COMPENDIUM KÄNGURU

Austria

Volumen 2: 2023 - 2026

Gerard Romo Garrido

Toomates Coolección vol. 40.2

Toomates Coolección

Los libros de **Toomates** son materiales digitales y gratuitos. Son digitales porque están pensados para ser consultados mediante un ordenador, tablet o móvil. Son gratuitos porque se ofrecen a la comunidad educativa sin coste alguno. Los libros de texto pueden ser digitales o en papel, gratuitos o en venta, y ninguna de estas opciones es necesariamente mejor o peor que las otras. Es más: Suele suceder que los mejores docentes son los que piden a sus alumnos la compra de un libro de texto en papel, esto es un hecho. Lo que no es aceptable, por inmoral y mezquino, es el modelo de las llamadas "licencias digitales", "licencias de uso" y en general cualquier forma de "pago por el acceso a los materiales didácticos", con las que algunas empresas pretenden cobrar a los estudiantes, una y otra vez, por acceder a los mismos contenidos (unos contenidos que, además, son de una bajísima calidad). Este modelo de negocio es miserable, pues impide el compartir un mismo material, incluso entre dos hermanos, pretende convertir a los estudiantes en un mercado cautivo, exige a los estudiantes y a las escuelas costosísimas líneas de Internet, pretende pervertir el conocimiento, que es algo social, público, convirtiéndolo en un producto de propiedad privada, accesible solo a aquellos que se lo puedan permitir, y solo de una manera encapsulada, fragmentada, impidiendo el derecho del alumno de poseer todo el libro, de acceder a todo el libro, de moverse libremente por todo el libro.
Nadie puede pretender ser neutral ante esto: Mirar para otro lado y aceptar el modelo de pago por acceso a los materiales es admitir un mundo más injusto, es participar en la denegación del acceso al conocimiento a aquellos que no disponen de medios económicos, y esto en un mundo en el que las modernas tecnologías actuales permiten, por primera vez en la historia de la Humanidad, poder compartir el conocimiento sin coste alguno, con algo tan simple como es un archivo "pdf". **El conocimiento no es una mercancía**.
El proyecto Toomates tiene como objetivo la promoción y difusión entre el profesorado y el colectivo de estudiantes de unos materiales didácticos libres, gratuitos y de calidad, que fuerce a las empresas comerciales a competir ofreciendo alternativas de pago atractivas aumentando la calidad de los materiales que ofrecen, (que son muy mediocres) y no mediante retorcidas técnicas comerciales.
Estos libros se comparten bajo una licencia "**Creative Commons 4.0 (Atribution Non Commercial)**": Se permite, se promueve y se fomenta cualquier uso, reproducción y edición de todos estos materiales siempre que sea sin ánimo de lucro y se cite su procedencia. Todos los libros se ofrecen en dos versiones: En formato "**pdf**" para una cómoda lectura y en el formato "**doc**" de MSWord para permitir y facilitar su edición y generar versiones parcial o totalmente modificadas. **¡Libérate de la tiranía y mediocridad de los productos comerciales! Crea, utiliza y comparte tus propios materiales didácticos.**

Problem Solving (en español):

Geometría Axiomática Problemas de Geometría Vol. 1 Vol. 2 Vol. 3
Introducción a la Geometría Álgebra Teoría de números Vol. 1 Vol. 2 Combinatoria
Probabilidad Trigonometría Desigualdades Números complejos Calculus & Precalculus

Libros de texto para ESO y bachillerato (en español y en catalán):

Cálculo infinitesimal ESP CAT Álgebra Lineal ESP CAT Geometría Lineal ESP CAT
Números Complejos ESP CAT Combinatoria y probabilidad ESP CAT Estadística ESP CAT
Programación Lineal ESP CAT Álgebra ESP CAT Trigonometria ESP CAT
Geometria analítica ESP CAT Funciones ESP CAT Números (Preálgebra) ESP CAT
Proporcionalidad ESP CAT Medidas geométricas ESP CAT Mates amb Excel

PAU españolas:

Cataluña TEC Cataluña CCSS Valencia Galicia País Vasco Baleares

Reválidas internacionales:

Portugal Italia Francia Rumanía Hungría Polonia Pearson Edexcel Int A Level
China-Gaokao China-Zhongkao Corea-Suneung Israel-Bagrut Cambridge Int A Level
Cambridge IGCSE AQA GCSE International Baccalaureate (IB) Pearson Edexcel IGCSE

Evaluación diagnóstica y pruebas de acceso:

ACM6EP ACM4 CFGS PAP

Competiciones matemáticas:

Canguro: España 1 2 3 Cataluña 1 2 3 Francia Reino Unido Austria 1 2 USA
USA: Mathcounts AMC 8 10 12 AIME USAJMO USAMO TSTST TST ELMO Putnam HMMT
España: OME OMEFL OMEEX OMC OMEA OMEM OMA CDP OFEM
Europa: OMI Arquimede BMO BalkanMO JBMO OPM OMP OMJ ONM
Internacional: IMO IGO SMT INMO CMO EGMO KMO KJMO AMC Australia
AHSME: Book 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Otros materiales:

Pizzazz! (Book A B C D E Pre-Algebra Algebra) , REOIM , Llibre3r , Excalibur

¡Genera tus propias versiones de este documento! Siempre que es posible se ofrecen las versiones editables "MS Word" de todos los materiales para facilitar su edición.

¡Ayuda a mejorar! Envía cualquier duda, observación, comentario o sugerencia a **toomates@gmail.com**
¡No utilices una versión anticuada! Todos estos libros se revisan y amplían constantemente. Descarga totalmente gratis la última versión de estos documentos en los correspondientes enlaces superiores, en los que siempre encontrarás la versión más actualizada.
Consulta el **catálogo de libros** completo en http://www.toomates.net

¿Problemas para descargar algún documento? Descarga toda la biblioteca Toomates Aquí MEGA
Visita mi **Canal de Youtube**: https://www.youtube.com/c/GerardRomo
Visita mi **blog:** https://toomatesbloc.blogspot.com/

Versión de este documento: **07/05/2026**

Competiciones Canguro y similares.

Canguro (España)

2000-2021	http://www.toomates.net/biblioteca/Canguro2.pdf
2022-2025	http://www.toomates.net/biblioteca/Canguro.pdf
2026	http://www.toomates.net/biblioteca/Canguro3.pdf
	(Con todas las soluciones desarrolladas paso a paso)

Cangur (Cataluña)

1999-2015	http://www.toomates.net/biblioteca/Cangur2.pdf
2016-2025	http://www.toomates.net/biblioteca/Cangur.pdf
2026	http://www.toomates.net/biblioteca/Cangur3.pdf
	(Con todos los enunciados traducidos al español y todas las soluciones desarrolladas paso a paso)

Concurso de Primavera (Madrid)

http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumCDP.pdf

Kangourou (Francia)

http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKangourou.pdf

Kangaroo (Reino Unido)

Pink & Grey	http://www.toomates.net/biblioteca/KangarooUK.pdf
Junior	http://www.toomates.net/biblioteca/KangarooUK2.pdf
Senior	http://www.toomates.net/biblioteca/KangarooUK3.pdf
Senior Mathematical Challenge	http://www.toomates.net/biblioteca/KangarooUK4.pdf

Kanguru (Austria)

2013-2022	http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKanguru.pdf
2023-2026	http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKanguru2.pdf

Kangaroo (USA)

http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKangaroo.pdf

Australian Mathematics Competition (Australia)

http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumAMC.pdf

Giochi di Archimede (Italia)

http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumArchimede.pdf

AMC (USA)

Las pruebas AMC 8, AMC 10 y AMC 12 USA también siguen el formato de respuesta multiopción, pero con una dificultad mucho más elevada que las anteriores:

AMC 8	http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumAMC8.pdf
AMC 10	http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumAMC10.pdf
AMC 12	http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumAMC8.pdf

Índice.

	Felix			Écolier			Benjamin		
	AL	IN	SOL	AL	IN	SOL	AL	IN	SOL
2023	5	10	14	40	46	50	61	65	68
	23	29	33						
2024	134	139	144	170	175	180	191	195	199
	151	156	161						
2025	262	267	272	298	304	310	320	324	328
	279	284							
2026	391	396	401	426	431	436	448	452	456
	408	413	418						

	Kadett			Junior			Student		
	AL	IN	SOL	AL	IN	SOL	AL	IN	SOL
2023	78	82	85	96	100	103	113	118	121
2024	208	212	216	226	230	234	247	251	255
2025	338		342	352	356	360	374	378	382
2026	465	469	473	482	486	490	500	504	508

Tabla de correspondencia de las pruebas Canguro.

	ESPAÑA			UK (England & Wales)		USA		FRANCIA	
EDAD	CURSO	CANGURO	CANGUR (Catalunya)	YEAR	KANGAROO	Grado USA	KANGAROO	Curso	KANGOUROU
6/7	1º Prim.			2		1th			
7/8	2º Prim.			3		2nd	Felix		
8/9	3º Prim.			4		3th		CE2	
9/10	4º Prim.			5		4th	Ecolier	CM1	
10/11	5º Prim.		P5	6		5th		CM2	**E** Écoliers
11/12	6º Prim.		P6	7		6th	Benjamin	6ème	
12/13	1º ESO	N1	E1	8		7th		5ème	**B** Benjamins
13/14	2º ESO	N2	E2	9	Grey	8th	Cadet	4ème	
14/15	3º ESO	N3	E3	10		9th		3ème	**C** Cadets
15/16	4º ESO	N4	E4	11	Pink	10th	Junior	2ème	**J**uniors: Lycées G. et T. **É**tudiants: TS, Bac+
16/17	1º BAT	N5	B1	12		11th		1ème	
17/18	2º BAT	N6	B2	13		12th	Student	T	

Este documento es la compilación en un único archivo "pdf" de todos los documentos oficiales que se encuentran en la web

https://www.kaenguru.at/

https://www.kaenguru.at/aufgaben.html

agrupados mediante la aplicación online

www.ilovepdf.com

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2023
16. 3. 2023
Kategorie: Felix, 1. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 45 min.

jede richtige Antwort Aufgabe	1. – 4.	3 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe	5. – 8.	4 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe	9. – 12.	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort		0 Punkte
jede falsche Antwort:		Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
dazu 12 Basispunkte		

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 12) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4

5	6	7	8

9	10	11	12

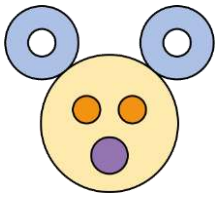
pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Österreich – 16. 3. 2023 **Gruppe Felix (1. Schulstufe)**	**Name:**

- 3 Punkte Beispiele -

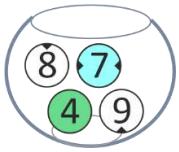
1. Aus wie vielen Kreisen besteht dieser Biber?

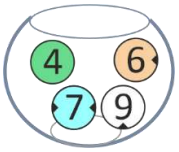


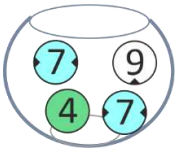
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

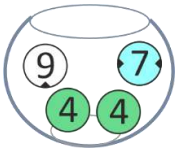
2. Jede Schüssel enthält 4 Bälle. Rechne die Zahlen auf den Bällen zusammen.

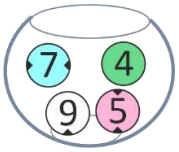
In welcher Schüssel ist das Ergebnis am größten?

(A) 

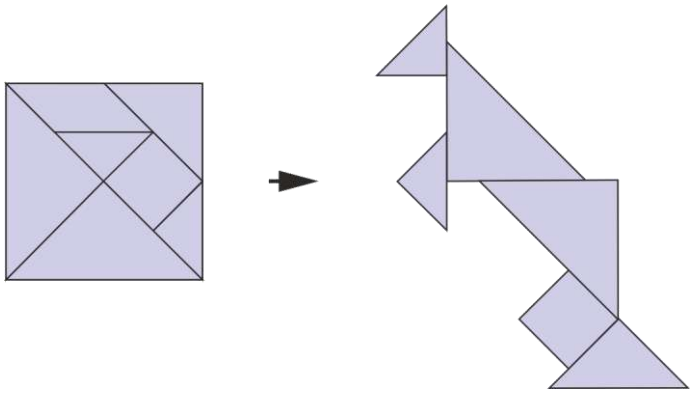
(B) 

(C) 

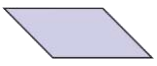
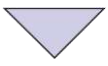
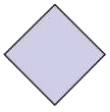
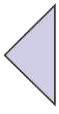
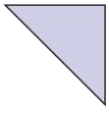
(D) 

(E) 

3. Herr Biber legt die Teile um und baut ein Känguru.



Welches Stück fehlt?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

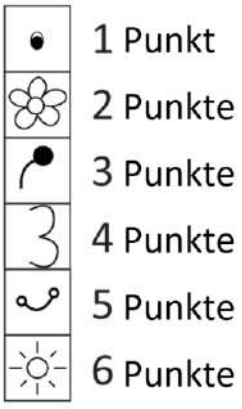
4. Sara sagt: „Mein Boot hat mehr als einen Kreis. Es hat auch um 2 Dreiecke mehr als Quadrate.“

   Welches Boot gehört Sara?

(A) (B) (C) (D) (E)

- 4 Punkte Beispiele -

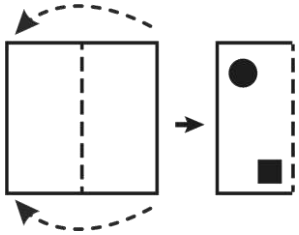
5. Bei der Biene rechts fehlen einige Teile. Jeder Teil kostet Punkte.



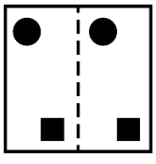
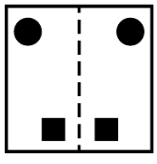
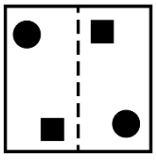
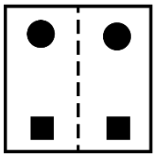
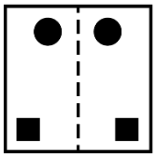
   Wie viele Punkte braucht Maya, damit sie die Biene fertigstellen kann?

   (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

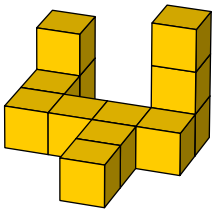
6. Susi faltet ein Blatt Papier in der Mitte. Sie stanzt 2 Löcher heraus.



   Wie sieht das Blatt aus, wenn sie es wieder auseinander faltet?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

7. Hansi klebt diese Figur aus 12 Würfeln zusammen.

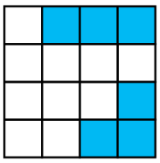


Zwischen zwei Würfel gibt er immer einen Tropfen Klebstoff.

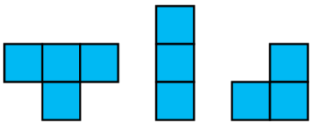
Wie viele Tropfen Klebstoff braucht er?

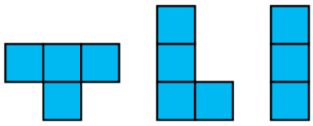
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

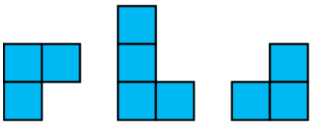
8. Max möchte das abgebildete Puzzle vervollständigen. Er hat verschiedene Teile.

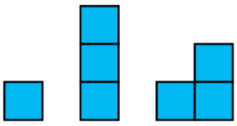


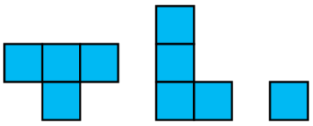
Welche Teile muss er verwenden?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

- 5 Punkte Beispiele -

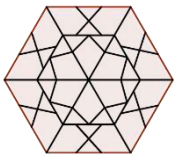
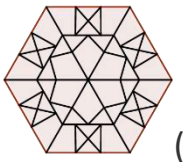
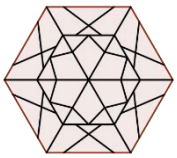
9. Emma wurde Dritte in einem Tanz-Wettbewerb für Mädchen. Zwischen ihr und der Letztplatzierten waren 3 Tänzerinnen.

Wie viele Tänzerinnen waren beim Wettbewerb dabei?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

10. Elvis hat 6 Dreiecke mit diesem Muster .

Welches Bild kann er damit machen?

(A)  (B)  (C) (D) (E) 

11. Jedes der Kinder Ali, Lea, Josef, Vittorio und Sophie bekommt eine Geburtstagstorte.

Die Zahl auf der Torte zeigt, wie alt das Kind ist.

Lea ist zwei Jahre älter als Josef, aber ein Jahr jünger als Ali.

Vittorio ist der Jüngste.

Welche Torte gehört Sophie?

(A) (B) (C) (D) (E)

12. Drei Frösche leben in einem Teich. Jede Nacht singt nur ein Frosch ein Lied.

Nach 9 Nächten hat der erste Frosch 2 mal gesungen. Der zweite Frosch hat sich 5 Lieder angehört.

Wie viele Lieder hat sich der dritte Frosch angehört?

(A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2023
16. 3. 2023
Level: Felix, Grade: Schulstufe 1

Name:	
School:	
Class:	

Time: 45 min.
12 starting points
each correct answer to questions 1. – 4.: 3 points
each correct answer to questions 5. – 8.: 4 points
each correct answer to questions 9. – 12.: 5 points
each question left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 to 12). Write clearly and carefully!

1	2	3	4

5	6	7	8

9	10	11	12

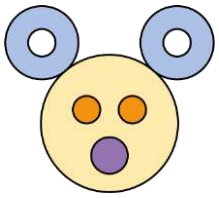
pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Österreich – 16. 3. 2023 Level Felix (Schulstufe 1)	Name:

- 3 Point Examples -

1. Out of how many circles is the beaver made of?



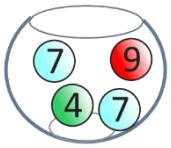
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

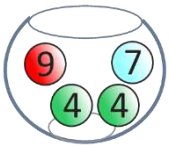
2. Each bowl has 4 balls. Add up the numbers on the balls.

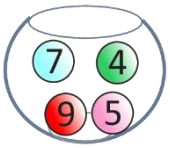
In which bowl is the result biggest?

(A)

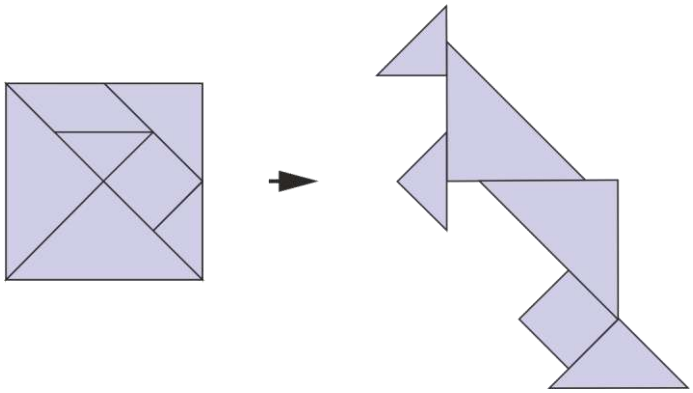
(B)

(C) 

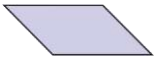
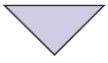
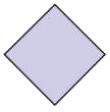
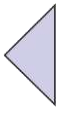
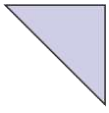
(D) 

(E) 

3. Mr Beaver re-arranges the parts to build a kangaroo.



Which part is missing?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

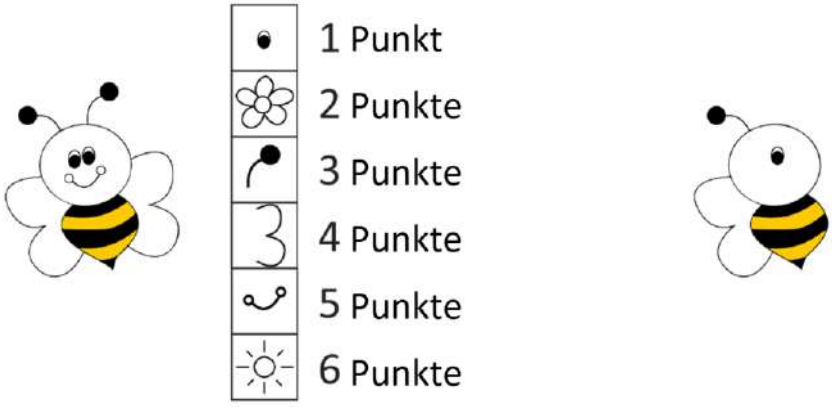
4. Sara says: „My boat has more than one circle. It also has 2 triangles more than squares.“

   Which boat belongs to Sara?

(A) (B) (C) (D) (E)

- 4 Point Examples -

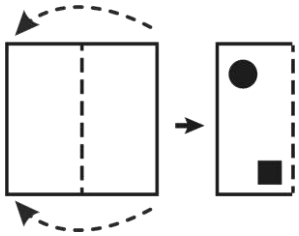
5. The bee on the right has a few pieces missing. Each piece costs points (Punkte).



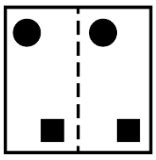
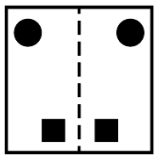
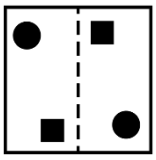
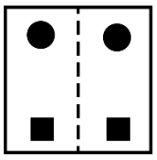
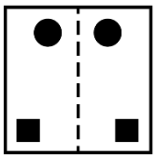
   How many points does Maya need to complete the bee?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

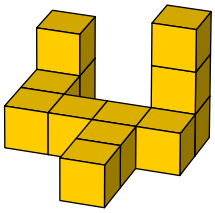
6. Susi folds a piece of paper in the middle. She stamps 2 holes.



   What does the piece of paper look like when she unfolds it again?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

7. Hansi sticks 12 cubes together to make this figure.

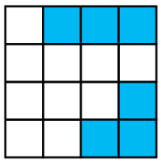


He always puts one drop of glue between two cubes.

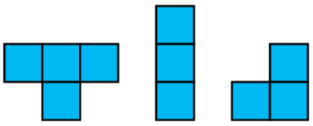
How many drops of glue does he need?

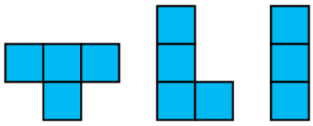
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

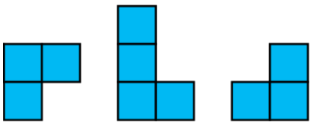
8. Max wants to complete the jigsaw shown. He has different pieces.

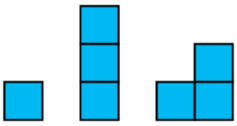


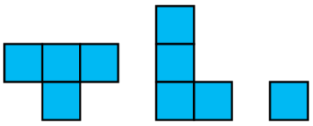
Which pieces does he have to use?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

- 5 Point Examples -

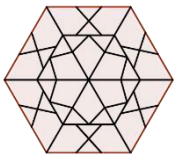
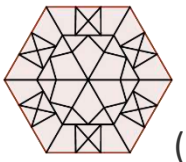
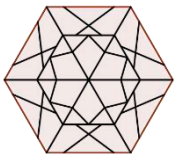
9. Emma came third in a dance competition for girls. 3 dancers came between her and the last girl.

How many dancers took part in the competition?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

10. Elvis has 6 triangles with this pattern .

Which picture can he make with them?

(A)  (B)  (C) (D) (E) 

11. Each of the children Ali, Lea, Josef, Vittorio and Sophie get a birthday cake.

The number on top of the cake shows how old the child is.

Lea is two years older than Josef, but one year younger than Ali.

Vittorio is the youngest.

Which cake belongs to Sophie?

(A) (B) (C) (D) (E)

12. Three frogs live in a pond. Each night only one of the frogs sings a song.

After 9 nights the first frog has sung 2 times. The second frog has listened to 5 songs.

How many songs did the third frog listen to?

(A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

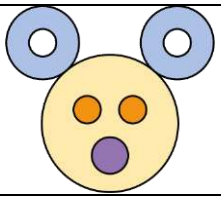
Känguru der Mathematik 2023
Gruppe Felix (1. und 2. Schulstufe)
Österreich – 16. 3. 2023

– Lösungsvektor –

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	B	A	A	E	E	B	D	C	A	D	A	C	B	B

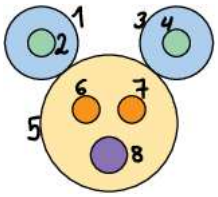
– 3 Punkte Beispiele –

1. Aus wie vielen Kreisen besteht dieser Biber?



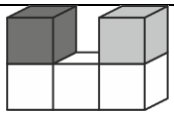
(A) 5 (B) 6 (C) 7 **(D) 8** (E) 9

Du musst jeden Kreis abzählen.



Es sind **8** Kreise.

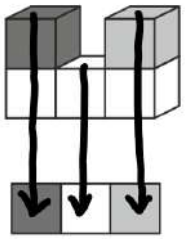
2. Hier siehst du 5 Würfel von vorne.



Wie sehen sie von oben aus?

(A) **(B)** (C) (D) (E)

Wenn du die Würfel von oben betrachtest, siehst du links den dunkelgrauen Würfel. Du siehst in der Mitte den weißen Würfel und rechts den hellgrauen Würfel.

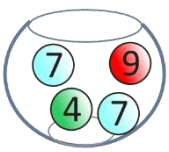


3. Jede Schüssel enthält 4 Bälle. Rechne die Zahlen auf den Bällen zusammen.

In welcher Schüssel ist das Ergebnis am größten?

(A)

(B)

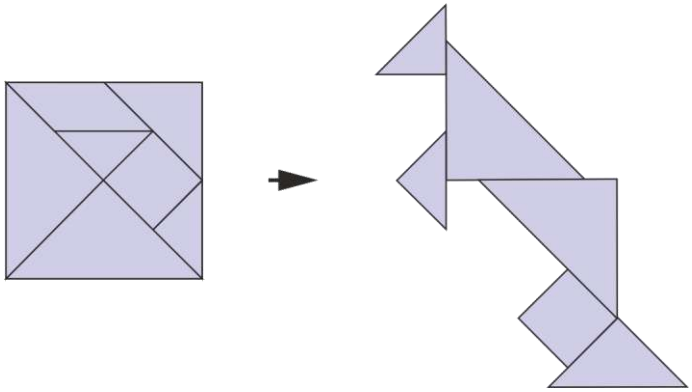
(C) 

(D)

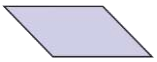
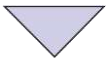
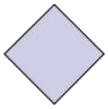
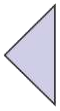
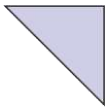
(E)

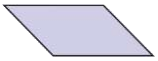
A: 8 + 7 + 4 + 9 = **28**
B: 4 + 7 + 6 + 9 = 26
C: 7 + 4 + 7 + 9 = 27
D: 9 + 4 + 4 + 7 = 24
E: 7 + 4 + 9 + 5 = 25

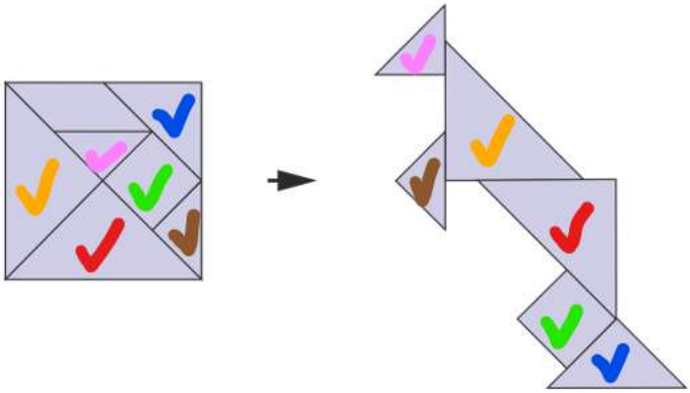
4. Herr Biber legt die Teile um und baut ein Känguru.



Welches Stück fehlt?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Die Figur  bleibt über.



5. Sara sagt: „Mein Boot hat mehr als einen Kreis. Es hat auch um 2 Dreiecke mehr als Quadrate.“

Welches Boot gehört Sara?

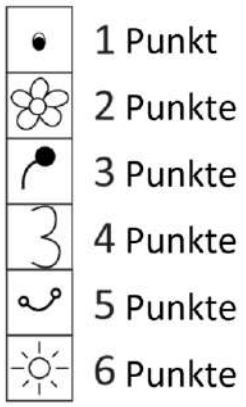
(A) (B) (C) (D) **(E)**

Mein Boot hat mehr als einen Kreis → C ist nicht mein Boot.
Es hat auch um 2 Dreiecke mehr als Quadrate → A, B und D sind nicht meine Boote.

E ist mein Boot.

– 4 Punkte Beispiele –

6. Bei der Biene rechts fehlen einige Teile. Jeder Teil kostet Punkte.

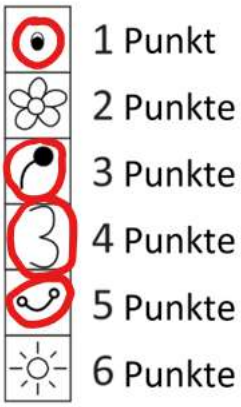


Wie viele Punkte braucht Maya, damit sie die Biene fertigstellen kann?

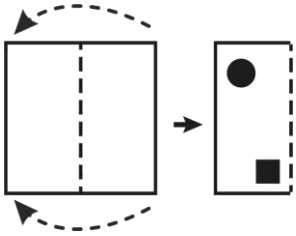
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 **(E) 13**

Der Biene fehlen die rot eingekreisten Teile:

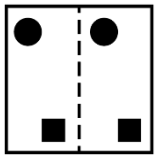
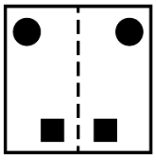
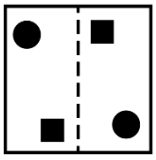
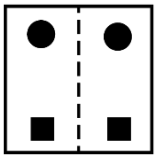
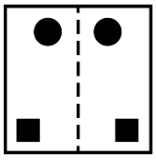
Das sind 1 + 3 + 4 +5 = **13** Punkte.



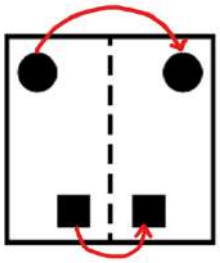
7. Susi faltet ein Blatt Papier in der Mitte. Sie stanzt 2 Löcher heraus.



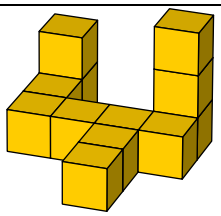
Wie sieht das Blatt aus, wenn sie es wieder auseinander faltet?

(A)  **(B)**  (C)  (D)  (E) 

Wenn Susi das Blatt auseinanderfaltet, sieht das Blatt so aus:



8. Hansi klebt diese Figur aus 12 Würfeln zusammen.

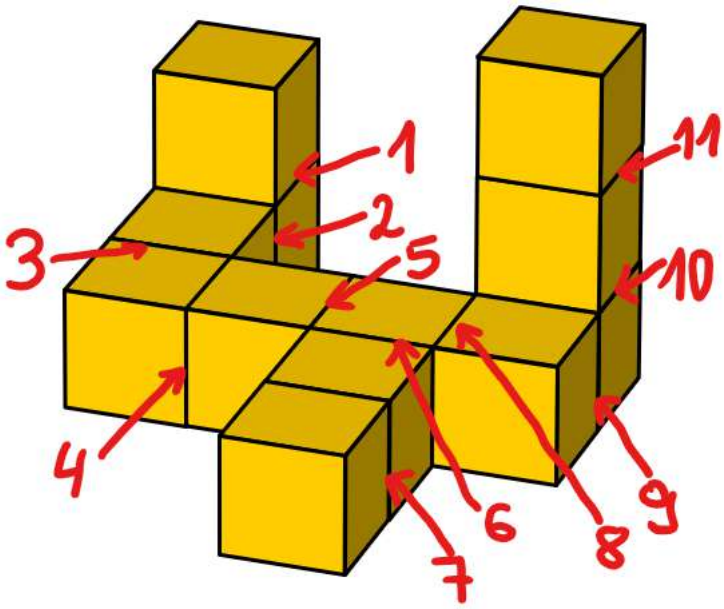


Zwischen zwei Würfeln gibt er immer einen Tropfen Klebstoff.

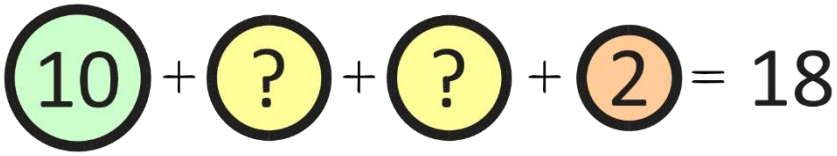
Wie viele Tropfen Klebstoff braucht er?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 **(D)** 11 (E) 12

Er braucht **11** Tropfen Klebstoff.



9. Die beiden Spielsteine mit dem Fragezeichen haben die gleiche Zahl.



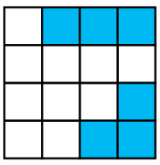
Welche Zahl musst du für das Fragezeichen einsetzen, damit die Rechnung stimmt?

(A) 1 (B) 2 **(C)** 3 (D) 4 (E) 5

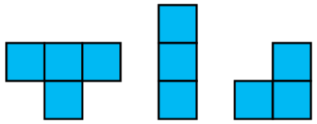
Von den 18 nimmt die grüne Münze 10 weg → es bleibt 8
Von den 8 nimmt die orange Münze 2 weg → es bleibt 6

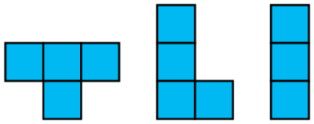
Für die zwei gelben Münzen bleib je **3**.

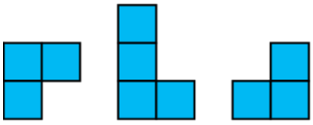
10. Max möchte das abgebildete Puzzle vervollständigen. Er hat verschiedene Teile.

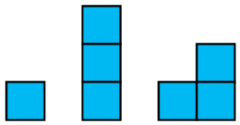


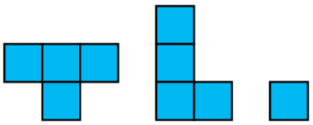
Welche Teile muss er verwenden?

(A) 

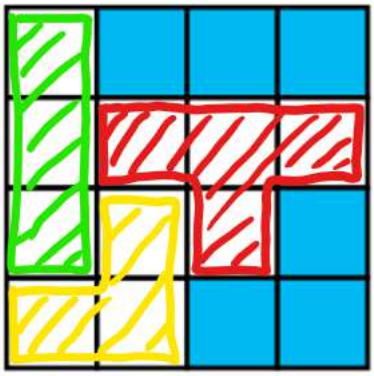
(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

Max braucht die drei Teile von **A**.



11. Emma wurde Dritte in einem Tanz-Wettbewerb für Mädchen. Zwischen ihr und der Letztplatzierten waren 3 Tänzerinnen.

Wie viele Tänzerinnen waren beim Wettbewerb dabei?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 **(D)** 7 (E) 8

Es waren insgesamt **7** Tänzerinnen beim Wettbewerb.

12. Elvis hat 6 Dreiecke mit diesem Muster .

Welches Bild kann er damit machen?

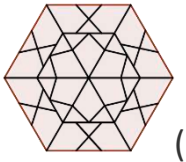
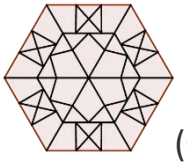
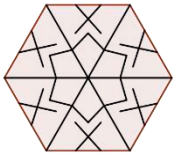
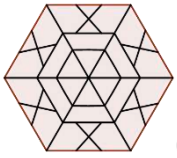
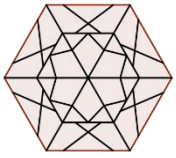
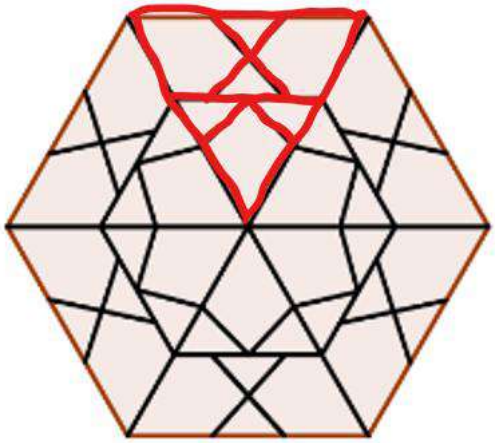
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Bild **A** kann er damit machen.



13. Jedes der Kinder Ali, Lea, Josef, Vittorio und Sophie bekommt eine Geburtstagstorte.

Die Zahl auf der Torte zeigt, wie alt das Kind ist.

Lea ist zwei Jahre älter als Josef, aber ein Jahr jünger als Ali.

Vittorio ist der Jüngste.

Welche Torte gehört Sophie?

(A)

(B)

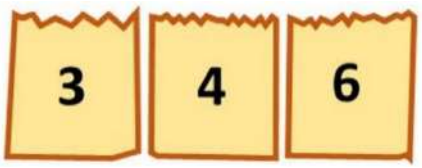
(C)

(D)

(E)

Vittorio ist 4 Jahre alt.
Ali ist der älteste mit 8 Jahren.
Lea ist ein Jahr jünger, also 7 Jahre, und Josef ist zwei Jahre jünger, also 5 Jahre.
Dazwischen ist also Sophie – sie ist **6** Jahre alt.

14. Maria hat insgesamt 19 Äpfel in 3 Säcken. Aus jedem Sack nimmt sie die gleiche Anzahl Äpfel heraus.



Dann sind 3, 4 und 6 Äpfel in den Säcken.

Wie viele Äpfel hat Maria aus jedem Sack genommen?

(A) 1 **(B)** 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Es sind jetzt insgesamt 3 + 4 + 6 = 13 Äpfel in den Säcken.
Insgesamt hat Maria also 19 – 13 = 6 Äpfel aus den Säcken genommen,
also 6 : 3 = **2** Äpfel pro Sack.

15. Drei Frösche leben in einem Teich. Jede Nacht singt nur ein Frosch ein Lied.

Nach 9 Nächten hat der erste Frosch 2 mal gesungen. Der zweite Frosch hat sich 5 Lieder angehört.

Wie viele Lieder hat sich der dritte Frosch angehört?

(A) 7 **(B)** 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

Der zweite Frosch hat sich 5 Lieder angehört.
Insgesamt wurden 9 Lieder gesungen, also muss der zweite Frosch 9 – 5 = 4 Lieder gesungen haben.
Daher hat sich der dritte Frosch 2 + 4 = **6** Lieder angehört.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2023
16. 3. 2023
Kategorie: Felix, 2. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 60 min.

jede richtige Antwort Aufgabe 1. – 5.	3 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 6. – 10.	4 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 11. – 15.	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort:	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
dazu 15 Basispunkte	

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 15) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5

6	7	8	9	10

11	12	13	14	15

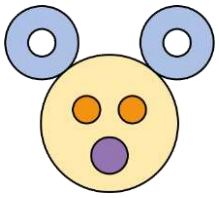
pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Österreich – 16. 3. 2023 **Gruppe Felix (2. Schulstufe)**	**Name:**

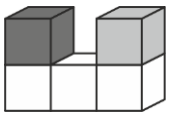
- 3 Punkte Beispiele -

1. Aus wie vielen Kreisen besteht dieser Biber?



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

2. Hier siehst du 5 Würfel von vorne.

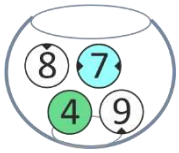
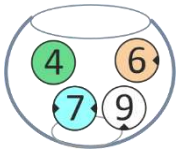
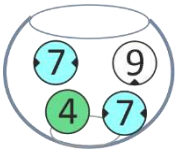
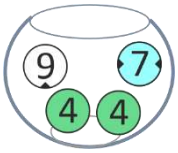
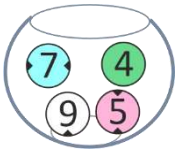


Wie sehen sie von oben aus?

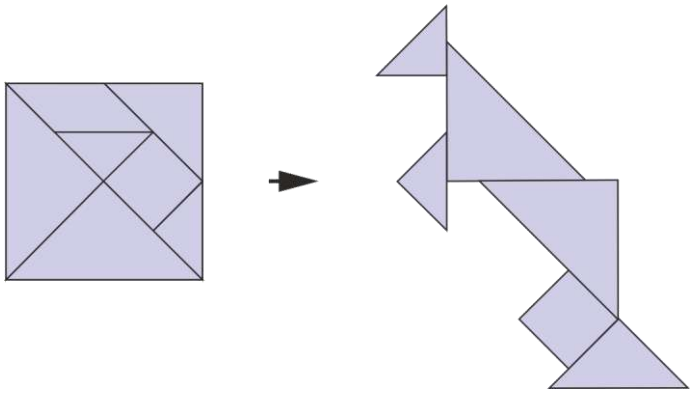
(A) (B) (C) (D) (E)

3. Jede Schüssel enthält 4 Bälle. Rechne die Zahlen auf den Bällen zusammen.

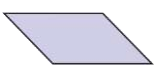
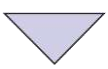
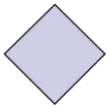
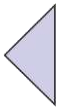
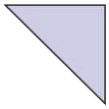
In welcher Schüssel ist das Ergebnis am größten?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

4. Herr Biber legt die Teile um und baut ein Känguru.



Welches Stück fehlt?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

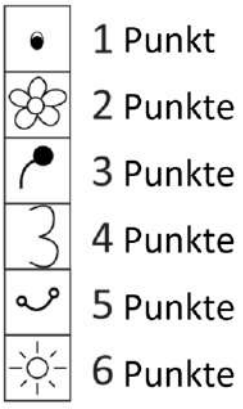
5. Sara sagt: „Mein Boot hat mehr als einen Kreis. Es hat auch um 2 Dreiecke mehr als Quadrate.“

   Welches Boot gehört Sara?

(A) (B) (C) (D) (E)

- 4 Punkte Beispiele -

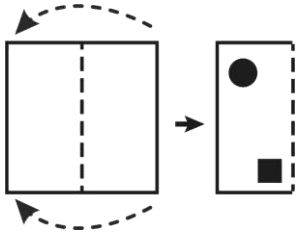
6. Bei der Biene rechts fehlen einige Teile. Jeder Teil kostet Punkte.



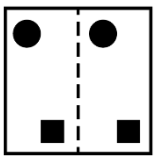
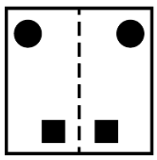
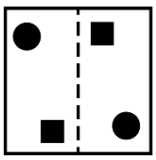
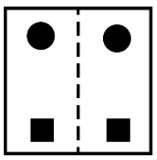
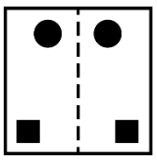
   Wie viele Punkte braucht Maya, damit sie die Biene fertigstellen kann?

   (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

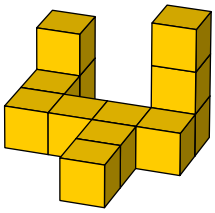
7. Susi faltet ein Blatt Papier in der Mitte. Sie stanzt 2 Löcher heraus.



   Wie sieht das Blatt aus, wenn sie es wieder auseinander faltet?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

8. Hansi klebt diese Figur aus 12 Würfeln zusammen.

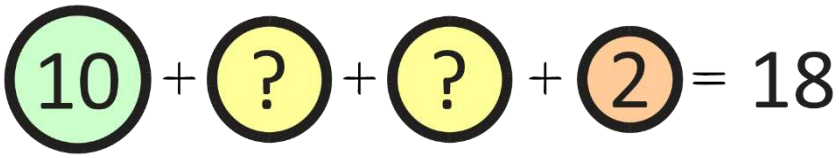


Zwischen zwei Würfel gibt er immer einen Tropfen Klebstoff.

Wie viele Tropfen Klebstoff braucht er?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

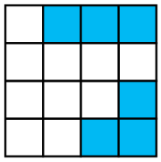
9. Die beiden Spielsteine mit dem Fragezeichen haben die gleiche Zahl.



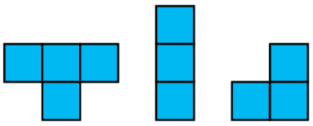
Welche Zahl musst du für das Fragezeichen einsetzen, damit die Rechnung stimmt?

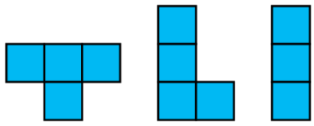
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

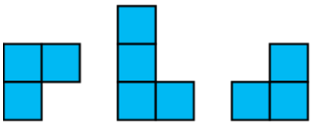
10. Max möchte das abgebildete Puzzle vervollständigen. Er hat verschiedene Teile.

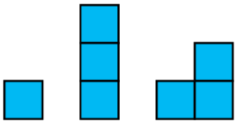


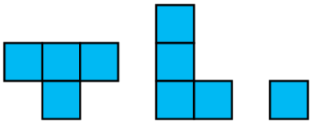
Welche Teile muss er verwenden?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

- 5 Punkte Beispiele -

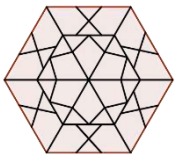
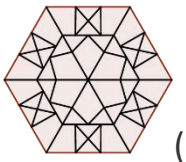
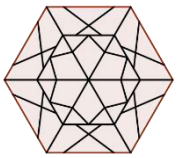
11. Emma wurde Dritte in einem Tanz-Wettbewerb für Mädchen. Zwischen ihr und der Letztplatzierten waren 3 Tänzerinnen.

Wie viele Tänzerinnen waren beim Wettbewerb dabei?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

12. Elvis hat 6 Dreiecke mit diesem Muster .

Welches Bild kann er damit machen?

(A)  (B)  (C) (D) (E) 

13. Jedes der Kinder Ali, Lea, Josef, Vittorio und Sophie bekommt eine Geburtstagstorte.

Die Zahl auf der Torte zeigt, wie alt das Kind ist.

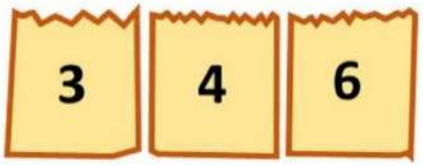
Lea ist zwei Jahre älter als Josef, aber ein Jahr jünger als Ali.

Vittorio ist der Jüngste.

Welche Torte gehört Sophie?

(A) (B) (C) (D) (E)

14. Maria hat insgesamt 19 Äpfel in 3 Säcken. Aus jedem Sack nimmt sie die gleiche Anzahl Äpfel heraus.



Dann sind 3, 4 und 6 Äpfel in den Säcken.

Wie viele Äpfel hat Maria aus jedem Sack genommen?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

15. Drei Frösche leben in einem Teich. Jede Nacht singt nur ein Frosch ein Lied.

Nach 9 Nächten hat der erste Frosch 2 mal gesungen. Der zweite Frosch hat sich 5 Lieder angehört.

Wie viele Lieder hat sich der dritte Frosch angehört?

(A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2023
16. 3. 2023
Level: Felix, Grade: Schulstufe 2

Name:	
School:	
Class:	

Time: 60 min.
15 starting points

each correct answer to questions 1. – 5.:	3 points
each correct answer to questions 6. – 10.:	4 points
each correct answer to questions 11. – 15.:	5 points
each question left unanswered:	0 points
each incorrect answer:	minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 to 15). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5

6	7	8	9	10

11	12	13	14	15

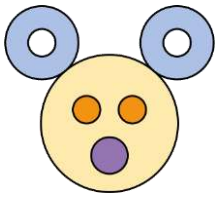
pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Österreich – 16. 3. 2023 Level Felix (Schulstufe 2)	Name:

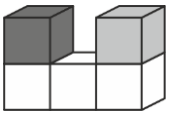
- 3 Point Examples -

1. Out of how many circles is the beaver made of?



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

2. The picture shows 5 cubes from the front.

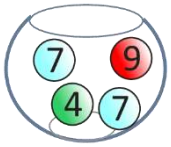
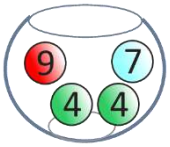


What do they look like from above?

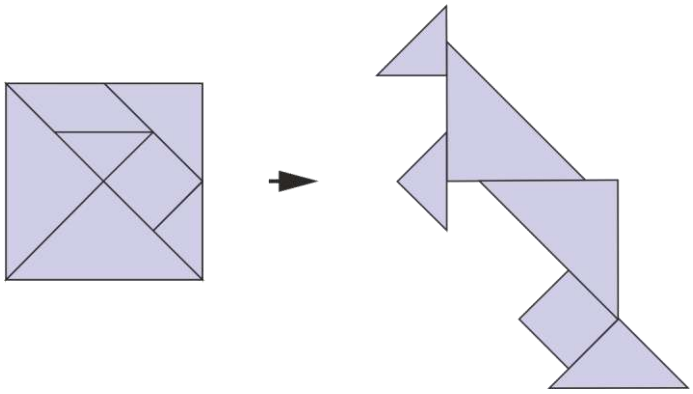
(A) (B) (C) (D) (E)

3. Each bowl has 4 balls. Add up the numbers on the balls.

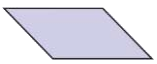
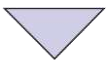
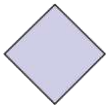
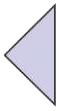
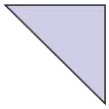
In which bowl is the result biggest?

(A) (B) (C)  (D)  (E)

4. Mr Beaver re-arranges the parts to build a kangaroo.



Which part is missing?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

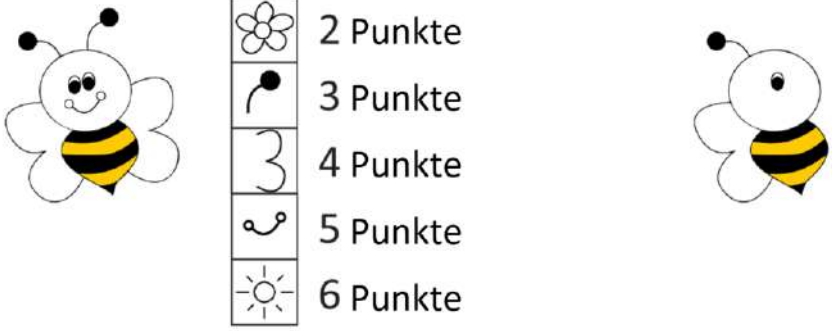
5. Sara says: „My boat has more than one circle. It also has 2 triangles more than squares.“

   Which boat belongs to Sara?

(A) (B) (C) (D) (E)

- 4 Point Examples -

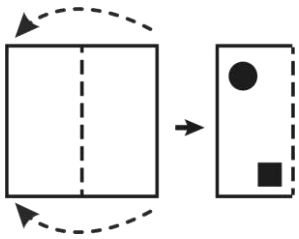
6. The bee on the right has a few pieces missing. Each piece costs points (Punkte).



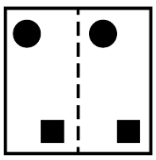
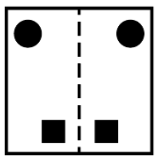
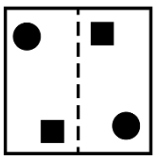
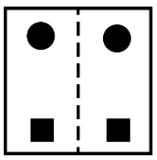
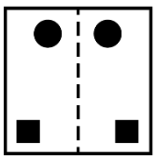
   How many points does Maya need to complete the bee?

   (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

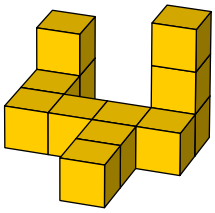
7. Susi folds a piece of paper in the middle. She stamps 2 holes.



   What does the piece of paper look like when she unfolds it again?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

8. Hansi sticks 12 cubes together to make this figure.

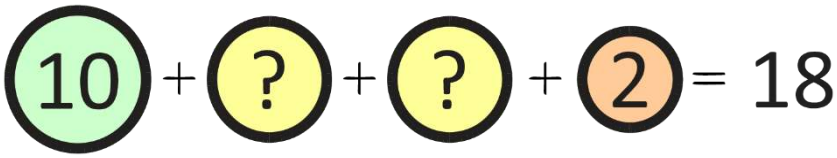


He always puts one drop of glue between two cubes.

How many drops of glue does he need?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

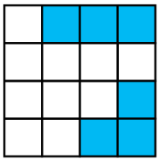
9. The two markers with a question mark have the same number.



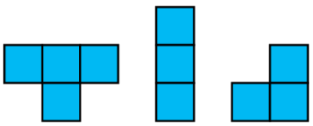
Which number do you have to put instead of the question mark so that the calculation is correct?

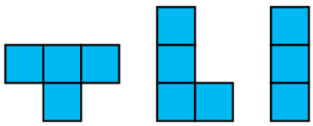
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

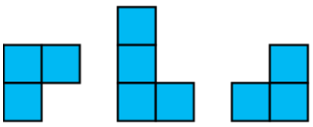
10. Max wants to complete the jigsaw shown. He has different pieces.

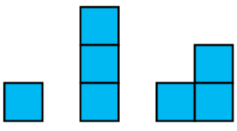


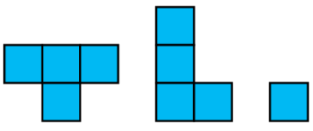
Which pieces does he have to use?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

- 5 Point Examples -

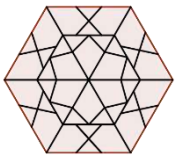
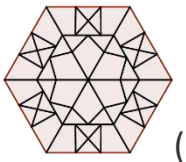
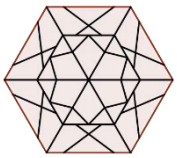
11. Emma came third in a dance competition for girls. 3 dancers came between her and the last girl.

How many dancers took part in the competition?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

12. Elvis has 6 triangles with this pattern .

Which picture can he make with them?

(A)  (B)  (C) (D) (E) 

13. Each of the children Ali, Lea, Josef, Vittorio and Sophie get a birthday cake.

The number on top of the cake shows how old the child is.

Lea is two years older than Josef, but one year younger than Ali.

Vittorio is the youngest.

Which cake belongs to Sophie?

(A) (B) (C) (D) (E)

14. Maria has a total of 19 apples in 3 bags. She takes the same amount of apples from each bag.

Then there are 3, 4 and 6 apples in the bags.

How many apples did Maria take from each bag?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

15. Three frogs live in a pond. Each night only one of the frogs sings a song.

After 9 nights the first frog has sung 2 times. The second frog has listened to 5 songs.

How many songs did the third frog listen to?

(A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

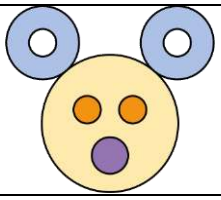
Känguru der Mathematik 2023
Gruppe Felix (1. und 2. Schulstufe)
Österreich – 16. 3. 2023

– Lösungsvektor –

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	B	A	A	E	E	B	D	C	A	D	A	C	B	B

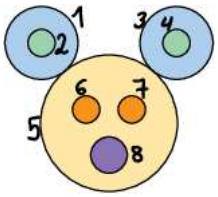
– 3 Punkte Beispiele –

1. Aus wie vielen Kreisen besteht dieser Biber?



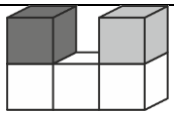
(A) 5 (B) 6 (C) 7 **(D) 8** (E) 9

Du musst jeden Kreis abzählen.



Es sind **8** Kreise.

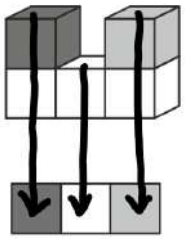
2. Hier siehst du 5 Würfel von vorne.



Wie sehen sie von oben aus?

(A) **(B)** (C) (D) (E)

Wenn du die Würfel von oben betrachtest, siehst du links den dunkelgrauen Würfel. Du siehst in der Mitte den weißen Würfel und rechts den hellgrauen Würfel.

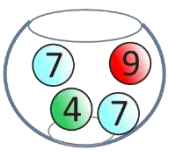


3. Jede Schüssel enthält 4 Bälle. Rechne die Zahlen auf den Bällen zusammen.

In welcher Schüssel ist das Ergebnis am größten?

(A)

(B)

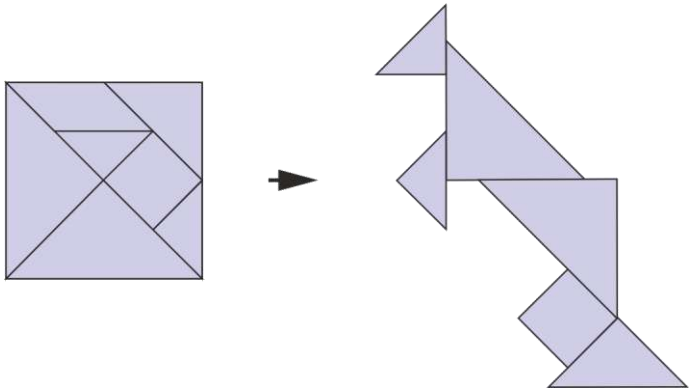
(C) 

(D)

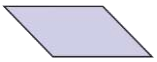
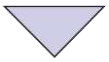
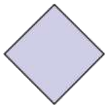
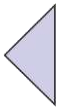
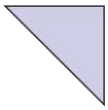
(E)

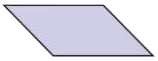
A: 8 + 7 + 4 + 9 = **28**
B: 4 + 7 + 6 + 9 = 26
C: 7 + 4 + 7 + 9 = 27
D: 9 + 4 + 4 + 7 = 24
E: 7 + 4 + 9 + 5 = 25

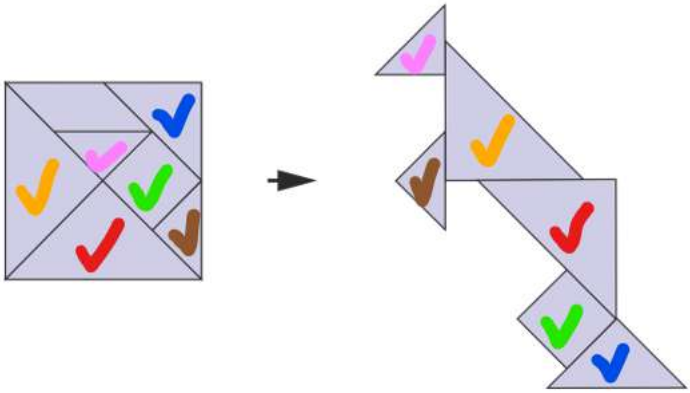
4. Herr Biber legt die Teile um und baut ein Känguru.



Welches Stück fehlt?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Die Figur  bleibt über.



5. Sara sagt: „Mein Boot hat mehr als einen Kreis. Es hat auch um 2 Dreiecke mehr als Quadrate.“

Welches Boot gehört Sara?

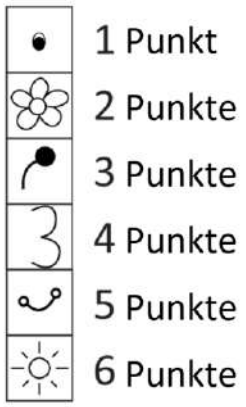
(A) (B) (C) (D) **(E)**

Mein Boot hat mehr als einen Kreis → C ist nicht mein Boot.
Es hat auch um 2 Dreiecke mehr als Quadrate → A, B und D sind nicht meine Boote.

E ist mein Boot.

– 4 Punkte Beispiele –

6. Bei der Biene rechts fehlen einige Teile. Jeder Teil kostet Punkte.

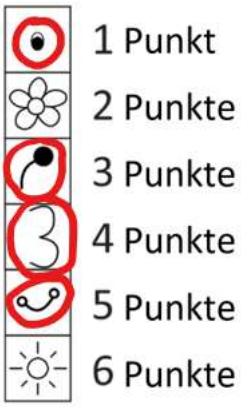


Wie viele Punkte braucht Maya, damit sie die Biene fertigstellen kann?

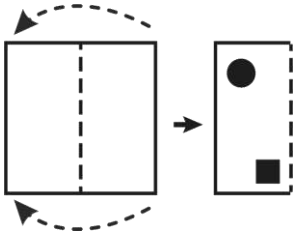
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 **(E) 13**

Der Biene fehlen die rot eingekreisten Teile:

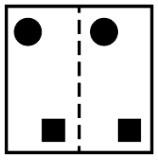
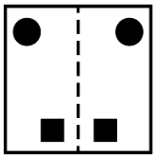
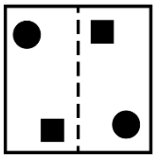
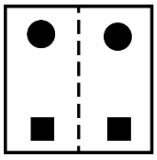
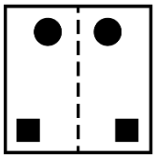
Das sind 1 + 3 + 4 +5 = **13** Punkte.



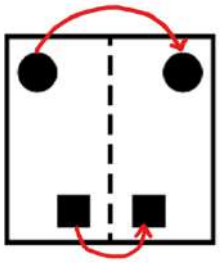
7. Susi faltet ein Blatt Papier in der Mitte. Sie stanzt 2 Löcher heraus.



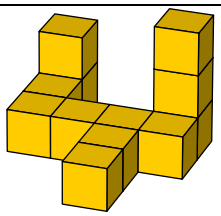
Wie sieht das Blatt aus, wenn sie es wieder auseinander faltet?

(A)  **(B)**  (C)  (D)  (E) 

Wenn Susi das Blatt auseinanderfaltet, sieht das Blatt so aus:



8. Hansi klebt diese Figur aus 12 Würfeln zusammen.

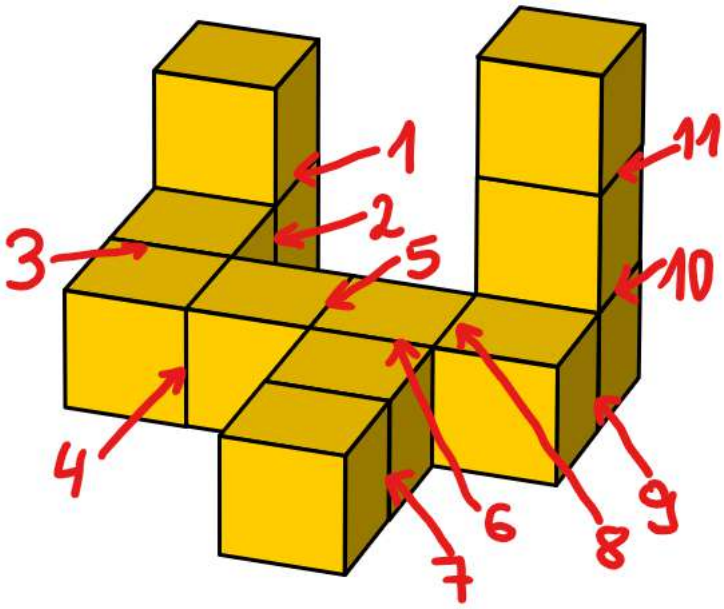


Zwischen zwei Würfeln gibt er immer einen Tropfen Klebstoff.

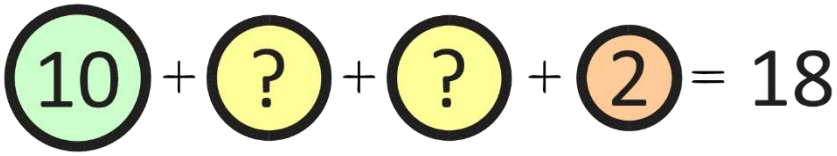
Wie viele Tropfen Klebstoff braucht er?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 **(D)** 11 (E) 12

Er braucht **11** Tropfen Klebstoff.



9. Die beiden Spielsteine mit dem Fragezeichen haben die gleiche Zahl.



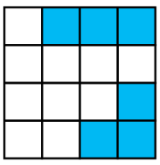
Welche Zahl musst du für das Fragezeichen einsetzen, damit die Rechnung stimmt?

(A) 1 (B) 2 **(C)** 3 (D) 4 (E) 5

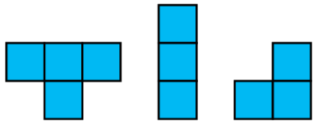
Von den 18 nimmt die grüne Münze 10 weg → es bleibt 8
Von den 8 nimmt die orange Münze 2 weg → es bleibt 6

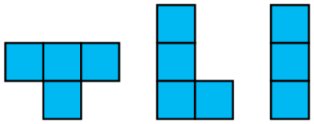
Für die zwei gelben Münzen bleib je **3**.

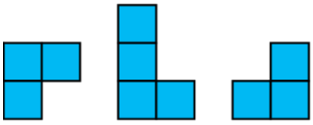
10. Max möchte das abgebildete Puzzle vervollständigen. Er hat verschiedene Teile.

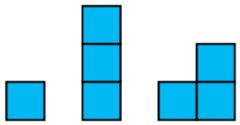


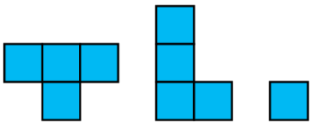
Welche Teile muss er verwenden?

(A) 

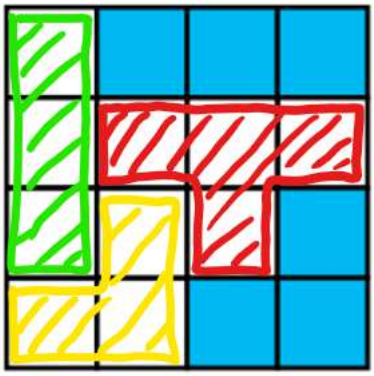
(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

Max braucht die drei Teile von **A**.



11. Emma wurde Dritte in einem Tanz-Wettbewerb für Mädchen. Zwischen ihr und der Letztplatzierten waren 3 Tänzerinnen.

Wie viele Tänzerinnen waren beim Wettbewerb dabei?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 **(D)** 7 (E) 8

Es waren insgesamt **7** Tänzerinnen beim Wettbewerb.

12. Elvis hat 6 Dreiecke mit diesem Muster .

Welches Bild kann er damit machen?

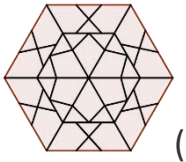
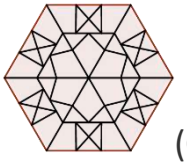
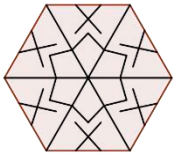
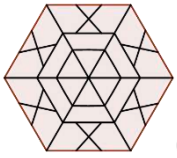
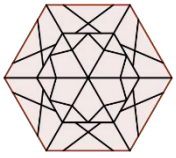
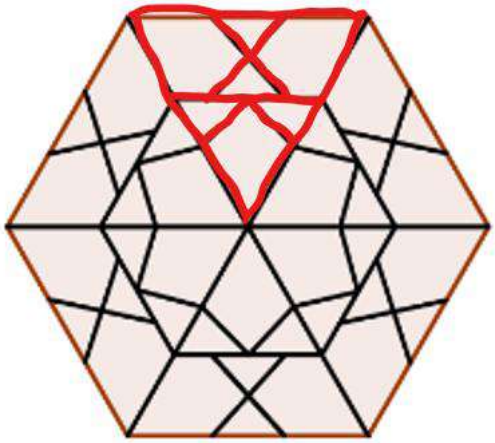
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Bild **A** kann er damit machen.



13. Jedes der Kinder Ali, Lea, Josef, Vittorio und Sophie bekommt eine Geburtstagstorte.

Die Zahl auf der Torte zeigt, wie alt das Kind ist.

Lea ist zwei Jahre älter als Josef, aber ein Jahr jünger als Ali.

Vittorio ist der Jüngste.

Welche Torte gehört Sophie?

(A)

(B)

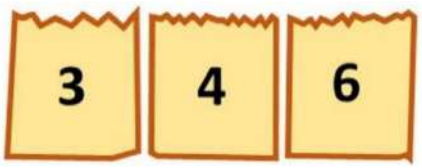
(C)

(D)

(E)

Vittorio ist 4 Jahre alt.
Ali ist der älteste mit 8 Jahren.
Lea ist ein Jahr jünger, also 7 Jahre, und Josef ist zwei Jahre jünger, also 5 Jahre.
Dazwischen ist also Sophie – sie ist **6** Jahre alt.

14. Maria hat insgesamt 19 Äpfel in 3 Säcken. Aus jedem Sack nimmt sie die gleiche Anzahl Äpfel heraus.



Dann sind 3, 4 und 6 Äpfel in den Säcken.

Wie viele Äpfel hat Maria aus jedem Sack genommen?

(A) 1 **(B)** 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Es sind jetzt insgesamt 3 + 4 + 6 = 13 Äpfel in den Säcken.
Insgesamt hat Maria also 19 – 13 = 6 Äpfel aus den Säcken genommen,
also 6 : 3 = **2** Äpfel pro Sack.

15. Drei Frösche leben in einem Teich. Jede Nacht singt nur ein Frosch ein Lied.

Nach 9 Nächten hat der erste Frosch 2 mal gesungen. Der zweite Frosch hat sich 5 Lieder angehört.

Wie viele Lieder hat sich der dritte Frosch angehört?

(A) 7 **(B)** 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

Der zweite Frosch hat sich 5 Lieder angehört.
Insgesamt wurden 9 Lieder gesungen, also muss der zweite Frosch 9 – 5 = 4 Lieder gesungen haben.
Daher hat sich der dritte Frosch 2 + 4 = **6** Lieder angehört.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2023
16. 3. 2023
Kategorie: Écolier, 3. und 4. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 60 min.

jede richtige Antwort Aufgabe 1. – 8.	3 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 9. – 16.	4 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 17. – 24.	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort:	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte

dazu 24 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 24) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24

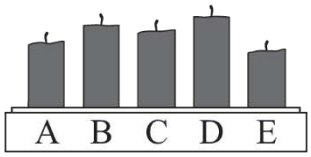
pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Österreich – 16. 3. 2023 **Gruppe Écolier (3. und 4. Schulstufe)**	**Name:**

- 3 Punkte Beispiele -

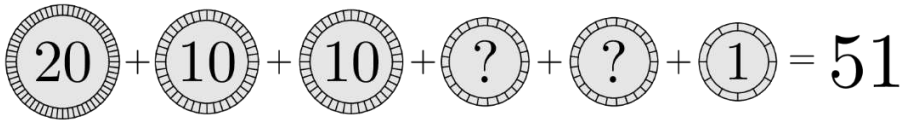
1. Fünf Kinder zünden gleichzeitig je eine Kerze an. Lisa bläst die Kerzen zu verschiedenen Zeitpunkten aus. Sie sehen nun so aus wie im Bild.



Welche Kerze hat Lisa zuerst ausgeblasen?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

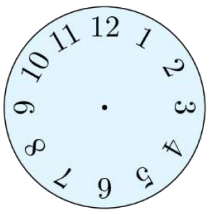
2. Die beiden Spielsteine mit dem Fragezeichen haben den gleichen Wert.

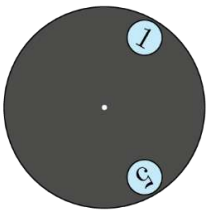


Welchen Wert musst du für das Fragezeichen einsetzen, damit die Rechnung stimmt?

(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 10 (E) 20

3. Auf das Ziffernblatt einer Uhr wird eine schwarze Scheibe mit zwei Löchern gelegt.



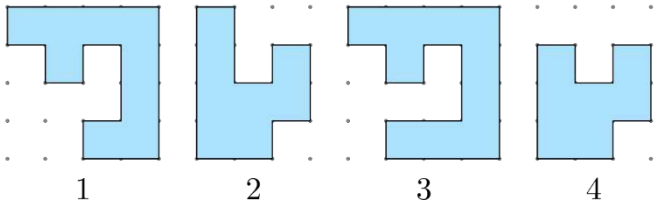


Die schwarze Scheibe wird gedreht.

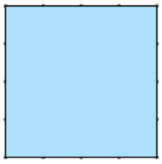
Welche beiden Zahlen könnte man gleichzeitig sehen?

(A) 4 und 9 (B) 5 und 10 (C) 5 und 9 (D) 6 und 9 (E) 7 und 12

4. Alice hat diese vier Puzzleteile:

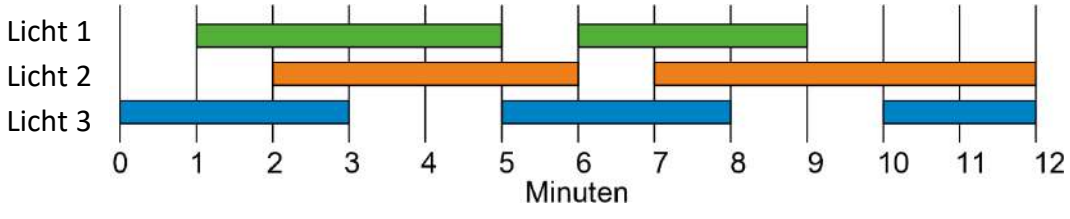


Welche zwei kann sie zu diesem Quadrat zusammensetzen?



(A) 1 und 2 (B) 1 und 3 (C) 2 und 3 (D) 2 und 4 (E) 1 und 4

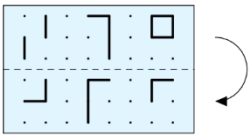
5. Maria schaltet nach dem vorgegebenen Plan zu bestimmten Zeiten die Lichter ein oder aus.



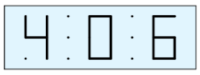
Wie viele Minuten sind insgesamt genau zwei Lichter gleichzeitig an?

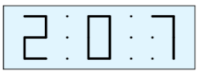
(A) 2 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 10

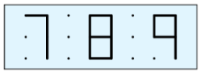
6. Christoph faltet die durchsichtige Folie entlang der strichlierten Linie.



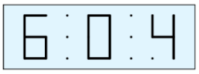
Was kann er dann sehen?

(A) 

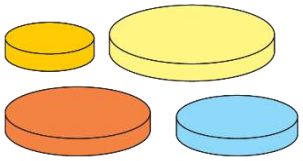
(B) 

(C) 

(D)

(E) 

7. Anna hat vier verschieden große Scheiben. Sie möchte einen Turm aus 3 Scheiben bauen. Dabei muss immer eine kleinere auf einer größeren liegen.



Auf wie viele Arten kann Anna den Turm bauen?

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6

8. Daniel klebt diese zwei Papierstücke auf diesen schwarzen Kreis:
Dabei dürfen die beiden Papierstücke nicht überlappen.

Welches Bild erhält er?

(A)

(B)

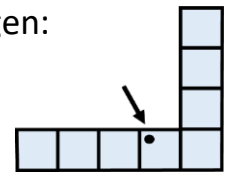
(C)

(D)

(E)

- 4 Punkte Beispiele -

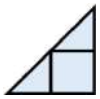
9. Mit den 5 Stücken A, B, C, D und E lässt sich diese Figur vollständig auslegen:

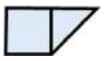


Welches Stück liegt auf dem Punkt?

(A)

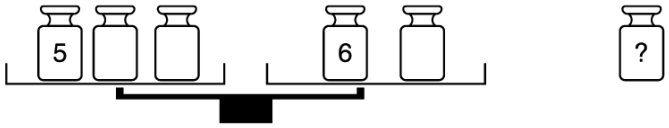
(B)

(C) 

(D) 

(E)

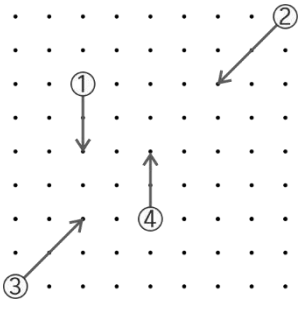
10. Die sechs Gewichte einer Waage haben 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, 5 kg und 6 kg.
Rosi verteilt fünf Gewichte auf die beiden Waagschalen so, dass sich die Waagschalen im Gleichgewicht befinden. Das sechste Gewicht legt sie zur Seite.



Welches Gewicht hat sie zur Seite gelegt?

(A) 1 kg (B) 2 kg (C) 3 kg (D) 4 kg (E) 5 kg

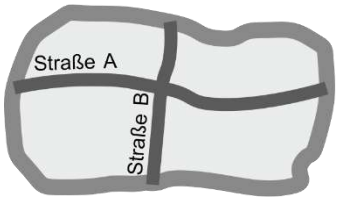
11. Im Bild sieht man vier Autos 1, 2, 3 und 4. Die Pfeile zeigen an, wohin sich die Autos in 5 Sekunden bewegen.

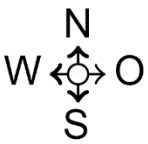


Welche Autos werden zusammenstoßen?

(A) 1 und 2 (B) 1 und 3 (C) 1 und 4 (D) 2 und 3 (E) 3 und 4

12. Nördlich von Straße A stehen 7 Häuser.
Östlich von Straße B stehen 8 Häuser.
Südlich von Straße A stehen 5 Häuser.





Wie viele Häuser stehen westlich von Straße B?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

13. In der Warteschlange vor der Fähre stehen 8 Autos mit insgesamt 19 Personen. In jedem Auto sitzen entweder 2 oder 3 Personen.

    In wie vielen Autos sitzen genau 2 Personen?

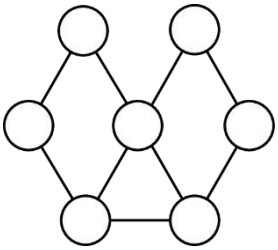
    (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

14. 6 Biber und 2 Kängurus stehen auf den Feldern in dieser Reihe: (1)(2)(3)(4)(5)(6)(7)(8)
    Von drei aufeinanderfolgenden Tieren ist immer genau eines ein Känguru.

    Auf welcher dieser Zahlen steht ein Känguru?

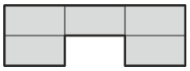
    (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

15. Hanni möchte die Kreise im Bild anmalen. Wenn zwei Kreise mit einer Linie verbunden sind, sollen sie unterschiedliche Farben haben.

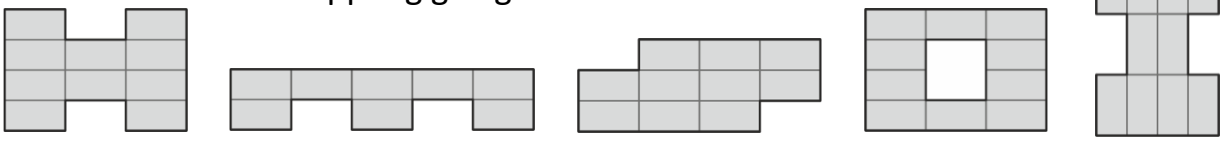
    

    Wie viele Farben braucht sie mindestens?

    (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

16. Ein Baustein besteht aus fünf gleichen Rechtecken: 

    Wie viele der unten abgebildeten Muster können aus zwei derartigen Bausteinen ohne Überlappung gelegt werden?

    (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

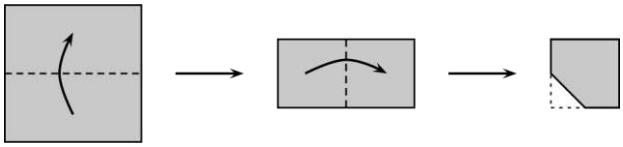
- 5 Punkte Beispiele -

17. Eine U-Bahn-Linie hat die 6 Stationen A, B, C, D, E und F. Der Zug bleibt an jeder Station stehen. Nach dem Halt in der Endstation A oder F fährt er in der umgekehrten Richtung weiter.
    Der Zugführer beginnt seine Fahrt in Station B.
    Sein erster Halt ist in Station C.

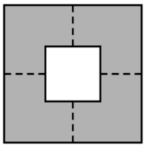
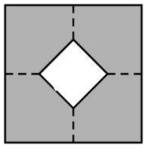
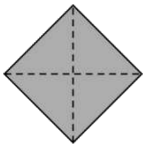
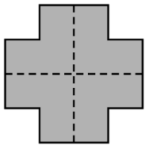
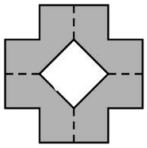
    In welcher Station wird sein 46. Halt sein?

    (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

18. Rebecca faltet ein quadratisches Papier zwei Mal. Dann schneidet sie eine Ecke ab, wie du im Bild sehen kannst.
    Danach faltet sie das Papier wieder auseinander.

    Wie kann das Papier jetzt aussehen?

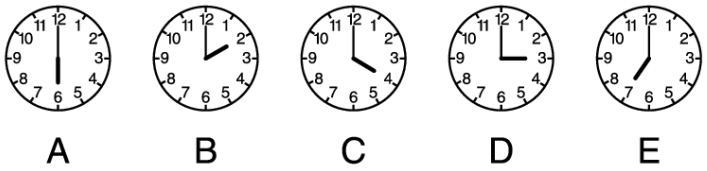
    (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

19. Drei Buben betreten nacheinander einen Raum.
Hermann ist nicht der Erste. Felix ist nicht der Zweite. Clemens ist nicht der Dritte.

In wie vielen verschiedenen Reihenfolgen können die Buben den Raum betreten?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D)4 (E) 6

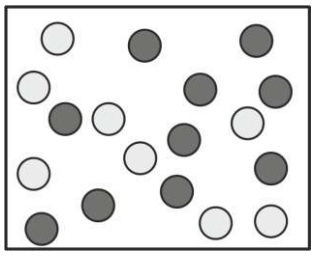
20. An der Wand hängen fünf Uhren. Eine Uhr geht eine Stunde vor. Eine andere geht eine Stunde nach und eine geht richtig. Zwei Uhren sind stehen geblieben.



Welche Uhr zeigt die richtige Zeit an?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

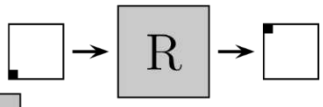
21. Adam hat 9 Murmeln und Brenda hat auch 9 Murmeln. Zusammen haben sie 8 weiße und 10 schwarze Murmeln. Brenda hat doppelt so viele schwarze Murmeln wie weiße Murmeln.



Wie viele schwarze Murmeln hat Adam?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 0

22. Else hat zwei Maschinen R und S.
Wenn sie ein quadratisches Blatt in Maschine R gibt, wird es gedreht:



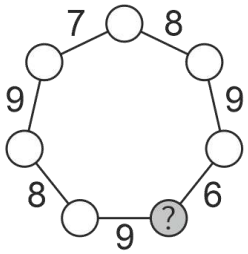
Wenn sie das Blatt in Maschine S gibt, wird es bedruckt:

Sie möchte dieses Bild erstellen:

In welcher Reihenfolge verwendet Else die beiden Maschinen, damit dieses Bild entsteht?

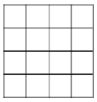
(A) SRR (B) RSR (C) RSS (D) RRS (E) SRS

23. Ein Lehrer möchte die Zahlen von 1 bis 7 in die Kreise schreiben. Er schreibt in jeden Kreis genau eine Zahl. Zählt er die beiden Zahlen in benachbarten Kreisen zusammen, so erhält er genau die Zahl, die zwischen den beiden Kreisen steht.

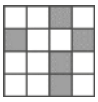
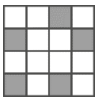
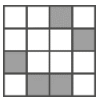
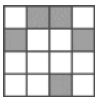
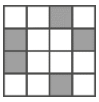


Welche Zahl muss er in den Kreis mit dem Fragezeichen schreiben?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

24. Maria färbt genau 5 Felder dieses Rasters  grau. Dann lässt sie ihre 5 Freunde raten, welche Felder sie gefärbt hat, und erhält als Antwort die 5 Muster A, B, C, D und E. Maria betrachtet die Muster und sagt: „Einer von euch hat recht. Die übrigen haben alle genau vier Felder richtig erraten.“

Welches Muster hat Maria gemalt?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2023
16. 3. 2023
Level: Écolier, Grade: Schulstufe 3 + 4

Name:	
School:	
Class:	

Time: 60 min.
24 starting points
each correct answer to questions 1. – 8.: 3 points
each correct answer to questions 9. – 16.: 4 points
each correct answer to questions 17. – 24.: 5 points
each questions left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 bis 24). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24

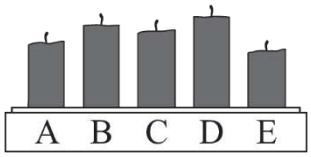
pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Österreich – 16. 3. 2023 Level Écolier (Schulstufe 3 and 4)	Name:

- 3 Point Examples -

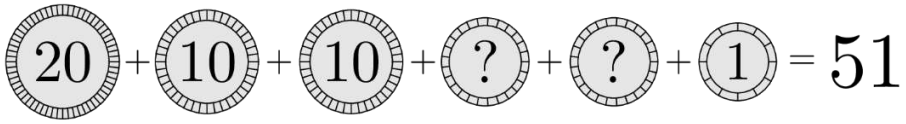
1. Five children each light a candle at the same time. Lisa blows out the candles at different times. Now they look as shown in the picture.



Which candle did Lisa blow out first?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

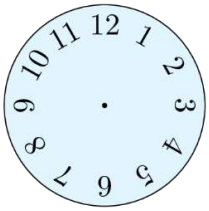
2. The two markers with a question mark have the same value.

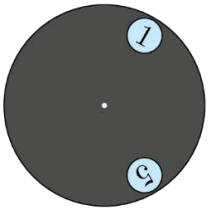


Which value do you have to use instead of the question mark so that the calculation is correct?

(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 10 (E) 20

3. A black disc with two holes is placed on top of a dial of a watch.



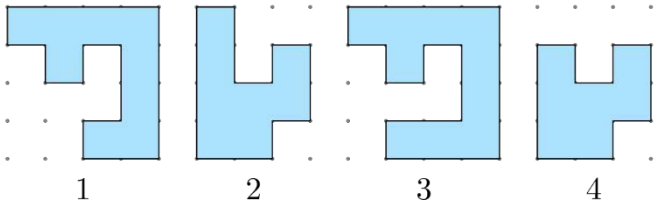


The black disc is turned.

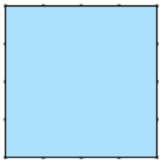
Which two numbers can be seen at the same time?

(A) 4 and 9 (B) 5 and 10 (C) 5 and 9 (D) 6 and 9 (E) 7 and 12

4. Alice has these four jigsaw pieces:

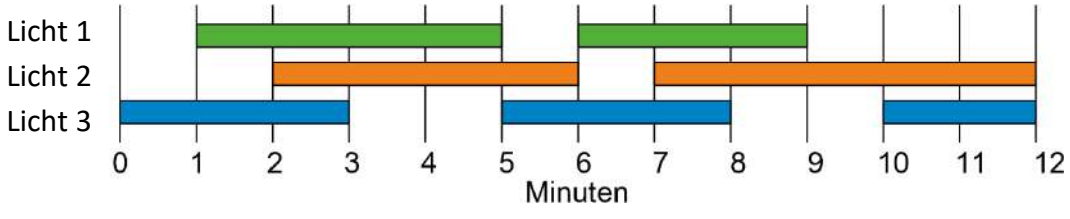


Which two can she put together to form this square?



(A) 1 and 2 (B) 1 and 3 (C) 2 and 3 (D) 2 and 4 (E) 1 and 4

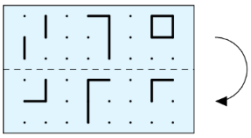
5. Maria switches the lights on and off according to the given plan.



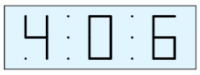
For how many minutes in total are there exactly two lights on at the same time?

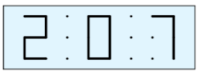
(A) 2 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 10

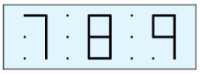
6. Christoph folds a see-through piece of foil along the dashed line.



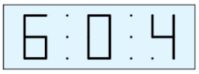
What can he then see?

(A) 

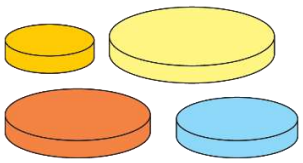
(B) 

(C) 

(D)

(E) 

7. Anna has four discs of different sizes. She wants to build a tower using 3 discs.
A smaller disc always has to lie on top of a bigger disc.



How many ways are there for Anna to build this tower?

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6

8. Daniel sticks these two pieces of paper on this black circle:
The two pieces of paper are not allowed to overlap.

Which picture does he get?

(A)

(B)

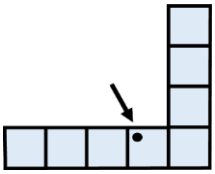
(C)

(D)

(E)

- 4 Point Examples -

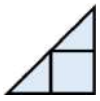
9. Using the pieces A, B, C, D and E one can fill this shape completely:

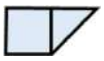


Which of the pieces lies on the dot?

(A)

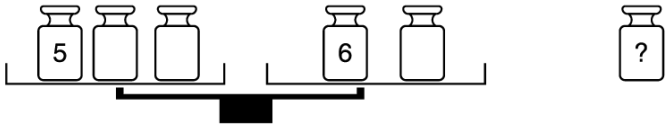
(B)

(C) 

(D) 

(E)

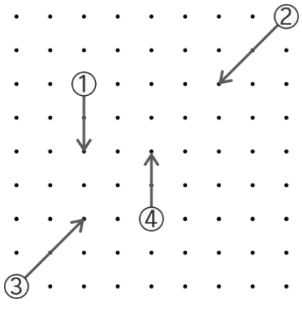
10. The six weights of a scale weigh
1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, 5 kg and 6 kg.
Rosi places five weights on the two scale pans so that they are balanced. The sixth weight is left aside.



Which weight is left aside?

(A) 1 kg (B) 2 kg (C) 3 kg (D) 4 kg (E) 5 kg

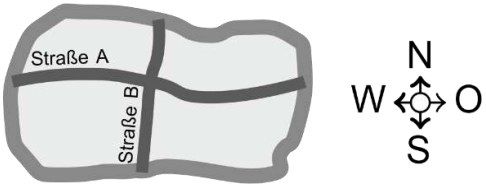
11. The diagram shows four cars 1, 2, 3 and 4. The arrows show where the cars move to in 5 seconds.



Which cars will crash into each other?

(A) 1 and 2 (B) 1 and 3 (C) 1 and 4 (D) 2 and 3 (E) 3 and 4

12. North of Straße A (street A) there are 7 houses.
East of Straße B (street B) there are 8 houses.
South of Straße A (street A) there are 5 houses.



How many houses are there West of Straße B (street B)?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

13. In a queue in front of a ferry there are 8 cars with 19 people in total. There are either 2 or 3 people in each car.

    How many cars are there with exactly 2 people?

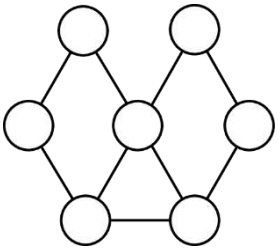
    (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

14. 6 beavers and 2 kangaroos are standing on the fields in this order: Of three animals in a row there is always exactly one kangaroo.

    On which of these numbers stands a kangaroo?

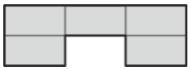
    (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

15. Hanni wants to colour in the circles in the diagram. When two circles are connected by a line they should have different colours.

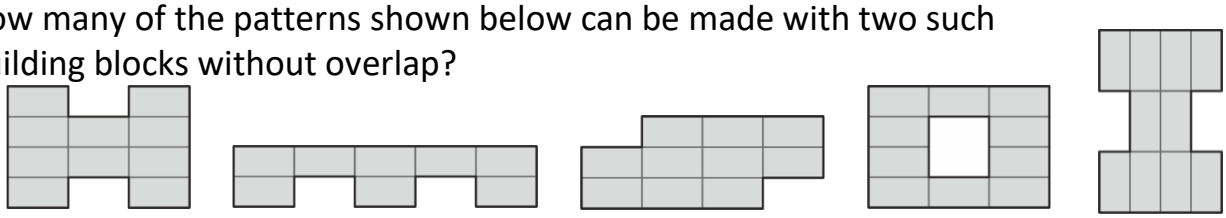


    What is the minimum number of colours she needs?

