados para ser consultados mediante un ordenador, tablet o móvil. Son gratuitos porque se ofrecen a la comunidad educativa sin coste alguno. Los libros de texto pueden ser digitales o en papel, gratuitos o en venta, y ninguna de estas opciones es necesariamente mejor o peor que las otras. Es más: Suele suceder que los mejores docentes son los que piden a sus alumnos la compra de un libro de texto en papel, esto es un hecho. Lo que no es aceptable, por inmoral y mezquino, es el modelo de las llamadas "**licencias digitales**" con las que las editoriales pretenden cobrar a los estudiantes, una y otra vez, por acceder a los mismos contenidos (unos contenidos que, además, son de una bajísima calidad). Este modelo de negocio es miserable, pues impide el compartir un mismo libro, incluso entre dos hermanos, pretende convertir a los estudiantes en un mercado cautivo, exige a los estudiantes y a las escuelas costosísimas líneas de Internet, pretende pervertir el conocimiento, que es algo social, público, convirtiéndolo en un producto de propiedad privada, accesible solo a aquellos que se lo puedan permitir, y solo de una manera encapsulada, fragmentada, impidiendo el derecho del alumno de poseer todo el libro, de acceder a todo el libro, de moverse libremente por todo el libro.

Nadie puede pretender ser neutral ante esto: Mirar para otro lado y aceptar el modelo de licencias digitales es admitir un mundo más injusto, es participar en la denegación del acceso al conocimiento a aquellos que no disponen de medios económicos, en un mundo en el que las modernas tecnologías actuales permiten, por primera vez en la historia de la Humanidad, poder compartir el conocimiento sin coste alguno, con algo tan simple como es un archivo "pdf". **El conocimiento no es una mercancía.**

El proyecto Toomates tiene como objetivo la promoción y difusión entre el profesorado y el colectivo de estudiantes de unos materiales didácticos libres, gratuitos y de calidad, que fuerce a las editoriales a competir ofreciendo alternativas de pago atractivas aumentando la calidad de unos libros de texto que actualmente son muy mediocres, y no mediante retorcidas técnicas comerciales.

Este documento se comparte bajo una licencia "**Creative Commons**": Se permite, se promueve y se fomenta cualquier uso, reproducción y edición de todos estos materiales siempre que sea sin ánimo de lucro y se cite su procedencia. Todos los documentos se ofrecen en dos versiones: En formato "**pdf**" para una cómoda lectura y en el formato "**doc**" de MSWord para permitir y facilitar su edición y generar versiones parcial o totalmente modificadas. Se agradecerá cualquier observación, comentario o colaboración a toomates@gmail.com

La biblioteca **Toomates Colección** consta de los siguientes libros:

Problem-solving:

Geometría Axiomática ^{GA}	pdf	1 2 ... 23 portada
Problemas de Geometría ^{PG}	pdf	1 2 3 4 5 6 7
Introducción a la Geometría ^{PI}	pdf	doc
Teoría de números ^{AR}	pdf	1 2 3
Trigonometría ^{PT}	pdf	doc
Desigualdades ^{DE}	pdf	doc
Números complejos ^{PZ}	pdf	doc
Álgebra ^{PA}	pdf	doc
Combinatoria ^{PC}	pdf	doc
Probabilidad ^{PR}	pdf	doc
Guía del estudiante de Olimpiadas Matemáticas ^{OM}	pdf	

Libros de texto (en catalán):

Introducció a l'àlgebra ^{AI} (en preparació)	pdf	doc
Àlgebra ^{AG}	pdf	1 2
Funcions ^{FU}	pdf	doc
Geometria analítica ^{GN}	pdf	1 2
Trigonometria ^{TR}	pdf	doc
Nombres complejos ^{CO}	pdf	doc
Àlgebra Lineal 2n batxillerat ^{AL}	pdf	doc
Geometria Lineal 2n batxillerat ^{GL}	pdf	doc
Càlcul Infinitesimal 2n batxillerat ^{CI}	pdf	1 2
Programació Lineal 2n batxillerat ^{PL}	pdf	doc

Recopilaciones de pruebas PAU España:

[Catalunya TEC](#) ST, [Catalunya CCSS](#) ^{SC}, [Galicia](#) ^{SG}

Recopilaciones de pruebas PAU Europa:

[Portugal A](#) ^{SP}, [Portugal B](#) ^{SQ}

Recopilaciones de problemas olímpicos y preolímpicos:

[IMO](#) ^{SI}, [OME](#) ^{SE}, [OMI](#) ^{SD}, [AIME](#) ^{SA}, [Cangur](#) ^{SR}, [Canguro](#) ^{SG}, [Kangourou](#) ^{SK},
[AMC12 \(2008-2020\)](#) SM

Versión de este documento: **13/09/2020**

Todos estos documentos se actualizan constantemente. ¡No utilices una versión anticuada! Descarga gratis la última versión de los documentos en los enlaces superiores.

www.toomates.net

Índice

1 Presentación. [→](#)

2 El Currículum Olímpico. [→](#)

- A. Álgebra.
- B. Geometría.
- C. Teoría de números.
- D. Combinatoria.

3 Recursos generales. [→](#)

4 El "problem-solving", tal y como yo lo entiendo. [→](#)

5 La vía USA hacia las IMO. [→](#)

6 Apéndice. Cuadro comparativo entre sistemas educativos. [→](#)

1 Presentación.

Actualmente, gracias a Internet, podemos acceder a infinidad de problemas olímpicos y pre-olímpicos, y estudiar múltiples soluciones propuestas por estudiosos de todo el mundo. Los materiales preparatorios para las Olimpiadas Matemáticas abundan en la red. Pero el enorme abanico de temas tratados puede resultar abrumador para los principiantes.

Este documento pretende ser una guía para el estudio de los nueve libros de "Toomates Coolección" dedicados al "problem-solving", todos ellos orientados a las Olimpiadas Matemáticas, sin más objetivo que el de poder ayudar a los estudiantes en sus primeros pasos en el camino de las Olimpiadas matemáticas y el "problem-solving" en general.

He procurado indicar en cada problema su dificultad:

MF: Muy fácil
F: Fácil
M: Dificultad media
D: Difícil
MD: Muy difícil.

Aunque sea obvio nunca está de más decirlo: La dificultad de un problema es algo totalmente subjetivo. Por ejemplo, el mismo problema puede pasar de "muy difícil" a "muy fácil" si se ha hecho alguno similar anteriormente.

Este mismo documento, como todos los documentos de "Toomates Coolección" se actualizan constantemente. Cuando leas esto, seguramente ya habré subido una nueva versión actualizada, mejorada, ampliada, corregida... Accede a los link estables de la contraportada para descargar la última versión de este y de cualquier otro documento.

2 El Currículum Olímpico.

Se suele decir que para resolver los problemas de la órbita de las Olimpiadas Matemáticas no se requieren conocimientos específicos, que solo son necesarios los conceptos básicos del currículum escolar preuniversitario. Pero no es cierto, sobre todo para los estudiantes del sistema educativo español, cuyo currículum se reduce y degrada, más y más, año tras año, hasta lo bochornoso.

El currículum de las Olimpiadas Internacionales consta de cuatro ámbitos:

(A) Álgebra, (G) Geometría, (T) Teoría de números y (C) Combinatoria

Destacamos que todo el ámbito del análisis (límites, continuidad, derivación, integración), todo lo que engloba el "calculus", está explícitamente excluido de este currículum.

Destacamos además que la Probabilidad también está fuera del currículum de las IMO, pero no de muchas de las competiciones de rango inferior, por lo que la consideraremos parte de este currículum.