    (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

16. A building block is made up of five identical rectangles: 

    How many of the patterns shown below can be made with two such building blocks without overlap?



    (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

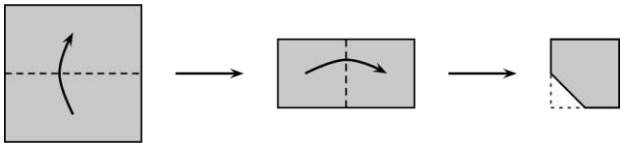
- 5 Point Examples -

17. An underground line has the six stations A, B, C, D, E and F. The train stops at every station. After reaching the end of the line A or F the train continues in the opposite direction.
    The train conductor starts his journey in station B.
    His first stop is in station C.

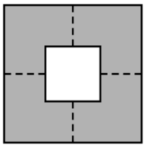
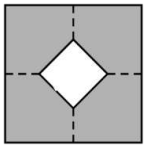
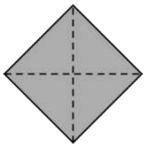
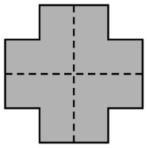
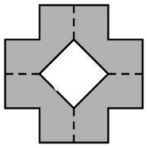
    In which station will be his 46th stop?

    (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

18. Rebecca folds a square piece of paper twice. Then she cuts off one corner as you can see in the diagram.
    Then she unfolds the paper.



    What could the paper look like now?

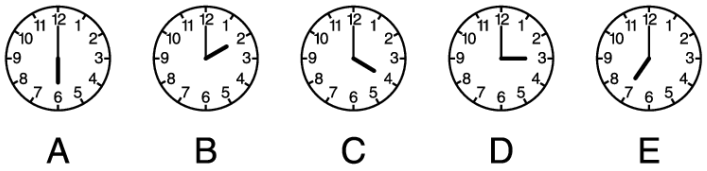
    (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

19. Three boys enter a room one after the other.
Hermann is not the first. Felix is not the second. Clemens is not the third.

How many different orders are there for the boys to enter the room?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D)4 (E) 6

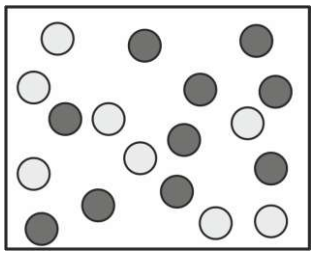
20. Five clocks are hanging on the wall. One clock is one hour ahead. Another one is one hour late and one is correct. Two clocks have stopped working.



Which clock shows the correct time?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

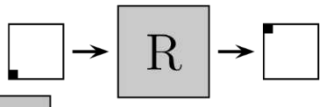
21. Adam has 9 marbles and Brenda also has 9 marbles. Together they have 8 white and 10 black marbles. Brenda has twice as many black marbles as white marbles.



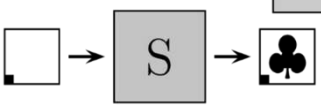
How many black marbles does Adam have?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 0

22. Else has two machines R and S.
If she puts a square piece of paper into machine R it is rotated:



If she puts the piece of paper in machine S it is printed on:

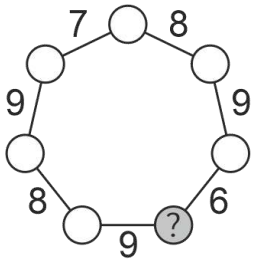


She wants to produce the following picture:

In which order does Else use the two machines so that she gets this picture?

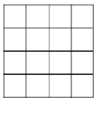
(A) SRR (B) RSR (C) RSS (D) RRS (E) SRS

23. A teacher wants to write the numbers from 1 to 7 into the circles. He writes exactly one number in each circle. When he adds up the two numbers of circles that are next to each other , he gets the number that is written between the two circles.

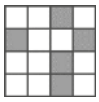
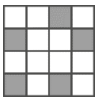
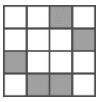
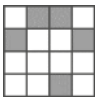
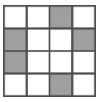


Which number does he write in the circle with the question mark?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

24. Maria colours exactly 5 cells of this grid  in grey. Then she has her 5 friends guess which cells she has coloured in and their answers are the five patterns A, B, C, D and E. Maria looks at the patterns and says: „One of you is right. The others have each guessed exactly four cells correctly.“

Which pattern did Maria paint?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

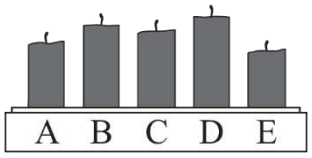
Känguru der Mathematik 2023
Gruppe Écolier (3. und 4. Schulstufe)
Österreich – 16. 3. 2023

Lösungsvektor

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
D	C	C	E	C	A	C	E	E	A	D	A	D	C	B	D	D	B	B	D	B	B	D	E

3 Punkte Beispiele

1. Fünf Kinder zünden gleichzeitig je eine Kerze an. Lisa bläst die Kerzen zu verschiedenen Zeitpunkten aus. Sie sehen nun so aus wie im Bild.

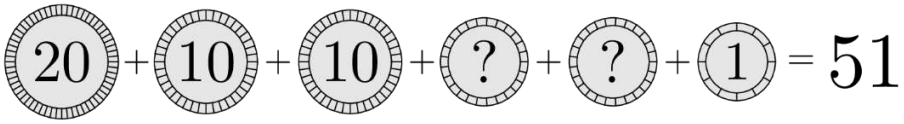


Welche Kerze hat Lisa zuerst ausgeblasen?

(A) A (B) B (C) C **(D)** D (E) E

Je länger eine Kerze brennt, desto niedriger wird sie. Deshalb muss Lisa die höchste Kerze **D** als erstes ausgeblasen haben.

2. Die beiden Spielsteine mit dem Fragezeichen haben den gleichen Wert.



Welchen Wert musst du für das Fragezeichen einsetzen, damit die Rechnung stimmt?

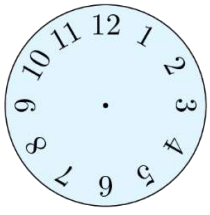
(A) 1 (B) 2 **(C)** 5 (D) 10 (E) 20

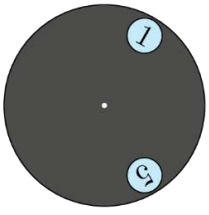
Rechnest du 20 + 10 + 10 + 1, so erhältst du 41. Es fehlen somit gesamt noch 10 auf 51. Beide Fragezeichen ergeben gemeinsam 10. Ein Fragezeichen muss damit für die Zahl **5** stehen, 10 : 2 = 5.

3. Auf das Ziffernblatt einer Uhr wird eine schwarze Scheibe mit zwei Löchern gelegt.

Die schwarze Scheibe wird gedreht.

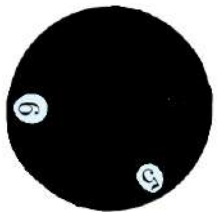
Welche beiden Zahlen könnte man gleichzeitig sehen?



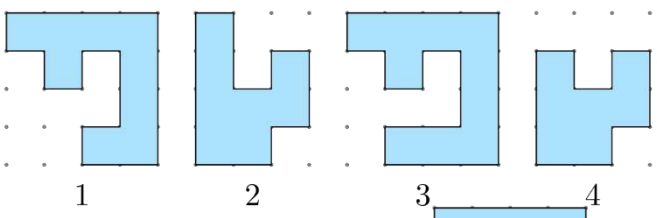


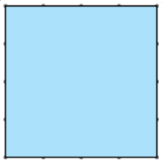
(A) 4 und 9 (B) 5 und 10 **(C)** 5 und 9 (D) 6 und 9 (E) 7 und 12

Zwischen den beiden Löchern befinden sich 3 Zahlen, 2, 3, und 4.
Nur zwischen dem Zahlenpaar **5 und 9** liegen genau 3 Zahlen.



4. Alice hat diese vier Puzzleteile:

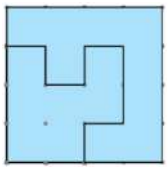




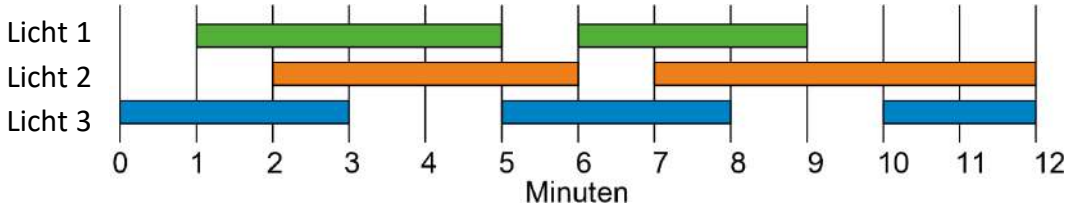
Welche zwei kann sie zu diesem Quadrat zusammensetzen?

(A) 1 und 2 (B) 1 und 3 (C) 2 und 3 (D) 2 und 4 **(E)** 1 und 4

Zum Puzzleteil 1 oder 3 könnte nur 2 oder 4 passen. Da die untere Kante bei 1 nur zwei Kästchen lang ist muss es eines der gesuchten Teile sein. Dann passt das Puzzleteil **4** genau in das Puzzleteil **1**, sodass sich das Quadrat ergibt.



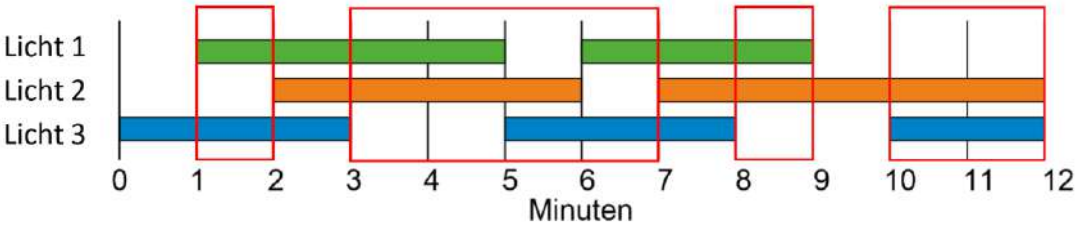
5. Maria schaltet nach dem vorgegebenen Plan zu bestimmten Zeiten die Lichter ein oder aus.



Wie viele Minuten sind insgesamt genau zwei Lichter gleichzeitig an?

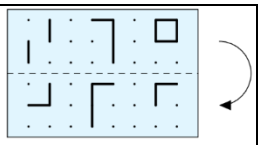
(A) 2 (B) 6 **(C)** 8 (D) 9 (E) 10

Die roten Rechtecke zeigen dir, wann genau zwei Lichter eingeschaltet sind:

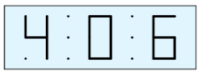


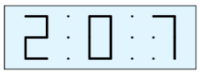
Von Minute 1 bis 2, von Minute 3 bis 7, von Minute 8 bis 9 und von Minute 10 bis 12.
Insgesamt sind es also 1 + 4 + 1 + 2 = **8** Minuten.

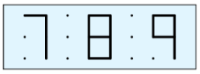
6. Christoph faltet die durchsichtige Folie entlang der strichlierten Linie.



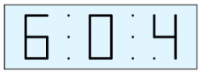
Was kann er dann sehen?

(A) 

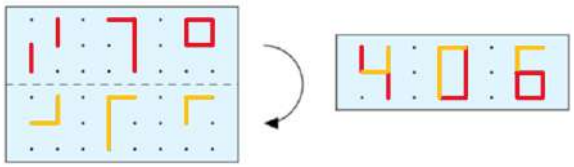
(B) 

(C) 

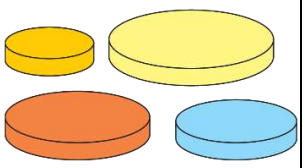
(D)

(E) 

Hier siehst du, wie das Bild zustande kommt:

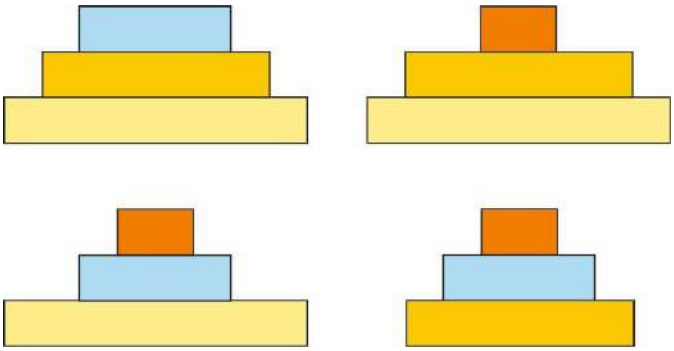


7. Anna hat vier verschieden große Scheiben. Sie möchte einen Turm aus 3 Scheiben bauen.
Dabei muss immer eine kleinere auf einer größeren liegen.
Auf wie viele Arten kann Anna den Turm bauen?



(A) 1 (B) 2 **(C)** 4 (D) 5 (E) 6

Das sind alle möglichen Türme (von vorne), die Anna bauen kann.



Es gibt also insgesamt **4** Möglichkeiten.

8. Daniel klebt diese zwei Papierstücke auf diesen schwarzen Kreis:
Dabei dürfen die beiden Papierstücke nicht überlappen.
Welches Bild erhält er?

(A)

(B)

(C)

(D)

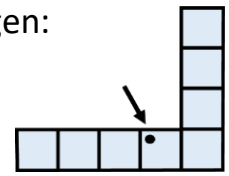
(E)

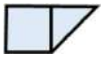
Antwort **E** ist die richtige, da die beiden Papierstücke hier nicht überlappen.

– 4 Punkte Beispiele –

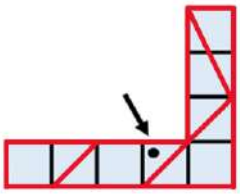
9. Mit den 5 Stücken A, B, C, D und E lässt sich diese Figur vollständig auslegen:

Welches Stück liegt auf dem Punkt?



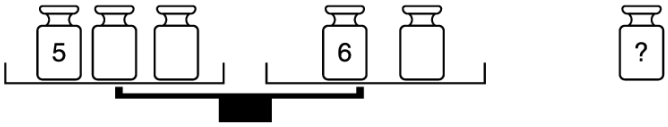
(A) (B) (C) (D)  **(E)**

Hier siehst du die gelegte Figur aus den gegebenen Stücken:



E ist somit die richtige Antwort.

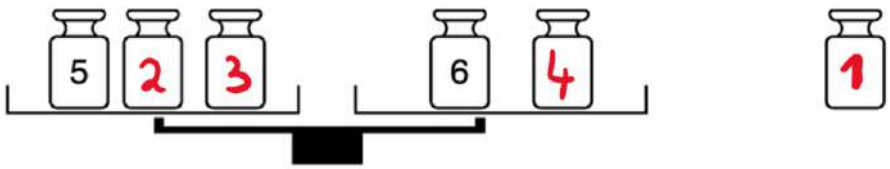
10. Die sechs Gewichte einer Waage haben 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, 5 kg und 6 kg.
Rosi verteilt fünf Gewichte auf die beiden Waagschalen so, dass sich die Waagschalen im Gleichgewicht befinden. Das sechste Gewicht legt sie zur Seite.



Welches Gewicht hat sie zur Seite gelegt?

(A) 1 kg (B) 2 kg (C) 3 kg (D) 4 kg (E) 5 kg

Damit die Waage im Gleichgewicht ist, müssen auf jeder Seite gleich viele kg sein.
Links sind 5 kg, rechts 6 kg. Somit musst du links um 1 kg mehr dazugeben als rechts.
Das ist nur möglich, wenn du die Gewichte wie folgt verteilt sind.

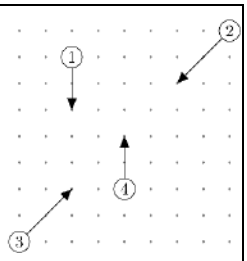


1 kg ist somit das Gewicht, das Rosi zur Seite gelegt hat.

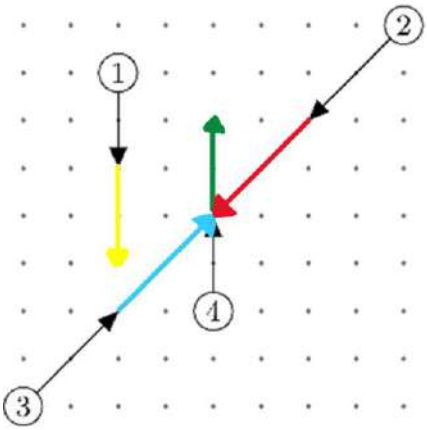
11. Im Bild sieht man vier Autos 1, 2, 3 und 4. Die Pfeile zeigen an, wohin sich die Autos in 5 Sekunden bewegen.

Welche Autos werden zusammenstoßen?

(A) 1 und 2 (B) 1 und 3 (C) 1 und 4 **(D)** 2 und 3 (E) 3 und 4



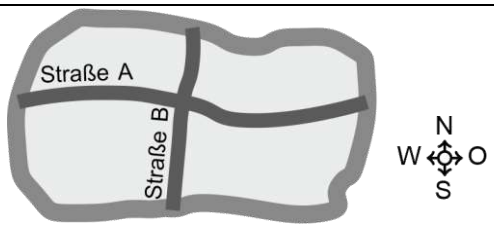
Hier siehst du, wohin sich die Autos innerhalb der nächsten 5 Sekunden bewegen werden:



Auto **2 und 3** werden zusammenstoßen.

12. Nördlich von Straße A stehen 7 Häuser.
Östlich von Straße B stehen 8 Häuser.
Südlich von Straße A stehen 5 Häuser.

Wie viele Häuser stehen westlich von Straße B?



(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Nördlich der Straße A stehen 7 Häuser und südlich davon 5. Somit gibt es insgesamt 7 + 5 = 12 Häuser.
Wenn östlich von Straße 8 stehen, müssen westlich davon 12 – 8 = **4** Häuser stehen.

13. In der Warteschlange vor der Fähre stehen 8 Autos mit insgesamt 19 Personen. In jedem Auto sitzen entweder 2 oder 3 Personen.

In wie vielen Autos sitzen genau 2 Personen?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 **(D)** 5 (E) 6

Insgesamt gibt es 19 Leute. Diese müssen in zwei Gruppen geteilt werden. Die eine Gruppe muss ein Vielfaches von 3 sein, die andere ein Vielfaches von 2. Somit ergeben sich folgende Möglichkeiten: 3, 6, 9, 12, 15 und 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14. Da es insgesamt 8 Autos geben muss, kommt nur die Aufteilung von 10 + 9 = 19 Personen in Frage.
5 · 2 = 10 Personen, also **5** Autos mit zwei Personen, und 3 · 3 = 9 Personen, also 3 Autos mit drei Personen, insgesamt also 5 + 3 = 8 Autos.

14. 6 Biber und 2 Kängurus stehen auf den Feldern in dieser Reihe: ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧

Von drei aufeinanderfolgenden Tieren ist immer genau eines ein Känguru.

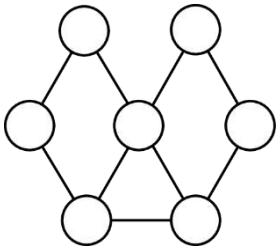
Auf welcher dieser Zahlen steht ein Känguru?

(A) 1 (B) 2 **(C)** 3 (D) 4 (E) 5

Die 2 Kängurus und 6 Biber müssen so stehen:

Anders geht sich die Aufteilung nicht aus, da es sonst zu wenig Kängurus gibt. Auf der Zahl **3** und der Zahl 6 stehen die Kängurus.

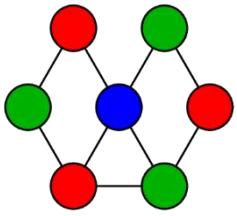
15. Hanni möchte die Kreise im Bild anmalen. Wenn zwei Kreise mit einer Linie verbunden sind, sollen sie unterschiedliche Farben haben.

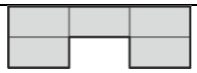


Wie viele Farben braucht sie mindestens?

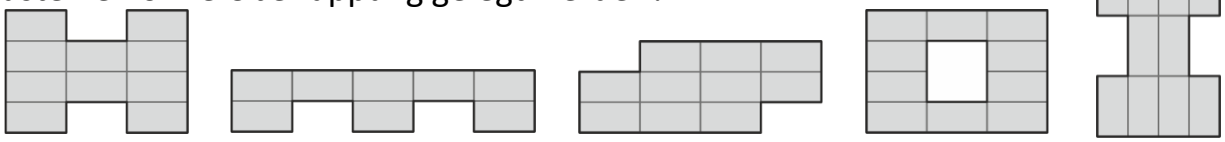
(A) 2 **(B)** 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Mit **3** Farben kann Hanni die Kreise wie gefordert anmalen:



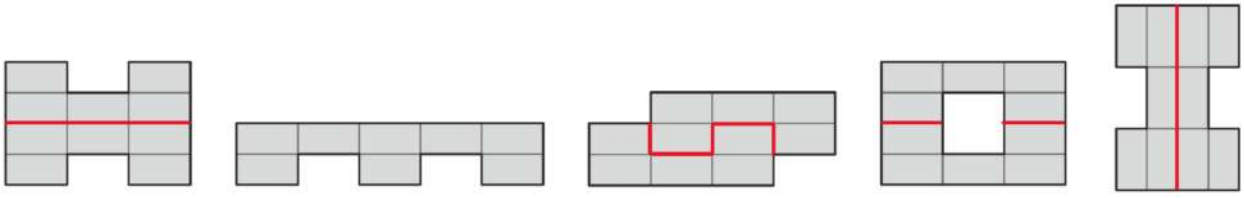
16. Ein Baustein besteht aus fünf gleichen Rechtecken: 

Wie viele der unten abgebildeten Muster können aus zwei derartigen Bausteinen ohne Überlappung gelegt werden?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 **(D)** 4 (E) 5

Es sind **4** Muster möglich. Im zweiten Muster würden die Bausteine überlappen.



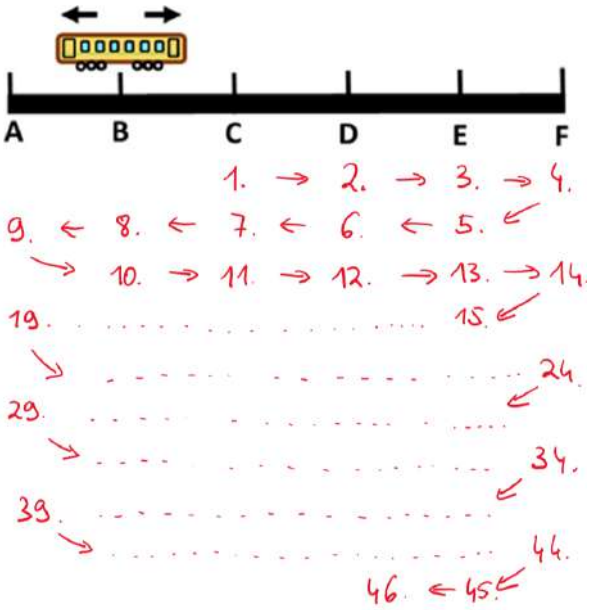
– 5 Punkte Beispiele –

17. Eine U-Bahn-Linie hat die 6 Stationen A, B, C, D, E und F. Der Zug bleibt an jeder Station stehen. Nach dem Halt in der Endstation A oder F fährt er in der umgekehrten Richtung weiter.
Der Zugführer beginnt seine Fahrt in Station B.
Sein erster Halt ist in Station C.

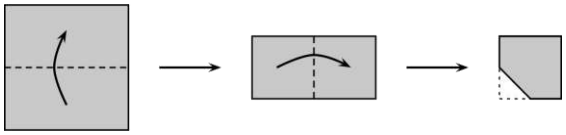
In welcher Station wird sein 46. Halt sein?

(A) A (B) B (C) C **(D)** D (E) E

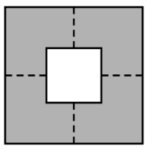
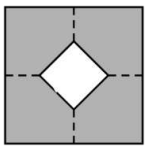
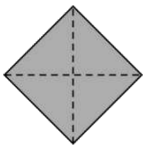
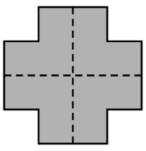
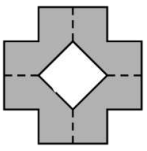
In Station F befindet sich der Zug beim 4., 14., 24., 34. und 44. Halt. Der 46. Halt ist somit in Station **D**.



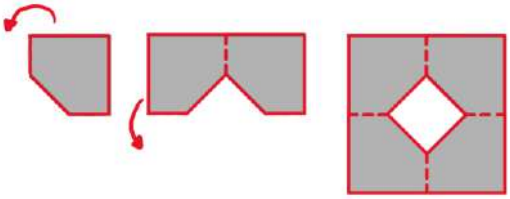
18. Rebecca faltet ein quadratisches Papier zwei Mal. Dann schneidet sie eine Ecke ab, wie du im Bild sehen kannst.
Danach faltet sie das Papier wieder auseinander.



Wie kann das Papier jetzt aussehen?

(A)  **(B)**  (C)  (D)  (E) 

Hier siehst du, wie das Blatt wieder aufgefaltet wird:



19. Drei Buben betreten nacheinander einen Raum.
Hermann ist nicht der Erste. Felix ist nicht der Zweite. Clemens ist nicht der Dritte.

In wie vielen verschiedenen Reihenfolgen können, die Buben den Raum betreten?

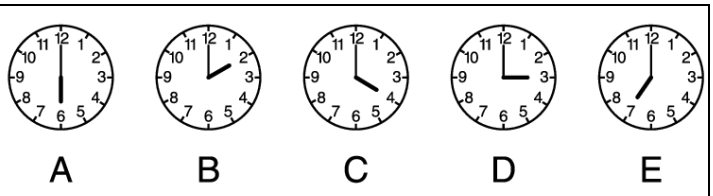
(A) 1 **(B)** 2 (C) 3 (D)4 (E) 6

Folgendes ist möglich:

Reihenfolge 1:	Reihenfolge 2:
Felix	Clemens
Clemens	Herrmann
Herrmann	Felix

Somit gibt es **2** mögliche Reihenfolgen.

20. An der Wand hängen fünf Uhren. Eine Uhr geht eine Stunde vor. Eine andere geht eine Stunde nach und eine geht richtig. Zwei Uhren sind stehen geblieben.

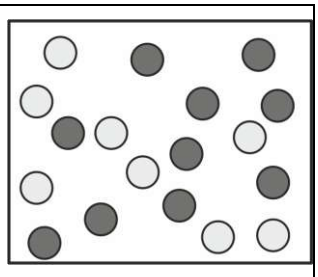


Welche Uhr zeigt die richtige Zeit an?

(A) A (B) B (C) C **(D)** D (E) E

Da eine Uhr richtig geht, eine 1 Stunde vor und eine 1 Stunde nach, muss es drei Uhren geben, die einen Zeitunterscheid von je einer Stunde anzeigen:
Das sind die Uhren B, D und C.
Die Uhr D zeigt als einzige die Uhrzeit zwischen der Uhr, die nachgeht, B, und der Uhr, die vorgeht, C, an. Somit geht **D** richtig.

21. Adam hat 9 Murmeln und Brenda hat auch 9 Murmeln. Zusammen haben sie 8 weiße und 10 schwarze Murmeln. Brenda hat doppelt so viele schwarze Murmeln wie weiße Murmeln.



Wie viele schwarze Murmeln hat Adam?

(A) 3 **(B)** 4 (C) 5 (D) 6 (E) 0

Wenn Brenda 9 Kugeln hat und doppelt so viele schwarze wie weiße Kugeln hat, muss sie 6 schwarze und 3 weiße Kugeln haben, da 6 + 3 = 9 ist.
Brenda hat somit 6 der insgesamt 10 schwarzen Kugeln, weshalb Adam 10 – 6 = **4** schwarze Kugeln haben muss.

22. Else hat zwei Maschinen R und S.
Wenn sie ein quadratisches Blatt in Maschine R gibt, wird es gedreht:

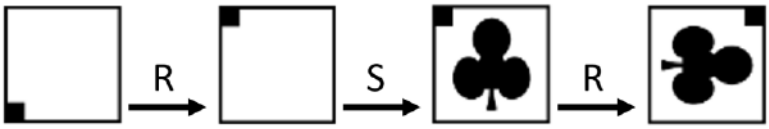
Wenn sie das Blatt in Maschine S gibt, wird es bedruckt:

Sie möchte dieses Bild erstellen:

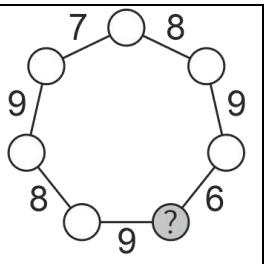
In welcher Reihenfolge verwendet Else die beiden Maschinen, damit dieses Bild entsteht?

(A) SRR **(B)** RSR (C) RSS (D) RRS (E) SRS

Hier siehst du die Reihenfolge, in der das Blatt durch die Maschinen geht.



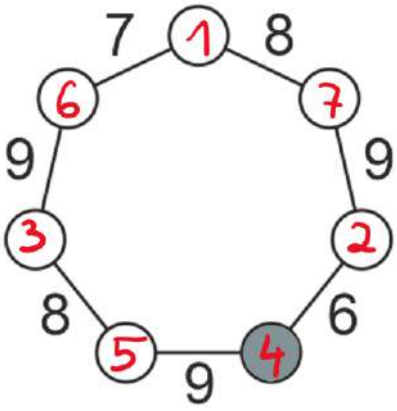
23. Ein Lehrer möchte die Zahlen von 1 bis 7 in die Kreise schreiben. Er schreibt in jeden Kreis genau eine Zahl. Zählt er die beiden Zahlen in benachbarten Kreisen zusammen, so erhält er genau die Zahl, die zwischen den beiden Kreisen steht.

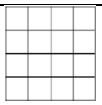


Welche Zahl muss er in den Kreis mit dem Fragezeichen schreiben?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 **(D)** 4 (E) 5

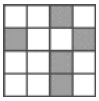
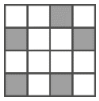
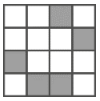
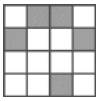
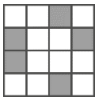
Er muss die Zahl **4** hineinschreiben:



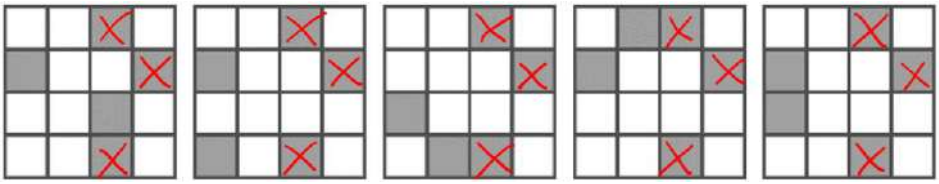
24. Maria färbt genau 5 Felder dieses Rasters  grau. Dann lässt sie ihre 5 Freunde raten, welche Felder sie gefärbt hat, und erhält als Antwort die 5 Muster A, B, C, D und E.

Maria betrachtet die Muster und sagt: „Einer von euch hat recht. Die übrigen haben alle genau vier Felder richtig erraten."

Welches Muster hat Maria gemalt?

(A)  (B)  (C)  (D)  **(E)** 

Die Felder mit den roten Kreuzen sind bei allen Mustern A, B, C, D und E eingefärbt und müssen deshalb auf alle Fälle stimmen.



Nun musst du alle Muster durchgehen:
Würde A stimmen, so hätte C nur drei richtige Felder, was nicht sein darf. A kann somit nicht stimmen.
Würde B stimmen, so hätte wieder C nur drei richtige Felder.
Würde C stimmen, so hätten A, B und auch D jeweils nur drei richtige Felder.
Würde D stimmen, so hätte C nur drei richtige Felder.
E muss somit stimmen, da alle anderen Muster dadurch jeweils genau vier richtig eingefärbte Felder haben.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2023
16. 3. 2023

Kategorie: Benjamin, Schulstufe: 5. – 6.

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 60 min.
jede richtige Antwort Aufgabe 1. - 8. 3 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 9. - 16. 4 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 17. - 24. 5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort: 0 Punkte
jede falsche Antwort: Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
dazu 24 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 24) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24

pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

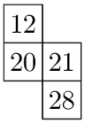
Känguru der Mathematik 2023
Gruppe Benjamin (5. und 6. Schulstufe)
Österreich – 16. 3. 2023

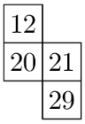
- 3 Punkte Beispiele -

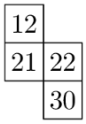
1. Holger schreibt die Zahlen bis 40 auf die gleiche Art wie im Bild weiter in die Tabelle.
Welches der Stücke A bis E kann er dann aus der Tabelle schneiden?

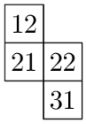
1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12				

(A)

(B) 

(C) 

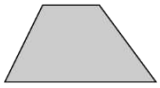
(D) 

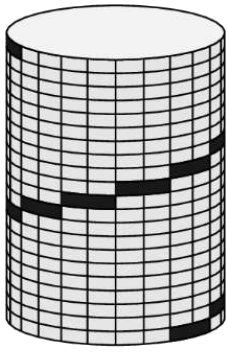
(E) 

2. Zündhölzer werden wie abgebildet zu Zahlen angeordnet. Um die Zahl 15 zu bilden, benötigt man 7 Zündhölzer. Ebenso viele benötigt man, um die Zahl 8 zu bilden.
Wie lautet die größtmögliche Zahl, die man mit 7 Zündhölzern bilden kann?

(A) 31 (B) 51 (C) 74 (D) 711 (E) 800

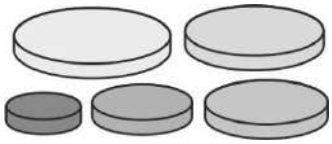
3. Welche der Figuren kann **nicht** durch eine einzige gerade Linie in zwei Dreiecke unterteilt werden?

(A) (B) (C)  (D) (E)

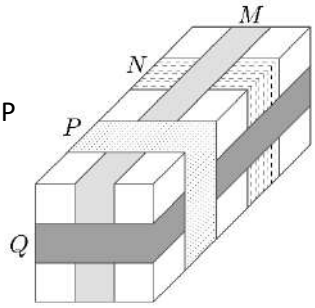


4. Es sind neun Stufen einer zylindrisch angeordneten Treppe zu sehen, die am Boden beginnt und ganz nach oben führt. Alle Stufen sind gleich hoch.
Wie viele Stufen kann man **nicht** sehen?
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

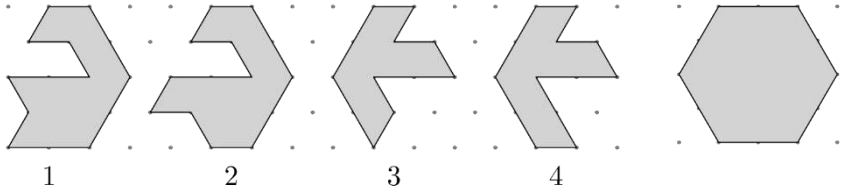
5. Anna hat fünf verschieden große Scheiben. Sie möchte einen Turm aus 4 Scheiben bauen.
Dabei muss immer eine kleinere auf einer größeren liegen.
Auf wie viele Arten kann Anna den Turm bauen?
(A) 4 (B) 5 (C) 9 (D) 12 (E) 20



6. Um eine Schachtel wurden die vier Bänder M, N, P und Q gewickelt.
In welcher Reihenfolge wurden sie um die Schachtel gewickelt?
(A) M, N, Q, P (B) N, M, P, Q (C) N, Q, M, P (D) N, M, Q, P (E) Q, N, M, P

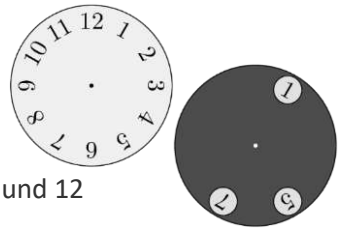


7. Alice hat vier Puzzleteile.



Welche zwei können zu einem Sechseck zusammengefügt werden?
(A) 1 und 2 (B) 1 und 3 (C) 2 und 3 (D) 2 und 4 (E) 1 und 4

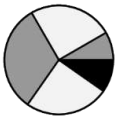
8. Auf das Ziffernblatt einer Uhr wird eine dunkle Kreisscheibe mit drei Löchern gelegt (siehe Abbildung). Dann verdreht man die Scheibe um ihren Mittelpunkt.
Welche Zahlen kann man gleichzeitig sehen?



(A) 4, 6 und 12 (B) 1, 5 und 10 (C) 2, 4 und 9 (D) 3, 6 und 9 (E) 5, 7 und 12

- 4 Punkte Beispiele -

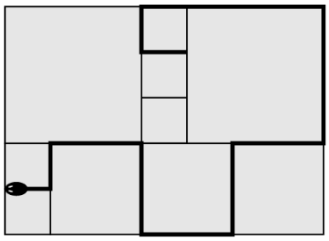
9. Jan klebt diese drei Papierstücke auf diesen schwarzen Kreis .
Welches Bild kann er dabei **<u>nicht</u>** erhalten?

(A) (B) (C)  (D) (E)

10. Franziska schreibt drei aufeinanderfolgende zweistellige Zahlen an. Diese sind aufsteigend geordnet. Anstatt der Ziffern verwendet sie Symbole und schreibt □◊, ♡△, ♡□.
Wie sieht Franziskas nächste Zahl aus?

(A) □♡ (B) □□ (C) ♡♡ (D) ◊□ (E) ♡◊

11. Eine Terrasse ist mit quadratischen Fliesen in drei unterschiedlichen Größen ausgelegt. Die kleinste Fliese hat einen Umfang von 80 cm. Eine Schlange hat sich entlang der Kanten der Fliesen gelegt (siehe Abbildung).
Wie lang ist die Schlange?



(A) 380 cm (B) 400 cm (C) 420 cm (D) 440 cm (E) 1680 cm

12. In einem Spiegel sieht man das Bild einer digitalen Uhr:
Welches Bild von der Uhr kann man 30 Minuten später im Spiegel sehen?

(A) (B) (C) (D) (E)

13. Maria, Peter, Richard und Tina spielten im Klassenzimmer Fußball. Dabei wurde eine Fensterscheibe zerbrochen. Als die Direktorin herausfinden wollte, wer die Scheibe zerbrochen hat, bekam sie folgende Antworten:
Maria: „Es war Peter.“ Peter: „Es war Richard.“ Richard: „Ich war es nicht.“ Tina: „Ich war es nicht.“
Es stellte sich später heraus, dass nur ein Kind die Wahrheit sagte. Wer zerbrach die Scheibe?

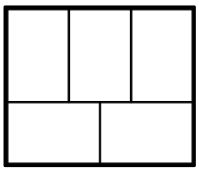
(A) Maria (B) Tina (C) Peter (D) Richard (E) Das kann nicht entschieden werden.

14. Die Summen der Zahlen in den weißen und in den grauen Feldern sollen gleich groß sein.
Welche zwei Zahlen müssen getauscht werden, damit die Summen gleich groß werden?

1	3	5	2	13
7	4	6	8	11

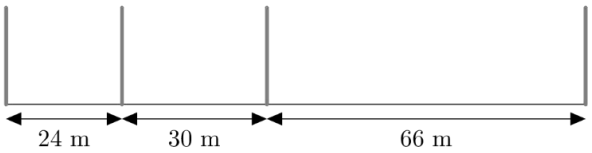
(A) 1 und 11 (B) 2 und 8 (C) 3 und 7 (D) 4 und 13 (E) 7 und 13

15. Das große Rechteck besteht aus fünf kleinen Rechtecken (siehe Abbildung). Lukas möchte die kleinen Rechtecke rot, blau und gelb färben. Zwei angrenzende Rechtecke sollen mit verschiedenen Farben gefärbt werden.
Auf wie viele verschiedene Arten kann Lukas das tun?



(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

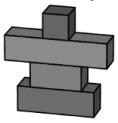
16. Entlang einer 120 m langen Laufbahn wurden 4 Pflöcke gesetzt.
Wie viele weitere Pflöcke müssen gesetzt werden, damit die Laufbahn dadurch in gleich lange Teilstrecken unterteilt wird?

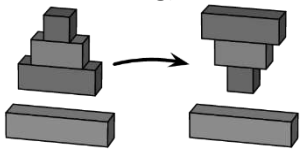


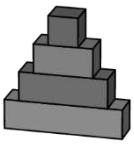
(A) 12 (B) 15 (C) 17 (D) 20 (E) 37

- 5 Punkte Beispiele -

17. Bei einem Spiel darf man gestapelte Bausteine in einem Spielzug umschichten, indem man (einige oder alle) Bausteine von oben nimmt, sie auf den Kopf dreht und an denselben Platz zurückstellt (siehe Abbildung).

Goran beginnt mit diesem Turm: 

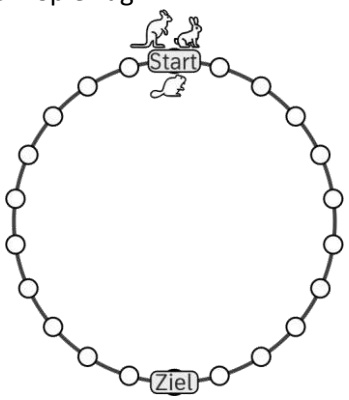


Am Ende sollen die Bausteine der Größe nach so geordnet sein: 
Wie viele Spielzüge benötigt Goran mindestens?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

18. Robert und Sonja spielen ein Spiel mit folgenden Regeln: Abwechselnd können sie in jedem Spielzug 1, 2, 3, 4 oder 5 Karten vom Stapel nehmen. Wer die letzte Karte nimmt, hat verloren.
Im Augenblick befinden sich 10 Karten im Stapel, und Robert ist gerade an der Reihe.
Wie viele Karten soll er Sonja übriglassen, damit er sicher gewinnen kann?

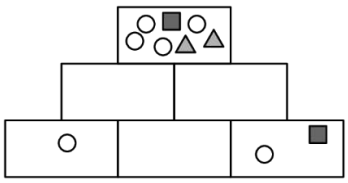
(A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) 5

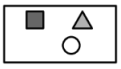
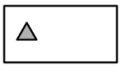
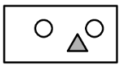


19. Ein Hase, ein Biber und ein Känguru machen einen Wettbewerb. Alle drei beginnen gleichzeitig beim Start und springen in die gleiche Richtung.
Mit einem Sprung kommt der Biber immer ein Feld weiter. Der Hase kommt mit einem Sprung immer zwei Felder und das Känguru immer drei Felder weiter.
Sieger ist, wer mit der geringsten Anzahl an Sprüngen genau im Ziel landet.
Wer gewinnt den Wettbewerb?

(A) Känguru und Hase (B) Hase (C) Känguru (D) Biber (E) Känguru und Biber

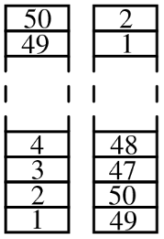
20. Tina zeichnet in jedes Feld der Pyramide Figuren. Jedes Feld in der zweiten und dritten Reihe enthält genau die Figuren der beiden darunterliegenden Felder.
In einige der Felder hat sie die Figuren schon gezeichnet.
Welche Figuren zeichnet sie in das leere Feld in der untersten Reihe?



(A)  (B)  (C) (D) (E) 

21. Ein Turm besteht aus Blöcken, die von unten nach oben mit den Zahlen von 1 bis 50 beschriftet sind.
Bob baut aus diesen Blöcken einen neuen Turm.
Dabei nimmt er jeweils die obersten zwei Blöcke vom alten Turm herunter und legt sie ohne ihre Reihenfolge zu verändern auf den neuen Turm (siehe Abbildung).
Welche beiden Bausteine liegen übereinander, wenn er mit dem Umschlichten fertig ist?

(A) 29 und 28 (B) 34 und 35 (C) 29 und 26 (D) 31 und 33 (E) 27 und 30



22. Martin hat drei Karten, die auf beiden Seiten mit einer Zahl beschriftet sind.
Martin legt die drei Karten, ohne Vorder- und Rückseite zu beachten, auf den Tisch. Er addiert die drei Zahlen, die er dann sehen kann.
Wie viele verschiedene Summen kann Martin dabei erhalten?

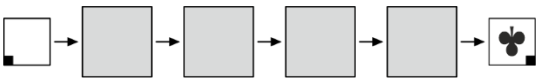
(A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 9 (E) Es ist eine andere Anzahl.

23. Anna hat zwei Maschinen R und S. Wenn sie ein quadratisches Blatt in Maschine R gibt, wird es im Uhrzeigersinn um 90° gedreht. (Hinweis: Achte auf die Markierung im Eck!)

Wenn sie das Blatt in Maschine S gibt, wird es bedruckt.

Sie möchte dieses Bild herstellen:

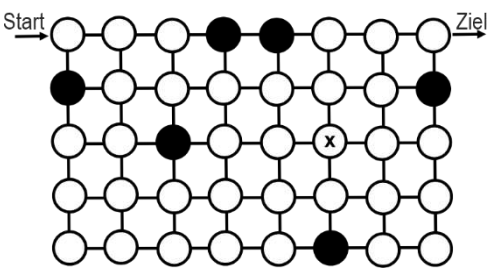
In welcher Reihenfolge verwendet Anna die beiden Maschinen, damit dieses Bild entsteht?



(A) SRRR (B) RSRR (C) SRSR (D) RRRS (E) SRRS

24. Monika möchte einen Weg durch das Labyrinth vom Start bis zum Ende finden. Dabei muss sie folgende Regeln beachten:
Sie darf sich nur waagrecht beziehungsweise senkrecht fortbewegen.
Sie muss jeden weißen Kreis genau einmal betreten, darf aber keinen schwarzen Kreis betreten.
In welche Richtung muss Monika gehen, wenn sie im Kreis mit dem x angelangt ist?

(A) ↓ (B) ↑ (C) → (D) ←
(E) es gibt mehrere Möglichkeiten



KÄNGURU DER MATHEMATIK 2023
16. 3. 2023

Level: Benjamin, Grade: Schulstufe 5 + 6

Name:	
School:	
Class:	

Time: 60 min.
24 starting points
each correct answer to questions 1. – 8.: 3 points
each correct answer to questions 9. – 16.: 4 points
each correct answer to questions 17. – 24.: 5 points
each questions left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 bis 24). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24

pwc

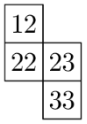
Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

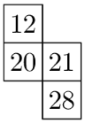
Känguru der Mathematik 2023
Level Benjamin (Schulstufe 5 and 6)
Austria – 16. 3. 2023

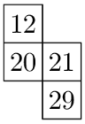
- 3 Point Examples -

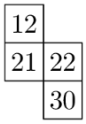
1. Holger writes the numbers up to 40 in the table in the same way as shown.
Which of the pieces A to E can he then cut from the table?

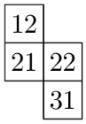
1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12				

(A) 

(B) 

(C) 

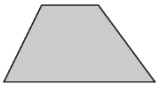
(D) 

(E) 

2. Matchsticks are arranged to form numbers as shown. To form the number 15 one needs 7 matchsticks.
To form the number 8 one needs the same amount.
What is the biggest number that one can build using 7 matchsticks?

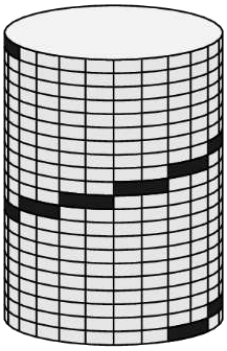
(A) 31 (B) 51 (C) 74 (D) 711 (E) 800

3. Which of the shapes **cannot** be split into two triangles using a single straight line?

(A) (B) (C)  (D) (E)

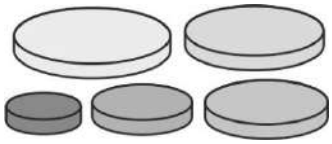
4. Nine steps of a staircase arranged in a cylindrical order starting at the bottom and leading all the way to the top can be seen. All steps are equally high.
How many steps **cannot** be seen?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13



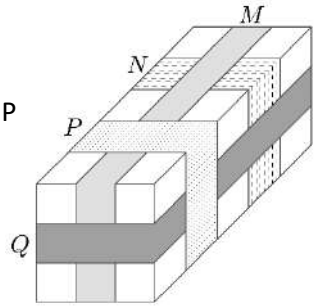
5. Anna has five discs of different sizes. She wants to use 4 of them to build a tower.
She always has to place a smaller one on top of a bigger one.
How many ways are there for Anna to build the tower?

(A) 4 (B) 5 (C) 9 (D) 12 (E) 20

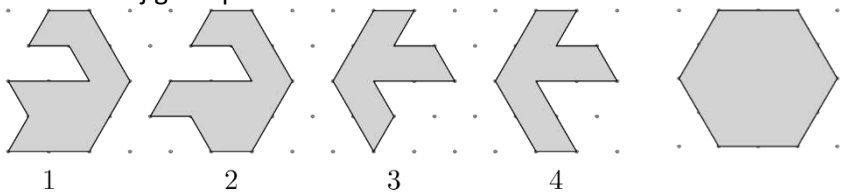


6. Four ribbons M, N, P and Q are wrapped around a box.
In which order were they wrapped around the box?

(A) M, N, Q, P (B) N, M, P, Q (C) N, Q, M, P (D) N, M, Q, P (E) Q, N, M, P



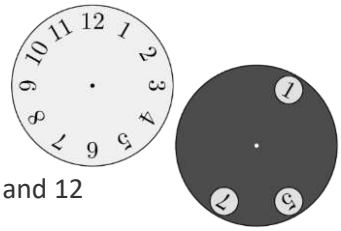
7. Alice has four jigsaw pieces.



Which two can be fitted together to form a hexagon?

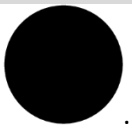
(A) 1 and 2 (B) 1 and 3 (C) 2 and 3 (D) 2 and 4 (E) 1 and 4

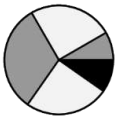
8. A dark disc with three holes is placed on top of a dial of a watch (see diagram). Then the disc is rotated around its centre.
Which numbers can be seen at the same time?



(A) 4, 6 and 12 (B) 1, 5 and 10 (C) 2, 4 and 9 (D) 3, 6 and 9 (E) 5, 7 and 12

- 4 Point Examples -

9. Jan sticks these three pieces of paper on top of a black circle  .
Which picture can he **not** obtain?

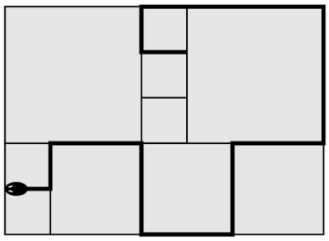
(A) (B) (C)  (D) (E)

10. Franziska writes down three consecutive two-digit numbers. They are in increasing order. Instead of the digits she uses symbols and writes □◊, ♡△, ♢□.
What does Franziska's next number look like?

(A) □♡ (B) □□ (C) ♡♡ (D) ◊□ (E) ♡◊

11. A terrace is covered with square tiles of different sizes. The smallest tile has a perimeter of 80 cm. A snake lay down along the edges of the tiles (see diagram).
How long is the snake?

(A) 380 cm (B) 400 cm (C) 420 cm (D) 440 cm (E) 1680 cm



12. The picture of a digital watch can be seen in a mirror:
Which picture of the watch can be seen in the mirror 30 minutes later?

(A) (B) (C) (D) (E)

13. Maria, Peter, Richard and Tina play football in the classroom. While doing so a window pane broke. When the head mistress wanted to find out who broke the window pane she got the following answers:
Maria: „It was Peter." Peter: „It was Richard." Richard: „It wasn't me." Tina: „It wasn't me."
Later is became clear that only one child spoke the truth. Who broke the window pane?

(A) Maria (B) Tina (C) Peter (D) Richard (E) It cannot be determined.

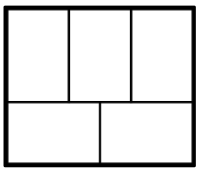
14. The sums of the numbers in the white and in the grey fields should be equally big.
Which two numbers have to be swapped so that the sums are equally big?

(A) 1 and 11 (B) 2 and 8 (C) 3 and 7 (D) 4 and 13 (E) 7 and 13

1	3	5	2	13
7	4	6	8	11

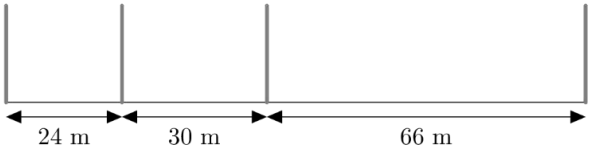
15. The big rectangle is made up of five small rectangles (see diagram). Lukas wants to colour in the small rectangles in red, blue and yellow. Two rectangles next to each other should be coloured in different colours.
How many ways are there for Lukas to do that?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7



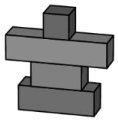
16. 4 posts are placed along a 120 m long running track.
How many more posts have to be placed so that the running track is split into equally long sections that way?

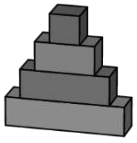
(A) 12 (B) 15 (C) 17 (D) 20 (E) 37

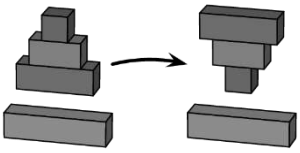


- 5 Point Examples -

17. In a game one is allowed to take (some or all) building blocks from the top of a stack of building blocks, turn them upside down and place them back in the same position within one move (see diagram).

Goran starts with this stack of building blocks: 

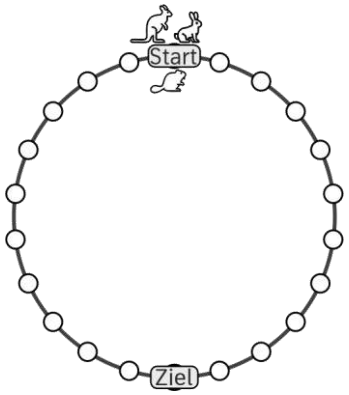
In the end all building blocks should be ordered according to size like this: 
What is the minimum number of moves Goran needs to make?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

18. Robert and Sonja play a game with the following rules: taking it in turn they can take 1, 2, 3, 4 or 5 cards from the pile on each move. Whoever takes the last card has lost.
At the moment there are 10 cards on the pile and it is Robert's turn.
How many cards should he leave for Sonja so that he can be certain to win?

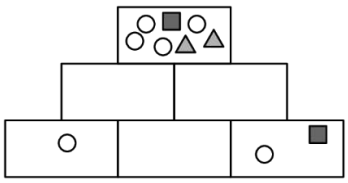
(A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) 5

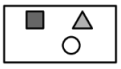
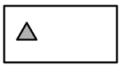
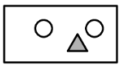


19. A rabbit, a beaver and a kangaroo are having a competition. All three begin at the same time from the "Start" and hop in the same direction.
The beaver always moves one position forwards with each jump. The rabbit always moves two positions forwards with one jump and the kangaroo always three positions. Whoever takes the least amount of jumps to land exactly in the position labelled „Ziel" is the winner.
Who wins the competition?

(A) Kangaroo and rabbit (B) Rabbit (C) Kangaroo (D) Beaver (E) Kangaroo and beaver

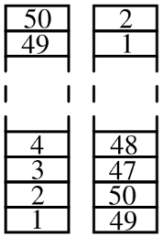
20. Tina draws shapes into each field of the pyramid. Each field in the second and third row contains exactly the shapes of the two fields below. Some fields are already done.
Which shapes does she draw into the empty field of the bottom row?



(A)  (B)  (C) (D) (E) 

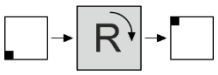
21. A tower is made up of bricks that are labelled with the numbers from 1 to 50 from bottom to top.
Bob uses these bricks to build a new tower.
Each time he takes the two topmost bricks off the old tower and places them down on top of the new tower without changing their order (see diagram).
Which two bricks lie on top of each other when he is finished with the re-arrangement?

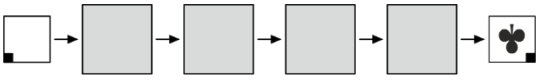
(A) 29 and 28 (B) 34 and 35 (C) 29 and 26 (D) 31 and 33 (E) 27 and 30



22. Martin has three cards that are labelled on both sides with a number.
Martin places the three cards on the table without paying attention to back or front. He adds the three numbers that he can then see.
How many different sums can Martin get that way?

(A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 9 (E) A different amount.

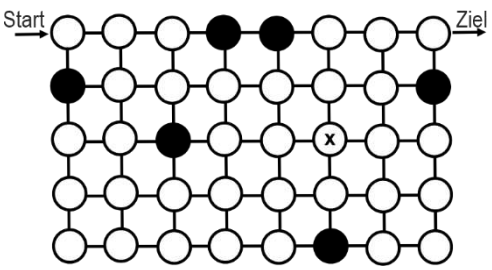
23. Anna has two machines R and S. If she places a square piece of paper in machine R it is rotated 90° in a clockwise direction.  (Hint: Note the marking in the corner!)
If she places the piece of paper in machine S, it gets printed on.
She wants to produce this picture:
In which order does Anna use the two machines so that this picture is made?



(A) SRRR (B) RSRR (C) SRSR (D) RRRS (E) SRRS

24. Monika wants to find a path through the labyrinth from 'Start' to 'Ziel'.
She has to stick to the following rules:
She is only allowed to move horizontally and vertically respectively.
She has to enter every white circle exactly once but is not allowed to enter a black circle.
In which direction does Monika have to move forwards when she reaches the circle marked with x?

(A) ↓ (B) ↑ (C) → (D) ←
(E) there are several possibilities



Känguru der Mathematik 2023
Gruppe Benjamin (5. und 6. Schulstufe)
Österreich – 16. 3. 2023

– Lösungsvektor –

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
C	D	A	D	B	D	B	A	C	C	C	D	B	A	D	C	B	C	E	D	E	E	B	A

- 3 Punkte Beispiele -

1. Holger schreibt die Zahlen bis 40 auf die gleiche Art wie im Bild weiter in die Tabelle. Welches der Stücke A bis E kann er dann aus der Tabelle schneiden?

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12				

(A)
12	
22	23
	33

(B)
12	
20	21
	28

(C)
12	
20	21
	29

(D)
12	
21	22
	30

(E)
12	
21	22
	31

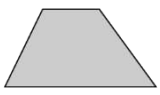
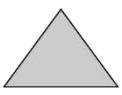
Lösung: In der ersten Reihe stehen die Zahlen 1 bis 8. Die zweite Reihe beginnt mit der Zahl 9, die genau unter der Zahl 1 steht. Somit muss jede Zahl in der zweiten Reihe um 8 größer sein als die Zahl, die genau oberhalb in der ersten Reihe steht, jede Zahl in der dritten Reihe um 8 größer als die Zahl in der zweiten Reihe u.s.w.

2. Zündhölzer werden wie abgebildet zu Zahlen angeordnet. Um die Zahl 15 zu bilden, benötigt man 7 Zündhölzer. Ebenso viele benötigt man, um die Zahl 8 zu bilden.
Wie lautet die größtmögliche Zahl, die man mit 7 Zündhölzern bilden kann?

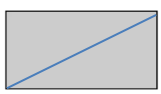
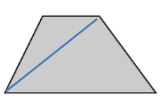
(A) 31 (B) 51 (C) 74 **(D)** 711 (E) 800

Lösung: Jede Ziffer benötigt verschieden viele Zündhölzer, die Ziffer 1 nur zwei, und die Ziffer 8 benötigt sogar 7 Zündhölzer. Die beiden größten Zahlen benötigen folgende Anzahl von Zündhölzern:
711: **7** Zündhölzer
800: 19 Zündhölzer

3. Welche der Figuren kann **nicht** durch eine einzige gerade Linie in zwei Dreiecke unterteilt werden?

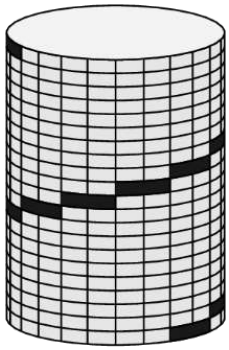
(A) (B) (C)  (D)  (E)

Lösung:

(A) (B)  (C)  (D) (E)

4. Es sind neun Stufen einer zylindrisch angeordneten Treppe zu sehen, die am Boden beginnt und ganz nach oben führt. Alle Stufen sind gleich hoch.
Wie viele Stufen kann man **nicht** sehen?

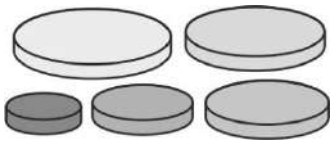
(A) 9 (B) 10 (C) 11 **(D)** 12 (E) 13



Lösung: Der Zylinder besteht aus 21 „Stufen“, davon sind 9 sichtbar. 21 – 9 = **12**

5. Anna hat fünf verschieden große Scheiben. Sie möchte einen Turm aus 4 Scheiben bauen.
Dabei muss immer eine kleinere auf einer größeren liegen.
Wie viele Arten kann Anna den Turm bauen?

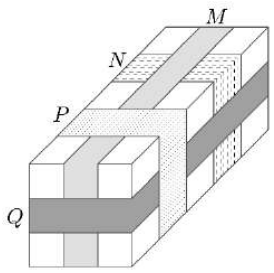
(A) 4 **(B)** 5 (C) 9 (D) 12 (E) 20



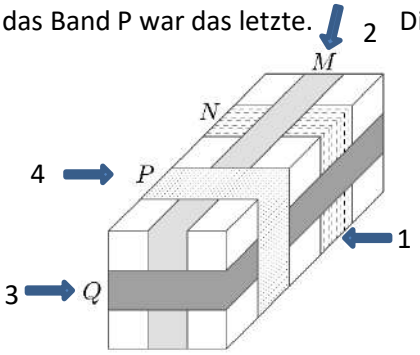
Lösung: Anna nummeriert die Scheiben von der kleinsten, mit der Nummer 1, bis zur größten, Nummer 5.
Sie kann nun also folgende Türme bauen, wenn sie sich an die Vorgabe hält:
1234, 1235, 1245, 1345, 2345. Es gibt daher **fünf** verschiedene Arten.

6. Um eine Schachtel wurden die vier Bänder M, N, P und Q gewickelt.
In welcher Reihenfolge wurden sie um die Schachtel gewickelt?

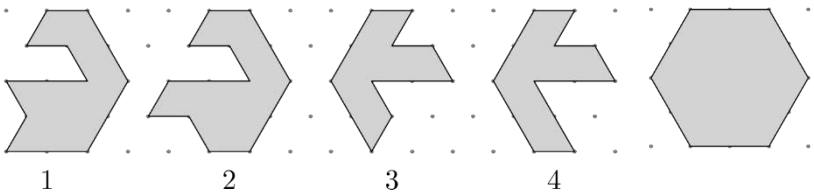
(A) M, N, Q, P (B) N, M, P, Q (C) N, Q, M, P **(D)** N, M, Q, P (E) Q, N, M, P



Lösung: Das Band P überdeckt M, Q und auch N, da N von Q überdeckt wird. Q überdeckt M und N. M überdeckt N.
Das Band N wird von allen Bändern überdeckt, war deshalb das erste, das herumgewickelt wurde.
Dann folgt M, gefolgt von Q und das Band P war das letzte. Die richtige Reihenfolge ist somit: **N,M,Q,P**

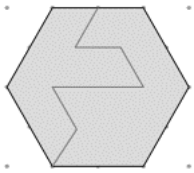


7. Alice hat vier Puzzleteile.

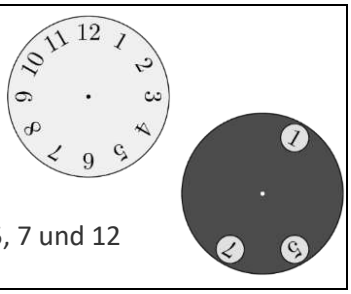


Welche zwei können zu einem Sechseck zusammengefügt werden?

(A) 1 und 2 **(B)** 1 und 3 (C) 2 und 3 (D) 2 und 4 (E) 1 und 4

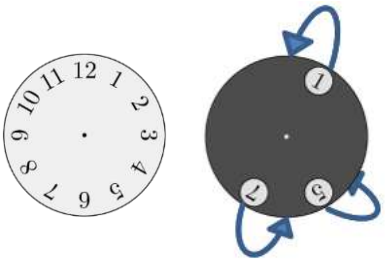
Lösung:  Die Teile **1 und 3** ergeben das Sechseck.

8. Auf das Ziffernblatt einer Uhr wird eine dunkle Kreisscheibe mit drei Löchern gelegt (siehe Abbildung). Dann verdreht man die Scheibe um ihren Mittelpunkt.
Welche Zahlen kann man gleichzeitig sehen?

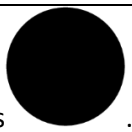


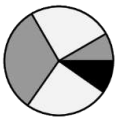
(A) 4, 6 und 12 (B) 1, 5 und 10 (C) 2, 4 und 9 (D) 3, 6 und 9 (E) 5, 7 und 12

Lösung: Dreht man die Scheibe mit den drei Löchern nur um eine Stunde gegen den Uhrzeigersinn, dann liefert uns **A** die richtige Lösung.



- 4 Punkte Beispiele -

9. Jan klebt diese drei Papierstücke auf diesen schwarzen Kreis  .
Welches Bild kann er dabei **nicht** erhalten?

(A) (B) **(C)**  (D) (E)

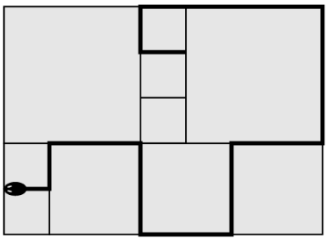
Lösung: Der dunkelgraue Halbkreis kann nicht mehr als die Hälfte des schwarzen Kreises überdecken. In der Darstellung bei der vorgeschlagenen Lösung **C** überdeckt der dunkelgraue Halbkreis allerdings mehr als die Hälfte, und kann somit nicht mit den vorgegebenen Papierstücken erhalten werden.

10. Franziska schreibt drei aufeinanderfolgende zweistellige Zahlen an. Diese sind aufsteigend geordnet. Anstatt der Ziffern verwendet sie Symbole und schreibt □◊, ♡△, ♡□.
Wie sieht Franziskas nächste Zahl aus?

(A) □♡ (B) □□ **(C)** ♡♡ (D) ◊□ (E) ♡◊

Lösung: Franziska schreibt zweistellige Zahlen an. Da ihre Zehnerziffer sich bei der zweiten Zahl ändert, kann man daraus schließen, dass ◊ = 9 ist, △ = 0 und □ = 1. Ihre erste Zahl lautet somit 19, damit muss ♡ = 2 sein.
Da die dritte Zahl 21 ist, folgt nun die Zahl 22, die Franziska so anschreibt: ♡♡.

11. Eine Terrasse ist mit quadratischen Fliesen in drei unterschiedlichen Größen ausgelegt. Die kleinste Fliese hat einen Umfang von 80 cm. Eine Schlange hat sich entlang der Kanten der Fliesen gelegt (siehe Abbildung).
Wie lang ist die Schlange?
(A) 380 cm (B) 400 cm **(C)** 420 cm (D) 440 cm (E) 1680 cm



Lösung: Die kleinste Fliese hat den Umfang 80 cm, die Seitenlänge beträgt daher 80 cm : 4 = 20 cm. Die mittlere Fliese hat die Seitenlänge 40 cm und die große Fliese 60 cm. Die Länge der Schlange kann somit berechnet werden: 5 x 20 cm + 5 x 40 cm + 2 x 60 cm = **420 cm.**

12. In einem Spiegel sieht man das Bild einer digitalen Uhr:
Welches Bild von der Uhr kann man 30 Minuten später im Spiegel sehen?

(A) (B) (C) **(D)** (E)

Lösung: Zu Beginn ist es 21 : 51 Uhr. 30 Minuten später ist es 22 : 21 Uhr. Im Spiegel wird diese Zeit von der Lösung

angezeigt.

13. Maria, Peter, Richard und Tina spielten im Klassenzimmer Fußball. Dabei wurde eine Fensterscheibe zerbrochen. Als die Direktorin herausfinden wollte, wer die Scheibe zerbrochen hat, bekam sie folgende Antworten: Maria: „Es war Peter." Peter: „Es war Richard." Richard: „Ich war es nicht." Tina: „Ich war es nicht."
Es stellte sich später heraus, dass nur ein Kind die Wahrheit sagte. Wer zerbrach die Scheibe?
(A) Maria **(B)** Tina (C) Peter (D) Richard (E) Das kann nicht entschieden werden.

Lösung: Wenn Richard die Wahrheit sagt, dann lügt Peter.
Wenn Peter die Wahrheit sagt, dann lügt Richard.
Wenn Tanja die Wahrheit sagt, kann keine Aussage getroffen werden, somit muss Tina lügen, und sie hat die Scheibe zerbrochen. Um zu überprüfen ob tatsächlich nur ein Kind die Wahrheit sagt, kann man alle Aussagen, die die Kinder gemacht haben überprüfen, wenn Tina gelogen hat.
Maria: „Es war Peter", stimmt nicht.
Richard: „Es war Richard", stimmt nicht.
Richard: „Ich war es nicht", stimmt.
Tina: „Ich war es nicht", stimmt nicht.

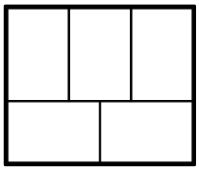
14. Die Summen der Zahlen in den weißen und in den grauen Feldern sollen gleich groß sein.
Welche zwei Zahlen müssen getauscht werden, damit die Summen gleich groß werden?
(A) 1 und 11 (B) 2 und 8 (C) 3 und 7 (D) 4 und 13 (E) 7 und 13

1	3	5	2	13
7	4	6	8	11

Lösung: Die Summe der grauen Felder beträgt 1 + 2 + 4 + 6 + 7 = 20, die Summe der weißen 3 + 5 + 8 + 11 + 13 = 40. Beide Summen betragen zusammen 20 + 40 = 60. Wenn beide Summen gleich groß sein sollen, dann muss die Summe der grauen Felder um 10 vergrößert, die Summe der weißen Felder um 10 verkleinert werden. Das kann erreicht werden, wenn **1 und 11** getauscht werden.

15. Das große Rechteck besteht aus fünf kleinen Rechtecken (siehe Abbildung). Lukas möchte die Kleinen Rechtecke rot, blau und gelb färben. Zwei angrenzende Rechtecke sollen mit verschiedenen Farben gefärbt werden.
Auf wie viele verschiedene Arten kann Lukas das tun?

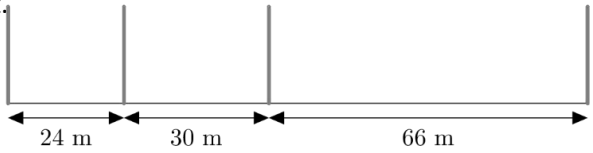
(A) 3 (B) 4 (C) 5 **(D)** 6 (E) 7



Lösung: Lukas kann sich für das erste Rechteck oben links eine der drei Farben aussuchen. Für die beiden angrenzenden Rechtecke hat er zwei Möglichkeiten sie zu färben. Die restlichen beiden Rechtecke können nicht mehr frei gewählt werden, müssen an die beiden angrenzenden Rechtecken laut Vorschrift angepasst werden. Lukas hat also **3 x 2 = 6** Möglichkeiten das Rechteck mit den Farben rot, blau und gelb zu färben.

16. Entlang einer 120 m langen Laufbahn wurden 4 Pflöcke gesetzt.
Wie viele weitere Pflöcke müssen gesetzt werden, damit die Laufbahn dadurch in gleich lange Teilstrecken unterteilt wird?

(A) 12 (B) 15 **(C)** 17 (D) 20 (E) 37

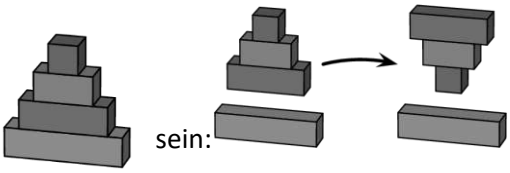


Lösung: Um die Laufbahn in weitere gleich lange Teilstrecken zu unterteilen, benötigt man den größten gemeinsamen Teiler von 24, 30 und 66. Der größte gemeinsame Teiler ist die Zahl 6. Die Laufbahn hat 120 m. Man benötigt daher 120 cm : 6 + 1 = 21 Pflöcke. Vier Pflöcke sind bereits vorhanden, deshalb müssen noch weitere **17** gesetzt werden.

- 5 Punkte Beispiele -

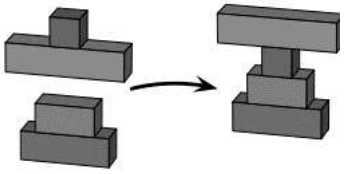
17. Bei einem Spiel darf man gestapelte Bausteine in einem Spielzug umschichten, indem man (einige oder alle) Bausteine von oben nimmt, sie auf den Kopf dreht und an denselben Platz zurückstellt (siehe Abbildung).

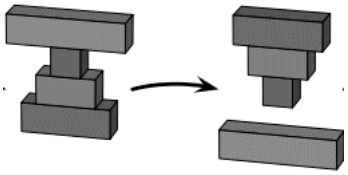
Goran beginnt mit diesem Turm:

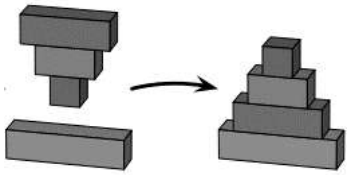
Am Ende sollen die Bausteine der Größe nach so geordnet sein: 

Wie viele Spielzüge benötigt Goran mindestens?

(A) 2 **(B)** 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Lösung: Schritt 1: die beiden obersten Bausteine werden auf den Kopf gestellt. 

Schritt 2: Der gesamte Turm wird auf den Kopf gestellt und die oberen drei werden dann heruntergenommen: 

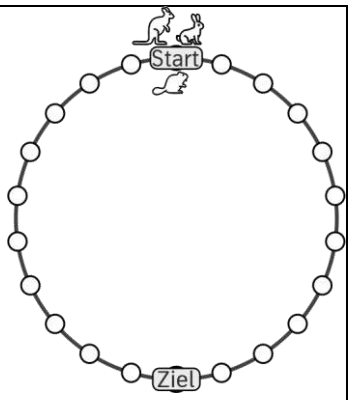
Schritt 3: die oberen drei Bausteine werden auf den Kopf gestellt: 

18. Robert und Sonja spielen ein Spiel mit folgenden Regeln: Abwechselnd können sie in jedem Spielzug 1, 2, 3, 4 oder 5 Karten vom Stapel nehmen. Wer die letzte Karte nimmt, hat verloren.
Im Augenblick befinden sich 10 Karten im Stapel, und Robert ist gerade an der Reihe.
Wie viele Karten soll er Sonja übriglassen, damit er sicher gewinnen kann?

(A) 9 (B) 8 **(C)** 7 (D) 6 (E) 5

Lösung: Wenn ein Spieler nur noch eine Karte hat, verliert dieser Spieler. Wenn ein Spieler 2, 3, 4, 5 oder 6 Karten übrig hat, kann dieser Spieler die Karte für den Gegner übriglassen und gewinnt. Wenn ein Spieler 7 Karten übrig hat, besteht die einzige Möglichkeit darin, 2, 3, 4, 5 oder 6 Karten dem Gegner zu lassen, daher verliert dieser Spieler. Wenn ein Spieler 8 oder 9 Karten hat, kann dieser Spieler 7 Karten dem Gegner übriglassen und gewinnt. Deshalb soll Robert **7** Karten für Sonja übriglassen.

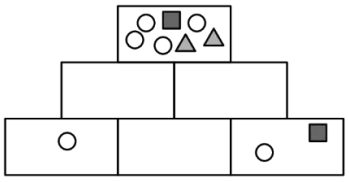
19. Ein Hase, ein Biber und ein Känguru machen einen Wettbewerb. Alle drei beginnen gleichzeitig beim Start und springen in die gleiche Richtung.
Mit einem Sprung kommt der Biber immer ein Feld weiter. Der Hase kommt mit einem Sprung immer zwei Felder und das Känguru immer drei Felder weiter.
Sieger ist, wer mit der geringsten Anzahl an Sprüngen genau im Ziel landet.
Wer gewinnt den Wettbewerb?

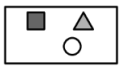
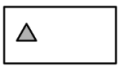
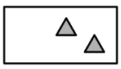


(A) Biber (B) Hase (C) Känguru (D) Känguru und Hase **(E)** Känguru und Biber

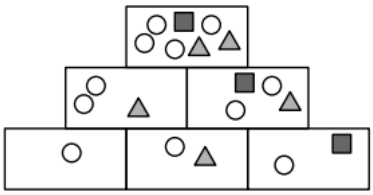
Lösung: Sowohl der Biber, als auch das Känguru benötigen jeweils 11 Sprünge um das Ziel zu erreichen.
Der Hase kann das Ziel niemals erreichen, daher ist die Lösung **E** richtig.

20. Tina zeichnet in jedes Feld der Pyramide Figuren. Jedes Feld in der zweiten und dritten Reihe enthält genau die Figuren der beiden darunterliegenden Felder.
In einige der Felder hat sie die Figuren schon gezeichnet.
Welche Figuren zeichnet sie in das leere Feld in der untersten Reihe?



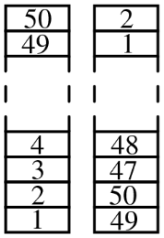
(A)  (B)  (C)  **(D)** (E)

Lösung: In der mittleren Reihe links muss ein Kreis sein, da es in der untersten Reihe im linken Feld einen Kreis gibt. In der mittleren Reihe rechts müssen ein Kreis und ein Quadrat gezeichnet werden, da diese beide Figuren wieder aus dem Feld der untersten Reihe übernommen werden. Da das oberste Feld vier Kreise, ein Quadrat und zwei Dreiecke hat, müssen in den Feldern in der zweiten Reihe zwei Kreise und zwei Dreiecke hinzugefügt werden. Die ersten beiden Felder in der untersten Reihe sind bereits vorgegeben, und da man zwei Kreise und zwei Dreiecke braucht, können in der untersten Reihe in der Mitte nur ein Kreis und ein Dreieck eingezeichnet werden, damit die weiteren Felder das gewünschte Ergebnis liefern.



21. Ein Turm besteht aus Blöcken, die von unten nach oben mit den Zahlen von 1 bis 50 beschriftet sind. Bob baut aus diesen Blöcken einen neuen Turm.
Dabei nimmt er jeweils die obersten zwei Blöcke vom alten Turm herunter und legt sie ohne ihre Reihenfolge zu verändern auf den neuen Turm (siehe Abbildung).
Welche beiden Bausteine liegen übereinander, wenn er mit dem Umschlichten fertig ist?

(A) 29 und 28 (B) 34 und 35 (C) 29 und 26 (D) 31 und 33 **(E)** 27 und 30



Lösung: Im neuen Turm befindet sich im untersten Block die Zahl 49, darüber liegt 50, dann 47 und 48. Jetzt kämen die Zahlen 45 und 46. Man kann folgendes Muster erkennen. Auf eine ungerade Zahl folgt die nächst höhere, auf eine gerade Zahl folgt eine Zahl, die um 3 kleiner ist. Nur bei Lösung **E** mit den Zahlen 27 und 30 kann man dieses Muster erkennen.

22. Martin hat drei Karten, die auf beiden Seiten mit einer Zahl beschriftet sind.
Martin legt die drei Karten, ohne Vorder- und Rückseite zu beachten, auf den Tisch.
Er addiert die drei Zahlen, die er dann sehen kann.
Wie viele verschiedene Summen kann Martin dabei erhalten?

(A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 9 **(E)** Es ist eine andere Anzahl.

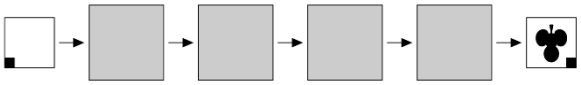
Lösung: Die kleinste Summe ist die Summe der Zahlen auf der Vorderseite der Karten. Jedes Mal, wenn sie eine der Karten umdrehen, erhöhen sie die Summe um 3. Dies ist dreimal möglich, es gibt also vier verschiedene Summen.

23. Anna hat zwei Maschinen R und S. Wenn sie ein quadratisches Blatt in Maschine R gibt, wird es im Uhrzeigersinn um 90° gedreht.

Wenn sie das Blatt in Maschine S gibt, wird es bedruckt.

Sie möchte dieses Bild herstellen:

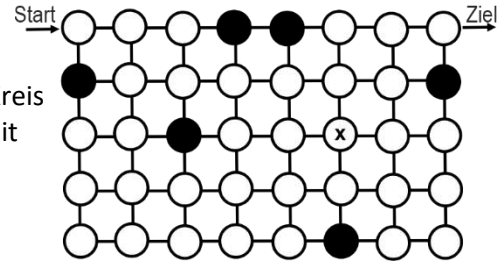
In welcher Reihenfolge verwendet Anna die beiden Maschinen, damit dieses Bild entsteht?



(A) SRRR **(B)** RSRR (C) SRSR (D) RRRS (E) SRRS

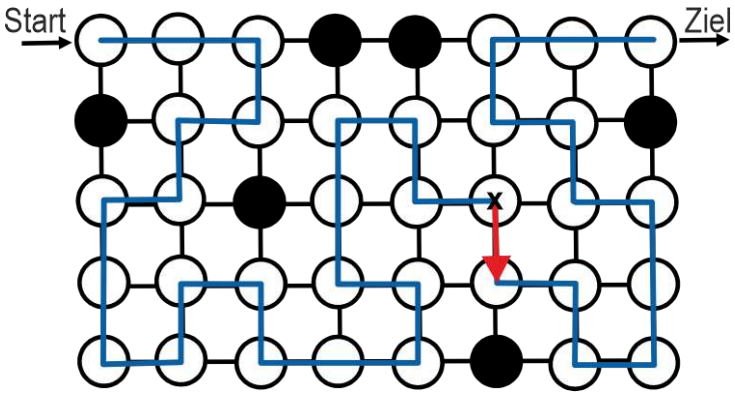
Lösung: Das Papier wurde dreimal um 90° im Uhrzeigersinn gedreht, dann wurde es gestempelt und weitere zweimal Um 90° gedreht. Daher liefert die Reihenfolge **RSRR** das Ergebnis.

24. Monika möchte einen Weg durch das Labyrinth vom Start bis zum Ende finden. Dabei muss sie folgende Regeln beachten: Sie darf sich nur waagrecht beziehungsweise senkrecht fortbewegen. Sie muss jeden weißen Kreis genau einmal betreten, darf aber auf keinen schwarzen Kreis betreten. In welche Richtung muss Monika gehen, wenn sie im Kreis mit dem X angelangt ist?



(A) ↓ (B) ↑ (C) → (D) ← (E) es gibt mehrere Möglichkeiten

Lösung: Der Weg durch das Labyrinth unter den gegebenen Voraussetzungen ist eindeutig bestimmt, und es gibt auch nur eine Möglichkeit den Weg nach dem „x“ so weiterzugehen, dass man zum Ziel kommt, siehe Grafik!



KÄNGURU DER MATHEMATIK 2023
16. 3. 2023

Kategorie: Kadett, Schulstufe: 7. – 8.

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 75 min.
jede richtige Antwort Aufgabe 1. - 10. 3 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 11. - 20. 4 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 21. - 30. 5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort: 0 Punkte
jede falsche Antwort: Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
dazu 30 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

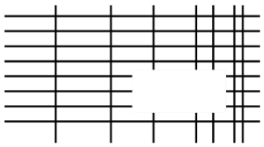
pwc

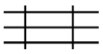
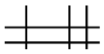
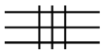
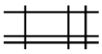
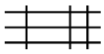
Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

Känguru der Mathematik 2023
Gruppe Kadett (7. und 8. Schulstufe)
Österreich – 16. 3. 2023

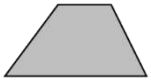
- 3 Punkte Beispiele -

1. Die Grafik zeigt ein Gitter aus senkrechten und waagrechten Linien.
Welcher Teil wurde aus dem Gitter geschnitten?



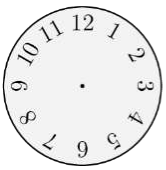
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

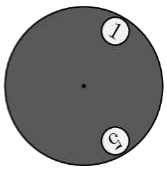
2. Welche der folgenden Figuren kann man **nicht** mit einer einzigen geraden Linie in zwei Trapeze teilen?

(A) (Dreieck) (B) (Rechteck) (C)  (Trapez)

(D) (regelmäßiges Sechseck) (E) (Quadrat)

3. Eine dunkle Scheibe mit zwei Löchern wird wie abgebildet auf das Ziffernblatt einer Uhr gelegt. Die dunkle Scheibe wird nun so gedreht, dass die Zahl 8 durch eines der beiden Löcher sichtbar ist.
Welche der Zahlen könnte man im anderen Loch sehen?



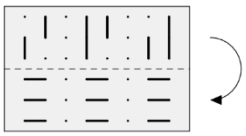


(A) 4 und 12 (B) 1 und 5 (C) 1 und 4 (D) 7 und 11 (E) 5 und 12

4. John wirft 150 Münzen auf einen Tisch. 60 von ihnen zeigen „Kopf“, die anderen zeigen „Zahl“. Er möchte, dass gleich viele Münzen „Kopf“ wie „Zahl“ zeigen. Wie viele Münzen, die „Zahl“ zeigen, muss er umdrehen?

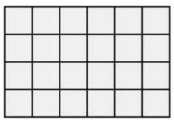
(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30

5. Kristina hat ein Stück durchsichtige Folie, auf dem einige Punkte und Linien gezeichnet sind. Sie faltet die Folie wie abgebildet entlang der strichlierten Linie.
Was sieht sie nun?



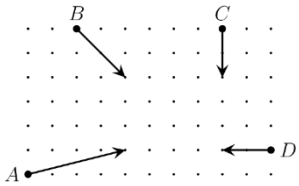
(A) (B) (C) (D) (E)

6. Ein Raster soll entlang der schwarzen Linien in lauter identische Figuren zerschnitten werden. Es darf kein Stück übrigbleiben.
In welche der folgenden Figuren kann das Raster auf diese Art **nicht** zerschnitten werden?



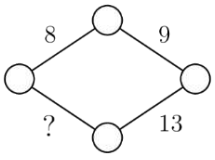
(A) (B) (C) (D) (E)

7. Die Grafik zeigt Ausgangspositionen, Fahrtrichtungen und Längen der Strecken, die vier Autodrom-Autos in 5 Sekunden zurücklegen.
Welche zwei Autos werden als erstes zusammenstoßen?



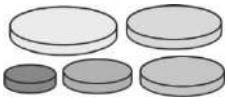
(A) A und B (B) A und C (C) A und D (D) B und C (E) C und D

8. Werner möchte jede Seite und jeden Eckpunkt der nebenstehenden Raute mit jeweils genau einer Zahl beschriften. Er möchte, dass die Zahl an jeder Seite gleich der Summe der Zahlen an den angrenzenden Eckpunkten ist. Welche Zahl schreibt er an die Stelle des Fragezeichens?



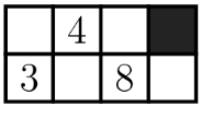
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

9. Anna hat fünf kreisrunde Scheiben, die alle unterschiedlich groß sind. Sie möchte einen Turm aus drei Scheiben bauen, wobei immer eine kleinere auf einer größeren Scheibe liegen muss. Auf wie viele Arten kann Anna den Turm bauen?



(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 15

10. Evita möchte die Zahlen von 1 bis 8 in jeweils ein Feld schreiben. Dabei sollen die Summen der Zahlen in den zwei Zeilen gleich sein. Die Summen der Zahlen in den vier Spalten sollen auch jeweils übereinstimmen. Sie hat bereits die Zahlen 3, 4 und 8 eingetragen (siehe Abbildung).
Welche Zahl muss sie ins dunkle Feld schreiben?

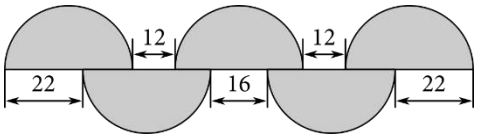


(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 6 (E) 7

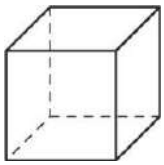
- 4 Punkte Beispiele -

11. Dorli schreibt drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen in aufsteigender Reihenfolge.
Sie ersetzt die Ziffern durch Symbole und erhält: □♦♦, ♡ΔΔ, ♡Δ□.
Was wäre die nächstgrößere Zahl in dieser Schreibweise?
(A) ♡♡♦ (B) □♡□ (C) ♡Δ♦ (D) ♡♦□ (E) ♡Δ♡

12. Die Grafik zeigt 5 gleich große Halbkreise und die Längen von 5 Strecken.
Wie groß ist der Radius eines Halbkreises?
(A) 12 (B) 16 (C) 18 (D) 22 (E) 36



13. Einige Kanten eines Würfels werden derart rot gefärbt, dass jede Fläche des Würfels mindestens eine rote Kante hat.
Wie viele rote Kanten hat der Würfel mindestens?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

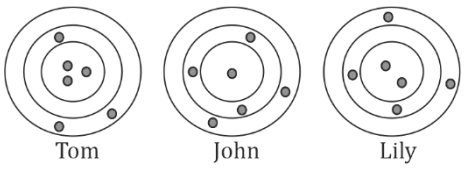


14. Die Ziffern 0 bis 9 können mit Zündhölzern gelegt werden (siehe Abbildung).
Wie viele verschiedene positive ganze Zahlen können auf diese Weise mit genau 6 Zündhölzern gelegt werden?
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

15. Die Seiten eines Quadrats sind 1 cm lang.
Wie viele Punkte in der Ebene gibt es, die von zwei Eckpunkten des Quadrats genau 1 cm entfernt sind?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 10 (E) 12

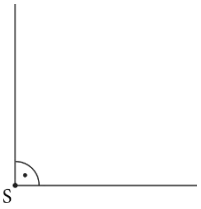
16. Einige Kängurus und drei Biber stehen in einem Kreis. Kein Biber steht direkt neben einem anderen Biber.
Es gibt genau drei Kängurus, die direkt neben einem anderen Känguru stehen.
Was ist die größtmögliche Anzahl an Kängurus im Kreis?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

17. Tom, John und Lily haben jeweils 6 Pfeile auf eine Scheibe mit drei Bereichen geschossen (siehe Abbildung). Die Anzahl der Punkte eines Treffers hängt davon ab, welchen Bereich man trifft. Tom hat 46 Punkte und John hat 34 Punkte erreicht. Wie viele Punkte hat Lily erreicht?
(A) 37 (B) 38 (C) 39 (D) 40 (E) 41



18. Max und zwei seiner Freunde stehen in einer Reihe. Die Anzahl der Personen in der Reihe ist ein Vielfaches von 3. Er bemerkt, dass genau so viele Personen vor ihm wie hinter ihm stehen. Seine zwei Freunde stehen beide hinter ihm: einer an der 19. Stelle, der andere an der 28. Stelle der Reihe. An welcher Stelle der Reihe steht Max?
(A) 14. (B) 15. (C) 16. (D) 17. (E) 18.

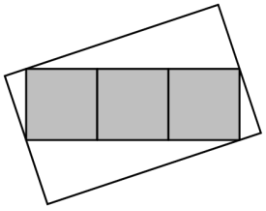
19. Zwei Strahlen bilden einen rechten Winkel mit Scheitel *S*. Es werden zusätzliche Strahlen mit Anfangspunkt *S* innerhalb des rechten Winkels eingezeichnet, sodass jeder der Winkel 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70° und 80° von zwei Strahlen eingeschlossen wird.
Wie viele Strahlen müssen mindestens eingezeichnet werden?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6



20. Die Summe von 2023 aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen ist 2023.
Was ist die Ziffernsumme der größten dieser Zahlen?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

- 5 Punkte Beispiele -

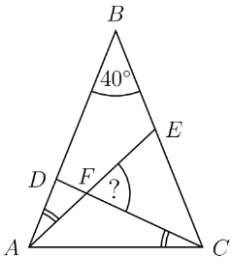
21. Die Abbildung zeigt ein graues Rechteck, das innerhalb eines größeren Rechtecks liegt und dessen Seiten berührt. Zwei Eckpunkte des grauen Rechtecks sind die Mittelpunkte der kürzeren Seiten des größeren Rechtecks. Das graue Rechteck besteht aus drei Quadraten, die jeweils einen Flächeninhalt von 25 cm^2 haben.
Wie groß ist der Flächeninhalt des größeren Rechtecks in cm^2?
(A) 125 (B) 136 (C) 149 (D) 150 (E) 172



22. Schneewittchen organisierte ein mehrtägiges Schachturnier für die sieben Zwerge. Dabei spielte jeder Zwerg genau ein Spiel gegen jeden anderen Zwerg.
Am Montag spielte Grumpy 1 Spiel, Sneezy spielte 2, Sleepy 3, Bashful 4, Happy 5 und Doc 6 Spiele.
Wie viele Spiele spielte der 7. Zwerg Dopey am Montag?

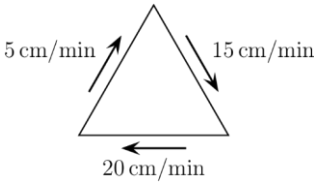
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

23. Das abgebildete Dreieck ABC ist gleichschenkelig mit $\measuredangle ABC = 40°$.
Die zwei gekennzeichneten Winkel $\measuredangle EAB$ und $\measuredangle DCA$ sind gleich groß.
Wie groß ist der Winkel $\measuredangle CFE$?



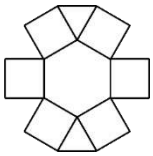
(A) 55° (B) 60° (C) 65° (D) 70° (E) 75°

24. Eine Ameise geht entlang der Seiten eines gleichseitigen Dreiecks (siehe Abbildung).
Ihre Geschwindigkeit beträgt bei der ersten Seite 5 cm/min,
bei der zweiten 15 cm/min und bei der dritten 20 cm/min.
Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit in cm/min geht die Ameise einmal um das ganze Dreieck?



(A) 10 (B) $\frac{80}{11}$ (C) $\frac{180}{19}$ (D) 15 (E) $\frac{40}{3}$

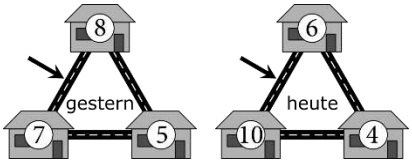
25. Elisabeth möchte alle ganzen Zahlen von 1 bis 9 in die Felder der abgebildeten Figur schreiben, sodass das Produkt der Zahlen zweier benachbarter Felder nicht größer als 15 ist.
Zwei Felder werden „benachbart“ genannt, wenn sie eine gemeinsame Kante haben.



Wie viele Möglichkeiten hat Elisabeth, die Felder zu beschriften?

(A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 24 (E) 32

26. Einige Mäuse leben in drei Häusern. Gestern Nacht verließ jede Maus ihr Haus und übersiedelte direkt in eines der anderen beiden Häuser. In der Abbildung sieht man, wie viele Mäuse gestern und heute in den einzelnen Häusern waren.
Wie viele Mäuse benutzten den Weg, der mit dem Pfeil markiert ist?

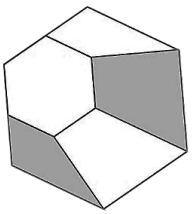


(A) 9 (B) 11 (C) 12 (D) 16 (E) 19

27. Bart schrieb die Zahl 1015 als Summe von Zahlen, die nur die Ziffer 7 enthalten. Er benutzte dafür die Ziffer 7 insgesamt 10 Mal. Nun möchte er auch die Zahl 2023 als Summe von Zahlen schreiben, die nur die Ziffer 7 enthalten. Er benutzt die Ziffer 7 insgesamt 19 Mal.
Wie oft muss er die Zahl 77 verwenden?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

28. Ein regelmäßiges Sechseck ist in vier Vierecke und ein kleineres regelmäßiges Sechseck unterteilt. Das Verhältnis $\frac{Flächeninhalt\ des\ dunklen\ Bereiches}{Flächeninhalt\ des\ kleinen\ Sechsecks} = \frac{4}{3}$.



Wie groß ist das Verhältnis $\frac{Flächeninhalt\ des\ kleinen\ Sechsecks}{Flächeninhalt\ des\ großen\ Sechsecks}$?

(A) $\frac{3}{11}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{3}{5}$

29. Jakob schrieb sechs aufeinanderfolgende Zahlen auf sechs kleine weiße Papierstücke, eine Zahl pro Papierstück. Er klebte diese sechs Papierstücke auf die Vorder- und die Rückseite von drei Münzen. Dann warf er die Münzen dreimal. Nach dem ersten Wurf kamen die Zahlen 6, 7, 8 oben zu liegen (siehe Abbildung), die Jakob danach rot bemalte.
Nach dem zweiten Wurf war die Summe der sichtbaren Zahlen 23 und nach dem dritten Wurf die Summe 17.
Wie groß ist die Summe der Zahlen auf den drei weißen Papierstücken?

(A) 18 (B) 19 (C) 23 (D) 24 (E) 30

30. Ein Rugby-Team erreichte 24, 17 und 25 Punkte im 7., 8. und 9. Spiel der vergangenen Saison. Die durchschnittliche Punktezahl pro Spiel war nach 9 Spielen höher als nach ihren ersten 6 Spielen. Ihr Durchschnitt nach 10 Spielen war mehr als 22 Punkte. Wie viele Punkte haben sie im 10. Spiel mindestens erreicht?

(A) 22 (B) 23 (C) 24 (D) 25 (E) 26

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2023
16. 3. 2023

Level: Kadett, Grade: Schulstufe 7 + 8

Name:	
School:	
Class:	

Time: 75 min.
30 starting points
each correct answer to questions 1. – 10.: 3 points
each correct answer to questions 11. – 20.: 4 points
each correct answer to questions 21. – 30.: 5 points
each questions left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 bis 30). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

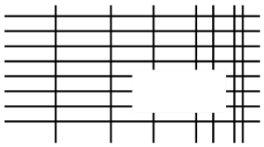
pwc

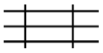
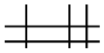
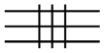
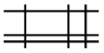
Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

Känguru der Mathematik 2023
Level Kadett (Schulstufe 7 and 8)
Austria – 16. 3. 2023

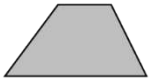
- 3 Point Examples -

1. The diagram shows a grid made of vertical and horizontal lines.
Which part was cut from the grid?



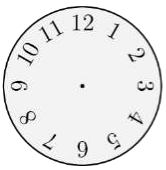
(A)  (B)  (C)  (D)  (E)

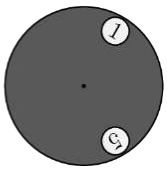
2. Which of the following shapes **cannot** be cut into two trapeziums with one single straight line?

(A) (triangle) (B) (rectangle) (C)  (trapezium)

(D) (regular hexagon) (E) (square)

3. A dark disc with two holes is placed on top of a dial of a watch as shown. The dark disc is now rotated so that the number 8 can be seen through one of the holes.
Which of the numbers could one see through the other hole now?



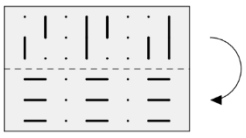


(A) 4 and 12 (B) 1 and 5 (C) 1 and 4 (D) 7 and 11 (E) 5 and 12

4. John throws 150 coins onto a table. 60 of them show „head“, the others show „tail“. He wants the same amount of coins to show „head“ as „tail“. How many coins that show „head“ does he have to turn over?

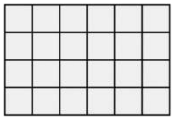
(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30

5. Kristina has a piece of see-through foil on which some points and lines are drawn. She folds the foil along the dotted line.
What can she see now?



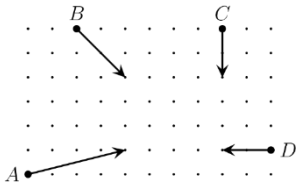
(A) (B) (C) (D) (E)

6. A grid should be cut along the black lines into several identical shapes. No piece is to be left over.
Into which of the following shapes is it **not** possible to cut this grid in this way?



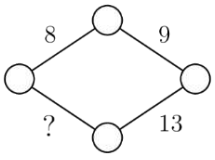
(A) (B) (C) (D) (E)

7. The diagram shows the starting position, the direction and the distance covered within 5 seconds by four bumper cars.
Which two cars will first crash into each other?



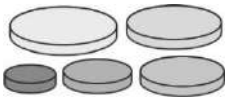
(A) A and B (B) A and C (C) A and D (D) B and C (E) C and D

8. Werner wants to label each side and each corner point of the rhombus shown with exactly one number. He wants the number on each side to be equal to the sum of the numbers on the corner points of that sides.
Which number is he going to write in the place of the question mark?



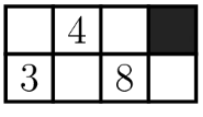
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

9. Anna has five circular discs that are all of different sizes. She wants to build a tower using three discs where a smaller disc always has to lie on top of a bigger disc.
How many ways are there for Anna to build the tower?



(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 15

10. Evita wants to write the numbers from 1 to 8 with one number in each field. The sum of the numbers in each row should be equal. The sum of the numbers in the four columns should also be the same. She has already written in the numbers 3, 4 and 8 (see diagram).
Which number does she have to write in the dark field?

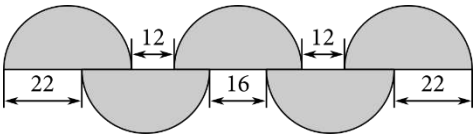


(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 6 (E) 7

- 4 Point Examples-

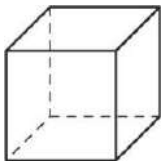
11. Dorli writes down three consecutive natural numbers in increasing order.
She replaces the digits using symbols and gets: □♦♦, ♡ΔΔ, ♡Δ□.
What would be the next bigger number in this notation?
(A) ♡♡♦ (B) □♡□ (C) ♡Δ♦ (D) ♡♦□ (E) ♡Δ♡

12. The diagram shows 5 equally big semicircles and the length of 5 distances.
How big is the radius of one semicircle?



(A) 12 (B) 16 (C) 18 (D) 22 (E) 36

13. Some edges of a cube are coloured in red so that each sides of the cube has at least one red edge.
What is the minimum number of red edges that the cube has?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

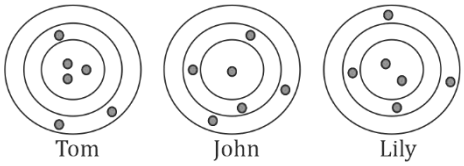
14. The digits 0 to 9 can be formed using matchsticks (see diagram).
How many different positive whole numbers can be formed this way with exactly 6 matchsticks?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

15. The side lengths of a square are 1 cm long.
How many points on a plane surface are there that are exactly 1 cm away from two corner points of the square?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 10 (E) 12

16. Some kangaroos and three beavers are standing in a circle. No beaver stands directly next to another beaver. There are exactly three kangaroos that are standing next to another kangaroo.
What is the biggest possible number of kangaroos in the circle?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

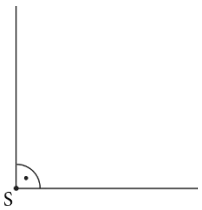
17. Tom, John and Lily have each shot 6 arrows on a disc with three sections (see diagram). The number of points of a hit depends on the section that has been hit. Tom has 46 points and John has 34 points. How many points did Lily get?



(A) 37 (B) 38 (C) 39 (D) 40 (E) 41

18. Max and two of his friends are standing in a line. The number of people in the line is a multiple of 3. He realises that there are the same number of people in front of him as there are behind him. His two friends are both behind him: one is in position 19, the other one in position 28 of the line. In which position of the line is Max?
(A) 14. (B) 15. (C) 16. (D) 17. (E) 18.

19. Two rays starting in *S* form a right angle. More rays starting in *S* are drawn within the right angle so that each angle 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70° and 80° is enclosed by two rays.
What is the minimum number of rays that have to be drawn?

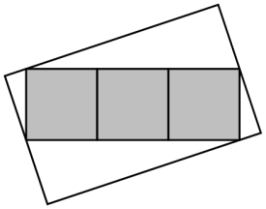


(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

20. The sum of 2023 consecutive integers is 2023.
What is the sum of the digits of the biggest of those numbers?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

- 5 Point Examples -

21. The diagram shows a grey rectangle that lies within a bigger rectangle which sides it touches. Two corner points of the grey rectangle are the midpoints of the shorter sides of the bigger rectangle. The grey rectangle is made up of three squares that each have an area of 25 cm^2.
How big is the area of the bigger rectangle in cm^2?

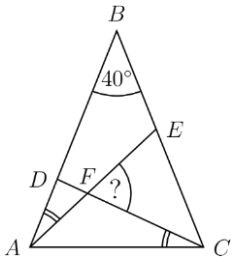


(A) 125 (B) 136 (C) 149 (D) 150 (E) 172

22. Snow White organises a chess tournament for the seven dwarfs lasting several days. Every dwarf has to play every other dwarf exactly once.
On Monday Grumpy plays 1 game, Sneezy plays 2, Sleepy 3, Bashful 4, Happy 5 and Doc 6 games.
How many games does Dopey, the 7th dwarf, play on Monday?

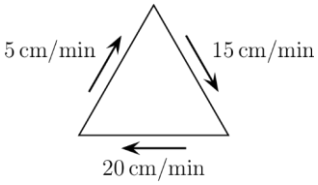
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

23. The shown triangle ABC is isosceles with $\measuredangle ABC = 40°$.
The two angles indicated $\measuredangle EAB$ and $\measuredangle DCA$ are equally big.
How big is the angle $\measuredangle CFE$?



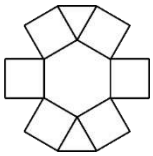
(A) 55° (B) 60° (C) 65° (D) 70° (E) 75°

24. An ant walks along the sides of an equilateral triangle (see diagram). Its velocity is 5 cm/min along the first side, 15 cm/min along the second and 20 cm/min along the third.
With which average velocity in cm/min does the ant walk once around the entire triangle?



(A) 10 (B) $\frac{80}{11}$ (C) $\frac{180}{19}$ (D) 15 (E) $\frac{40}{3}$

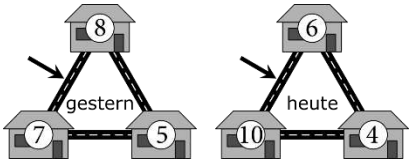
25. Elisabeth wants to write the numbers 1 to 9 in the fields of the diagram shown so that the product of the numbers of two fields next to each other is no greater than 15.
Two fields are called „next to each other“ if they share a common edge.



How many ways are there for Elisabeth to label the fields?

(A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 24 (E) 32

26. Several mice live in three houses. Last night every mouse left their house and moved directly to one of the other two houses. The diagram shows how many mice were in each house yesterday and today.
How many mice used the path that is indicated with an arrow?

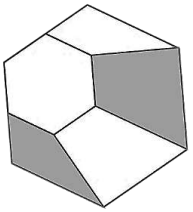


(A) 9 (B) 11 (C) 12 (D) 16 (E) 19

27. Bart wrote the number 1015 as a sum of numbers that are made up of only the digit 7. In total he uses the digit 7, 10 times. Now he wants to the write the number 2023 as a sum of numbers that are made up of only the digit 7. He uses the digit 7, 19 times in total.
How often does he have to use the number 77?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

28. A regular hexagon is split into four quadrilaterals and a smaller regular hexagon.
The ratio $\frac{Area\ of\ the\ dark\ sections}{Area\ of\ the\ small\ hexagon} = \frac{4}{3}$.



How big is the ratio $\frac{Area\ of\ the\ small\ hexagon}{Area\ of\ the\ big\ hexagon}$?

(A) $\frac{3}{11}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{3}{5}$

29. Jakob wrote six consecutive numbers on six little pieces of white paper, one number per piece of paper. He stuck those six pieces of paper on the front and back of three coins. Then he threw the coins three times. After the first throw the numbers 6, 7, 8 were on top (see diagram) which Jakob then coloured in red.
After the second throw the sum of the numbers on top was 23 and after the third throw the sum was 17.
How big is the sum of the numbers on the three white pieces of paper?

(A) 18 (B) 19 (C) 23 (D) 24 (E) 30

30. A rugby team scored 24, 17 and 25 points in their 7th , 8th and 9th game of the previous season. The average number of points per game was higher after 9 games than after their first 6 games. Their average after 10 games was more than 22 points. What is the minimum number of points they have scored in their 10th game?

(A) 22 (B) 23 (C) 24 (D) 25 (E) 26

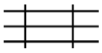
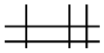
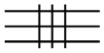
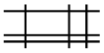
Känguru der Mathematik 2022
Gruppe Kadett (7. und 8. Schulstufe)
Österreich – 16. 3. 2022

Lösungsvektor

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E	A	A	B	C	D	B	B	D	E	E	C	B	C	E	B	D	D	B	A	D	C	D	C	C	B	E	A	A	C

3 Punkte Beispiele

1. Die Grafik zeigt ein Gitter aus senkrechten und waagrechten Linien.
Welcher Teil wurde aus dem Gitter geschnitten?

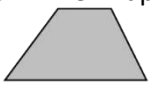
(A)  (B)  (C)  (D)  **(E)**

Lösung:

2. Welche der folgenden Figuren kann man nicht mit einer einzigen geraden Linie in zwei Trapeze teilen?

(A) (Dreieck)

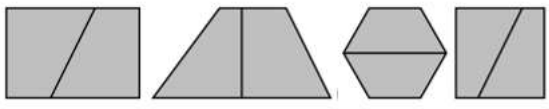
(B) (Rechteck)

(C)  (Trapez)

(D) (regelmäßiges Sechseck)

(E) (Quadrat)

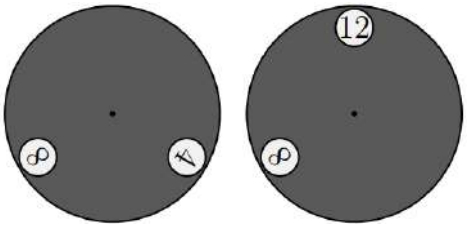
Lösung:
(B) bis (E) können jeweils mit einer geraden Linie in zwei Trapeze geteilt werden:



3. Eine dunkle Scheibe mit zwei Löchern wird wie abgebildet auf das Ziffernblatt einer Uhr gelegt. Die dunkle Scheibe wird nun so gedreht, dass die Zahl 8 durch eines der beiden Löcher sichtbar ist.
Welche der Zahlen könnte man im anderen Loch sehen?

(A) 4 und 12 (B) 1 und 5 (C) 1 und 4 (D) 7 und 11 (E) 5 und 12

Lösung: Das Bild zeigt, dass in einem Loch die um 4 größere Zahl sichtbar ist als die im anderen Loch. Wenn die 8 in einem Loch sichtbar ist, können die 4 oder die 12 im anderen Loch sichtbar sein (siehe Grafik). Dadurch ist (A) korrekt.

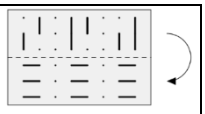


4. John wirft 150 Münzen auf einen Tisch. 60 von ihnen zeigen „Kopf“, die anderen zeigen „Zahl“. Er möchte, dass gleich viele Münzen „Kopf“ wie „Zahl“ zeigen. Wie viele Münzen, die „Zahl“ zeigen, muss er umdrehen?

(A) 10 **(B)** 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30

Lösung:
Die Hälfte der Münzen sind 75 Münzen. Also müssen jeweils 75 Münzen „Kopf“ und „Zahl“ zeigen. 60 zeigen bereits „Kopf“, also muss er noch 15 umdrehen.

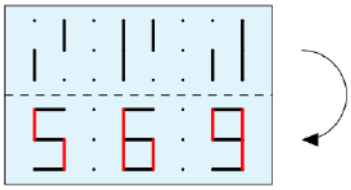
5. Kristina hat ein Stück durchsichtige Folie, auf dem einige Punkte und Linien gezeichnet sind. Sie faltet die Folie wie abgebildet entlang der strichlierten Linie.



Was sieht sie nun?

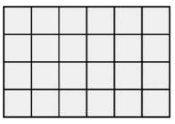
(A) (B) **(C)** (D) (E)

Lösung:



6. Ein Raster soll entlang der schwarzen Linien in lauter identische Figuren zerschnitten werden. Es darf kein Stück übrigbleiben.

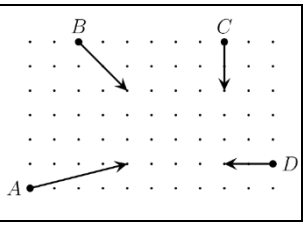
In welche der folgenden Figuren kann das Raster auf diese Art **nicht** zerschnitten werden?



(A) (B) (C) **(D)** (E)

Lösung: Das Raster besteht aus 24 Quadraten. Die Figur in (D) besteht aus 5 Quadraten.
24 ist kein Vielfaches von 5, also kann das Raster sicherlich nicht auf diese Art zerschnitten werden.

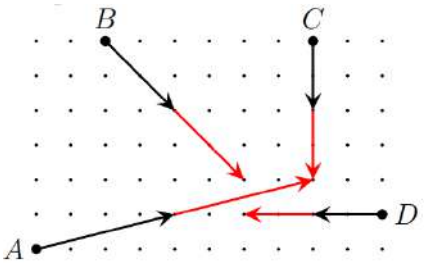
7. Die Grafik zeigt Ausgangspositionen, Fahrtrichtungen und Längen der Strecken, die vier Autodrom-Autos in 5 Sekunden zurücklegen.



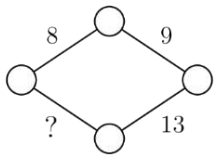
Welche zwei Autos werden als erstes zusammenstoßen?

(A) A und B **(B)** A und C (C) A und D (D) B und C (E) C und D

Lösung: Zeichnet man die Pfeile jeweils noch einmal ein, sieht man, dass die Positionen der Autodrom-Autos nach weiteren 5 Sekunden (siehe Grafik). Dabei stoßen A und C in einem Punkt zusammen.

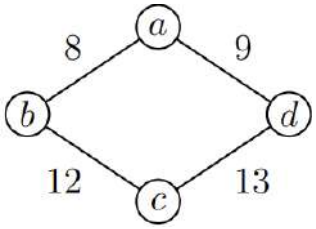


8. Werner möchte jede Seite und jeden Eckpunkt der nebenstehenden Raute mit jeweils genau einer Zahl beschriften. Er möchte, dass die Zahl an jeder Seite gleich der Summe der Zahlen an den angrenzenden Eckpunkten ist. Welche Zahl schreibt er an die Stelle des Fragezeichens?

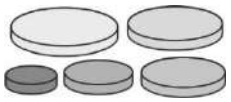


(A) 11 **(B)** 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

Lösung:
Wir bezeichnen die Zahlen in den Eckpunkten mit a, b, c und d.
Die Summe der beiden Zahlen an jeweils zwei gegenüberliegenden Seiten (z.B. $8 + 13$) muss jeweils gleich sein: Diese ist nämlich immer $a + b + c + d$ wegen $8 = a + b$ und $13 = d + c$. Dann muss $9 + ?$ auch gleich 22 sein.
Also ist (B) 12 die korrekte Antwort.



9. Anna hat fünf kreisrunde Scheiben, die alle unterschiedlich groß sind. Sie möchte einen Turm aus drei Scheiben bauen, wobei immer eine kleinere auf einer größeren Scheibe liegen muss.
Auf wie viele Arten kann Anna den Turm bauen?



(A) 5 (B) 6 (C) 8 **(D)** 10 (E) 15

Lösung:
Wir nummerieren die Scheiben der Größe nach: Sei D1 die Scheibe mit dem kleinsten Radius und D5 die Scheibe mit dem größten Radius.
(D3, D4, D5) sei der Turm, bei dem die Scheibe D3 auf D4 und D5 ganz unten liegt.

Alle möglichen Türme sind:
(D3, D4, D5) (D2, D4, D5) (D1, D4, D5) (D2, D3, D5) (D1, D3, D5)
(D1, D2, D5) (D2, D3, D4) (D1, D3, D4) (D1, D2, D4) (D1, D2, D3)

Also gibt es 10 verschiedene mögliche Türme.

10. Evita möchte die Zahlen von 1 bis 8 in jeweils ein Feld schreiben. Dabei sollen die Summen der Zahlen in den zwei Zeilen gleich sein. Die Summen der Zahlen in den vier Spalten sollen auch jeweils übereinstimmen. Sie hat bereits die Zahlen 3, 4 und 8 eingetragen (siehe Abbildung).
Welche Zahl muss sie ins dunkle Feld schreiben?

	4		
3		8	

(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 6 **(E)** 7

Lösung: Die Gesamtsumme aller Zahlen von 1 bis 8 ist 36, also muss die Summe der Zahlen in den zwei Zeilen jeweils 18 sein und die Summe in den vier Spalten jeweils 9.
Das Feld muss also so beschriftet werden:

6	4	1	7
3	5	8	2

– 4 Punkte Beispiele –

11. Dorli schreibt drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen in aufsteigender Reihenfolge.
Sie ersetzt die Ziffern durch Symbole und erhält: □♦♦, ♡ΔΔ, ♡Δ□.
Was wäre die nächstgrößere Zahl in dieser Schreibweise?

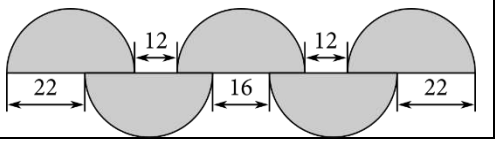
(A) ♡♡♦ (B) □♡□ (C) ♡Δ♦ (D) ♡♦□ **(E)** ♡Δ♡

Lösung: Da sich die erste Ziffer ändert, können wir daraus schließen, dass ♦ = 9, Δ = 0 und □ = 1.

Also ist □♦♦ = 199, ♡ΔΔ = 200 und ♡Δ□ = 201. Die nächste Zahl ist 202 und diese muss so aussehen: ♡Δ♡

12. Die Grafik zeigt 5 gleich große Halbkreise und die Längen von 5 Strecken.
Wie groß ist der Radius eines Halbkreises?

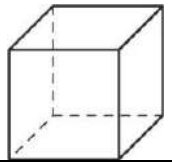
(A) 12 (B) 16 **(C)** 18 (D) 22 (E) 36



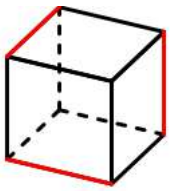
Lösung: Sei r der Radius der Halbkreise.
Aus der Grafik kann man dann die folgende Gleichung ablesen: $6r + 12 + 12 = 4r + 22 + 16 + 22$
Daraus folgt: $r = 18$

13. Einige Kanten eines Würfels werden derart rot gefärbt, dass jede Fläche des Würfels mindestens eine rote Kante hat.
Wie viele rote Kanten hat der Würfel mindestens?

(A) 2 **(B)** 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6



Lösung: Dass 2 rote Kanten nicht ausreichen, um alle Flächen eine rote Kante haben, ist klar.
In der nebenstehenden Grafik sieht man ein Beispiel, wie dies mit 3 roten Kanten möglich ist:



14. Die Ziffern 0 bis 9 können mit Zündhölzern gelegt werden (siehe Abbildung).
Wie viele verschiedene positive ganze Zahlen können auf diese Weise mit genau 6 Zündhölzern gelegt werden?

(A) 2 (B) 4 **(C)** 6 (D) 8 (E) 9

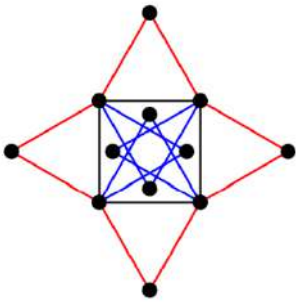
Lösung: Man muss sich überlegen, welche Ziffer aus wie vielen Streichhölzern besteht:

Ziffer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Anzahl Streichhölzer	6	2	5	5	4	5	6	3	7	6

Nun sucht man die Kombinationsmöglichkeiten für 6 Streichhölzer. Da keine Ziffer mit einem einzigen Zündholz gelegt werden kann, gibt es folgende Möglichkeiten: $6 = 4 + 2 = 3 + 3 = 2 + 2 + 2$
Die Ziffer 4 benötigt 4 Zündhölzer, die Ziffer 1 braucht 2 Zündhölzer und die Ziffer 7 braucht 3 Zündhölzer.
Also können folgende 6 Zahlen mit genau 6 Zündhölzern gelegt werden:
6, 9, 14, 41, 77, 111

15. Die Seiten eines Quadrats sind 1 cm lang.
Wie viele Punkte in der Ebene gibt es, die von zwei Eckpunkten des Quadrats genau 1 cm entfernt sind?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 10 **(E)** 12

Lösung: Es gibt insgesamt 12 Punkte, die genau 1 cm von zwei Eckpunkten des Quadrats entfernt sind: 4 innerhalb de Quadrats, 4 außerhalb des Quadrats und dazu noch die 4 Eckpunkte:



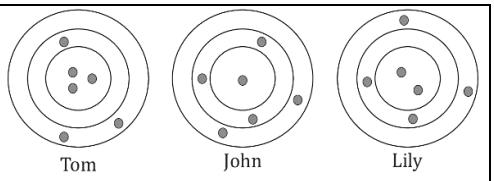
16. Einige Kängurus und drei Biber stehen in einem Kreis. Kein Biber steht direkt neben einem anderen Biber.
Es gibt genau drei Kängurus, die direkt neben einem anderen Känguru stehen.
Was ist die größtmögliche Anzahl an Kängurus im Kreis?
(A) 4 **(B)** 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Lösung:
Beginnen wir damit, dass drei Bieber im Kreis stehen: BBB.
Zwischen ihnen muss jeweils mindestens ein Känguru stehen, also mindestens: BKBKBK.

Es gibt drei Kängurus, die direkt neben einem anderen Känguru stehen. In der Variante BKKBKKBK hätten aber 4 Kängurus ein Känguru als Nachbarn, also bleibt nur die Möglichkeit BKKKBKBK.

Somit sind 5 Kängurus das Maximum.

17. Tom, John und Lily haben jeweils 6 Pfeile auf eine Scheibe mit drei Bereichen geschossen (siehe Abbildung). Die Anzahl der Punkte eines Treffers hängt davon ab, welchen Bereich man trifft. Tom hat 46 Punkte und John hat 34 Punkte erreicht. Wie viele Punkte hat Lily erreicht?
(A) 37 (B) 38 (C) 39 **(D)** 40 (E) 41



Lösung: Zählt man die Pfeile pro Scheibe von Tom und John zusammen, erhält man jeweils genau doppelt so viele wie die von Lily.

Tom und John haben gemeinsam $46 + 34 = 80$ Punkte erreicht, also hat Liliy 40 Punkte erreicht.

18. Max und zwei seiner Freunde stehen in einer Reihe. Die Anzahl der Personen in der Reihe ist ein Vielfaches von 3. Er bemerkt, dass genau so viele Personen vor ihm wie hinter ihm stehen. Seine zwei Freunde stehen beide hinter ihm: einer an der 19. Stelle, der andere an der 28. Stelle der Reihe. An welcher Stelle der Reihe steht Max?

(A) 14. (B) 15. (C) 16. **(D)** 17. (E) 18.

Lösung: Wir nehmen an, dass Martin n Personen vor ihm und n hinter ihm hat. Das bedeutet, er steht an der $n + 1$. Stelle.

Wir wissen außerdem: $n + 1 < 19$ und insgesamt stehen in der Reihe mindestens 28 Personen, also $2n + 1 \geq 28$

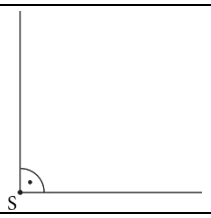
Also kann n nur noch $14, 15, 16$ oder 17 sein.

Die Anzahl der Personen in der Reihe ist durch 3 teilbar, also $3 | (2n + 1)$, muss $n = 16$ sein. Martin steht also an der 17. Stelle.

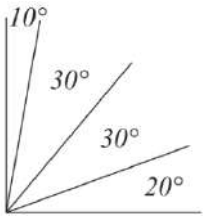
19. Zwei Strahlen bilden einen rechten Winkel mit Scheitel S. Es werden zusätzliche Strahlen mit Anfangspunkt S innerhalb des rechten Winkels eingezeichnet, sodass jeder der Winkel 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70° und 80° von zwei Strahlen eingeschlossen wird.

Wie viele Strahlen müssen mindestens eingezeichnet werden?

(A) 2 **(B)** 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6



Lösung: Man erkennt schnell, dass zwei zusätzliche Strahlen nicht ausreichen. Ein Beispiel für drei zusätzliche Strahlen ist in der folgenden Abbildung dargestellt:



20. Die Summe von 2023 aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen ist 2023.

Was ist die Ziffernsumme der größten dieser Zahlen?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Lösung: Würde man nur positive ganze Zahlen verwenden (zum Beispiel 1 bis 2023), wäre die Summe viel zu groß. Also müssen einige negative Zahlen verwendet werden.

Würde man alle ganzen Zahlen von -1011 bis 1011 addieren, erhält man die Summe 0.

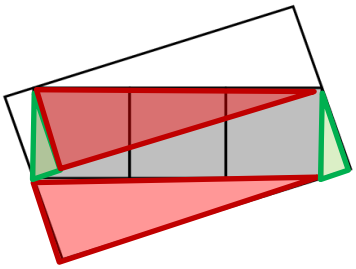
Stattdessen könnten wir jeweils die um 1 größeren Zahlen verwenden: Addiert man -1010 bis 1012, so ergeben die Zahlen von -1010 bis 1010 addiert 0 und $1011 + 1012 = 2023$.

Also ist 1012 die größte dieser Zahlen. Ihre Ziffernsumme ist $1 + 0 + 1 + 2 = 4$.

– 5 Punkte Beispiele –

21. Die Abbildung zeigt ein graues Rechteck, das innerhalb eines größeren Rechtecks liegt und dessen Seiten berührt. Zwei Eckpunkte des grauen Rechtecks sind die Mittelpunkte der kürzeren Seiten des größeren Rechtecks. Das graue Rechteck besteht aus drei Quadraten, die jeweils einen Flächeninhalt von 25 cm2 haben.
Wie groß ist der Flächeninhalt des größeren Rechtecks in cm2?
(A) 125 (B) 136 (C) 149 **(D)** 150 (E) 172

Lösung: Verschiebt man das untere große (rote) rechtwinkelige Dreieck sowie das kleine rechte (grüne) Dreieck in das graue Rechteck, so erkennt man, dass diese beiden Dreiecke gemeinsam genau halb so groß wie die Fläche des grauen Rechtecks sind.

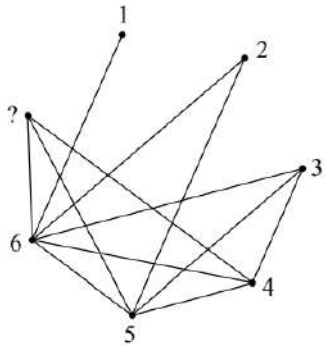


Das graue Rechteck hat eine Gesamtfläche von $75\ cm^2$.

Also ist der Flächeninhalt des weißen Rechtecks $4 \cdot \frac{75\ cm^2}{2} = 150\ cm^2$ groß.

22. Schneewittchen organisierte ein mehrtägiges Schachturnier für die sieben Zwerge. Dabei spielte jeder Zwerg genau ein Spiel gegen jeden anderen Zwerg.
Am Montag spielte Grumpy 1 Spiel, Sneezy spielte 2, Sleepy 3, Bashful 4, Happy 5 und Doc 6 Spiele.
Wie viele Spiele spielte der 7. Zwerg Dopey am Montag?
(A) 1 (B) 2 **(C)** 3 (D) 4 (E) 5

Lösung: Die Spiele sind in der folgenden Abbildung als Verbindungslinien zwischen den Zwergen eingezeichnet. An den Punkten steht jeweils die Anzahl an Spiele, die der Zwerg gespielt hat.



Dopey spielte also 3 Spiele.

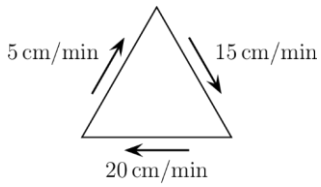
23. Das abgebildete Dreieck ABC ist gleichschenkelig mit ∡ABC=40°.
Die zwei gekennzeichneten Winkel ∡EAB und ∡DCA sind gleich groß.
Wie groß ist der Winkel ∡CFE?
(A) 55° (B) 60° (C) 65° **(D)** 70° (E) 75°

Lösung: Da das Dreieck gleichschenkelig ist, gilt: $\measuredangle BCA = \measuredangle CAB = \frac{180° - 40°}{2} = 70°$

Wir betrachten nun man das Dreieck FAC: $\measuredangle AFC = 180° - \measuredangle FCA - (70° - \measuredangle FCA) = 110°$

Der gesuchte Winkel $\measuredangle CFE$ ist dann $180° - 110° = 70°$ groß.

24. Eine Ameise geht entlang der Seiten eines gleichseitigen Dreiecks (siehe Abbildung). Ihre Geschwindigkeit beträgt bei der ersten Seite 5 cm/min, bei der zweiten 15 cm/min und bei der dritten 20 cm/min.
Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit in cm/min geht die Ameise einmal um das ganze Dreieck?



(A) 10 (B) $\frac{80}{11}$ **(C)** $\frac{180}{19}$ (D) 15 (E) $\frac{40}{3}$

Lösung:

Die Seitenlänge des Dreiecks sei x cm.

Die Ameise legt also eine Distanz von $3x$ cm zurück.

Dafür benötigt sie insgesamt $\frac{x}{5}+\frac{x}{15}+\frac{x}{20}=\frac{19x}{60}$ Minuten.

Ihre Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt also $\frac{3x\text{ cm}}{\frac{19x}{60}\text{ min}}=\frac{180}{19}\text{cm/min}$

25. Elisabeth möchte alle ganzen Zahlen von 1 bis 9 in die Felder der abgebildeten Figur schreiben, sodass das Produkt der Zahlen zweier benachbarter Felder nicht größer als 15 ist.
Zwei Felder werden „benachbart“ genannt, wenn sie eine gemeinsame Kante haben.
Wie viele Möglichkeiten hat Elisabeth, die Felder zu beschriften?

(A) 8 (B) 12 **(C)** 16 (D) 24 (E) 32

Lösung:

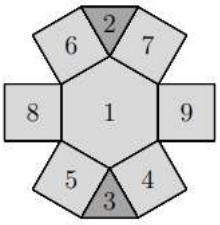
Man beachte, dass 8 und 9 höchstens einen Nachbarn haben dürfen, und dieser Nachbar muss jedenfalls 1 sein. Daraus folgt, dass die Zahlen 8 und 9 in den Feldern ganz rechts und links liegen müssen. Dafür gibt es 2 Möglichkeiten.

In der Mitte muss also die 1 stehen.

Dann bestimmen wir die Position der Zahlen 6 und 7, die beide nur die 1 und 2 als Nachbar haben dürfen. Es gibt also 4 Möglichkeiten, wobei das Dreieck zwischen der 6 und der 7 mit der 2 beschriftet werden muss.

Die 4 und 5 dürfen nicht benachbart sein, aber die 3 als Nachbar haben. So muss die 3 das Dreieck zwischen der 4 und 5 einnehmen, während es für die Anordnung von 4 und 5 2 Möglichkeiten gibt.

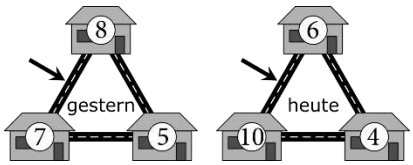
Insgesamt gibt es also $2\cdot 4\cdot 2=16$ Möglichkeiten, die Felder zu beschriften. Eine spezifische Möglichkeit ist in der Abbildung dargestellt.



26. Einige Mäuse leben in drei Häusern. Gestern Nacht verließ jede Maus ihr Haus und übersiedelte direkt in eines der anderen beiden Häuser. In der Abbildung sieht man, wie viele Mäuse gestern und heute in den einzelnen Häusern waren.

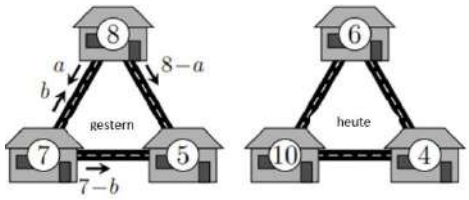
Wie viele Mäuse benutzten den Weg, der mit dem Pfeil markiert ist?

(A) 9 **(B)** 11 (C) 12 (D) 16 (E) 19



Lösung: Vom oberen Haus übersiedelten a Mäuse ins linke Haus und b Mäuse kamen in die Gegenrichtung (siehe Abbildung. Gesucht ist demnach $a + b$.

Zum rechten Haus gingen $8 - a + 7 - b$ Mäuse, also ist $8 - a + 7 - b = 4$. Also ist $a + b = 8 + 7 - 4 = 11$.



27. Bart schrieb die Zahl 1015 als Summe von Zahlen, die nur die Ziffer 7 enthalten. Er benutzte dafür die Ziffer 7 insgesamt 10 Mal. Nun möchte er auch die Zahl 2023 als Summe von Zahlen schreiben, die nur die Ziffer 7 enthalten. Er benutzt die Ziffer 7 insgesamt 19 Mal.

Wie oft muss er die Zahl 77 verwenden?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 **(E)** 6

```
  777
   77
+  77
   77
    7
 1015
```

Lösung:

Drei 777 sind zu viel, weil $3 \cdot 777 > 2023$ und eine ist zu wenig. Also muss die Zahl 777 zwei Mal verwendet werden. Es bleiben $2023 - 2 \cdot 777 = 469$ übrig.

$469 : 77 = 6$, … Wenn die Zahl 77 nur 5 Mal verwendet wird, müsste 7 genau 12 Mal verwendet werden, aber dann würden insgesamt zu viele Ziffern verwendet werden. Also muss die Zahl 77 genau 6 Mal verwendet werden.

```
  777
  777
   77
   77
+  77
   77
   77
   77
    7
 2023
```

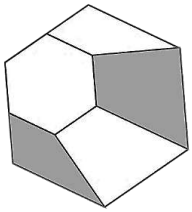
Alternative Lösung:

Da die Einerstelle von 2023 eine 3 ist, müssen wir also genau 9 Zahlen addieren, denn das einzige Vielfache von 7, das auf eine 3 endet, ist $7 \cdot 9 = 63$.

Bleibt also 6 als Zehnerübertrag. Die Zehner der neun Zahlen müssen also auf 6 enden, damit 6+6 auf einer 2 endet. 56 ist das einzige Vielfache von 7 mit einer 6 an der Einerstelle. Das bedeutet, dass die Zahl 7 nur einmal vorkommt (weil wir in 8 von 9 Zahlen zumindest eine 7 als Zehner brauchen).

Es gibt also wieder einen Übertrag von 6. Wir brauchen also noch an der Hunderterstelle die Summe 14 (um mit der 6 auf 20 zu kommen). Das bedeutet, es muss zwei Mal die Zahl 777 verwendet werden.

28. Ein regelmäßiges Sechseck ist in vier Vierecke und ein kleineres regelmäßiges Sechseck unterteilt. Das Verhältnis $\frac{Flächeninhalt\ des\ dunklen\ Bereiches}{Flächeninhalt\ des\ kleinen\ Sechsecks} = \frac{4}{3}$.



Wie groß ist das Verhältnis $\frac{Flächeninhalt\ des\ kleinen\ Sechsecks}{Flächeninhalt\ des\ großen\ Sechsecks}$?

(A) $\frac{3}{11}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{3}{5}$

Lösung: Sei A die Fläche des großen Sechsecks, a die Fläche des kleinen Sechsecks und d die Fläche des dunklen Bereichs. Dann ist $d = \frac{A-a}{2}$

Aus $\frac{d}{a} = \frac{4}{3}$ folgt dann also $\frac{a}{A} = \frac{3}{11}$

29. Jakob schrieb sechs aufeinanderfolgende Zahlen auf sechs kleine weiße Papierstücke, eine Zahl pro Papierstück. Er klebte diese sechs Papierstücke auf die Vorder- und die Rückseite von drei Münzen. Dann warf er die Münzen dreimal. Nach dem ersten Wurf kamen die Zahlen 6, 7, 8 oben zu liegen (siehe Abbildung), die Jakob danach rot bemalte.

Nach dem zweiten Wurf war die Summe der sichtbaren Zahlen 23 und nach dem dritten Wurf die Summe 17.

Wie groß ist die Summe der Zahlen auf den drei weißen Papierstücken?

(A) 18 (B) 19 (C) 23 (D) 24 (E) 30

Lösung: Die Zahlen 6, 7 und 8 wurden gesehen, also gibt es folgende Möglichkeiten für die sechs aufeinanderfolgenden Zahlen: 3 bis 8, 4 bis 9, 5 bis 10 oder 6 bis 11.

Die Summe 23 lässt sich nicht aus drei Zahlen zwischen 5 und 10 bilden und die Summe 17 kann nicht mit drei Zahlen aus 5 bis 10 und 6 bis 11 gebildet werden.

Es müssen also die Zahlen von 4 bis 9 sein und die Summe der Zahlen auf den drei weißen Zetteln muss $4 + 5 + 9 = 18$ sein.

30. Ein Rugby-Team erreichte 24, 17 und 25 Punkte im 7., 8. und 9. Spiel der vergangenen Saison. Die durchschnittliche Punktezahl pro Spiel war nach 9 Spielen höher als nach ihren ersten 6 Spielen. Ihr Durchschnitt nach 10 Spielen war mehr als 22 Punkte. Wie viele Punkte haben sie im 10. Spiel mindestens erreicht?

(A) 22 (B) 23 **(C)** 24 (D) 25 (E) 26

Lösung:

Der Punktedurchschnitt im 7., 8. und 9. Spiel betrug $\frac{24+25+17}{3} = 22$ Punkte. Das bedeutet, dass der Durchschnitt in den ersten sechs Spielen weniger als 22 Punkte betragen musste. Das bedeutet, dass das Team in den ersten 6 Spielen weniger als $6 \cdot 22 = 132$ erreicht haben musste.

In den 10 Spielen hat das Team mehr als 220 Punkte erreicht, also mindestens 221.

Also muss das Team im 10. Spiel mindestens $221 - 131 - 24 - 25 - 17 = 24$ Punkte erreicht haben.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2023
16. 3. 2023

Kategorie: Junior, Schulstufe: 9. – 10.

Vor- und Zuname:

Schule:

Klasse:

Arbeitszeit: 75 min.
jede richtige Antwort Beispiel 1. – 10.: 3 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 11. – 20.: 4 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 21. – 30.: 5 Punkte
jede Frage ohne Antwort: 0 Punkte
jede falsche Antwort: Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
dazu 30 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

Mit meiner Unterschrift gebe ich das Einverständnis, dass meine angeführten personenbezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte

Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

Ort, Datum Unterschrift

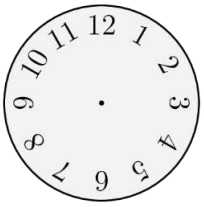
pwc

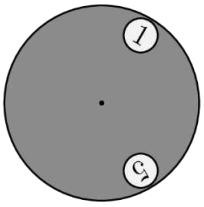
Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

Känguru der Mathematik 2023
Gruppe Junior (9. und 10. Schulstufe)
Österreich – 16. 3. 2023

- 3 Punkte Beispiele -

1. Eine dunkle Scheibe mit zwei Löchern wird wie abgebildet auf das Ziffernblatt einer Uhr gelegt. Die dunkle Scheibe wird nun so gedreht, dass die Zahl 10 durch eines der beiden Löcher sichtbar ist.

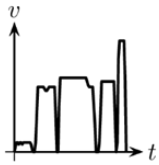
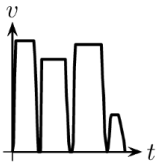
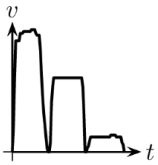
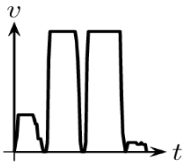
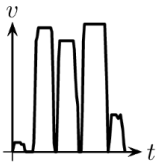




Welche der Zahlen könnte man dann im anderen Loch sehen?

(A) 2 und 6 (B) 3 und 7 (C) 3 und 6 (D) 1 und 9 (E) 2 und 7

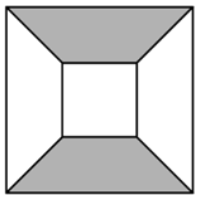
2. Auf ihrem Schulweg musste Maria zuerst zur U-Bahn laufen, stieg aus dieser zwei Haltestellen später wieder aus und ging anschließend den Rest des Weges zu Fuß bis zur Schule.
Welches der folgenden Geschwindigkeits-Zeit-Diagramme entspricht ihrem Schulweg am besten?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

3. Die beiden ganzen Zahlen m und n sind positiv und ungerade. Welche der folgenden Zahlen ist ungerade?

(A) $m \cdot n + 2$ (B) $(m+1) \cdot (n+1)$ (C) $m + n + 2$ (D) $m \cdot (n+1)$ (E) $m + n$

4. In einem großen Quadrat mit Seitenlänge 10 cm ist ein kleines Quadrat mit Seitenlänge 4 cm eingezeichnet, dessen Seiten parallel zu denen des großen Quadrats sind (siehe Abbildung).
Welcher Anteil der Figur ist gefärbt?

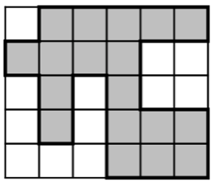


(A) 25 % (B) 30 % (C) 40 % (D) 42 % (E) 45 %

5. Heute ist Donnerstag. Welcher Wochentag ist in 2023 Tagen?

(A) Dienstag (B) Mittwoch (C) Donnerstag (D) Freitag (E) Samstag

6. Das abgebildete große Rechteck wird in 30 gleich große Quadrate unterteilt. Der Umfang der grau markierten Fläche ist 240 cm. Wie groß ist der Flächeninhalt des großen Rechtecks?

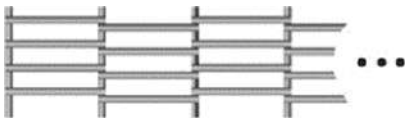


(A) 480 cm² (B) 750 cm² (C) 1080 cm² (D) 1920 cm² (E) 2430 cm²

7. Addiert man die Alter aller Mitglieder einer fünfköpfigen Familie, erhält man 80. Die jüngsten beiden Kinder sind 6 und 8 Jahre alt. Wie groß war die Summe der Alter der Familienmitglieder vor 7 Jahren?

(A) 35 (B) 36 (C) 44 (D) 46 (E) 66

8. Ein gerader Holzzaun besteht aus senkrechten in den Boden eingeschlagenen Balken, von denen jeder mit dem nächsten Balken durch 4 waagrechte Balken verbunden ist. Der Zaun beginnt und endet mit einem senkrechten Balken. Aus wie vielen Balken könnte ein solcher Zaun bestehen?



(A) 95 (B) 96 (C) 97 (D) 98 (E) 99

9. Wie viele Paare positiver ganzer Zahlen (a, b) erfüllen die Gleichung $\frac{a}{5} = \frac{7}{b}$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

10. Nachdem Beth insgesamt 200 Schachpartien gespielt hat, liegt ihre Gewinnrate genau bei 49 %.
Wie viele weitere Partien muss sie noch mindestens spielen, damit ihre Gewinnrate auf genau 50 % steigen kann?

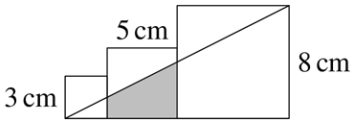
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

- 4 Punkte Beispiele -

11. Jennifer möchte Wasser sparen. Sie reduziert den Wasserdruck, dadurch sinkt der Wasserverbrauch um ein Viertel. Außerdem reduziert sie die Dauer des Duschens um ein Viertel.
Um welchen Anteil reduziert sie den Wasserverbrauch beim Duschen insgesamt?

(A) um $\frac{1}{4}$ (B) um $\frac{3}{8}$ (C) um $\frac{1}{16}$ (D) um $\frac{5}{12}$ (E) um $\frac{7}{16}$

12. In der Abbildung sind drei aneinander liegende Quadrate mit Seitenlängen 3 cm, 5 cm und 8 cm zu sehen. Wie groß ist der Flächeninhalt des gefärbten Trapezes?

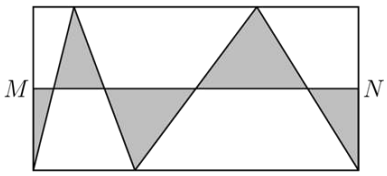


(A) 13 cm² (B) $\frac{55}{4}$ cm² (C) $\frac{61}{4}$ cm² (D) $\frac{65}{4}$ cm² (E) $\frac{69}{4}$ cm²

13. Ein Seil der Länge 95 m wird so in drei Teile geschnitten, dass jedes Teilstück um die Hälfte länger ist als das jeweils vorangehende Teilstück. Wie lang ist das längste der drei Teilstücke?

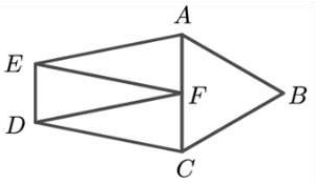
(A) 39 m (B) 42 m (C) 45 m (D) 48 m (E) 54 m

14. Die Punkte *M* und *N* sind die Mittelpunkte zweier Seiten des großen Rechtecks (siehe Abbildung). Welcher Anteil der Fläche des großen Rechtecks ist gefärbt?



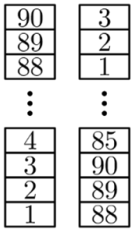
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

15. Das Fünfeck *ABCDE* ist in vier Dreiecke zerlegt, die alle den gleichen Umfang besitzen (siehe Abbildung). Das Dreieck *ABC* ist gleichseitig und die Dreiecke *AEF*, *DFE* und *CDF* sind kongruente gleichschenkelige Dreiecke.
Wie groß ist das Verhältnis des Umfangs des Fünfecks *ABCDE* zum Umfang des Dreiecks *ABC*?



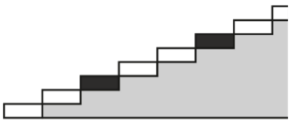
(A) 2 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{5}{3}$ (E) $\frac{5}{2}$

16. Ein Turm besteht aus Blöcken, die von unten nach oben mit den Zahlen von 1 bis 90 beschriftet sind. Bob baut aus diesen Blöcken einen neuen Turm. Dabei nimmt er jeweils die obersten drei Blöcke vom alten Turm herunter und legt sie, ohne ihre Reihenfolge zu verändern, auf den neuen Turm (siehe Abbildung). Wie viele Blöcke befinden sich im neuen Turm zwischen den beiden Blöcken mit den Nummern 39 und 40?



(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

17. Eine Treppe besteht aus 2023 Stufen. Jede dritte Stufe ist schwarz gefärbt. Die ersten sieben Stufen dieser Treppe sind in der Abbildung vollständig zu sehen. Anita geht die Treppe hinauf und betritt dabei jede der Stufen genau einmal. Sie kann entweder mit dem rechten oder linken Fuß beginnen und tritt dann abwechselnd mit dem rechten oder linken Fuß auf.
Wie viele schwarze Stufen betritt sie mindestens mit dem rechten Fuß?

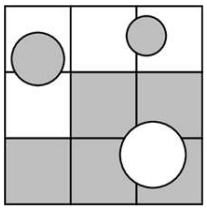


(A) 332 (B) 333 (C) 336 (D) 337 (E) 672

18. Wir nennen eine positive ganze Zahl *potenzfrei,* wenn keine ihrer Ziffern als Potenz einer ganzen Zahl mit Hochzahl größer als 1 geschrieben werden kann. Die Zahl 53 ist beispielsweise potenzfrei, aber die Zahl 54 ist nicht potenzfrei, da $4 = 2^2$ gilt.
Welche der folgenden Zahlen ist die Differenz der größten und kleinsten potenzfreien zweistelligen Zahlen?

(A) 24 (B) 55 (C) 63 (D) 88 (E) 89

19. Ein Quadrat mit Seitenlänge 30 cm ist in 9 Quadrate zerlegt. Wie in der Abbildung zu sehen, enthält das große Quadrat drei Kreise mit den Radien 5 cm (rechts unten), 4 cm (links oben) sowie 3 cm (rechts oben).
Wieviel cm² sind grau gefärbt?



(A) $500 + 25\pi$ (B) 500 (C) $400 + 50\pi$ (D) 400 (E) $500 - 25\pi$

20. Das arithmetische Mittel von fünf verschiedenen Primzahlen ist eine ganze Zahl.
Was ist der kleinstmögliche Wert dieses arithmetischen Mittels?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

- 5 Punkte Beispiele -

21. Die Zahlen von 1 bis 9 sollen gemäß folgenden Regeln auf die 9 Quadrate im Bild verteilt werden: In jedem Quadrat soll eine Zahl stehen. Die Summe von drei benachbarten Zahlen ist immer ein Vielfaches von 3. Die Zahlen 3 und 1 sind bereits eingesetzt worden.

				3		1		

Auf wie viele Arten können die übrigen Zahlen eingesetzt werden?

(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 24

22. Auf wie viele verschiedene Arten können wir das Wort *BANANA* in der folgenden Tabelle lesen, wenn wir immer nur zu einem Feld wechseln können, das eine Kante mit dem aktuellen Feld gemeinsam hat und Felder auch mehrmals verwendet werden dürfen?

B	A	B
A	N	A
B	A	B

(A) 56 (B) 64 (C) 84 (D) 112 (E) 128

23. Ausgehend von den vier Zahlen

$$2, 0, 2, 3$$

erstellt die Känguru-Maschine Zahlen nach der folgenden Regel: Die nächste Zahl ist jeweils die kleinste nicht-negative ganze Zahl, die verschieden von den vier direkt vorausgehenden Zahlen ist.
Welche Zahl befindet sich an der Position 2023?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

24. Aus einem Rechteck mit den Eckpunkten (0|0), (100|0), (100|50) und (0|50) wird ein Kreis mit Mittelpunkt (75|30) und Radius 10 ausgeschnitten.
Welche Steigung besitzt die Gerade, die den Punkt (75|30) enthält und den verbliebenen Teil des Rechtecks in zwei flächengleiche Teilstücke unterteilt?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{5}$ (E) $\frac{2}{3}$

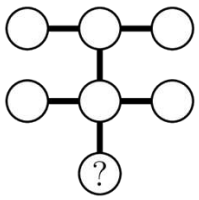
25. Wenn Matildas Smartphone ganz aufgeladen ist, hat es eine Laufzeit von

--- 32 Stunden, wenn sie durchgängig telefoniert,
--- 20 Stunden, wenn sie durchgängig im Internet surft und
--- 80 Stunden, wenn sie es gar nicht benutzt.

Matilda steigt mit einem zur Hälfte gefüllten Akku in einen Zug. Während der Zeit im Zug verbringt sie jeweils genau den gleichen Zeitraum mit Telefonieren, mit Internetsurfen und mit gar keiner Nutzung des Smartphones. Genau bei der Ankunft am Ziel wird der Akku leer.
Wie viele Stunden dauert die Zugfahrt?

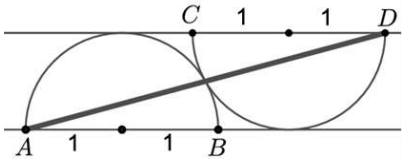
(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 18

26. Sieben paarweise verschiedene einstellige Zahlen werden so auf die abgebildeten Kreise verteilt, dass die Produkte der drei jeweils durch eine gerade Strecke verbundenen Zahlen in allen drei Fällen gleich sind.
Welche Zahl steht im Kreis mit dem Fragezeichen?



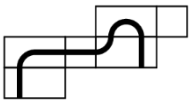
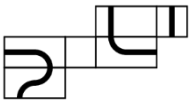
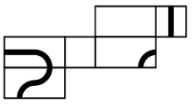
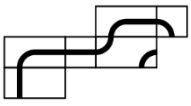
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

27. Gegeben sind zwei einander berührende Halbkreise mit Radius 1 und zueinander parallelen Durchmessern *AB* sowie *CD*. Die Verlängerungen der beiden Durchmesser sind gleichzeitig Tangenten an den jeweils anderen Halbkreis (siehe Abbildung).
Wie groß ist das Quadrat der Länge der Strecke *AD*?



(A) 16 (B) $8+4\sqrt{3}$ (C) 12 (D) 9 (E) $5+2\sqrt{3}$

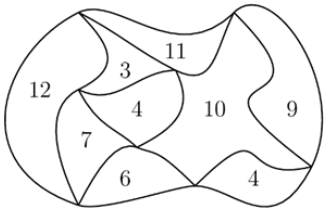
28. Leon hat einen geschlossenen Weg auf der Oberfläche eines Quaders gezeichnet.
Welches Netz kann seinen Weg **nicht** darstellen?

(A) (B)  (C)  (D)  (E) 

29. Auf einer Geraden sind einige Punkte markiert. Renate markiert zwischen jedem Paar benachbarter Punkte einen weiteren Punkt. Diesen Vorgang wiederholt sie drei weitere Male. Nun gibt es 225 markierte Punkte auf der Geraden.
Wie viele Punkte waren zu Beginn markiert?

(A) 15 (B) 20 (C) 25 (D) 29 (E) 32

30. Die Abbildung zeigt die Karte eines großen Parks. Der Park ist in einige Bereiche unterteilt, wobei die Zahl in jedem Bereich dessen Umfang in km angibt.
Wie groß ist der Umfang des gesamten Parks in km?



(A) 18 (B) 22 (C) 26 (D) 32 (E) 42

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2023
16. 3. 2023

Level: Junior, Grade: Schulstufe 9 + 10

Full name:

School:

Class:

Time: 75 min.
30 starting points
each correct answer to questions 1. – 10.: 3 points
each correct answer to questions 11. – 20.: 4 points
each correct answer to questions 21. – 30.: 5 points
each questions left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 bis 30). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

Mit meiner Unterschrift gebe ich das Einverständnis, dass meine angeführten personenbezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte

Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

Ort, Datum Unterschrift

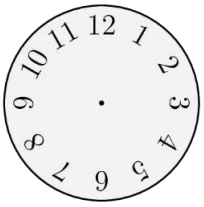
pwc

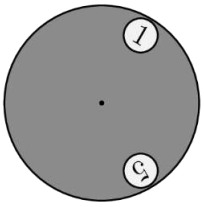
Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

Känguru der Mathematik 2023
Level Junior (Schulstufe 9 and 10)
Austria – 16. 3. 2023

- 3 Point Examples -

1. A dark disc with two holes is placed on the dial of a watch as shown in the diagram. The dark disc is now rotated so that the number 10 can be seen through one of the two holes.

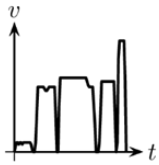


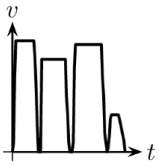


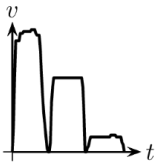
Which of the numbers could one see through the other hole now?

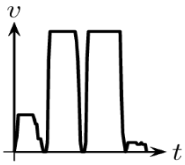
(A) 2 and 6 (B) 3 and 7 (C) 3 and 6 (D) 1 and 9 (E) 2 and 7

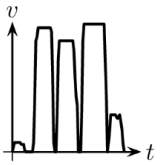
2. On her way to school Maria first had to run to the underground, she exited from that after two stops and subsequently walked the rest of the way by foot all the way to school.
Which of the following speed-time-diagrams best describes her journey to school?

(A) 

(B) 

(C) 

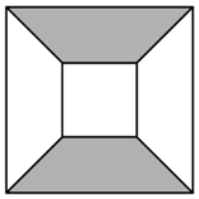
(D) 

(E) 

3. The two integers m and n are positive and odd. Which of the following numbers is odd?

(A) $m \cdot n + 2$ (B) $(m+1) \cdot (n+1)$ (C) $m + n + 2$ (D) $m \cdot (n+1)$ (E) $m + n$

4. A small square with side length 4 cm is drawn within a big square with side length 10 cm; their sides are parallel to each other (see diagram). What percentage of the figure is shaded?

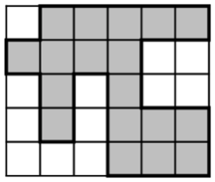


(A) 25 % (B) 30 % (C) 40 % (D) 42 % (E) 45 %

5. Today is Thursday. What day of the week is it in 2023 days?

(A) Tuesday (B) Wednesday (C) Thursday (D) Friday (E) Saturday

6. The big rectangle shown is divided into 30 equally big squares. The perimeter of the area shaded in grey is 240 cm. How big is the area of the big rectangle?

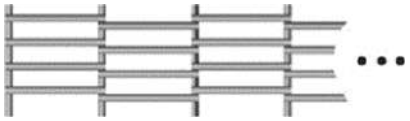


(A) 480 cm² (B) 750 cm² (C) 1080 cm² (D) 1920 cm² (E) 2430 cm²

7. If one adds the ages of all members of a family of five together, one gets 80. The two youngest children are 6 and 8 years old. How big was the sum of the ages of the family members 7 years ago?

(A) 35 (B) 36 (C) 44 (D) 46 (E) 66

8. A straight wooden fence is made up of vertical beams stuck in the ground which are each connected to the next beam by 4 horizontal beams. The fence begins and ends with a vertical beam. Out of how many beams could such a fence be made?



(A) 95 (B) 96 (C) 97 (D) 98 (E) 99

9. How many pairs of positive integers (a, b) fulfil the equation $\frac{a}{5} = \frac{7}{b}$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

10. After playing 200 games of chess, Beth's winning rate is exactly 49 %.
What is the minimum number of games she has to still play to increase her winning rate to 50 %?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

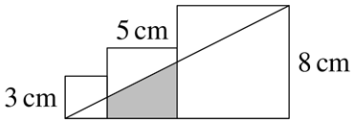
- 4 Points Examples -

11. Jennifer wants to save water. She reduces the water pressure and thus reduces the water usage by one quarter. Furthermore, she reduces the time she takes a shower by one quarter.

By which fraction in total does she reduce the water usage for her shower?

(A) by $\frac{1}{4}$ (B) by $\frac{3}{8}$ (C) by $\frac{1}{16}$ (D) by $\frac{5}{12}$ (E) by $\frac{7}{16}$

12. The diagram shows three adjacent squares with side lengths 3 cm, 5 cm and 8 cm. How big is the area of the shaded in trapezium?

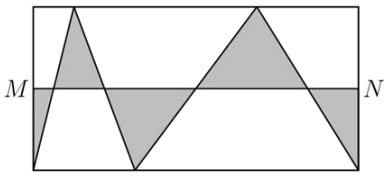


(A) 13 cm² (B) $\frac{55}{4}$ cm² (C) $\frac{61}{4}$ cm² (D) $\frac{65}{4}$ cm² (E) $\frac{69}{4}$ cm²

13. A rope with length 95 m is cut into three pieces so that each piece is half as long again as the respective previous piece. How long is the longest of the three pieces?

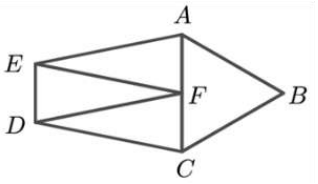
(A) 39 m (B) 42 m (C) 45 m (D) 48 m (E) 54 m

14. The points *M* and *N* are the midpoints of two sides of the big rectangle (see diagram). Which part of the area of the big rectangle is shaded?



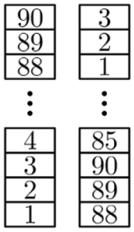
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

15. The pentagon *ABCDE* is split into four triangles that all have the same perimeter (see diagram). Triangle *ABC* is equilateral and the triangles *AEF*, *DFE* and *CDF* are congruent isosceles triangles.
How big is the ratio of the perimeter of the pentagon *ABCDE* to the perimeter of the triangle *ABC*?



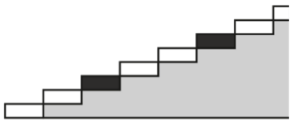
(A) 2 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{5}{3}$ (E) $\frac{5}{2}$

16. A tower consists of blocks that are labelled from bottom to top with the numbers from 1 to 90. Bob uses these blocks to build a new tower. For each step he takes the top three blocks from the old tower and places them on the new tower without changing their order (see diagram). How many blocks are there in the new tower between the blocks with the numbers 39 and 40?



(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

17. A staircase has 2023 steps. Every third step is coloured in black. The first seven steps of this staircase can be fully seen in the diagram. Anita walks up the staircase and steps on each step exactly once. She can start with either the right or the left foot and then steps down alternately with the right or left foot.
What is the minimum number of black steps she sets her right foot on?

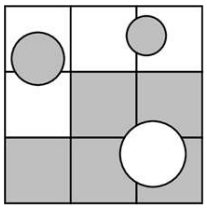


(A) 332 (B) 333 (C) 336 (D) 337 (E) 672

18. We call a positive integer *powerfree* if none of its digits can be written as a power of an integer with an exponent bigger than 1. For example, the number 53 is powerfree, but the number 54 is not powerfree since $4 = 2^2$.
Which one of the following numbers is the difference between the biggest and the smallest two-digit powerfree numbers?

(A) 24 (B) 55 (C) 63 (D) 88 (E) 89

19. A square with side length 30 cm is split into 9 squares. The big square contains three circles with radii 5 cm (bottom right), 4 cm (top left) as well as 3 cm (top right) as seen in the diagram. How many cm² are shaded in grey?



(A) $500 + 25\pi$ (B) 500 (C) $400 + 50\pi$ (D) 400 (E) $500 - 25\pi$

20. The arithmetic mean of five different prime numbers is an integer number.
What is the smallest possible number of this arithmetic mean?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

- 5 Points Examples -

21. The numbers from 1 to 9 should be distributed among the 9 squares in the diagram according to the following rules:

There should be one number in each square. The sum of three adjacent numbers is always a multiple of 3. The numbers 3 and 1 are already placed.
How many ways are there to place the remaining numbers?

(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 24

22. How many different ways are there to read the word *BANANA* in the following table if we can only cross to a field that shares an edge with the current field and we can use fields several times?

B	A	B
A	N	A
B	A	B

(A) 56 (B) 64 (C) 84 (D) 112 (E) 128

23. Starting with the four numbers

$$2, 0, 2, 3$$

the kangaroo-machine creates numbers according to the following rule: the next number is always the smallest non-negative integer that is different to the four directly previous numbers.
Which number is in position 2023?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

24. A circle with midpoint (75|30) and radius 10 is cut from a rectangle with vertices (0|0), (100|0), (100|50) and (0|50).
What is the gradient of the straight line that goes through the point (75|30) and divides the remaining part of the rectangle into two parts with equal area?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{5}$ (E) $\frac{2}{3}$

25. When Matilda's smartphone is fully charged it has a battery life of

32 hours if she phones continuously,

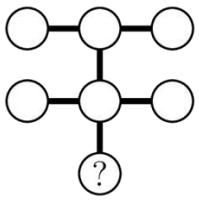
20 hours if she surfs the internet continuously and

80 hours if she does not use it at all.

Matilda boards a train with a half full battery. During her time on board she spends the same amount of time each on phoning, surfing the internet and not using the phone at all. Just when she arrives at her destination the battery is empty.
How many hours did the train ride take?

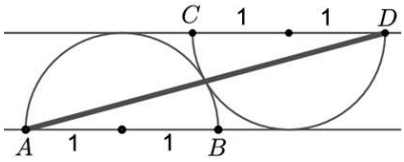
(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 18

26. Seven pairwise different single-digit numbers are distributed among the circles shown so that the product of the three numbers that are connected by a straight line is the same in all three cases.
Which number is written in the circle with the question mark?



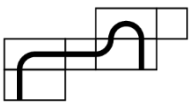
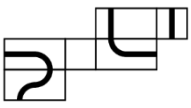
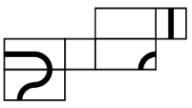
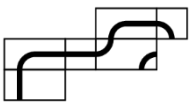
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

27. Consider the two touching semicircles with radius 1 and their diameters *AB* and *CD* respectively that are parallel to each other. The extensions of the two diameters are also tangents to the respective other semicircle (see diagram).
How big is the square of the length *AD*?



(A) 16 (B) $8+4\sqrt{3}$ (C) 12 (D) 9 (E) $5+2\sqrt{3}$

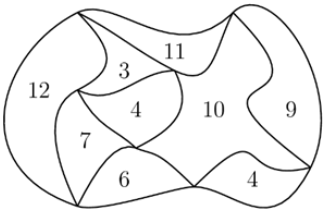
28. Leon has drawn a closed loop on the surface of a cuboid.
Which net **cannot** show his loop?

(A) (B)  (C)  (D)  (E) 

29. Several points are marked on a straight line. Renate marks another point between each pair of adjacent points. She repeats this process three more times. Now there are 225 points marked on this straight line.
How many points were marked to start with?

(A) 15 (B) 20 (C) 25 (D) 29 (E) 32

30. The diagram shows the map of a big park. The park is split into several sections and the number in each section states its perimeter in km.
How big is the perimeter of the entire park in km?



(A) 18 (B) 22 (C) 26 (D) 32 (E) 42

Känguru der Mathematik 2023
Gruppe Junior (9. und 10. Schulstufe)
Österreich – 16. 3. 2023

– Lösungsvektor –

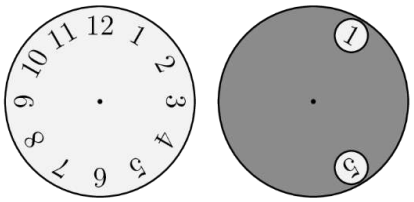
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	D	A	D	C	D	D	B	E	D	E	B	C	C	D	E	D	B	B	B	E	E	C	A	D	A	B	C	A	C

– 3 Punkte Beispiele –

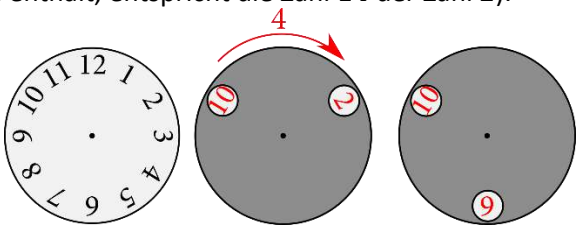
1. Eine dunkle Scheibe mit zwei Löchern wird wie abgebildet auf das Ziffernblatt einer Uhr gelegt. Die dunkle Scheibe wird nun so gedreht, dass die Zahl 10 durch eines der beiden Löcher sichtbar ist.

Welche der Zahlen könnte man dann im anderen Loch sehen?

(A) 2 und 6 (B) 3 und 7 (C) 3 und 6 (D) 1 und 9 (E) 2 und 7

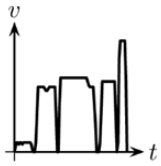
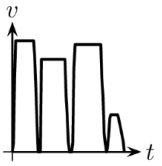
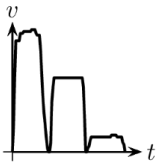
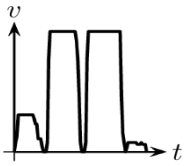
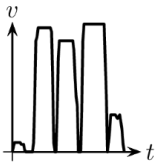


Lösung: Durch die dunkle Scheibe können immer solche zwei Zahlen am Ziffernblatt sichtbar werden, die 4 Zahlen voneinander entfernt liegen. Für die Zahl 10 ist möglich: $10 - 4 = \mathbf{6}$ und $10 + 4 = 14$ entspricht $\mathbf{2}$. (Da das Ziffernblatt nur 12 Zahlen enthält, entspricht die Zahl 14 der Zahl 2).



2. Auf ihrem Schulweg musste Maria zuerst zur U-Bahn laufen, stieg aus dieser zwei Haltestellen später wieder aus und ging anschließend den Rest des Weges zu Fuß bis zur Schule.

Welches der folgenden Geschwindigkeits-Zeit-Diagramme entspricht ihrem Schulweg am besten?

(A)  (B)  (C)  **(D)**  (E) 

Lösung: Den ersten Teil des Weges läuft Marta, dann fährt sie mit der U-Bahn und den letzten Teil geht sie zu Fuß. Ihr Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm wird also 3 unterschiedliche Geschwindigkeiten zeigen. Wenn Marta geht, bewegt sie sich mit der geringsten Geschwindigkeit. Beim Laufen hat sie eine größere Geschwindigkeit als beim Gehen. Und in der U-Bahn bewegt sie sich mit einer vielfach größeren Geschwindigkeit fort als zu Fuß. Ihr Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm wird also zuerst eine mittlere Geschwindigkeit zeigen, dann eine sehr hohe und zuletzt die niedrigste. Weiters fährt sie mit der U-Bahn 2 Haltestellen. Zwischen ihrem Einstieg und Ausstieg kann die U-Bahn also 1-mal halten (Bei einem Halt ist die Geschwindigkeit gleich 0). Das entsprechende Diagramm ist in **D** gezeigt.

3. Die beiden ganzen Zahlen m und n sind positiv und ungerade. Welche der folgenden Zahlen ist ungerade?

(A) $m \cdot n + 2$ (B) $(m+1) \cdot (n+1)$ (C) $m + n + 2$ (D) $m \cdot (n+1)$ (E) $m + n$

Lösung: In den Termen kommen die Addition und Multiplikation der Zahlen m und n vor. Hier muss man die Rechenregeln für gerade und ungerade Zahlen beachten:

Addiert man zwei ungerade Zahlen, erhält man immer eine gerade Zahl:

$$(m+1), \qquad (n+1), \qquad (m+n) = Antwort\ E$$

Addiert man eine gerade mit einer geraden Zahl, erhält man eine gerade Zahl:

$$(m+n) + 2 = Antwort\ C$$

Multipliziert man eine gerade mit einer ungeraden Zahl, erhält man eine gerade Zahl:

$$m \cdot (n+1) = Antwort\ D, \qquad (m+1) \cdot (n+1) = Antwort\ B$$

Antwort B, C, D und E kommen also nicht in Betracht.

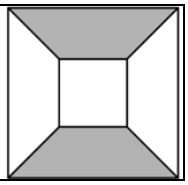
Multipliziert man zwei ungerade Zahlen, erhält man eine ungerade Zahl.

$$m \cdot n$$

Addiert man eine ungerade Zahl mit einer geraden Zahl, erhält man eine ungerade Zahl:

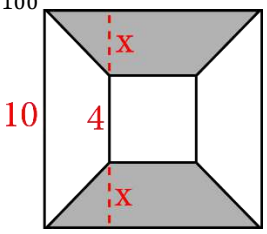
$$\boldsymbol{m \cdot n + 2 = Antwort\ A}$$

4. In einem großen Quadrat mit Seitenlänge 10 cm ist ein kleines Quadrat mit Seitenlänge 4 cm eingezeichnet, dessen Seiten parallel zu denen des großen Quadrats sind (siehe Abbildung). Welcher Anteil der Figur ist gefärbt?



(A) 25 % (B) 30 % (C) 40 % **(D)** 42 % (E) 45 %

1. Lösung: Da das kleine Quadrat genau in der Mitte des großen Quadrates liegt, sind alle vier äußeren Trapeze kongruent. Die Fläche eines der vier Trapeze berechnet sich laut Flächenformel $\frac{(Seite\ a + Seite\ c) \cdot Höhe}{2} = \frac{(10+4) \cdot x}{2}$ (siehe Abbildung). Für die gesamte dunkle Fläche beider Trapeze ergibt das $\frac{2 \cdot x \cdot (10+4)}{2}$. Die Länge $2 \cdot x$ entspricht der Differenz der Seitenlänge des großen Quadrates und des kleinen Quadrates $2 \cdot x = 10 - 4 = 6$ cm. Der dunkle Flächeninhalt beträgt also $\frac{6 \cdot (10+4)}{2} = 42$ cm². Der Flächeninhalt des großen Quadrats beträgt $10 \cdot 10 = 100$ cm². Somit sind $\frac{42}{100} = \mathbf{42}$ % dunkel gefärbt.



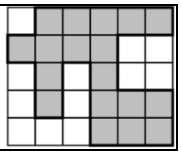
2. Lösung: Der Flächeninhalt des großen Quadrates beträgt 100 cm², der Flächeninhalt des kleinen Quadrates 16 cm². Da das kleine Quadrat genau in der Mitte des großen Quadrates liegt, sind alle vier äußeren Trapeze kongruent. Die Summe der Flächeninhalte der vier Trapeze beträgt also $100 - 16 = 84$ cm². Da zwei der vier Trapeze gefärbt sind, beträgt der dunkle Flächeninhalt genau die Hälfte davon, also 42 cm². Somit sind **42** % dunkel gefärbt.

5. Heute ist Donnerstag. Welcher Wochentag ist in 2023 Tagen?

(A) Dienstag (B) Mittwoch **(C)** Donnerstag (D) Freitag (E) Samstag

Lösung: Eine Woche hat 7 Tage. 2023 ist durch 7 teilbar: $2023 : 7 = 289$. Das heißt nach 2023 Tagen sind genau 289 Wochen vergangen und es ist wieder der gleiche Wochentag wie heute. Da heute Donnerstag ist, muss in 2023 Tagen auch **Donnerstag** sein.

6. Das abgebildete große Rechteck wird in 30 gleich große Quadrate unterteilt. Der Umfang der grau markierten Fläche ist 240 cm. Wie groß ist der Flächeninhalt des großen Rechtecks?



(A) 480 cm² (B) 750 cm² (C) 1080 cm² **(D)** 1920 cm² (E) 2430 cm²

Lösung: Der Umfang der dunkel markierten Fläche setzt sich aus 30 Seiten der kleinen Quadrate zusammen. Eine Quadratseite hat also die Länge $240 : 30 = 8$ cm. Das Rechteck ist 6 Quadrate lang und 5 Quadrate breit, die Seitenlängen des Rechtecks betragen also $5 \cdot 8 = 40$ cm und $6 \cdot 8 = 48$ cm. Der Flächeninhalt des großen Rechtecks beträgt schließlich $40 \cdot 48 = \mathbf{1920\ cm^2}$.

7. Addiert man die Alter aller Mitglieder einer fünfköpfigen Familie, erhält man 80. Die jüngsten beiden Kinder sind 6 und 8 Jahre alt. Wie groß war die Summe der Alter der Familienmitglieder vor 7 Jahren?

(A) 35 (B) 36 (C) 44 **(D)** 46 (E) 66

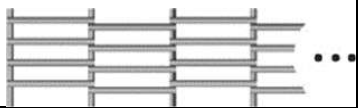
Lösung: Die Familie besteht aus 5 Personen. Die jüngsten beiden Kinder sind 6 und 8 Jahre, die Alter der restlichen 3 Familienmitglieder sind x, y, z Jahre. Gemeinsam sind sie $x + y + z + 6 + 8 = 80$ Jahre alt. Vor 7 Jahren war das jüngste Kind noch nicht geboren, die restlichen 4 Personen waren um 7 Jahre jünger. Vor 7 Jahren hat sich das Gesamtalter also zusammengesetzt aus $(x-7) + (y-7) + (z-7) + (8-7) = x + y + z + 8 - 4 \cdot 7$. Nach Umformen und Einsetzen der ersten Gleichung $(x + y + z + 8) = 80 - 6$ folgt: $(x + y + z + 8) - 4 \cdot 7 = (80 - 6) - 4 \cdot 7 = \mathbf{46}$.

Bemerkung: Die Aufgabe lässt sich auch ohne Verwendung von Variablen lösen: Vor sieben Jahren war das

jüngste Kind noch nicht geboren und alle anderen Familienmitglieder um 7 Jahre jünger, insgesamt war die Familie zusammengenommen also um $6 + 4 \cdot 7 = 34$ Jahre jünger. Wenn sie aktuell alle zusammengenommen 80 Jahre alt sind, so waren sie vor vier Jahren also zusammengenommen $80 - 34 = 46$ Jahre alt.

8. Ein gerader Holzzaun besteht aus senkrechten in den Boden eingeschlagenen Balken, von denen jeder mit dem nächsten Balken durch 4 waagrechte Balken verbunden ist. Der Zaun beginnt und endet mit einem senkrechten Balken. Aus wie vielen Balken könnte ein solcher Zaun bestehen?

(A) 95 **(B)** 96 (C) 97 (D) 98 (E) 99



Lösung: An jedem senkrechten Balken sind 4 weitere Balken befestigt. Jeder solcher Abschnitt des Zauns besteht also aus 5 Balken. Außerdem endet der Zaun mit einem einzelnen senkrechten Balken. Lässt man den letzten Balken weg, muss die verbliebene Anzahl der Balken also durch 5 teilbar sein. Nur bei Antwort B **96** erhält man nach Subtraktion von 1 eine durch 5 teilbare Zahl $96 - 1 = 95$.

9. Wie viele Paare positiver ganzer Zahlen (a, b) erfüllen die Gleichung $\frac{a}{5} = \frac{7}{b}$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 **(E)** 4

Lösung: Umformen der Gleichung führt zu $\frac{a}{5} = \frac{7}{b} \Leftrightarrow a \cdot b = 5 \cdot 7 \Leftrightarrow a \cdot b = 35$. Die Zahl 35 ist als Produkt der beiden positiven ganzen Zahlen 1 und 35 oder 5 und 7 darstellbar. Es gibt also **4** mögliche Zahlenpaare $(1,35), (35,1), (5,7), (7,5)$.

10. Nachdem Beth insgesamt 200 Schachpartien gespielt hat, liegt ihre Gewinnrate genau bei 49 %.
Wie viele weitere Partien muss sie noch mindestens spielen, damit ihre Gewinnrate auf genau 50 % steigen kann?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 **(D)** 4 (E) 5

Lösung: Beth hat 49% von 200 Partien gewonnen. Das heißt, sie hat $200 \cdot \frac{49}{100} = 98$ Partien gewonnen. $200 - 98 = 102$ Partien hat sie verloren. Um gleich viele Partien gewonnen wie verloren zu haben, muss sie also mindestens noch **4** Partien spielen und alle gewinnen.

– 4 Punkte Beispiele –

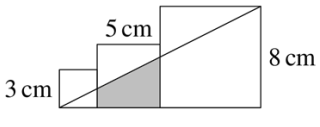
11. Jennifer möchte Wasser sparen. Sie reduziert den Wasserdruck, dadurch sinkt der Wasserverbrauch um ein Viertel. Außerdem reduziert sie die Dauer des Duschens um ein Viertel.
Um welchen Anteil reduziert sie den Wasserverbrauch beim Duschen insgesamt?

(A) um $\frac{1}{4}$ (B) um $\frac{3}{8}$ (C) um $\frac{1}{16}$ (D) um $\frac{5}{12}$ **(E)** um $\frac{7}{16}$

Lösung: Vor ihren Sparmaßnahmen verbraucht Jennifer die Menge X an Wasser. Durch die Reduktion des Wasserdruckes braucht sie nun ein Viertel weniger Wasser, also $\frac{3}{4}X$. Weiters reduziert sie auch die Dauer des Duschens um ein Viertel. Sie verbraucht nun also $\frac{3}{4}$ der ursprünglichen Menge in $\frac{3}{4}$ der Zeit. Ihr neuer Wasserverbrauch beträgt also $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}X = \frac{9}{16}X$. Sie verbraucht somit um $X - \frac{9}{16}X = \left(\frac{16}{16} - \frac{9}{16}\right)X = \frac{7}{16}X$ weniger Wasser.

12. In der Abbildung sind drei aneinander liegende Quadrate mit Seitenlängen 3 cm, 5 cm und 8 cm zu sehen. Wie groß ist der Flächeninhalt des gefärbten Trapezes?

(A) 13 cm² **(B)** $\frac{55}{4}$ cm² (C) $\frac{61}{4}$ cm² (D) $\frac{65}{4}$ cm² (E) $\frac{69}{4}$ cm²

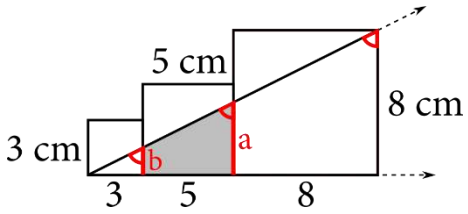


Lösung: Da die drei Quadrate aneinander liegen, sind ihre Seiten parallel zueinander und die schräge Linie schneidet die senkrechten Seiten der Quadrate jeweils im gleichen Winkel (siehe Abbildung). Mit Hilfe des Strahlensatzes können wir nun die Längen der Trapezseiten bestimmen.

Für Länge a gilt: $\frac{a}{8} = \frac{3+5}{3+5+8} \Leftrightarrow a = \frac{8 \cdot 8}{16} = 4$ cm.

Für Länge b gilt: $\frac{b}{8} = \frac{3}{3+5+8} \Leftrightarrow b = \frac{3 \cdot 8}{16} = \frac{3}{2}$ cm.

Der Flächeninhalt des Trapezes ist daher $\frac{(Seite\ a + Seite\ b) \cdot Höhe}{2} = \frac{\left(4+\frac{3}{2}\right) \cdot 5}{2} = \frac{\frac{11}{2} \cdot 5}{2} = \frac{55}{4}$ **cm²**.



13. Ein Seil der Länge 95 m wird so in drei Teile geschnitten, dass jedes Teilstück um die Hälfte länger ist als das jeweils vorangehende Teilstück. Wie lang ist das längste der drei Teilstücke?

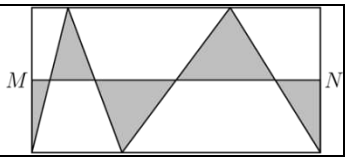
(A) 39 m (B) 42 m **(C)** 45 m (D) 48 m (E) 54 m

1. Lösung: Das kleinste Teilstück ist x Meter lang. Das nächstgrößere Stück y ist um die Hälfte länger, also $y = x + \frac{x}{2}$ Meter lang. Das dritte Stück z ist wieder um die Hälfte länger als das Stück davor und somit $y + \frac{y}{2} = x + \frac{x}{2} + \frac{x+\frac{x}{2}}{2} = x + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 2x + \frac{x}{4}$. Meter lang.
Die Gesamtlänge des Seils beträgt $x + y + z = x + x + \frac{x}{2} + 2x + \frac{x}{4} = 4x + \frac{3x}{4} = \frac{19x}{4} = 95$ m.
Für das kürzeste Teilstück erhalten wir eine Länge von $x = \frac{95 \cdot 4}{19} = 20$ m. Das längste Stück muss also $z = 2x + \frac{x}{4} = 2 \cdot 20 + \frac{20}{4} = \mathbf{45\ m}$ lang sein.

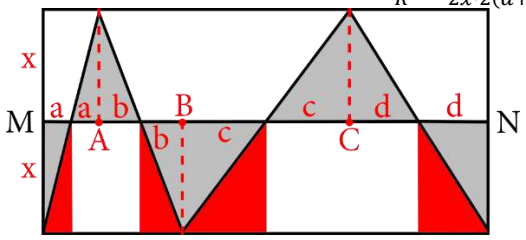
2. Lösung: Man kann natürlich auch verkehrt an die Sache herangehen. Sei das größte Teilstück x Meter lang, dann muss das vorhergehende $\frac{2}{3}x$ lang sein. Und das kleinste ist $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}x$ lang.
Die Gesamtlänge des Seils beträgt also $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x + x = 95$ m und $x = \mathbf{45\ m}$ lang.