Códigos:

GA	Geometría Axiomática	http://www.toomates.net/biblioteca/GeometriaAxiomatica.pdf
PG	Problemas de Geometría	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasGeometria.pdf
AR	Teoría de números	http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica.pdf
PT	Trigonometría	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasTrigonometria.pdf
DE	Desigualdades	http://www.toomates.net/biblioteca/Desigualdades.pdf
PC	Números complejos	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasNumerosComplejos.pdf
PA	Álgebra	http://www.toomates.net/biblioteca/ProblemasAlgebra.pdf
PC	Combinatoria	http://www.toomates.net/biblioteca/Combinatoria.pdf
PR	Probabilidad	http://www.toomates.net/biblioteca/Probabilidad.pdf
AG	Àlgebra	http://www.toomates.net/biblioteca/Algebra.pdf
FU	Funcions	http://www.toomates.net/biblioteca/Funcions.pdf
GN	Geometria analítica	http://www.toomates.net/biblioteca/GeometriaAnalitica.pdf
TR	Trigonometria	http://www.toomates.net/biblioteca/Trigonometria.pdf
CO	Nombres complejos	http://www.toomates.net/biblioteca/NombresComplexos.pdf

- ◆◆ Concepto avanzado o especialmente difícil.
- Concepto que no forma parte de las IMO.

A. Álgebra.	PA , AG
Números.	
Porcentajes.	
Radicales.	PA 5
Números complejos.	PC , CO
Conjugación.	
El plano complejo	
Raíces de la unidad.	CO 3
Teorema fundamental del álgebra.	
Polinomios.	PA 1
Ecuaciones polinómicas.	PA 3
Ecuaciones cuadráticas.	
Raíces complejas.	
Ecuaciones lineales.	
Discriminate (Ecuación de segundo grado)	
Factorización de polinomios.	PA 3
Completación de cuadrados.	
Polinomios irreducibles.	
Fórmulas de Vieta.	PA 2
Suma y producto de raíces.	
Teorema del binomio.	PA 1
Identidades notables. Productos notables.	
Algoritmo de la división.	
Fracciones algebraicas	PA 4
Ecuaciones con radicales.	
Exponenciales.	PA 6
Ecuaciones con exponenciales y logaritmos.	
Logaritmos.	PA 6
Ecuaciones con logaritmos.	
Cambio de base.	
Desigualdades.	DE
Desigualdades algebraicas.	
Las desigualdades fundamentales.	DE 1
La desigualdad AM-GM.	DE 2
Desigualdades entre medias.	DE 3
La desigualdad Cauchy-Schwarz.	DE 4
El principio de reordenación.	DE 5
La desigualdad de Chebyshev.	DE 5
La desigualdad de Jensen.	DE 6
Normalización y homogenización.	DE 7
Desigualdades trigonométricas.	DE 9
Desigualdades geométricas.	DE10, DE11 DE12
Inecuaciones.	DE13
Inecuaciones lineales.	
Inecuaciones no lineales.	
Sistemas de inecuaciones.	
Funciones.	FU
Operaciones con funciones.	FU 1
Composición de funciones.	

Dominio de una función.	
Imagen de una función.	
Inversión de funciones.	
Función parte entera y función parte fraccionaria.	PA 9
Función valor absoluto.	PA 7. FU 12
Funciones definidas a trozos.	FU 11
Ecuaciones funcionales.	
Sucesiones.	
Sumas notables.	
Sucesiones aritméticas.	
Sucesiones geométricas.	
Sucesiones cíclicas.	
Sucesiones definidas recursivamente.	

B. Geometría.

GA, PG

B1. Geometría euclídea elemental.