14. Die Punkte *M* und *N* sind die Mittelpunkte zweier Seiten des großen Rechtecks (siehe Abbildung). Welcher Anteil der Fläche des großen Rechtecks ist gefärbt?

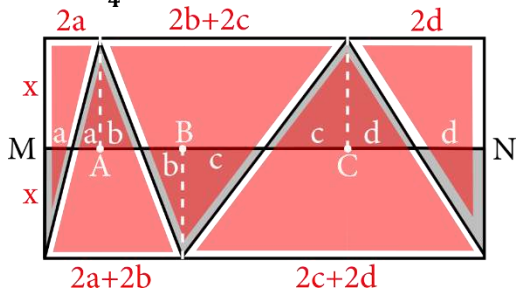
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{5}$ **(C)** $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$



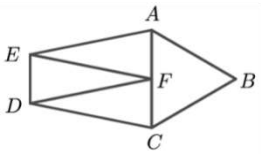
1. Lösung: Die Mittellinie $\overline{MN}$ halbiert die kurze Seite des Rechtecks in die beiden Strecken x. Diese Strecken x entsprechen weiterhin den Höhen der dunkel gefärbten Dreiecke mit den Höhenfußpunkten A, B, C (siehe Abbildung). Da $\overline{MN}$ eine Mittellinie des Rechtecks ist, werden die Segmente $\overline{MA}, \overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CN}$ wiederum von den schrägen Dreieckseiten halbiert, das heißt: $\overline{MA} = 2a, \overline{AB} = 2b, \overline{BC} = 2c, \overline{CN} = 2d$. Durch passenden Vergleich von Winkel und Seitenlänge erkennt man nun, dass jedes Dreieck aus der oberen Rechteckshälfte ein Gegenstück in der unteren Hälfte besitzt. Zwei passende Dreiecke ergänzen sich also zu einem Rechteck mit der Höhe x. Aufsummieren der Rechtecke ergibt für den Flächeninhalt der dunkel gefärbten Fläche: $G = ax + bx + cx + dx = x \cdot (a + b + c + d)$.
Der Flächeninhalt des großen Rechtecks beträgt $R = 2x \cdot (2a + 2b + 2c + 2d) = 2x \cdot 2(a + b + c + d)$.
Das Verhältnis der gefärbten Fläche zum großen Rechteck ist $\frac{G}{R} = \frac{x \cdot (a+b+c+d)}{2x \cdot 2(a+b+c+d)} = \mathbf{\frac{1}{4}}$.



2. Lösung: Hat man erkannt, dass die schrägen Dreiecksseiten und die Höhenfußpunkte, die Mittellinie in jeweils gleich große Abschnitte unterteilen, kann man auch den folgenden Zusammenhang sehen. Zu jedem kleinen dunklen Dreieck ergibt sich ein größeres Dreieck, dessen Höhe und Grundfläche doppelt so lang ist. Jedes große Dreieck ist also 4 mal so groß wie sein kleines Gegenstück. Es gilt dann auch für die Fläche aller kleinen dunklen Dreiecke, dass diese $\mathbf{\frac{1}{4}}$ der Gesamtfläche des Rechtecks beträgt.

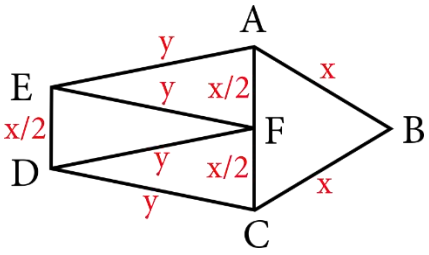


15. Das Fünfeck *ABCDE* ist in vier Dreiecke zerlegt, die alle den gleichen Umfang besitzen (siehe Abbildung). Das Dreieck *ABC* ist gleichseitig und die Dreiecke *AEF*, *DFE* und *CDF* sind kongruente gleichschenkelige Dreiecke.
Wie groß ist das Verhältnis des Umfangs des Fünfecks *ABCDE* zum Umfang des Dreiecks *ABC*?

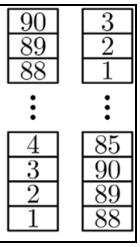


(A) 2 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{4}{3}$ **(D)** $\frac{5}{3}$ (E) $\frac{5}{2}$

Lösung: Das Dreieck ABC besitzt die Seitenlänge x und ist gleichseitig. Sein Umfang ist daher $3 \cdot x$.
Für den Gesamtumfang des Fünfecks ABCDE brauchen wir noch Informationen über die Seitenlängen der drei Dreiecke *AEF*, *DFE* und *CDF*. Jeweils zwei Seiten der drei gleichschenkeligen Dreiecke besitzen die Länge y (siehe Abbildung). Da die Dreiecke zudem kongruent sind, müssen die Strecken $\overline{AF} = \overline{FC}$ gleich lang sein. Das heißt, der Punkt F muss die Strecke $\overline{AC} = x$ halbieren. Die dritte Seite dieser Dreiecke besitzt also die Länge $\frac{x}{2}$. Der Umfang eines gleichschenkeligen Dreiecks beträgt somit $2y + \frac{x}{2}$ und der Umfang des Fünfecks $2x + 2y + \frac{x}{2}$. Weiters wissen wir, dass alle vier Dreiecke den gleichen Umfang besitzen. Es gilt $3x = 2y + \frac{x}{2}$. Den Umfang des Fünfecks kann man nun umformen zu $2x + \left(2y + \frac{x}{2}\right) = 2x + 3x = 5x$. Für das Verhältnis des Umfangs des Fünfecks *ABCDE* zum Umfang des gleichseitigen Dreieck *ABC* ergibt sich: $\frac{5x}{3x} = \mathbf{\frac{5}{3}}$.

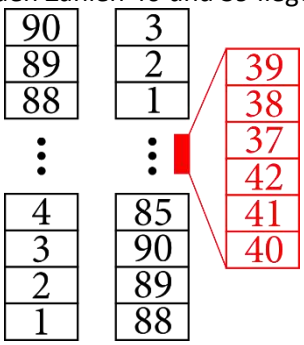


16. Ein Turm besteht aus Blöcken, die von unten nach oben mit den Zahlen von 1 bis 90 beschriftet sind. Bob baut aus diesen Blöcken einen neuen Turm. Dabei nimmt er jeweils die obersten drei Blöcke vom alten Turm herunter und legt sie, ohne ihre Reihenfolge zu verändern, auf den neuen Turm (siehe Abbildung). Wie viele Blöcke befinden sich im neuen Turm zwischen den beiden Blöcken mit den Nummern 39 und 40?

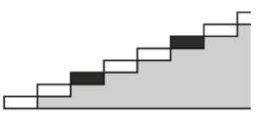


(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 **(E)** 4

Lösung: Bob nimmt vom alten Turm jeweils drei Blöcke herunter, die wir zu einem Baustein zusammenfassen. Der oberste Block so eines Bausteines ist mit einer Zahl beschriftet, die durch 3 teilbar ist. Die Zahlen der beiden darunter liegenden Blöcke sind um jeweils 1 bzw. 2 kleiner. 39 ist durch 3 teilbar und somit der oberste Block eines Bausteines. Unter 39 müssen dann die Blöcke 38 und 37 liegen. Unter 37 beginnt der nächste Baustein mit der nächsthöheren, durch 3 teilbaren Zahl. Nach 39 ist das 42. Unter 42 liegen 41 und 40 (siehe Abbildung). Zwischen dem Block mit den Zahlen 40 und 39 liegen also $(41, 42, 37, 38) = \mathbf{4}$ Blöcke.

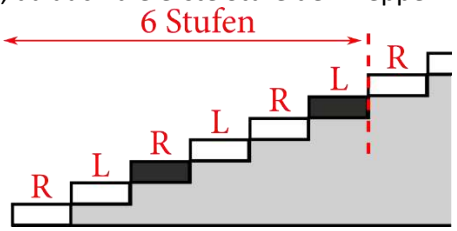


17. Eine Treppe besteht aus 2023 Stufen. Jede dritte Stufe ist schwarz gefärbt. Die ersten sieben Stufen dieser Treppe sind in der Abbildung vollständig zu sehen. Anita geht die Treppe hinauf und betritt dabei jede der Stufen genau einmal. Sie kann entweder mit dem rechten oder linken Fuß beginnen und tritt dann abwechselnd mit dem rechten oder linken Fuß auf.
Wie viele schwarze Stufen betritt sie mindestens mit dem rechten Fuß?



(A) 332 (B) 333 (C) 336 **(D)** 337 (E) 672

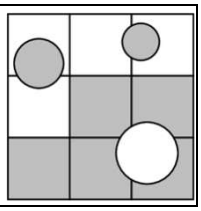
Lösung: Anita betritt alle ungeraden Stufen mit dem Fuß, mit dem sie die erste Stufe betreten hat. Alle geraden Stufen betritt sie mit dem jeweils anderen Fuß. Unabhängig, ob Anita mit dem rechten oder dem linken Fuß beginnt, betritt sie die erste schwarze Stufe (=dritte Stufe) daher mit dem Fuß, mit dem sie auch die erste Stufe betreten hat. Die zweite schwarze Stufe (=sechste Stufe) betritt sie mit dem jeweils anderen Fuß. In einem Intervall von 6 Stufen steigt sie also jeweils ein Mal mit dem einen und ein Mal mit dem anderen Fuß auf eine schwarze Stufe (siehe Abbildung). Anita wiederholt diese Schrittfolge insgesamt $2023:6 = 337$ Mal und betritt somit auch mindestens **337**-mal eine schwarze Stufe mit dem rechten Fuß. (Eine Stufe bleibt „Rest“, das ist eine weiße Stufe, da auch die erste Stufe der Treppe weiß ist.)



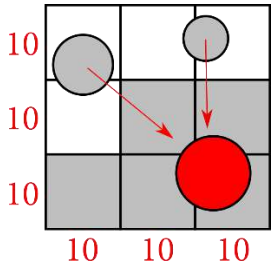
18. Wir nennen eine positive ganze Zahl *potenzfrei,* wenn keine ihrer Ziffern als Potenz einer ganzen Zahl mit Hochzahl größer als 1 geschrieben werden kann. Die Zahl 53 ist beispielsweise potenzfrei, aber die Zahl 54 ist nicht potenzfrei, da $4 = 2^2$ gilt.
Welche der folgenden Zahlen ist die Differenz der größten und kleinsten potenzfreien zweistelligen Zahlen?
(A) 24 **(B)** 55 (C) 63 (D) 88 (E) 89

Lösung: Unter den 10 Ziffern können folgende Zahlen als Potenz mit Hochzahl größer als 1 geschrieben werden: $0 = 0^2, 1 = 1^2, 4 = 2^2, 8 = 2^3, 9 = 3^2$. Bei den Ziffern $2, 3, 5, 6, 7$ ist das nicht möglich. Potenzfreie Zahlen müssen also aus diesen Ziffern bestehen. Die kleinste potenzfreie Zahl, die man bilden kann, ist 22. Die größte ist 77. Die Differenz der beiden Zahlen beträgt $77 - 22 = \mathbf{55}$.

19. Ein Quadrat mit Seitenlänge 30 cm ist in 9 Quadrate zerlegt. Wie in der Abbildung zu sehen, enthält das große Quadrat drei Kreise mit den Radien 5 cm (rechts unten), 4 cm (links oben) sowie 3 cm (rechts oben).
Wieviel cm² sind grau gefärbt?
(A) $500 + 25\pi$ **(B)** 500 (C) $400 + 50\pi$ (D) 400 (E) $500 - 25\pi$



Lösung: Für die Fläche eines Kreises gilt $A = Radius^2 * \pi$. Die Flächeninhalte der drei Kreise betragen also $3^2\pi = 9\pi$ cm^2, $4^2\pi = 16\pi$ cm^2 und $5^2\pi = 25\pi$ cm^2. Da $25\pi = 9\pi + 16\pi$ erkennt man, dass die Fläche des großen, hellen Kreises genau der Summe der gefärbten Kreise entspricht (siehe Abbildung). Die gesamte gefärbte Fläche entspricht also einfach der Fläche von 5 kleinen Quadraten. Da die Seitenlänge des großen Quadrats 30 cm beträgt, muss die Seite eines kleinen Quadrats 10 cm lang sein und sein Flächeninhalt $10 \cdot 10 = 100$ cm². Der gesamte gefärbte Flächeninhalt ist dann $5 \cdot 100 = \mathbf{500}$ **cm²** groß.



20. Das arithmetische Mittel von fünf verschiedenen Primzahlen ist eine ganze Zahl.
Was ist der kleinstmögliche Wert dieses arithmetischen Mittels?
(A) 5 **(B)** 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Lösung: Da der Mittelwert der 5 verschiedenen Primzahlen eine ganze Zahl ist, muss er durch 5 teilbar sein. Die Summe der 5 kleinsten Primzahlen ist $2 + 3 + 5 + 7 + 11 = 28$ und nicht durch 5 teilbar. Die nächste, durch 5 teilbare Zahl ist 30. Um die Summe wie gewünscht um 2 zu erhöhen, wählt man statt 11 die um 2 größere Primzahl 13. Man erhält $\frac{2+3+5+7+13}{5} = \frac{30}{5} = \mathbf{6}$ als kleinstmögliches arithmetisches Mittel.

21. Die Zahlen von 1 bis 9 sollen gemäß folgenden Regeln auf die 9 Quadrate im Bild verteilt werden: In jedem Quadrat soll eine Zahl stehen. Die Summe von drei benachbarten Zahlen ist immer ein Vielfaches von 3. Die Zahlen 3 und 1 sind bereits eingesetzt worden.

				3		1		

Auf wie viele Arten können die übrigen Zahlen eingesetzt werden?

(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18 **(E)** 24

Lösung: Es müssen noch 7 Ziffern verteilt werden. Für das Quadrat zwischen den Zahlen 3 und 1 gibt es 3 mögliche Ziffern: $2, 5, 8$. In den nächsten 3 Schritten kann man wiederum zwischen 2 möglichen Ziffern aussuchen: je nachdem welches Quadrat man wählt, hat man die Wahl zwischen 4 und 7, zwischen 6 und 9 oder zwischen den zwei noch übrigen Ziffern von $2, 5, 8$, die man im ersten Schritt nicht verwendet hat. Für die letzten drei verbliebenen Quadrate gibt es jeweils nur mehr eine mögliche Wahl. Insgesamt gibt es also $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \mathbf{24}$ Wahlmöglichkeiten.

22. Auf wie viele verschiedene Arten können wir das Wort *BANANA* in der folgenden Tabelle lesen, wenn wir immer nur zu einem Feld wechseln können, das eine Kante mit dem aktuellen Feld gemeinsam hat und Felder auch mehrmals verwendet werden dürfen?

B	A	B
A	N	A
B	A	B

(A) 56 (B) 64 (C) 84 (D) 112 **(E)** 128

Lösung: Um das Wort BANANA zu schreiben gibt es pro B 2 Möglichkeiten zu einem A zu wechseln, pro A nur 1 mögliches N und pro N vier mögliche A. Pro B gibt es also $2 \cdot 4 \cdot 4 = 32$ Möglichkeiten das Wort zu schreiben. Da es 4 B gibt, kann man das Wort auf insgesamt $4 \cdot 32 = \mathbf{128}$ verschiedene Arten schreiben.

23. Ausgehend von den vier Zahlen

$$2, 0, 2, 3$$

erstellt die Känguru-Maschine Zahlen nach der folgenden Regel: Die nächste Zahl ist jeweils die kleinste nicht-negative ganze Zahl, die verschieden von den vier direkt vorausgehenden Zahlen ist.
Welche Zahl befindet sich an der Position 2023?

(A) 0 (B) 1 **(C)** 2 (D) 3 (E) 4

Lösung: Ausgehend von der Zahlenfolge $2,0,2,3$ ist gemäß der Regel die 1 die nächste Zahl. Für die Zahlenfolge ergibt sich:

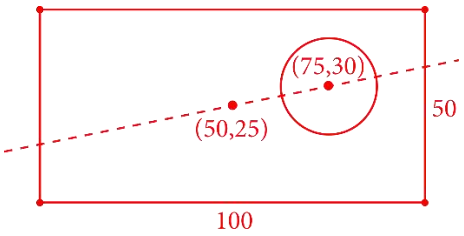
$$2, 0, 2, 3, 1, \mid 4, 0, 2, 3, 1, \mid 4, 0, 2, 3, 1, \ldots$$

Man kann erkennen, dass mit Ausnahme der ersten 5 Stellen sich die 5 Zahlen $4,0,2,3,1$ periodisch wiederholen. An jeder durch 5 teilbaren Position muss also wieder die 1 stehen. Position 2020 ist durch 5 teilbar und somit eine 1. Position 2023 ist somit die dritte Zahl nach einer 1, und das ist die Zahl **2**.

24. Aus einem Rechteck mit den Eckpunkten (0|0), (100|0), (100|50) und (0|50) wird ein Kreis mit Mittelpunkt (75|30) und Radius 10 ausgeschnitten.
Welche Steigung besitzt die Gerade, die den Punkt (75|30) enthält und den verbliebenen Teil des Rechtecks in zwei flächengleiche Teilstücke unterteilt?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{5}$ (E) $\frac{2}{3}$

Lösung: Stellen wir zunächst eine Überlegung über die beiden flächengleichen Teilstücke an. Die Seitenlängen des Rechtecks betragen 100 und 50, sein Flächeninhalt ist somit $50 * 100 = 5000$. Aus diesem Rechteck wird ein vollständiger Kreis mit der Fläche $r^2\pi = 10^2\pi = 100\pi$ ausgeschnitten. Jedes Teilstück besitzt also den Flächeninhalt von $\frac{5000-100\pi}{2} = \frac{5000}{2} - \frac{100\pi}{2}$. In anderen Worten entspricht jedes Teilstück der Hälfte des Rechtecks, aus dem je ein Halbkreis ausgeschnitten wurde. Jede Gerade, die durch den Mittelpunkt $(75|30)$ des Kreises geht, teilt ihn in zwei gleich große Halbkreise. Um das Rechteck in zwei gleich große Hälften zu teilen, muss die Gerade auch durch den Mittelpunkt $(50|25)$des Rechtecks gehen. Die Gerade, die sowohl durch den Punkt $(75|30)$ als auch durch den Punkt $(50|25)$ geht, besitzt die Steigung $\frac{30-25}{75-50} = \frac{5}{25} = \mathbf{\frac{1}{5}}$.



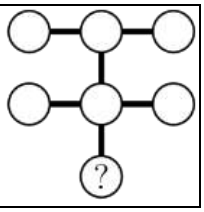
25. Wenn Matildas Smartphone ganz aufgeladen ist, hat es eine Laufzeit von
32 Stunden, wenn sie durchgängig telefoniert,
20 Stunden, wenn sie durchgängig im Internet surft und
80 Stunden, wenn sie es gar nicht benutzt.
Matilda steigt mit einem zur Hälfte gefüllten Akku in einen Zug. Während der Zeit im Zug verbringt sie jeweils genau den gleichen Zeitraum mit Telefonieren, mit Internetsurfen und mit gar keiner Nutzung des Smartphones. Genau bei der Ankunft am Ziel wird der Akku leer.
Wie viele Stunden dauert die Zugfahrt?
(A) 10 (B) 12 (C) 14 **(D)** 16 (E) 18

Lösung: Dauert die Zugfahrt x Stunden, verbringt sie jeweils $\frac{x}{3}$ der Zeit mit einer der drei Tätigkeiten. Reichen 100% des Akkus für $80\ h$, nimmt er beim Nichtstun um $\frac{100}{80} \cdot \frac{x}{3}\%$ ab. Im Vergleich zum Nichtstun nimmt ihr Akku $\frac{80}{32} = \frac{5}{2}$ mal so schnell ab, wenn sie telefoniert und $\frac{80}{20} = 4$ mal so schnell ab, wenn sie im Internet surft. Während sie telefoniert, nimmt er also um $\frac{100}{80} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{x}{3}\%$ ab. Und während sie surft, nimmt er um $\frac{100}{80} \cdot 4 \cdot \frac{x}{3}\%$ ab. Da ihr Akku zu Beginn nur zu 50% geladen war, ergibt sich für die Zugfahrt die Gleichung:

$$\frac{100}{80} \cdot \frac{x}{3} + \frac{100}{80} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{x}{3} + \frac{100}{80} \cdot 4 \cdot \frac{x}{3} = 50$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{100x + 250x + 400x}{240} = 50$$
$$\Leftrightarrow \quad x = 16.$$

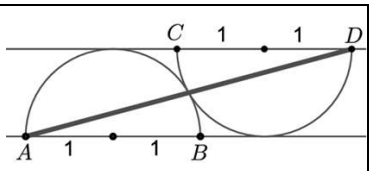
Die Zugfahrt dauerte insgesamt also $\boldsymbol{16\ h}$.

26. Sieben paarweise verschiedene einstellige Zahlen werden so auf die abgebildeten Kreise verteilt, dass die Produkte der drei jeweils durch eine gerade Strecke verbundenen Zahlen in allen drei Fällen gleich sind.
Welche Zahl steht im Kreis mit dem Fragezeichen?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8



Lösung: Sei a das Produkt von drei durch eine Linie verbundenen Ziffern. Da keine Ziffer entlang aller drei Linien vorkommt, können die Ziffern 5 und 7 nicht in der Multiplikation verwendet werden und können vollständig ausgeschlossen werden. Es stehen also die Zahlen $1, 2, 3, 4, 6, 8, 9$ zur Verfügung. Weiters wissen wir, dass das Produkt von Zahlen entlang zweier gerader Linien das Quadrat der Zahl a sein muss. In der Multiplikation der beiden horizontalen Reihen werden 6 verschiedene Zahlen multipliziert. Das Quadrat a^2 kann also maximal das Produkt der Zahlen $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 3^2 = 2^7 \cdot 3^4$ sein. Es muss außerdem möglich sein die Wurzel aus dem Produkt dieser 6 verschiedenen Zahlen so zu ziehen, dass a eine positive ganze Zahl ist. Man sieht, dass dies nur möglich ist, wenn a^2 nicht die Zahl 2 als Faktor enthält, denn dann wäre $a = \sqrt{2^6 \cdot 3^4} = 72$, oder wenn a^2 nicht die Zahl $8 = 2^3$ als Faktor enthält, denn dann wäre $a = \sqrt{2^4 \cdot 3^4} = 36$. Dieser fehlende Faktor kann also nicht in einer der beiden horizontalen Reihen stehen, sondern muss im Kreis mit dem Fragezeichen stehen. Dies kann nicht 8 sein, da die Zahl a durch jede vorkommende Ziffer teilbar sein muss und $a = \sqrt{2^4 \cdot 3^4} = 36$ nicht durch 8 teilbar ist. Im Kreis mit dem Fragezeichen muss also die $\mathbf{2}$ stehen.
Bemerkung. Das folgende Beispiel zeigt, dass eine Belegung aller Felder in diesem Fall auch möglich ist: Die erste horizontale Reihe enthält die Zahlen 1, 9 und 8, die zweite horizontale Reihe die Zahlen 3, 4 und 6 und die vertikale Reihe die Zahlen 9, 4 und 2; und das Produkt je dreier verbundener Zahlen ist damit 72.

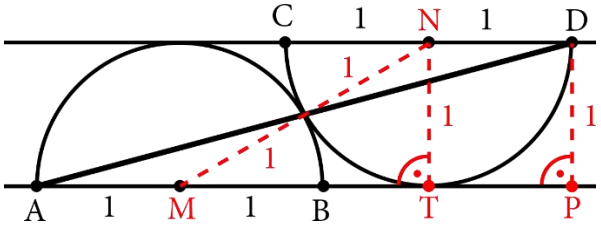
27. Gegeben sind zwei einander berührende Halbkreise mit Radius 1 und zueinander parallelen Durchmessern *AB* sowie *CD*. Die Verlängerungen der beiden Durchmesser sind gleichzeitig Tangenten an den jeweils anderen Halbkreis (siehe Abbildung).
Wie groß ist das Quadrat der Länge der Strecke *AD*?



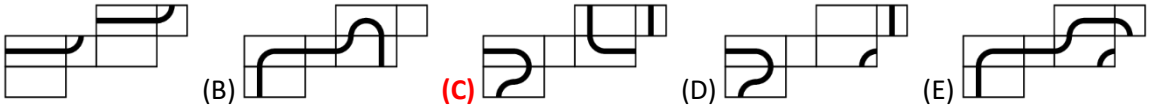
(A) 16 **(B)** $8+4\sqrt{3}$ (C) 12 (D) 9 (E) $5+2\sqrt{3}$

Lösung: Das Quadrat der Strecke $\overline{AD}$ kann über den Satz des Pythagoras im Dreieck ADP durch $\overline{AD}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{PD}^2$ erhalten werden (siehe Abbildung). Da die Verlängerungen der Durchmesser Tangenten an die Halbkreise bilden, besitzt die Strecke $\overline{PD}$ die Länge 1. Die Strecke $\overline{AP}$ setzt sich zusammen aus 2 mal dem Radius und der noch unbekannten Strecke $\overline{MT}$ als $\overline{AP} = 1 + \overline{MT} + 1$. Wir wissen aber, dass sich die beiden Halbkreise in nur einem Punkt berühren. Da sie auch den gleichen Radius besitzen, entspricht die Verbindung ihrer beiden Mittelpunkte $\overline{MN}$ einer Strecke mit der Länge $2r = 2 \cdot 1$. Die Länge der Strecke $\overline{MT}$ kann nun mittels Satz des Pythagoras als $\sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ berechnet werden. Die Strecke $\overline{AP}$ ist also $1 + \sqrt{3} + 1$ lang. Für das Quadrat der Strecke $\overline{AD}$ ergibt sich somit eine Länge von

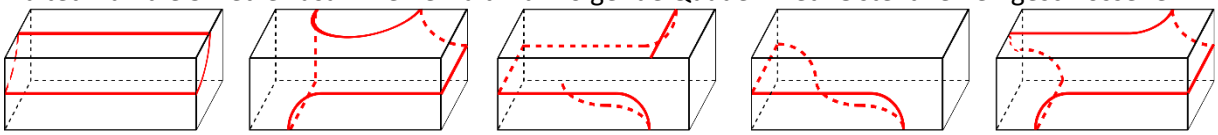
$\overline{AD}^2 = 1^2 + \left(2 + \sqrt{3}\right)^2 = 1 + 4 + 4\sqrt{3} + 3 = \mathbf{8 + 4\sqrt{3}}$.



28. Leon hat einen geschlossenen Weg auf der Oberfläche eines Quaders gezeichnet.
Welches Netz kann seinen Weg **nicht** darstellen?



Lösung: Faltet man die 5 Netze zusammen erhält man folgende Quader. Netz **C** stellt keinen geschlossenen Weg dar.



29. Auf einer Geraden sind einige Punkte markiert. Renate markiert zwischen jedem Paar benachbarter Punkte einen weiteren Punkt. Diesen Vorgang wiederholt sie drei weitere Male. Nun gibt es 225 markierte Punkte auf der Geraden.
Wie viele Punkte waren zu Beginn markiert?

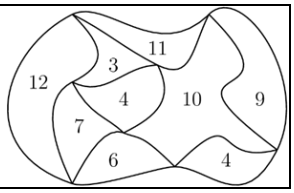
(A) 15 (B) 20 (C) 25 (D) 29 (E) 32

1. Lösung: Auf der Geraden sind x Punkte markiert. Markiert man zwischen jedem Paar benachbarter Punkte einen weiteren Punkt, kommen $x - 1$ Punkte hinzu. Renate macht diesen Vorgang insgesamt 4 Mal. Nach dem ersten Mal hat sie $x + (x - 1) = 2x - 1$ Punkte. Nach dem zweiten Mal hat sie $(2x - 1) + (2x - 1 - 1) = 4x - 3$ Punkte. Nach dem dritten Mal hat sie $(4x - 3) + (4x - 3 - 1) = 8x - 7$ Punkte. Und nach dem vierten Mal hat sie $(8x - 7) + (8x - 7 - 1) = 16x - 15 = 225$ Punkte.
Zu Beginn hatte sie also $\frac{(225+15)}{16} = \mathbf{15}$ Punkte.

2. Lösung: Auf der Geraden sind x Punkte markiert. Markiert man zwischen jedem Paar benachbarter Punkte einen weiteren Punkt, so kommen $x - 1$ Punkte hinzu und man erhält insgesamt nach einem solchen Schritt $y = 2x - 1$ Punkte. Die Anzahl x der *vor* einem Schritt markierten Punkte lässt sich also bestimmen, indem man mithilfe der bekannten Anzahl y an *nach* einem Schritt markierten Punkten $\frac{y+1}{2} = x$ berechnet.
Mit diesem Wissen kann man die Aufgabe durch schrittweises Rückwärtsrechnen beginnend mit dem Ergebnis lösen. Im letzten Schritt gelangt Male auf 225 Punkte, davor waren also bereits $\frac{225+1}{2} = 113$ Punkte markiert (und 112 im letzten Schritt von Male neu markiert). Vor dem dritten Schritt waren demnach $\frac{113+1}{2} = 57$ Punkte markiert. Auf dieselbe Weise berechnen wir, dass vor dem zweiten Schritt $\frac{57+1}{2} = 29$ Punkte markiert waren und vor dem ersten Schritt (d.h. zu Beginn) $\frac{29+1}{2} = \mathbf{15}$ Punkte.

30. Die Abbildung zeigt die Karte eines großen Parks. Der Park ist in einige Bereiche unterteilt, wobei die Zahl in jedem Bereich dessen Umfang in km angibt.
Wie groß ist der Umfang des gesamten Parks in km?

(A) 18 (B) 22 **(C)** 26 (D) 32 (E) 42



Lösung: Betrachten wir den Umfang jedes einzelnen Bereichs (siehe Abbildung):

$$12 = a + f + j$$
$$6 = b + g + o$$
$$4 = c + n$$
$$9 = d + m$$
$$11 = e + k + l$$
$$7 = f + g + h$$
$$4 = h + i + p$$
$$3 = i + j + k$$
$$10 = l + m + n + o + p$$

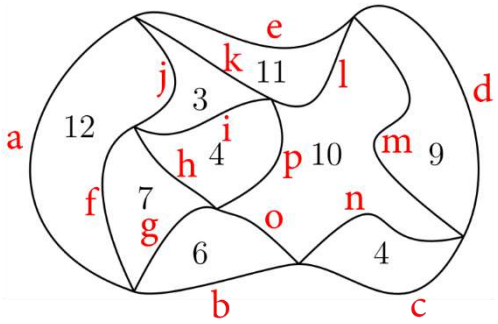
In dieser Schreibweise beträgt der Umfang des gesamten Parks: $U = a + b + c + d + e$.
Durch geschicktes Addieren und Subtrahieren der Umfänge der Teilbereiche kann man den Gesamtumfang des Parks erhalten. Zunächst addiert man die Umfänge der äußeren Bereiche:

$$12 + 6 + 4 + 9 + 11 = (a + f + j) + (b + g + o) + (c + n) + (d + m) + (e + k + l)$$
$$42 = (a + b + c + d + e) + f + g + j + k + l + m + n + o$$

Man erkennt bereits den Ausdruck für den Gesamtumfang U, dieser ist allerdings noch zu lang. Nun subtrahiert man die Bereiche, die Seiten mit den äußersten Bereichen teilen:

$$42 - 7 - 3 - 10 = U + f + g + j + k + l + m + n + o - (f + g + h) - (i + j + k) - (l + m + n + o + p)$$
$$22 = U - h - i - p = U - (h + i + p)$$
$$22 + (h + i + p) = U$$

Der Ausdruck $(h + i + p)$ entspricht dem Umfang des innersten Bereichs, den man noch addieren muss. Der Gesamtumfang beträgt also $U = 22 + 4 = \mathbf{26\ km}$.



KÄNGURU DER MATHEMATIK 2023
16. 3. 2023

Kategorie: Student, Schulstufe: 11. – 13.

Vor- und Zuname:

Schule:

Klasse:

Arbeitszeit: 75 min.
jede richtige Antwort Beispiel 1. – 10.: 3 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 11. – 20.: 4 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 21. – 30.: 5 Punkte
jede Frage ohne Antwort: 0 Punkte
jede falsche Antwort: Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
dazu 30 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

Mit meiner Unterschrift gebe ich das Einverständnis, dass meine angeführten personenbezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte

Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

Ort, Datum Unterschrift

pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

Känguru der Mathematik 2023
Gruppe Student (11., 12. und 13. Schulstufe)
Österreich – 16. 3. 2023

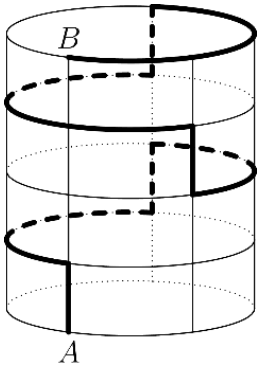
- 3 Punkte Beispiele -

1. Was ist die gekürzte Darstellung des folgenden Bruchs? $\dfrac{7777^2}{5555 \cdot 2222}$

(A) 1 (B) $\dfrac{7}{10}$ (C) $\dfrac{49}{10}$ (D) $\dfrac{77}{110}$ (E) 49

2. Julia wirft gleichzeitig 5 Spielwürfel. Sie erhält zusammen 19 Punkte.
Wie viele Sechser kann sie höchstens geworfen haben?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

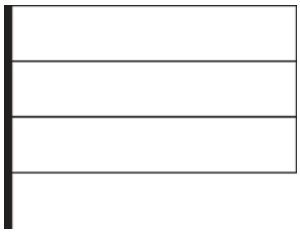


3. Eine zylindrische Dose ist 15 cm hoch. Der Umfang ihres Basiskreises beträgt 30 cm. Eine Ameise spaziert vom Punkt A auf der Basis zum Punkt B auf der Deckfläche. Ihr Weg verläuft zum Teil senkrecht nach oben und zum Teil längs waagrecht liegender Kreisbögen. Ihr Weg ist in der Abbildung dick eingezeichnet (auf der Vorderseite der Dose voll, auf der Rückseite strichliert). Wie lang ist der Gesamtweg, den die Ameise zurücklegt?

(A) 45 cm (B) 55 cm (C) 60 cm (D) 65 cm (E) 75 cm

4. Es sei A die 2023-stellige Zahl, bei der jede Ziffer 1 ist. Was ist die Ziffernsumme der Zahl $A \cdot 1111$?

(A) 8080 (B) 8083 (C) 8086 (D) 8092 (E) 8101



5. Emma soll die drei Streifen der abgebildeten Fahne färben. Es stehen ihr vier Farben zur Verfügung. Sie soll für jeden Streifen nur eine Farbe verwenden und keine unmittelbar benachbarten Streifen gleich färben.
Auf wie viele verschiedene Arten kann sie die Fahne färben?

(A) 24 (B) 27 (C) 32 (D) 36 (E) 64

6. Wir bezeichnen eine positive ganze Zahl *n* als *zweiprim*, wenn sie genau drei verschiedene positive Teiler besitzt, nämlich 1, 2 und die Zahl *n* selbst. Wie viele zweiprime Zahlen gibt es?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

7. Wie lautet die Einerziffer des folgenden Produkts? $\left(5^5+1\right)\cdot\left(5^{10}+1\right)\cdot\left(5^{15}+1\right)$

(A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 5 (E) 6

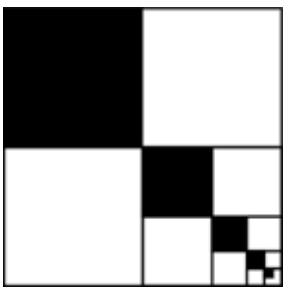
8. Wie lautet der Wert der folgenden Summe?

$$2^{0^{2^3}} + 0^{2^{3^2}} + 2^{3^{2^0}} + 3^{2^{0^2}}$$

(A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 12 (E) mehr als 100

9. 23 Tiere sitzen in einer Reihe im Kino. Jedes Tier ist entweder ein Biber oder ein Känguru. Jedes Tier hat zumindest ein Känguru als Nachbarn.
Wie viele Biber sitzen höchstens in der Reihe?

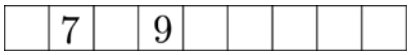
(A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 11 (E) 12



10. Ein Quadrat mit dem Flächeninhalt 84 wird in vier Quadrate geteilt. Das obere linke Quadrat wird schwarz gefärbt. Das rechte untere Quadrat wird wieder in vier Quadrate geteilt, und so fort. Der Prozess wird unendlich oft wiederholt.
Wie groß ist der Flächeninhalt des schwarz gefärbten Bereichs?

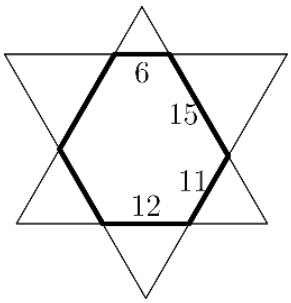
(A) 24 (B) 28 (C) 31 (D) 35 (E) 42

4 Punkte Beispiele -



11. Die Zahlen von 1 bis 9 sollen gemäß folgenden Regeln auf die 9 Quadrate im Bild verteilt werden: In jedem Quadrat soll eine Zahl stehen. Die Summe von drei benachbarten Zahlen ist immer ein Vielfaches von 3. Die Zahlen 7 und 9 sind bereits eingesetzt worden.
Auf wie viele Arten können die übrigen Zahlen eingesetzt werden?

(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 24

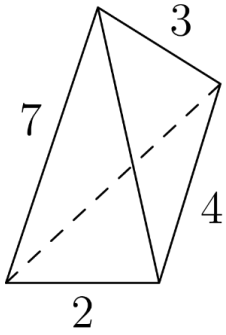


12. Zwei verschieden große gleichseitige Dreiecke werden so übereinander gelegt, dass im Inneren ein Sechseck mit gegenüberliegenden parallelen Seiten entsteht. Vier Seitenlängen des Sechsecks sind in der Abbildung gegeben.
Wie groß ist der Umfang des Sechsecks?

(A) 64 (B) 66 (C) 68 (D) 70 (E) 72

13. Fünf Zahlen a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 mit der Summe S sind gegeben. Es ist bekannt, dass die Beziehung $a_k = k + S$ für $1 \le k \le 5$ gilt. Was ist der Wert von S?

(A) $\frac{15}{4}$ (B) $-\frac{15}{4}$ (C) -15 (D) 15 (E) eine andere Zahl



14. Eine dreiseitige Pyramide hat lauter ganzzahlige Kantenlängen. Vier dieser Kantenlängen sind in der Abbildung zu sehen.
Wie groß ist die Summe der restlichen beiden Kantenlängen?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

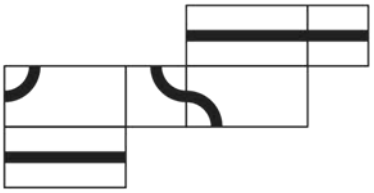
15. Wie viele Paare ganzer Zahlen (m, n) erfüllen die Ungleichung $|2m - 2023| + |2n - m| \le 1$?

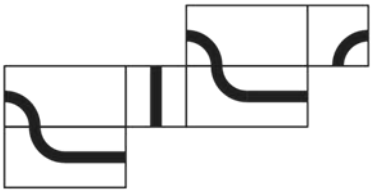
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

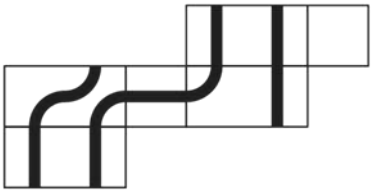
16. Die Zahl 5^{5^6} wird in der Form n^n mit einer natürlichen Zahl n geschrieben. Wie lautet der Wert von n?

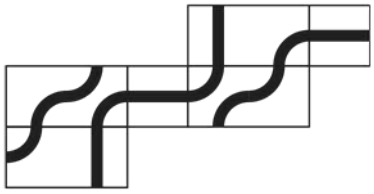
(A) $5 \cdot 5^4$ (B) $5 \cdot 5^5$ (C) 5^{30} (D) 30 (E) 25^{25}

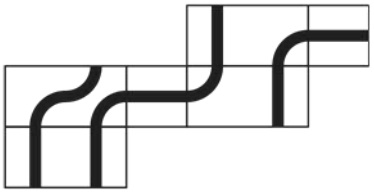
17. Leon hat einen geschlossenen Weg auf der Oberfläche eines Quaders gezeichnet.
Welches Netz kann seinen Weg darstellen?

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


18. Für jede positive ganze Zahl n ist die Zahl $n!$ definiert als Produkt aller Zahlen von 1 bis n. So gilt z.B. $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Für ein bestimmtes N gilt die Formel $N! = 6! \cdot 7!$.
Wie groß ist die Ziffernsumme von N?

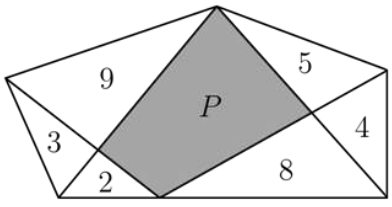
(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 9

19. Die Graphen der Funktionen $y = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$ gehen unabhängig von der Wahl von a alle durch denselben Punkt. Wie groß ist die Summe der Koordinaten dieses gemeinsamen Punktes?

(A) 2 (B) 4 (C) 7 (D) 8 (E) eine andere Zahl

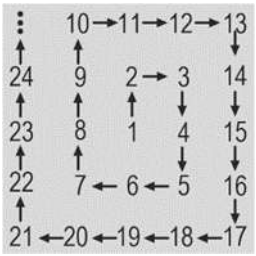
20. Ein Fünfeck ist, wie in der Abbildung zu sehen, in kleinere Teile unterteilt. Die Zahlen in den Dreiecken geben den Flächeninhalt des jeweiligen Dreiecks an. Wie groß ist der Flächeninhalt P des grauen Vierecks?

(A) 15 (B) $\frac{31}{2}$ (C) 16 (D) 17 (E) eine andere Zahl

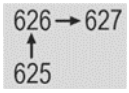


- 5 Punkte Beispiele -

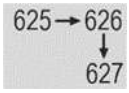
21. Die Abbildung zeigt eine Spirale aufeinanderfolgender Zahlen, die mit 1 beginnt.
In welcher Anordnung werden die Zahlen 625, 626 und 627 in der Spirale auftreten?



(A)

(B) 

(C)

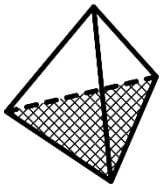
(D) 

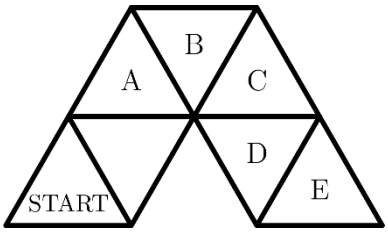
(E)

22. Wie viele positive ganze Zahlen teilen $2^{20} \cdot 3^{23}$, aber nicht $2^{10} \cdot 3^{20}$?
(A) 13 (B) 30 (C) 273 (D) 460 (E) eine andere Zahl

23. An einem dreiteiligen Kletterwettbewerb nehmen 13 Athleten teil. In keinem Teil gibt es einen Gleichstand. Der Gesamtrang jedes Athleten wird durch Reihung der Produkte der erreichten Ränge in den drei Teilen berechnet: Erreicht ein Athlet etwa einmal den 4. Rang, einmal den 3. Rang und einmal den 6. Rang, so erhält er das Punkteergebnis $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$. Je höher das Punkteergebnis ist, umso schlechter ist der Gesamtrang. Welchen Gesamtrang kann Hans im schlechtesten Fall erreichen, wenn er in zwei Teilen jeweils den 1. Rang erreicht?
(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5. (E) 6.

24. Ein Spielstein in der Form eines regelmäßigen Tetraeders hat eine markierte Fläche. Diese Fläche wird auf das mit START beschriftete Dreieck gestellt. Der Spielstein wird dann innerhalb der Figur der Reihe nach auf die angrenzenden Dreiecke durch Rollen um eine Kante bewegt. Auf welchem Dreieck liegt der Spielstein, wenn er zum ersten Mal wieder auf der markierten Fläche zu stehen kommt?



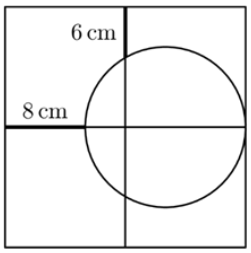


(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

25. Ein Teil eines Polynoms fünften Grades ist wegen eines Tintenflecks unlesbar. Es ist bekannt, dass alle Nullstellen des Polynoms ganzzahlig sind. Was ist die höchstmögliche Potenz von $x-1$, die das Polynom teilt?

(A) $(x-1)^1$ (B) $(x-1)^2$ (C) $(x-1)^3$ (D) $(x-1)^4$ (E) $(x-1)^5$

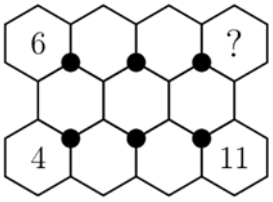
26. Das große abgebildete Quadrat ist in vier kleine Quadrate geteilt. Der Kreis berührt die rechte Seite des großen Quadrats in ihrem Mittelpunkt. Wie groß ist die Seitenlänge des großen Quadrats? (Hinweis: Die Abbildung ist nicht im Maßstab gezeichnet.)



(A) 18 cm (B) 20 cm (C) 24 cm (D) 28 cm (E) 30 cm

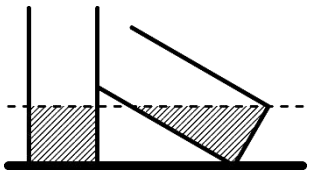
27. Was ist der größte gemeinsame Teiler aller Zahlen der Gestalt
$n^3 \cdot (n+1)^3 \cdot (n+2)^3 \cdot (n+3)^3 \cdot (n+4)^3$, wobei *n* eine positive ganze Zahl ist?
(A) $2^9 \cdot 3^3$ (B) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$ (C) $2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^3$ (D) $2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^3$ (E) $2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^3$

28. Die Zahlen von 1 bis 11 werden in die leeren Sechsecke geschrieben. Dabei sind die Summen von drei Zahlen, die in drei Sechsecken mit einem gemeinsamen dicken Punkt stehen, jeweils gleich. Drei der elf Zahlen sind bereits eingetragen (siehe Abbildung).
Welche Zahl wird in das Sechseck mit dem Fragezeichen geschrieben?



(A) 5 (B) 4 (C) 7 (D) 3 (E) 9

29. Zwei identische zylindrische Gläser beinhalten gleich viel Wasser. Das linke Glas steht gerade, während das rechte schräg angelehnt ist. Der Wasserspiegel befindet sich in beiden Gläsern in derselben Höhe. Der Wasserspiegel im schräg liegenden Glas berührt dessen Boden in exakt einem Punkt (siehe Abbildung). Die Grundflächen beider Gläser sind Kreise mit dem Flächeninhalt 3π cm². Wie viel Wasser befindet sich in jedem Glas?



(A) 9π cm³ (B) 6π cm³ (C) $3\sqrt{3}\pi$ cm³ (D) $\frac{3\pi}{4}$ cm³ (E) Es ist aus dieser Information nicht eindeutig bestimmbar.

30. Das Produkt von sechs aufeinanderfolgenden Zahlen ist eine 12-ziffrige Zahl der Gestalt *abb cdd cdd abb*, wobei die Ziffern *a, b, c* und *d* auch aufeinanderfolgende Zahlen in irgendeiner Reihenfolge sind.
Was ist der Wert der Ziffer *d*?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2023
16. 3. 2023

Level: Student, Grade: Schulstufe 11–13

Full name:

School:

Class:

Time: 75 min.
30 starting points

each correct answer to questions 1. – 10.:	3 points
each correct answer to questions 11. – 20.:	4 points
each correct answer to questions 21. – 30.:	5 points
each questions left unanswered:	0 points

each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 bis 30). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

Mit meiner Unterschrift gebe ich das Einverständnis, dass meine angeführten personenbezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte

Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

Ort, Datum Unterschrift

pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

Känguru der Mathematik 2023
Level Student (Schulstufe 11, 12 and 13)
Austria – 16. 3. 2023

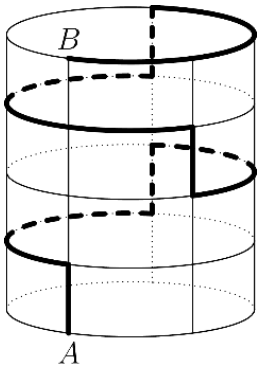
- 3 Point Examples -

1. What is the simplified representation of the following fraction? $\dfrac{7777^2}{5555 \cdot 2222}$

(A) 1 (B) $\dfrac{7}{10}$ (C) $\dfrac{49}{10}$ (D) $\dfrac{77}{110}$ (E) 49

2. Julia rolls 5 dice at the same time. She obtains a sum total of 19 points.
What is the biggest number of sixes she can have rolled?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

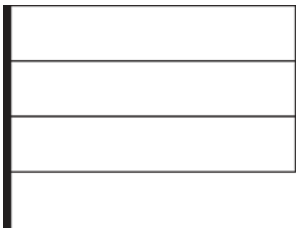


3. A cylindrical tin is 15 cm high. The circumference of the base circle is 30 cm. An ant walks from point A at the base to point B at the top. Its path is partly vertically upwards and partly along horizontal circular arcs. Its path is drawn in bold on the diagram (with a solid line on the front and a dashed line at the back). How long is the total distance covered by the ant?

(A) 45 cm (B) 55 cm (C) 60 cm (D) 65 cm (E) 75 cm

4. Let A be a 2023-digit number where every digit is 1. What is the sum of the digits of the number $A \cdot 1111$?

(A) 8080 (B) 8083 (C) 8086 (D) 8092 (E) 8101



5. Emma should colour in the three strips of the flag shown. She has four colours available. She can only use one colour for each strip and immediately adjacent strips are not to be of the same colour.
How many different ways are there for her to colour in the flag?

(A) 24 (B) 27 (C) 32 (D) 36 (E) 64

6. We call a positive integer *n twoprime*, if it has exactly three different positive factors, namely 1, 2 and the number *n* itself. How many twoprime numbers are there?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

7. What is the units digit of the following product? $\left(5^5+1\right) \cdot \left(5^{10}+1\right) \cdot \left(5^{15}+1\right)$

(A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 5 (E) 6

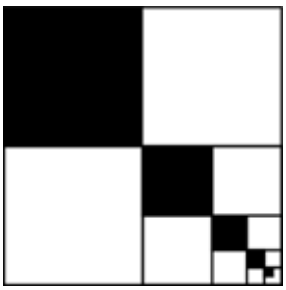
8. What is the value of the following sum?

$$2^{0^{2^3}} + 0^{2^{3^2}} + 2^{3^{2^0}} + 3^{2^{0^2}}$$

(A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 12 (E) more than 100

9. 23 animals are sitting in the first row of a cinema. Each animal is either a beaver or a kangaroo. Each animal has at least one kangaroo next to it.
What is the maximum amount of beavers in the row?

(A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 11 (E) 12

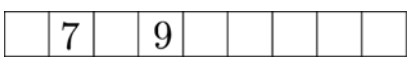


10. A square with area 84 is split into four squares. The upper left square is coloured in black. The lower right square is again split into four squares and so on. The process is repeated infinitely many times.
How big is the area coloured in black?

(A) 24 (B) 28 (C) 31 (D) 35 (E) 42

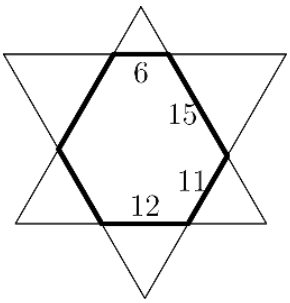
- 4 Point Examples -

11. The numbers from 1 to 9 are to be distributed to the nine squares in the diagram according to the following rules: There is to be one number in each square. The sum of three adjacent numbers is always a multiple of 3. The numbers 7 and 9 are already written in.
How many ways are there to insert the remaining numbers?



(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 24

12. Two equilateral triangles of different sizes are placed on top of each other so that a hexagon is formed on the inside whose opposite sides are parallel.
Four of the side lengths of the hexagon are stated in the diagram.
How big is the perimeter of the hexagon?

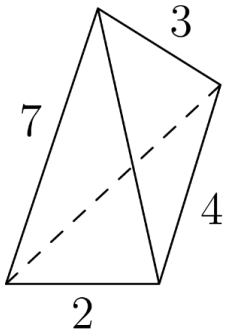


(A) 64 (B) 66 (C) 68 (D) 70 (E) 72

13. Consider the five numbers a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 with sum S. It is known that $a_k = k + S$ for $1 \le k \le 5$. What is the value of S?

(A) $\frac{15}{4}$ (B) $-\frac{15}{4}$ (C) -15 (D) 15 (E) another number

14. In a three-sided pyramid all side lengths are integers.
Four of the side lengths can be seen in the diagram.
What is the sum of the two remaining side lengths?



(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

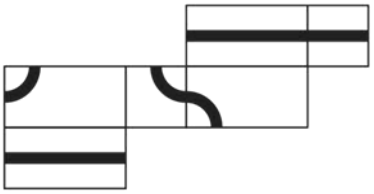
15. How many pairs of integers (m, n) fulfil the inequality $|2m - 2023| + |2n - m| \le 1$?

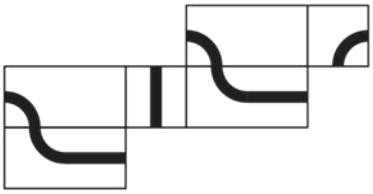
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

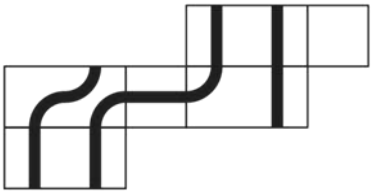
16. The number 5^{5^6} is to be written in the form n^n where n is a natural number. What is the value of n?

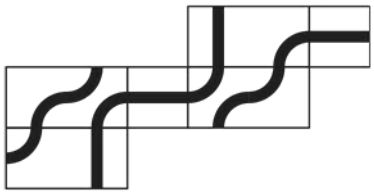
(A) $5 \cdot 5^4$ (B) $5 \cdot 5^5$ (C) 5^{30} (D) 30 (E) 25^{25}

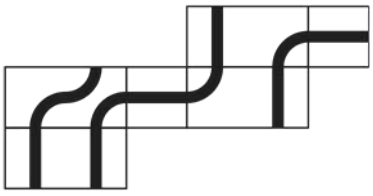
17. Leon has drawn a closed path on the surface of a cuboid.
Which net can represent his path?

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


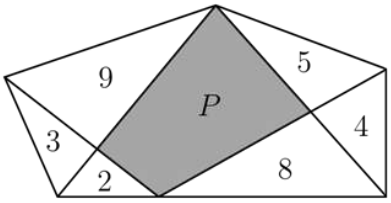
18. For each positive integer n the number $n!$ is defined as the product of all numbers from 1 to n. For example, $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. For a certain N the formula $N! = 6! \cdot 7!$ holds.
How big is the sum of the digits of N?

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 9

19. The graphs of the functions $y = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$ all pass through a common point independent of the choice of a. How big is the sum of the co-ordinates of this common point?

(A) 2 (B) 4 (C) 7 (D) 8 (E) another number

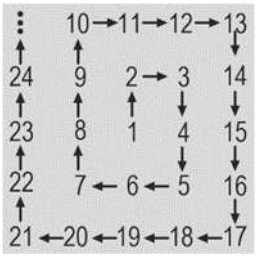
20. A pentagon is cut into smaller parts as shown in the diagram.
The numbers in the triangles state the area of the according triangle.
How big is the area P of the grey quadrilateral?



(A) 15 (B) $\frac{31}{2}$ (C) 16 (D) 17 (E) another number

- 5 Point Examples -

21. The diagram shows a spiral of consecutive numbers starting with 1.
In which order will the numbers 625, 626 and 627 appear in the spiral?

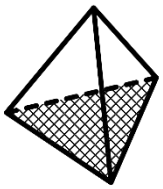


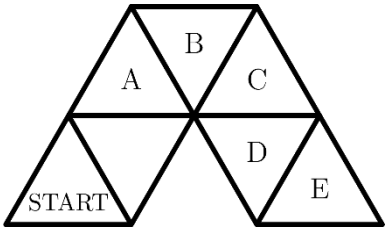
(A) 627 ↑ 626 ↑ 625 (B) 626 → 627 ↑ 625 (C) 625 → 626 → 627 (D) 625 → 626 ↓ 627 (E) 625 ↓ 626 ↓ 627

22. How many positive integers divide $2^{20} \cdot 3^{23}$ but not $2^{10} \cdot 3^{20}$?
(A) 13 (B) 30 (C) 273 (D) 460 (E) another number

23. 13 athletes took part in a three-part climbing competition. There are no draws in any part. The final rank of each athlete is determined by arranging the products of the ranks in each of the three parts: If an athlete for example comes 4th once, 3rd once and 6th once, he has $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$ points. The higher the number of points, the worse the final rank. What is the worst possible final rank Hans can get to if he was 1st in two of the parts?
(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5. (E) 6.

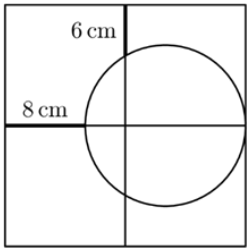
24. A game marker in the shape of a regular tetrahedron has one marked area. That side is placed on the triangle marked START. The marker is then moved within the diagram always to the next adjacent triangle by rolling it around an edge. On which triangle is the marker when it is on the marked side again for the first time?
(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E





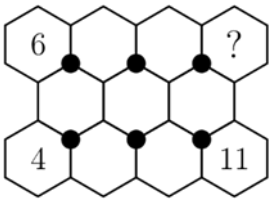
25. A part of a polynomial of degree five is illegible due to an ink stain. It is known that all zeros of the polynomial are integers. What is the highest power of $x-1$ that divides this polynomial?
(A) $(x-1)^1$ (B) $(x-1)^2$ (C) $(x-1)^3$ (D) $(x-1)^4$ (E) $(x-1)^5$

26. The big square shown is split into four small squares. The circle touches the right side of the square in its midpoint. How big is the side length of the big square? (Hint: The diagram is not drawn to scale.)
(A) 18 cm (B) 20 cm (C) 24 cm (D) 28 cm (E) 30 cm

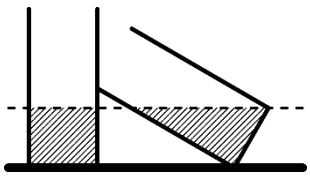


27. What is the biggest common factor of all numbers of the form
$n^3 \cdot (n+1)^3 \cdot (n+2)^3 \cdot (n+3)^3 \cdot (n+4)^3$ where *n* is a positive integer?
(A) $2^9 \cdot 3^3$ (B) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$ (C) $2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^3$ (D) $2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^3$ (E) $2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^3$

28. The numbers from 1 to 11 are written in the empty hexagons. The sums of the three numbers in three hexagons with a common bold point are always equal. Three of the eleven numbers are already written in (see diagram).
Which number is written in the hexagon with the question mark?
(A) 5 (B) 4 (C) 7 (D) 3 (E) 9



29. Two identical cylindrical glasses contain the same amount of water. The left glass is upright, while the right one rests against the other one at a slant. The water level in both glasses is at the same height. The water level in the leaning glass touches its bottom in exactly one point (see diagram). The bases of both glasses have an area of 3π cm². How much water is in each glass?



(A) 9π cm³ (B) 6π cm³ (C) $3\sqrt{3}\pi$ cm³ (D) $\frac{3\pi}{4}$ cm³ (E) It cannot be uniquely determined from this information.

30. The product of six consecutive numbers is a 12-digit number of the form *abb cdd cdd abb*, where the digits *a, b, c* and *d* are also consecutive numbers in any order.
What is the value of the digit *d*?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Känguru 2023 – Student – Lösungen und Erklärungen

1. Wir nutzen, dass jede Zahl, die aus lauter gleichen Ziffern besteht, dargestellt werden kann als $111\ldots1$ multipliziert mit dieser Ziffer, d.h. $7777 = 1111 \cdot 7$, $5555 = 1111 \cdot 5$ und $2222 = 1111 \cdot 2$. Damit erhalten wir:

$$\frac{7777^2}{5555 \cdot 2222} = \frac{(1111 \cdot 7)^2}{1111 \cdot 5 \cdot 1111 \cdot 2} = \frac{1111^2 \cdot 7^2}{1111^2 \cdot 5 \cdot 2} = \frac{7^2}{5 \cdot 2} = \boxed{\frac{49}{10}}.$$

2. Wenn vier oder fünf Würfel einen Sechser zeigen würden, hätten schon allein diese Würfel eine höhere Summe als 19.

   Wenn Julia drei Sechser geworfen hätte, würden diese drei Würfel 18 zur Summe beitragen und die restlichen zwei Würfel jeweils mindestens 1, sodass die Summe mindestens 20 wäre.

   Mit **zwei** Sechsern ist es möglich, die Summe 19 zu erreichen, beispielsweise als $19 = 6 + 6 + 5 + 1 + 1$.

3. Wir betrachten die senkrechten Wege und die Wege entlang der Kreisbögen getrennt voneinander.

   Die vier senkrechten Stücke summieren sich genau auf ein Mal die Höhe des Zylinders. (Die Ameise startet ganz unten, geht senkrecht immer nur nach oben und nie nach unten, und endet ganz oben.)

   Die Stücke entlang der Kreisbögen, wenn man alle senkrechten Strecken weglassen würde, summieren sich auf zwei vollständige Runden um den Zylinder, da B genau senkrecht über A liegt.

   Insgesamt legt die Ameise somit $15\,\text{cm} + 2 \cdot 30\,\text{cm} = \boxed{75\,\text{cm}}$ zurück.

4. Wir schreiben die Multiplikationstabelle für $A \cdot 1111$ an:

1	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	1	1	1	1	1	1		×		1	1	1	1
				1	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	1	1	1	1	1	1			
					1	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	1	1	1	1	1	1		
						1	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	1	1	1	1	1	1	
							1	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	1	1	1	1	1	1	1
				1	2	3	4	4	4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	4	4	4	3	2	1

   Dabei steht in jeder der vier Zeilen die Zahl A, jeweils um eine Stelle versetzt. Die neu entstandene Zahl hat um drei Stellen mehr als A, wie wir aus Vergleich der letzten Zeile mit dem Ergebnis leicht ablesen können.

   Von diesen $2023 + 3 = 2026$ Ziffern sind die erste und letzte je 1, die zweite und vorletzte je 2, die dritte und drittletzte je 3, und alle anderen $2026 - 6 = 2020$ Ziffern sind 4, weil an all diesen Stellen immer vier Einser addiert werden und es keine Überträge gibt.

   Die Ziffernsumme beträgt somit $1 + 2 + 3 + 2020 \cdot 4 + 3 + 2 + 1 = 6 + 8080 + 6 = \boxed{8092}$.

5. Emma kann die Fahne beispielsweise von oben nach unten färben: Für den obersten Streifen hat sie vier Farben zur Auswahl. Für den mittleren Streifen kann sie alle bis auf die oben verwendete Farbe verwenden, es bleiben ihr also drei Möglichkeiten. Für den untersten Streifen hat sie ebenso alle Farben bis auf die in der Mitte verwendete zur Auswahl, also wieder drei Möglichkeiten.

   Insgesamt hat sie somit $4 \cdot 3 \cdot 3 = \boxed{36}$ Möglichkeiten.

   Alternativlösungen und Anmerkungen:

   Wenn man ganz genau sein will, kann man sich jetzt noch überlegen, ob alle legalen Färbungen wirklich mit dieser Methode erreicht werden können. Dies ist jedoch leicht zu argumentieren, dass eine vorgegebene legale Färbung sicher nach diesen Regeln von oben nach unten bemalt werden kann.

   Eine etwas rechenintensivere alternative Methode kann darin bestehen, alle $4^3 = 64$ mit vier Farben möglichen Färbungen zu betrachten und davon alle illegalen abzuziehen. Zunächst betrachten wir illegale Färbungen, bei denen die oberen zwei Streifen dieselbe Farbe haben; derer gibt es $4 \cdot 4 = 16$ (nämlich 4 Optionen für die doppelt verwendete Farbe oben, und 4 Optionen für den unteren Streifen). Ebenso gibt es 16 Optionen, bei denen die unteren beiden Streifen dieselbe Farbe haben.

   Nun kommen wir aber nur auf $64 - 16 - 16 = 32$ Möglichkeiten. Das liegt daran, dass wir alle mit drei gleichen Streifen gleich doppelt abgezogen haben. Wenn wir diese vier Möglichkeiten, alle drei Streifen

gleich zu färben, wieder dazuaddieren, erhalten wir schließlich dieselben $64-16-16+4=36$ Möglichkeiten. Diese Methode nennt sich „Inklusion-Exklusion“.

6. Wenn 2 die Zahl n teilt, dann ist auch $y=\frac{n}{2}$ eine ganze Zahl, die n teilt (weil $2\cdot y=n$).

   Wir wissen aber, dass n nur die Teiler 1, 2 und n hat. Offensichtlich ist y weder gleich 1 noch gleich n, also muss $y=2$ gelten. Somit folgt $n=2\cdot y=2\cdot 2=4$ als **einzige Lösung**.

   Alternativlösungen und Anmerkungen:

   Es ist auch bekannt, dass eine Zahl genau dann eine ungerade Anzahl von Teilern hat, wenn sie eine Quadratzahl ist. Das kann man wie folgt begründen: Bei jeder Zahl kann man die Menge aller Teiler in Paare $(t,\frac{n}{t})$ einteilen, deren Produkt jeweils n ergibt, wobei immer einer der Teiler im Paar kleiner oder gleich $\sqrt{n}$ und der andere größer oder gleich $\sqrt{n}$ ist. Bei einer Quadratzahl hat man jedoch als Sonderfall darunter das Paar $(\sqrt{n},\sqrt{n})$, bei dem derselbe Teiler doppelt vorkommt.

   Genau drei Teiler haben dabei nur die Quadrate von Primzahlen, da jedes Quadrat einer zusammengesetzten Zahl $n=(a\cdot b)^2$ mit $a>1$ und $b>1$ (aber a und b nicht notwendigerweise verschieden) mindestens 1, a, a^2, a^2b und a^2b^2 als Teiler hätte, die sicher alle verschieden sind. (Jeder ist das Produkt des vorigen Teilers mit einer Zahl größer als 1, daher sind sie aufsteigend nach Größe sortiert.)

   Wir wissen also, dass n das Quadrat einer Primzahl sein muss und 2 als Faktor hat, damit ist $n=4$ eindeutig.

7. Da uns nur die Einerziffer interessiert, können wir bei allen Zwischenschritten alle höheren Stellen immer gleich „wegwerfen“. (Mathematisch ausgedrückt: Wir rechnen modulo 10.)

   Zunächst beobachten wir, dass alle Fünferpotenzen immer mit der Ziffer 5 enden: 5, 25, 125, 625, ... Dies können wir zum Beispiel beweisen, indem wir die Multiplikation Schritt für Schritt betrachten: Die neue Einerstelle ergibt sich immer aus dem Produkt der alten beiden Einerstellen, alle höheren Stellen haben auf die neue Einerstelle keinen Einfluss. Wenn man eine Zahl, die auf 5 endet, also mit einer anderen Zahl multipliziert, die auf 5 endet, erhält man wegen $5\cdot 5=25$ wieder eine Zahl, die auf 5 endet.

   In jeder Klammer wird demnach zu einer auf 5 endenden Fünferpotenz die Zahl 1 addiert, und wir erhalten somit eine auf 6 endende Zahl.

   Dasselbe wie mit der Endziffer 5 passiert praktischerweise auch mit der Ziffer 6: Wenn man eine Zahl, die auf 6 endet, mit einer anderen Zahl multipliziert, die auf 6 endet, erhält man wegen $6\cdot 6=36$ wieder eine Zahl, die auf 6 endet.

   Das Produkt der drei Klammern, die jeweils auf 6 enden, endet daher wieder auf **6**.

   Alternativlösungen und Anmerkungen:

   Dasselbe modulo 10 angeschrieben: Es gilt $5^n\equiv 5 \pmod{10}$ und $6^n\equiv 6 \pmod{10}$ für alle positiven ganzen Zahlen n, und somit

   $$(5^5+1)\cdot(5^{10}+1)(5^{15}+1)\equiv(5+1)\cdot(5+1)\cdot(5+1)=6^3\equiv \mathbf{6} \pmod{10}.$$

8. Die Zahl 0 hoch jeder beliebigen Zahl außer 0 ergibt immer 0, also $0^x=0$ für alle $x\neq 0$. In jedem der Potenztürme kommt nur eine 0 vor, also können wir den gesamten Turm darüber jeweils sofort durch 0 ersetzen.

   Konkret für den zweiten Summanden ergibt sich sofort $0^{2^{3^2}}=0$.

   Die zweite benötigte Rechenregel mit 0 lautet, dass jede Zahl außer 0, wenn man sie hoch 0 nimmt, immer 1 ergibt, also $x^0=1$ für alle $x\neq 0$.

   Für den ersten Summanden erhalten wir, indem wir diese beiden Regeln anwenden, somit $2^{0^{2^3}}=2^0=1$.

   Bei den restlichen beiden Summanden müssen wir neben der Anwendung dieser Regeln zudem die Hochzahlen in der richtigen Reihenfolge auflösen; die Schreibweise x^{y^z} ist gleichbedeutend mit $x^{(y^z)}$. Wir erhalten $2^{3^{2^0}}=2^{3^1}=2^3=8$ und $3^{2^{0^2}}=3^{2^0}=3^1=3$.

   In Summe erhalten wir $1+0+8+3=\mathbf{12}$.

9. Es können nie drei Biber nebeneinander sitzen, weil der mittlere dann kein Känguru als Nachbarn hätte. Ebenso muss jedes Känguru neben einem anderen Känguru sitzen.

   Etwas mathematisch unpräzise kann man wie folgt argumentieren: Wenn man so viele Biber wie möglich

hinsetzen will, muss man also immer abwechselnd zwei Biber und zwei Kängurus hinsetzen, irgendwo in der Mitte sieht die Reihe also etwa wie folgt aus: „$\ldots BBKKBBKKBBKKBB\ldots$“ (wobei B für einen Biber und K für ein Känguru steht).

Es gibt vier Möglichkeiten, wie man so eine Reihe beim ersten Sitzplatz beginnen kann, nämlich „$KKBB\ldots$“, „$BKKB\ldots$“, „$BBKK\ldots$“ oder „$KBBK\ldots$“. Von diesen ist die Möglichkeit „$BBKK\ldots$“ verboten, weil der erste Biber kein Känguru als Nachbarn hat. Ebenso würde Möglichkeit „$KBBK\ldots$“ am rechten Rand mit zwei Bibern enden und ist daher nicht möglich. Die beiden verbleibenden Möglichkeiten $KKBBKKBBKKBBKKBBKKBBKKBB$ und $BKKBBKKBBKKBBKKBBKKBBKK$ haben jeweils **11** Biber unter den 23 Plätzen.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Dem*der echten Mathematiker*in ist die in den Raum gestellte Behauptung, man müsse immer zwei Biber und dann zwei Kängurus nebeneinandersetzen, natürlich zu unpräzise. Zwar haben wir eine Möglichkeit mit 11 Bibern gefunden, aber geht es denn wirklich nicht besser, wenn wir vielleicht doch irgendwo einen einzelnen Biber zwischen zwei Kängurus setzen und dafür zum Ausgleich woanders vielleicht mehr Biber unterbringen könnten?

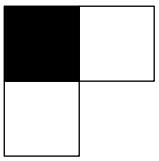
Zwar kann man hier „händefuchtelnd“ recht viel argumentieren, beispielsweise, dass die Anordnung links von einem Känguru unabhängig ist von jener rechts davon und das Herausnehmen eines Bibers zwischen zwei Kängurus somit nur dort die Situation verschlechtert und nirgends etwas verbessert... Eine sehr elegante Möglichkeit, es ohne langen Text zu beweisen, lautet jedoch wie folgt:

Wir teilen die 23 Sitzplätze in 5 Vierergruppen und 3 Plätze am Ende: [....][....][....][....][....][...]

Unter vier benachbarten Tieren „$\ldots PQRS\ldots$“ müssen immer mindestens zwei Kängurus sein, weil die zwei Tiere in der Mitte, Q und R, sonst kein Känguru als Nachbarn hätten (selbst, wenn sich links und rechts von der Vierergruppe lauter Kängurus befinden würden) und ein einzelnes Känguru auch nicht gleichzeitig zu Q und R benachbart sein kann. Daher sitzen auf den ersten 20 Plätzen mindestens 10 Kängurus und folglich höchstens 10 Biber.

In der Dreiergruppe „$\ldots PQR$“ am Ende werden mindestens zwei Kängurus benötigt, damit Q und R jeweils ein Känguru als Nachbarn haben, daher kann die Dreiergruppe höchstens einen Biber enthalten. Maximal bringen wir daher $10+1 = 11$ Biber unter – und das ganz unabhängig von jedweden Überlegungen, in welcher Reihenfolge man sie am besten hinsetzen sollte.

10. Die Figur setzt sich zusammen aus unendlich vielen Elementen dieser Form, jedes halb so groß wie das vorige:



In jedem dieser Teile macht die schwarze Fläche ein Drittel der Gesamtfläche aus, also beträgt die schwarze Fläche auch insgesamt ein Drittel von 84, alos $84/3 = \mathbf{28}$.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Natürlich kann man auch banal eine geometrische Reihe berechnen: Der Anteil der schwarzen Fläche beträgt

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \cdots \\ &= \left(\frac{1}{4}\right)^1 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \left(\frac{1}{4}\right)^4 + \cdots \\ &= \frac{1}{1-\frac{1}{4}} - 1 \\ &= \frac{1}{\frac{3}{4}} - 1 = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}, \end{aligned}$$

wobei wir die Formel $q + q^2 + q^3 + \cdots = \frac{1}{1-q} - 1$ verwendet haben. (Das -1 kommt gegenüber der vielleicht bekannteren Formel aus dem Formelheft ins Spiel, weil wir bei q^1 statt q^0 beginnen.)

11. Wir teilen die Zahlen in drei „Restklassen“ bei Division durch 3: Die Zahlen 3, 6 und 9 sind alle durch 3 teilbar, die Zahlen 1, 4 und 7 lassen jeweils einen Rest von 1 bei Division durch 3, und die Zahlen 2, 5 und 8 lassen jeweils einen Rest von 2 bei Division durch 3.

    Betrachten wir als erstes diejenige Dreiergruppe, in der links bereits die Zahl 7 (Rest 1) und rechts die Zahl 9 (Rest 0) steht. Damit die Summe der drei Zahlen durch 3 teilbar ist, muss die mittlere Zahl einen Rest von 2 bei Division durch 3 haben. Zwischen den drei solchen Zahlen, 2, 5, und 8, können wir frei wählen.

    Nun stellen wir eine unabhängige Überlegung für vier beliebige nebeneinanderliegende Zahlen a, b, c, d an, die die Bedingung erfüllen, d.h. $a+b+c$ ist ein Vielfaches von 3, und $b+c+d$ ist ebenfalls ein Vielfaches von 3. Die Differenz von zwei Vielfachen von 3 ist wieder ein Vielfaches von 3, daher ist die Differenz $a+b+c-(b+c+d)=a-d$ ein Vielfaches von 3, und daraus folgt, dass a und d dieselbe Restklasse bei Division durch 3 haben. Kurz: Wenn man bei der Betrachtung der Summen von drei benachbarten Zahlen um ein Feld nach rechts geht, dann hat die rechts neu dazukommende Zahl immer genau dieselbe Restklasse wie die links wegfallende. (Dasselbe funktioniert natürlich auch in die andere Richtung.)

    Da wir die Restklassen einer kompletten Dreiergruppe schon kennen, folgt, dass die Zahlen den folgenden Restklassen angehören müssen, wobei die zwei vorgegebenen Zahlen blau markiert sind und die im ersten Schritt abgeleitete Restklasse der mittleren Zahl orange:

0	1	2	0	1	2	0	1	2

    Da wir auf keine Eigenschaft außer der Restklasse achten brauchen, sind die Zahlen mit derselben Restklasse jeweils völlig frei vertauschbar. Auf die drei Felder mit Restklasse 2 können wir die Zahlen 2, 5 und 8 also beliebig verteilen, wofür es $3! = 6$ Möglichkeiten gibt.

    Bei den drei Feldern mit Restklasse 1 ist eines bereits vorgegeben (der 7er), also können wir nur noch 1 und 4 auf die anderen beiden verteilen, wofür es zwei Möglichkeiten gibt.

    Ebenso ist ein Feld mit Restklasse 0 bereits vorgegeben (der 9er), und wir können 3 und 6 auf zwei Arten auf die restlichen beiden Verteilen.

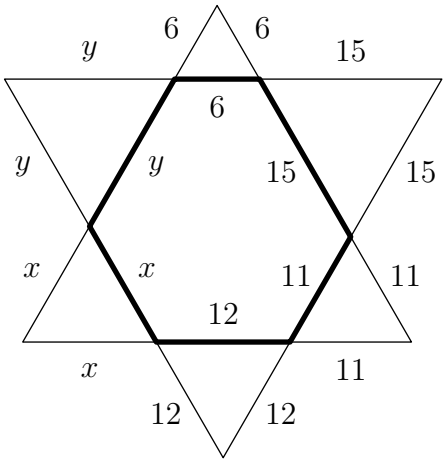
    Insgesamt finden wir somit $6 \cdot 2 \cdot 2 = \mathbf{24}$ Möglichkeiten.

    Alternativlösungen und Anmerkungen:

    Natürlich kann man auch einfach durchprobieren; falls man dabei auf mehr oder weniger als 24 Möglichkeiten gekommen ist, ist hier die vollständige Liste aller Möglichkeiten zum Vergleichen:

    - 372915648
    - 372918645
    - 375912648
    - 375918642
    - 378912645
    - 378915642
    - 672915348
    - 672918345
    - 675912348
    - 675918342
    - 678912345
    - 678915342
    - 372945618
    - 372948615
    - 375942618
    - 375948612
    - 378942615
    - 378945612
    - 672945318
    - 672948315
    - 675942318
    - 675948312
    - 678942315
    - 678945312

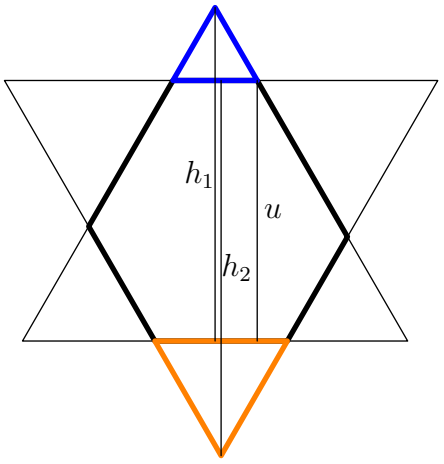
12. Wir erkennen, dass die Spitzen des Sterns lauter gleichseitige Dreiecke sind; dies folgt direkt aus den Winkeln in den zwei großen gleichseitigen Dreiecken und der Parallelität der Seiten. Damit kennen wir die Längen einiger weiterer Strecken:

Somit können wir direkt ablesen, dass für die Seitenlängen des großen Dreiecks mit der Spitze nach unten gilt, dass $12 + 11 + 15 = 38 = 15 + 6 + y = y + x + 12$. Für das andere große Dreieck gilt $11 + 15 + 6 = 32 = 6 + y + x = x + 12 + 11$. Daraus folgt $y = 38 - 15 - 6 = 17$ und $x = 32 - 12 - 11 = 9$.

Der Umfang beträgt folglich $12 + 11 + 15 + 6 + 9 + 17 = \mathbf{70}$.

Alternativlösungen und Anmerkungen:



Als ganz anderen Lösungsweg können wir überlegen, wie die Größe zweier gegenüberliegender Spitzen sich verändert, wenn man die beiden großen Dreiecke zueinander verschiebt. Seien h_1 und h_2 die Höhen der beiden großen Dreiecke, und sei u die Überlappung der Dreiecke in die betrachtete Richtung (siehe Abbildung).

Die beiden gleichseitigen Dreiecke, die die Spitzen bilden, haben dann eine Höhe von $h_1 - u$ (blaues Dreieck) bzw. $h_2 - u$ (oranges Dreieck). Wenn die Überlappung u sich vergrößert oder verkleinert, ändern sich diese beiden Höhen folglich um denselben Betrag.

Weiters wissen wir, dass die Seitenlänge s eines gleichseitigen Dreiecks sich linear zur Höhe h verhält, konkret gilt $s = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot h$.

Also wachsen bei jeder Verschiebung auch beide Seitenlängen um denselben Betrag, oder anders ausgedrückt: *Die Differenz der Seitenlängen gegenüberliegender Spitzen bleibt immer gleich.*

(Das können wir auch nachprüfen, indem wir die Differenz der Seitenlängen als Formel ansetzen:

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot (h_2 - u) - \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot (h_1 - u) \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot (h_2 - u - (h_1 - u)) \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot (h_2 - h_1) \end{aligned}$$

Das u kürzt sich also weg, übrig bleibt nur der (konstante) Unterschied zwischen den Höhen der beiden großen Dreiecke. Dieselbe Rechnung gilt außerdem für alle drei Paare gegenüberliegender Spitzen.)

Daraus folgt, dass die Seitenlänge der Spitze des größeren Dreiecks immer um genau 6 größer ist als jene der gegenüberliegenden Spitze des kleineren Dreiecks. Die beiden fehlenden Sechseckseiten haben also eine Länge von $x = 15 - 6 = 9$ bzw. $y = 11 + 6 = 17$.

13. Wir setzen in die Summe $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = S$ einfach die alternativen Schreibweisen für die a_k ein und erhalten $(1 + S) + (2 + S) + (3 + S) + (4 + S) + (5 + S) = S$, was sich vereinfacht zu $15 + 5S = S$, woraus $15 = -4S$ und schließlich $S = -\frac{15}{4}$ folgt.

14. Hier müssen wir mehrfach die Dreiecksungleichung anwenden, die besagt, dass keine Seite eines Dreiecks länger sein kann als die Summe der anderen beiden Seiten. In dieser Aufgabe ist außerdem auch der Gleichheitsfall, bei dem das Dreieck zu einem Strich würde, nicht erlaubt.

Zunächst betrachten wir die vordere Seite x. Diese muss kleiner als 7 sein, weil sonst $x \geq 3 + 4$ wäre und die drei Seiten rechts kein Dreieck mehr bilden würden. Umgekehrt muss sie größer sein als 5, weil sonst $7 \geq 2 + x$ wäre und die drei Seiten links kein Dreieck bilden könnten. Wegen der Ganzzahligkeit der Seitenlängen folgt $x = 6$.

Für die hintere Seitenlänge y gilt, dass sie kleiner als 6 sein muss, weil sonst $y \geq 2 + 4$. Umgekehrt muss sie größer als 4 sein, weil sonst $7 \geq 4 + y$ gelten würde. Wegen der Ganzzahligkeit folgt $y = 5$.

Insgesamt haben wir $x + y = 6 + 5 = \mathbf{11}$.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Wenn bei einer Känguru-Aufgabe nach einer Summe gefragt wird, vermutet man oft, dass es einen Trick geben muss, diese Summe direkt zu bestimmen statt mühsam ihre einzelnen Teile. In diesem Fall dürfte kein solcher Trick existieren, sondern die Frage nach der Summe dient nur dazu, dass die Antwortmöglichkeiten nicht den Lösungsweg verraten.

15. Im Betrag $|2m - 2023|$ steht als Differenz einer geraden und einer ungeraden Zahl auf jeden Fall eine ungerade Zahl. Die einzigen ungeraden Zahlen, deren Betrag höchstens 1 ist, sind 1 und -1; für alle anderen ungeraden Zahlen wäre bereits der erste der beiden Beträge zu groß, um die Ungleichung zu erfüllen.

    Daraus folgt, dass $2m$ entweder 2022 oder 2024 sein muss. In beiden Fällen „verbraucht“ bereits der erste Betrag den gesamten Spielraum bis zur oberen Grenze von 1, d.h. der zweite Betrag muss 0 sein, damit es sich noch ausgehen kann.

    Damit $2n - m = 0$ gelten kann, muss m gerade sein. Für $2m = 2024$ und daher $m = 1012$ geht sich das aus, für $2m = 2022$ und daher $m = 1011$ nicht. Somit ist $(m, n) = (1012, 506)$ die **einzige Lösung**.

16. Eine Zahl der Form 5^x mit einer positiven ganzen Zahl x kann keine anderen Primfaktoren als 5 enthalten, und somit muss $n = 5^k$ mit einer noch zu bestimmenden positiven ganzen Zahl k sein.

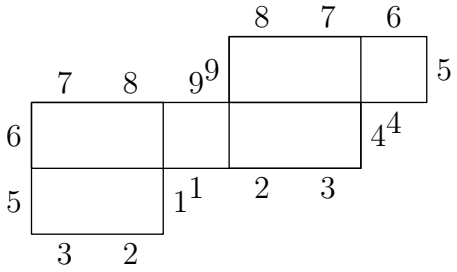
    Dann gilt $n^n = \left(5^k\right)^{\left(5^k\right)} = 5^{k \cdot 5^k}$.

    Dies soll gleich sein wie 5^{5^6}. Zwei Zahlen a^b und a^c mit $a > 0$ sind dann und nur dann gleich, wenn ihre Hochzahlen b und c gleich sind, also schließen wir, dass $k \cdot 5^k = 5^6$ gelten muss.

    Wir sehen, dass k nicht allzu groß werden kann, sonst wird die linke Seite viel größer als die rechte. Ausprobieren kleiner Werte führt schnell zu $k = 5$. (Wir können die meisten Werte auch dadurch ausschließen, dass die rechte Seite eine Fünferpotenz ist und somit auch k eine Fünferpotenz sein muss.)

    Somit ist $n = 5^5 = \mathbf{5 \cdot 5^4}$.

17. Wir markieren mit gleichen Zahlen jeweils die Stellen vom Quader, die aufeinandergeklebt werden (zwei Klebestellen pro langer Seite, eine pro kurzer Seite).



    Jede Klebestelle muss entweder auf beiden oder keiner Seite eine Linie haben, die direkt in die Schnittstelle hineinläuft.

    - Bei (A) verletzen Klebestellen 1, 2, 6 und 7 dieses Prinzip.
    - Bei (B) verletzen Klebestellen 5 und 6 dieses Prinzip.
    - Bei (C) verletzen Klebestellen 2 und 7 dieses Prinzip.
    - Bei (E) verletzen Klebestellen 2 und 5 dieses Prinzip.

Übrig bleibt **(D)**, wo Leons Weg beispielsweise bei der linken mit 2 markierten Klebestelle nach oben beginnen kann, dann über die Klebestelle 8 führt, von dort weiter nach links zur Klebestelle 5, und von dort wieder zurück zur Klebestelle 2.

18. Es gilt

$$\begin{aligned} N! &= 6! \cdot 7! \\ &= 7! \cdot 6! \\ &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \\ &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (2 \cdot 2) \cdot 5 \cdot (2 \cdot 3) \\ &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 5) \\ &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \\ &= 10! \end{aligned}$$

und somit $N = 10$ mit Ziffernsumme **1**.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Da es sich um eine Känguru-Aufgabe handelt, können wir davon ausgehen, dass tatsächlich so ein N mit dieser Eigenschaft existiert und brauchen für eine korrekte Lösung nur einige Vermutungen darüber anstellen, was dieses N sein könnte. Wir sehen, dass 6! und 7! jeweils einen Faktor 5 enthalten, also muss N mindestens 10 sein, damit $N!$ zwei Faktoren 5 enthält.

Andererseits enthalten 6! und 7! keinen Faktor 11, also muss N kleiner als 11 sein. Damit ist $N = 10$ eindeutig.

19. Wir suchen jenes x, für das $x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$ für jede Wahl von a denselben Wert ergibt, oder anders ausgedrückt: konstant in a ist, wenn man den Term als Funktion in a statt als Funktion in x betrachtet.

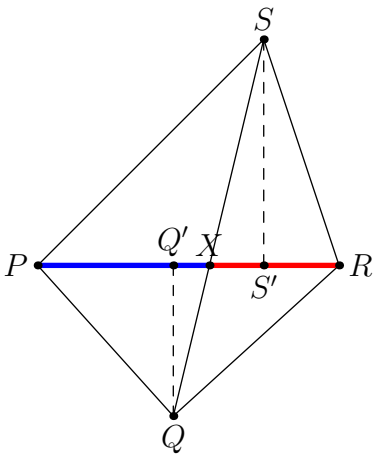
Für ein fixes x haben x^3, $3x^2$ und 4 keinen Einfluss, es bleibt nur $ax + 2a$ zu betrachten, das wir auch als $a \cdot (x + 2)$ anschreiben können. Wir sehen, dass für die Wahl $x = -2$ der Wert von a keinen Einfluss mehr auf diesen Term hat.

An dieser Stelle gilt $y = (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 + a \cdot 0 + 4 = -8 + 12 + 4 = 8$. Somit sind die Koordinaten $(x, y) = (-2, 8)$ und deren Summe beträgt **6 (= eine andere Zahl)**.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Etwas mehr mit Formeln geschrieben betrachten wir zwei verschiedene Werte a und $\tilde{a}$ und bestimmen den Schnittpunkt der beiden Kurven $y = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$ und $y = x^3 + 3x^2 + \tilde{a}x + 2\tilde{a} + 4$. Dazu setzen wir sie gleich und erhalten $x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4 = x^3 + 3x^2 + \tilde{a}x + 2\tilde{a} + 4$ und somit $ax + 2a = \tilde{a}x + 2\tilde{a}$. Das lösen wir nach x auf und erhalten $x(a - \tilde{a}) = -2(a - \tilde{a})$. Da wir $a \neq a'$ angenommen haben, können wir durch $(a - \tilde{a})$ dividieren und erhalten bei $x = -2$ den einzigen Schnittpunkt der beiden Kurven.

20. Zuerst stellen wir eine allgemeine Überlegung an Hand der folgenden Skizze an:

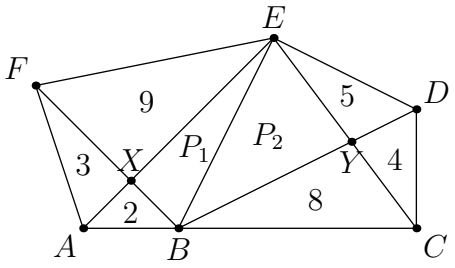


Sei $PQRS$ ein konvexes Viereck, X der Schnittpunkt seiner Diagonalen, und seien Q' und S' die Fußpunkte von Q bzw. S auf PR. Die beiden Dreiecke XQR und XSR haben dieselbe Grundlinie XR, daher verhalten

sich ihre Flächen (wegen der Formel „Grundlinie mal Höhe Halbe“) wie ihre Höhen QQ' und SS'. Weiters sind die Dreiecke $QQ'X$ und $SS'X$ ähnlich (weil alle Seiten zueinander parallel sind), daher verhalten sich QQ' und SS' wie XQ zu XS.

Wenn wir diese beiden Dinge zusammenfassen, erhalten wir, dass die Flächen $[XQR]$ und $[XSR]$ sich zueinander verhalten wie XQ zu XS.

Wir bezeichnen einige Punkte in der gegebenen Grafik wie folgt:



Außerdem haben wir die Fläche P durch die Strecke BE in zwei Teile P_1 und P_2 geteilt.

Gemäß unserer Vorüberlegung gilt $XB : XF = 2 : 3$, aber auch $P_1 : 9 = XB : XF = 2 : 3$, woraus $P_1 = 6$ folgt.

Auf der anderen Seite gilt $YB : YD = 8 : 4 = 2 : 1$ und $P_2 : 5 = YB : YD = 2 : 1$, woraus $P_2 = 10$ folgt.

Insgesamt erhalten wir $P = P_1 + P_2 = 6 + 10 = \mathbf{16}$.

21. Wir beobachten zunächst an Hand des schon gezeichneten Beginns der Spirale, dass ungerade Quadratzahlen immer im linken oberen Eck des bis dahin gezeichneten Quadrats aufscheinen, und gerade Quadratzahlen immer im rechten unteren Eck.

    Dass das immer so sein muss, lässt sich leicht argumentieren: Quadratzahlen sind, ihrer Definition nach, Zahlen, für die sich die entsprechende Anzahl Kästchen als Quadrat anordnen lässt, und von einem Quadrat mit Seitenlänge n zum nächstgrößeren mit Seitenlänge $n + 1$ kommt man immer, indem man an einer senkrechten und einer waagrechten Seite jeweils eine Spalte bzw. Zeile anfügt. Von 3×3 auf 4×4 kommt man beispielsweise, indem man in der Spirale die Zahlen von 10 bis 16 hinzufügt.

    Durch die Anordnung als Spirale ist es so, dass man dabei das Quadrat abwechselnd ein Mal mit einer Zeile oben und einer Spalte rechts erweitert, ein Mal mit einer Zeile unten und einer Spalte links.

    Die Zahl 625 ist 25^2, daher ist sie in einem linken oberen Eck, ganz gleich wie beispielsweise die Zahl 9 im gezeichneten Anfang der Spirale. Von dort geht es demnach ein Mal nach oben und dann nach rechts, wie in **(B)** zu sehen.

22. Zunächst betrachten wir allgemein, wieviele Teiler eine Zahl der Form $2^x \cdot 3^y$ (für positive ganzen Zahlen x und y) hat. Die Teiler einer solchen Zahl dürfen keinen Primfaktor außer 2 und 3 enthalten; sie dürfen den Primfaktor 2 höchstens x Mal enthalten; und sie dürfen den Primfaktor 3 höchstens y Mal enthalten. Erlaubt sind also alle Kombinationen von 0 bis x Primfaktoren 2 mit 0 bis y Primfaktoren 3, das ergibt $(x + 1) \cdot (y + 1)$ erlaubte Teiler.

    Die Zahl $A = 2^{10} \cdot 3^{20}$ teilt $B = 2^{20} \cdot 3^{23}$, daher ist jeder Teiler von A auch ein Teiler von B. Deswegen können wir die gesuchte Anzahl berechnen als

    $$\begin{aligned}\text{Anzahl Teiler von B} - \text{Anzahl Teiler von A} &= (20 + 1) \cdot (23 + 1) - (10 + 1) \cdot (20 + 1) \\ &= 21 \cdot 24 - 11 \cdot 21 \\ &= 21 \cdot (24 - 11) = 21 \cdot 13 = \mathbf{273}.\end{aligned}$$

    Alternativlösungen und Anmerkungen:

    Die Berechnung der Anzahl der Teiler lässt sich verallgemeinern: Sei $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} p_3^{\alpha_3} \cdots p_k^{\alpha_k}$ die Primfaktorisierung einer Zahl, dann gilt für die Anzahl der Teiler $d(n) = (\alpha_1 + 1) \cdot (\alpha_2 + 1) \cdot (\alpha_3 + 1) \cdot \cdots \cdot (\alpha_k + 1)$.

    Die Überlegung, dass jeder Teiler von A auch ein Teiler von B ist, ist notwendig, damit wir hier einfach die Differenz bilden dürfen. Andernfalls könnte es uns passieren, dass wir zu viele Teiler abziehen. Wäre

die Anzahl der Zahlen gefragt, die 10 teilen (1, 2, 5, 10, also vier Zahlen), aber nicht 7 (1 und 7, also zwei Zahlen), so wäre die Antwort drei (2, 5 und 10) und nicht $4 - 2 = 2$. Den Teiler 7 dürften wir nicht abziehen, weil er 10 gar nicht teilt.

23. Im schlechtesten Fall landet Hans im dritten Teil am 13. Platz und sein Punkteergebnis wäre $1 \cdot 1 \cdot 13 = 13$.

    Vor ihm landen könnten dann beispielsweise noch zwei Athleten, von denen einer in allen drei Bewerben den 2. Platz hatte (Punkteergebnis 8), und einer, der 3., 3. und 1. wurde (Punkteergebnis 9).

    Es bleibt zu überlegen, ob es auch irgendwie passieren könnte, dass drei (oder mehr) Athleten vor ihm landen könnten. Da die Punkteergebnisse jeweils Produkte sind, könnte es nützlich zu sein, deren Produkt zu betrachten, weil wir dann die Reihenfolge der Multiplikationen vertauschen können.

    Nehmen wir also an, es gäbe drei Athleten mit einem besseren Gesamtrang, und seien A, B und C die Punkteergebnisse dieser drei Athleten. Da Hans ein Punkteergebnis von 13 hat und alle vor ihm sind, muss $A \leq 13$, $B \leq 13$ und $C \leq 13$ sein, also $ABC \leq 13^3 = 2197$.

    Andererseits setzt sich ABC zusammen als Produkt von 9 Zahlen: Den drei Rängen der drei Athleten im ersten Teil, den drei Rängen im zweiten Teil und den drei Rängen im dritten Teil. Im ersten und zweiten Teil können die drei jeweils bestenfalls 2., 3. und 4. Rang in irgendeiner Reihenfolge belegt haben (da der 1. Rang jeweils an Hans ging und es keine Gleichstände gab), im drittem Teil bestenfalls den 1., 2. und 3. Rang. Das Produkt ABC beträgt also mindestens $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 3456$, ein Widerspruch.

    Daher können höchstens zwei Athleten vor Hans landen, er hat im schlechtesten Fall also den **3.** Platz.

    Alternativlösungen und Anmerkungen:

    Statt dem Trick mit der Multiplikation kann man natürlich auch etwas textueller argumentieren. Mögliche (jeweils aufsteigend sortierte) Kombinationen, die zu einem Punkteergebnis kleiner oder gleich 13 führen, sind $(1, 1, x)$ mit $1 \leq x \leq 13$, $(1, 2, x)$ mit $2 \leq x \leq 6$, $(1, 3, 3)$, $(1, 3, 4)$, $(2, 2, 2)$, $(2, 2, 3)$. Da Hans schon zwei der drei ersten Plätze weggeschnappt hat, ist die Möglichkeit $(1, 1, x)$ gar nicht mehr verfügbar, und es kann auch höchstens ein Athlet eine der Möglichkeiten mit einem 1er erreicht haben. Von den verbliebenen Möglichkeiten $(2, 2, 3)$ und $(2, 2, 2)$ können wir aber ebenfalls höchstens eine verwenden, weil es nur drei zweite Plätze zu vergeben gibt.

    Für die Abschätzung zwischen 13^3 und $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3$ will man ohne Taschenrechner vielleicht nicht alle Produkte ausrechnen. Mit geschicktem Zusammenfassen kann man das zweite Produkt umformen zu $(3 \cdot 4)^3 = 2 \cdot 12^3$, und Division ergibt

    $$\frac{2 \cdot 12^3}{13^3} = 2 \cdot \left(\frac{12}{13}\right)^3 > 1,$$

    wobei wir im letzten Schritt grob abgeschätzt haben, dass $\frac{12}{13}$ „recht nahe“ an 1 und damit selbst hoch 3 wahrscheinlich noch deutlich über $\frac{1}{2}$ ist. Ganz mathematisch präzise ist das nicht, für einen groben Plausibilitätscheck während dem Bewerb jedoch hinreichend.

24. Wir bezeichnen den Eckpunkt gegenüber der markierten Fläche als „Spitze“ des Tetraeders. Beim ersten Rollen kommt diese Spitze auf dem gemeinsamen Eckpunkt von A, B, C und D zu liegen. Dort bleibt sie auch die ganze Zeit, während der Tetraeder auf A, B, C und schließlich D weitergerollt wird (und solange die Spitze am Boden liegt, ist die markierte Fläche jedenfalls in der Luft.

    Erst beim letzten Rollen auf **E** richtet sich der Tetraeder wieder auf und steht wieder auf der markierten Fläche.

25. Die Möglichkeit $(x-1)^5$ können wir ausschließen, da das Polynom sonst $x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$ (oder ein konstantes Vielfaches davon) lauten müsste.

    Als nächstes versuchen wir $(x-1)^4$, dann hätte das Polynom also die Form $(x-1)^4 \cdot (x-a)$ für eine noch zu bestimmende Konstante a.

    Wir rechnen $(x-1)^4 = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$ aus. Multipliziert man das mit $(x-a)$, so ergibt sich für den Koeffizienten von x^4, dass dieser $-4-a$ beträgt (weil x^4 im Produkt zwei Mal vorkommt, als $-4x^3 \cdot x$ und als $x^4 \cdot (-a)$)). Wenn dieser Koeffizient -11 sein soll, folgt $a = 7$.

    Praktischerweise passt das mit dem sichtbaren konstanten Term zusammen, der sich aus $1 \cdot (-a)$ ergibt.

    Folglich ist $\mathbf{(x-1)^4}$ ein Teiler von einem möglichen Polynom, das unter dem Tintenklecks stehen könnte, nämlich $(x-1)^4 \cdot (x-7) = x^5 - 11x^4 + 34x^3 - 46x^2 + 29x - 7$.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Ganz allgemein angesetzt hat das Polynom die Form $(x-x_1)\cdot(x-x_2)\cdot(x-x_3)\cdot(x-x_4)\cdot(x-x_5)\cdot c$, wobei x_1 bis x_5 die fünf (nicht notwendigerweise verschiedenen) Nullstellen sind. Wir sehen sofort, dass $c=1$ gilt, weil der Koeffizient von x^5 gleich 1 ist.

Das Produkt der 5 Klammern erhält man als Summe aller 2^5 Möglichkeiten, aus jeder Klammer entweder den ersten oder den zweiten Term zu wählen, also beispielsweise $x\cdot x\cdot(-x_3)\cdot x\cdot(-x_5)$.

Unter diesen 32 Möglichkeiten enthält nur eine gar kein x, nämlich, wenn man aus jeder Klammer den zweiten Term wählt. Daher erhält man für den konstanten Term $(-x_1)\cdot(-x_2)\cdot(-x_3)\cdot(-x_4)\cdot(-x_5)$. Damit dieser gleich -7 ist, muss (weil 7 eine Primzahl ist) genau eine Nullstelle gleich 7 oder gleich -7 sein, und alle anderen -1 oder 1, wobei insgesamt eine gerade Anzahl von Nullstellen negativ sein muss.

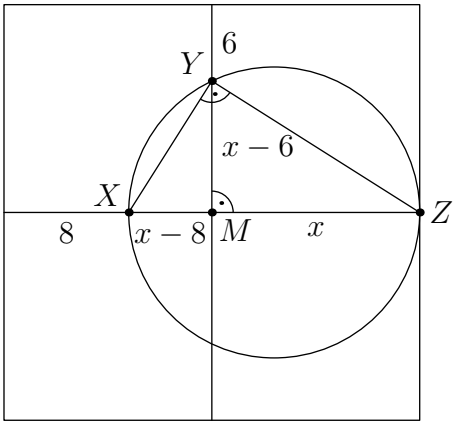
Für den Koeffizienten von x^4 sehen wir, dass wir in der Multiplikation der fünf Klammern immer dann ein x^4 erhalten, wenn wir von vier Klammern das x und von einer Klammer das $(-x_i)$ miteinander multiplizieren. Der Koeffizient ist daher $(-x_1)+(-x_2)+(-x_3)+(-x_4)+(-x_5)$ und soll gleich -11 sein. Multiplizieren wir alles mit -1, erhalten wir $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=11$.

Da wir schon wissen, dass eine Nullstelle gleich 7 oder -7 und die anderen vier gleich 1 oder -1 sein müssen, ergibt sich, dass nur $7+1+1+1+1$ die gewünschte Summe von 11 ergibt und das in der oberen Lösung durch Probieren gefundene Polynom daher sogar eindeutig ist.

Die hier durch Ausmultiplizieren hergeleiteten Beziehungen, dass der konstante Term gleich dem Produkt der $(-x_i)$ ist und der Koeffizient der zweithöchsten Potenz gleich der Summe der $(-x_i)$, sind auch als Satz von Vieta bekannt.

Ein weiterer bekannter Satz in diesem Zusammenhang lautet, dass bei einem Polynom mit lauter ganzzahligen Nullstellen alle diese Nullstellen den konstanten Term teilen. Diese Tatsache folgt ebenfalls sofort daraus, dass der konstante Term gleich dem Produkt der (ganzzahligen) $(-x_i)$ ist.

26. Wir bezeichnen die Punkte X, Y, Z und M wie in der folgenden Abbildung:



Sei x die Seitenlänge eines kleinen Quadrats. Dann gilt $MZ=x$, $MX=x-8$ und $MY=x-6$.

Aus dem Satz von Thales wissen wir, dass $\angle XYZ$ ein rechter Winkel ist.

Das Dreieck XMY ist ähnlich zu XYZ, da es den Winkel $\angle MXY$ mit diesem teilt und beide einen rechten Winkel haben; nach Winkelsumme im Dreieck muss damit auch der dritte Winkel übereinstimmen. Ebenso ist das Dreieck YMZ ähnlich zu XYZ.

Damit sind auch XMY und YMZ zueinander ähnlich, also gilt für das Verhältnis ihrer Katheten $(x-8):(x-6)=(x-6):x$.

Ausmultipliziert ergibt das $x\cdot(x-8)=(x-6)^2$, also $x^2-8x=x^2-12x+36$, und damit $4x=36$ und schließlich $x=9$. Da x die halbe Seitenlänge des großen Quadrates ist, ergibt sich für dieses eine Seitenlänge von **18**.

27. Wir ignorieren vorerst alle dritten Potenzen, berechnen den größten gemeinsamen Teiler aller $n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)$, und nehmen diesen am Ende hoch drei.

Es kann sicher kein Primfaktor p größer oder gleich 7 vorkommen, da für $n = p + 1$ alle Terme von n bis $n + 4$ zwischen p und $2p$ liegen, also nicht durch p teilbar sind.

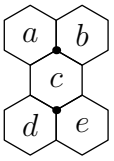
Der Primfaktor 5 kommt immer in genau einem der Terme n bis $n + 4$ vor, daher ist 5 ein gemeinsamer Teiler aller solchen Zahlen. Keine höhere Potenz von 5 ist gemeinsamer Teiler, da beispielsweise $5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$ den Primfaktor 5 nur ein Mal enthält.

Der Primfaktor 3 kommt, je nach Wahl von n, entweder ein oder zwei Mal vor – es können n und $n + 3$ durch 3 teilbar sein, oder $n + 1$ und $n + 4$, oder nur $n + 2$. Da wir den größten gemeinsamen Teiler aller solcher Zahlen suchen, müssen wir uns am schlechtesten Fall orientieren und können somit nur einen Primfaktor 3 garantieren. Beispielsweise in $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ kommt auch tatsächlich nur ein Dreier vor.

Der Primfaktor 2 kommt entweder an zwei oder an drei Stellen vor – entweder sind n, $n + 2$ und $n + 4$ gerade, oder $n + 1$ und $n + 3$. Hier finden wir aber kein Beispiel, das wirklich nur zwei Primfaktoren 2 enthält. Wir beobachten, dass von zwei aufeinanderfolgenden geraden Zahlen immer eine sogar durch 4 teilbar ist. Im Fall, dass $n + 1$ und $n + 3$ gerade sind, haben wir daher sogar drei Primfaktoren 2 (und im anderen Fall sogar mindestens vier). Ein Beispiel mit genau drei Primfaktoren 2 finden wir, beispielsweise wieder $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$.

Der größte gemeinsame Teiler aller $n(n + 1)(n + 2)(n + 3)(n + 4)$ ist daher $2^3 \cdot 3 \cdot 5$, und dessen dritte Potenz somit $\mathbf{2^9 3^3 5^3}$.

28. Wir betrachten Teile dieser Form:



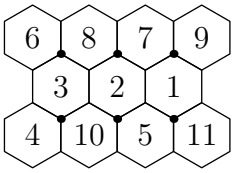
Es gilt $a + b + c = d + e + c$, und daher nach Subtraktion von c auch $a + b = d + e$.

Wenn beispielsweise a größer ist als d, dann muss b um den entsprechenden Betrag kleiner sein, damit die Summen gleich sind. Wenn wir mit diesem Gedanken umformen, erhalten wir $a - d = e - b$.

Zurück in der originalen Anordnung ist 6 um 2 größer als 4, also muss in den beiden Zahlen rechts daneben die Zahl neben 6 um 2 kleiner sein als die Zahl neben 4. Dasselbe können wir ein weiteres Mal anwenden, womit die dritte Zahl in der oberen Zeile wieder um 2 größer als die dritte Zahl in der unteren Zeile sein muss. Wenden wir es ein drittes Mal an, so muss die Zahl unter dem Fragezeichen wieder um 2 kleiner als 11 sein, also **9**.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Die einzige mögliche Anordnung sieht aus wie folgt:

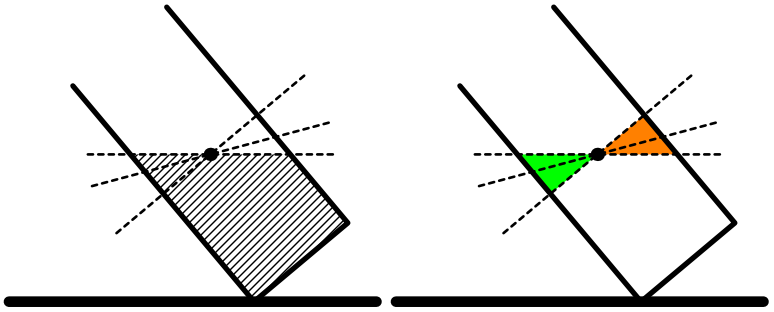


Um diese zu finden, sind zwei Überlegungen nützlich: Erstens wissen wir bereits, dass übereinanderliegende Zahlen in der ersten und dritten Reihe immer eine Differenz von 2 haben müssen. Von den möglichen solchen Paaren sind $(2, 4)$, $(4, 6)$, $(6, 8)$, $(7, 9)$ und $(9, 11)$ nicht mehr möglich, weil mindestens eine ihrer beiden Zahlen bereits eingezeichnet ist. Es bleiben nur noch $(1, 3)$, $(3, 5)$, $(5, 7)$ und $(8, 10)$ als Optionen für die zwei mittleren Felderpaare.

Weiters können wir die Summe S bei jedem dicken schwarzen Punkt berechnen. Würde man alle sechs solchen Summen addieren, kämen in dieser Summe die vier bekannten Felder am Rand je genau ein Mal vor und alle anderen je zwei Mal. Das können wir auch berechnen, indem wir alle 11 Felder addieren, mit 2 multiplizieren und die vier bekannten Felder dann abziehen. Das Sechsfache der Summe S beträgt daher $6S = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \cdots + 11) - 4 - 6 - 9 - 11 = 2 \cdot 66 - 30 = 102$ und damit $S = 17$.

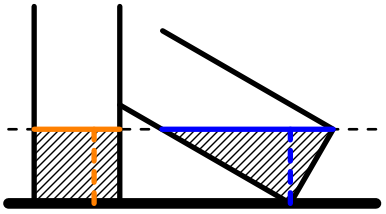
Ab hier findet man mit ein wenig Durchprobieren schnell die einzige Lösung.

29. Zunächst überlegen wir, was mit dem Wasserstand passiert, wenn man ein Glas kippt:



Wir stellen fest, dass es einen Punkt in der Mitte der Wasseroberfläche gibt, durch den auch bei Neigung des Glases immer noch die Wasseroberfläche hindurch geht, weil der fehlende diagonal durchgeschnittene Halbzylinder auf der einen Seite (orange) genau dieselbe Form und Größe hat wie der dazukommende auf der anderen Seite (grün). (Das funktioniert natürlich nur so lange, bis das Glas so schräg steht, dass die Wasseroberfläche entweder auf der einen Seite den Boden berührt oder auf der anderen das Wasser aus dem Glas hinausfließt.)

Auch im Querschnitt erscheinen die Wasserflächen daher gleich groß, weil in einem Trapez bei Veränderung der Neigung einer Kante um ihren Mittelpunkt genau dasselbe Argument mit dem dazukommenden grünen und dem wegfallenden orangen Dreieck funktioniert.



Zurück in der originalen Skizze stellen wir daher fest, dass wir ein Rechteck und ein Dreieck mit derselben Fläche sehen. Da die Fläche vom Rechteck sich berechnet als „Grundlinie (orange) mal Höhe (orange strichliert)“ und jene vom Dreieck als „Grundlinie (blau) mal Höhe (blau strichliert) Halbe“, und die beiden Höhen gleich sind, ergibt sich, dass die blaue Grundlinie genau doppelt so lang ist wie die orange.

Die orange ihrerseits ist aber wieder gleich lang wie der Boden des Glases breit ist. Im Dreieck, das einen rechten Winkel hat, ist daher die Hypotenuse doppelt so lang wie die aus dem Boden bestehende Kathete. Damit ist das Dreieck genau die Hälfte eines gleichseitigen Dreiecks und hat daher Winkel von 30°, 60° und 90°.

Die Grundfläche ist gegeben als 3π und der Flächeninhalt eines Kreise berechnet sich als $r^2\pi$, daher beträgt der Radius des Glasbodens $r = \sqrt{3}$. Damit hat die eine Kathethe eine Länge von $2r$, die Hypotenuse eine Länge von $4r$, und die andere Kathete eine Länge von $\sqrt{16r^2 - 4r^2} = r \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 6$.

Die Wasserhöhe im stehenden Glas ist gemäß der Vorüberlegung genau halb so groß wie diese längere Kathete, also 3.

Damit ergibt sich ein Volumen von Grundfläche $\cdot$ Höhe $= 3\pi \cdot 3 = \mathbf{9\pi}$.

30. Unter sechs aufeinanderfolgenden Zahlen ist sicher mindestens eine durch 2 und mindestens eine durch 5 teilbar, also ist deren Produkt durch 10 teilbar und endet auf 0. Damit erhalten wir $b = 0$, und die restlichen drei Ziffern müssen 1, 2 und 3 in irgendeiner Reihenfolge sein.

Nun zählen wir etwas genauer ab, wieviele Zweier wir mindestens haben. Wie schon in Aufgabe 27 überlegt, befinden sich unter sechs aufeinanderfolgenden Zahlen drei gerade, und jede zweite davon ist obendrein durch 4 teilbar, also haben wir mindestens vier Zweier.

Da die Zahl auf zwei Nullen endet, muss auch noch ein zweiter Fünfer im Produkt sein. Wenn wir durch $100 = 2^2 \cdot 5^2$ dividieren, fallen einerseits die zwei Nullen am Ende weg, andererseits verbrauchen wir dabei nur zwei der vorhandenen Vierer. Daher ist die neue kürzere Zahl $abb\,cdd\,cdd\,a$ gerade, und damit auch ihre Einerziffer a gerade. Da a nur 1, 2 oder 3 sein kann, folgt $a = 2$.

In Frage kommen also nur noch die Zahlen 200 133 133 200 oder 200 311 311 200. Unter sechs aufeinanderfolgenden Zahlen ist sicher mindestens eine durch 3 teilbar (sogar mindestens zwei), also ist das Produkt durch 3 teilbar. Die Teilbarkeitsregel für 3 besagt, dass eine Zahl genau dann durch 3 teilbar ist, wenn ihre Ziffernsumme durch 3 teilbar ist. Die Zahl 200 311 311 200 hat eine Ziffernsumme von 14 und kommt daher nicht in Frage. Dagegen hat 200 133 133 200 eine Ziffernsumme von 18 und könnte daher die gesuchte Zahl sein.

Da wir alle anderen Möglichkeiten ausgeschlossen haben und die Frage so gestellt ist, dass sicher eine der Antwortmöglichkeiten richtig sein muss, können wir $d = \mathbf{3}$ schließen.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Tatsächlich finden sich auch 6 aufeinanderfolgende Zahlen, die die Bedingung erfüllen: $74 \cdot 75 \cdot 76 \cdot 77 \cdot 78 \cdot 79 = 200\,133\,133\,200$.

Wenn wir einmal sehen, dass die Zahl auf zwei Nullen enden muss, können wir den Rest auch mit „Brute Force“ erledigen, indem wir einige wenige Multiplikationen tatsächlich ausrechnen. Grobe Größenabschätzung zeigt, dass die kleinste der 6 Zahlen größer als 60 sein muss (da $60 \cdot 61 \cdot 62 \cdot 63 \cdot 64 \cdot 65 < 65^6$ und selbst 65^6 erst 11-stellig ist) und kleiner als 100 (da $100 \cdot 101 \cdot 102 \cdot 103 \cdot 104 \cdot 105 > 100^6$ und 100^6 bereits 13 Stellen hat).

Außerdem müssen zwei Fünfer im Produkt vorkommen, was nur dann geht, wenn entweder die erste und letzte Zahl beide durch fünf teilbar sind, oder eine der Zahlen durch 25. Die einzige Zahl in unserem Bereich, die letzteres erfüllt, ist 75.

Als kleinste der sechs Zahlen kommen damit nur noch die folgenden in Frage: 65, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 80, 85, 90, 95. Wenn wir die dazugehörigen Produkte ausrechnen, finden wir darunter die gesuchte Zahl.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 3. 2024
Kategorie: Felix, 1. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 45 min.

jede richtige Antwort Aufgabe	1. – 4.	3 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe	5. – 8.	4 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe	9. – 12.	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort		0 Punkte
jede falsche Antwort:		Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte

dazu 12 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 12) leserlich und eindeutig schreiben!

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

1	2	3	4

5	6	7	8

9	10	11	12

pwc

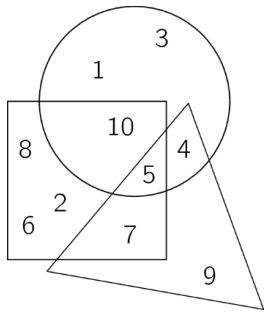
Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at

NXP

Känguru der Mathematik Österreich – 21. 3. 2024 Gruppe Felix (1. Schulstufe)	Name:

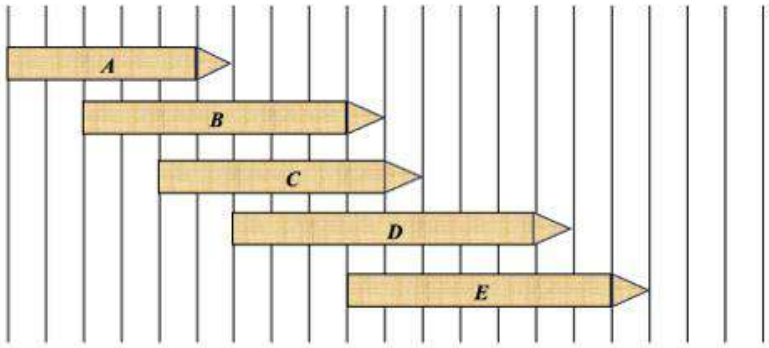
– 3 Punkte Beispiele –

1. Welche Zahl steht im Dreieck **und auch** im Quadrat **und auch** im Kreis.



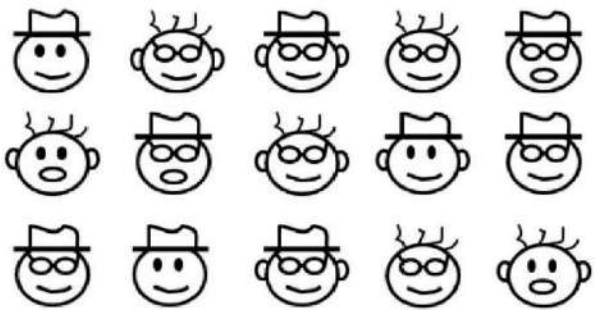
(A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 9 (E) 12

2. Welcher Bleistift ist der längste Stift?



(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

3. Auf dem Bild gibt es 8 verschiedene Gesichter.



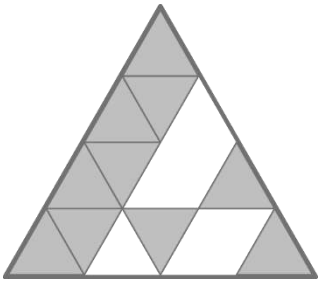
Welches Gesicht kommt nur einmal vor?

(A) (B) (C) (D) (E)

4. Bruno baut ein großes Dreieck.

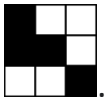
Er verwendet dazu diese gleich großen Dreiecke ▲.

Wie viele dieser Dreiecke ▲ braucht er noch, damit das große Dreieck vollständig ausgefüllt ist?

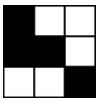
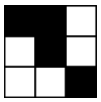
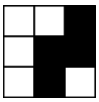
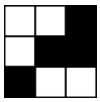


(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

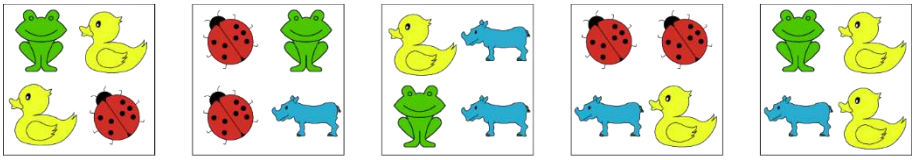
– 4 Punkte Beispiele –

5. Tim hat schwarze und weiße Quadrate aus Papier. Er klebt die Quadrate innen an das Fenster. Dabei entsteht dieses Muster:  .

Welches Muster sieht man von außen?

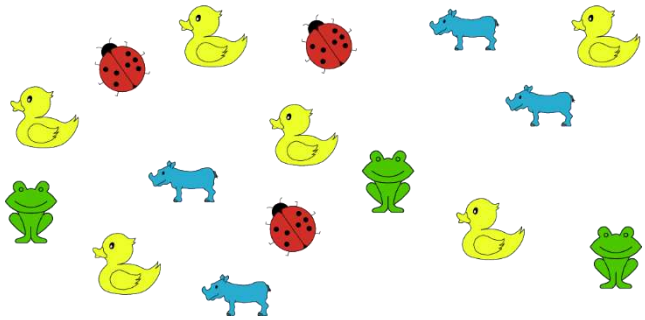
(A)  (B)  (C)  (D)  (E)

6. Chen hat diese 5 Körbe mit je 4 Spielsachen.



A B C D E

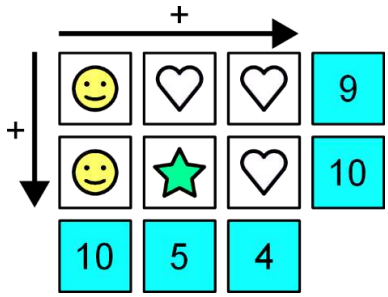
4 Körbe fallen ihm hinunter und die Spielsachen liegen durcheinander auf dem Boden.



Welchen Korb hat er nicht fallen lassen?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

7. In der Tabelle steht jede Form für eine andere Zahl.



Für welche Zahl steht der Stern ?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

8. Marina zeichnet diese fünf Bilder , , , und .

Marina wiederholt sie immer wieder in derselben Reihenfolge:

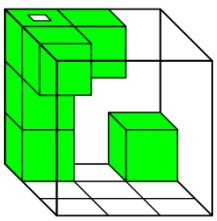
...

Welches Bild ist das 27. Bild?

(A) (B) (C) (D) (E)

– 5 Punkte Beispiele –

9. Chiara hat einen durchsichtigen Würfel. Darin befinden sich 6 kleine Würfel, siehe Bild.



Was sieht Chiara, wenn sie von oben auf den Würfel schaut?

(A) (B) (C) (D) (E)

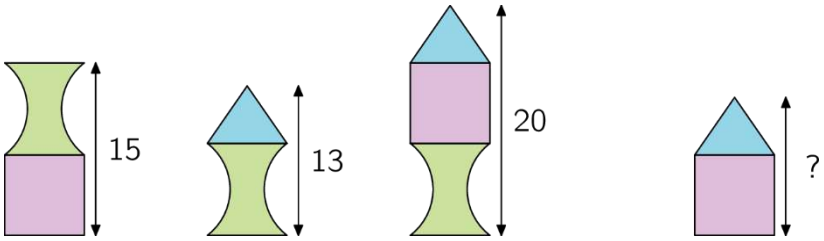
10. Anna, Bella, Che und Dimitry besitzen jeweils drei Figuren. Dabei hat jedes Kind genau eine seiner Figuren mit genau einem der anderen Kinder gleich.

Anna besitzt △ ○ □,
Bella besitzt ♡ □ ☆ und
Che besitzt ☆ △ ◇

Welche Figuren besitzt Dimitry?

(A) □ ♡ ◇ (B) ♡ ○ △ (C) ☆ ◇ ○ (D) □ ☆ △ (E) ◇ ○ ♡

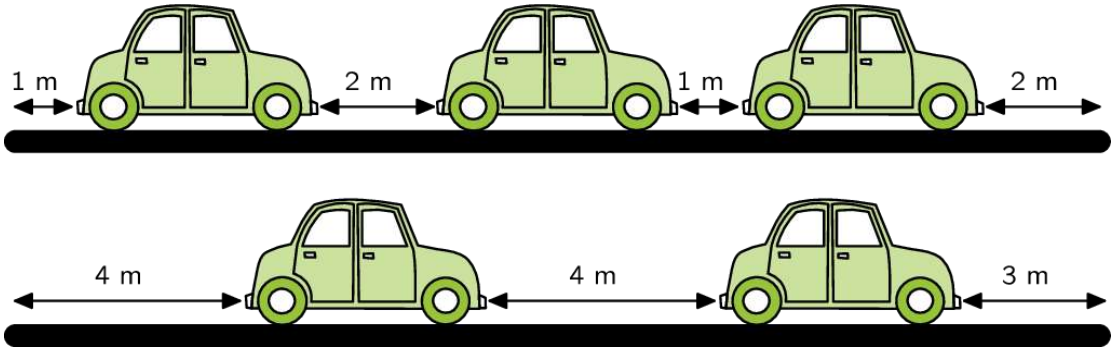
11. Zoran baut Türme aus drei verschiedenen Bausteinen. Die Höhe von drei Türmen siehst du auf dem Bild.



Wie hoch ist der vierte Turm?

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 16 (E) 17

12. Hier sind zwei Bilder einer Brücke zu unterschiedlichen Zeiten.



Alle abgebildeten Autos sind gleich lang.
Die Zahlen geben die Abstände in Metern zwischen den Autos oder zwischen den Autos und den Enden der Brücke an.
Wie lang ist jedes Auto?

(A) 3 Meter (B) 4 Meter (C) 5 Meter (D) 6 Meter (E) 7 Meter

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 3. 2024
Level: Felix, Grade 1

Name:	
School:	
Class:	

Time: 45 min.
12 starting points
each correct answer to questions 1. – 4.: 3 points
each correct answer to questions 5. – 8.: 4 points
each correct answer to questions 9. – 12.: 5 points
each question left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 to 12). Write clearly and carefully!

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

1	2	3	4

5	6	7	8

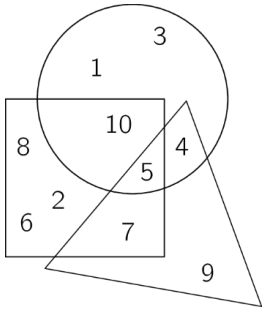
9	10	11	12

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Austria – 21. 3. 2024 Level Felix (Schulstufe 1)	Name:

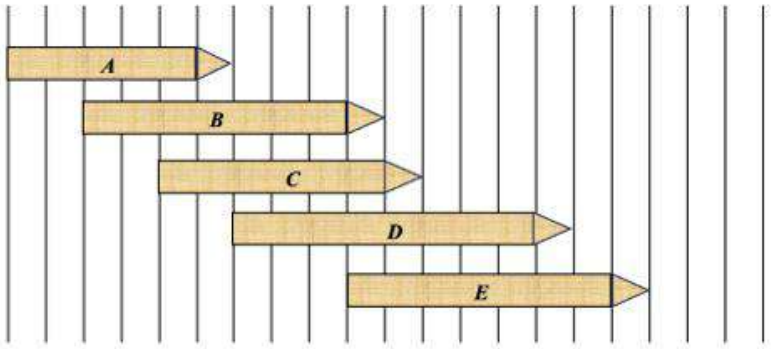
– 3 Point Examples –

1. Which number is in the triangle **and also** in the square **and also** in the circle?



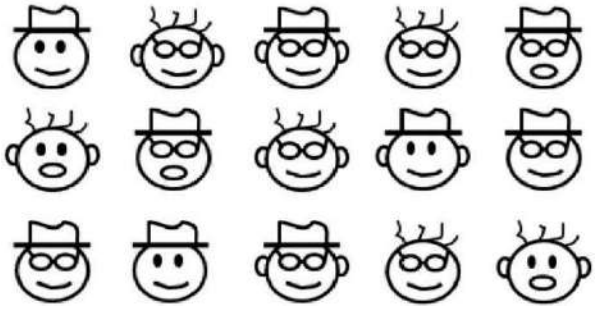
(A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 9 (E) 12

2. Which pencil is the longest?



(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

3. There are 8 different faces in the picture.



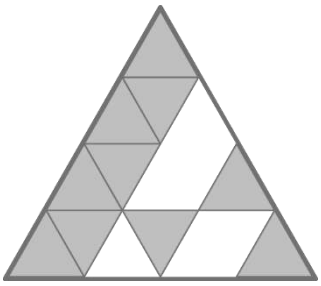
Which face only appears once?

(A) (B) (C) (D) (E)

4. Bruno builds a big triangle.

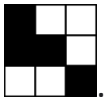
To do this, he uses these triangles of equal size: .

How many more of these triangles does he need so that the big triangle is completely filled?

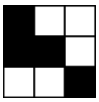
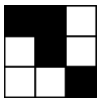
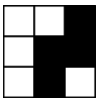
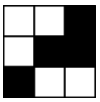


(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

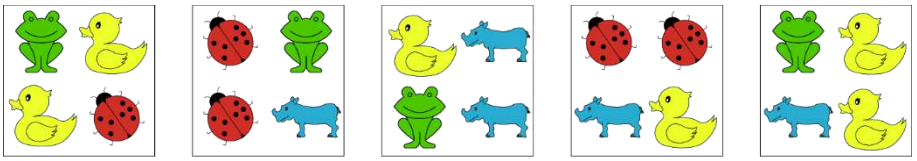
– 4 Point Examples –

5. Tim has black and white squares of paper. He sticks the squares on the inside of a window so that this pattern emerges:  .

Which pattern can be seen from outside?

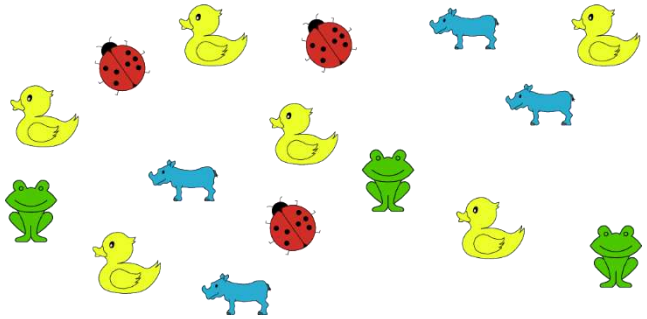
(A)  (B)  (C)  (D)  (E)

6. Chen has these 5 baskets with 4 toys in each.



A B C D E

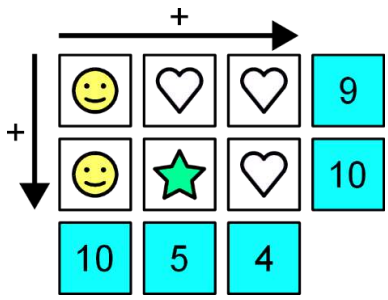
4 baskets fall down and the toys lie mixed up on the floor.



Which basket did he not drop?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

7. In the table, each shape stands for a different number.



What number does the star ★ stand for?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

8. Marina draws these five pictures , , , and .

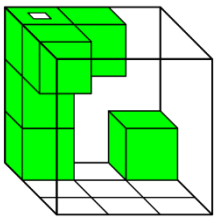
Marina repeats them in the same order over and over again:

Which picture is the 27th picture?

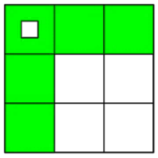
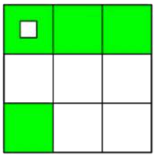
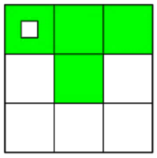
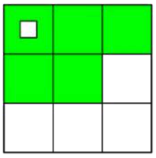
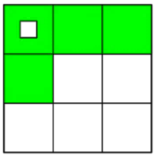
(A) (B) (C) (D) (E)

– 5 Points Examples –

9. Chiara has a see-through cube. Inside there are 6 small cubes, see picture.



What does Chiara see if she looks at the cube from above?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

10. Anna, Bella, Che and Dimitry each have three shapes. Each child has exactly one of their shapes the same as one of the other children.

Anna has △ ○ □,

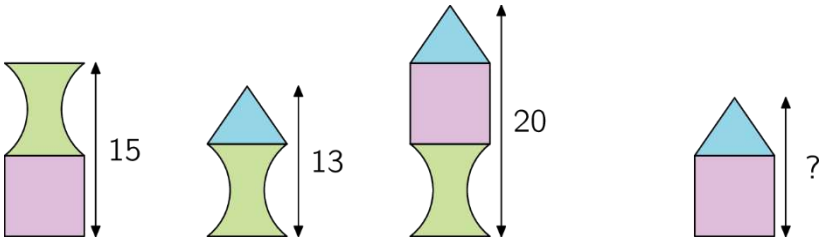
Bella has ♡ □ ☆ and

Che has ☆ △ ◇

Which shapes does Dimitry have?

(A) □ ♡ ◇ (B) ♡ ○ △ (C) ☆ ◇ ○ (D) □ ☆ △ (E) ◇ ○ ♡

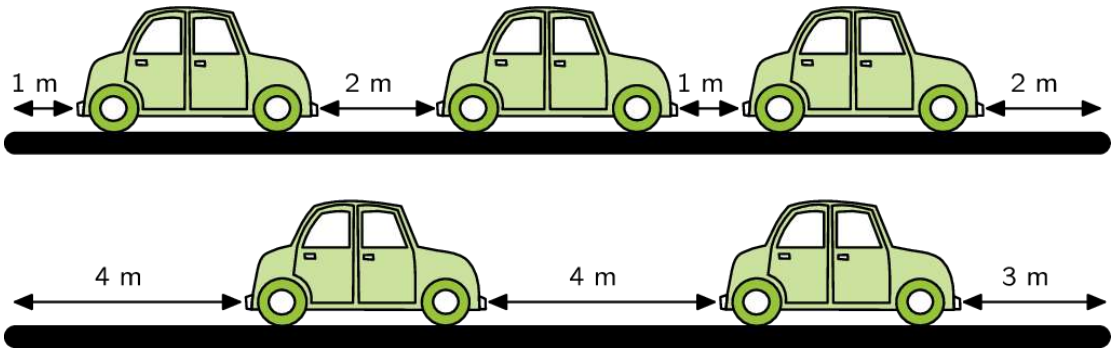
11. Zoran builds towers made from three different building blocks. The picture shows the heights of three towers.



How high is the fourth tower?

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 16 (E) 17

12. These two pictures show a bridge at different times.



All cars are the same length.

The numbers state the distances between the cars or between the cars and the end of the bridge.

How long is each car?

(A) 3 metres (B) 4 metres (C) 5 metres (D) 6 metres (E) 7 metres

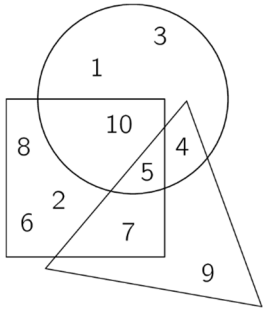
Känguru der Mathematik 2024
Gruppe Felix (1. Schulstufe)
Österreich – 21. 3. 2024

– Lösungsvektor –

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	D	E	B	D	B	C	B	E	E	A	C

– 3 Punkte Beispiele –

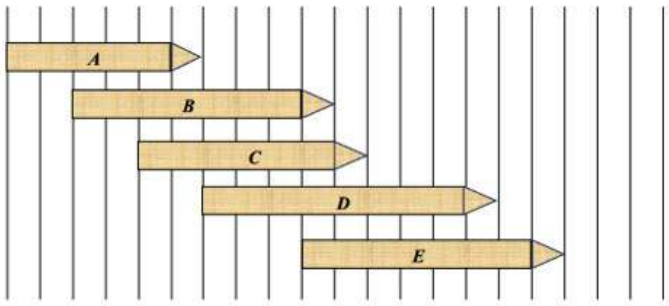
1. Welche Zahl steht im Dreieck und auch im Quadrat und auch im Kreis.



(A) 1 (B) 4 **(C) 5** (D) 9 (E) 12

Wenn man das Bild betrachtet, sieht man, dass die Zahl **5** die einzige Zahl ist, die im Kreis, im Dreieck und im Quadrat steht.

2. Welcher Bleistift ist der längste Stift?



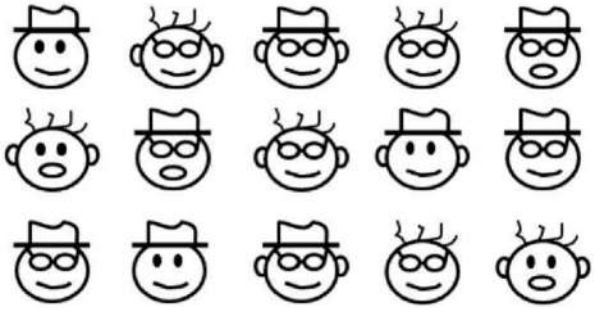
(A) A (B) B (C) C **(D) D** (E) E

Die Stifte haben folgende Längen:

Stift A: 6 Einheiten
Stift B: 8 Einheiten
Stift C: 7 Einheiten
Stift D: 9 Einheiten
Stift E: 8 Einheiten

Somit ist Stift **D** der längste Stift.

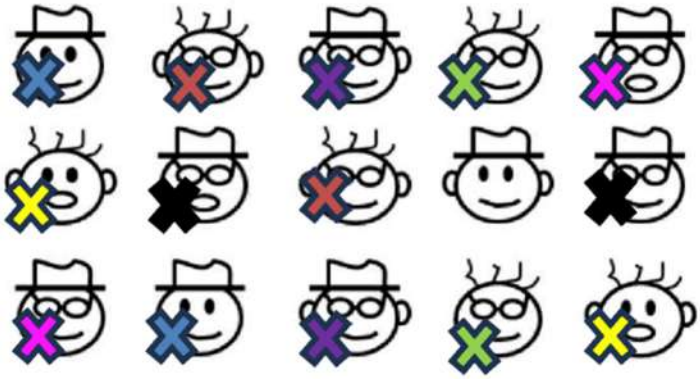
3. Auf dem Bild gibt es 8 verschiedene Gesichter.



Welches Gesicht kommt nur einmal vor?

(A) (B) (C) (D) **(E)**

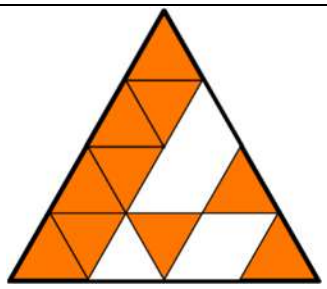
Wir suchen Paare und sehen hier, welche Paare es gibt.
Das Gesicht bei **E** hat keinen Partner.



4. Bruno baut ein großes Dreieck.

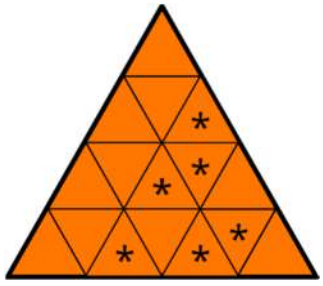
Er verwendet dazu diese gleich großen Dreiecke .

Wie viele dieser Dreiecke braucht er noch, damit das große Dreieck vollständig ausgefüllt ist?

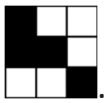


(A) 5 **(B) 6** (C) 7 (D) 8 (E) 9

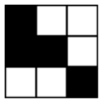
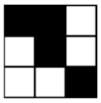
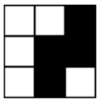
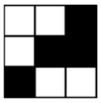
Bruno braucht noch **6** Dreiecke.
Diese Dreiecke sieht man im Bild, mit einem Stern in der Mitte.



– 4 Punkte Beispiele –

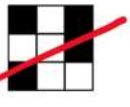
5. Tim hat schwarze und weiße Quadrate aus Papier. Er klebt die Quadrate innen an das Fenster. Dabei entsteht dieses Muster:  .

Welches Muster sieht man von außen?

(A)  (B)  (C)  **(D)**  (E)

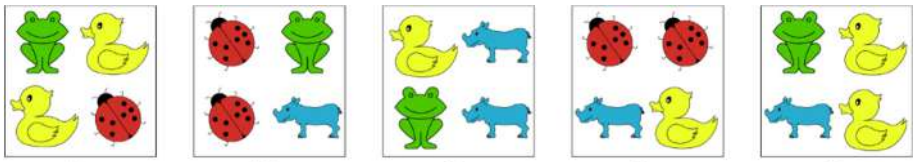
Wenn das Muster von außen betrachtet wird, sieht man es genau spiegelverkehrt.

Das bedeutet, das schwarze obere Quadrat „bleibt oben“. In der oberen Reihe gibt es also nur ein schwarzes Quadrat. Somit scheiden Antwort (B) und (E) aus.

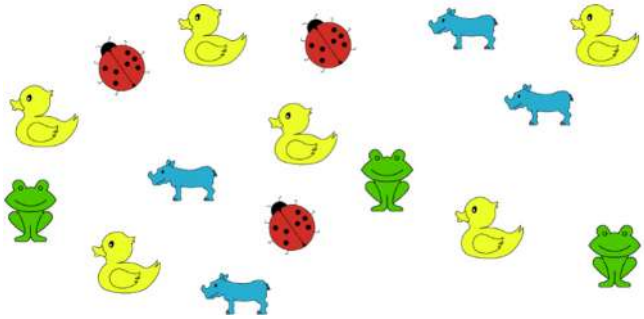
(A) (B) (C) (D) (E) 

Somit bleiben nur A, C und D übrig.
In der mittleren Reihe müssen zwei schwarze Quadrate vorhanden sein.
Das schwarze Quadrat in der unteren Reihe muss also ganz links liegen.
Also ist **(D)** die richtige Lösung.

6. Chen hat diese 5 Körbe mit je 4 Spielsachen.



4 Körbe fallen ihm hinunter und die Spielsachen liegen durcheinander auf dem Boden.



Welchen Korb hat er nicht fallen lassen?

(A) A **(B) B** (C) C (D) D (E) E

In den Körben gibt es:

- 4 Frösche
- 5 Marienkäfer
- 5 Nashörner
- 6 Enten

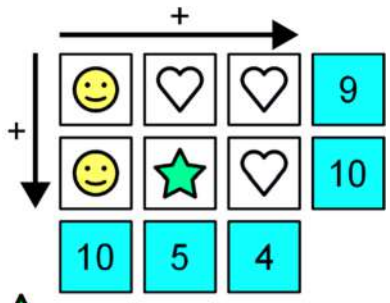
Diese Figuren sind auf den Boden gefallen:

- 3 Frösche
- 3 Marienkäfer
- 4 Nashörner
- 6 Enten

Diese Figuren sind nicht auf den Boden gefallen und sind noch im **Korb B**

- 1 Frosch
- 2 Marienkäfer
- 1 Nashorn

7. In der Tabelle steht jede Form für eine andere Zahl.



Für welche Zahl steht der Stern ?

(A) 1 (B) 2 **(C) 3** (D) 4 (E) 5

Zwei Herzen haben zusammen den Wert 4, daher hat ein Herz den Wert 2.
Ein Herz und ein Stern haben zusammen den Wert 5.
Man weiß, dass ein Herz den Wert 2 hat.

$$5 - 2 = 3$$

Daher bleibt für den Stern der Wert **3**.

8. Marina zeichnet diese fünf Bilder , , , , und .

Marina wiederholt sie immer wieder in derselben Reihenfolge:

Welches Bild ist das 27. Bild?

(A) **(B)** (C) (D) (E)

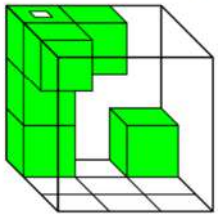
Es wiederholen sich immer die gleichen 5 Bilder. .

Nach 5-maliger Wiederholung ist die Flamme das 25. Bild.

Um auf Position 27 zu gelangen, geht man noch 2 Bilder weiter und kommt zum – **(B)**.

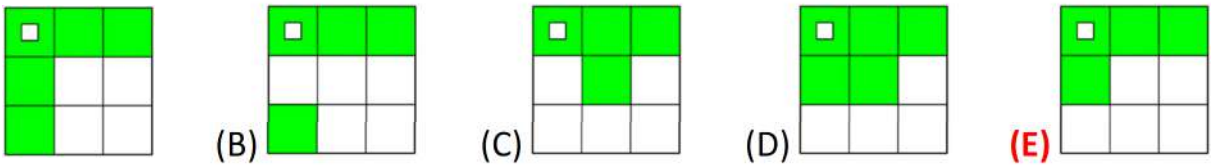
– 5 Punkte Beispiele –

9. Chiara hat einen durchsichtigen Würfel. Darin befinden sich 6 kleine Würfel, siehe Bild.



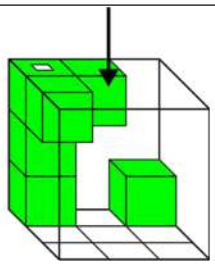
Was sieht Chiara, wenn sie von oben auf den Würfel schaut?

(A) (B) (C) (D) **(E)**

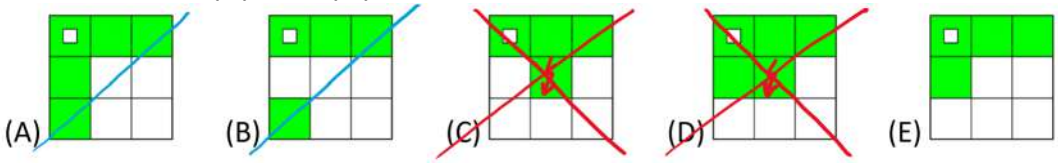


Man muss das Objekt von oben betrachten.

Durch das durchsichtige Glas können wir alle Würfel sehen.



In der Mitte gibt es **keine** Würfel. Daher muss das mittlere Feld leer bleiben.
Somit scheiden Antwort (C) und (D) aus.



Auch links vorne gibt es **keine** Würfel. Also scheiden auch Antwort (A) und (B) aus.
Bild **(E)** ist die Ansicht von oben.

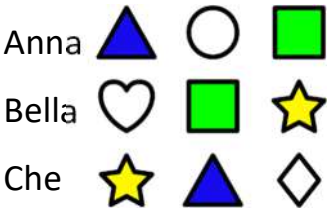
10. Anna, Bella, Che und Dimitry besitzen jeweils drei Figuren. Dabei hat jedes Kind genau eine seiner Figuren mit genau einem der anderen Kinder gleich.

Anna besitzt △ ○ □,
Bella besitzt ♡ □ ☆ und
Che besitzt ☆ △ ◇

Welche Figuren besitzt Dimitry?

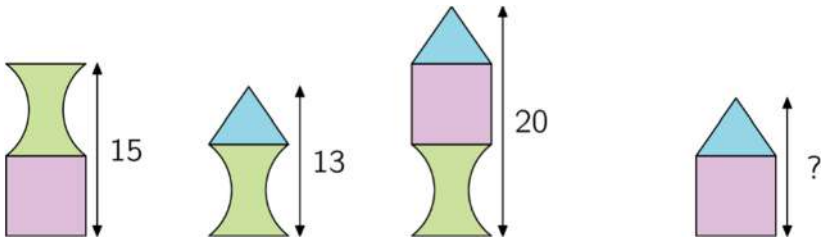
(A) □ ♡ ◇ (B) ♡ ○ △ (C) ☆ ◇ ○ (D) □ ☆ △ **(E)** ◇ ○ ♡

Anna und Bella haben beide ein Quadrat.
Bella und Che haben beide einen Stern.
Anna und Che haben beide ein Dreieck.



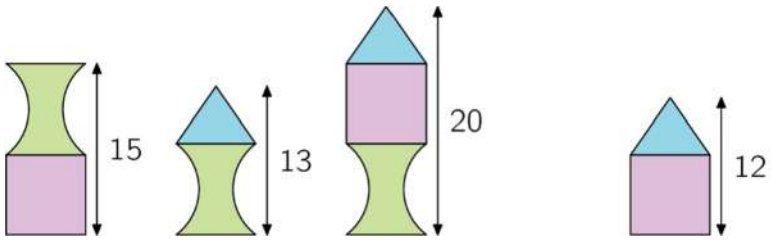
Für Dimitry bleibt ein **Kreis**, ein **Herz** und ein **Drache** übrig – **(E)**.

11. Zoran baut Türme aus drei verschiedenen Bausteinen. Die Höhe von drei Türmen siehst du auf dem Bild.



Wie hoch ist der vierte Turm?

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 16 (E) 17

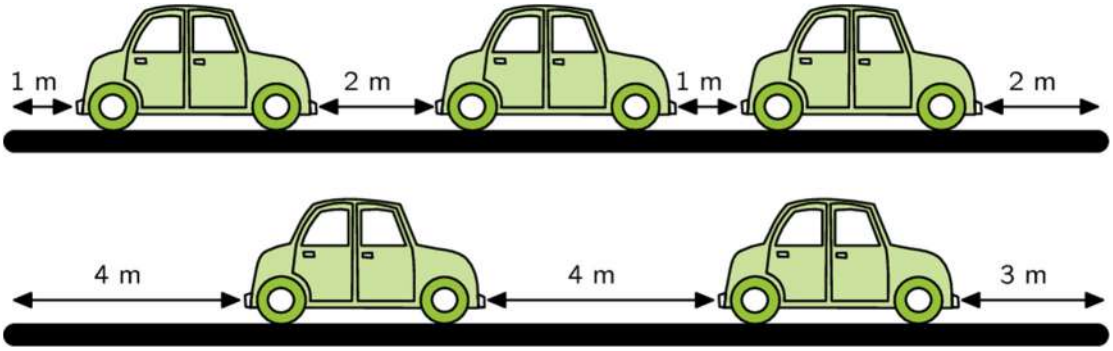


Vergleicht man den ersten und den dritten Turm, unterscheiden sie sich in der Höhe um 20 – 15 = 5 Einheiten. → Das Dreieck ist 5 Einheiten hoch.

Vergleicht man den zweiten und den dritten Turm, unterscheiden sie sich in der Höhe um 20 – 13 = 7 Einheiten. → Das Viereck ist 7 Einheiten hoch.

Der vierte Turm besteht aus einem Dreieck und einem Viereck und ist somit 5 + 7 = **12** Einheiten hoch.

12. Hier sind zwei Bilder einer Brücke zu unterschiedlichen Zeiten.



Alle abgebildeten Autos sind gleich lang.
Die Zahlen geben die Abstände in Metern zwischen den Autos oder zwischen den Autos und den Enden der Brücke an.
Wie lang ist jedes Auto?

(A) 3 Meter (B) 4 Meter **(C) 5 Meter** (D) 6 Meter (E) 7 Meter

Auf dem **oberen Bild** sind 3 Autos zu sehen.
Die Länge aller Pfeile beträgt insgesamt 1 + 2 + 1 + 2 = 6 Meter.

Im **unteren Bild** ist die Gesamtlänge aller Pfeile 4 + 4 + 3 = 11 Meter.

Der Unterschied der beiden Längen ist 11 – 6 = 5 Meter.
In der zweiten Reihe fehlt ein Auto. Also muss das Auto eine Länge von **5** Metern haben.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 3. 2024
Kategorie: Felix, 2. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 60 min.

jede richtige Antwort Aufgabe 1. – 5.	3 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 6. – 10.	4 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 11. – 15.	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort:	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte

dazu 15 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 15) leserlich und eindeutig schreiben!

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

1	2	3	4	5

6	7	8	9	10

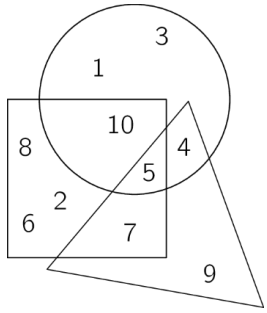
11	12	13	14	15

Information über den Känguruwettbewerb:
www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Österreich – 21. 3. 2024 **Gruppe Felix (2. Schulstufe)**	**Name:**

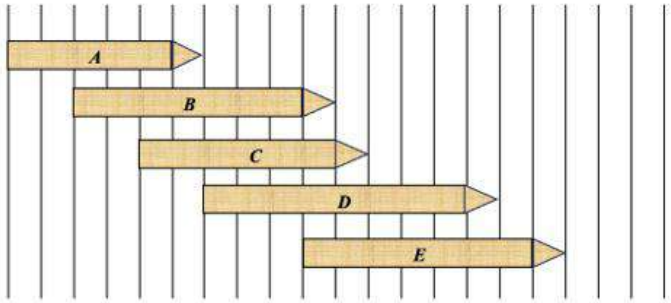
– 3 Punkte Beispiele –

1. Welche Zahl steht im Dreieck **und auch** im Quadrat **und auch** im Kreis.



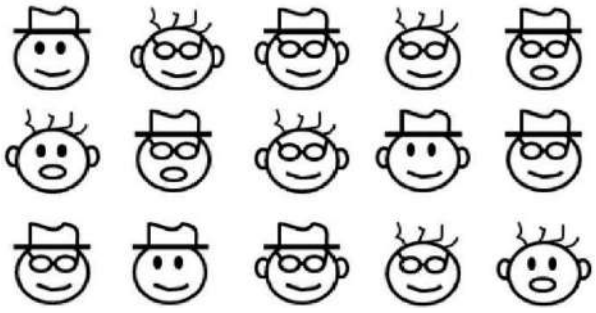
(A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 9 (E) 12

2. Welcher Bleistift ist der längste Stift?



(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

3. Auf dem Bild gibt es 8 verschiedene Gesichter.



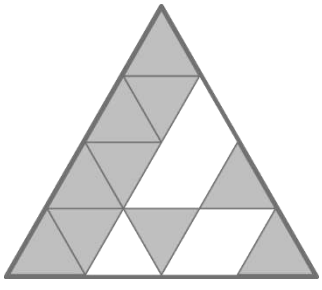
Welches Gesicht kommt nur einmal vor?

(A) (B) (C) (D) (E)

4. Bruno baut ein großes Dreieck.

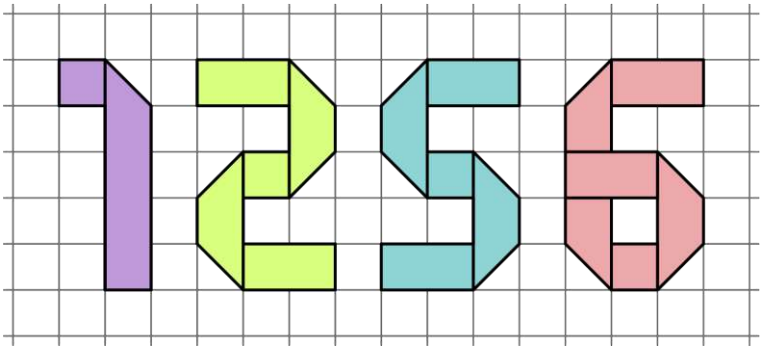
Er verwendet dazu diese gleich großen Dreiecke .

Wie viele dieser Dreiecke braucht er noch, damit das große Dreieck vollständig ausgefüllt ist?



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

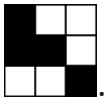
5. Jede der Zahlen 1, 2, 5 und 6 im Bild wird mit einem Papierstreifen gefaltet.



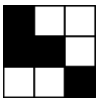
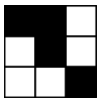
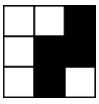
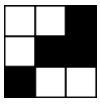
Welcher Streifen ist der längste?

(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 6 (E) Alle Streifen sind gleich lang.

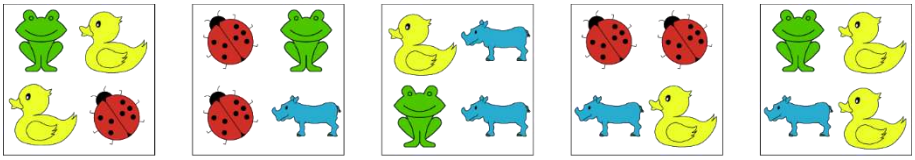
– 4 Punkte Beispiele –

6. Tim hat schwarze und weiße Quadrate aus Papier. Er klebt die Quadrate innen an das Fenster. Dabei entsteht dieses Muster:  .

Welches Muster sieht man von außen?

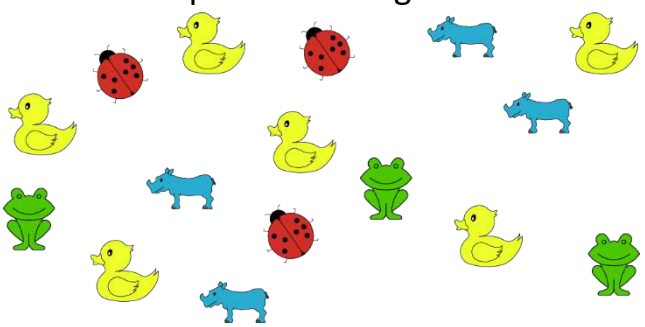
(A)  (B)  (C)  (D)  (E)

7. Chen hat diese 5 Körbe mit je 4 Spielsachen.



A B C D E

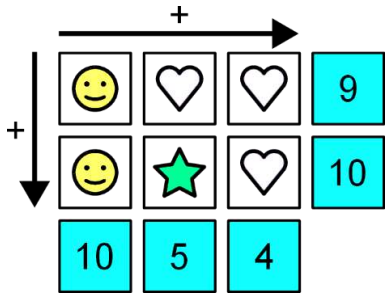
4 Körbe fallen ihm hinunter und die Spielsachen liegen durcheinander auf dem Boden.



Welchen Korb hat er nicht fallen lassen?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

8. In der Tabelle steht jede Form für eine andere Zahl.



Für welche Zahl steht der Stern ?

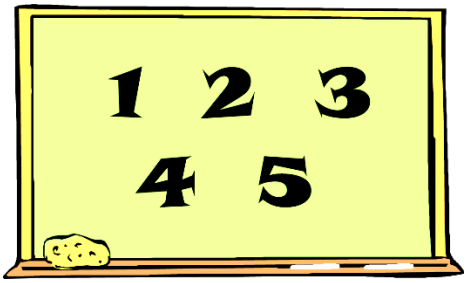
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

9. Marina zeichnet diese fünf Bilder , , , und .
Marina wiederholt sie immer wieder in derselben Reihenfolge:
…

Welches Bild ist das 27. Bild?

(A) (B) (C) (D) (E)

10. Ali wählt 2 Zahlen von der Tafel aus und zählt sie zusammen.

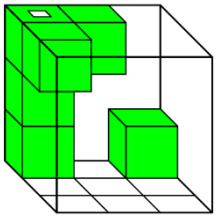


Wie viele verschiedene Ergebnisse sind möglich?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 10

– 5 Punkte Beispiele –

11. Chiara hat einen durchsichtigen Würfel. Darin befinden sich 6 kleine Würfel, siehe Bild.



Was sieht Chiara, wenn sie von oben auf den Würfel schaut?

(A) (B) (C) (D) (E)

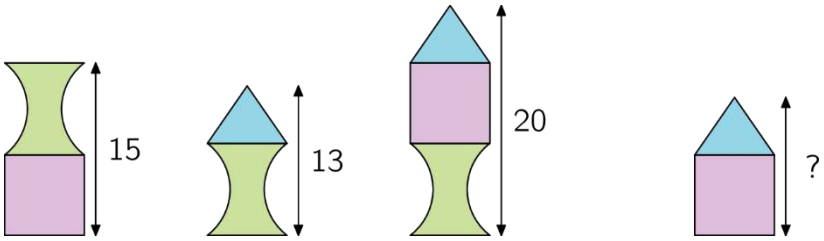
12. Anna, Bella, Che und Dimitry besitzen jeweils drei Figuren. Dabei hat jedes Kind genau eine seiner Figuren mit genau einem der anderen Kinder gleich.

Anna besitzt △ ○ □,
Bella besitzt ♡ □ ☆ und
Che besitzt ☆ △ ◇

Welche Figuren besitzt Dimitry?

(A) □ ♡ ◇ (B) ♡ ○ △ (C) ☆ ◇ ○ (D) □ ☆ △ (E) ◇ ○ ♡

13. Zoran baut Türme aus drei verschiedenen Bausteinen. Die Höhe von drei Türmen siehst du auf dem Bild.



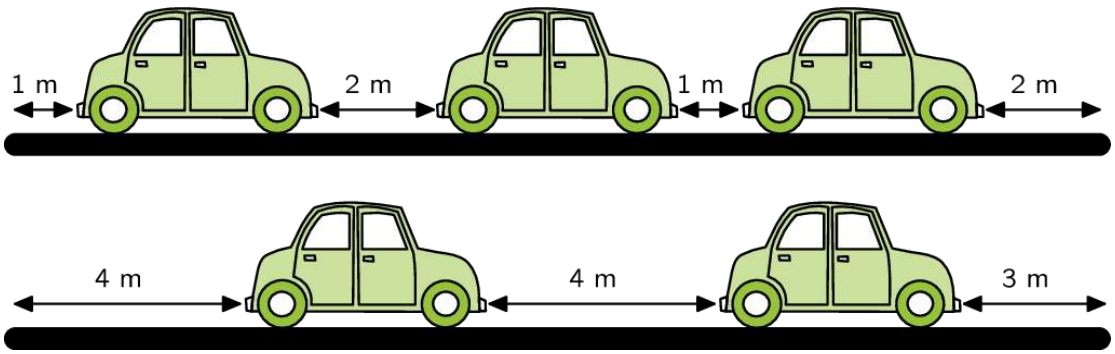
Wie hoch ist der vierte Turm?

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 16 (E) 17

14. Andrew wirft Pfeile auf eine Zielscheibe.
Er beginnt mit 10 Pfeilen. Jedes Mal, wenn er die Scheibe trifft, bekommt er 2 neue Pfeile.
Andrew wirft insgesamt 20 Pfeile. Dann hat er keine Pfeile mehr übrig.
Wie oft hat Andrew die Scheibe getroffen?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 10

15. Hier sind zwei Bilder einer Brücke zu unterschiedlichen Zeiten.



Alle abgebildeten Autos sind gleich lang.
Die Zahlen geben die Abstände in Metern zwischen den Autos oder zwischen den Autos und den Enden der Brücke an.
Wie lang ist jedes Auto?

(A) 3 Meter (B) 4 Meter (C) 5 Meter (D) 6 Meter (E) 7 Meter

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 3. 2024
Level: Felix, Grade 2

Name:	
School:	
Class:	

Time: 60 min.
15 starting points
each correct answer to questions 1. – 5.: 3 points
each correct answer to questions 6. – 10.: 4 points
each correct answer to questions 11. – 15.: 5 points
each question left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 to 15). Write clearly and carefully!

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

1	2	3	4	5

6	7	8	9	10

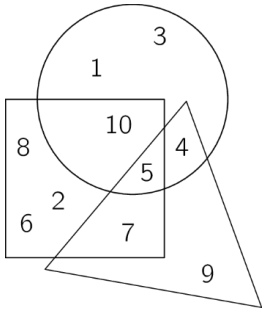
11	12	13	14	15

Information über den Känguruwettbewerb:
www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Austria – 21. 3. 2024 Level Felix (Schulstufe 2)	Name:

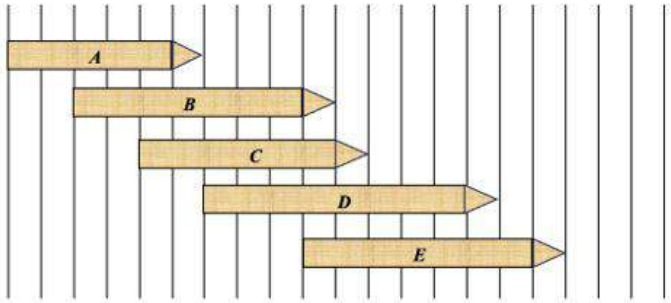
– 3 Point Examples –

1. Which number is in the triangle **and also** in the square **and also** in the circle?



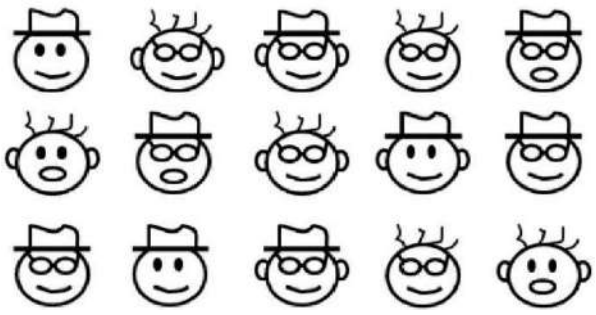
(A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 9 (E) 12

2. Which pencil is the longest?



(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

3. There are 8 different faces in the picture.



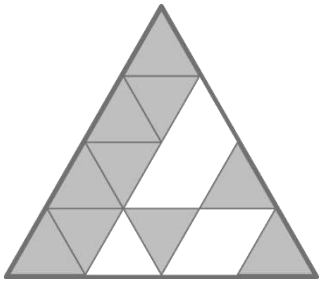
Which face only appears once?

(A) (B) (C) (D) (E)

4. Bruno builds a big triangle.

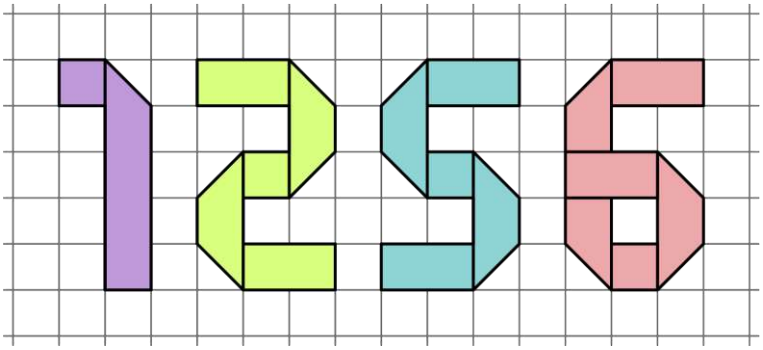
To do this, he uses these triangles of equal size: ▲.

How many more of these triangles ▲ does he need so that the big triangle is completely filled?



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

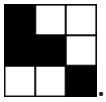
5. Each of the numbers 1, 2, 5 and 6 in the picture is made by folding a strip of paper.



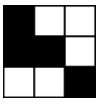
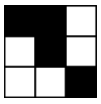
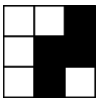
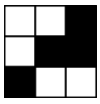
Which strip is the longest?

(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 6 (E) All strips are equally long.

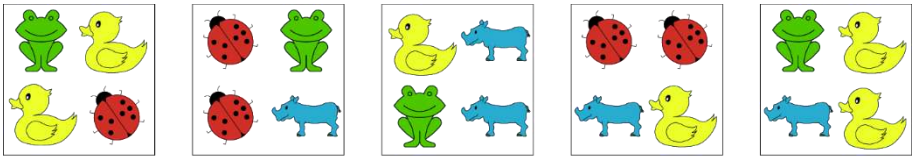
– 4 Point Examples –

6. Tim has black and white squares of paper. He sticks the squares on the inside of a window so that this pattern emerges:  .

Which pattern can be seen from outside?

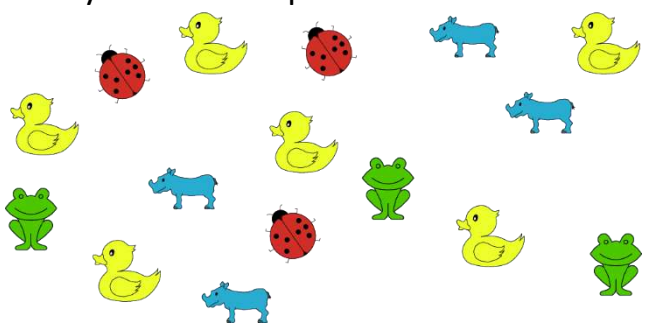
(A)  (B)  (C)  (D)  (E)

7. Chen has these 5 baskets with 4 toys in each.



A B C D E

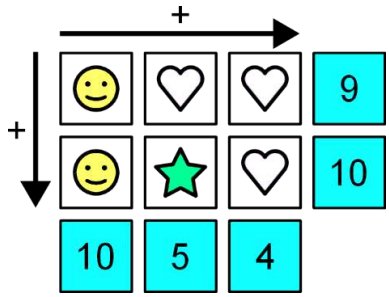
4 baskets fall down and the toys lie mixed up on the floor.



Which basket did he not drop?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

8. In the table, each shape stands for a different number.



What number does the star ★ stand for?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

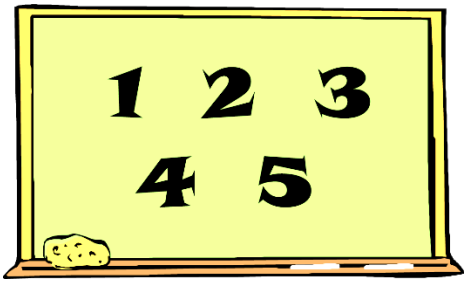
9. Marina draws these five pictures , , , and .
Marina repeats them in the same order over and over again:

…

Which picture is the 27th picture?

(A) (B) (C) (D) (E)

10. Ali chooses 2 numbers from the board and adds them together.

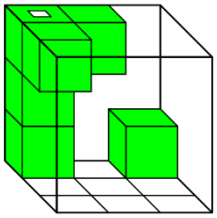


How many different results are possible?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 10

– 5 Point Examples –

11. Chiara has a see-through cube. Inside there are 6 small cubes, see picture.



What does Chiara see if she looks at the cube from above?

(A) (B) (C) (D) (E)

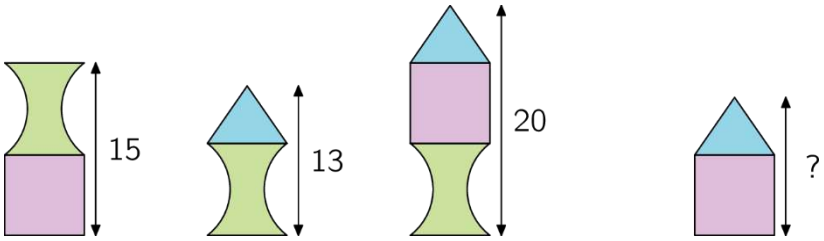
12. Anna, Bella, Che and Dimitry each have three shapes. Each child has exactly one of their shapes the same as one of the other children.

Anna has △ ○ □,
Bella has ♡ □ ☆ and
Che has ☆ △ ◇

Which shapes does Dimitry have?

(A) □ ♡ ◇ (B) ♡ ○ △ (C) ☆ ◇ ○ (D) □ ☆ △ (E) ◇ ○ ♡

13. Zoran builds towers made from three different building blocks. The picture shows the heights of three towers.



How high is the fourth tower?

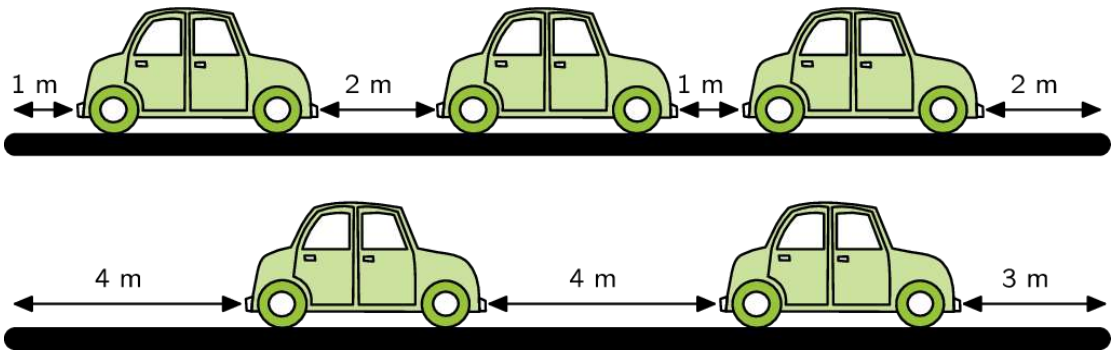
(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 16 (E) 17

14. Andrew throws arrows at a target board.

He starts with 10 arrows. Each time he hits the target, he gets 2 more arrows.
In total Andrew throws 20 arrows. Then he has run out of arrows.
How often did Andrew hit the target?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 10

15. These two pictures show a bridge at different times.



All cars are the same length.
The numbers state the distances between the cars or between the cars and the end of the bridge.
How long is each car?

(A) 3 metres (B) 4 metres (C) 5 metres (D) 6 metres (E) 7 metres

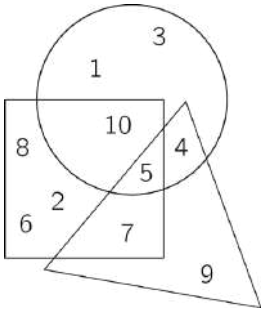
Känguru der Mathematik 2024
Gruppe Felix (2. Schulstufe)
Österreich – 21. 3. 2024

– Lösungsvektor –

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
C	D	E	B	D	D	B	C	B	C	E	E	A	B	C

– 3 Punkte Beispiele –

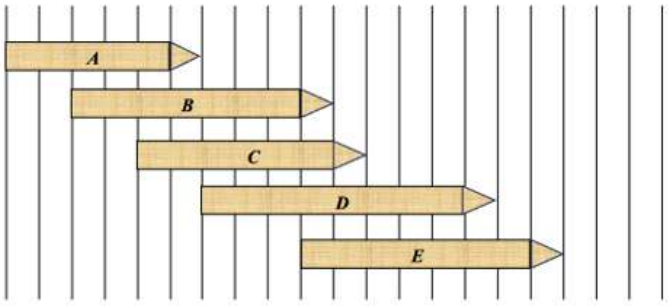
1. Welche Zahl steht im Dreieck und auch im Quadrat und auch im Kreis.



(A) 1 (B) 4 **(C) 5** (D) 9 (E) 12

Wenn man das Bild betrachtet, sieht man, dass die Zahl **5** die einzige Zahl ist, die im Kreis, im Dreieck und im Quadrat steht.

2. Welcher Bleistift ist der längste Stift?



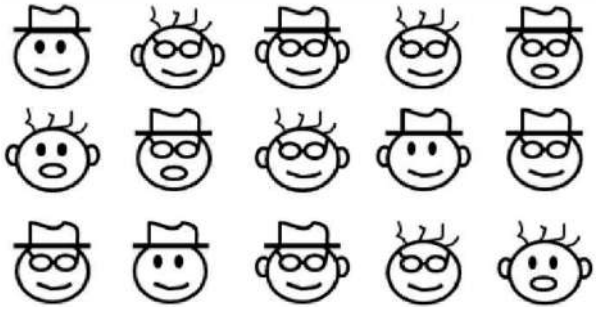
(A) A (B) B (C) C **(D) D** (E) E

Die Stifte haben folgende Längen:

Stift A: 6 Einheiten
Stift B: 8 Einheiten
Stift C: 7 Einheiten
Stift D: 9 Einheiten
Stift E: 8 Einheiten

Somit ist Stift **D** der längste Stift.

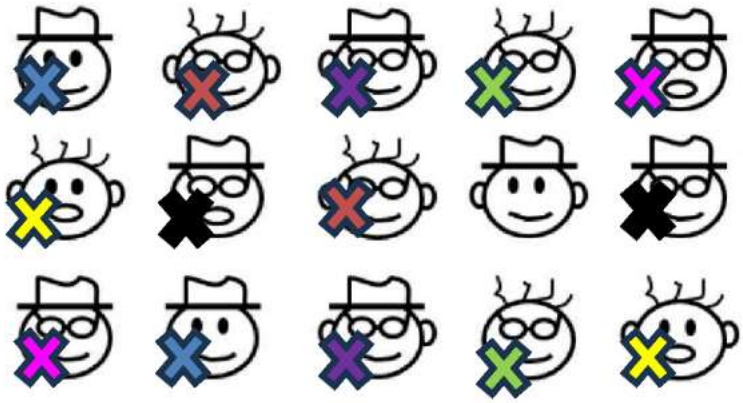
3. Auf dem Bild gibt es 8 verschiedene Gesichter.



Welches Gesicht kommt nur einmal vor?

(A) (B) (C) (D) **(E)**

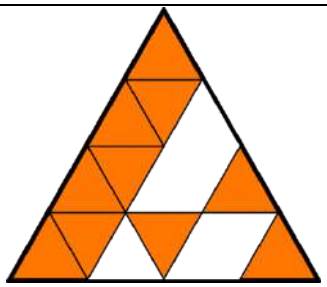
Wir suchen Paare und sehen hier, welche Paare es gibt.
Das Gesicht bei **E** hat keinen Partner.



4. Bruno baut ein großes Dreieck.

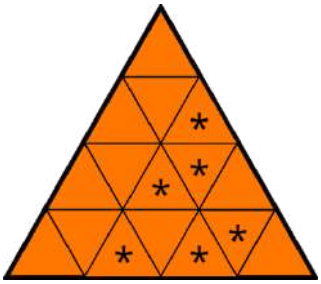
Er verwendet dazu diese gleich großen Dreiecke .

Wie viele dieser Dreiecke braucht er noch, damit das große Dreieck vollständig ausgefüllt ist?

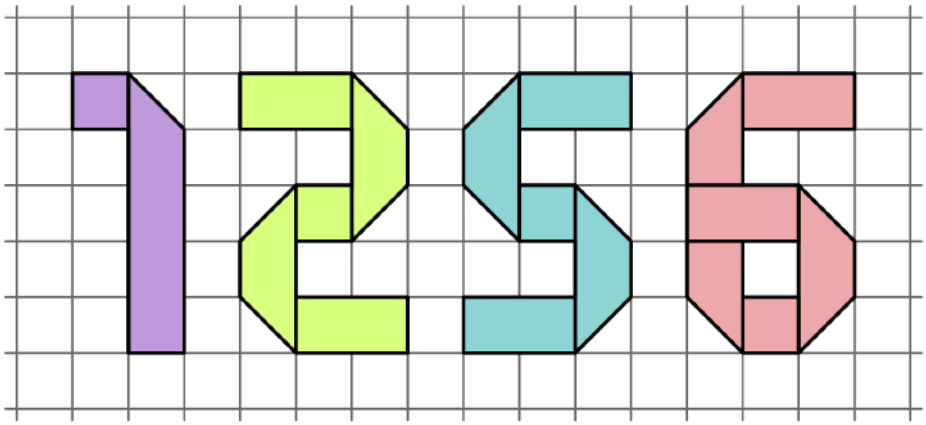


(A) 5 **(B) 6** (C) 7 (D) 8 (E) 9

Bruno braucht noch **6** Dreiecke.
Diese Dreiecke sieht man im Bild, mit einem Stern in der Mitte.



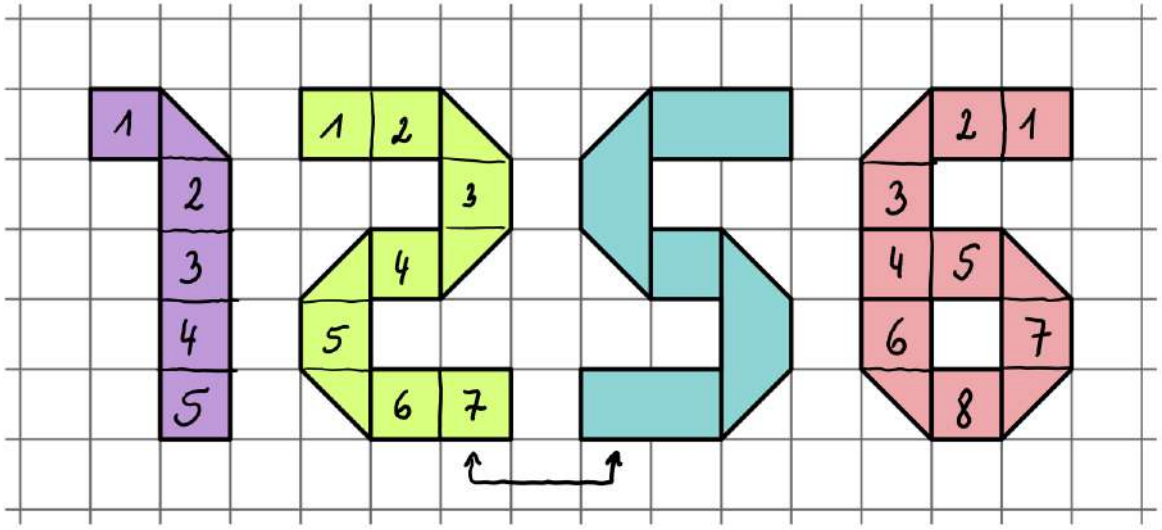
5. Jede der Zahlen 1, 2, 5 und 6 im Bild wird mit einem Papierstreifen gefaltet.



Welcher Streifen ist der längste?

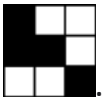
(A) 1 (B) 2 (C) 5 **(D) 6** (E) Alle Streifen sind gleich lang.

Man kann die Anzahl der Quadrate und Dreiecke ermitteln, die für einen Streifen notwendig sind.

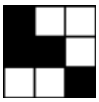
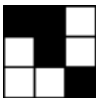
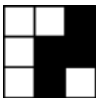
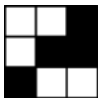
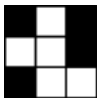


Dann sieht man:
Nummer „1“ ist die kürzeste.
Die Zahlen „2“ und „5“ sind Spiegelbilder, also gleich groß.
Dann können wir sehen, dass „6“ über mehr Quadraten verfügt als „2“ und „5“. Beide Ziffern haben gleich viele Dreiecke. Also ist „**6**“ der längste Streifen.

– 4 Punkte Beispiele –

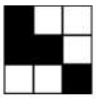
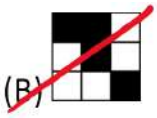
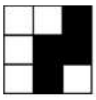
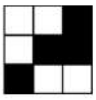
6. Tim hat schwarze und weiße Quadrate aus Papier. Er klebt die Quadrate innen an das Fenster. Dabei entsteht dieses Muster:  .

Welches Muster sieht man von außen?

(A)  (B)  (C)  **(D)**  (E) 

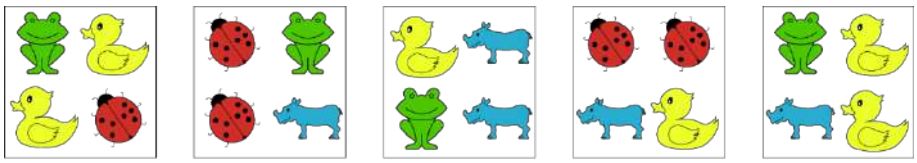
Wenn das Muster von außen betrachtet wird, sieht man es genau spiegelverkehrt.

Das bedeutet, das schwarze obere Quadrat „bleibt oben“. In der oberen Reihe gibt es also nur ein schwarzes Quadrat. Somit scheiden Antwort (B) und (E) aus.