Perpendicularidad. Paralelismo.	
Congruencia de triángulos. Criterios LAL, LLL, ALA.	GA 3
Semejanza: Teorema de Tales.	GA 8
Triángulos rectángulos. Teorema de Pitágoras.	GA 8
"Angle chasing".	
Cevianas.	
El teorema de la bisectriz.	GA 8.2.9
El teorema de Stewart.	GA 9.1.6
El teorema de Ceva y Menelao.	GA 11.2.1
Las rectas y centros del triángulo.	GA 11
Bisectrices e Incentro.	GA 11.4
Excírculos.	GA 11.10
Alturas y ortocentro	GA 11.3
Medianas y baricentro	GA 11.5
Mediatrices y circuncentro.	GA 11.6
La circunferencia de los nueve puntos.	GA 11.7
Recta de Euler.	GA 11.7
Circunferencias.	GA 10
Teorema del ángulo central.	GA 10.1.1
Potencia de un punto.	GA 10.2
Rectas tangentes.	GA 10.2.7, GA 10.2.8
Cuadriláteros.	
Cuadriláteros cíclicos.	GA 10.5
Teorema de Tolomeo.	GA 10.5.7
Área.	
Área del triángulo.	GA 9.2
Área del círculo.	
Fórmula de Heron.	GA 10.5.11
Fórmulas notables.	

B2. Trigonometría.

PT , TR, GA 9

Trigonometría con triángulos rectángulos.	TR 1
Teorema del Seno.	TR 2.2
Teorema del coseno.	TR 2.3

Ecuaciones trigonométricas.	TR 4
Identidades trigonométricas.	TR 5
Desigualdades trigonométricas.	
B3. Geometría euclídea avanzada.	
Eje radical. Centro radical.	GA 14
Inversiones.	GA 13
Polos y polares.	GA 13.5
Resultados proyectivos: Razón doble, teor. de Pappus...	GA 12
Semejanzas espirales.	GA 15.1
Cevianas isogonales, antiparalelas y simedianas. ♦♦	GA 15
B4. Técnicas analíticas.	
Geometría analítica del plano.	GN
Rectas en el plano. Ecuación asociada.	GN 2
Distancia entre puntos.	GN 1.7
Distancia de un punto a una recta.	
Coordenadas baricéntricas. ♦♦	GA 19
Aplicaciones geométricas de los números complejos. ♦♦	GA 20
Geometría vectorial.	GN 1
B5. Cónicas. ●	GN 3 a 6
Elipses. ●	
B6. Desigualdades con triángulos.	DE 10 a 12
Desigualdad triangular.	DE 10
La Transformación de Ravi.	DE 10
C. Teoría de números.	AR
Demostración por inducción.	AR 1
Divisibilidad.	AR 2
Divisores.División entera.	
Máximo común múltiplo y mínimo común divisor.	AR 3
Números coprimos.	
El Teorema de Bezout.	
Algoritmo de Euclides.	
Divisibilidad con identidades algebraicas	AR 4
Descomposición en factores primos.	AR 4
Aritmética modular.	AR 6
Teorema chino del residuo.	AR 7
Ecuaciones modulares.	
Ecuaciones diofánticas.	AR 8
Ecuaciones diofánticas lineales.	
Ternas pitagóricas.	
Ecuaciones de Pell. ♦♦	
Cambio de base.	
El pequeño teorema de Fermat.	AR 10
La función Phi de Euler. ♦♦	AR 11
Orden de un entero. ♦♦	AR 12
Números factoriales. La fórmula de Polignac.	AR 13

Números y primos de Fermat y de Mersenne.	AR 15
El número de divisores de un entero. ♦♦	AR 16
Suma de los divisores de un entero. ♦♦	AR 17
Raíces primitivas.	
Residuos cuadráticos.	

D. Combinatoria.

Particiones.	PC
Principio del palomar.	PC 1
Fórmulas básicas de recuento.	AR 1
Principio de inclusión-exclusión.	AR 2
Números combinatorios.	AR 3
Funciones generatrices.	PC 4
Coloraciones.	
Caminos.	
Bijecciones.	