(A)  (B)  (C)  (D)  (E)

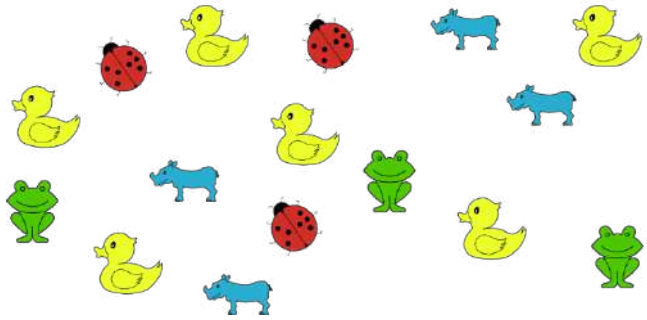
Somit bleiben nur A, C und D übrig.
In der mittleren Reihe müssen zwei schwarze Quadrate vorhanden sein.
Das schwarze Quadrat in der unteren Reihe muss also ganz links liegen.
Also ist **(D)** die richtige Lösung.

7. Chen hat diese 5 Körbe mit je 4 Spielsachen.



A B C D E

4 Körbe fallen ihm hinunter und die Spielsachen liegen durcheinander auf dem Boden.



Welchen Korb hat er nicht fallen lassen?

(A) A **(B) B** (C) C (D) D (E) E

In den Körben gibt es:

- 4 Frösche
- 5 Marienkäfer
- 5 Nashörner
- 6 Enten

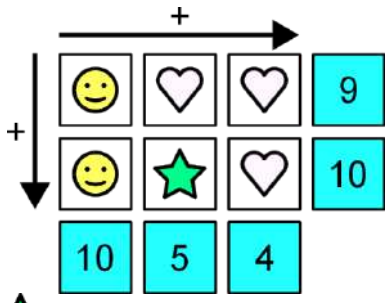
Diese Figuren sind auf den Boden gefallen:

- 3 Frösche
- 3 Marienkäfer
- 4 Nashörner
- 6 Enten

Diese Figuren sind nicht auf den Boden gefallen und sind noch im **Korb B**

- 1 Frosch
- 2 Marienkäfer
- 1 Nashorn

8. In der Tabelle steht jede Form für eine andere Zahl.



Für welche Zahl steht der Stern ?

(A) 1 (B) 2 **(C) 3** (D) 4 (E) 5

Zwei Herzen haben zusammen den Wert 4, daher hat ein Herz den Wert 2.
Ein Herz und ein Stern haben zusammen den Wert 5.
Man weiß, dass ein Herz den Wert 2 hat.

$$5 - 2 = 3$$

Daher bleibt für den Stern der Wert **3**.

9. Marina zeichnet diese fünf Bilder , , , , und .

Marina wiederholt sie immer wieder in derselben Reihenfolge:

...

Welches Bild ist das 27. Bild?

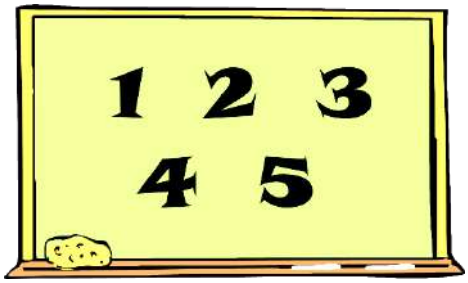
(A) **(B)** (C) (D) (E)

Es wiederholen sich immer die gleichen 5 Bilder. .

Nach 5-maliger Wiederholung ist die Flamme das 25. Bild.

Um auf Position 27 zu gelangen, geht man noch 2 Bilder weiter und kommt zum – **(B)**.

10. Ali wählt 2 Zahlen von der Tafel aus und zählt sie zusammen.



Wie viele verschiedene Ergebnisse sind möglich?

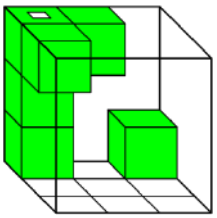
(A) 5 (B) 6 **(C) 7** (D) 8 (E) 10

Das kleinste Ergebnis, das Ali erhalten kann, ist: 1 + 2 = 3
Das größte Ergebnis, das Ali erhalten kann, ist: 4 + 5 = 9
Alle anderen Lösungen liegen zwischen 3 und 9, das heißt, alle Lösungen die man erhalten kann, sind: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Das sind **7** verschiedene Ergebnisse:

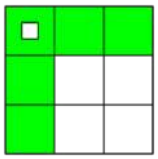
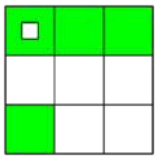
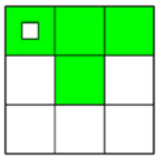
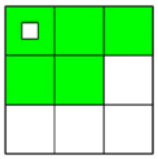
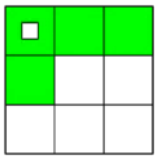
Ergebnis 3: 1 + 2 = 3
Ergebnis 4: 1 + 3 = 4
Ergebnis 5: 1 + 4 = 5 2 + 3 = 5
Ergebnis 6: 1 + 5 = 6 2 + 4 = 6
Ergebnis 7: 2 + 5 = 7 3 + 4 = 7
Ergebnis 8: 3 + 5 = 8
Ergebnis 9: 4 + 5 = 9

– 5 Punkte Beispiele –

11. Chiara hat einen durchsichtigen Würfel. Darin befinden sich 6 kleine Würfel, siehe Bild.

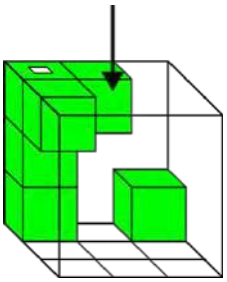


Was sieht Chiara, wenn sie von oben auf den Würfel schaut?

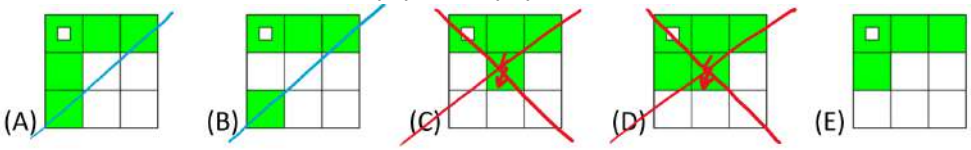
(A)  (B)  (C)  (D)  **(E)** 

Man muss das Objekt von oben betrachten.

Durch das durchsichtige Glas können wir alle Würfel sehen.



In der Mitte gibt es **keine** Würfel. Daher muss das mittlere Feld leer bleiben.
Somit scheiden Antwort (C) und (D) aus.



Auch links vorne gibt es **keine** Würfel. Also scheiden auch Antwort (A) und (B) aus.
Bild **(E)** ist die Ansicht von oben.

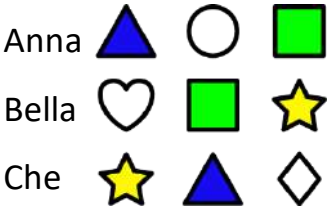
12. Anna, Bella, Che und Dimitry besitzen jeweils drei Figuren. Dabei hat jedes Kind genau eine seiner Figuren mit genau einem der anderen Kinder gleich.

Anna besitzt △ ○ □,
Bella besitzt ♡ □ ☆ und
Che besitzt ☆ △ ◇

Welche Figuren besitzt Dimitry?

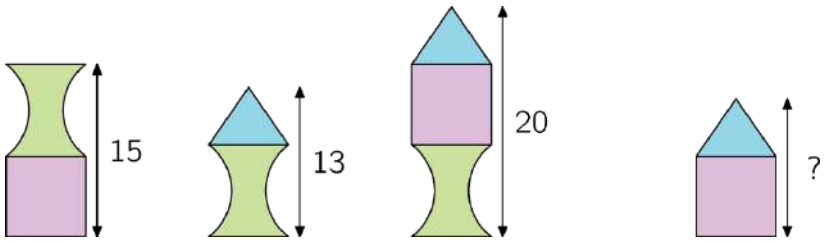
(A) □ ♡ ◇ (B) ♡ ○ △ (C) ☆ ◇ ○ (D) □ ☆ △ **(E)** ◇ ○ ♡

Anna und Bella haben beide ein Quadrat.
Bella und Che haben beide einen Stern.
Anna und Che haben beide ein Dreieck.



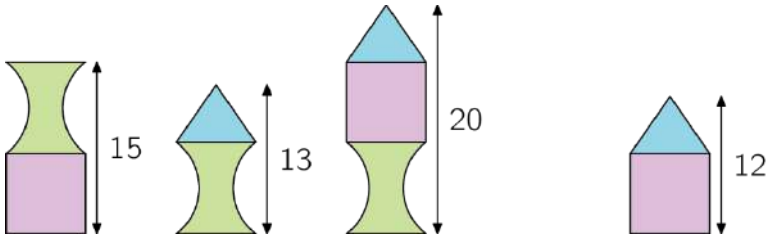
Für Dimitry bleibt ein **Kreis**, ein **Herz** und ein **Drache** übrig – **(E)**.

13. Zoran baut Türme aus drei verschiedenen Bausteinen. Die Höhe von drei Türmen siehst du auf dem Bild.



Wie hoch ist der vierte Turm?

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 16 (E) 17



Vergleicht man den ersten und den dritten Turm, unterscheiden sie sich in der Höhe um 20 – 15 = 5 Einheiten. → Das Dreieck ist 5 Einheiten hoch.

Vergleicht man den zweiten und den dritten Turm, unterscheiden sie sich in der Höhe um 20 – 13 = 7 Einheiten. → Das Viereck ist 7 Einheiten hoch.

Der vierte Turm besteht aus einem Dreieck und einem Viereck und ist somit 5 + 7 = **12** Einheiten hoch.

14. Andrew wirft Pfeile auf eine Zielscheibe.
Er beginnt mit 10 Pfeilen. Jedes Mal, wenn er die Scheibe trifft, bekommt er 2 neue Pfeile.
Andrew wirft insgesamt 20 Pfeile. Dann hat er keine Pfeile mehr übrig.
Wie oft hat Andrew die Scheibe getroffen?

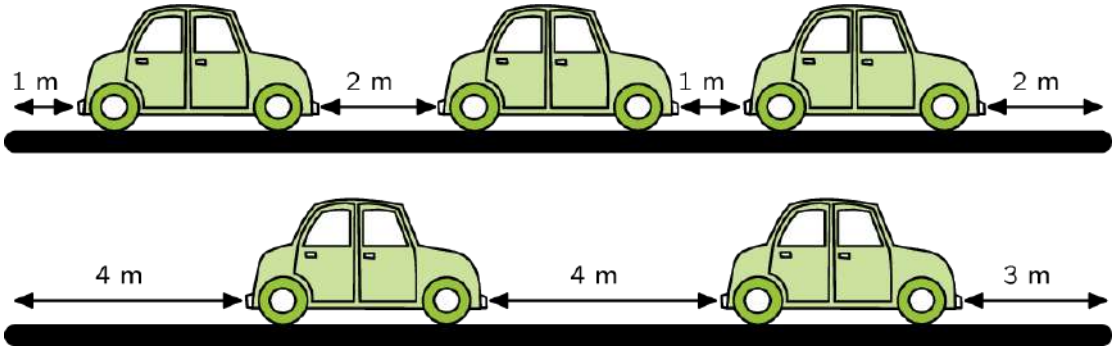
(A) 4 **(B) 5** (C) 6 (D) 8 (E) 10

Für jeden Treffer bekommt Andrew 2 weitere Pfeile.

Er hat zu Beginn 10 Pfeile, muss daher 20 – 10 = 10 Pfeile neu bekommen.

Für jeden Treffer bekommt er 2 neue Pfeile. Er braucht daher 10 : 2 = **5** Treffer.

15. Hier sind zwei Bilder einer Brücke zu unterschiedlichen Zeiten.



Alle abgebildeten Autos sind gleich lang.
Die Zahlen geben die Abstände in Metern zwischen den Autos oder zwischen den Autos und den Enden der Brücke an.
Wie lang ist jedes Auto?

(A) 3 Meter (B) 4 Meter **(C) 5 Meter** (D) 6 Meter (E) 7 Meter

Auf dem **oberen Bild** sind 3 Autos zu sehen.
Die Länge aller Pfeile beträgt insgesamt 1 + 2 + 1 + 2 = 6 Meter.

Im **unteren Bild** ist die Gesamtlänge aller Pfeile 4 + 4 + 3 = 11 Meter.

Der Unterschied der beiden Längen ist 11 – 6 = 5 Meter.
In der zweiten Reihe fehlt ein Auto. Also muss das Auto eine Länge von **5** Metern haben.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 3. 2024
Kategorie: Écolier, 3. und 4. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 60 min.

jede richtige Antwort Aufgabe 1. – 8.	3 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 9. – 16.	4 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 17. – 24.	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort:	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte

dazu 24 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 24) leserlich und eindeutig schreiben!

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15	16

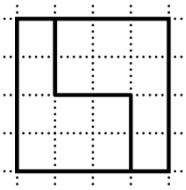
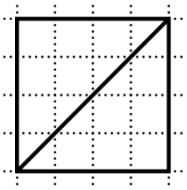
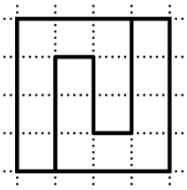
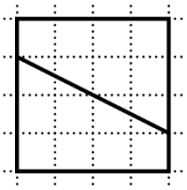
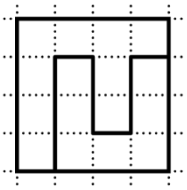
17	18	19	20	21	22	23	24

Information über den Känguruwettbewerb:
www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Österreich – 21. 3. 2024 Gruppe Écolier (3. und 4. Schulstufe)	Name:

– 3 Punkte Beispiele –

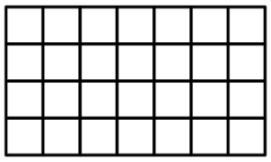
1. Welches Quadrat wurde in zwei unterschiedliche Figuren aufgeteilt?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

2. Lizzy hat 7 gleiche Münzen. Sie kauft damit am Markt drei Früchte.
Jede Frucht hat einen anderen Preis.
Wie viel kostet die teuerste Frucht?

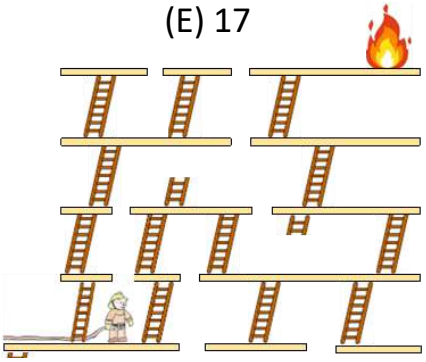
(A) 2 Münzen (B) 3 Münzen (C) 4 Münzen (D) 5 Münzen (E) 6 Münzen

3. Das Rechteck rechts besteht aus 4 Zeilen und 7 Spalten.
Insgesamt besteht es aus 28 weißen Feldern.
Ira bemalt 2 Zeilen und 1 Spalte.
Wie viele Felder bleiben weiß?



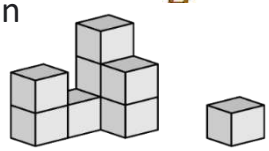
(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 17

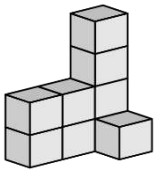
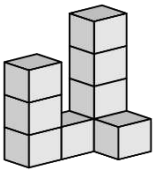
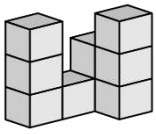
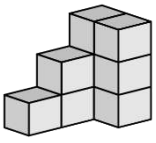
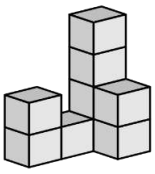
4. Feuerwehrmann Fred möchte das Feuer löschen.
Wie viele Leitern muss er im rechten Bild mindestens benutzen, bis er zum Feuer gelangt ohne zu springen?



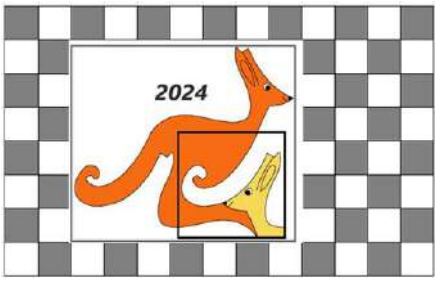
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

5. Ben hat ein Bauwerk gebaut. Eine Katze hat einen Würfel von seinem Bauwerk heruntergeworfen:
Welches dieser Bauwerke hat Ben gebaut?



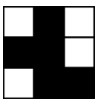
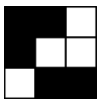
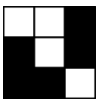
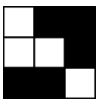
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

6. Alex hängt ein Plakat auf seine Küchenwand.
Die Küchenwand hat gleich große weiße und graue Fliesen – siehe Bild.
Wie viele graue Fliesen werden vom Plakat vollständig bedeckt?



(A) 15 (B) 21 (C) 25 (D) 30 (E) 35

7. Tim hat schwarze und weiße Quadrate aus Papier. Er klebt die Quadrate innen an das Fenster. Dabei entsteht dieses Muster rechts. Welches Muster sieht man von außen?

(A)  (B)  (C) (D)  (E) 

8. 213, 214 und 215 sind drei aufeinanderfolgende dreistellige Zahlen.
Mohammad schreibt nun drei aufeinanderfolgende vierstellige Zahlen in eine Reihe.
Seine Schwester löscht von jeder der drei Zahlen ein paar Ziffern weg.

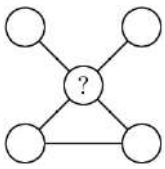
___7, _898, 48__

Welche Ziffern (von links nach rechts) fehlen?

(A) 3 8 9, 3, 9 9 (B) 4 8 9, 3, 9 6 (C) 4 8 9, 4, 9 8 (D) 4 8 9, 4, 9 9 (E) 4 8 8, 4, 9 9

– 4 Punkte Beispiele –

9. Lisa schreibt die Zahlen 1, 2, 4, 5 und 6 in die Kreise des Musters. Sie schreibt jede der fünf Zahlen genau ein Mal. Zählt sie die Zahlen entlang einer der drei geraden Linien zusammen, so erhält sie jeweils 11.
Welche Zahl hat sie in den Kreis mit dem Fragezeichen geschrieben?



(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6

10. In einem Korb liegen diese fünf Früchte: .
Ann mag . Ben mag . Cam mag . Dan mag . Eli mag .
Jedes Kind nimmt sich eine Frucht, die es mag.
Welche Frucht nimmt sich Ben?

(A) (B) (C) (D) (E)

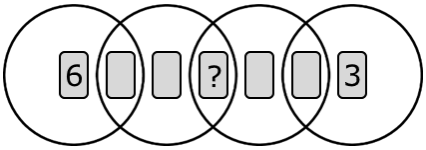
11. Zauberer Adam hat den Turm rechts aus 8 Scheiben gebaut.
Er zaubert nacheinander Scheiben weg:
Zuerst die zweite Scheibe von unten, dann vom neuen Turm die dritte Scheibe von unten.
Danach zaubert er vom wieder neu entstandenen Turm die vierte Scheibe von unten weg.
Am Schluss entfernt er vom nun neu entstandenen Turm die fünfte Scheibe von unten.
Welchen Turm erhält Adam?

(A) (B) (C) (D) (E)

12. Pinguin Peter geht jeden Tag fischen und bringt dabei 9 Fische für seine zwei Kinder.
Er gibt jeden Tag dem ersten Kind, das er sieht, 5 Fische.
Das andere Kind bekommt dann 4 Fische.
In den letzten paar Tagen hat ein Kind insgesamt 26 Fische bekommen.
Wie viele Fische hat das andere Kind bekommen?

(A) 19 (B) 22 (C) 25 (D) 28 (E) 31

13. 7 Karten mit den Zahlen von 1 bis 7 liegen in diesen vier überlappenden Ringen: Zählst du die Zahlen aller Karten, die in einem Ring liegen, zusammen, dann ist das Ergebnis immer 10. Welche Zahl steht auf der Karte mit dem Fragezeichen?



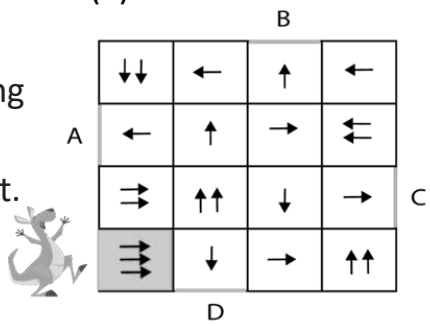
(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 7

14. Lucas hat diese fünf Puzzleteile zur Verfügung:

Er möchte eine Raupe legen, die aus einem Kopf, einem Schwanz und 1, 2 oder 3 Teilen dazwischen besteht. Wie viele verschiedene Raupen kann Lucas bauen?

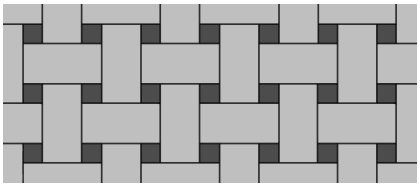
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

15. Känguru Joey hüpft durch einen Irrgarten. Die Pfeile eines Feldes geben an, wie weit und in welche Richtung Joey hüpfen muss. Ein Feld mit drei Pfeilen heißt, dass Joey in Richtung der Pfeile zwei Felder überspringt und im 3. Feld landet. Durch welchen Ausgang wird Joey den Irrgarten verlassen, wenn er im Feld links unten mit den drei Pfeilen startet?



(A) durch A (B) durch B (C) durch C (D) durch D (E) durch keinen der vier Ausgänge

16. Für einen Küchenboden wurden zwei Arten von Fliesen verwendet: rechteckige ▭ und quadratische ■. Dieses Bild zeigt einen Teil des verlegten Küchenbodens: Die rechteckigen Fliesen sind 23 cm lang und 11 cm breit. Wie lang ist die Seitenlänge der kleinen quadratischen Fliesen?



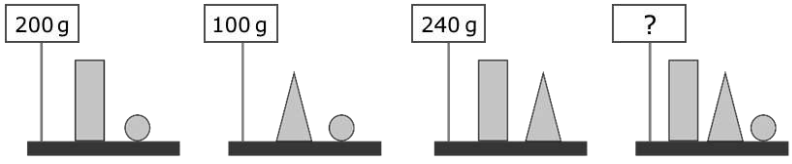
(A) 3 cm (B) 4 cm (C) 5 cm (D) 6 cm (E) 7 cm

– 5 Punkte Beispiele –

17. Mia hat 3 Karten, auf denen dreistellige Zahlen stehen. Zählt sie die drei Zahlen zusammen, so erhält sie die Zahl 782. Leider hat ein Wurm je eine Ziffer aus einer Karte herausgebissen. Welche Zahl erhält sie, wenn sie die drei Ziffern zusammenzählt, die der Wurm herausgebissen hat?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

18. Lucy wiegt Bausteine ab und erhält folgende Werte:



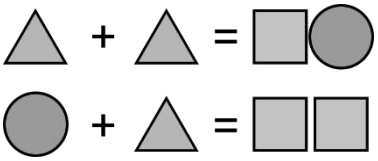
Wie viel wiegen die drei verschiedenen Bausteine gemeinsam?

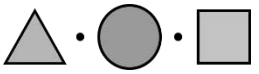
(A) 270 g (B) 280 g (C) 290 g (D) 300 g (E) 310 g

19. 60 Kinder stehen in einer Reihe. Jedes Kind hat eine Warnweste und einen Rucksack.
Die Farben ihrer Warnwesten wechseln sich immer ab: gelb, grün, gelb, grün, …
Die Farben ihrer Rucksäcke ergeben folgendes Muster: rot, braun, lila, rot, braun, lila, …
Wieviele Kinder haben eine gelbe Warnweste und einen lila Rucksack?

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

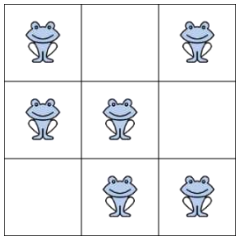
20. Unter Karten derselben Form versteckt sich dieselbe Ziffer.
Unter Karten mit unterschiedlicher Form verstecken sich unterschiedliche Ziffern. Kim legt die Karten so auf, dass die Rechnungen stimmen.



Welche Zahl erhält Kim bei der Rechnung  ?

(A) 0 (B) 15 (C) 18 (D) 28 (E) 30

21. In jeder Zeile und in jeder Spalte gibt es genau 2 Frösche – siehe Bild.
Zwei der sechs Frösche springen gleichzeitig auf eines ihrer Nachbarfelder, wenn dieses leer ist.
Danach sind wieder zwei Frösche in jeder Zeile und in jeder Spalte.
Wieviele Möglichkeiten gibt es, dass zwei Frösche so springen?

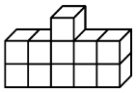
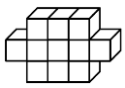
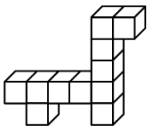
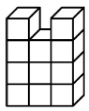


(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

22. Das Bild rechts zeigt eine Bienenwabe mit 9 Zellen.
In manchen Zellen befindet sich Honig. Die Zahlen in den Zellen geben an, wie viele Nachbarzellen Honig beinhalten.
Wie viele Zellen sind mit Honig gefüllt?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

23. Kanga möchte aus diesen drei Teilen eine Figur bauen: .
Er kann die Teile auch drehen oder umdrehen.
Welche der fünf Figuren kann er **NICHT** legen?

(A)  (B)  (C) (D)  (E) 

24. In der Küche liegt dieses Blech mit Keksen.

In unbekannter Reihenfolge nehmen drei Mädchen nacheinander Kekse vom Blech:

Tina nimmt alle herzförmigen Kekse, die noch auf dem Backblech liegen.
Emma nimmt alle weißen Kekse, die noch auf dem Backblech liegen.
Rosa nimmt alle großen Kekse, die noch auf dem Backblech liegen.

Eines der Mädchen nimmt 3 Kekse, eines 6 Kekse und eines 7 Kekse.
Welche der folgenden Kekse hat eines der Mädchen genommen?

(A) (B) (C)

(D) (E)

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 3. 2024
Level: Écolier, Grades 3 and 4

Name:	
School:	
Class:	

Time: 60 min.
24 starting points
each correct answer to questions 1. – 8.: 3 points
each correct answer to questions 9. – 16.: 4 points
each correct answer to questions 17. – 24.: 5 points
each questions left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 bis 24). Write clearly and carefully!

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15	16

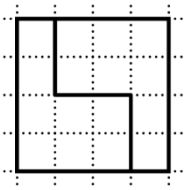
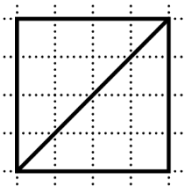
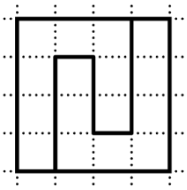
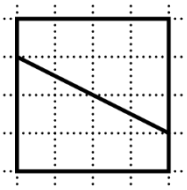
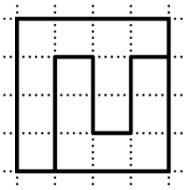
17	18	19	20	21	22	23	24

Information über den Känguruwettbewerb:
www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Austria – 21. 3. 2024 Level Écolier (Schulstufe 3 and 4)	Name:

– 3 Point Examples –

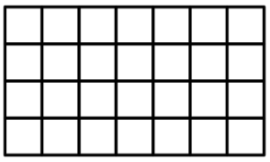
1. Which square was divided into two different figures?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

2. Lizzy has 7 coins of a kind. She buys three fruits at the market.
Each fruit has a different price.
How much is the most expensive fruit?

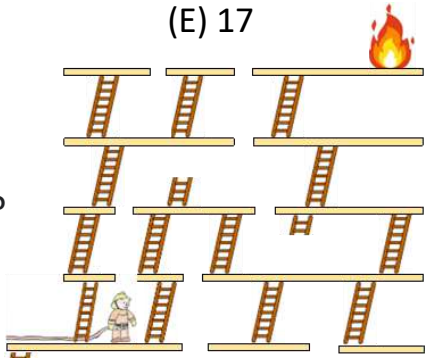
(A) 2 coins (B) 3 coins (C) 4 coins (D) 5 coins (E) 6 coins

3. The rectangle on the right consists of 4 rows and 7 columns.
In total, it consists of 28 white squares.
Ira paints 2 rows and 1 column.
How many squares remain white?



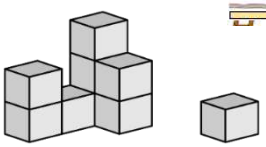
(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 17

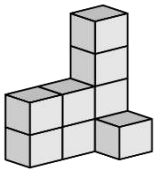
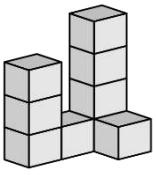
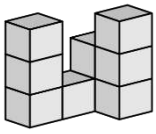
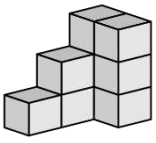
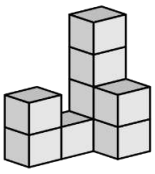
4. Firefighter Fred wants to put out the fire.
What is the smallest number of ladders he has to climb in the picture on the right, to get to the fire without jumping?



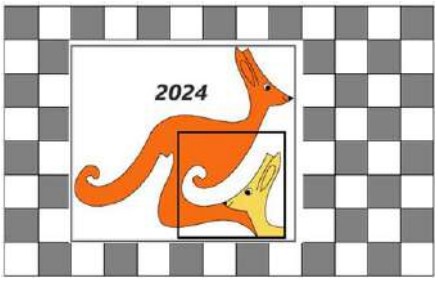
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

5. Ben has built a structure.
A cat has thrown a cube off his structure:
Which of these structures did Ben build?



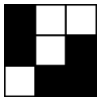
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

6. Alex hangs a poster on his kitchen wall.
The kitchen wall has white and grey tiles of the same size – see picture.
How many grey tiles are completely covered by the poster?

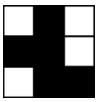
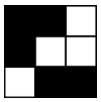
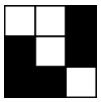
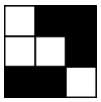


(A) 15 (B) 21 (C) 25 (D) 30 (E) 35

7. Tim has black and white squares of paper. He glues the squares on the inside of a window. This creates the pattern shown on the right.



What pattern can you see from the outside?

(A)  (B)  (C) (D)  (E) 

8. 213, 214 and 215 are three consecutive three-digit numbers.
Mohammad writes three consecutive four-digit numbers in a row.
His sister erases a few digits from each of the three numbers.

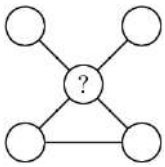
$$___7,\ _898,\ 48__$$

Which digits (from left to right) are missing?

(A) 3 8 9, 3, 9 9 (B) 4 8 9, 3, 9 6 (C) 4 8 9, 4, 9 8 (D) 4 8 9, 4, 9 9 (E) 4 8 8, 4, 9 9

– 4 Point Examples –

9. Lisa writes the numbers 1, 2, 4, 5 and 6 in the circles of the pattern. She writes each of the five numbers exactly once, and if she adds up the numbers along one of the three straight lines, she gets 11 each time.



Which number did she write in the circle with the question mark?

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6

10. These five fruits are in a basket: .
Ann likes . Ben likes . Cam likes . Dan likes . Eli likes .
Each child takes one fruit that they like.
Which fruit does Ben take?

(A) (B) (C) (D) (E)

11. The wizard Adam built the tower on the right out of 8 discs.
He magically makes discs disappear one after the other:
First the second disc from the bottom, then from the new tower the third disc from the bottom. Then he makes the fourth disc from bottom of the newly created tower disappear. At the end, he removes the fifth disc from the bottom of the now newly created tower.

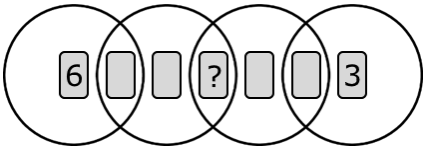
What tower does Adam get?

(A) (B) (C) (D) (E)

12. Penguin Peter goes fishing every day and brings 9 fish for his two children.
Every day he gives 5 fish to the first child he sees. The other child then gets 4 fish.
In the last few days, a child has had a total of 26 fish.
How many fish did the other child get?

(A) 19 (B) 22 (C) 25 (D) 28 (E) 31

13. 7 cards with the numbers from 1 to 7 are placed in these four overlapping rings: If you add up the numbers of all the cards in a ring, the result is always 10.
What number is on the card with the question mark?

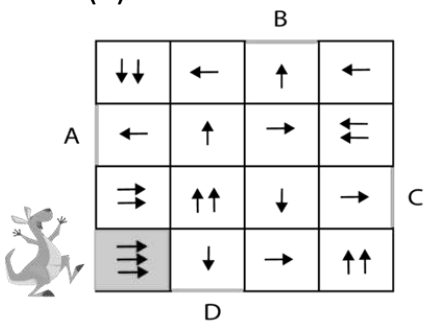


(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 7

14. Lucas has these five pieces of a puzzle available:
He wants to lay a caterpillar consisting of a head, a tail and 1, 2 or 3 parts in between.
How many different caterpillars can Lucas build?

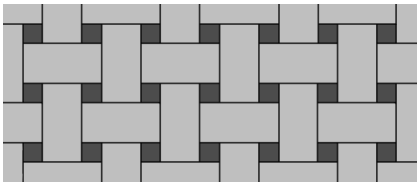
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

15. Kangaroo Joey hops through a maze.
The arrows of a field indicate how far, and in which direction, Joey has to bounce. A field with three arrows means that Joey bounces in the direction of the arrows, skipping two spaces, and landing in the 3rd space.
Through which exit will Joey leave the maze, if he starts in the bottom left field with the three arrows?



(A) through A (B) through B (C) through C (D) through D (E) through none of the four exits

16. Two types of tiles were used for a kitchen floor:
rectangular ▭ and square ■.
This picture shows part of the installed kitchen floor:
The rectangular tiles are 23 cm long and 11 cm wide.
What is the length of a side of a small square tile?



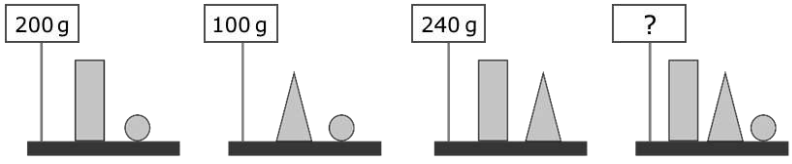
(A) 3 cm (B) 4 cm (C) 5 cm (D) 6 cm (E) 7 cm

– 5 Point Examples –

17. Mia has 3 cards with three-digit numbers on them.
If she adds the three numbers together, she gets the number 782.
Unfortunately, a worm has eaten one digit of each card.
What number does she get when she adds up the three digits that the worm has eaten?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

18. Lucy weighs building blocks and obtains the following values:



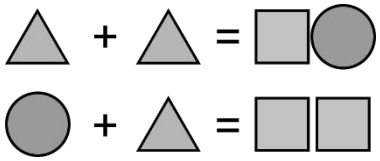
How much do the three different building blocks weigh together?

(A) 270 g (B) 280 g (C) 290 g (D) 300 g (E) 310 g

19. 60 children stand in a row. Each child has a high-visibility vest and a backpack.
The colours of their high-visibility vests always alternate: yellow, green, yellow, green, ...
The colours of their backpacks make the following pattern: red, brown, purple, red, brown, purple, ...
How many children have a yellow safety vest and a purple backpack?

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

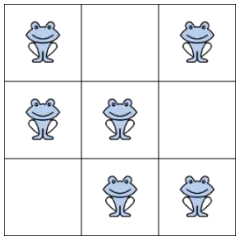
20. Cards of the same shape hide the same digits.
Cards with different shapes hide different digits.



Kim lays out the cards in such a way that the calculations are correct.
What number does Kim get for the calculation ?

(A) 0 (B) 15 (C) 18 (D) 28 (E) 30

21. There are exactly 2 frogs in each row and in each column – see picture.
Two of the six frogs jump to one of their neighbouring fields at the same time when it is empty.
After that, there are again two frogs in each row and in each column.
How many possibilities are there for two frogs to jump like this?

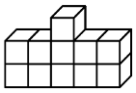
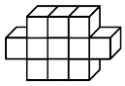
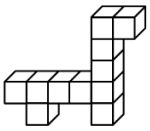
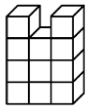


(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

22. The picture on the right shows a honeycomb with 9 cells.
There is honey in some cells. The numbers in the cells indicate how many neighbouring cells contain honey.
How many cells are filled with honey?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

23. Kanga wants to build a figure out of these three parts: .
He can also rotate or flip the parts.
Which of the five pieces can he **NOT** make?

(A)  (B)  (C) (D)  (E) 

24. This tray of biscuits lies in the kitchen.
Three girls take biscuits from the tray in an unknown order:

Tina takes all the heart-shaped cookies that are still on the tray.
Emma takes all the white cookies that are still on the tray.
Rosa takes all the large cookies that are still on the tray.

One of the girls takes 3 biscuits, one takes 6 biscuits and one takes 7 biscuits.
Which of the following cookies did one of the girls take?

(A) (B) (C)

(D) (E)

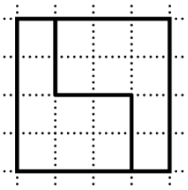
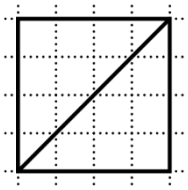
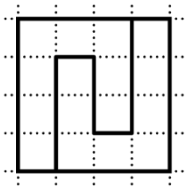
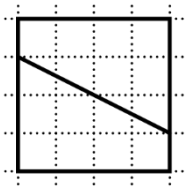
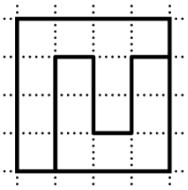
Känguru der Mathematik 2024
Gruppe Écolier (3. und 4. Schulstufe)
Österreich – 21. 3. 2024

– Lösungsvektor –

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
E	C	C	C	E	B	D	D	C	A	B	D	A	B	E	D	D	A	E	D	D	C	E	E

– 3 Punkte Beispiele –

1. Welches Quadrat wurde in zwei unterschiedliche Figuren aufgeteilt?

(A)  (B)  (C)  (D)  **(E)** 

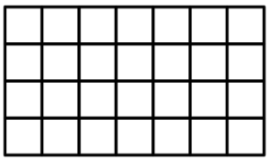
Die beiden Figuren bei Quadrat **E** bestehen aus einer unterschiedlichen Anzahl an kleinen Quadraten (9 und 7). Somit wurde das Quadrat in zwei unterschiedliche Figuren aufgeteilt.

2. Lizzy hat 7 gleiche Münzen. Sie kauft damit am Markt drei Früchte.
Jede Frucht hat einen anderen Preis und kann mit diesen Münzen genau bezahlt werden.
Wie viel kostet die teuerste Frucht?

(A) 2 Münzen (B) 3 Münzen **(C)** 4 Münzen (D) 5 Münzen (E) 6 Münzen

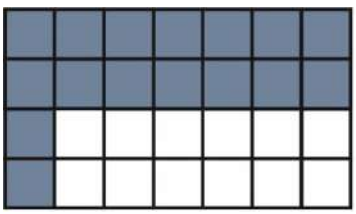
Da sie jede Frucht mit ganzen Münzen bezahlen kann, müssen die Früchte 1 Münze, 2 Münzen und 4 Münzen kosten. Die teuerste Frucht kostet somit **4 Münzen**.

3. Das Rechteck rechts besteht aus 4 Zeilen und 7 Spalten.
Insgesamt besteht es aus 28 weißen Feldern.
Ira bemalt 2 Zeilen und 1 Spalte.
Wie viele Felder bleiben weiß?



(A) 8 (B) 10 **(C)** 12 (D) 14 (E) 17

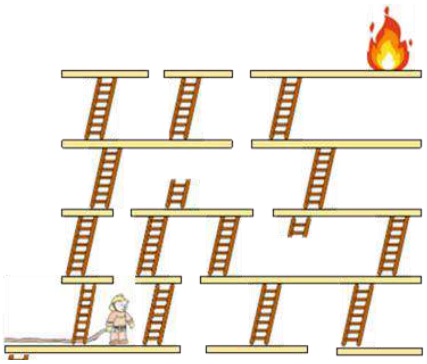
Hier sind zwei Zeilen und eine Spalte bereits bemalt.



Es bleiben **12** weiße Felder übrig.

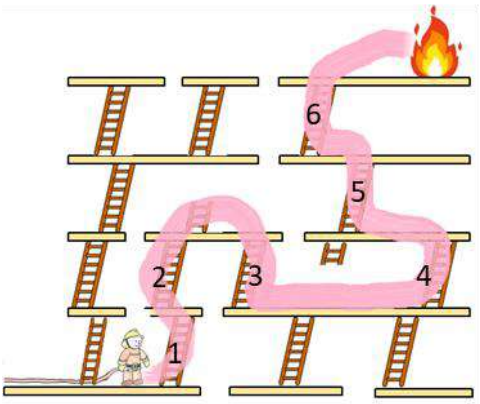
4. Feuerwehrmann Fred möchte das Feuer löschen.
Wie viele Leitern muss er im rechten Bild mindestens benutzen, bis er zum Feuer gelangt ohne zu springen?

(A) 4 (B) 5 **(C)** 6 (D) 7 (E) 8

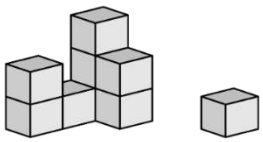


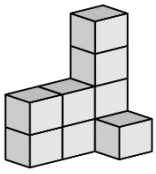
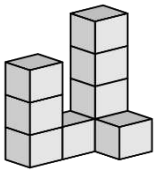
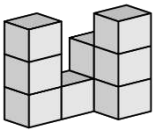
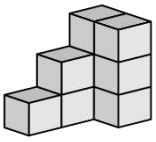
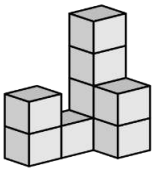
Hier siehst du den kürzesten Weg, mit dem der Feuerwehrmann zum Feuer gelangt.

Insgesamt braucht er **6** Leitern.

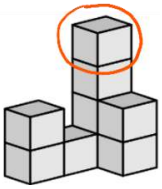


5. Ben hat ein Bauwerk gebaut. Eine Katze hat einen Würfel von seinem Bauwerk heruntergeworfen:
Welches dieser Bauwerke hat Ben gebaut?



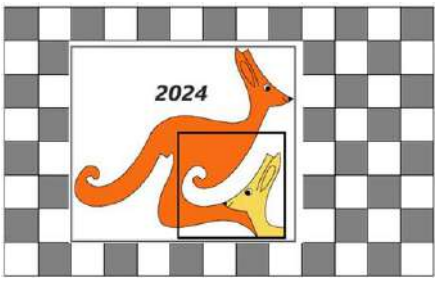
(A)  (B)  (C)  (D)  **(E)** 

Von Bauwerk **E** wurde der Würfel rechts hinten heruntergeworfen.



6. Alex hängt ein Plakat auf seine Küchenwand.
Die Küchenwand hat gleich große weiße und graue Fliesen – siehe Bild.
Wie viele graue Fliesen werden vom Plakat vollständig bedeckt?

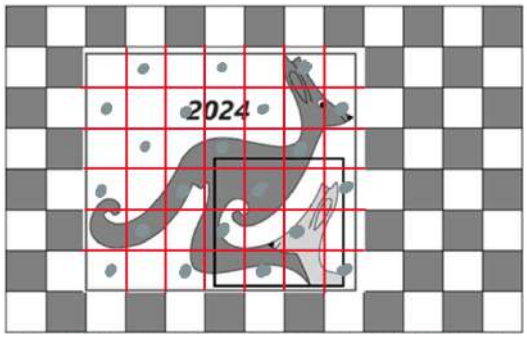
(A) 15 **(B)** 21 (C) 25 (D) 30 (E) 35



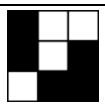
Hier siehst du, dass unter dem Plakat insgesamt 42 Fliesen liegen.

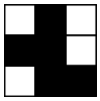
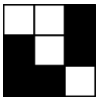
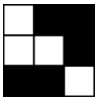
Die Hälfte davon ist grau (mit Punkten markiert).

Somit sind **21** graue Fliesen vom Plakat vollständig bedeckt.

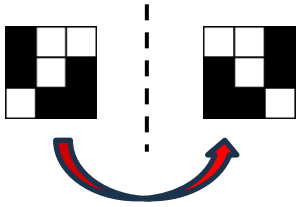


7. Tim hat schwarze und weiße Quadrate aus Papier. Er klebt die Quadrate innen an das Fenster. Dabei entsteht dieses Muster rechts. Welches Muster sieht man von außen?



(A)  (B) (C) **(D)**  (E) 

Das Muster muss gespiegelt werden.



8. 213, 214 und 215 sind drei aufeinanderfolgende dreistellige Zahlen.
Mohammad schreibt nun drei aufeinanderfolgende vierstellige Zahlen in eine Reihe.
Seine Schwester löscht von jeder der drei Zahlen ein paar Ziffern weg.

$$___7,\ _898,\ 48__$$

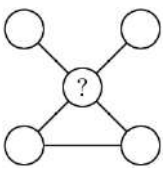
Welche Ziffern (von links nach rechts) fehlen?

(A) 3 8 9, 3, 9 9 (B) 4 8 9, 3, 9 6 (C) 4 8 9, 4, 9 8 **(D)** 4 8 9, 4, 9 9 (E) 4 8 8, 4, 9 9

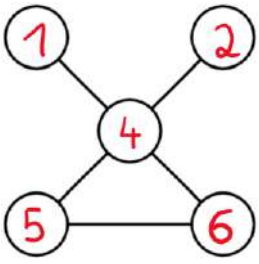
Die aufeinanderfolgenden Zahlen sind $\underline{4}\underline{8}\underline{9}\underline{7},\ \underline{4}898,\ 48\underline{9}\underline{9}$.
Die fehlenden Ziffern von links nach rechts sind somit **4 8 9, 4, 9 9**.

– 4 Punkte Beispiele –

9. Lisa schreibt die Zahlen 1, 2, 4, 5 und 6 in die Kreise des Musters. Sie schreibt jede der fünf Zahlen genau ein Mal. Zählt sie die Zahlen entlang einer der drei geraden Linien zusammen, so erhält sie jeweils 11.
Welche Zahl hat sie in den Kreis mit dem Fragezeichen geschrieben?



(A) 1 (B) 2 **(C)** 4 (D) 5 (E) 6



2 + 4 + 5 = 11

1 + 4 + 6 = 11

5 + 6 = 11

Die **4** muss im Kreis mit dem Fragezeichen stehen.

10. In einem Korb liegen diese fünf Früchte: .
Ann mag . Ben mag . Cam mag . Dan mag . Eli mag .
Jedes Kind nimmt sich eine Frucht, die es mag.
Welche Frucht nimmt sich Ben?

(A) (B) (C) (D) (E)

Ann nimmt die Kirsche , weil sie die einzige Frucht ist, die Ann mag.

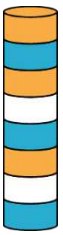
Dan nimmt sich die Banane , weil er nur Kirschen und Bananen mag und Ann bereits die Kirsche hat.

Cam bekommt die Erdbeere , weil Ann und Dan bereits die anderen beiden Früchte haben, die Cam mag.

Eli bekommt die Weintrauben , weil Cam bereits die Erdbeere hat.

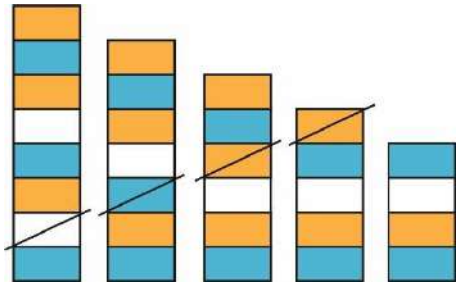
Ben muss den **Apfel** bekommen, weil diese Frucht sonst niemand mag.

11. Zauberer Adam hat den Turm rechts aus 8 Scheiben gebaut.
Er zaubert nacheinander Scheiben weg:
Zuerst die zweite Scheibe von unten, dann vom neuen Turm die dritte Scheibe von unten.
Danach zaubert er vom wieder neu entstandenen Turm die vierte Scheibe von unten weg.
Am Schluss entfernt er vom nun neu entstandenen Turm die fünfte Scheibe von unten.
Welchen Turm erhält Adam?



(A) **(B)** (C) (D) (E)

Hier siehst du von vorne, wie die Türme Schritt für Schritt verändert werden.
Turm **B** ist somit der richtige.



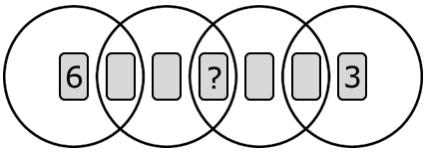
12. Pinguin Peter geht jeden Tag fischen und bringt dabei 9 Fische für seine zwei Kinder.
Er gibt jeden Tag dem ersten Kind, das er sieht, 5 Fische.
Das andere Kind bekommt dann 4 Fische.
In den letzten paar Tagen hat ein Kind insgesamt 26 Fische bekommen.
Wie viele Fische hat das andere Kind bekommen?

(A) 19 (B) 22 (C) 25 **(D)** 28 (E) 31

Um auf insgesamt 26 Fische zu kommen, muss das Kind 4 Mal 4 Fische und 2 Mal 5 Fische bekommen haben.
Somit muss das andere Kind 4 Mal 5 Fische und 2 Mal 4 Fische erhalten haben, also

$$4 \cdot 5 + 2 \cdot 4 = \mathbf{28}\,.$$

13. 7 Karten mit den Zahlen von 1 bis 7 liegen in diesen vier überlappenden Ringen:
Zählst du die Zahlen aller Karten, die in einem Ring liegen, zusammen, dann ist das Ergebnis immer 10.
Welche Zahl steht auf der Karte mit dem Fragezeichen?



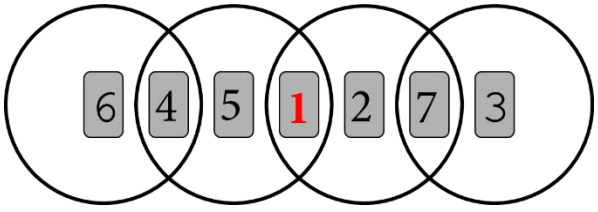
(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 7

Die Zahl rechts von 6 muss die 4 sein, damit die beiden Zahlen zusammengezählt im ersten Ring 10 ergeben.
Die Zahl links von der 3 muss die 7 sein, damit die beiden Zahlen zusammengezählt im letzten Ring 10 ergeben.

Daher sind die Zahlen 1, 2 und 5 noch übrig.

Die 5 muss im zweiten Ring von links stehen, da sie zusammen mit der 7 im zweiten Ring von rechts schon mehr als 10 ergeben würde.

Es ergibt sich, dass die **1** auf der Karte mit dem Fragezeichen steht.

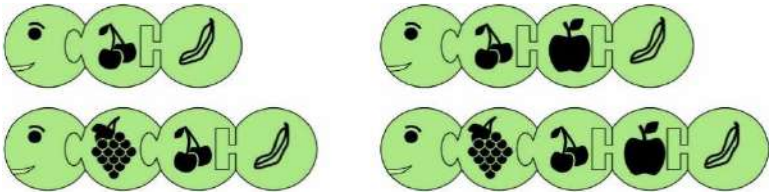


14. Lucas hat diese fünf Puzzleteile zur Verfügung:

Er möchte eine Raupe legen, die aus einem Kopf, einem Schwanz und 1, 2 oder 3 Teilen dazwischen besteht.
Wie viele verschiedene Raupen kann Lucas bauen?

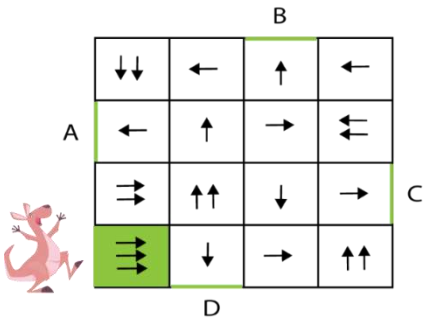
(A) 3 **(B)** 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Lucas kann diese **4** Raupen legen:



Es sind keine weiteren möglich.

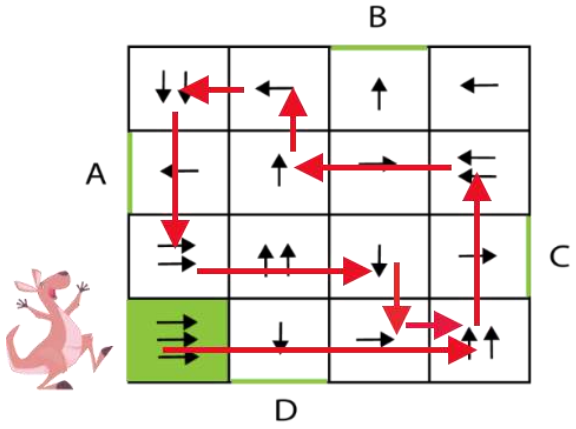
15. Känguru Joey hüpft durch einen Irrgarten.
Die Pfeile eines Feldes geben an, wie weit und in welche Richtung Joey hüpfen muss. Ein Feld mit drei Pfeilen heißt, dass Joey in Richtung der Pfeile zwei Felder überspringt und im 3. Feld landet.
Durch welchen Ausgang wird Joey den Irrgarten verlassen, wenn er im Feld links unten mit den drei Pfeilen startet?



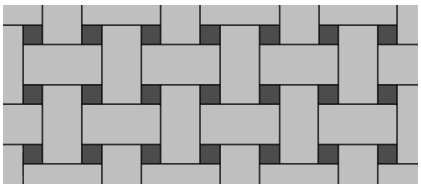
(A) durch A (B) durch B (C) durch C (D) durch D **(E)** durch keinen der vier Ausgänge

Hier siehst du den Weg, den das Känguru Joey zurücklegt.
Nach neun Sprüngen kommt Joey zum zweiten Mal auf das Feld rechts unten und hüpft dann immer wieder im Kreis, ohne je zu einem Ausgang zu gelangen.

Die richtige Antwort ist somit
durch keinen der vier Ausgänge.



16. Für einen Küchenboden wurden zwei Arten von Fliesen verwendet:
rechteckige ▭ und quadratische ■.
Dieses Bild zeigt einen Teil des verlegten Küchenbodens:
Die rechteckigen Fliesen sind 23 cm lang und 11 cm breit.
Wie lang ist die Seitenlänge der kleinen quadratischen Fliesen?



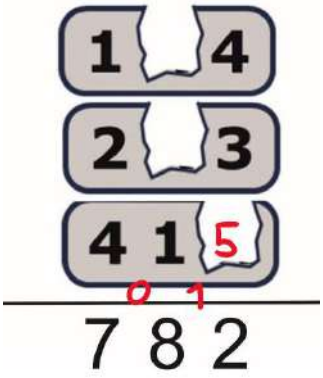
(A) 3 cm (B) 4 cm (C) 5 cm **(D)** 6 cm (E) 7 cm

An die Länge des Rechtecks passen genau die Breite des Rechtecks und zwei Mal die Seite des Quadrats.
Die Breite des Rechtecks ist 11 cm.
Zwei Mal die Seitenlänge des Quadrats ist 23 cm - 11 cm = 12 cm.
Die Seitenlänge des Quadrats bzw. der kleinen Fliese ist also 12 cm : 2 = **6 cm**.

17. Mia hat 3 Karten, auf denen dreistellige Zahlen stehen.
Zählt sie die drei Zahlen zusammen, so erhält sie die Zahl 782.
Leider hat ein Wurm je eine Ziffer aus einer Karte herausgebissen.
Welche Zahl erhält sie, wenn sie die drei Ziffern zusammenzählt, die der Wurm herausgebissen hat?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 **(D)** 11 (E) 12

Die Rechnung sieht so aus:

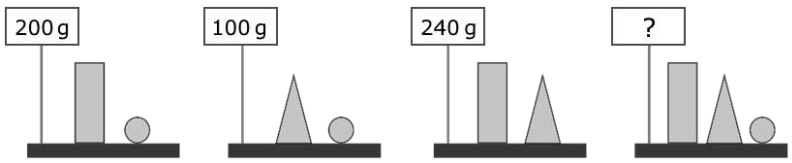


Da die Einerstellen zusammengezählt 2 ergeben müssen, kann die fehlende Einerstelle nur 5 sein (4 + 3 + 5 = 12). Es gibt daher den Übertrag 1 auf die Zehnerstelle.

Die Hunderterstellen zusammengezählt ergeben bereits 1 + 2 + 4 = 7. Somit kann es beim Zusammenrechnen keinen Übertrag von der Zehnerstelle auf die Hunderterstelle geben.

Die Zehnerstellen zusammengezählt müssen 8 ergeben. Somit müssen die beiden fehlenden Ziffern zusammengezählt 6 ergeben, da der Übertrag auch noch mitgezählt werden muss (6 + 1 + 1 = 8).
Wenn Mia die fehlenden Ziffern zusammenzählt, erhält sie 6 + 5 = **11**.

18. Lucy wiegt Bausteine ab und erhält folgende Werte:



Wie viel wiegen die drei verschiedenen Bausteine gemeinsam?

(A) 270 g (B) 280 g (C) 290 g (D) 300 g (E) 310 g

Wenn du die ersten drei Werte zusammenzählst, dann weißt du, wie viel die 6 Bausteine gemeinsam wiegen.

200 g + 100 g + 240 g = 540 g

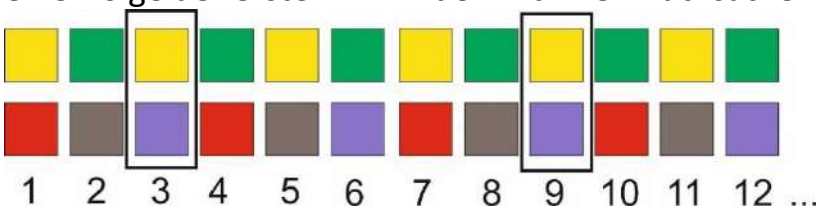
Jeder der 3 Bausteine kommt zwei Mal vor.
Wenn jeder der 3 Bausteine nur einmal vorkommen soll, so wiegen diese gemeinsam

520 g : 2 = **270 g**.

19. 60 Kinder stehen in einer Reihe. Jedes Kind hat eine Warnweste und einen Rucksack.
Die Farben ihrer Warnwesten wechseln sich immer ab: gelb, grün, gelb, grün, …
Die Farben ihrer Rucksäcke ergeben folgendes Muster: rot, braun, lila, rot, braun, lila, …
Wieviele Kinder haben eine gelbe Warnweste und einen lila Rucksack?

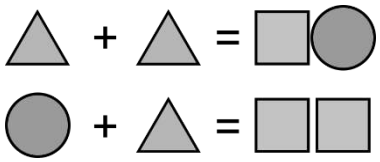
(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 **(E)** 10

Hier siehst du die Reihenfolge der ersten 12 Kinder mit ihren Rucksäcken und Warnwesten.



Jedes 6. Kind (startend bei Kind Nr. 3) hat einen lila Rucksack und eine gelbe Warnweste.
Insgesamt sind es also **10** Kinder (Kind Nummer 3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51 und 57).

20. Unter Karten derselben Form versteckt sich dieselbe Ziffer.
Unter Karten mit unterschiedlicher Form verstecken sich unterschiedliche Ziffern. Kim legt die Karten so auf, dass die Rechnungen stimmen.
Welche Zahl erhält Kim bei der Rechnung △ · ○ · □ ?

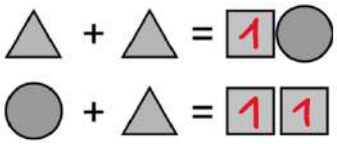


(A) 0 (B) 15 (C) 18 **(D)** 28 (E) 30

Unter jeder Form ist eine Ziffer von 0 bis 9.

Zählt man zwei gleiche Ziffern zusammen, so kann eine Zahl von 0 bis 18 herauskommen (0 + 0 = 0, 9 + 9 = 18). Die Zehnerstelle (Ziffer unter dem Quadrat) des Ergebnisses in der ersten Zeile muss also eine 0 oder 1 sein.
Wenn unter dem Quadrat eine 0 wäre, müssten auch die Ziffern unter dem Kreis und dem Dreieck 0 sein, was sie aber nicht sein dürfen.

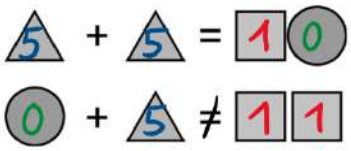
Somit muss unter dem Quadrat eine 1 sein:



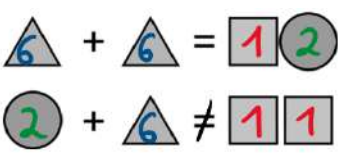
Damit in der ersten Zeile eine Zahl größer gleich zehn herauskommt, muss unter dem Dreieck eine 5, 6, 7, 8 oder 9 sein.

Nun kannst du einfach alle fünf Ziffern ausprobieren:

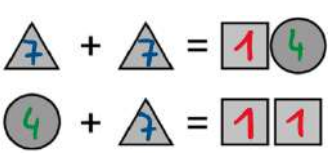
5 unter dem Dreieck:



6 unter dem Dreieck:

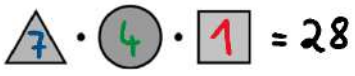


7 unter dem Dreieck:



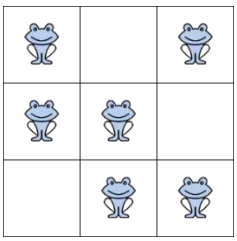
Unter dem Quadrat steht also eine 1, unter dem Dreieck eine 7 und unter dem Kreis eine 4.

Somit ergibt sich



als Ergebnis der Rechnung.

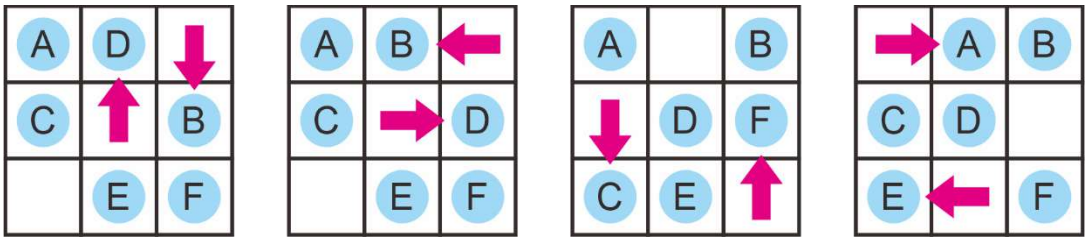
21. In jeder Zeile und in jeder Spalte gibt es genau 2 Frösche – siehe Bild. Zwei der sechs Frösche springen gleichzeitig auf eines ihrer Nachbarfelder, wenn dieses leer ist.
Danach sind wieder zwei Frösche in jeder Zeile und in jeder Spalte.
Wieviele Möglichkeiten gibt es, dass zwei Frösche so springen?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 **(D)** 4 (E) 5

Hier siehst du, wie die Frösche springen können:

1. Der Frosch in der Mitte kann ein Feld nach oben springen und der Frosch rechts oben kann ein Feld nach unten springen.
2. Der Frosch in der Mitte kann ein Feld nach rechts springen und der Frosch rechts oben kann ein Feld nach links springen.
3. Der Frosch links in der Mitte kann ein Feld nach unten springen und der Frosch rechts unten kann ein Feld nach oben springen.
4. Der Frosch links oben kann ein Feld nach rechts springen und der Frosch unten in der Mitte kann ein Feld nach links springen.

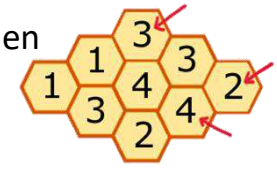


Es gibt daher genau **4** Möglichkeiten, dass zwei Frösche so springen.

22. Das Bild rechts zeigt eine Bienenwabe mit 9 Zellen.
In manchen Zellen befindet sich Honig. Die Zahlen in den Zellen geben an, wie viele Nachbarzellen Honig beinhalten.
Wie viele Zellen sind mit Honig gefüllt?

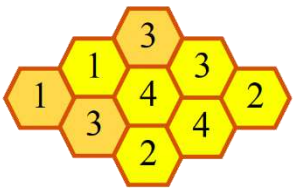
(A) 4 (B) 5 **(C)** 6 (D) 7 (E) 8

Es gibt drei Zellen, die genauso viele Nachbarzellen haben, wie die Zahl in der Zelle angibt:



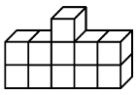
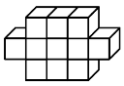
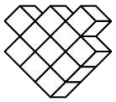
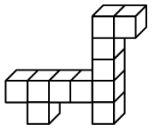
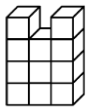
Daher müssen bei diesen Zellen ALLE Nachbarzellen Honig beinhalten.

Es ergeben sich somit zumindest 6 Zellen, die Honig beinhalten müssen (hellgelb markiert).
Durch Überprüfen der restlichen Zahlen sieht man, dass keine weitere Zelle mehr Honig beinhalten muss bzw. darf.

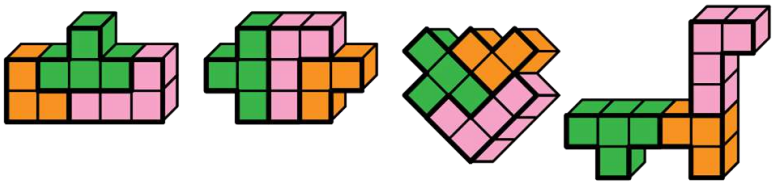


Also sind **6** Zellen mit Honig befüllt.

23. Kanga möchte aus diesen drei Teilen eine Figur bauen: .
Er kann die Teile auch drehen oder umdrehen.
Welche der fünf Figuren kann er **NICHT** legen?

(A)  (B)  (C)  (D)  **(E)** 

Hier sieht man jeweils eine Möglichkeit, wie man die Figuren A bis D aus den drei Teilen zusammenbauen kann.



Figur **E** kann nicht gelegt werden.

24. In der Küche liegt dieses Blech mit Keksen.
In unbekannter Reihenfolge nehmen
drei Mädchen nacheinander Kekse vom Blech:

Tina nimmt alle herzförmigen Kekse, die noch auf dem Backblech liegen.
Emma nimmt alle weißen Kekse, die noch auf dem Backblech liegen.
Rosa nimmt alle großen Kekse, die noch auf dem Backblech liegen.

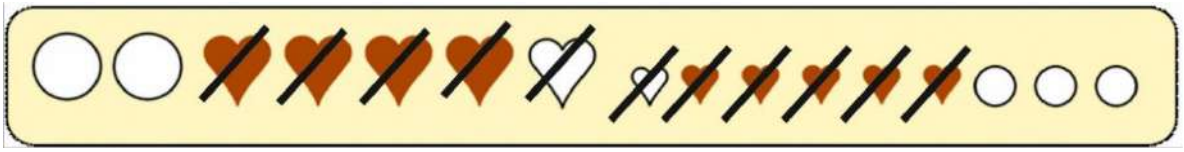
Eines der Mädchen nimmt 3 Kekse, eines 6 Kekse und eines 7 Kekse.
Welche der folgenden Kekse hat eines der Mädchen genommen?

(A) (B) (C)

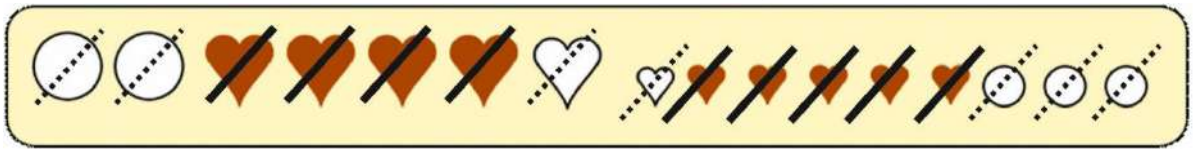
(D) **(E)**

Tina ▬▬ Emma ..... Rosa ▬ ▬ ▬ ▬

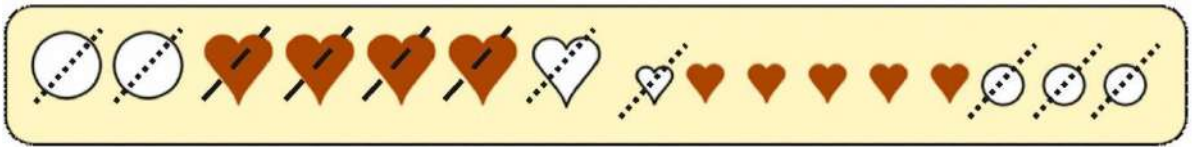
Wenn Tina beginnt und sich alle herzförmigen Kekse nimmt, dann würde sie 11 Kekse nehmen. Es steht jedoch in der Angabe, dass das Mädchen mit den meisten Keksen nur 7 Kekse hat. Somit kann Tina nicht die erste sein.



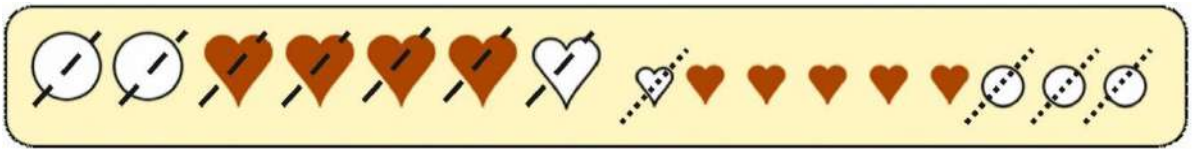
Wenn Emma beginnt und danach Tina zum Blech geht, bleibt nichts mehr für Rosa übrig.



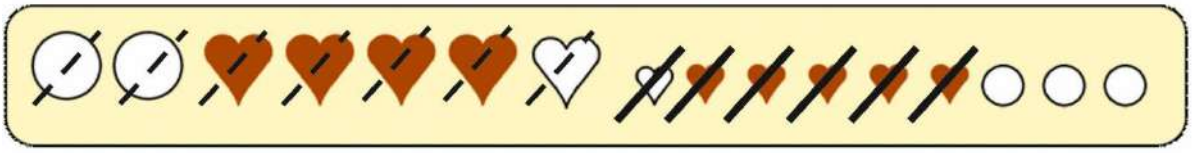
Wenn Emma beginnt und anschließend Rosa zum Blech geht, so würde Rosa nur 4 Kekse nehmen, was laut Angabe ebenfalls nicht geht.



Wenn Rosa beginnt und anschließend Emma geht, würde Emma nur 4 Kekse bekommen, was auch nicht sein darf.



Wenn Rosa beginnt und anschließend Tina geht, so erhält Rosa 7 Kekse, Tina 6 Kekse und Emma 3 Kekse, was laut Angabe stimmt.



In den Lösungen ist Antwort **E** richtig. Sie zeigt die Kekse, die sich Emma genommen hat.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 03. 2024
Kategorie: Benjamin, 5. und 6. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 60 min.

jede richtige Antwort Aufgabe 1. – 8.	3 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 9. – 16.	4 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 17. – 24.	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort:	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte

dazu 24 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 24) leserlich und eindeutig schreiben!

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

1	2	3	4	5	6	7	8

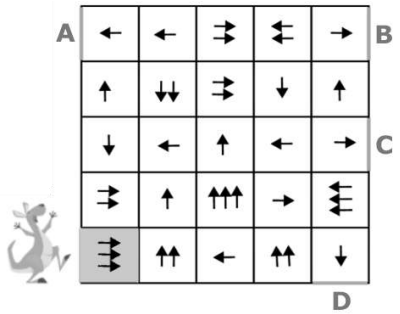
9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24

Känguru der Mathematik 2024 – Gruppe Benjamin (5. und 6. Schulstufe)
Österreich – 21.03.2024

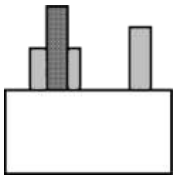
– 3 Punkte Beispiele –

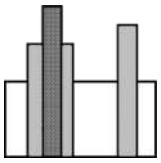
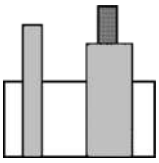
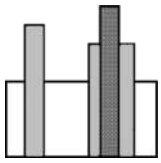
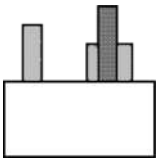
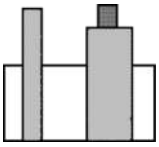
1. Känguru Joey möchte durch den Irrgarten springen. Joey startet im Quadrat ganz links unten (siehe Bild). Die Anzahl der Pfeile bestimmt, wie lang ein Sprung sein muss. Ein Quadrat mit drei Pfeilen bedeutet etwa, dass Joey in Pfeilrichtung über zwei Quadrate springen muss und im dritten Quadrat landet.
Wo wird Joey den Irrgarten verlassen?
(A) A **(B)** B **(C)** C **(D)** D **(E)** Joey kann den Irrgarten nirgendwo verlassen.



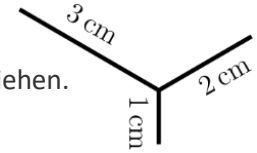
2. Das Bild zeigt die Fußabdrücke der ersten paar Sprünge eines Hüpfspiels.
Die Abdrücke zeigen, ob man auf einem Feld mit dem linken, mit dem rechten oder mit beiden Füßen landen darf. Mia startet mit beiden Füßen auf dem Feld mit der Nummer 1 und wiederholt das Sprungmuster in Pfeilrichtung.
Auf welchem der folgenden Felder darf Mia nur mit dem rechten Fuß landen?
(A) Feld Nr. 10 **(B)** Feld Nr. 15 **(C)** Feld Nr. 20 **(D)** Feld Nr. 22 **(E)** Feld Nr. 23

3. Dina hat drei Bausteine hinter eine Wand gestellt. Von vorne sieht die Anordnung wie im Bild rechts aus.
Wie sieht die Anordnung von hinten aus?

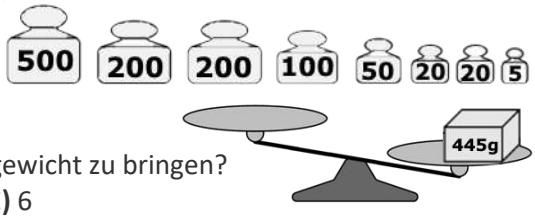


(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

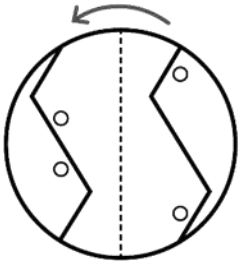
4. Mona möchte die abgebildete Figur zeichnen, ohne den Stift abzuheben. Die Längen der drei Strecken sind gegeben. Mona kann die Zeichnung überall beginnen und Strecken mehrmals ziehen.
Wie viele cm muss Mona ihren Stift mindestens über das Papier ziehen?
(A) 6 cm **(B)** 7 cm **(C)** 8 cm **(D)** 9 cm **(E)** 10 cm

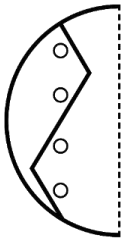
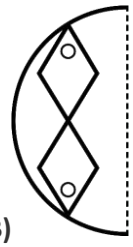
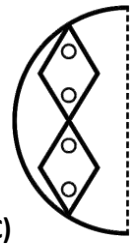
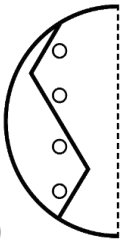
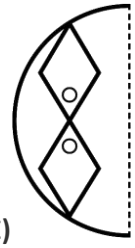


5. Pieter hat ein Paket, das 445 g wiegt, und folgende acht Gewichte:
Er legt das Paket auf die rechte Schale der Waage (siehe Bild).
Pieter darf auf jede Seite der Waage Gewichte legen.
Wie viele Gewichte braucht er mindestens, um die Waage ins Gleichgewicht zu bringen?
(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** 6

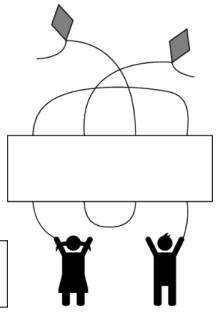


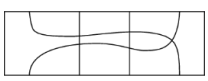
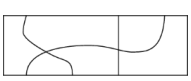
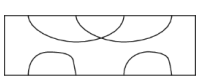
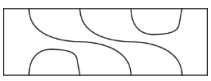
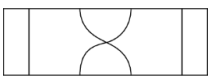
6. Werner hat ein kreisrundes, durchsichtiges Stück Papier mit einigen Löchern und Strecken.
Er faltet es entlang der strichlierten Linie.
Wie sieht das gefaltete Papier aus?



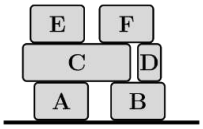
A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

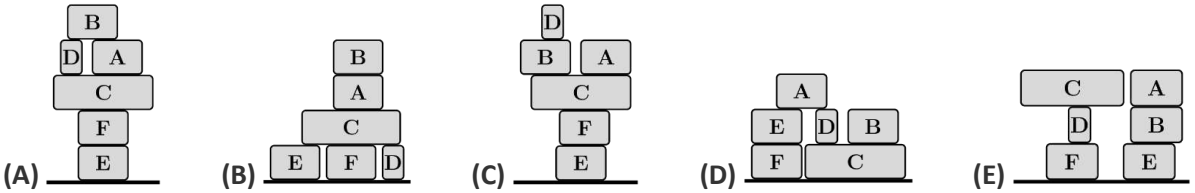
7. Zwei Kinder lassen Drachen steigen.
Welches Bild passt in das leere Feld, sodass jedes Kind einen Drachen hält?



(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **E)** 

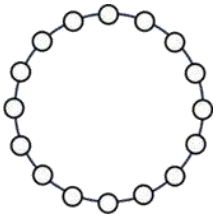
8. Auf der Ladefläche eines LKW befinden sich sechs Schachteln (siehe Bild). Ein Arbeiter entlädt den LKW und darf dabei keine Schachtel in die Hand nehmen, auf der eine andere liegt. Er legt jede Schachtel entweder auf den Boden oder auf eine andere Schachtel. Jede Schachtel darf nur einmal angefasst werden.
Welchen der folgenden Stapel kann der Arbeiter nicht bauen?



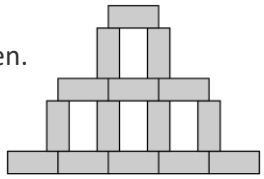


4 Punkte Beispiele

9. Pia schreibt in jeden der 16 kleinen Kreise (siehe Bild) eine Zahl. Zahlen in benachbarten Kreisen unterscheiden sich um 1. In einen der Kreise schreibt sie die Zahl 5, in einen anderen die Zahl 13.
Wie viele verschiedene Zahlen schreibt Pia in die 16 Kreise?
(A) 9 **(B)** 10 **(C)** 13 **(D)** 14 **(E)** 16

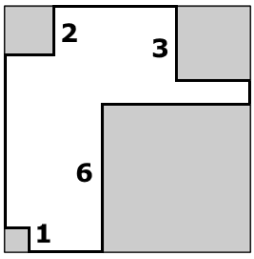


10. Die Figur im Bild rechts ist 45 cm breit, 30 cm hoch und besteht aus lauter gleichen Rechtecken.
Welchen Flächeninhalt hat ein solches Rechteck?
(A) 24 cm^2 **(B)** 27 cm^2 **(C)** 30 cm^2 **(D)** 33 cm^2 **(E)** 36 cm^2



11. Die Zimmer eines Hotels sind aufsteigend nummeriert (Nr. 1, 2, 3, …). Es wird keine Nummer ausgelassen.
Biber Benji zählt die Ziffern aller Zimmernummern und findet dabei 14-mal die Ziffer „2“ und 3-mal die Ziffer „5“.
Wie lautet die größtmögliche Zimmernummer dieses Hotels?
(A) 25 **(B)** 26 **(C)** 34 **(D)** 35 **(E)** 41

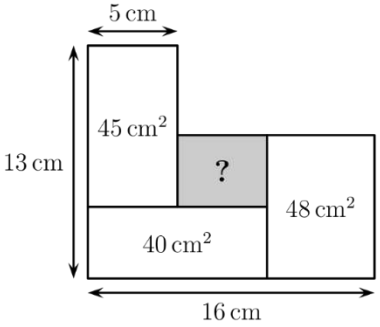
12. Christian schneidet von einem großen Quadrat vier kleine graue Quadrate ab. Übrig bleibt eine weiße Figur (siehe Bild). Diese hat den halben Flächeninhalt des großen Quadrats.
Die Seitenlängen der kleinen grauen Quadrate sind in der Zeichnung angegeben.
Welchen Umfang hat die weiße Figur?
(A) 36 **(B)** 40 **(C)** 44 **(D)** 48 **(E)** 52



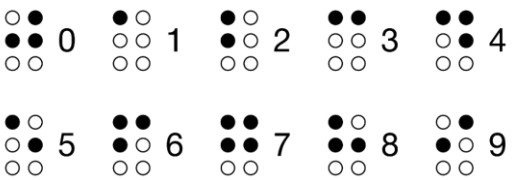
13. Die Zahl 2024 besteht aus den vier Ziffern 2, 0, 2 und 4.
Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen größer als 2024 können mit genau diesen Ziffern gebildet werden?
(A) 4 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 7 **(E)** 8

14. Simon hat vier Tassen und die dazu passenden Untertassen (siehe Bild). Auf jede Untertasse stellt er eine zufällig ausgewählte Tasse.
Welche Aussage ist sicher wahr?
(A) Es steht fest, dass keine der 4 Tassen auf der passenden Untertasse steht.
(B) Es ist sicher, dass genau eine Tasse auf der passenden Untertasse steht.
(C) Es ist unmöglich, dass genau 2 Tassen auf den passenden Untertassen stehen.
(D) Es ist unmöglich, dass genau 3 Tassen auf den passenden Untertassen stehen.
(E) Es ist unmöglich, dass alle 4 Tassen auf den passenden Untertassen stehen.

15. Im Bild rechts siehst du vier Rechtecke, die sich berühren.
Welchen Flächeninhalt besitzt das Rechteck mit dem Fragezeichen?
(A) 12 cm^2 **(B)** 14 cm^2 **(C)** 16 cm^2 **(D)** 18 cm^2 **(E)** 20 cm^2

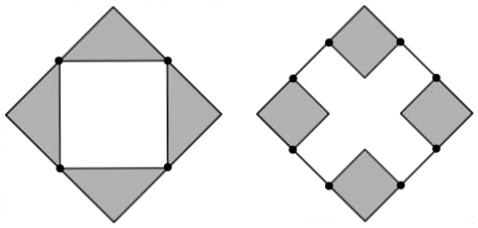


16. Blinde Leute verwenden die Braille-Schrift, in der Zahlen und Buchstaben als Code mit bis zu 6 tastbaren Punkten (im Bild schwarz) dargestellt werden. Die Ziffern 0 bis 9 sind rechts zu sehen.
Wie viele zweistellige Zahlen haben genau vier schwarze Punkte?
(A) 11 **(B)** 12 **(C)** 21 **(D)** 22 **(E)** 23



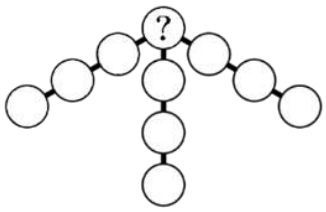
– 5 Punkte Beispiele –

17. Die beiden großen Quadrate haben den gleichen Flächeninhalt. Teile davon werden grau eingefärbt (siehe Bild). Im linken Quadrat teilen die Punkte die Seiten in je zwei gleiche Stücke. Im rechten Quadrat teilen die Punkte die Seiten in je drei gleiche Stücke. Die vier grauen Teile im linken Quadrat haben zusammen einen Flächeninhalt von 9 cm^2.
Welchen Flächeninhalt haben die vier grauen Teile im rechten Quadrat?



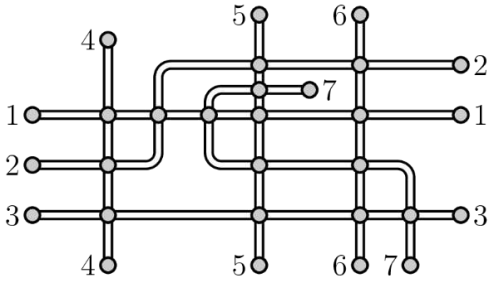
(A) 4 cm^2 **(B)** 8 cm^2 **(C)** 9 cm^2 **(D)** 10 cm^2 **(E)** 12 cm^2

18. Annie möchte die Zahlen 1 bis 10 in die zehn Kreise schreiben (siehe Bild rechts). In jedem Kreis soll eine andere Zahl stehen. Annie möchte, dass die Summe der vier Zahlen entlang jeder Linie genau 23 beträgt.
Welche Zahl muss sie in den Kreis mit dem Fragezeichen schreiben?



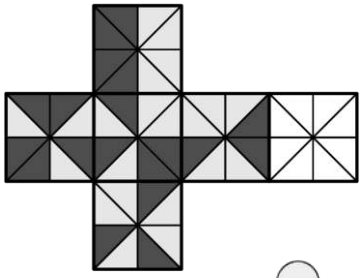
(A) 4 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 7 **(E)** 8

19. Der Plan zeigt die sieben U-Bahn-Linien einer Stadt. Die Stationen werden durch Kreise dargestellt. Martin möchte den U-Bahn-Linien im Plan Farben geben. Wenn zwei Linien eine gemeinsame Station besitzen, müssen sie verschiedene Farben haben.
Was ist die kleinste Anzahl verschiedener Farben, die er verwenden kann?



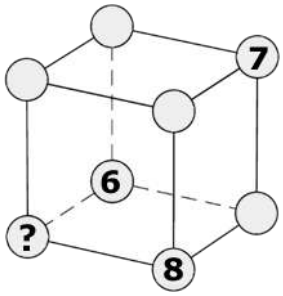
(A) 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 7

20. Dimitri möchte das gegebene Netz zu einem Würfel falten. Teilen sich zwei Flächen eine Kante, so sollen die dort benachbarten Dreiecke die gleiche Farbe bekommen.
Wie muss er die Dreiecke des weißen Quadrats anmalen?



(A) **(B)** **(C)** **(D)** **(E)**

21. Mary möchte die Zahlen 1 bis 8 an die Ecken des Würfels schreiben. Bei jeder der sechs Seitenflächen soll die Summe der vier Zahlen an den Ecken gleich groß sein. Die Zahlen 6, 7 und 8 hat sie bereits eingetragen (siehe Bild).
Welche Zahl muss Mary in die Ecke mit dem Fragezeichen schreiben?

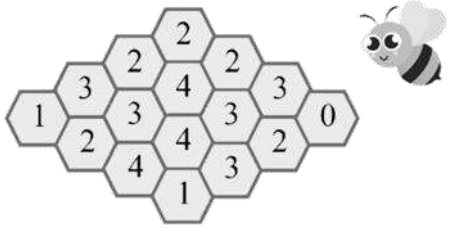


(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5

22. Daniel will ein Seil in 12 gleiche Stücke zerschneiden und markiert die Stellen, an denen er schneiden muss. Mohammed will dasselbe Seil in 16 gleiche Stücke zerschneiden und markiert seine Schnittstellen ebenfalls. Maya durchschneidet das Seil schließlich an allen markierten Stellen.
Wie viele Teile bekommt Maya?

(A) 24 **(B)** 25 **(C)** 27 **(D)** 28 **(E)** 29

23. Das folgende Bild zeigt eine Bienenwabe mit 16 Zellen. Einige Zellen (aber nicht alle) sind mit Honig gefüllt. Die Zahlen in den Zellen geben an, wie viele der Nachbarzellen mit Honig gefüllt sind.
Wie viele Zellen der Bienenwabe sind mit Honig gefüllt?



(A) 7 **(B)** 8 **(C)** 9 **(D)** 10 **(E)** 11

24. Auf einem Tisch liegen drei gleichartige Würfel.
Wie groß ist die Summe der drei Zahlen, die jeweils auf der Unterseite der Würfel stehen und den Tisch berühren?

(A) 26 **(B)** 40 **(C)** 43 **(D)** 47 **(E)** 56

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 03. 2024
Level: Benjamin, Grades 5 and 6

Name:	
School:	
Class:	

Time: 60 min.
24 starting points
each correct answer to questions 1. – 8.: 3 points
each correct answer to questions 9. – 16.: 4 points
each correct answer to questions 17. – 24.: 5 points
each questions left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 bis 24). Write clearly and carefully!

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

1	2	3	4	5	6	7	8

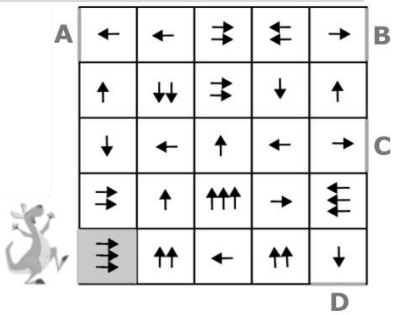
9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24

Känguru der Mathematik 2024 – Level Benjamin (Schulstufe 5 and 6)
Austria – 21. 03. 2024

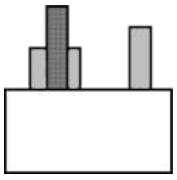
– 3 Point Examples –

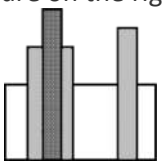
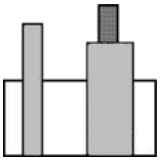
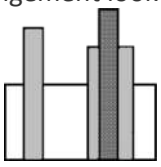
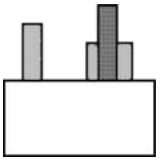
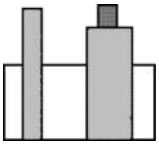
1. Kangaroo Joey wants to jump through the maze. Joey starts in the square on the bottom left (see picture). The number of arrows decides how long the jump must be. A square with three arrows means that Joey has to jump over two squares in the direction of the arrows and land in the third square.
Where will Joey leave the maze?
(A) A **(B)** B **(C)** C **(D)** D **(E)** Joey cannot leave the maze anywhere.



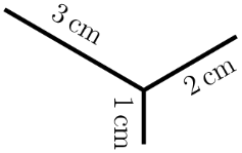
2. The picture shows the foot prints of the first few jumps of a type of hopscotch.
The prints show whether one is allowed to land in that square with the left foot, the right foot or both feet. Mia starts with both feet in the field with the number 1 and repeats the jumping pattern in the direction of the arrow.
In which of the following squares is Mia allowed to land with her right foot only?
(A) square no. 10 **(B)** square no. 1 **(C)** square no. 20 **(D)** square no. 22 **(E)** square no. 23

3. Dina has placed three building blocks behind a wall. From the front, the arrangement looks as shown in the picture on the right. What does the arrangement look like from behind?

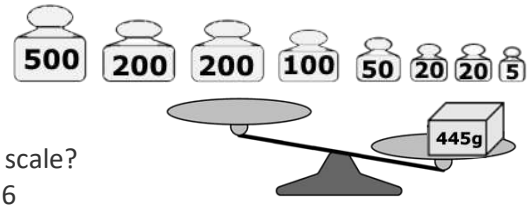


(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

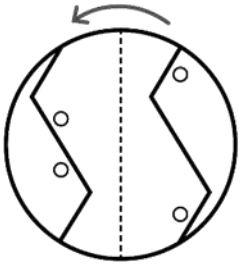
4. Mona wants to draw the figure shown without lifting her pen. The lengths of the segments are known. Mona can start her drawing anywhere and go over segments more than once.
What is the minimum distance in cm that Mona has to move her pen across the paper?
(A) 6 cm **(B)** 7 cm **(C)** 8 cm **(D)** 9 cm **(E)** 10 cm

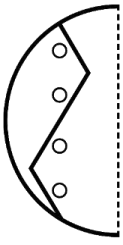
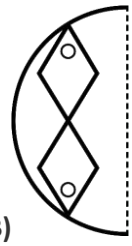
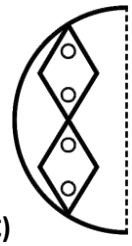
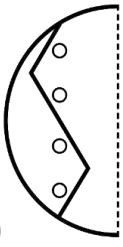
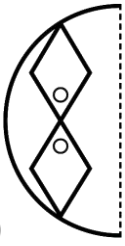


5. Pieter has a parcel that weighs 445 g and the following eight weights:
He places the parcel on the right scale pan (see picture).
Pieter is allowed to place weights on either side of the scale.
What is the minimum number of weights that he needs to balance the scale?
(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** 6

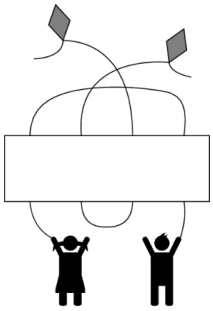


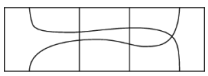
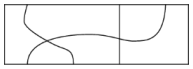
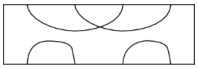
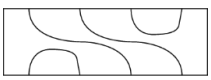
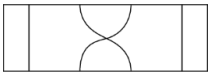
6. Werner has a circular transparent piece of paper with some holes and lines.
He folds it along the dashed line. What does the folded paper look like?