E. Probabilidad. ●

Probabilidad discreta. ●	PR
Ley de Laplace. ●	PR 1
Probabilidad condicional. ●	PR 3
Independencia de sucesos. ●	
Probabilidad continua. ●	PR 2
Proporcional al área. ●	
Proporcional a la longitud. ●	

3 Recursos generales.

Recopilaciones de problemas olímpicos y pre-olímpicos.

The Contest Problem Collection (ASHME & AMC12)

[I](#), [II](#), [III](#), [IV](#), [V](#), [VI](#), [VII](#), [VIII](#), [IX](#)

Compendium IMO 1959-2019

<http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumIMO.pdf>

Compendium OME 1965-2019

<http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumOME.pdf>

Compendium OMI 1997-2019

<http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumOMI.pdf>

Compendium AIME 1983-2019

<http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumAIME.pdf>

Páginas web.

Art of Problem Solving

<http://artofproblemsolving.com>

Olimpiada Matemática Española (página web oficial)

www.olimpiadamatematica.es

4 El "problem-solving", tal y como yo lo entiendo.

La resolución de problemas, el llamado "**problem-solving**" es la experiencia más apasionante de las matemáticas. Los "ejercicios", tan repetitivos propios de los libros de texto, pasan ahora a ser "problemas", y cada problema es una aventura única, es un enemigo desconocido al que el estudiante es llamado a enfrentarse con valentía. **La resolución de problemas no es muy importante ni poco importante, es lo único importante en matemáticas.** Pero el problem-solving no es para pusilánimes. Dejemos algunas cosas claras. Para resolver problemas de matemáticas necesitas:

1. Tiempo.

Cada problema exige tiempo para pensarlo, tiempo para resolverlo, y en la mayoría de las veces, tiempo, mucho tiempo para estudiar detenidamente la solución propuesta cuando hemos fracasado en su resolución. Solo así se aprende, día tras día, semana tras semana, año tras año. Solo después de muchos fracasos llegan los primeros éxitos. Todos los problemas de los libros de "Toomates Coolección" se ofrecen siempre con las soluciones totalmente desarrolladas, pero no mires nunca la solución, no te rindas, hasta haber dedicado al problema todo el tiempo necesario... y un poco más.

2. Valentía.

La frustración es inevitable, pero la impotencia que uno siente al fracasar intentando resolver problemas demasiado difíciles puede llegar a quemar al estudiante de matemáticas, por ello es fundamental **seleccionar problemas de dificultad adecuada**.

3. Bases teóricas claras y completas.

Todo juego exige unas reglas, reglas que deben estar claras. Es muy frustrante (aunque muy enriquecedor) enfrentarse durante horas a un problema para finalmente descubrir que se están utilizando técnicas o conceptos que uno desconoce. La sensación de haber perdido el tiempo miserablemente puede ser muy desoladora. **Las técnicas y conceptos teóricos que se utilizan en la resolución de los problemas deben estar claros.** Los libros de problemas de "Toomates Coolección" se acompañan con los "libros de teoría" en donde se recopilan de una forma ordenada todos los contenidos teóricos utilizados en la resolución de los problemas.

4. Iniciativa y autonomía.

La resolución de problemas supone en el estudiante **un nivel importante de iniciativa y autonomía**. Los libros de "Toomates Coolección" son un recurso más que el estudiante tiene a su disposición en su biblioteca personal, biblioteca que deberá enriquecer con la adquisición de infinidad de otros recursos encontrados en Internet, y muchos libros, gratuitos y comprados, digitales y en papel.

5. Un ambiente silencioso.

El problem-solving requiere la máxima concentración. Cuando nos enfrentamos a un problema, ¡el cerebro encendido y el móvil apagado!

6. Cálculo mental.

Hemos perdido el hábito del cálculo mental. Por pereza, por comodidad, por pura vagancia, "tiramos de calculadora" para realizar el cálculo más simple. Pero recuerda que en las Olimpiadas matemáticas la calculadora está prohibida. Aprovecha siempre que puedas para realizar los cálculos mentalmente o a mano.

5 La vía USA hacia las IMO.

AMC8, AMC10, AMC12 → AIME → USAMO → IMO

AMC (American Mathematics Competitions)

Es el programa de competiciones matemáticas organizado por la MAA (Mathematical Association of America) para la selección del equipo que representará a USA en la IMO. Organiza el sistema de pruebas selectivas AMC10/12, AIME y USAMO.

AHSME (American High School Mathematics Examination) (1949-2000)

Es la antigua competición matemática para los grados 9 a 12. A partir del año 2000 desaparece al bifurcarse en AMC10 (Grado 10) y AMC12 (Grado 12).

Consta de 30 preguntas "tipo test" con 5 posibles respuestas, para resolver en 90 minutos.

Los estudiantes que alcanzan los 100 puntos o más de los 150 posibles obtienen el "**AHSME Honor Roll**", y son invitados a participar en la AIME (American Invitational Mathematics Examination). Se suelen clasificar unos 4000 estudiantes anualmente.

Para alcanzar estos 100 puntos, los estudiantes deben contestar correctamente aproximadamente la mitad de las 30 preguntas y dejar en blanco el resto, pues las respuestas equivocadas conllevan severas penalizaciones.

Las calculadoras se permiten a partir de 1994, aunque no son necesarias.

AMC8 (American Mathematics Competition Grade 8)

Prueba de 25 preguntas "tipo test" en 40 minutos, para estudiantes de Grado 8 (13-14 años, el 2º ESO en España).

Cubre (aunque no está limitado a ellos) los temas propios del currículum de la "Middle School": Combinatoria, probabilidad, estimación, razonamiento de proporcionalidad, geometría elemental incluyendo teorema de Pitágoras, visión espacial, aplicaciones en la vida cotidiana, lectura e interpretación de gráficos y tablas.

Además, en las últimas preguntas pueden aparecer funciones y ecuaciones lineales y cuadráticas, geometría cartesiana y algunos elementos de álgebra básica.

AMC10/12 (American Mathematics Competition Grades 10 & 12)

Prueba de 25 preguntas "tipo test" en 75 minutos.

La **AMC10** está pensada para estudiantes hasta el grado 10 (el 4º de ESO en España), y 17.5 años de edad como máximo, y cubre el currículum hasta dicho grado.

La **AMC12** está pensada para estudiantes hasta el grado 12 (el 2º de Bachillerato en España), y cubre todo el currículum de la "high school", incluyendo trigonometría, álgebra avanzada, geometría avanzada, pero excluyendo el cálculo.

Existen dos versiones de dichas pruebas: A y B, con la misma estructura y el mismo nivel de dificultad. Las preguntas son diferentes porque se presentan en fechas diferentes. Los estudiantes se pueden presentar a ambas pruebas.

AIME (American Invitational Mathematics Examination)

Prueba de 15 preguntas en 3 horas. Las respuestas son siempre números positivos de tres dígitos. Son convocados los mejores estudiantes en AMC10 y/o AMC12. Su primera edición fue en el año 1983.

USAMO y USAJMO (USA Mathematical Olympiad y USA Junior Mathematical Olympiad)

Prueba de 6 preguntas en dos días, 9 horas de duración.

A la USAMO son convocados los mejores estudiantes en AMC12 y AIME (alrededor del 5% superior). A la USAJMO son convocados los mejores estudiantes en AMC10 y AIME (alrededor del 2.5% superior). Solo pueden presentarse estudiantes americanos y estudiantes en escuelas americanas o en Canadá.

Los 6 estudiantes con mejores puntuaciones en el combinado AMC10/12, AIME y USAMO forman el equipo que representa a USA en la Annual International Mathematical Olympiad (IMO)

MOSP (Mathematical Olympiad Summer Program)

Programa de entrenamiento intensivo de cuatro semanas para los 24-30 mejores estudiantes de las competiciones anteriores. Entre sus participantes serán escogidos los seis representantes americanos para las IMO.