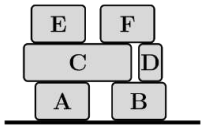
A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

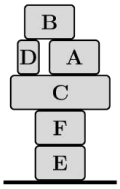
7. Two children are flying their kites.
Which picture fits into the empty space so that each child is holding one kite?

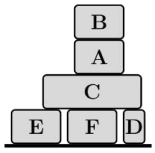


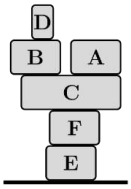
(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **E)** 

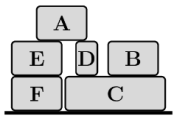
8. There are eight boxes on a lorry (see picture). A worker unloading the lorry is not allowed to pick up a box that has another one lying on top. He places every box either on the floor or on top of another box. Each box is only to be touched once.
Which one of the following towers can the worker **not** build?

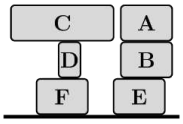


(A) 

(B) 

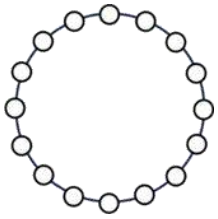
(C) 

(D) 

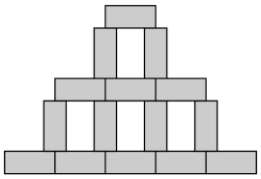
(E) 

4 Point Examples

9. Pia writes a number into each of the 16 little circles (see picture). Numbers in neighbouring circles differ by 1. She writes the number 5 into one of the circles and the number 13 into another one.
How many different numbers does Pia write in the 16 circles?
(A) 9 **(B)** 10 **(C)** 13 **(D)** 14 **(E)** 16

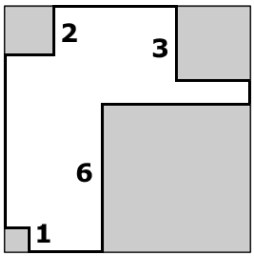


10. The picture on the right is 45 cm wide, 30 cm high and made up of identical rectangles.
What is the area of one such rectangle?
(A) 24 cm^2 **(B)** 27 cm^2 **(C)** 30 cm^2 **(D)** 33 cm^2 **(E)** 36 cm^2



11. The rooms in a hotel are numbered in ascending order (No. 1, 2, 3, ...). No number is left out.
Beaver Benji counts the digits of all the room numbers and finds the digit '2' 14 times and the digit '5' 3 times.
What is the biggest possible room number in this hotel?
(A) 25 **(B)** 26 **(C)** 34 **(D)** 35 **(E)** 41

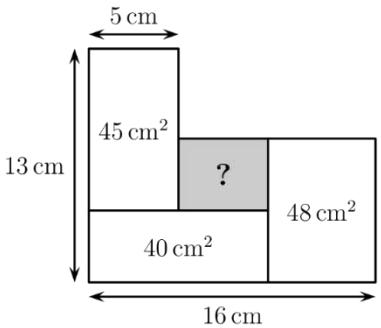
12. Christian cuts out four small grey squares from one big square. The white shape remains (see picture). This shape has half the area of the big square.
The side lengths of the small grey squares are stated in the drawing.
What is the perimeter of the white shape?
(A) 36 **(B)** 40 **(C)** 44 **(D)** 48 **(E)** 52



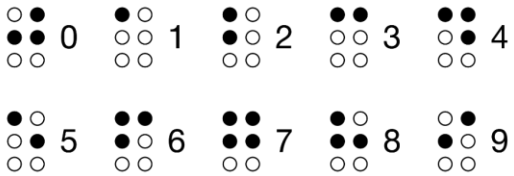
13. The number 2024 is made up of the four digits 2, 0, 2 and 4.
How many different four-digit numbers bigger than 2024 can be formed with exactly those digits?
(A) 4 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 7 **(E)** 8

14. Simon has four cups with matching saucers (see picture). He places a randomly chosen cup on each saucer.
Which statement is definitely true?
(A) It is certain that none of the 4 cups are on the matching saucer.
(B) It is certain that exactly one cup is on the matching saucer.
(C) It is impossible that exactly 2 cups are on the matching saucers.
(D) It is impossible that exactly 3 cups are on the matching saucers.
(E) It is impossible that all 4 cups are on the matching saucers.

15. The picture on the right shows four rectangles that touch each other.
What is the area of the rectangle with the question mark?
(A) 12 cm^2 **(B)** 14 cm^2 **(C)** 16 cm^2 **(D)** 18 cm^2 **(E)** 20 cm^2

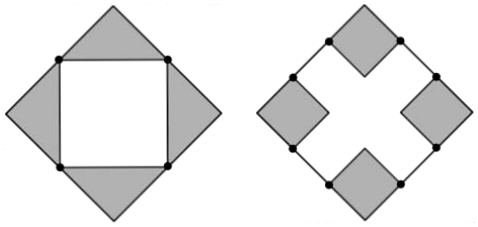


16. Blind people use Braille, in which numbers and letters are displayed as a code with up to 6 tactile dots (black in the picture). The numbers 0 to 9 can be seen on the right.
How many two-digit numbers have exactly four black dots?
(A) 11 **(B)** 12 **(C)** 21 **(D)** 22 **(E)** 23



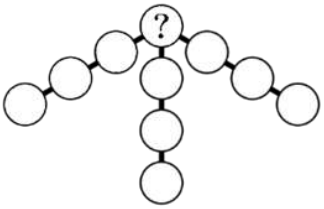
– 5 Point Examples –

17. The two large squares have the same area. Parts of them are coloured grey (see picture). In the left square, the dots divide the sides into two equal pieces. In the right square, the dots divide the sides into three equal pieces. The four grey parts in the left square have a combined area of 9 cm^2.
What is the area of the four grey parts in the right square?



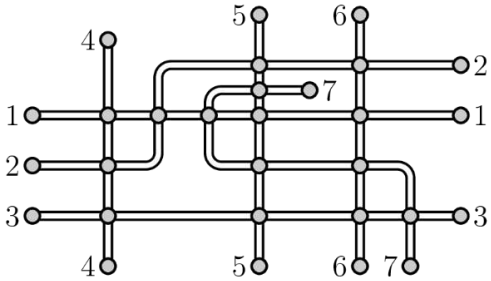
(A) 4 cm^2 **(B)** 8 cm^2 **(C)** 9 cm^2 **(D)** 10 cm^2 **(E)** 12 cm^2

18. Annie wants to write the numbers 1 to 10 in the ten circles (see picture on the right). Each circle should have a different number. Annie wants the sum of the four numbers along each line to be exactly 23.
Which number does she have to write in the circle with the question mark?



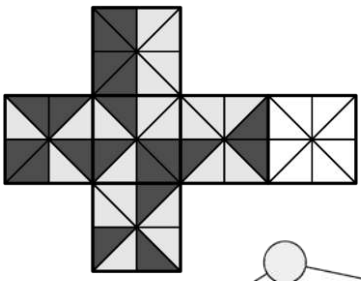
(A) 4 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 7 **(E)** 8

19. The map shows the seven subway lines of a city. The stations are represented by circles. Martin wants to colour in the subway lines in the plan. If two lines have a common station, they must have different colours.
What is the smallest number of different colours he can use?



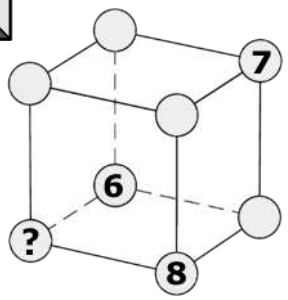
(A) 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 7

20. Dimitri wants to fold the shown net into a cube. If two areas share an edge, the triangles that are next to each other should have the same colour.
How does he have to paint the triangles of the white square?



(A) **(B)** **(C)** **(D)** **(E)**

21. Mary wants to write the numbers 1 to 8 in the corners of the cube. For each of the six sides, the sum of the four numbers at the corners should be the same. She has already entered the numbers 6, 7 and 8 (see picture).
What number does Mary have to write in the corner with the question mark?

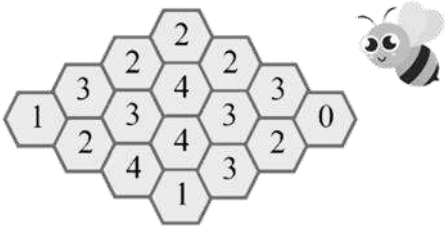


(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5

22. Daniel wants to cut a rope into 12 equal pieces and marks the places where he has to cut. Mohammed wants to cut the same rope into 16 equal pieces and marks the cuts as well.
Maya finally cuts the rope at all the marked spots.
How many pieces does Maya get?

(A) 24 **(B)** 25 **(C)** 27 **(D)** 28 **(E)** 29

23. The following image shows a honeycomb with 16 cells. Some cells (but not all) are filled with honey. The numbers in the cells indicate how many of the neighbouring cells are filled with honey.
How many cells of the honeycomb are filled with honey?



(A) 7 **(B)** 8 **(C)** 9 **(D)** 10 **(E)** 11

24. There are three identical dice on a table.
What is the sum of the three numbers that are on the bottom of the dice and touching the table?

(A) 26 **(B)** 40 **(C)** 43 **(D)** 47 **(E)** 56

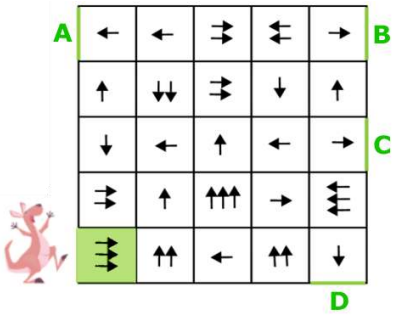
Känguru der Mathematik 2024
Gruppe Benjamin (5. und 6. Schulstufe)
Österreich – 21. 3. 2024

– Lösungsvektor –

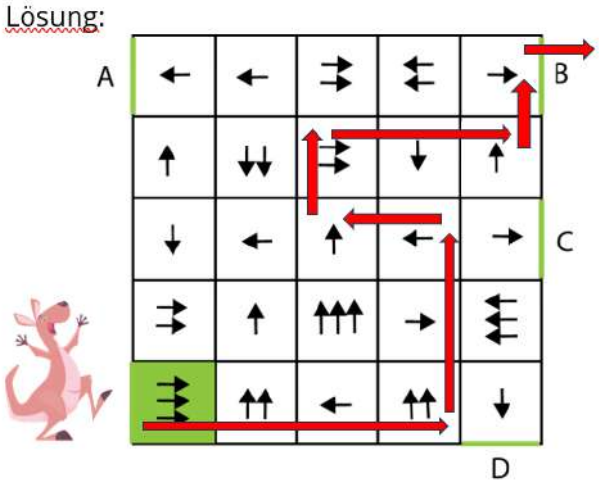
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
B	C	B	B	B	C	D	C	A	E	C	B	E	D	E	E	B	D	A	B	C	A	C	C

- 3 Punkte Beispiele -

1. Känguru Joey möchte durch den Irrgarten springen. Joey startet im Quadrat ganz links unten (siehe Bild). Die Anzahl der Pfeile bestimmt, wie lang ein Sprung sein muss. Ein Quadrat mit drei Pfeilen bedeutet etwa, dass Joey in Pfeilrichtung über zwei Quadrate springen muss und im dritten Quadrat landet.
Wo wird Joey den Irrgarten verlassen?
(A) A **(B)** B **(C)** C **(D)** D **(E)** Joey kann den Irrgarten nirgendwo verlassen.



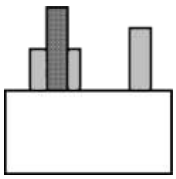
Lösung:



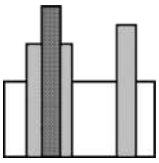
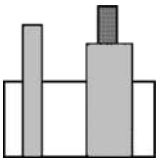
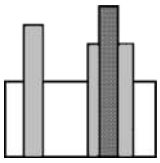
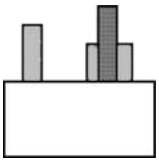
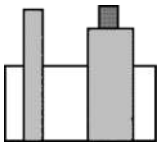
2. Das Bild zeigt die Fußabdrücke der ersten paar Sprünge eines Hüpfspiels.
Die Abdrücke zeigen, ob man auf einem Feld mit dem linken, mit dem rechten oder mit beiden Füßen landen darf. Mia startet mit beiden Füßen auf dem Feld mit der Nummer 1 und wiederholt das Sprungmuster in Pfeilrichtung.
Auf welchem der folgenden Felder darf Mia nur mit dem rechten Fuß landen?
(A) Feld Nr. 10 **(B)** Feld Nr. 15 **(C)** Feld Nr. 20 **(D)** Feld Nr. 22 **(E)** Feld Nr. 2

Lösung: Mia wiederholt folgende Sprünge immer wieder nach dem gleichen Muster: beide Füße, links, beide Füße, rechts. Mia landet erstmals im 4-ten Feld nur mit ihrem rechten Fuß. Nachdem sie das Muster wiederholt, landet sie auch im 8-ten, 12-ten, 16-ten und schließlich im 20-ten nur am rechten Fuß. In den Antwortmöglichkeiten ist 20 die einzige Zahl, die bei Division durch 4 den Rest 0 hat – deshalb ist die Lösung eindeutig.

3. Dina hat drei Bausteine hinter eine Wand gestellt. Von vorne sieht die Anordnung wie im Bild rechts aus.

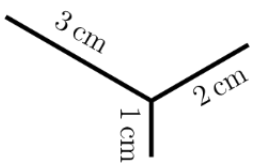


Wie sieht die Anordnung von hinten aus?

(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

Lösung: Wenn Dina die Bausteine von hinten betrachtet sieht sie die Anordnung B. Da sie die Bausteine hinter der Wand aufstellt, kann die Lösung D nicht stimmen, da hier die Wand wieder vollständig zu sehen wäre. Die beiden Bausteine, die vorher auf der linken Seite standen, müssen jetzt auch der rechten Seite stehen, deshalb kann es nicht die Lösung A sein. Der hellgraue Baustein steht hinter dem größeren dunkelgrauen Baustein, deshalb kann es auch nicht die Lösung C sein. Der dunkelgraue dünne Baustein ist länger als der einzelne dünne hellgraue Baustein, deshalb fällt auch E nicht die Lösung sein.

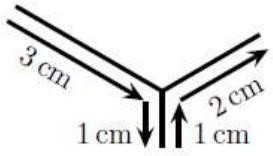
4. Mona möchte die abgebildete Figur zeichnen, ohne den Stift abzuheben. Die Längen der drei Strecken sind gegeben. Mona kann ihre Zeichnung überall beginnen und Strecken mehrmals ziehen.



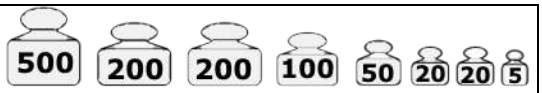
Wie viele cm muss Mona ihren Stift mindestens über das Papier ziehen?

(A) 6 cm **(B)** 7 cm **(C)** 8 cm **(D)** 9 cm **(E)** 10 cm

Lösung: Mona beginnt mit der längsten Teilstrecke, 3 cm. Danach zeichnet sie die kürzeste Teilstrecke, 1 cm. Um auch noch die dritte Teilstrecke zeichnen zu können, muss sie die 1 cm Strecke zweimal zeichnen. 3 cm + 1 cm + 1 cm + 2 cm = 7 cm.



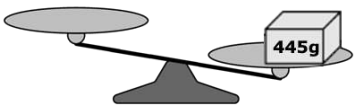
5. Pieter hat ein Paket, das 445 g wiegt, und folgende acht Gewichte:



Er legt das Paket auf die rechte Schale der Waage (siehe Bild).

Pieter darf auf beide Seiten der Waage Gewichte legen.

Wie viele Gewichte braucht er mindestens, um die Waage ins Gleichgewicht zu bringen?



(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** 6

Lösung: Man benötigt nur drei Gewichte. Auf die linke Seite legt Pieter

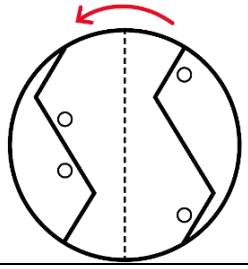
g. Da das Paket nur 445 g wiegt, fehlen auf der rechten Seite noch 55 g. Pieter legt zum Paket noch

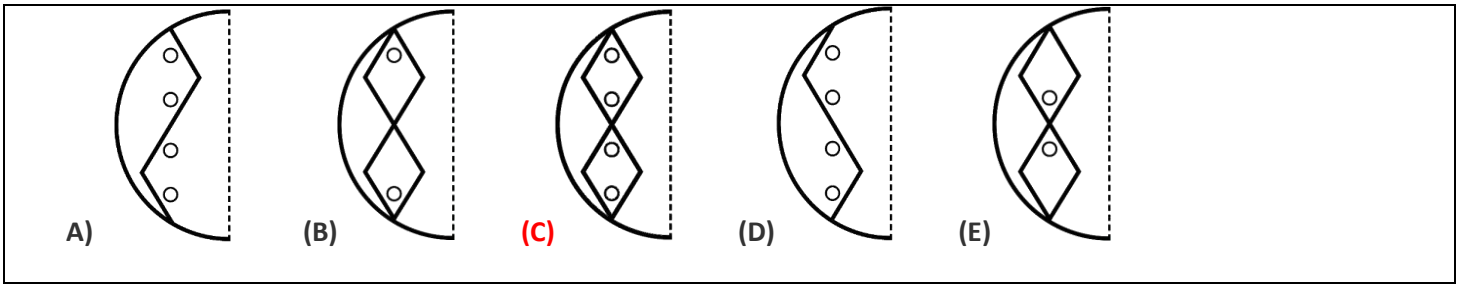
g und

g.
Die Waage befindet sich jetzt im Gleichgewicht.

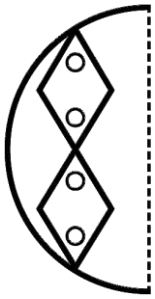
6. Werner hat ein kreisrundes, durchsichtiges Stück Papier mit einigen Löchern und Strecken. Er faltet es entlang der strichlierten Linie.

Wie sieht das gefaltete Papier aus?

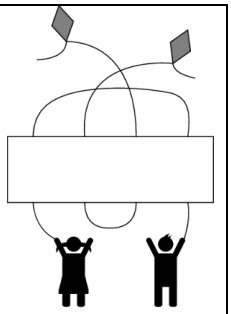


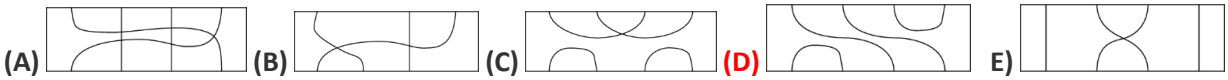


Lösung:

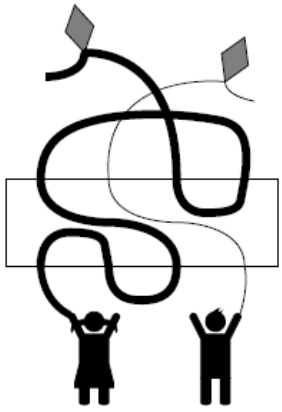


7. Zwei Kinder lassen Drachen steigen.
Welches Bild passt in das leere Feld, sodass jedes Kind einen Drachen hält?

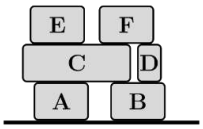


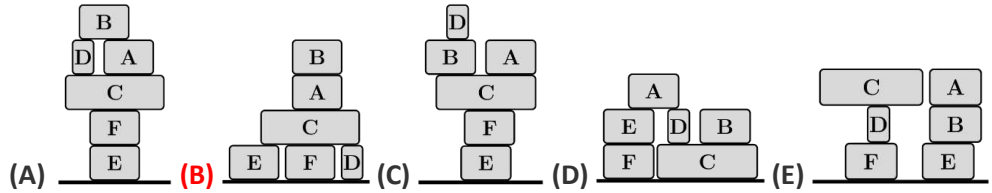


Lösung:



8. Auf der Ladefläche eines LKW befinden sich sechs Schachteln (siehe Bild). Ein Arbeiter entlädt den LKW und darf dabei keine Schachtel in die Hand nehmen, auf der eine andere liegt. Er legt jede Schachtel entweder auf den Boden oder auf eine andere Schachtel. Jede Schachtel darf nur einmal angefasst werden.
Welchen der folgenden Stapel kann der Arbeiter nicht bauen?

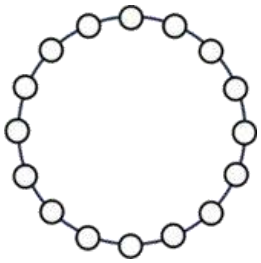




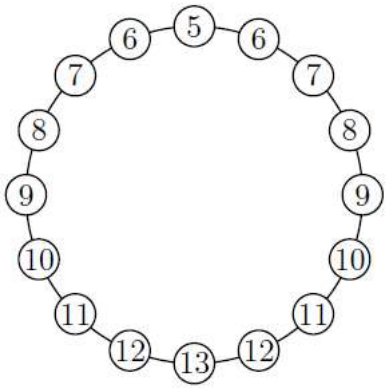
Lösung: Da bei der ursprünglichen Anordnung die Schachtel D auf der Schachtel B liegt, darf das nach den vorgegebenen Regeln nach der Umschichtung nicht sein. Somit ist der dritte Stapel nicht möglich.

- 4 Punkte Beispiele -

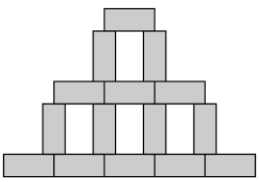
9. Pia schreibt in jeden der 16 kleinen Kreise (siehe Bild) eine Zahl. Zahlen in benachbarten Kreisen unterscheiden sich um 1. In einen der Kreise schreibt sie die Zahl 5, in einen anderen die Zahl 13.
Wie viele verschiedene Zahlen schreibt Pia in die 16 Kreise?
(A) 9 **(B)** 10 **(C)** 13 **(D)** 14 **(E)** 16



Lösung: Zwischen 5 und 13 liegen 7 Zahlen. Zwischen dem ersten kleinen Kreis und dem, der genau gegenüber auf der Diagonale liegt, liegen 7 weitere kleine Kreise. Diese sieben Kreise müssen somit die Zahlen 6, 7, 8, 9, 10, 11 und 12 beinhalten. Diese Anordnung gilt für beide Seiten des großen Kreises. Die Zahlen zwischen 5 und 13 sind eindeutig bestimmt, es sind demnach neun verschiedene Zahlen (siehe Zeichnung).



10. Eine Figur ist 45 cm breit, 30 cm hoch und besteht aus lauter gleichen Rechtecken.
Welchen Flächeninhalt hat ein solches Rechteck?
(A) 24 cm^2 **(B)** 27 cm^2 **(C)** 30 cm^2 **(D)** 33 cm^2 **(E)** 36 cm^2

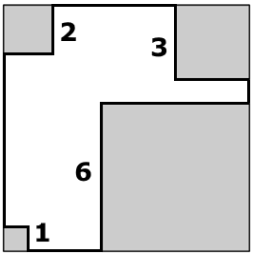


Lösung: Die untersten fünf Rechtecke haben eine Länge von 45 cm. Das bedeutet, dass die Länge eines Rechtecks 9 cm beträgt. Die Höhe der Figur misst 30 cm. Von diesen 30 cm kann man zwei Mal 9 cm der Breite abziehen, es bleiben somit 30 cm – 18 cm = 12 cm. Die 12 cm müssen jetzt noch durch 3 dividiert werden, womit die Breits eines Rechtecks 4 cm hat. Der Flächeninhalt eines Rechtecks beträgt nun: 9 cm x 4 cm = 36 cm^2.

11. Die Zimmer eines Hotels sind aufsteigend nummeriert (Nr. 1, 2, 3, …). Es wird keine Nummer ausgelassen. Biber Benji zählt die Ziffern aller Zimmernummern und findet dabei 14-mal die Ziffer „2“ und 3-mal die Ziffer „5“.
Wie lautet die größtmögliche Zimmernummer dieses Hotels?
(A) 25 **(B)** 26 **(C)** 34 **(D)** 35 **(E)** 41

Lösung: Um 14 mal die Ziffer 2 zu erhalten, müssen im Hotel folgende Zimmernummern vorhanden sein: 2, 12, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 und 32. Der Biber Benji zählt auch 3 mal die Ziffer 5, das erhält er für die Zimmernummern 5, 15 und 25. Die Zimmernummer 35 ist nicht mehr möglich, da sonst der Biber 4 mal die Ziffer 5 zählen müsste. Somit ist 34 die größtmögliche Zimmernummer.

12. Christian schneidet von einem großen Quadrat vier kleine graue Quadrate ab. Übrig bleibt eine weiße Figur (siehe Bild). Diese hat den halben Flächeninhalt des großen Quadrats.
Die Seitenlängen der kleinen grauen Quadrate sind in der Zeichnung angegeben.
Welchen Umfang hat die weiße Figur?
(A) 36 **(B)** 40 **(C)** 44 **(D)** 48 **(E)** 52



Lösung: Die Summe der vier grauen Flächen beträgt 50 = 36 + 9 + 4 +1. Der ursprüngliche Flächeninhalt betrug 100, der Umfang 40. Der Umfang der verbleibenden Figur beträgt ebenso 40.

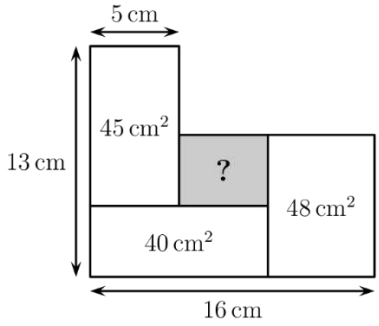
13. Die Zahl 2024 besteht aus den vier Ziffern 2, 0, 2 und 4.
Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen größer als 2024 können mit genau diesen Ziffern gebildet werden?
(A) 4 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 7 **(E)** 8

Lösung: Folgende vierstellige Zahlen können durch die Ziffern 2, 0, 2 und 4 gebildet werden.
2042 2204 2240 2402 2420 4022 4202 4220

14. Simon hat vier Tassen und die dazu passenden Untertassen (siehe Bild).
Auf jede Untertasse stellt er eine zufällig ausgewählte Tasse.
Welche Aussage ist sicher wahr?
(A) Es steht fest, dass keine der 4 Tassen auf der passenden Untertasse steht.
(B) Es ist sicher, dass genau eine Tasse auf der passenden Untertasse steht.
(C) Es ist unmöglich, dass genau 2 Tassen auf den passenden Untertassen stehen.
(D) Es ist unmöglich, dass genau 3 Tassen auf den passenden Untertassen stehen.
(E) Es ist unmöglich, dass alle 4 Tassen auf den passenden Untertassen stehen.

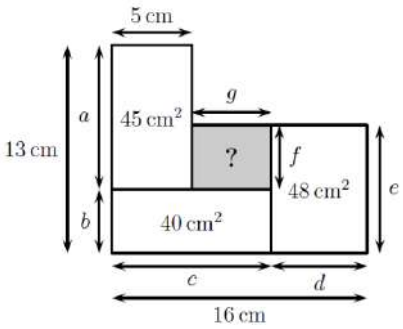
Lösung: Wenn drei Tassen auf der zu ihren passenden Untertassen stehen, dann muss die vierte ebenso auf der zu ihr passenden Untertasse stehen. Daher ist es unmöglich, dass genau drei Tassen richtig stehen.

15. Im Bild rechts siehst du vier Rechtecke, die sich berühren.
Welchen Flächeninhalt besitzt das Rechteck mit dem Fragezeichen?
(A) 12 cm^2 **(B)** 14 cm^2 **(C)** 16 cm^2 **(D)** 18 cm^2 **(E)** **20 cm^2**

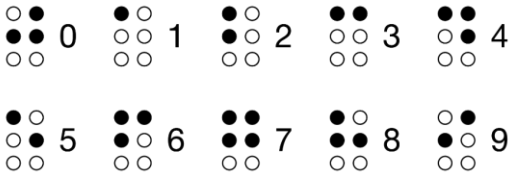


Lösung: a: 45 ÷ 5 = 9 cm, b: 13 – 9 = 4 cm, c: 40 ÷ 4 = 10 cm, d: 16 – 10 = 6 cm, e: 48 ÷ 6 = 8 cm, f : 8 – 4 = 4 cm und g: 16 – 6 – 5 = 5 cm.

Der Flächeninhalt mit dem Fragezeichen kann durch: 4 · 5 = 20 cm^2.



16. Blinde Leute verwenden die Braille-Schrift, in der Zahlen und Buchstaben als Code mit bis zu 6 tastbaren Punkten (im Bild schwarz) dargestellt werden. Die Ziffern 0 bis 9 sind rechts zu sehen.
Wie viele zweistellige Zahlen haben genau vier schwarze Punkte?
(A) 11 **(B)** 12 **(C)** 21 **(D)** 22 **(E)** 23



Lösung:

Vier schwarze tastbare Punkte erhält man durch: 1 + 3 und 2 + 2 schwarze Punkte.

Wir ordnen die Ziffern nach Anzahl der tastbaren Punkte:

1 Punkt: 0 2 Punkte: 3, 3, 5, 9 3 Punkte: 0, 4, 6, 8

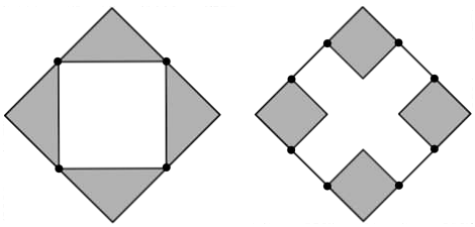
Folgende Zahlen können damit gebildet werden:

1+3 Punkte: 10, 14, 16, 18, 41, 61, 81 7 Zahlen

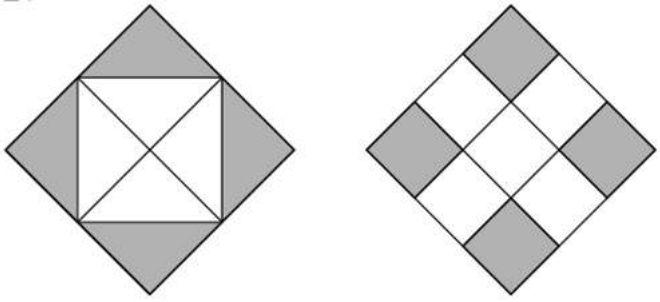
2+2 Punkte: 22, 23, 25, 29, 32, 33, 35, 39, 52, 53, 55, 59, 92, 93, 95, 99 16 Zahlen

- 5 Punkte Beispiele -

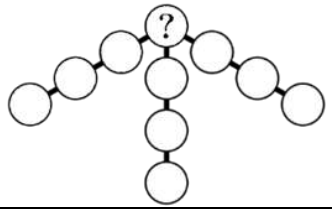
17. Die beiden großen Quadrate haben den gleichen Flächeninhalt. Teile davon werden grau eingefärbt (siehe Bild). Im linken Quadrat teilen die Punkte die Seiten in je zwei gleiche Stücke. Im rechten Quadrat teilen die Punkte die Seiten in je drei gleiche Stücke. Die vier grauen Teile im linken Quadrat haben zusammen einen Flächeninhalt von 9 cm^2.
Welchen Flächeninhalt haben die vier grauen Teile im rechten Quadrat?
(A) 4 cm^2 **(B)** 8 cm^2 **(C)** 9 cm^2 **(D)** 10 cm^2 **(E)** 12 cm^2



Lösung: Das linke Quadrat kann in vier kleine gleich große Quadrate unterteilt werden. Die Hälfte jedes dieser kleinen Quadrate ist grau eingefärbt. Der Flächeninhalt des großen Quadrats ist deshalb doppelt so groß, also 18 cm^2. Das rechte Quadrat kann in neun gleich große Quadrate geteilt werden, welche folglich 18 : 9 = 2 cm² groß sind. Deshalb beträgt der Flächeninhalt der grauen Flächen auf der rechten Seite 8 cm^2.

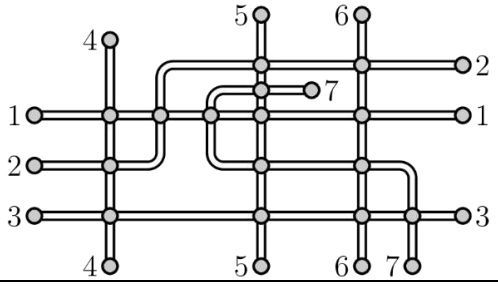


18. Annie möchte die Zahlen 1 bis 10 in die zehn Kreise schreiben (siehe Bild rechts).
In jedem Kreis soll eine andere Zahl stehen. Annie möchte, dass die Summe der vier Zahlen entlang jeder Linie genau 23 beträgt.
Welche Zahl muss sie in den Kreis mit dem Fragezeichen schreiben?
(A) 4 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 7 **E)** 8

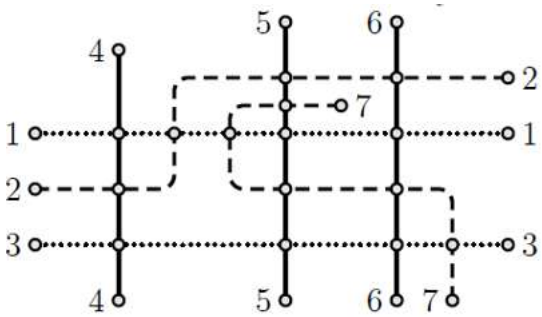


Lösung: Die Summe der Zahlen 1 + 2 + …+ 10 = 55. Die Summe der Zahlen entlang jeder Linie soll 23 betragen, addiert man die Summe der drei Linien erhält man 3 x 23 = 69. Dieses Ergebnis enthält dreimal die Zahl mit dem Fragezeichen. Subtrahiert man davon jede Zahl einmal also 69 – 55 = 14 so erhält man als Rest das Zweifache der gesuchten Zahl. Die Zahl 7 muss in den Kreis mit dem Fragezeichen geschrieben werden.
Ein Beispiel für die drei Linien könnte folgende Aufteilung der Zahlen sein:
7 + 1+ 6 + 9 = **7** + 3 + 5 + 8 = **7** + 2 + 4 + 10

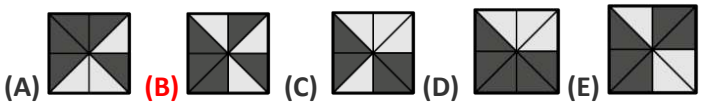
19. Der Plan zeigt die sieben U-Bahn-Linien einer Stadt. Die Stationen werden durch Kreise dargestellt. Martin möchte den U-Bahn-Linien im Plan Farben geben. Wenn zwei Linien eine gemeinsame Station besitzen, müssen sie verschiedene Farben haben.
Was ist die kleinste Anzahl verschiedener Farben, die er verwenden kann?
(A) 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 7

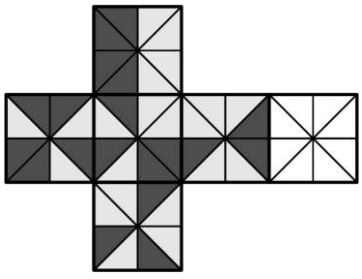


Lösung: Die Strecken 4, 5 und 6 haben keine gemeinsame Station, können somit mit der gleichen Farbe gezeichnet werden. Die Stationen 1 und 3 haben ebenfalls keine gemeinsame Station, können mit der gleichen Farbe gezeichnet werden. Die Strecken 2 und 7 besitzt keine gemeinsame Station, beide können daher mit der gleichen Farbe gezeichnet werden. Wir brauchen daher nur 3 Farben.

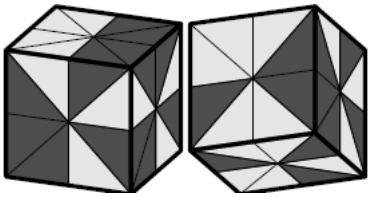


20. Dimitri möchte das gegebene Netz zu einem Würfel falten. Teilen sich zwei Flächen eine Kante, so sollen die dort benachbarten Dreiecke die gleiche Farbe bekommen.
Wie muss er die Dreiecke des weißen Quadrats anmalen?



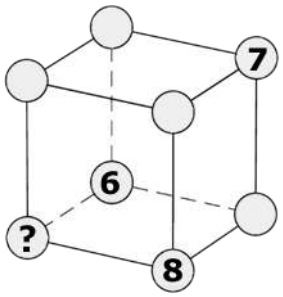


Lösung:



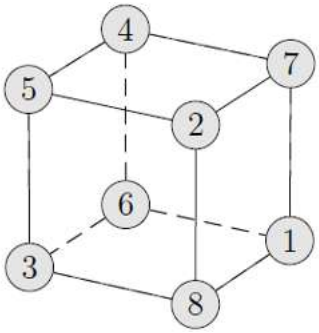
21. Mary möchte die Zahlen 1 bis 8 an die Ecken des Würfels schreiben. Bei jeder der sechs Seitenflächen soll die Summe der vier Zahlen an den Ecken gleich groß sein. Die Zahlen 6, 7 und 8 hat sie bereits eingetragen (siehe Bild).
Welche Zahl muss Mary in die Ecke mit dem Fragezeichen schreiben?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5



Lösung: Die Summe der Zahlen ergibt: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36. Jede Fläche wird aus vier Zahlen gebildet. Betrachte ich eine Fläche mit vier verschiedenen Zahlen, dann hat die gegenüberliegende Fläche die restlichen vier Zahlen. Die Summe der Zahlen für eine Fläche muss die Hälfte der Gesamtsumme sein, also 36 : 2 = 18.

Auf der rechten Seite sind die Zahlen 7 und 8 eingetragen, die Summe ergibt 15. Da die Summe einer Fläche 18 ergibt, fehlen die Zahlen 1 und 2. Die Grundfläche enthält die Zahlen 8 und 6. Die Summe 8 + 6 = 14, es fehlen die Zahlen 1 und 3. Die Zahl 1 muss an die rechte untere Ecke geschrieben werden. Somit wird die Zahl 3 an die Ecke mit dem Fragezeichen geschrieben.



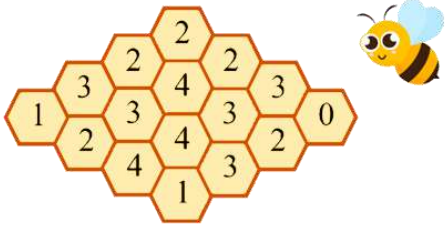
22. Daniel will ein Seil in 12 gleiche Stücke zerschneiden und markiert die Stellen, an denen er schneiden muss. Mohammed will dasselbe Seil in 16 gleiche Stücke zerschneiden und markiert seine Schnittstellen ebenfalls. Maya durchschneidet das Seil schließlich an allen markierten Stellen.
Wie viele Teile bekommt Maya?

(A) 24 **(B)** 25 **(C)** 27 **(D)** 28 **(E)** 29

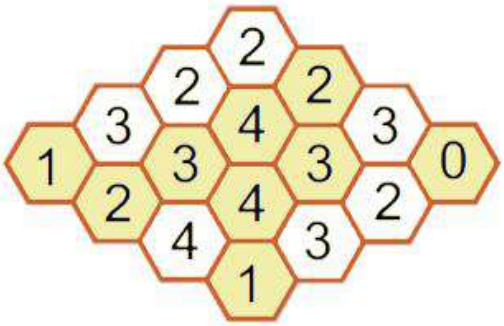
Lösung: Daniel markiert jedes Zwölftel des Seils, verwendet dazu 11 Punke. Muhammad Markiert jedes Sechszehntel des Papiers, verwendet dazu 15 Punkte. Drei der Punkte werden von beiden markiert:
3/12 = 4/16, 6/12 = 8/16 und 9/12 = 12/16. Maya schneidet somit 11 + 15 – 3 = 23 mal und erhält 24 Stück Seil.

23. Das folgende Bild zeigt eine Bienenwabe mit 16 Zellen. Einige Zellen (aber nicht alle) sind mit Honig gefüllt. Die Zahlen in den Zellen geben an, wie viele der Nachbarzellen mit Honig gefüllt sind.
Wie viele Zellen der Bienenwabe sind mit Honig gefüllt?

(A) 7 **(B)** 8 **(C)** 9 **(D)** 10 **(E)** 11



Lösung: z.B. ausgehend von der Zelle ganz rechts (mit 0 gefüllten Nachbarzellen) lässt sich folgende Lösung ableiten: (die gelb ausgefüllten Zellen enthalten den Honig)



24. Auf einem Tisch liegen drei gleichartige Würfel.
Wie groß ist die Summe der drei Zahlen, die jeweils auf der Unterseite der Würfel stehen und den Tisch berühren?
(A) 26 **(B)** 40 **(C)** 43 **(D)** 47 **(E)** 56

Lösung: Vergleicht man den linken und mittleren Würfel anhand der Seite mit der Zahl „8“, so wird unmittelbar klar, dass gegenüber von „22“ die Zahl „5“ sowie gegenüber von „34“ die Zahl „13“ liegen muss. Somit verbleibt die Seite mit „17“ gegenüber von „8“. Mit diesen drei Paaren gegenüberliegender Seiten muss die Summe der drei untenliegenden Zahlen schließlich 13+22+8=43 sein.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 3. 2024
Kategorie: Kadett, 7. und 8. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 75 min.
jede richtige Antwort Aufgabe 1. – 10. 3 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 11. – 20. 4 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 21. – 30. 5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort 0 Punkte
jede falsche Antwort: Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
dazu 30 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30) leserlich und eindeutig schreiben!

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

pwc

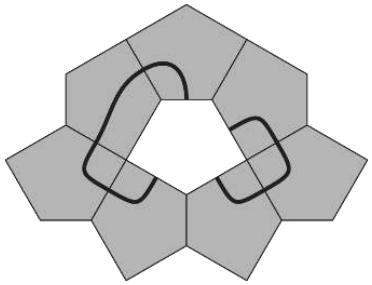
Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at

NXP

Känguru der Mathematik 2024 – Gruppe Kadett (7. und 8. Schulstufe)
Österreich – 21.03.2024

- 3 Punkte Beispiele -

1. Die rechts dargestellte Figur besteht aus gleich großen fünfeckigen Platten. Welche Platte kann an die fehlende Stelle gegeben werden, sodass zwei geschlossene Linien entstehen?

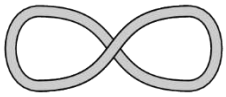


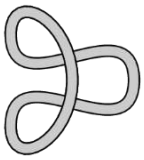
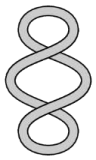
(A) (B) (C) (D) (E)

2. Welchen Wert hat $\frac{20 \times 24}{2 \times 0 + 2 \times 4}$?

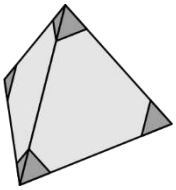
(A) 12 (B) 30 (C) 48 (D) 60 (E) 120

3. Welche der dargestellten Figuren kann **nicht** aus der rechts dargestellten Schnur gebildet werden, ohne diese zu zerschneiden?



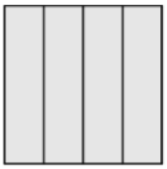
(A) (B) (C) (D)  (E) 

4. Julio schneidet von einem regelmäßigen Tetraeder vier Ecken ab.
Wie viele Ecken hat das Objekt nun?



(A) 8 (B) 9 (C) 11 (D) 12 (E) 15

5. Ein Quadrat hat einen Umfang von 32 cm. Das Quadrat wird in 4 gleiche Streifen zerschnitten (siehe Abbildung). Wie groß ist der Umfang eines dieser Streifen?

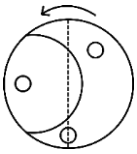


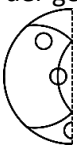
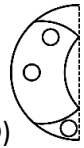
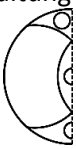
(A) 16 cm (B) 20 cm (C) 22 cm (D) 24 cm (E) 26 cm

6. Ria hat drei Karten mit den Zahlen 1, 5 und 11. Sie möchte die Karten nebeneinanderlegen, um eine 4-stellige Zahl zu bilden. Wie viele verschiedene 4-stellige Zahlen kann sie bilden?

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

7. Manuel hat ein rundes durchsichtiges Papier mit einigen Kreisen (siehe Abbildung rechts). Er faltet es entlang der gestrichelten Linie. Wie sieht es nach der Faltung aus?



(A) (B)  (C) (D)  (E) 

8. In einer Schüssel befinden sich fünf Sorten von Früchten: Äpfel, Trauben, Kirschen, Erdbeeren und Bananen.

Anna mag Äpfel, Kirschen, Erdbeeren und Bananen.
Berta mag Äpfel.
Conny mag Trauben, Kirschen, Erdbeeren und Bananen.
Doris mag Äpfel, Trauben und Kirschen.
Eva mag Äpfel und Kirschen.

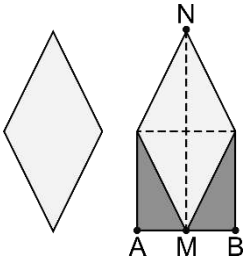
Die Früchte werden aufgeteilt, sodass jede Person eine andere Obstsorte bekommt, aber jede bekommt eine Obstsorte, die sie mag. Wer bekommt die Kirschen?

(A) Anna (B) Berta (C) Conny (D) Doris (E) Eva

9. 50 Kinder sitzen im Kreis. Sie werfen einen Ball. Jedes Kind, das den Ball bekommt, wirft den Ball dem Kind zu, das sechs Plätze links von ihm sitzt. Frida bekommt im Laufe des Spieles 100-mal den Ball.
Wie viele Kinder bekommen in dieser Zeit nie den Ball?

(A) 0 (B) 8 (C) 10 (D) 25 (E) 40

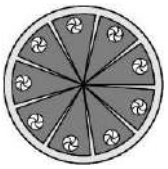
10. In der Abbildung ist ein Rhombus dargestellt. Die Fläche des Rhombus wird vergrößert, indem zwei rechtwinkelige Dreiecke angefügt werden (siehe Abbildung). Dabei gilt $\measuredangle NMA = \measuredangle BMN = 90°$. Um viel Prozent vergrößert sich dadurch die Fläche?



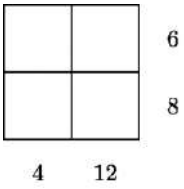
(A) 20 % (B) 25 % (C) 30 % (D) 40 % (E) 50 %

– 4 Punkte Beispiele –

11. Carina hat einen Kuchen gebacken und ihn in 10 gleiche Teile zerschnitten. Sie hat ein Kuchenstück gegessen und die übrigen Stücke gleichmäßig angeordnet (siehe Abbildung).
Wie groß ist nun der Winkel zwischen zwei benachbarten Kuchenstücken?
(A) 5° (B) 4° (C) 3° (D) 2° (E) 1°

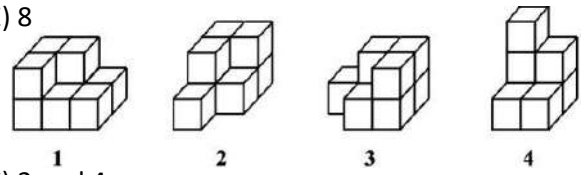


12. Vier **verschiedene** positive ganze Zahlen werden in das Gitter eingeschrieben und abgedeckt. Neben und unter dem Gitter stehen die Produkte der zwei Zahlen in der jeweiligen Zeile bzw. Spalte.
Wie groß ist die Summe der vier verdeckten Zahlen?
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15



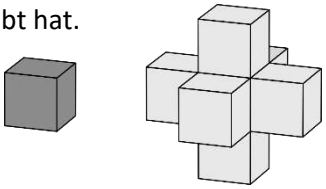
13. Mit ihrem Taschengeld kann Uli genau 12 Packungen Gummibärchen oder genau 20 Schokoriegel kaufen. Uli kauft 9 Packungen Gummibärchen. Wie viele Schokoriegel kann sie mit dem übrigen Geld noch kaufen?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

14. Welche der rechts dargestellten Formen kannst du zu einem Quader zusammenbauen?
(A) 1 und 2 (B) 2 und 3 (C) 3 und 4 (D) 1 und 3 (E) 2 und 4



15. Alle Einkaufswagen eines Geschäfts sind gleich. Vier ineinander geschobene Einkaufswagen haben eine Gesamtlänge von 108 cm (siehe Abbildung). Zehn ineinander geschobene Einkaufswagen haben eine Gesamtlänge von 168 cm.
Wie lang ist ein Einkaufswagen?
(A) 60 cm (B) 68 cm (C) 78 cm (D) 88 cm (E) 90 cm

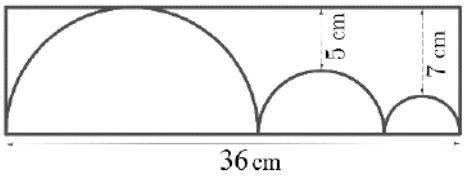
16. Johann hat viele gleich große helle und dunkle Würfel. Daraus hat er das rechts dargestellte Objekt erstellt, indem er an jede Seitenfläche eines dunklen Würfels einen hellen Würfel geklebt hat. Er möchte nun wieder dunkle Würfel ankleben, sodass außen keine hellen Flächen mehr sichtbar sind.
Wie viele dunkle Würfel benötigt er dafür mindestens?
(A) 18 (B) 16 (C) 14 (D) 12 (E) 10



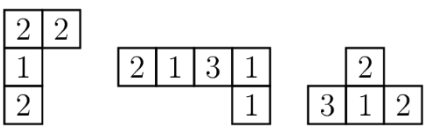
17. Die Ziffern 0 - 9 können mit horizontalen und vertikalen Strichen gezeichnet werden, wie gezeigt.

Greg wählt zwei Ziffern aus. Insgesamt haben seine Ziffern 1 waagrechten Strich und 5 senkrechte Striche.
Wie lautet die Summe seiner zwei Ziffern?
(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 11

18. Das Diagramm zeigt drei Halbkreise innerhalb eines Rechtecks. Der mittlere Halbkreis berührt die beiden anderen Halbkreise, die ihrerseits jeweils eine kürzere Seite des Rechtecks berühren. Der größte Halbkreis berührt zudem auch die obere lange Seite des Rechtecks.
Die kürzesten Abstände von dieser Seite des Rechtecks zu den beiden anderen Halbkreisen sind 5 cm bzw. 7 cm (siehe Abbildung).
Wie groß ist der Umfang des Rechtecks in cm?
(A) 82 (B) 92 (C) 96 (D) 108 (E) 120



19. Daniel macht aus den rechts abgebildeten drei Teilen und einem weiteren Teil ein 4×4-Quadrat, in dem die Summen der vier Zahlen in jeder der Zeilen und jeder der Spalten gleich sind.
Wie sieht der benötigte vierte Teil aus?

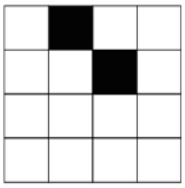


(A) 1 1 3 (B) 2 1 0 (C) 1 2 1 (D) 2 2 2 (E) 2 2 3

20. Pinguin Paula fängt für ihre beiden Kinder jeden Tag 12 Fische. Sie gibt jeden Tag irgendeinem ihrer Kinder 7 Fische und dem anderen 5 Fische. Nach ein paar Tagen hat eines ihrer Kinder 44 Fische bekommen.
Wie viele Fische hat das andere Kind bekommen?
(A) 34 (B) 40 (C) 46 (D) 52 (E) 58

- 5 Punkte Beispiele -

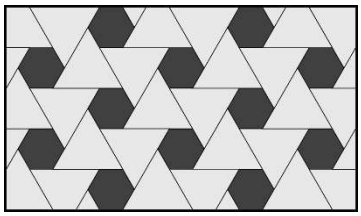
21. Ein Känguru hüpft auf einen Berg und auf demselben Weg wieder hinunter. Aufwärts legt es pro Sprung 1 Meter zurück. Beim Abwärtshüpfen legt es pro Sprung 3 Meter zurück. Insgesamt ist es 2024-mal gehüpft.
Wie viele Meter hat es dabei insgesamt zurückgelegt?
(A) 506 (B) 1012 (C) 2024 (D) 3036 (E) 4048



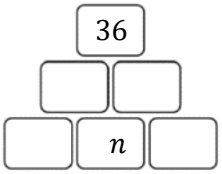
22. Tarek möchte zwei weitere Felder des 4×4-Quadrats so schwarz bemalen, dass das Muster aus weißen und schwarzen Feldern im 4×4-Quadrat eine einzige Symmetrieachse hat. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

23. Frische Pilze bestehen zu 80 Prozent aus Wasser. Bei getrockneten Pilzen beträgt der Anteil des Wassers jedoch nur 20 Prozent der Masse. Um wie viel Prozent verringert sich die Masse des Pilzes während des Trocknens?
(A) 60 (B) 70 (C) 75 (D) 80 (E) 85

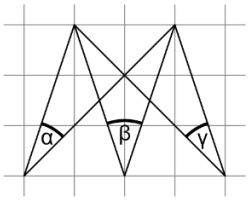
24. Die Fliesenlegerin Teri möchte einen quadratischen Boden mit einem regelmäßigen Muster verlegen (siehe Abbildung), wobei sie sechseckige und dreieckige Fliesen verwendet. Sie geht davon aus, dass sie ungefähr 3000 sechseckige Fliesen für den gesamten Boden verwenden wird.
Wie viele dreieckige Fliesen wird sie ungefähr benötigen?
(A) 1000 (B) 1500 (C) 3000 (D) 6000 (E) 9000



25. Dagobert möchte das Diagramm so vervollständigen, dass jedes Kästchen in der mittleren und oberen Reihe das Produkt der Werte in den beiden Kästchen darunter enthält. Jedes Kästchen soll eine positive ganze Zahl enthalten. Er möchte, dass der Wert im obersten Kästchen 36 ist. Wie viele verschiedene Werte kann die Zahl n annehmen?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

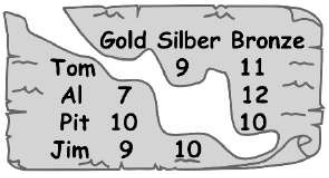


26. Drei Winkel α, β und γ sind auf quadratisch kariertem Papier eingezeichnet (siehe Abbildung). Wie groß ist $\alpha + \beta + \gamma$?
(A) 72° (B) 75° (C) 87,5° (D) 96° (E) ein anderer Winkel



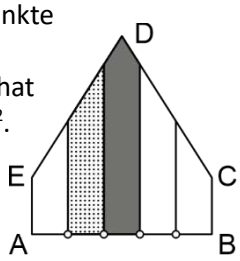
27. Ein Bauer verkauft Hühner- und Enten-Eier.
In einzelnen Körben liegen 4, 6, 12, 13, 22 bzw. 29 Eier jeweils einer Sorte. Christoph kauft alle Eier eines Korbs. Der Bauer stellt fest, dass er nun noch doppelt so viele Hühner-Eier wie Enten-Eier hat.
Wie viele Eier hat Christoph gekauft?
(A) 4 (B) 12 (C) 13 (D) 22 (E) 29

28. Captain Flint bat vier seiner Piraten, auf ein Blatt Papier zu schreiben, wie viele Gold-, Silber- und Bronzemünzen in der Schatztruhe waren. Ihre Antworten sind in dem Diagramm dargestellt, aber leider wurde ein Teil des Papiers beschädigt. Nur einer der vier Seeräuber hat die Wahrheit gesagt. Die anderen drei haben bei allen ihren Antworten gelogen. Die Gesamtzahl der Münzen beträgt 30.
Wer hat die Wahrheit gesagt?
(A) Tom (B) Al (C) Pit (D) Jim (E) das kann nicht mit Sicherheit gesagt werden



29. Anne fährt von Punkt A nach Punkt B und kehrt dann sofort nach A zurück. Benni fährt von Punkt B zu Punkt A und kehrt dann gleich wieder zu B zurück. Sie fahren auf derselben Straße, starten zur selben Zeit und fahren beide mit konstanter Geschwindigkeit. Annes Geschwindigkeit ist dreimal so hoch wie Bennis Geschwindigkeit. 15 Minuten nach dem Start treffen sie sich zum ersten Mal.
Wie lange nach dem Start werden sie sich zum zweiten Mal treffen?
(A) 20 min (B) 25 min (C) 30 min (D) 35 min (E) 45 min

30. Im Fünfeck $ABCDE$ gilt $\measuredangle BAE = \measuredangle CBA = 90°, \overline{AE} = \overline{BC}$ und $\overline{ED} = \overline{DC}$. Auf AB sind vier Punkte markiert, die AB in fünf gleiche Teile teilen. Dann werden die senkrechten Linien durch diese Punkte gezogen, wie in der Abbildung dargestellt. Der dunkel schattierte Bereich in der Mitte hat eine Fläche von 13 cm^2 und der hell schattierte Bereich links davon hat eine Fläche von 10 cm^2.
Wie groß ist die Fläche des gesamten Fünfecks in cm^2?
(A) 45 (B) 47 (C) 49 (D) 58 (E) 60



KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 3. 2024
Level: Kadett, Grades 7 and 8

Name:	
School:	
Class:	

Time: 75 min.
30 starting points
each correct answer to questions 1. – 10.: 3 points
each correct answer to questions 11. – 20.: 4 points
each correct answer to questions 21. – 30.: 5 points
each questions left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 bis 30). Write clearly and carefully!

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

pwc

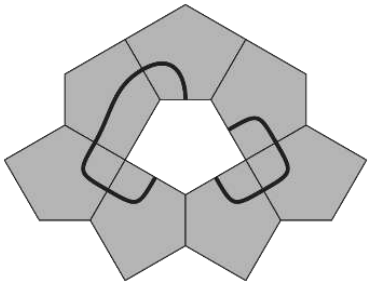
Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at

NXP

Känguru der Mathematik 2024 – Level Kadett (Schulstufe 7 and 8)
Austria – 21.03.2024

- 3 Point Examples -

1. The diagram on the right is made up of five-sided tiles of equal size. Which tile can be inserted in the missing spot so that two closed lines are formed?

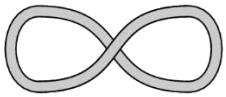


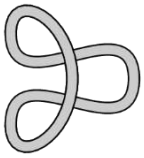
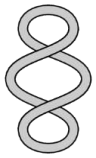
(A) (B) (C) (D) (E)

2. What is the value of $\frac{20 \times 24}{2 \times 0 + 2 \times 4}$?

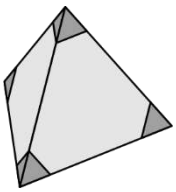
(A) 12 (B) 30 (C) 48 (D) 60 (E) 120

3. Which figure shown below **cannot** be formed from the rope shown on the right without cutting?



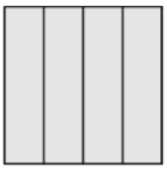
(A) (B) (C) (D)  (E) 

4. Julio cuts off four corners of a regular tetrahedron.
How many corners does the object now have?



(A) 8 (B) 9 (C) 11 (D) 12 (E) 15

5. A square has a perimeter of 32 cm. The square is cut into 4 equal strips (see diagram). What is the perimeter of once such strip?

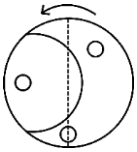


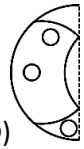
(A) 16 cm (B) 20 cm (C) 22 cm (D) 24 cm (E) 26 cm

6. Ria has three cards with the numbers 1, 5 and 11. She wants to place the cards next to each other to form a 4-digit number. How many different 4-digit numbers can she form?

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

7. Manuel has a round transparent piece of paper with some circles (see diagram on the right). He folds it along the dashed line. What does it look like once it has been folded?



(A) (B) (C) (D)  (E)

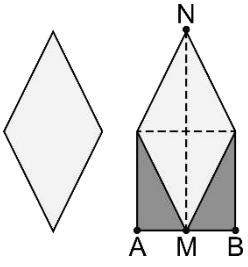
8. There are five different kinds of fruit in a bowl: apples, grapes, cherries, strawberries and bananas.
Anna likes apples, cherries, strawberries and bananas.
Berta likes apples.
Conny likes grapes, cherries, strawberries and bananas.
Doris likes apples, grapes and cherries.
Eva likes apples and cherries.
The fruits are shared out so that each person gets a different kind of fruit but everybody gets a kind of fruit that they like. Who gets the cherries?

(A) Anna (B) Berta (C) Conny (D) Doris (E) Eva

9. 50 children are sitting in a circle. They throw a ball. Each child that gets the ball, throws the ball to the child sitting six places to their left. Frida gets the ball 100 times during the game.
How many children never get the ball during this time?

(A) 0 (B) 8 (C) 10 (D) 25 (E) 40

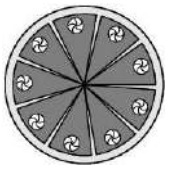
10. The diagram shows a rhombus. The area of the rhombus is increased by adding two right-angled triangles (see diagram). We know that $\measuredangle NMA = \measuredangle BMN = 90°$. By which percentage does this increase the area?



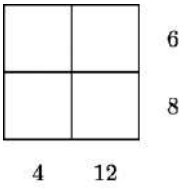
(A) 20 % (B) 25 % (C) 30 % (D) 40 % (E) 50 %

– 4 Point Examples –

11. Carina has baked a cake and cut it into 10 equal pieces. She ate one piece of cake and rearranged the remaining pieces evenly (see diagram).
How big is the angle between two neighbouring pieces?
(A) 5° (B) 4° (C) 3° (D) 2° (E) 1°

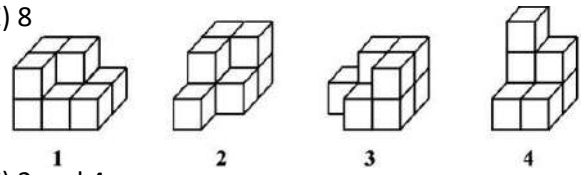


12. Four **different** positive whole numbers are written into the grid and are then covered up. The products of the two numbers in each row or column, respectively, are stated next to or below the grid.
What is the sum of the four covered numbers?
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15



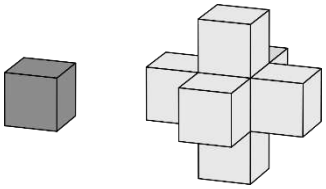
13. Uli can buy exactly 12 packages of jelly babies or exactly 20 chocolate bars with her pocket money.
Uli buys 9 packages of jelly babies. How many chocolate bars can she buy with the remaining money?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

14. Which of the shapes shown on the right can you put together to form a cuboid?
(A) 1 and 2 (B) 2 and 3 (C) 3 and 4 (D) 1 and 3 (E) 2 and 4



15. All trolleys in a shop are the same. Four trolleys slid together have a total length of 108 cm (see diagram). Ten trolleys slid together have a total length of 168 cm.
How long is one trolley?
(A) 60 cm (B) 68 cm (C) 78 cm (D) 88 cm (E) 90 cm

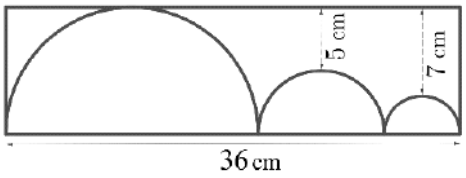
16. Johann has several light and dark cubes. He used them to form the solid shown on the right. He made it by gluing a light cube on each side of a dark cube.
Now he wants to glue on dark cubes so that no light areas can be seen from the outside.
What is the minimum number of dark cubes that he will need?
(A) 18 (B) 16 (C) 14 (D) 12 (E) 10



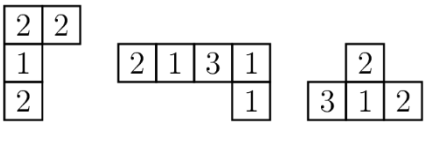
17. The digits 0 - 9 can be drawn using horizontal and vertical lines as shown.

Greg chooses two digits. Together, his digits have 1 horizontal line and 5 vertical lines.
What is the sum of his two digits?
(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 11

18. The diagram shows three semi-circles inside a rectangle. The semi-circle in the middle touches the other two semi-circles, which each touch a short side of the rectangle. The biggest semi-circle also touches the upper long side of the rectangle.
The shortest distances from that side of the rectangle to the two other semi-circles are 5 cm and 7 cm, respectively (see diagram).
How big is the perimeter of the rectangle in cm?
(A) 82 (B) 92 (C) 96 (D) 108 (E) 120



19. Daniel forms a 4×4-square out of the three pieces shown on the right and another piece. The sum of the four numbers in each row and in each column is the same.
What does the fourth piece look like?

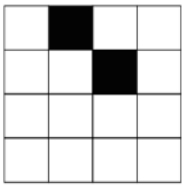


(A) 1 1 3 (B) 2 1 0 (C) 1 2 1 (D) 2 2 2 (E) 2 2 3

20. Every day, penguin Paula catches 12 fish for her two children. Every day she gives one of her children 7 fish and the other 5 fish. After several days, one of her children has received 44 fish.
How many fish did the other child receive?
(A) 34 (B) 40 (C) 46 (D) 52 (E) 58

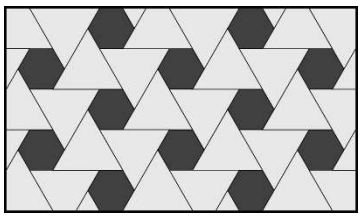
- 5 Point Examples -

21. A kangaroo jumps up a mountain and back down again on the same path. Upwards, it covers 1 metre per jump. Downwards, it covers 3 metres per jump. In total it jumped 2024 times.
How many metres did it cover in total?
(A) 506 (B) 1012 (C) 2024 (D) 3036 (E) 4048



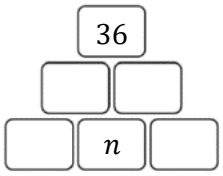
22. Tarek wants to colour two more cells of the 4×4-square in black so that the pattern made by white and black cells in the 4×4-square has exactly one axis of symmetry.
In how many ways can he do that?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

23. Fresh mushrooms consist of 80 percent water. In dried mushrooms, however, the amount of water is only 20 percent of its mass. By what percentage does the mass of a mushroom decrease during drying?
(A) 60 (B) 70 (C) 75 (D) 80 (E) 85

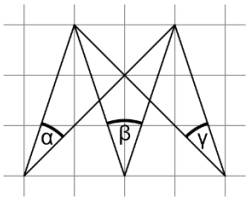


24. Tiler Teri wants to cover a square floor with a regular pattern (see diagram) using six-sided and three-sided tiles. She estimates that she will be needing approximately 3000 six-sided tiles for the entire floor.
Approximately, how many three-sided tiles will she be needing?
(A) 1000 (B) 1500 (C) 3000 (D) 6000 (E) 9000

25. Dagobert wants to complete the diagram so that numbers in each box in the middle and top row are equal to the product of the values of the two boxes underneath. Each box should contain a positive whole number. He wants the top box to contain the number 36. How many different values can the number n have?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

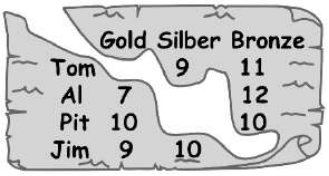


26. Three angles α, β and γ are drawn on squared paper (see diagram).
How big is $\alpha + \beta + \gamma$?
(A) 72° (B) 75° (C) 87.5° (D) 96° (E) another angle



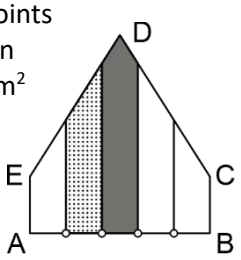
27. A farmer sells chicken eggs and duck eggs.
In different baskets he has 4, 6, 12, 13, 22 and 29, respectively, eggs of one kind in each. Christoph buys all the eggs in one basket. The farmer then realises that he now was twice as many chicken eggs as duck eggs. How many eggs did Christoph buy?
(A) 4 (B) 12 (C) 13 (D) 22 (E) 29

28. Captain Flint asks four of his pirates to note down how many gold, silver and bronze coins there were in the treasure chest on a piece of paper. Their answers are shown in the diagram. Unfortunately, a part of the paper was damaged. Only one of the four pirates told the truth. The other three lied on every single one of their answers. The total number of coins was 30.
Who told the truth?
(A) Tom (B) Al (C) Pit (D) Jim (E) this cannot be determined for sure



29. Anne drives from point A to point B and then immediately back to A. Benni drives from point B to point A and then immediately back to B. They drive on the same road, start at the same time und both drive with constant speed. Anne's speed is three times as high as Benni's speed. They meet for the first time 15 minutes after they start.
How long after the start will they meet for the second time?
(A) 20 min (B) 25 min (C) 30 min (D) 35 min (E) 45 min

30. Consider the pentagon $ABCDE$ with $\measuredangle BAE = \measuredangle CBA = 90°, \overline{AE} = \overline{BC}$ and $\overline{ED} = \overline{DC}$. Four points are marked along AB, dividing AB into five pieces of equal length. Vertical lines are then drawn through these points as shown in the diagram. The dark part in the middle has an area of 13 cm^2 and the lightly shaded part to the left of it has an area of 10 cm^2.
What is the area of the entire pentagon in cm^2?
(A) 45 (B) 47 (C) 49 (D) 58 (E) 60



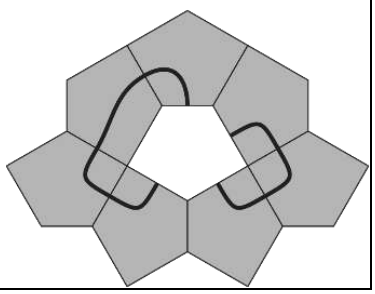
Känguru der Mathematik 2024
Gruppe Kadett (7. und 8. Schulstufe)
Österreich – 21. 3. 2024

Lösungsvektor

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	D	B	D	B	B	C	E	D	E	B	C	C	B	C	A	A	B	A	D	D	E	C	D	D	E	E	B	C	A

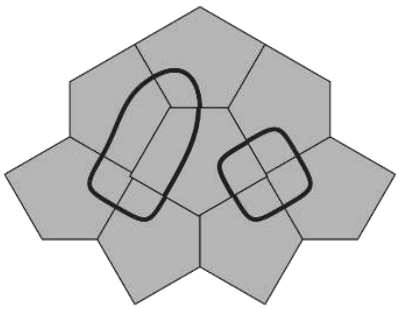
3 Punkte Beispiele

1. Die rechts dargestellte Figur besteht aus gleich großen fünfeckigen Platten. Welche Platte kann an die fehlende Stelle gegeben werden, sodass zwei geschlossene Linien entstehen?



(A) (B) **(C)** (D) (E)

Lösung:



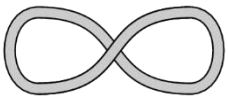
2. Welchen Wert hat $\frac{20 \times 24}{2 \times 0 + 2 \times 4}$?

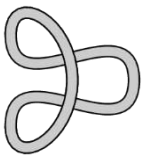
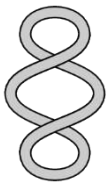
(A) 12 (B) 30 (C) 48 **(D)** 60 (E) 120

Lösung:

$$\frac{20 \times 24}{2 \times 0 + 2 \times 4} = \frac{20 \times 24}{2 \times 4} = \frac{20 \times 24}{8} = 20 \times 3 = \mathbf{60}$$

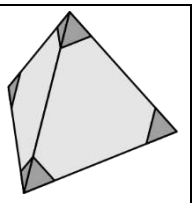
3. Welche der dargestellten Figuren kann **nicht** aus der rechts dargestellten Schnur gebildet werden, ohne diese zu zerschneiden?



(A) **(B)** (C) (D)  (E) 

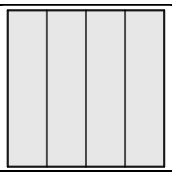
Lösung: **B**

4. Julio schneidet von einem regelmäßigen Tetraeder vier Ecken ab.
Wie viele Ecken hat das Objekt nun?
(A) 8 (B) 9 (C) 11 **(D)** 12 (E) 15



Lösung:
Jede abgeschnittene Ecke des Tetraeders „hinterlässt“ 3 Ecken – somit verbleiben $3 \cdot 4 = \mathbf{12}$ Ecken.

5. Ein Quadrat hat einen Umfang von 32 cm. Das Quadrat wird in 4 gleiche Streifen zerschnitten (siehe Abbildung). Wie groß ist der Umfang eines dieser Streifen?
(A) 16 **(B)** 20 (C) 22 (D) 24 (E) 26

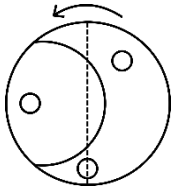


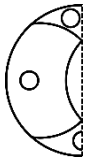
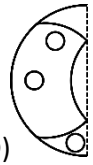
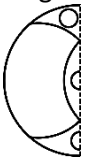
Lösung:
Eine Seitenlänge des Quadrats hat eine Länge von $32 : 4 = 8$ cm. Die Breite der Rechtecke daher $8 : 4 = 2$ cm.
Ein Rechteck hat somit einen Umfang U mit $U = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 8 = \mathbf{20}$ cm.

6. Ria hat drei Karten mit den Zahlen 1, 5 und 11. Sie möchte die Karten nebeneinanderlegen, um eine 4-stellige Zahl zu bilden. Wie viele verschiedene 4-stellige Zahlen kann sie bilden?
(A) 3 **(B)** 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

Lösung:
Es ergeben sich folgende Kartenkombinationen: 1-5-11, 1-11-5, 5-11-1, 11-5-1.
Dies sind somit **4** Möglichkeiten.

7. Manuel hat ein rundes durchsichtiges Papier mit einigen Kreisen (siehe Abbildung rechts).
Er faltet es entlang der gestrichelten Linie. Wie sieht es nach der Faltung aus?



(A)  (B) **(C)** (D)  (E) 

Lösung: **C**

8. In einer Schüssel befinden sich fünf Sorten von Früchten: Äpfel, Trauben, Kirschen, Erdbeeren und Bananen.

Anna mag Äpfel, Kirschen, Erdbeeren und Bananen. Berta mag Äpfel.

Conny mag Trauben, Kirschen, Erdbeeren und Bananen. Doris mag Äpfel, Trauben und Kirschen.

Eva mag Äpfel und Kirschen.

Die Früchte werden aufgeteilt, sodass jede Person eine andere Obstsorte bekommt, aber jede bekommt eine Obstsorte, die sie mag. Wer bekommt die Kirschen?

(A) Anna (B) Berta (C) Conny (D) Doris **(E)** Eva

Lösung: Da Berta mit Sicherheit Äpfel bekommt, bleiben für Eva nur mehr Kirschen. Somit ist die Lösung **E**.

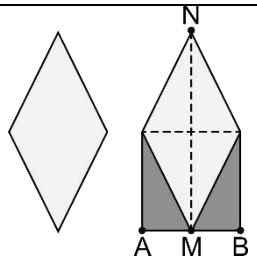
9. 50 Kinder sitzen im Kreis. Sie werfen einen Ball. Jedes Kind, das den Ball bekommt, wirft den Ball dem Kind zu, das sechs Plätze links von ihm sitzt. Frida bekommt im Laufe des Spieles 100-mal den Ball.
Wie viele Kinder bekommen in dieser Zeit nie den Ball?

(A) 0 (B) 8 (C) 10 **(D)** 25 (E) 40

Lösung:
Damit ein Kind den Ball nach der Weitergabe erneut erhalten kann, muss der Ball an ein Vielfaches von 50 Kindern passieren. Da der Ball von jedem 6. Kind gefangen wird, muss er auch ein Vielfaches von 6 Kind passiert haben. Daher muss der Ball $kgV(50,6) = 150$ passieren, damit das erste Kind den Ball wieder bekommt. Bevor dies geschieht, wurde der Ball bereits an $150 : 6 = 25$ Kindern weitergegeben worden, und wir können sicher sein, dass keine zwei Kinder gleich sind, denn dazu wären mindestens 150 Pässe notwendig. Nachdem das erste Kind den Ball wieder erhalten hat und ihn zum zweiten Mal weitergibt, wiederholen sich die Pässe und dieselben 25 Kinder erhalten den Ball erneut, was bedeutet, dass die anderen 25 Kinder den Ball nie berühren werden.

10. In der Abbildung ist ein Rhombus dargestellt. Die Fläche des Rhombus wird vergrößert, indem zwei rechtwinkelige Dreiecke angefügt werden (siehe Abbildung). Dabei gilt $\sphericalangle NMA = \sphericalangle BMA = 90°$. Um viel Prozent vergrößert sich dadurch die Fläche?

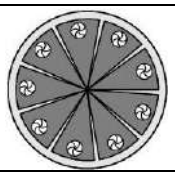
(A) 20 % (B) 25 % (C) 30 % (D) 40 % **(E)** 50 %



Lösung: Der ursprüngliche Rhombus besteht aus 4 kongruenten rechtwinkeligen Dreiecken. Durch Hinzufügen von 2 kongruenten Dreiecken vergrößert sich die Flächen um $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \mathbf{50}\ \%$.

– 4 Punkte Beispiele –

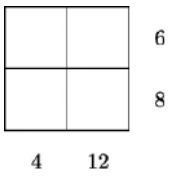
11. Carina hat einen Kuchen gebacken und ihn in 10 gleiche Teile zerschnitten. Sie hat ein Kuchenstück gegessen und die übrigen Stücke gleichmäßig angeordnet (siehe Abbildung). Wie groß ist nun der Winkel zwischen zwei benachbarten Kuchenstücken?



(A) 5° **(B)** 4° (C) 3° (D) 2° (E) 1°

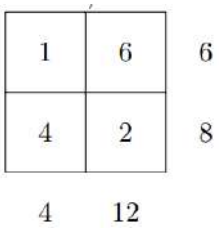
Lösung:
Ein voller Winkel wird in 10 Teile geteilt.
Dementsprechend beträgt der Winkel eines Kreissektors $360° : 10 = 36°$, welcher auch entfernt wurde.
Diese 36° teilen sich gleichmäßig auf die 9 Bereiche zwischen zwei benachbarten Kuchenstücken auf.
Somit ergibt sich ein Winkel von $36° : 9 = \mathbf{4}°$.

12. Vier **verschiedene** positive ganze Zahlen werden in das Gitter eingeschrieben und abgedeckt. Neben und unter dem Gitter stehen die Produkte der zwei Zahlen in der jeweiligen Zeile bzw. Spalte.
Wie groß ist die Summe der vier verdeckten Zahlen?



(A) 10 (B) 12 **(C)** 13 (D) 14 (E) 15

Lösung:
Die Zahlen in der ersten Spalte können nur 1 und 4 sein. In der Ecke links oben ist nur die Zahl 1 möglich,
da $1 \cdot 6 = 6$. Für die Ecke rechts unten bleibt also nur der Wert 2. Als Summe ergibt sich somit $1 + 4 + 6 + 2 = \mathbf{13}$



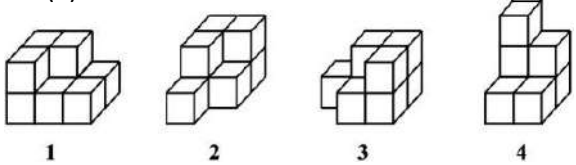
13. Mit ihrem Taschengeld kann Uli genau 12 Packungen Gummibärchen oder genau 20 Schokoriegel kaufen. Uli kauft 9 Packungen Gummibärchen. Wie viele Schokoriegel kann sie mit dem übrigen Geld noch kaufen?

(A) 3 (B) 4 **(C)** 5 (D) 6 (E) 8

Lösung:
Sei T das Taschengeld, G die Gummibärchen und T die Schokoriegel. Es gilt:
$T = 12 \cdot G$ oder $T = 20 \cdot S$. Somit gilt: $12 \cdot G = 20 \cdot S \Leftrightarrow 3 \cdot G = 5 \cdot S$.
Daraus folgt, dass $T = 9 \cdot G + 3 \cdot G = 9 \cdot G + 5 \cdot S$
Somit kann Uli **5** Packungen Schokoriegel kaufen.

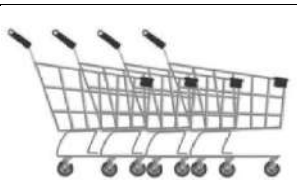
14. Welche der rechts dargestellten Formen kannst du zu einem Quader zusammenbauen?

(A) 1 und 2 **(B)** 2 und 3 (C) 3 und 4 (D) 1 und 3 (E) 2 und 4



Lösung: **B**

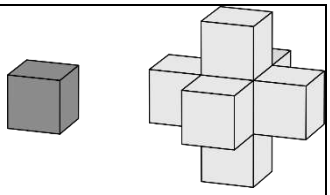
15. Alle Einkaufswagen eines Geschäfts sind gleich. Vier ineinander geschobene Einkaufswagen haben eine Gesamtlänge von 108 cm (siehe Abbildung). Zehn ineinander geschobene Einkaufswagen haben eine Gesamtlänge von 168 cm. Wie lang ist ein Einkaufswagen?



(A) 60 cm (B) 68 cm **(C)** 78 cm (D) 88 cm (E) 90 cm

Lösung:
Der Längenunterschied zwischen 4 Wagen und 10 Wagen beträgt 60 cm. Das Hinzufügen von $10 - 4 = 6$ Wagen bedeutet also, dass 60 cm an Gesamtlänge hinzugefügt werden. Das Hinzufügen eines zusätzlichen Wagens bedeutet also 60 cm : 6 = 10 cm Länge.
Subtrahiert man die zusätzliche Länge von drei Wagen von der Gesamtlänge von vier Wagen, erhält man 108 cm - 3 × 10 cm = 78 cm.
Die Länge eines Wagens beträgt also **78 cm.**

16. Johann hat viele gleich große helle und dunkle Würfel. Daraus hat er das rechts dargestellte Objekt erstellt, indem er an jede Seitenfläche eines dunklen Würfels einen hellen Würfel geklebt hat.
Er möchte nun wieder dunkle Würfel ankleben, sodass außen keine hellen Flächen mehr sichtbar sind.
Wie viele dunkle Würfel benötigt er dafür mindestens?



(A) 18 (B) 16 (C) 14 (D) 12 (E) 10

Lösung:
Er muss dunkle Würfel an 30 helle Flächen kleben. Das Hinzufügen eines Würfels in einen der "Winkel" um eine Kante des innersten Würfels der Struktur deckt 2 (innere) Flächen gleichzeitig ab. Es gibt 12 Kanten dieses innersten Würfels, also deckt man mit 12 Würfeln 24 Innenflächen ab. Um die äußersten Flächen zu bedecken, braucht man 6 weitere Würfel, also insgesamt **18** Würfel.

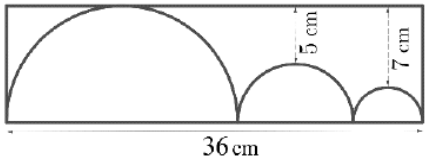
17. Die Ziffern 0 - 9 können mit horizontalen und vertikalen Strichen gezeichnet werden, wie gezeigt.

Greg wählt zwei Ziffern aus. Insgesamt haben seine Ziffern 1 waagrechten Strich und 5 senkrechte Striche.
Wie lautet die Summe seiner zwei Ziffern?

(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 11

Lösung:
Einen waagrechten Strich haben die Ziffern 4 und 7. Die Ziffer 4 hat drei senkrechte Strich, die Ziffer 7 hat zwei senkrechte Striche.
Wir benötigen eine Ziffer ohne waagerechte Striche – dies ist nur bei Ziffer 1 der Fall.
Die Ziffer 1 hat 2 senkrechte Striche, sodass lediglich die Ziffer 4 mit ihren drei senkrechten Strichen zur Verfügung steht. Die Summe der Ziffern beträgt also **5**.

18. Das Diagramm zeigt drei Halbkreise innerhalb eines Rechtecks. Der mittlere Halbkreis berührt die beiden anderen Halbkreise, die ihrerseits jeweils eine kürzere Seite des Rechtecks berühren. Der größte Halbkreis berührt zudem auch die obere lange Seite des Rechtecks.
Die kürzesten Abstände von dieser Seite des Rechtecks zu den beiden anderen Halbkreisen sind 5 cm bzw. 7 cm (siehe Abbildung).
Wie groß ist der Umfang des Rechtecks in cm?



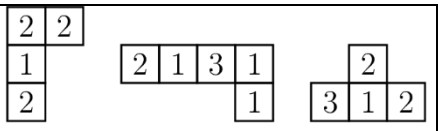
(A) 82 **(B)** 92 (C) 96 (D) 108 (E) 120

Lösung:
Sei l die Länge des Rechtecks, b die Breite des Rechtecks, d_1 der Durchmesser des ersten Kreises, d_2 der Durchmesser des zweiten Kreises und d_3 der Durchmesser des dritten Kreises. Es gilt:

$$l = d_1 + d_2 + d_3$$
$$36 = 2b + (b-5)\cdot 2 + (b-7)\cdot 2$$
$$36 = 6b - 24$$
$$b = 10$$

Dementsprechend gilt für den Umfang: $U = 2l + 2b = 72 + 20 = \mathbf{92}$

19. Daniel macht aus den rechts abgebildeten drei Teilen und einem weiteren Teil ein 4×4-Quadrat, in dem die Summen der vier Zahlen in jeder der Zeilen und jeder der Spalten gleich sind.
Wie sieht der benötigte vierte Teil aus?



(A) 1 1 3 (B) 2 1 0 (C) 1 2 1 (D) 2 2 2 (E) 2 2 3

Lösung:
Die Summe muss aufgrund des mittleren Teils mit den vier Spalten also stets $2 + 1 + 3 + 1 = 7$ sein.
Somit müssen alle Felder zusammen 28 ergeben. Auf Grund der drei ursprünglichen Teile verbleibt 5.
Dazu passt lediglich der Teil **A**.

20. Pinguin Paula fängt für ihre beiden Kinder jeden Tag 12 Fische. Sie gibt jeden Tag irgendeinem ihrer Kinder 7 Fische und dem anderen 5 Fische. Nach ein paar Tagen hat eines ihrer Kinder 44 Fische bekommen.
Wie viele Fische hat das andere Kind bekommen?

(A) 34 (B) 40 (C) 46 **(D)** 52 (E) 58

Lösung:
Ein Kind kann nur dann insgesamt 44 Fische gegessen haben, wenn es 6-mal 5 Fische und 2-mal 7 Fische bekommen hat. Es hatte also an 8 Tagen Fisch gegessen. Die Anzahl der Fische, die Paula an diesen 8 Tagen gefangen hat, war $8 \cdot 12 = 96$. Die Anzahl der Fische, die das zweite Kind gegessen hat, war also $96 - 44 = \mathbf{52}$.

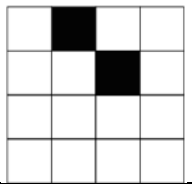
– 5 Punkte Beispiele –

21. Ein Känguru hüpft auf einen Berg und auf demselben Weg wieder hinunter. Aufwärts legt es pro Sprung 1 Meter zurück. Beim Abwärtshüpfen legt es pro Sprung 3 Meter zurück. Insgesamt ist es 2024-mal gehüpft. Wie viele Meter hat es dabei insgesamt zurückgelegt?

(A) 506 (B) 1012 (C) 2024 **(D)** 3036 (E) 4048

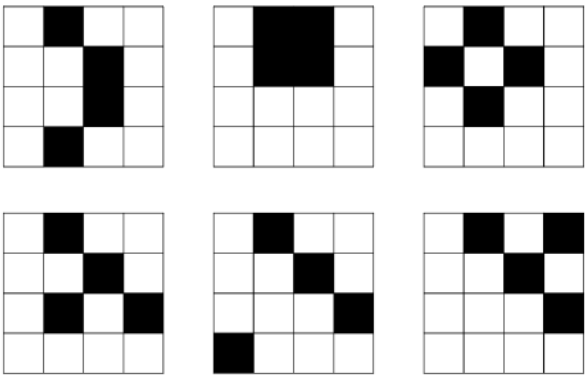
Lösung:
Sei u die Anzahl der Sprünge bergauf und d die Anzahl der Sprünge bergab.
Da das Känguru bei jedem Abwärtssprung die dreifache Strecke zurücklegt wie bei jedem Bergaufsprung, wird es dreimal so viele Sprünge bergauf wie bergab machen. Daher ist $u = 3d$.
Wegen $u + d = 2024$ gilt also $3d + d = 2024$, womit gilt: $d = 506$.
Daher ist die gesamte Entfernung in Metern, die das Känguru springt $506 \cdot 3 + 3 \cdot 506 \cdot 1 = \mathbf{3036\ m}$.

22. Tarek möchte zwei weitere Felder des 4×4-Quadrats so schwarz bemalen, dass das Muster aus weißen und schwarzen Feldern im 4×4-Quadrat eine einzige Symmetrieachse hat. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 **(E)** 6

Lösung:

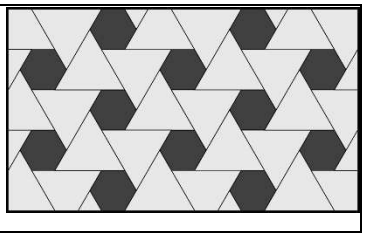


23. Frische Pilze bestehen zu 80 Prozent aus Wasser. Bei getrockneten Pilzen beträgt der Anteil des Wassers jedoch nur 20 Prozent der Masse. Um wie viel Prozent verringert sich die Masse des Pilzes während des Trocknens?

(A) 60 (B) 70 **(C)** 75 (D) 80 (E) 85

Lösung:
Angenommen, ein frischer Pilz wiegt 100 g. Somit besteht er zu 80 g aus Wasser und zu 20 g aus Trockenmasse. Bei einem getrockneten Pilz verändert sich die Trockenmasse nicht, bleibt also 20 g – diese entspricht hier 80 % der Gesamtmasse. Somit wiegt ein trockener Pilz 25 g. Die Masse verringert sich durch das Trocknen also um **75** Prozent.

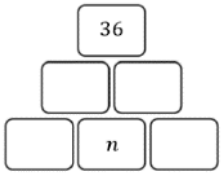
24. Die Fliesenlegerin Teri möchte einen quadratischen Boden mit einem regelmäßigen Muster verlegen (siehe Abbildung), wobei sie sechseckige und dreieckige Fliesen verwendet. Sie geht davon aus, dass sie ungefähr 3000 sechseckige Fliesen für den gesamten Boden verwenden wird.
Wie viele dreieckige Fliesen wird sie ungefähr benötigen?



(A) 1000 (B) 1500 (C) 3000 **(D)** 6000 (E) 9000

Lösung: Je Hexagon gibt es zwei dreieckige Fliesen – somit gibt es in etwa **6000** dreieckige Fliesen.