IMO (International Mathematical Olympiad)

Es una competición anual para estudiantes preuniversitarios y es la más antigua de las Olimpiadas Internacionales de Ciencias.¹ La primera IMO se celebró en Rumania en 1959. Desde entonces se ha celebrado cada año. Cerca de cien países de todo el mundo envían equipos de un máximo de seis estudiantes junto con un líder de equipo, un tutor - o colíder - y observadores. La competición consta de dos cuestionarios con tres problemas cada uno. Cada pregunta da una puntuación máxima de 7 puntos, con una puntuación máxima total de 42 puntos. La prueba se desarrolla en dos días, en cada uno de los cuales el concursante dispone de cuatro horas y media para resolver tres problemas. Estos se escogen entre varias áreas de la matemática vista en secundaria, los cuales pueden clasificarse *grosso modo* en geometría, teoría de números, álgebra y combinatoria. No se requieren conocimientos de matemáticas superiores y de las soluciones se espera que sean cortas y elegantes. Encontrarlas requiere, sin embargo, ingenio excepcional y habilidad matemática.

6 Apéndice. Cuadros comparativos.

EDAD	ESPAÑA			FRANCIA		EEUU	
	CURSO	Prueba CANGURO	Prueba CANGUR	CURSO	Prueba KANGOUROU	CURSO	Prueba AMC
8/9	3º Prim.			CE2		3th	
9/10	4º Prim.			CM1		4th	
10/11	5º Prim.		5è EP	CM2	E Écoliers	5th	
11/12	6º Prim.		6è EP	6ème		6th	
12/13	1º ESO	Nivel 1	1r ESO	5ème	B Benjamins	7th	
13/14	2º ESO	Nivel 2	2n ESO	4ème		8th	AMC 8
14/15	3º ESO	Nivel 3	3r ESO	3ème	C Cadets	9th	
15/16	4º ESO	Nivel 4	4t ESO	2ème		10th	AMC 10
16/17	1º BAT	Nivel 5	1r batx. CFGM	1ème		11th	
17/18	2º BAT	Nivel 6	2n bat. CFGS	T	J Juniors (Lycées) P Lycées Professionnels S 1 reS, TS, Bac+	12th	AMC 12

EDAD	USA Y CANADA	ESPAÑA	ITALIA	FRANCIA	UK			
3-4			P 3					
4-5	Preschool	EDUCACIÓN	P 4	SCUOLA MATERNA	ÉCOLE MATERNELLE	PS		
5-6	Kindergarten	INFANTIL	P 5			MS	PRIMARY ("INFANT SCHOOL")	Reception Year
6-7	1st Grade		1	PRIMA	ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE	GS		Year 1
7-8	2nd Grade		2	SECONDA		CP		Year 2
8-9	3rd Grade	EDUCACIÓN PRIMARIA	3	TERZA		CE1		Year 3
9-10	4th Grade		4	QUARTA		CE2	PRIMARY ("JUNIOR SCHOOL")	Year 4
10-11	5th Grade		5	QUINTA		CM1		Year 5
11-12	6th Grade		6	PRIMA		CM2		Year 6
12-13	7th Grade		1 ESO	SECONDA		6 ème		Year 7
13-14	8th grade	EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA	2 ESO	TERZA	COLLÈGE	5 ème		Year 8
14-15	9th grade, freshman	(ESO)	3 ESO	PRIMA		4 ème		Year 9
15-16	10th grade, sophomore		4 ESO	SECONDA		3 ème	SECONDARY ("HIGH SCHOOL")	Year 10
16-17	11th grade, junior		1r Bat.	TERZA	LYCÉE	2 nde		Year 11
17-18	12th grade, senior	BACHILLERATO	2n Bat.	QUARTA		1 ère	FURTHER EDUCATION (FE)	Year 12
18-19				QUINTA		Terminale		Year 13