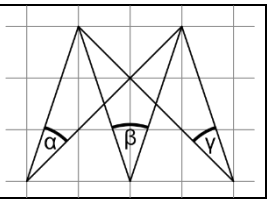
25. Dagobert möchte das Diagramm so vervollständigen, dass jedes Kästchen in der mittleren und oberen Reihe das Produkt der Werte in den beiden Kästchen darunter enthält. Jedes Kästchen soll eine positive ganze Zahl enthalten. Er möchte, dass der Wert im obersten Kästchen 36 ist. Wie viele verschiedene Werte kann die Zahl n annehmen?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 **(D)** 4 (E) 5

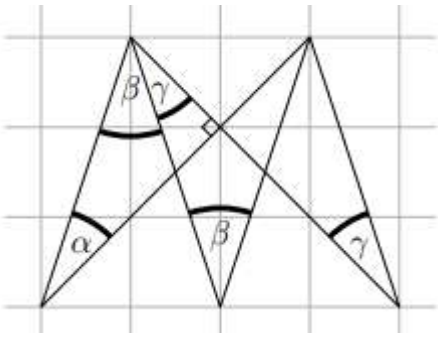
Lösung:
Sei die Zahl in der Ecke links unten a und die Zahl in der Ecke rechts unten b. Die Zahlen auf zweiter Ebene sind dementsprechend $a \cdot n$ und $b \cdot n$. Für die Zahl in oberste Ebene gilt dann $36 = a \cdot b \cdot n^2$
Es gilt: $36 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 6$
Die Zahl n kann dementsprechend die Werte 1, 2, 3 und 6 annehmen. Dies sind **4** verschiedene Werte.

26. Drei Winkel α, β und γ sind auf quadratisch kariertem Papier eingezeichnet (siehe Abbildung). Wie groß ist $\alpha + \beta + \gamma$?



(A) 72° (B) 75° (C) 87,5° (D) 96° **(E)** ein anderer Winkel

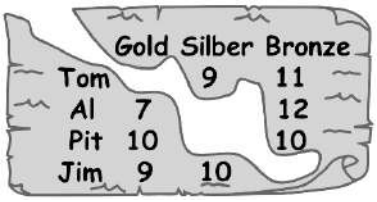
Lösung:
Auf Grund des quadratischen Papieres und den Eigenschaften von Parallelwinkeln gilt für die Winkel
$\boldsymbol{\alpha + \beta + \gamma = 90°}$.



27. Ein Bauer verkauft Hühner- und Enten-Eier.
In einzelnen Körben liegen 4, 6, 12, 13, 22 bzw. 29 Eier jeweils einer Sorte. Christoph kauft alle Eier eines Korbs. Der Bauer stellt fest, dass er nun noch doppelt so viele Hühner-Eier wie Enten-Eier hat.
Wie viele Eier hat Christoph gekauft?
(A) 4 (B) 12 (C) 13 (D) 22 **(E)** 29

Lösung:
Der Bauer hatte insgesamt $4 + 6 + 12 + 13 + 22 + 29 = 86$ Eier. Nachdem er einen Korb verkauft hat, stellt er fest, dass die Anzahl der Hühnereier, die er übrighat, doppelt so hoch ist wie die Anzahl der Enteneier. Folglich ist die Gesamtzahl der noch übrigen Eier ein Vielfaches von 3.
Da 86 durch 3 geteilt einen Rest von 2 ergibt, hat die Anzahl der verkauften Eier auch die Eigenschaft, bei Division durch 3 den Rest 2 zu haben. Die trifft lediglich auf **29** zu.

28. Captain Flint bat vier seiner Piraten, auf ein Blatt Papier zu schreiben, wie viele Gold-, Silber- und Bronzemünzen in der Schatztruhe waren. Ihre Antworten sind in dem Diagramm dargestellt, aber leider wurde ein Teil des Papiers beschädigt. Nur einer der vier Seeräuber hat die Wahrheit gesagt. Die anderen drei haben bei allen ihren Antworten gelogen. Die Gesamtzahl der Münzen beträgt 30.
Wer hat die Wahrheit gesagt?



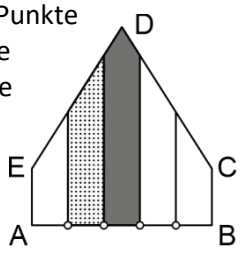
(A) Tom **(B)** Al (C) Pit (D) Jim (E) das kann nicht mit Sicherheit gesagt werden

Lösung:
Angenommen, Tom hätte die Wahrheit gesagt. Da die Gesamtzahl der Münzen 30 beträgt, wäre seine Antwort für Goldmünzen $30 - 9 - 11 = 10$. Dies entspricht jedoch Pits Anzahl an Goldmünzen, was der Tatsache, dass die Lügner in allen drei Antworten gelogen haben, widerspricht.
Nehmen wir nun an, Pit hätte die Wahrheit gesagt. Seine Antwort für Silbermünzen wäre $30 - 10 - 10 = 10$, aber das ergibt erneut einen Widerspruch aufgrund Jims Antwort.
Nehmen wir weiter an, Jim hätte die Wahrheit gesagt. Seine Antwort für die Bronzemünzen wäre 11, aber das ist die gleiche wie Toms Antwort für Bronzemünzen und ist daher auch nicht möglich.
Da keiner von Tom, Pit oder Jim die Wahrheit gesagt hat, kann nur **Al** die Wahrheit gesagt haben. Seine fehlende Antwort für die Silbermünzen wäre 11, und es ist ersichtlich, dass keine seiner Antworten mit einer der Antworten der anderen Piraten übereinstimmt.

29. Anne fährt von Punkt A nach Punkt B und kehrt dann sofort nach A zurück. Benni fährt von Punkt B zu Punkt A und kehrt dann gleich wieder zu B zurück. Sie fahren auf derselben Straße, starten zur selben Zeit und fahren beide mit konstanter Geschwindigkeit. Annes Geschwindigkeit ist dreimal so hoch wie Bennis Geschwindigkeit. 15 Minuten nach dem Start treffen sie sich zum ersten Mal.
Wie lange nach dem Start werden sie sich zum zweiten Mal treffen?
(A) 20 min (B) 25 min **(C)** 30 min (D) 35 min (E) 45 min

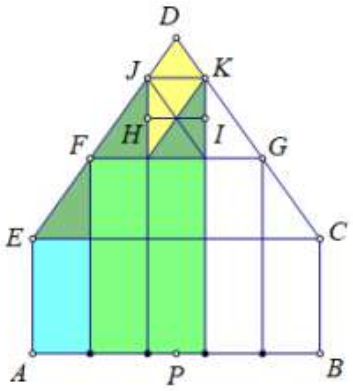
Lösung:
Seien v_A und v_B die Geschwindigkeit von Anne bzw. von Benni. Angenommen, die beiden treffen sich zum ersten Mal im Punkt M. Da $v_A = 3 \cdot v_B$ ist, gilt $AM = 3 \cdot \overline{BM}$. Beide legten diese Strecke in 15 min zurück. Da $\frac{v_A}{v_B} > 2$ ist, fand das zweite Treffen statt, bevor Benni den Punkt A erreichte. Nennen wir diesen Punkt N.
Zwischen den Treffen legte Anne die Strecke $\overline{MB} + \overline{BM} + \overline{MN}$ zurück, Bob die Strecke MN. Da $\overline{MB} + \overline{BM} + \overline{MN} = 3 \cdot \overline{MN}$ gilt $\overline{MB} = \overline{MN}$. Somit legte Benni vom Start bis zum zweiten Treffen die Strecke $\overline{BM} + \overline{MN} = 2 \cdot \overline{BM}$ in $2 \cdot 15 = \mathbf{30}$ Minuten zurück.

30. Im Fünfeck $ABCDE$ gilt $\measuredangle BAE = \measuredangle CBA = 90°, \overline{AE} = \overline{BC}$ und $\overline{ED} = \overline{DC}$. Auf AB sind vier Punkte markiert, die AB in fünf gleiche Teile teilen. Dann werden die senkrechten Linien durch diese Punkte gezogen, wie in der Abbildung dargestellt. Der dunkel schattierte Bereich in der Mitte hat eine Fläche von 13 cm^2 und der hell schattierte Bereich links davon hat eine Fläche von 10 cm^2.
Wie groß ist die Fläche des gesamten Fünfecks in cm^2?

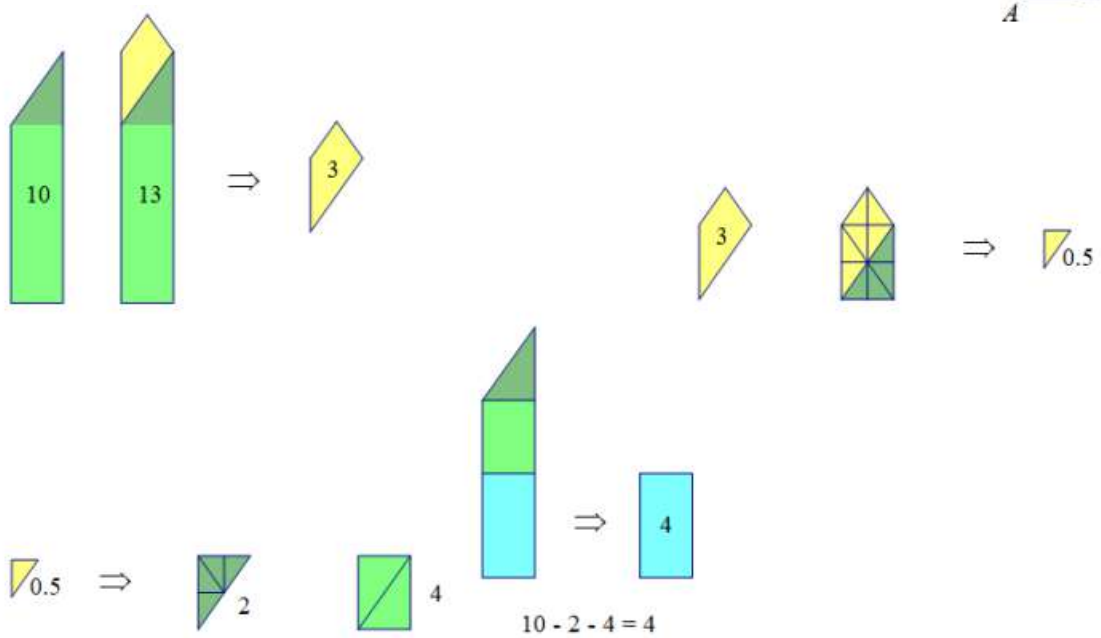


(A) 45 (B) 47 (C) 49 (D) 58 (E) 60

Lösung:
Wir unterteilen das Fünfeck in kleinere Figuren.
$ABCE$ ist ein Rechteck, da $\angle BAE = \angle CBA = 90°$. Sei P der Mittelpunkt der Strecke AB.
Da Fünfeck $ABCDE$ ist außerdem achsensymmetrisch mit senkrechter Symmetrieachse durch den Punkt P.



Es folgt bei Betrachtung der Flächen:



Somit ergibt sich eine Fläche von $2 \cdot (4 + 2) + 2 \cdot 10 + 13 = \mathbf{45}$.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 3. 2024

Kategorie: Junior, 9. – 10. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 75 min.
jede richtige Antwort Beispiel 1. – 10.: 3 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 11. – 20.: 4 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 21. – 30.: 5 Punkte
jede Frage ohne Antwort: 0 Punkte
jede falsche Antwort: Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
dazu 30 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

☐Ich stimme zu, dass meine angeführten personenbezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte
Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

Ort, Datum Unterschrift

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK EUROSYSTEM

pwc

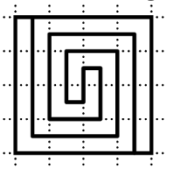
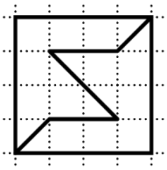
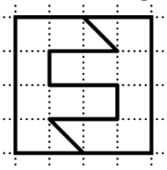
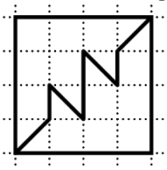
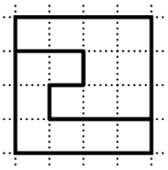
NXP

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

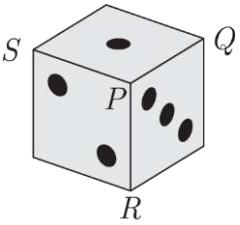
Känguru der Mathematik 2024
Gruppe Junior (9. – 10. Schulstufe)
Österreich – 21. 3. 2024

- 3 Punkte Beispiele -

1. Welches der abgebildeten Quadrate ist in zwei Teile geteilt, die **nicht** die gleiche Form haben?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

2. $\dfrac{2\times 0,24}{20\times 2,4}=?$ (A) 0,01 (B) 0,1 (C) 1 (D) 10 (E) 100



3. Die Anzahl der Punkte auf gegenüberliegenden Flächen eines Spielwürfels ist immer 7. Wir definieren die *Ecksumme* in einem Eckpunkt als die Summe der Punktzahlen auf den Flächen, die im Eckpunkt zusammentreffen. (Z.B. treffen sich die Flächen des Würfels mit 1, 2 und 3 Punkten in P, also ist die Ecksumme in Punkt P definiert als 1+2+3 = 6.) Welche der folgenden Zahlen ist die größte der Ecksummen in den Eckpunkten Q, R und S?

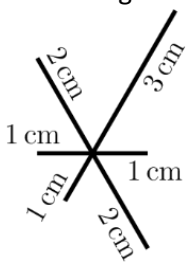
(A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 15

4. Ein Hüpfspiel wird auf folgende Art gespielt: Jeder Spieler hüpft von einem Feld zum nächsten, wobei wie abgebildet abwechselnd der linke Fuß, beide Füße, der rechte Fuß, beide Füße, usw., auf den Boden gesetzt werden. Maya spielt dieses Spiel und hüpft in genau 48 Felder, wobei sie mit dem linken Fuß beginnt. Wie oft wird dabei ihr linker Fuß auf den Boden gesetzt?

(A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 40 (E) 48

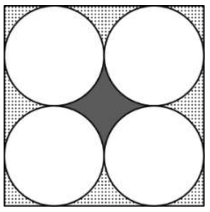
5. Tim möchte die abgebildete Figur zeichnen, ohne den Stift vom Papier abzuheben. Gewisse Teile muss er dabei mehrfach zeichnen. Die Streckenlängen sind in der Figur angegeben. Wie lang ist die Mindestlänge des Streckenzugs, den er zeichnen muss, wenn er den Ausgangspunkt frei wählen kann?

(A) 14 cm (B) 15 cm (C) 16 cm (D) 17 cm (E) 18 cm



6. In der Abbildung sehen wir ein Quadrat mit vier gleich großen berührenden Kreisen. Was ist das Verhältnis der Fläche des schwarzen Bereichs zu der des grauen Bereichs?

(A) $1:4$ (B) $1:3$ (C) $2:3$ (D) $3:4$ (E) $1:\pi$

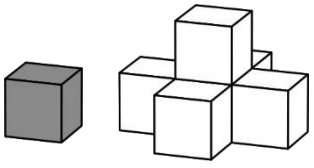


7. Es seien *a* und *b* Zahlen aus der Menge {1,2,3,4,5,6}. Wir zeichnen zu jedem Paar (*a,b*) die Gerade mit der Gleichung *y = ax + b* und betrachten das Dreieck, das diese Gerade mit den Koordinatenachsen bildet. Wie viele Paare (*a,b*) haben die Eigenschaft, dass dieses Dreieck gleichschenkelig ist?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 12

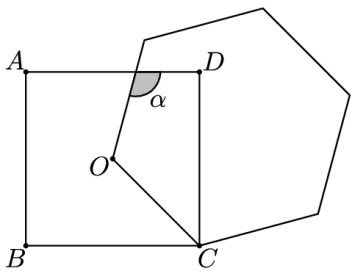
8. John hat viele gleich große helle und dunkle Würfel. Er beginnt mit einem dunklen Würfel, den er auf den Tisch legt. Jetzt sind fünf Flächen des Würfels sichtbar. Im zweiten Schritt verdeckt er alle sichtbaren Flächen dieses Würfels, indem er fünf helle Würfel wie abgebildet dazulegt. Er möchte nun wieder dunkle Würfel dazulegen, sodass keine helle Außenfläche mehr sichtbar ist. Wie viele dunkle Würfel benötigt er dafür mindestens?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 13 (E) 19



9. Wir zeichnen wie abgebildet ein Quadrat mit den Eckpunkte *A*, *B*, *C*, *D* und ein regelmäßiges Sechseck mit der Seite *OC*, wobei *O* der Mittelpunkt des Quadrats ist. Wie groß ist der Winkel α?

(A) 105° (B) 110° (C) 115° (D) 120° (E) 125°

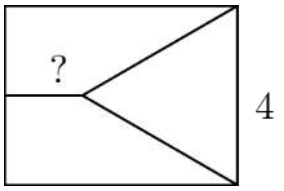


10. Ardal umzäunt ein rechteckiges Grundstück. Der Zaun ist 40 m lang. Alle Seitenlängen des Rechtecks sind Primzahlen. Was ist der größtmögliche Flächeninhalt des Grundstücks?
(A) 84 m² (B) 91 m² (C) 96 m² (D) 99 m² (E) 125 m²

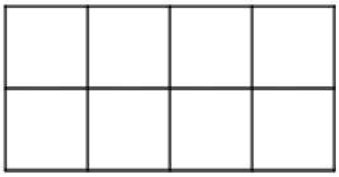
- 4 Punkte Beispiele -

11. Eine Palindromzahl ist eine Zahl, die von vorne und hinten gelesen gleich ist, wie zum Beispiel 121 oder 444. Was ist die Ziffernsumme der größten dreiziffrigen Palindromzahl, die auch ein Vielfaches von 6 ist?
(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 21 (E) 24

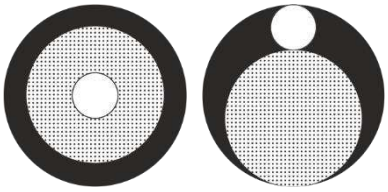
12. Ein Rechteck wird wie abgebildet in drei flächengleiche Teile zerlegt. Ein Teil ist ein gleichseitiges Dreieck mit 4 cm Seitenlänge, die beiden anderen Teile sind Trapeze. Wie lang ist die kürzere der parallelen Trapezseiten?
(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 3 (E) $2\sqrt{3}$



13. Jelena füllt die abgebildete 2×4-Tabelle mit den Buchstaben *A, B, C* und *D*. Sie will sicherstellen, dass jeder Buchstabe nur einmal in jeder Zeile und in jedem der drei 2×2-Quadrate aufscheint. Auf wie viele Arten kann sie dies machen?
(A) 12 (B) 24 (C) 48 (D) 96 (E) 198



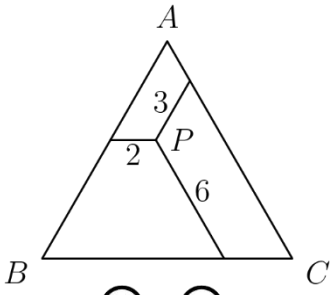
14. Sanjay hat drei unterschiedlich gefärbte Kreise. Er legt sie zunächst wie in Figur 1 übereinander. Dann verschiebt er sie, wie in Figur 2 abgebildet, sodass sie sich paarweise berühren. In Figur 1 ist der sichtbare schwarze Bereich sieben Mal so groß wie die Fläche des weißen Kreises. Wie verhalten sich die sichtbaren schwarzen Flächen von Figur 1 und Figur 2 zueinander?
(A) 3 : 1 (B) 4 : 3 (C) 6 : 5 (D) 7 : 6 (E) 9 : 7



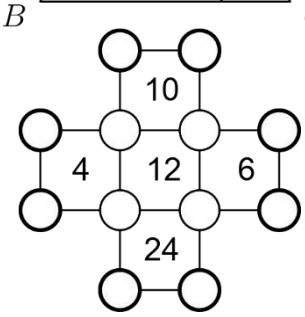
Figur 1 Figur 2

15. Heute wurde die Tochter der Tochter von Mary geboren. In zwei Jahren wird das Produkt der Alter von Mary, ihrer Tochter und ihrer Enkelin genau 2024 sein. Jedes der drei Alter wird dann eine gerade Zahl sein. Wie alt ist Mary heute?
(A) 42 (B) 44 (C) 46 (D) 48 (E) 50

16. Im Inneren eines gleichseitigen Dreiecks ABC wird ein Punkt P gewählt. Es werden dann, wie abgebildet, Strecken parallel zu den Dreiecksseiten mit den abgebildeten Längen 2 m, 3 m, und 6 m, gezeichnet. Wie groß ist der Umfang des Dreiecks?
(A) 22 m (B) 26 m (C) 33 m (D) 39 m (E) 44 m

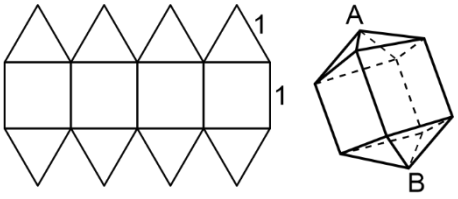


17. In jeden der abgebildeten zwölf Kreise wird eine Zahl geschrieben. Die Zahlen in den Quadraten geben jeweils das Produkt der vier Zahlen in den Eckpunkten des Quadrats an. Wie lautet das Produkt der Zahlen in den acht dick umrandeten Kreisen?
(A) 20 (B) 40 (C) 80 (D) 120 (E) 480



18. Jean-Philippe hat n^3 gleich große Würfel. Er baut daraus einen großen Würfel und malt die Außenseite an. Die Anzahl der kleinen Würfel mit genau einer bemalten Seitenfläche ist danach gleich der Anzahl der kleinen Würfel, von denen keine Seitenfläche bemalt wurde. Was ist der Wert von *n*?
(A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 10

19. Otis baut aus einer Kombination von Quadraten und Dreiecken wie abgebildet das Netz eines Körpers. Alle Seiten der Quadrate und der Dreiecke haben die Länge 1. Aus dem Netz faltet er dann den abgebildeten Körper. Wie groß ist der Abstand von *A* zu *B*?
(A) $1+\sqrt{2}$ (B) $1+\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{5}$ (E) $\frac{5}{2}$



20. Vlado hat in den letzten fünf Jahren an 31 Querfeldeinrennen teilgenommen. Im ersten Jahr hat er an der kleinsten Anzahl von Rennen teilgenommen, und danach hat er die Zahl in jedem Jahr gesteigert. Im fünften Jahr hat er an drei Mal so vielen Rennen teilgenommen wie im ersten Jahr.
An wie vielen Rennen hat er im vierten Jahr teilgenommen?
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

- 5 Punkte Beispiele -

21. Wie viele **ganze** Zahlen *k* haben die Eigenschaft, dass *k+6* ein Vielfaches von *k-6* ist?
(A) 0 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 12

22. Auf dem Tisch stehen vier Schalen, in die einige Bonbons gelegt wurden.
Die Anzahl der Bonbons in der ersten Schale ist gleich der Anzahl der Schalen, in denen ein Bonbon liegt.
Die Anzahl der Bonbons in der zweiten Schale ist gleich der Anzahl der Schalen, in denen zwei Bonbons liegen.
Die Anzahl der Bonbons in der dritten Schale ist gleich der Anzahl der Schalen, in denen drei Bonbons liegen.
Die Anzahl der Bonbons in der vierten Schale ist gleich der Anzahl der Schalen, in denen **keine** Bonbons liegen.
Wie viele Bonbons liegen insgesamt in den Schalen?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

23. Cristina hat 12 Karten, die mit den Zahlen 1 bis 12 nummeriert sind. Sie legt acht davon so im Kreis auf, dass jede Summe von zwei benachbarten Zahlen ein Vielfaches von 3 ist. Welche Zahlen verwendet Cristina **nicht**?
(A) 1, 5, 9, 12 (B) 3, 5, 7, 9 (C) 1, 2, 11, 12 (D) 5, 6, 7, 8 (E) 3, 6, 9, 12

24. Carl sagt an einem Tag die Wahrheit, lügt am nächsten Tag, sagt am darauffolgenden Tag wieder die Wahrheit, usw. An einem Tag hat er genau vier der folgenden fünf Aussagen gemacht.
Welche Aussage kann er an diesem Tag nicht gemacht haben?
(A) 2024 ist durch 11 teilbar. (B) Morgen ist Samstag.
(C) Ich habe gestern gelogen und werde morgen lügen. (D) Gestern war Mittwoch.
(E) Ich sage heute die Wahrheit und werde morgen die Wahrheit sagen.

25. Die Ziffernsumme von *N* ist das Dreifache der Ziffernsumme von *N*+1.
Was ist die kleinstmögliche Ziffernsumme von *N*?
(A) 3 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 27

26. Jill hat einige schwarze und weiße Einheitswürfel. Sie verwendet davon 27, um einen $3\times3\times3$ Würfel zu bauen. Sie möchte erreichen, dass genau ein Drittel der Oberfläche schwarz ist.
Wenn *A* die kleinstmögliche Anzahl schwarzer Würfel bezeichnet, die sie dabei verwenden kann, und *B* die größtmögliche Anzahl, wie lautet der Wert von *B* – *A*?
(A) 1 (B) 3 (C) 6 (D) 7 (E) 9

27. Ann hat einen üblichen Spielwürfel 24-mal gewürfelt. Alle Zahlen von 1 bis 6 sind mindestens einmal gewürfelt worden. Die Zahl 1 ist öfter gewürfelt worden als jede andere Zahl. Ann hat dann alle gewürfelten Zahlen addiert.
Was ist die größte Zahl, die sie dabei erhalten haben kann?
(A) 83 (B) 84 (C) 89 (D) 90 (E) 100

28. Olga war im Park spazieren. Die halbe Zeit ist sie mit einer Geschwindigkeit von 2 km/h spaziert. Die halbe Distanz ist sie mit einer Geschwindigkeit von 3 km/h spaziert. Die verbleibende Zeit ist sie mit einer Geschwindigkeit von 4 km/h spaziert. Welchen Bruchteil der Zeit ist sie mit 4 km/h spaziert?
(A) $\frac{1}{14}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{7}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{4}$

29. Längs eines Kreises werden 20 Punkte gleichmäßig verteilt. Wie viele der Sehnen, die zwei dieser Punkte verbinden, sind länger als der Kreisradius, aber kürzer als der Kreisdurchmesser?
(A) 90 (B) 100 (C) 120 (D) 140 (E) 160

30. In der Ebene sind *n* verschiedene Geraden gegeben, die mit $\ell_1,\ldots,\ell_n$ beschriftet sind. Die Gerade ℓ_1 schneidet 5 andere Geraden, die Gerade ℓ_2 schneidet 9 andere Geraden und die Gerade ℓ_3 schneidet 11 andere Geraden.
Welche der folgenden Zahlen ist ein möglicher Wert von *n*?
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 3. 2024

Level: Junior, Grades 9 + 10

Full name:	
School:	
Class:	

Time: 75 min.
30 starting points
each correct answer to questions 1. – 10.: 3 points
each correct answer to questions 11. – 20.: 4 points
each correct answer to questions 21. – 30.: 5 points
each questions left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 bis 30). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

☐Ich stimme zu, dass meine angeführten personenbezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte
Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

Ort, Datum Unterschrift

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

pwc

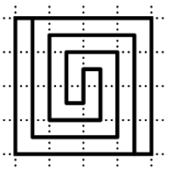
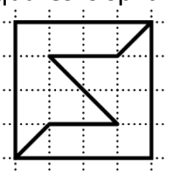
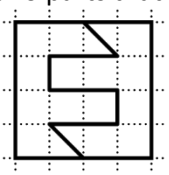
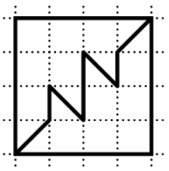
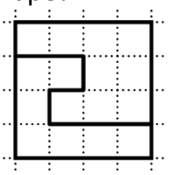
NXP

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

Känguru der Mathematik 2024
Level Junior (Schulstufe 9 and 10)
Austria – 21. 3. 2024

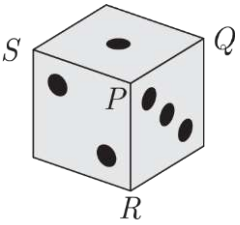
- 3 Point Examples -

1. Which of the shown squares is split into two parts that do **not** have the same shape?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

2. $\frac{2\times0.24}{20\times2.4}=?$ (A) 0.01 (B) 0.1 (C) 1 (D) 10 (E) 100

3. The number of points on opposite faces of a die is always 7. We define the *vertex sum* in a vertex, as the sum of the points on the faces that meet in the vertex. (E.g. the faces of the die with 1, 2 and 3 points meet in P, therefore, the vertex sum in point P is defined as 1+2+3 = 6.) Which of the following numbers is the biggest vertex sum in the vertices Q, R and S?

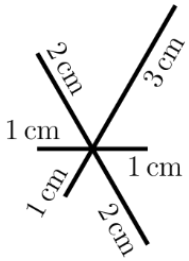


(A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 15

4. A type of hopscotch is played in the following way: each player jumps from one square to the next with the left foot, both feet, right foot, both feet, etc. alternately on the floor as shown. Maya plays this game and jumps into exactly 48 squares starting with the left foot. How often is her left foot on the floor in this game?

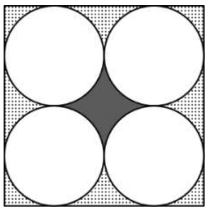
(A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 40 (E) 48

5. Tim wants to draw the figure shown without lifting his pencil off the paper.
He has to pass over some parts more than once. The segment lengths are stated in the figure. What is the minimum length of the total line he will draw if he can choose his starting point freely?



(A) 14 cm (B) 15 cm (C) 16 cm (D) 17 cm (E) 18 cm

6. The diagram shows a square with four touching circles of equal size. What is the ratio of the area of the black part to the grey part?

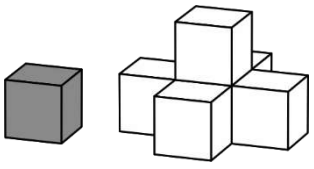


(A) $1:4$ (B) $1:3$ (C) $2:3$ (D) $3:4$ (E) $1:\pi$

7. Let *a* and *b* be numbers from the set {1,2,3,4,5,6}. For each pair (*a,b*) we draw a straight line with the equation *y = ax + b* and consider the triangle that this straight line forms with the co-ordinate axes. How many pairs (*a,b*) create an isosceles triangle?

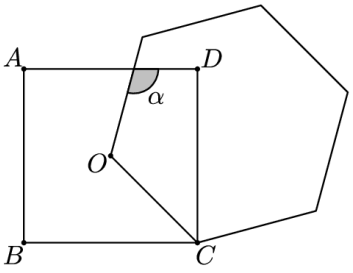
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 12

8. John has a number of equally big light and dark cubes. He starts with a dark cube which he places on the table. Now, there are five faces of the cube visible. In his second step, he covers all visible faces of this cube by adding five light cubes as shown. Now, he wants to add dark cubes again so that no light surfaces are visible. What is the minimum number of dark cubes he will require?



(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 13 (E) 19

9. We draw a square with vertices *A*, *B*, *C*, *D* as shown, and a regular hexagon with side *OC*, where *O* is the centre of the square. How big is angle α?



(A) 105° (B) 110° (C) 115° (D) 120° (E) 125°

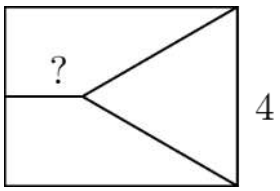
10. Ardal fences a rectangular plot of land. The fence is 40 m long. The lengths of all sides of the rectangle are prime numbers. What is the biggest possible area of the plot of land?

(A) 84 m² (B) 91 m² (C) 96 m² (D) 99 m² (E) 125 m²

- 4 Point Examples -

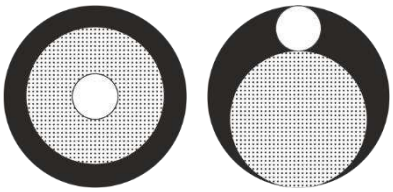
11. A palindrome number is a number that is the same read from the front and the back, e.g. 121 or 444.
What is the sum of the digits of the largest three-digit palindrome number that is also a multiple of 6?
(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 21 (E) 24

12. A rectangle is split into three pieces with equal area, as shown. One piece is an equilateral triangle with sides of length 4 cm. The other two pieces are trapezoids. How long is the shorter of the parallel sides of the trapezoid?
(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 3 (E) $2\sqrt{3}$



13. Jelena fills the 2×4-table shown with the letters *A, B, C* and *D*. She wants to make sure that each letter appears exactly once in each row and in each of the three 2×2-squares. How many ways are there for her to do this?
(A) 12 (B) 24 (C) 48 (D) 96 (E) 198

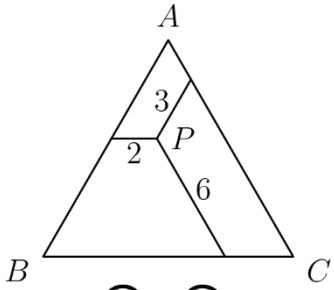
14. Sanjay has three differently coloured circles. First he places them on top of each other as shown in ‚Figur 1'. Then he moves them so that they touch each other pairwise as shown in 'Figur 2'. In Figur 1 the visible black area is seven times as big as the area of the white circle. What is the ratio of the visible black areas in Figur 1 and Figur 2?
(A) 3 : 1 (B) 4 : 3 (C) 6 : 5 (D) 7 : 6 (E) 9 : 7



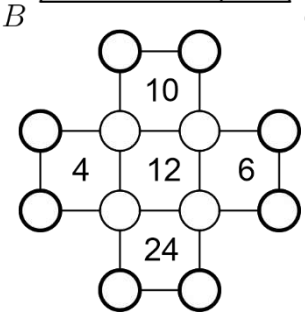
Figur 1 Figur 2

15. The daughter of Mary's daughter was born today. In two years' time the product of Mary's age, her daughter's age and her grand-daughter's age will be exactly 2024. Each of the three ages will then be an even number. How old is Mary today?
(A) 42 (B) 44 (C) 46 (D) 48 (E) 50

16. A point P is chosen inside an equilateral triangle ABC. Segments with the shown lengths of 2 m, 3 m, and 6 m are then drawn parallel to the sides of the triangles, as shown.
What is the perimeter of the triangle?
(A) 22 m (B) 26 m (C) 33 m (D) 39 m (E) 44 m

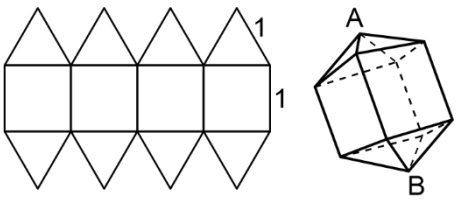


17. A number is written into each of the twelve circles shown. The numbers in the squares state the product of the four numbers in the vertices of the squares. What is the product of the numbers in the eight bold circles?
(A) 20 (B) 40 (C) 80 (D) 120 (E) 480



18. Jean-Philippe has n^3 cubes of equal size. He uses them to form one big cube and paints its surface. The number of small cubes with exactly one painted face is then the same as the number of small cubes with no painted face.
What is the value of *n*?
(A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 10

19. Otis builds the net of a solid using a combination of squares and triangles as shown. All sides of the squares and the triangles have side length 1. He proceeds to fold the net to form the solid shown.
What is the distance from *A* to *B*?
(A) $1+\sqrt{2}$ (B) $1+\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{5}$ (E) $\frac{5}{2}$



20. Vlado has participated in 31 cross-country races in the last five years. In the first year, he participated in the smallest number of races and he then successively increased the number of races each year. In the fifth year, he participated in three times as many races as in the first year.
How many races did he participate in in the fourth year?
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

- 5 Point Examples -

21. How many **integers** *k* have the property that *k+6* is a multiple of *k-6*?
(A) 0 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 12

22. There are four bowls with sweets on a table.
The number of sweets in the first bowl is equal to the number of bowls with one sweet.
The number of sweets in the second bowl is equal to the number of bowls with two sweets.
The number of sweets in the third bowl is equal to the number of bowls with three sweets.
The number of sweets in the fourth bowl is equal to the number of bowls with **no** sweets.
How many sweets are in the bowls in total?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

23. Cristina has 12 cards numbered from 1 to 12. She places eight of them in a circle so that the sum of any two adjacent numbers is a multiple of 3. Which numbers does Christina **not** use?
(A) 1, 5, 9, 12 (B) 3, 5, 7, 9 (C) 1, 2, 11, 12 (D) 5, 6, 7, 8 (E) 3, 6, 9, 12

24. Carl tells the truth on one day, lies on the next, tells the truth again the day after, etc. On one day he made exactly four of the following five statements.
Which statement can he not have made on that day?
A) 2024 is divisible by 11.
B) Tomorrow is Saturday.
C) I lied yesterday and I will lie tomorrow.
D) Yesterday was Wednesday.
E) I am telling the truth today and I will tell the truth tomorrow.

25. The sum of the digits of *N* is three times the sum of the digits of *N*+1.
What is the smallest possible sum of the digits of *N*?
(A) 3 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 27

26. Jill has some black and some white unit cubes. She uses 27 of them to build a $3\times3\times3$ cube. She wants exactly one third of the surface to be black.
If *A* is the smallest possible number of black cubes that she can use and *B* the biggest possible number, what is the value of *B* – *A*?
(A) 1 (B) 3 (C) 6 (D) 7 (E) 9

27. Ann rolled an ordinary die 24 times. All numbers from 1 to 6 were rolled at least once. The number 1 was rolled more often than any other number. Ann then added all numbers that were rolled. What is the biggest number she could have obtained in this way?
(A) 83 (B) 84 (C) 89 (D) 90 (E) 100

28. Olga was walking in the park. For half the time, she walked with a speed of 2 km/h. For half the distance, she walked with a speed of 3 km/h. For the remaining time, she walked with a speed of 4 km/h. Which fraction of the time did she walk with 4 km/h?
(A) $\frac{1}{14}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{7}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{4}$

29. 20 points are distributed equally along a circle. How many of the segments connecting two of those points are longer than the radius of the circle but shorter than the diameter of the circle?
(A) 90 (B) 100 (C) 120 (D) 140 (E) 160

30. Consider *n* different straight lines in a plane, labelled as $\ell_1,\ldots,\ell_n$. The straight line ℓ_1 intersects 5 other straight lines, the straight line ℓ_2 intersects 9 other straight lines and the line ℓ_3 intersects 11 other straight lines. Which of the following numbers is a possible value of *n*?
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

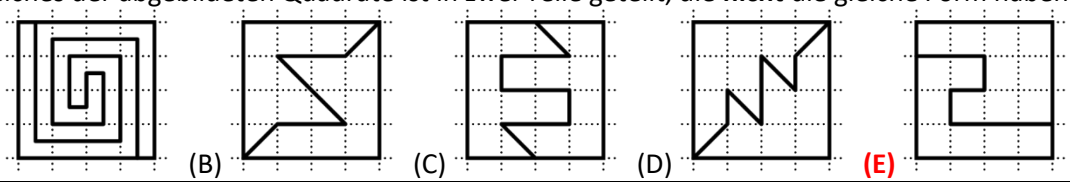
Känguru der Mathematik 2024
Kategorie: Junior (9. und 10. Schulstufe)
Österreich – 21. 3. 2024

– Lösungsvektor –

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E	A	D	C	B	B	D	D	A	B	E	B	B	D	B	C	B	D	A	C	E	C	E	A	C	D	D	A	C	B

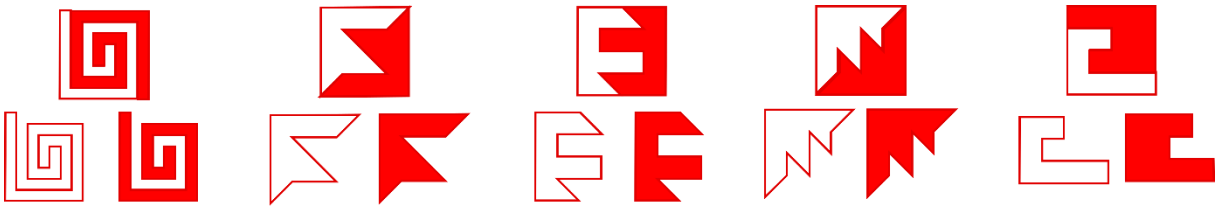
– 3 Punkte Beispiele –

1. Welches der abgebildeten Quadrate ist in zwei Teile geteilt, die **nicht** die gleiche Form haben?



(A) (B) (C) (D) **(E)**

Lösung: Die abgebildeten Quadrate setzen sich jeweils aus den folgenden zwei Teilen zusammen:



Die Teile von Quadrat **(E)** sind nicht gleich.

Die visuelle Beurteilung kann auch durch Bestimmung des Flächeninhalts der beiden Teile (Abzählen der eingezeichneten Quadrate) bestätigt werden. Der weiße Teil von (E) besteht aus 7 Quadraten, der gefärbte Teil aus 9. Die beiden Teile von **Antwort (E)** können dementsprechend nicht gleich sein.

2. $\frac{2\times 0,24}{20\times 2,4} = ?$ **(A)** 0,01 (B) 0,1 (C) 1 (D) 10 (E) 100

Lösung: Die Lösung des Bruchs wird vereinfacht, wenn man die Zahlen im Nenner als Produkte schreibt:

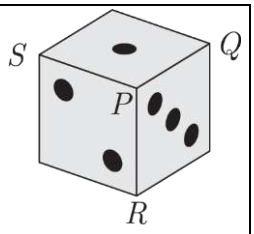
$20 = 2 \cdot 10$, und $2,4 = 0,24 \cdot 10$.

Einsetzen ergibt:

$$\frac{2 \cdot 0,24}{20 \cdot 2,4} = \frac{2 \cdot 0,24}{(2 \cdot 10) \cdot (0,24 \cdot 10)} \xrightarrow{kürzen} \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{0,24}}{(\cancel{2} \cdot 10) \cdot (\cancel{0,24} \cdot 10)} = \frac{1}{100} = \mathbf{0,01 = Antwort\ A}$$

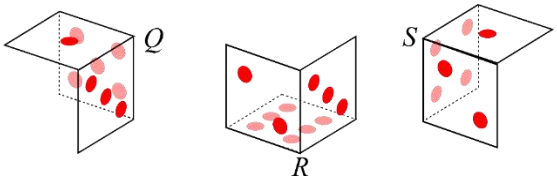
3. Die Anzahl der Punkte auf gegenüberliegenden Flächen eines Spielwürfels ist immer 7. Wir definieren die *Ecksumme* in einem Eckpunkt als die Summe der Punktzahlen auf den Flächen, die im Eckpunkt zusammentreffen. (Z.B. treffen sich die Flächen des Würfels mit 1, 2 und 3 Punkten in P, also ist die Ecksumme in Punkt P definiert als 1+2+3 = 6.) Welche der folgenden Zahlen ist die größte der Ecksummen in den Eckpunkten Q, R und S?

(A) 7 (B) 9 (C) 10 **(D)** 11 (E) 15



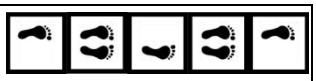
Lösung: Bestimmen wir zunächst die Punkte auf den nicht sichtbaren Flächen. Da sich die Anzahl der Punkte auf gegenüberliegende Flächen zu 7 ergänzt, liegt 6 gegenüber von 1, 5 gegenüber von 2 und 4 gegenüber von 3. Für die Ecksummen in den Punkten Q, R und S ergibt sich dann:

Q: $1 + 3 + 5 = 9$; R: $3 + 2 + 6 = 11$ und S: $1 + 2 + 4 = 7$.



Die größte Ecksumme ist also **11 = Antwort D**.

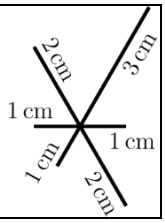
4. Ein Hüpfspiel wird auf folgende Art gespielt: Jeder Spieler hüpft von einem Feld zum nächsten, wobei wie abgebildet abwechselnd der linke Fuß, beide Füße, der rechte Fuß, beide Füße, usw., auf den Boden gesetzt werden. Maya spielt dieses Spiel und hüpft in genau 48 Felder, wobei sie mit dem linken Fuß beginnt. Wie oft wird dabei ihr linker Fuß auf den Boden gesetzt?



(A) 12 (B) 24 **(C)** 36 (D) 40 (E) 48

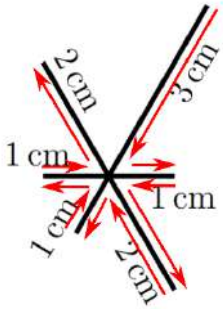
Lösung: Mayas Sprungabfolge besteht aus vier Sprüngen, danach wiederholt sich diese immer wieder. Bei drei dieser vier Sprünge setzt sie den linken Fuß auf den Boden.
Insgesamt hüpft sie 48-mal. Das heißt Maya springt $48:4=12$ mal ihre Sprungabfolge, und setzt dabei jeweils bei 3 Sprüngen ihren linken Fuß auf den Boden. Sie setzt also $3\cdot 12=\mathbf{36}$ mal ihren linken Fuß auf den Boden. **Antwort C**

5. Tim möchte die abgebildete Figur zeichnen, ohne den Stift vom Papier abzuheben. Gewisse Teile muss er dabei mehrfach zeichnen. Die Streckenlängen sind in der Figur angegeben. Wie lang ist die Mindestlänge des Streckenzugs, den er zeichnen muss, wenn er den Ausgangspunkt frei wählen kann?

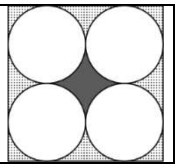


(A) 14 cm **(B)** 15 cm (C) 16 cm (D) 17 cm (E) 18 cm

Lösung: Wenn Tim den Stift nicht vom Papier absetzen darf, dann muss er vier der sechs Strecken der Figur doppelt zeichnen. Die Längen dieser Strecken werden somit doppelt zur Gesamtlänge seines Streckenzuges gezählt. Die kürzeste Gesamtlänge erreicht er, wenn er die kürzesten Teilstrecken doppelt zeichnet, also die drei 1 cm Strecken und eine 2 cm Strecke. Die Mindestlänge seines Streckenzuges beträgt $3+(1+1)+(2+2)+(1+1)+(1+1)+2=\mathbf{15}\boldsymbol{cm}=\mathbf{Antwort\ B}$.

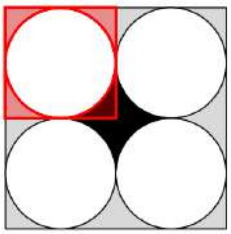


6. In der Abbildung sehen wir ein Quadrat mit vier gleich großen berührenden Kreisen. Was ist das Verhältnis der Fläche des schwarzen Bereichs zu der des grauen Bereichs?



(A) $1:4$ **(B)** $1:3$ (C) $2:3$ (D) $3:4$ (E) $1:\pi$

Lösung: Die Figur setzt sich aus vier gleich großen Quadraten zusammen, in denen jeweils ein weißer Kreis, ein schwarzer Bereich und drei graue Bereiche vorkommen. Die Kreise sind mittig in die Quadrate eingeschrieben. Die dazugehörigen grauen und schwarzen Teilbereiche sind also jeweils gleich groß. Das Verhältnis von schwarz zu grau ist somit **1:3**. **Antwort B**

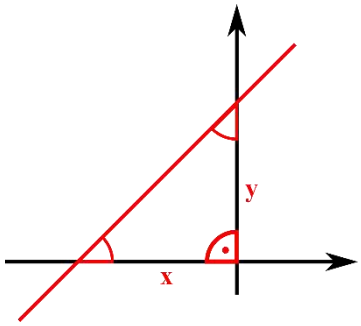


7. Es seien *a* und *b* Zahlen aus der Menge {1,2,3,4,5,6}. Wir zeichnen zu jedem Paar (*a,b*) die Gerade mit der Gleichung *y = ax + b* und betrachten das Dreieck, das diese Gerade mit den Koordinatenachsen bildet. Wie viele Paare (*a,b*) haben die Eigenschaft, dass dieses Dreieck gleichschenkelig ist?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 12

Lösung: Das Zahlenpaar (*a,b*) besteht aus der Steigung a und dem Ordinatenabschnitt b der Geraden.
Das gesuchte Dreieck wird aus der Geraden und den Koordinatenachsen gebildet. Wir wissen, dass die beiden Achsen im rechten Winkel zueinander stehen. Daraus folgt, dass auch das daraus gebildete Dreieck rechtwinkelig sein muss. In diesem Dreieck bilden die beiden Achsenabschnitte die Katheten (x und y im Bild)

und der Teil der Geraden die Hypotenuse. Ein rechtwinkeliges Dreieck nennt man gleichschenkelig, wenn seine Katheten gleich lang sind, also x=y.

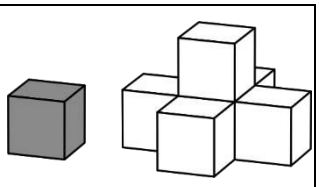


Das gezeigte Dreieck ist gleichzeitig das sogenannte „Steigungsdreieck“ der Geraden. Die Steigung a der Geraden ist die Länge der senkrechten Kathete geteilt durch die Länge der waagrechten Kathete:

$$a = \frac{y}{x}$$

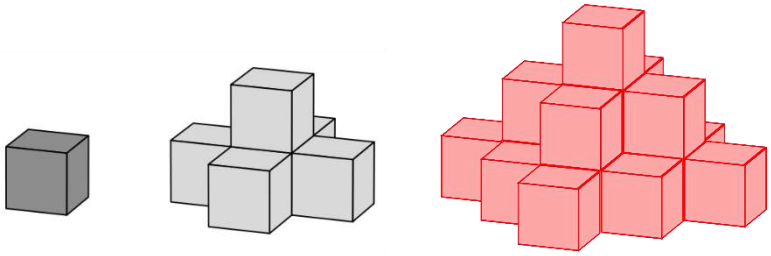
Da wir wissen, dass x=y, ist für a nur möglich $a = 1$. (Im Prinzip ist auch $a = -1$ möglich, aber das ist nicht in der angegebenen Zahlenmenge). Soll das Dreieck gleichschenkelig sein, kann die Steigung der Geraden also nur einen einzigen Wert aus der Zahlenmenge annehmen.
Der Ordinatenabschnitt b kann hingegen beliebig aus den 6 Zahlen gewählt werden. Er bestimmt nur die Größe des Dreiecks. $(1{,}1)$, $(1{,}2)$, $(1{,}3)$, $(1{,}4)$, $(1{,}5)$ und $(1{,}6)$ sind die **6** möglichen Paare. **Antwort D**

8. John hat viele gleich große helle und dunkle Würfel. Er beginnt mit einem dunklen Würfel, den er auf den Tisch legt. Jetzt sind fünf Flächen des Würfels sichtbar. Im zweiten Schritt verdeckt er alle sichtbaren Flächen dieses Würfels, indem er fünf helle Würfel wie abgebildet dazulegt. Er möchte nun wieder dunkle Würfel dazulegen, sodass keine helle Außenfläche mehr sichtbar ist. Wie viele dunkle Würfel benötigt er dafür mindestens?

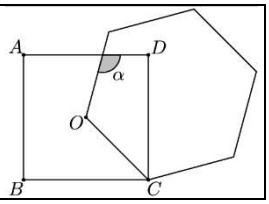


(A) 8 (B) 9 (C) 10 **(D)** 13 (E) 19

Lösung: John benötigt 8 Würfel um die Seitenflächen der unteren Würfel zu verdecken, 4 Würfel um die Seitenflächen des oberen Würfels zu verdecken und 1 Würfel um die Deckfläche des oberen Würfels zu verdecken. Er benötigt also insgesamt $8 + 4 + 1 = \mathbf{13}$ **Würfel**. **Antwort D**

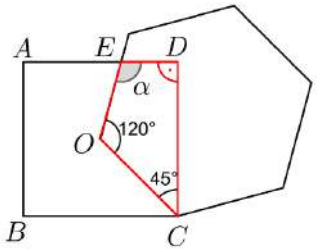


9. Wir zeichnen wie abgebildet ein Quadrat mit den Eckpunkte *A*, *B*, *C*, *D* und ein regelmäßiges Sechseck mit der Seite *OC*, wobei *O* der Mittelpunkt des Quadrats ist. Wie groß ist der Winkel α?



(A) 105° (B) 110° (C) 115° (D) 120° (E) 125°

Lösung: Sei E der Schnittpunkt des Quadrats mit dem Sechseck mit dem Winkel α, dann betrachten wir das Viereck CDEO: Der Winkel in D ist ein rechter Winkel, 90°.
Die Strecke $\overline{OC}$ entspricht der Diagonale des Quadrats und halbiert den rechten Winkel $\angle BCD$. Der Winkel $\angle OCD$ ist somit 45°.
Der Winkel in O entspricht dem Winkel in einem regelmäßigen Sechseck, 120°.
In einem Viereck ist die Winkelsumme 360°, für den Winkel α gilt somit $\alpha = 360 - 90 - 45 - 120 = \mathbf{105}°$.
Antwort A



10. Ardal umzäunt ein rechteckiges Grundstück. Der Zaun ist 40 m lang. Alle Seitenlängen des Rechtecks sind Primzahlen. Was ist der größtmögliche Flächeninhalt des Grundstücks?

(A) 84 m² **(B)** 91 m² (C) 96 m² (D) 99 m² (E) 125 m²

Lösung: Der Umfang des Rechtecks mit der Länge a und der Breite b beträgt $40\ m = 2 \cdot (a + b)$. Folglich muss für die Summe $(a + b)$ aus Länge und Breite des Rechtecks gelten: $(a + b) = 20$.
Es gibt nur zwei mögliche Wertepaare (a, b), die diese Gleichung erfüllen und gleichzeitig Primzahlen sind, nämlich $(13{,}7)$ und $(17{,}3)$. Die zugehörigen Flächeninhalte sind $13 \cdot 7 = 91$ bzw. $17 \cdot 3 = 51$ m². Der größtmögliche Flächeninhalt des Grundstückes ist also **91 m²**. **Antwort B**

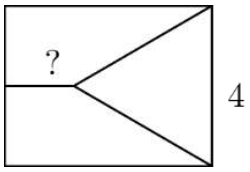
– 4 Punkte Beispiele –

11. Eine Palindromzahl ist eine Zahl, die von vorne und hinten gelesen gleich ist, wie zum Beispiel 121 oder 444. Was ist die Ziffernsumme der größten dreiziffrigen Palindromzahl, die auch ein Vielfaches von 6 ist?

(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 21 **(E)** 24

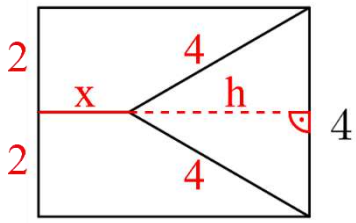
Lösung: Ist die Palindromzahl ein Vielfaches von 6, heißt das, die gesuchte Zahl muss durch 6 teilbar sein. Eine Zahl ist dann durch 6 teilbar, wenn sie durch 2 UND durch 3 teilbar ist, sonst nicht. Die gesuchte Zahl ist durch 2 teilbar, wenn ihre letzte Ziffer gerade ist {0, 2, 4, 6 oder 8}. Bei einem Palindrom ist die letzte Ziffer gleich der ersten Ziffer. Da wir die größtmögliche Zahl suchen, müssen die beiden Ziffern also jeweils 8 sein.
Weiters ist eine Zahl durch 3 teilbar, wenn ihre Ziffernsumme durch 3 teilbar ist. Wir wissen bereits, dass zwei der drei Ziffern die 8 sind. Die größtmögliche dreiziffrige Zahl, die mit 8 beginnt und mit 8 endet und deren Ziffernsumme gleichzeitig durch 3 teilbar ist, ist 888. Die Ziffernsumme lautet $8 + 8 + 8 = \mathbf{24}$.
Antwort E

12. Ein Rechteck wird wie abgebildet in drei flächengleiche Teile zerlegt. Ein Teil ist ein gleichseitiges Dreieck mit 4 cm Seitenlänge, die beiden anderen Teile sind Trapeze. Wie lang ist die kürzere der parallelen Trapezseiten?



(A) $\sqrt{2}$ **(B)** $\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 3 (E) $2\sqrt{3}$

Lösung: Bezeichnen wir die Höhe des gleichseitigen Dreiecks mit h und die gesuchte Länge mit x. Die Strecke h+x teilt die Seite des Rechtecks in zwei gleich lange Teile mit jeweils der Länge 2.



Die Fläche des Dreiecks berechnet sich mit:

$$\frac{4 \cdot h}{2}$$

Die Fläche eines der Trapeze berechnet sich mit:

$$\frac{2 \cdot (x + x + h)}{2}$$

Da die Teile flächengleich sind, gilt:

$$\frac{4 \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot (x + x + h)}{2}$$
$$2h = 2x + h$$
$$h = 2x$$

Die Höhe des gleichseitigen Dreiecks lässt sich weiters mithilfe des Pythagoras berechnen als:

$$h^2 = 4^2 - 2^2$$
$$h^2 = 12$$
$$h = \sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt{3}$$

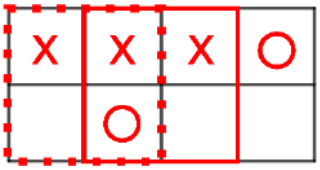
Setzt man die beiden Ausdrücke für die Höhe gleich, erhält man:

$$2x = 2 \cdot \sqrt{3}$$
$$x = \sqrt{\mathbf{3}} = \textbf{Antwort B}$$

13. Jelena füllt die abgebildete 2×4-Tabelle mit den Buchstaben *A, B, C* und *D*. Sie will sicherstellen, dass jeder Buchstabe nur einmal in jeder Zeile und in jedem der drei 2×2-Quadrate aufscheint. Auf wie viele Arten kann sie dies machen?

(A) 12 **(B)** 24 (C) 48 (D) 96 (E) 198

Lösung: Jelena verteilt die vier Buchstaben frei in der ersten Zeile. Sie hat 4 Möglichkeiten einen Buchstaben in das erste Feld zu schreiben, 3 Möglichkeiten einen Buchstaben in das zweite Feld zu schreiben, 2 Möglichkeiten einen Buchstaben in das dritte Feld zu schreiben und 1 Möglichkeit für den Buchstaben im letzten Feld. Es gibt also $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ Möglichkeiten die vier Buchstaben in die erste Zeile zu schreiben.
Die Buchstabenfolge in der zweiten Zeile ist eindeutig definiert durch die Reihenfolge der ersten Zeile. Betrachten wir die zweite Zeile: Der Buchstabe im zweiten Feld muss dem Buchstaben im vierten Feld der ersten Zeile entsprechen. Alle anderen Felder in der ersten Zeile teilen sich ein 2x2 Quadrat mit dem zweiten Feld der zweiten Zeile und dürfen somit keine gleichen Buchstaben enthalten.



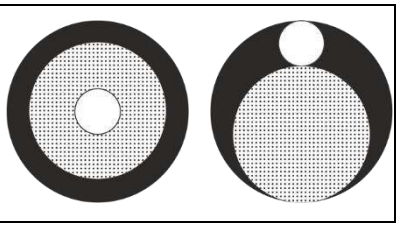
Durch ähnliche Argumentation findet man:

- Der Buchstabe im dritten Feld muss dem Buchstaben im ersten Feld der ersten Zeile entsprechen.
- Der Buchstabe im ersten Feld muss dem Buchstaben im dritten Feld der ersten Zeile entsprechen.
- Der Buchstabe im vierten Feld muss dem Buchstaben im zweiten Feld der ersten Zeile entsprechen.

Es gibt insgesamt **24 Möglichkeiten**. **Antwort B**

14. Sanjay hat drei unterschiedlich gefärbte Kreise. Er legt sie zunächst wie in Figur 1 übereinander. Dann verschiebt er sie, wie in Figur 2 abgebildet, sodass sie sich paarweise berühren. In Figur 1 ist der sichtbare schwarze Bereich sieben Mal so groß wie die Fläche des weißen Kreises. Wie verhalten sich die sichtbaren schwarzen Flächen von Figur 1 und Figur 2 zueinander?

(A) 3 : 1 (B) 4 : 3 (C) 6 : 5 **(D)** 7 : 6 (E) 9 : 7



Lösung: Bezeichnen wir die Fläche des großen schwarzen Kreises mit S, die Fläche des grauen Kreises mit G und die Fläche des kleinen weißen Kreises mit W. Für den sichtbaren schwarzen Bereich in Figure 1 gilt $A_1 = S - G = 7W$.
Für den sichtbaren schwarzen Bereich in Figure 2 gilt $A_2 = S - G - W = 7W - W = 6W$.
Die sichtbaren schwarzen Flächen verhalten sich also wie $A_1 : A_2 = \mathbf{7}:\mathbf{6}$. **Antwort D**

15. Heute wurde die Tochter der Tochter von Mary geboren. In zwei Jahren wird das Produkt der Alter von Mary, ihrer Tochter und ihrer Enkelin genau 2024 sein.
Jedes der drei Alter wird dann eine gerade Zahl sein. Wie alt ist Mary heute?

(A) 42 **(B)** 44 (C) 46 (D) 48 (E) 50

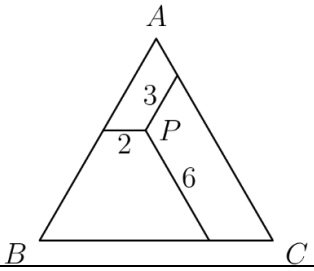
Lösung: Die heute geborene Enkelin von Mary wird in zwei Jahren 2 Jahre alt sein. Die Alter von Mary und ihrer Tochter sind gerade Zahlen, müssen also durch 2 teilbar sein. Bezeichnen wir ihre Alter mit 2m und 2d. Das Produkt der Alter der drei Frauen setzt sich dann zusammen aus:

$$2024 = Mary \cdot Tochter \cdot Enkelin = 2m \cdot 2d \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot m \cdot d$$

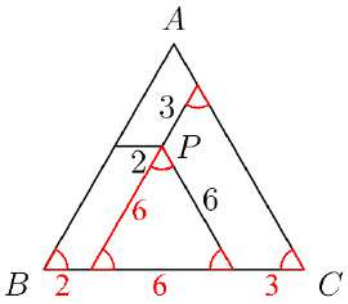
Für das Produkt $m \cdot d$ folgt: $m \cdot d = 2024 : 8 = 253$.
Die Zahl 253 kann NUR als Produkt der Primzahlen $11 \cdot 23 = 253$ geschrieben werden.
Für das Produkt der Alter erhält man damit: $2024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 23 = (2 \cdot 23) \cdot (2 \cdot 11) \cdot 2$.
Das entspricht der Primfaktorzerlegung von 2024.
Mary muss in 2 Jahren $2 \cdot 23 = 46$ Jahre alt sein. Heute ist Mary also **44** Jahre alt. **Antwort B**

16. Im Inneren eines gleichseitigen Dreiecks ABC wird ein Punkt P gewählt. Es werden dann, wie abgebildet, Strecken parallel zu den Dreiecksseiten mit den abgebildeten Längen 2 m, 3 m, und 6 m, gezeichnet. Wie groß ist der Umfang des Dreiecks?

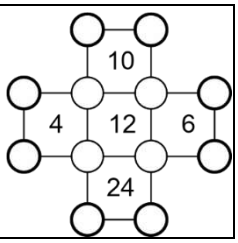
(A) 22 m (B) 26 m **(C)** 33 m (D) 39 m (E) 44 m



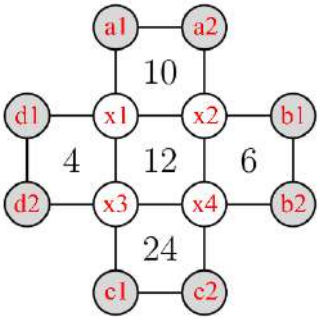
Lösung: Verlängert man die Strecke durch den Punkt P parallel zu AB bis zur Seite BC des großen Dreiecks, erhält man ein kleines gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge 6 m, ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge 9 m und ein Parallelogramm mit den Seiten 2 m und 6 m.
Die Strecke BC setzt sich somit aus Teilstücken mit der Länge $2 + 3 + 6 = 11m$ zusammen.
Da das Dreieck ABC gleichseitig ist, beträgt sein Umfang $11 \cdot 3 = \mathbf{33}\boldsymbol{m} = \mathbf{Antwort\ C}$.



17. In jeden der abgebildeten zwölf Kreise wird eine Zahl geschrieben. Die Zahlen in den Quadraten geben jeweils das Produkt der vier Zahlen in den Eckpunkten des Quadrats an. Wie lautet das Produkt der Zahlen in den acht dick umrandeten Kreisen?
(A) 20 **(B)** 40 (C) 80 (D) 120 (E) 480



Lösung: Bezeichnen wir die möglichen Zahlen in den Kreisen mit Variablen wie in der untenstehenden Abbildung gezeigt:



Für das Produkt der Zahlen in den dick umrandeten Kreisen bekommt man den Ausdruck:

$$P = (a1 \cdot a2) \cdot (b1 \cdot b2) \cdot (c1 \cdot c2) \cdot (d1 \cdot d2)$$

Und für die Produkte in den Quadraten gilt:

$$10 = a1 \cdot a2 \cdot x1 \cdot x2$$
$$6 = b1 \cdot b2 \cdot x2 \cdot x4$$
$$24 = c1 \cdot c2 \cdot x3 \cdot x4$$
$$4 = d1 \cdot d2 \cdot x1 \cdot x3$$
$$12 = x1 \cdot x2 \cdot x3 \cdot x4$$

Durch Umschreiben erhält man:

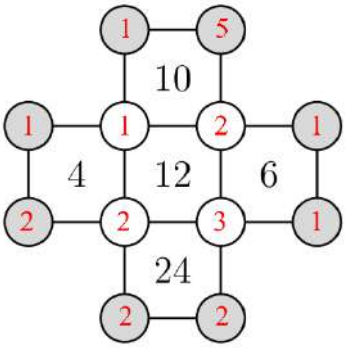
$$a1 \cdot a2 = \frac{10}{x1 \cdot x2}$$
$$b1 \cdot b2 = \frac{6}{x2 \cdot x4}$$
$$c1 \cdot c2 = \frac{24}{x3 \cdot x4}$$
$$d1 \cdot d2 = \frac{4}{x1 \cdot x3}$$

Das Umgeschriebene setzt man in den ursprünglichen Ausdruck für P ein:

$$P = \frac{10}{x1 \cdot x2} \cdot \frac{6}{x2 \cdot x4} \cdot \frac{24}{x3 \cdot x4} \cdot \frac{4}{x1 \cdot x3} = \frac{10 \cdot 6 \cdot 24 \cdot 4}{(x1 \cdot x2 \cdot x3 \cdot x4) \cdot (x1 \cdot x2 \cdot x3 \cdot x4)} = \frac{10 \cdot 6 \cdot 24 \cdot 4}{12 \cdot 12} = \mathbf{40}$$

Das Produkt beträgt **40**. **Antwort B**

Bemerkung: Die folgende Abbildung zeigt eine mögliche Verteilung von Zahlen in die Kreise.



18. Jean-Philippe hat n^3 gleich große Würfel. Er baut daraus einen großen Würfel und malt die Außenseite an. Die Anzahl der kleinen Würfel mit genau einer bemalten Seitenfläche ist danach gleich der Anzahl der kleinen Würfel, von denen keine Seitenfläche bemalt wurde. Was ist der Wert von *n*?

(A) 4 (B) 6 (C) 7 **(D)** 8 (E) 10

Lösung: Der große Würfel besteht aus $n^3 = n \cdot n \cdot n$ kleinen Würfeln. Eine Seitenfläche des großen Würfels besteht somit aus $n \cdot n$ kleinen Würfeln bzw. eine Seitenlänge dieser Seitenflächen wird von n Würfeln gebildet. Betrachten wir eine Seitenfläche des großen Würfels: Die Würfel in den Ecken haben insgesamt 3 gefärbte Flächen und die Würfel entlang der Seitenkanten 2 gefärbte Flächen. Kleine Würfel mit nur 1 bemalten Fläche bilden das innere Quadrat der Seitenfläche. Hat die gesamte Seitenfläche eine Seitenlänge von n Würfeln, hat dieses Quadrat eine Seitenlänge von $(n-2)$ Würfeln. Pro Seitenfläche des großen Würfels gibt es also ein Quadrat aus $(n-2) \cdot (n-2)$ kleinen Würfeln, die nur auf einer Seite bemalt sind. Da ein Würfel 6 Seitenflächen hat, macht das $6 \cdot (n-2) \cdot (n-2)$ kleine Würfel.

Nicht bemalt sind all jene kleinen Würfel, die im Inneren des großen Würfels liegen.

Das sind $(n-2) \cdot (n-2) \cdot (n-2)$ kleine Würfel.

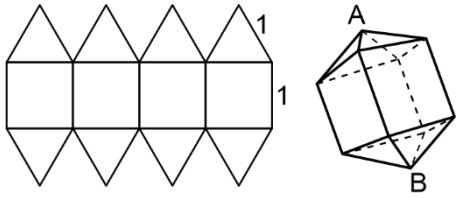
Gleichsetzen der beiden Würfel-Anzahlen ergibt:

$$6 \cdot (n-2) \cdot (n-2) = (n-2) \cdot (n-2) \cdot (n-2)$$
$$6 = n - 2$$
$$n = \mathbf{8} = \textbf{Antwort D}$$

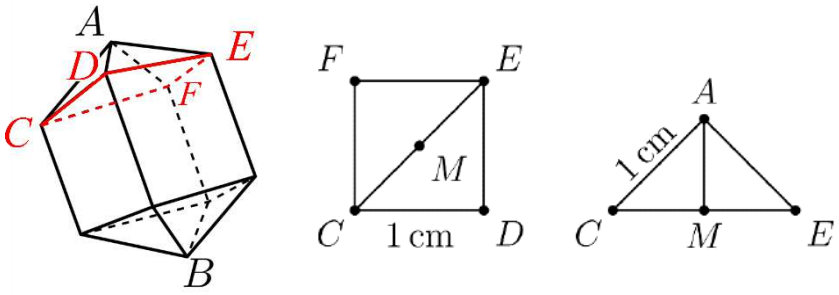
Der Wert von n ist **8**. Jean hat einen 8x8x8 Würfel gebaut.

19. Otis baut aus einer Kombination von Quadraten und Dreiecken wie abgebildet das Netz eines Körpers. Alle Seiten der Quadrate und der Dreiecke haben die Länge 1. Aus dem Netz faltet er dann den abgebildeten Körper. Wie groß ist der Abstand von *A* zu *B*?

(A) $1+\sqrt{2}$ (B) $1+\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{5}$ (E) $\frac{5}{2}$



Lösung: Betrachten wir den neu gebildeten Körper, formt das Netz der vier Quadrate einen Würfel mit Seitenlänge



1 cm und die vier Dreiecke an den Spitzen A und B formen jeweils eine Pyramide. Der Abstand von A zu B lässt sich nun in drei Teile zerlegen, bestehend aus der Seitenlänge des Würfels (1 cm) und den beiden Höhen der Pyramiden.

Die Höhen der Pyramiden sind erst zu berechnen: Deren Grundfläche ist ein Quadrat mit der Seitenlänge 1 cm ist. Beispielhaft für die Spitze A beschriften wir die Grundfläche als das Quadrat CDEF, wie im Bild gezeigt. M sei der Mittelpunkt dieses Quadrats.

Die Höhe der Pyramide ACDEF entspricht dann der Länge der Strecke $\overline{AM}$; $\overline{AM}$ ist Teil des rechtwinkeligen Dreiecks AMC, von dem wir aus der Angabe wissen, dass $\overline{AC}$ die Länge 1 cm hat. $\overline{CM}$ entspricht der Hälfte der Diagonale des Quadrats CDEF und berechnet sich (mithilfe von Pythagoras) als:

$$|\overline{CM}| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ebenfalls mithilfe des Pythagoras erhält man somit für die Länge von $\overline{AM}$:

$$|\overline{AM}|^2 = |\overline{AC}|^2 - |\overline{CM}|^2$$

$$|\overline{AM}|^2 = 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$|\overline{AM}| = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Gleiches gilt für die Höhe der Pyramide mit der Spitze B.
Für den Abstand von A zu B erhält man also:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = \mathbf{1 + \sqrt{2}} = \textbf{Antwort A}$$

20. Vlado hat in den letzten fünf Jahren an 31 Querfeldeinrennen teilgenommen. Im ersten Jahr hat er an der kleinsten Anzahl von Rennen teilgenommen, und danach hat er die Zahl in jedem Jahr gesteigert. Im fünften Jahr hat er an drei Mal so vielen Rennen teilgenommen wie im ersten Jahr.
An wie vielen Rennen hat er im vierten Jahr teilgenommen?
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

Lösung: Die Anzahl an Teilnahmen im fünften Jahr muss durch 3 teilbar und ein Vielfaches der Anzahl im ersten Jahr sein – also beispielsweise (2,…,6), (3,…,9), oder (4,…,12).
Hätte Vlado im fünften Jahr an 12 Rennen teilgenommen, wäre die kleinste Anzahl an Rennen 4+5+6+7+12=34 Rennen, die er auf jeden Fall absolvieren müsste. Das sind zu viele.
Bei 6 Rennen im fünften Jahr könnte er maximal 2+3+4+5+6=20 Rennen absolvieren, und damit zu wenig.
Damit es Vlado möglich war, 31 Rennen zu absolvieren, muss er im ersten Jahr also 3 Rennen absolviert haben und im fünften Jahr dementsprechend 9.
Da er die Anzahl an Teilnahmen in jedem Jahr steigert, ist die Zahl im vierten Jahr am zweitgrößten. Es gibt drei mögliche Werte für diese Zahl des vierten Jahres (6, 7 und 8). Ist die zweitgrößte Zahl nach 9 eine 6 (Folge 3, 4, 5, 6, 9), kann er maximal nur an 3+4+5+6+9=27 Rennen teilgenommen haben. Ist die zweitgrößte Zahl eine 7 (Folge 3, 5, 6, 7, 9), kann er maximal nur an 3+5+6+7+9=30 Rennen teilgenommen haben. Das heißt, im vierten Jahr muss er an **8 Rennen** teilgenommen haben. **Antwort C**
Die Anzahl in den anderen Jahren ist nicht eindeutig vorgegeben, eine mögliche Aufteilung wäre: 3, 4, 7, 8, 9

– 5 Punkte Beispiele –

21. Wie viele **ganze** Zahlen *k* haben die Eigenschaft, dass *k+6* ein Vielfaches von *k-6* ist?
(A) 0 (B) 4 (C) 6 (D) 8 **(E)** 12

Lösung: Bezeichnen wir das Vielfache von $k-6$ mit n, dann gilt die Beziehung:

$$k + 6 = n \cdot (k - 6)$$

$$n = \frac{k+6}{k-6}$$

Die Gleichung muss auch weiterhin stimmen, wenn man auf beiden Seiten (-1) abzieht, also:

$$n - 1 = \frac{k+6}{k-6} - 1$$

Auf der rechten Seite bringt man die Gleichung auf den gleichen Nenner und löst den Bruch auf:

$$n - 1 = \frac{k+6}{k-6} - \frac{k-6}{k-6}$$

$$n - 1 = \frac{k+6-k+6}{k-6}$$

$$n - 1 = \frac{12}{k-6}$$

Wenn n eine ganze Zahl ist, muss auch $(n-1)$ eine ganze Zahl sein – eben die nächstkleinere. Das heißt weiters, dass 12 durch $(k-6)$ ohne Rest teilbar sein muss, andernfalls ist $(n-1)$ keine ganze Zahl. Die Zahl $(k-6)$ kann als Wert also jeden ganzzahligen Teiler von 12 annehmen. Für $(k-6)$ gibt es somit die 12 Möglichkeiten $\{\pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm6, \pm12\}$. In Folge gibt es auch für k **12** Möglichkeiten. **Antwort E**

22. Auf dem Tisch stehen vier Schalen, in die einige Bonbons gelegt wurden.
Die Anzahl der Bonbons in der ersten Schale ist gleich der Anzahl der Schalen, in denen ein Bonbon liegt.
Die Anzahl der Bonbons in der zweiten Schale ist gleich der Anzahl der Schalen, in denen zwei Bonbons liegen.
Die Anzahl der Bonbons in der dritten Schale ist gleich der Anzahl der Schalen, in denen drei Bonbons liegen.
Die Anzahl der Bonbons in der vierten Schale ist gleich der Anzahl der Schalen, in denen **keine** Bonbons liegen.
Wie viele Bonbons liegen insgesamt in den Schalen?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Lösung: Für 4 oder mehr Bonbons pro Schale ergeben sich Widersprüche:

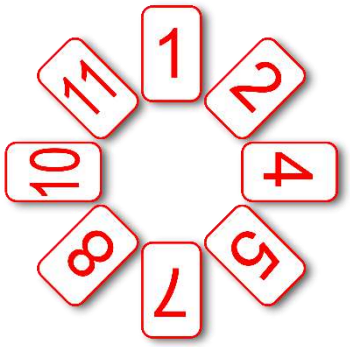
- Lägen in einer Schale *mehr* als vier Bonbons, würde das gemäß den Aussagen bedeuten, dass es auch mehr als vier Schalen geben müsste. Dies ist ein Widerspruch, da wir wissen, dass es nur vier Schalen gibt.
- Lägen in einer Schale *genau* vier Bonbons, müsste es eine Schale geben, deren Anzahl an Bonbons gleich der Anzahl an Schalen mit vier Bonbons ist. Da es die nicht gibt, ist dies ein Widerspruch.

Somit kann es jedenfalls nur Schalen mit 0, 1, 2 oder 3 Bonbons geben.
Mögliche Verteilungen sind: 2, 1, 0, 1 oder 0, 2, 0, 2.
Die Gesamtanzahl an Bonbons muss gleich der Anzahl an Schalen sein. Es liegen **4 Bonbons** in den Schalen.
Antwort C

Lösung 2: Wir betrachten die Definitionen aus der Angabe und "addieren" alle Schalen:
In der ersten, zweiten, dritten und vierten Schale *zusammen* liegen so viele Bonbons, wie es Schalen gibt, in denen 1, 2, 3 oder keine Bonbons liegen.
Das sind also alle Schalen außer jene, in denen 4 oder mehr Bonbons liegen. (Es gibt keine Mehrfachzählungen, weil keine Schale gleichzeitig beispielsweise 1 und 3 Bonbons enthalten kann.)
In jeder Schale können nach Definition maximal so viele Bonbons liegen wie es Schalen gibt, also maximal 4.
Es können aber auch in keiner Schale genau 4 Bonbons liegen: Wenn in der ersten(/zweiten/dritten/vierten) Schale 4 Bonbons liegen würden, müssten nach Definition alle vier Schalen 1(/2/3/keine) Bonbon(s) enthalten -- damit auch insbesondere diese Schale selbst, die aber 4 enthält.
Also sind in jeder Schale 0, 1, 2 oder 3 Bonbons.
Damit liegen in der ersten, zweiten, dritten und vierten Schale zusammen so viele Bonbons, wie es Schalen gibt, also 4.

23. Cristina hat 12 Karten, die mit den Zahlen 1 bis 12 nummeriert sind. Sie legt acht davon so im Kreis auf, dass jede Summe von zwei benachbarten Zahlen ein Vielfaches von 3 ist. Welche Zahlen verwendet Cristina **nicht**?
(A) 1, 5, 9, 12 (B) 3, 5, 7, 9 (C) 1, 2, 11, 12 (D) 5, 6, 7, 8 **(E)** 3, 6, 9, 12

Lösung: Von den Karten 1 bis 12 sind die Zahlen {3, 6, 9 und 12} durch 3 teilbar bzw. ein Vielfaches von 3. Verwendet Cristina eine dieser Karten, muss eine Nachbarkarte ebenfalls eine dieser Karten sein, damit die gemeinsame Summe wieder durch 3 teilbar ist. Die vier Karten mit den Zahlen 3, 6, 9 und 12 reichen aber nicht aus, um einen Kreis mit acht Karten zu legen und sie müsste andere Karten ebenfalls verwenden. Ist allerdings nur *eine* Zahl zweier benachbarter Zahlen ein Vielfaches von 3, so kann die Summe dieser beiden Zahlen kein Vielfaches von 3 mehr sein. Sobald sie die Zahlen {3, 6, 9 und 12} verwendet, gibt es also Nachbarzahlen deren Summe *kein* Vielfaches von 3 ist. Das heißt, Cristina darf die Zahlen **{3, 6, 9 und 12} nicht** verwenden.
Eine mögliche Anordnung wäre wie folgt:



24. Carl sagt an einem Tag die Wahrheit, lügt am nächsten Tag, sagt am darauffolgenden Tag wieder die Wahrheit, usw. An einem Tag hat er genau vier der folgenden fünf Aussagen gemacht.
Welche Aussage kann er an diesem Tag nicht gemacht haben?
A) 2024 ist durch 11 teilbar.
B) Morgen ist Samstag.
C) Ich habe gestern gelogen und werde morgen lügen.
D) Gestern war Mittwoch.
E) Ich sage heute die Wahrheit und werde morgen die Wahrheit sagen.

Lösung: Alle vier Aussagen dieses Tages sind entweder wahr oder gelogen.

- Aussage (A) ist sicher die Wahrheit.
- Aussage (E) ist sicher eine Lüge.
- Aussage (C) kann wahr oder falsch sein.
- Die Aussagen (B) und (D) können sicher nicht gleichzeitig wahr sein. Das heißt, mindestens eine dieser beiden Aussagen muss gelogen sein.

Unter den fünf Aussagen sind also schon mit Sicherheit *zwei* Aussagen, die Lügen sind (E und B oder D). Da zwei Aussagen gelogen sind und Carl maximal *eine* Aussage der fünf nicht getätigt hat, muss heute also ein Tag sein, an dem Carl lügt. Da (A) die einzige sicher wahre Aussage ist, kann er **Aussage (A)** heute nicht gemacht haben.

25. Die Ziffernsumme von *N* ist das Dreifache der Ziffernsumme von *N*+1.
Was ist die kleinstmögliche Ziffernsumme von *N*?
(A) 3 (B) 9 **(C)** 12 (D) 15 (E) 27

Lösung: Die Zahl *N* ist kleiner als die Zahl *N+1*, und dennoch soll die Ziffernsumme von *N* größer sein als die von *N+1*. Das ist nur möglich, wenn die Einerstelle von *N* eine 9 ist. Dann hat die Zahl *N+1* die Einerstelle 0, und die Zehnerstelle von *N+1* erhöht sich um 1 im Vergleich zu *N*.
Ist nur die Einerziffer von N gleich 9 (z.B.: 9, 19, 29, …), so ist die Ziffernsumme von *N+1* (z.B.: 10, 20, 30, …) um $9 - (1 + 0) = 8$ kleiner als jene von *N*. Sei x die Ziffernsumme von *N* und y die Ziffernsumme von *N+1*, so gilt:

$$y = x - 8$$

Weiters ist gegeben, dass die Ziffernsumme von *N* das Dreifache der Ziffernsumme von N+1 ist:

$$x = 3y$$

Einsetzen für y ergibt:

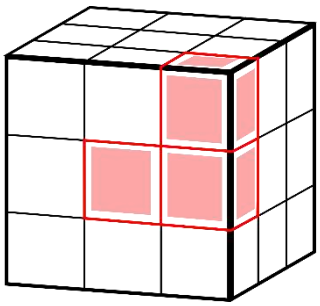
$$x = 3(x - 8)$$
$$x = 3x - 24$$
$$2x = 24$$
$$x = 12$$

Für den Fall, dass *N* auf mehr Stellen mit der Ziffer 9 endet (z.B.: 99, 199, 999, …), so ist die Differenz zwischen x und y größer als 8 und als Konsequenz muss die Ziffernsumme x immer größer als 12 sein.
Die kleinstmögliche Ziffernsumme ist also **12**. **Antwort C**

26. Jill hat einige schwarze und weiße Einheitswürfel. Sie verwendet davon 27, um einen $3\times3\times3$ Würfel zu bauen. Sie möchte erreichen, dass genau ein Drittel der Oberfläche schwarz ist.
Wenn *A* die kleinstmögliche Anzahl schwarzer Würfel bezeichnet, die sie dabei verwenden kann, und *B* die größtmögliche Anzahl, wie lautet der Wert von *B* – *A*?
(A) 1 (B) 3 (C) 6 **(D)** 7 (E) 9

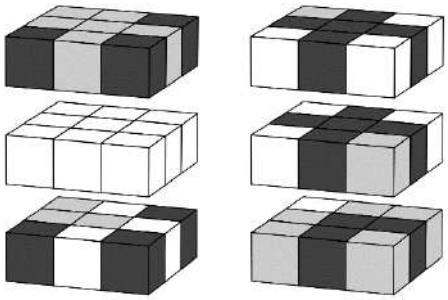
Lösung: Die Oberfläche des großen Würfels besteht aus $6 \cdot (3 \cdot 3) = 54$ Flächen der kleinen Einheitswürfel. Wenn ein Drittel der Oberfläche schwarz sein soll, müssen $54 : 3 = 18$ Flächeneinheiten schwarz sein. Es gibt 3 unterschiedliche Positionen der kleinen Einheitswürfel:

- Ein Einheitswürfel an einer Ecke trägt 3 Flächeneinheiten zur Oberfläche bei.
- Ein Einheitswürfel an einer Kante trägt 2 Flächeneinheiten zur Oberfläche bei.
- Ein Einheitswürfel in der Mitte einer Seitenfläche trägt 1 Flächeneinheit zur Oberfläche bei.



Die kleinstmögliche Anzahl schwarzer Würfel A erhält man, indem 6 der Eckwürfel schwarz sind. $(6 \cdot 3 = 18\ FläcHeneinHeiten)$ A ist 6.
Die größtmögliche Anzahl schwarzer Würfel B erhält man über 6 schwarze Würfel in der Mitte der Seitenflächen sowie 6 Würfel an den Kanten $(6 + 6 \cdot 2 = 18\ FläcHeneinHeiten)$. Außerdem kann der verdeckte Einheitswürfel im Inneren des großen Würfels schwarz sein. B ist $6 + 6 + 1 = 13$.

Für die Differenz von B und A ergibt sich: $B - A = 13 - 6 = \mathbf{7}$. **Antwort D**



27. Ann hat einen üblichen Spielwürfel 24-mal gewürfelt. Alle Zahlen von 1 bis 6 sind mindestens einmal gewürfelt worden. Die Zahl 1 ist öfter gewürfelt worden als jede andere Zahl. Ann hat dann alle gewürfelten Zahlen addiert. Was ist die größte Zahl, die sie dabei erhalten haben kann?

(A) 83 (B) 84 (C) 89 **(D)** 90 (E) 100

Lösung: Da jede Zahl mindestens einmal gewürfelt wurde, haben 6 der Würfe eine Summe von $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$. Somit sind noch 24 – 6 =18 Würfe zu untersuchen.

Wir wissen, dass Ann zwar die Zahl 1 am öftesten gewürfelt hat. Um eine möglichst hohe Summe zu erhalten, sollte die Anzahl der 6er-Würfe aber nur um eins kleiner sein als die Anzahl der 1er-Würfe. Die Tabelle zeigt einige mögliche Ausgänge:

Anzahl der 1er-Würfe	Anzahl der 6er-Würfe	Anzahl der 5er-Würfe	Anzahl der 4er-Würfe	Summe
9	8	1	0	9 + 48 + 5 = 62
8	7	3	0	8 + 42 + 15 = 65
7	6	5	0	7 + 36 + 25 = 68
6	5	5	2	6 + 30 + 25 + 8 = 69

Eine weitere Reduktion der Anzahl der 1er-Würfe vergrößert die maximale Summe nicht. Somit ergibt sich eine maximale Summe von 69 + 21 = **90**. **Antwort D**

28. Olga war im Park spazieren. Die halbe Zeit ist sie mit einer Geschwindigkeit von 2 km/h spaziert. Die halbe Distanz ist sie mit einer Geschwindigkeit von 3 km/h spaziert. Die verbleibende Zeit ist sie mit einer Geschwindigkeit von 4 km/h spaziert. Welchen Bruchteil der Zeit ist sie mit 4 km/h spaziert?

(A) $\frac{1}{14}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{7}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{4}$

Lösung: Es sei t die halbe Zeit des gesamten Spaziergangs. Die eine Hälfte t ist Olga mit 2 km/h spaziert. Die andere Hälfte t ist Olga mit 3 und 4 km/h spaziert. Davon sei x die Zeit, die sie mit einer Geschwindigkeit von 4 km/h spaziert ist. Die Zeit, die sie mit einer Geschwindigkeit von 3 km/h spazierte, ist dann $t - x$.

Für ihre zurückgelegte Distanz gilt

$$Geschwindigkeit = \frac{Weg}{Zeit} \Leftrightarrow Weg = Geschwindigkeit \cdot Zeit$$

Somit kann man folgende Tabelle aufstellen:

Geschwindigkeit	**Zeit**	**Weg**
2 km/h	t	$2 \cdot t$
3 km/h	$t - x$	$3 \cdot (t - x)$
4 km/h	x	$4 \cdot x$

Weiters weiß man, dass Olga die halbe Distanz des Weges mit 3 km/h spaziert ist. Die andere Hälfte des Weges ist sie also mit 2 und 4 km/h spaziert. Die beiden Weghälften kann man gleichsetzen und mit den Ausdrücken aus der Tabelle ergibt sich folgende Gleichung:

$$3(t - x) = 2t + 4x$$
$$3t - 3x = 2t + 4x$$
$$t = 7x$$
$$x = \frac{t}{7}$$

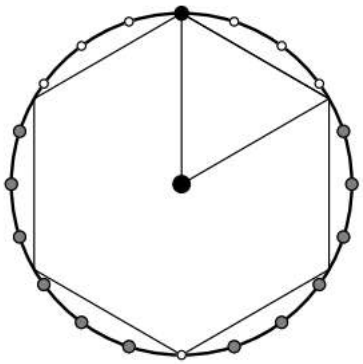
Das heißt, sie ist $\frac{1}{7}$ der Zeit t mit 4 km/h spaziert. Da ihr Spaziergang insgesamt $2t$ gedauert hat, ist sie $\frac{1}{14}$ der Gesamtzeit mit 4 km/h spaziert.

29. Längs eines Kreises werden 20 Punkte gleichmäßig verteilt. Wie viele der Sehnen, die zwei dieser Punkte verbinden, sind länger als der Kreisradius, aber kürzer als der Kreisdurchmesser?

(A) 90 (B) 100 **(C)** 120 (D) 140 (E) 160

Lösung: Bei 20 Punkten kann jeder Punkt mit genau 19 anderen Punkten durch eine Sehne verbunden werden. Jene Sehne, die einen Punkt mit dem gegenüberliegenden Punkt verbindet, ist der Durchmesser, weshalb nur noch 18 Punkte zu betrachten sind.

Damit die Sehne länger als der Radius ist, muss der zugehörige Zentriwinkel größer als 60° sein. Die Zentriwinkel der kürzesten Sehnen sind in diesem regelmäßigen 20-Eck $\frac{360}{20} = 18°$. Somit sind die 6 Sehnen zu den jeweils drei nächsten Punkten links und rechts des Punktes zu kurz, da die Zentriwinkel maximal $3 \cdot 18° = 54° < 60°$ sind. Pro Punkt erfüllen nun insgesamt $18 - 6 = 12$ Sehnen die Voraussetzung, dass sie



länger als der Radius und kürzer als der Durchmesser sind.

Da jeder Punkt doppelt gezählt wird (jede Sehne hat zwei Endpunkte), gibt es insgesamt $20 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} = \mathbf{120}$ **Sehnen**. **Antwort C**

30. In der Ebene sind *n* verschiedene Geraden gegeben, die mit $\ell_1, \ldots, \ell_n$ beschriftet sind. Die Gerade ℓ_1 schneidet 5 andere Geraden, die Gerade ℓ_2 schneidet 9 andere Geraden und die Gerade ℓ_3 schneidet 11 andere Geraden. Welche der folgenden Zahlen ist ein möglicher Wert von *n*?

(A) 11 **(B)** 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

Lösung: Da die Gerade ℓ_3 11 Schnittpunkte mit anderen Geraden hat, muss es *mindestens* 12 Geraden geben (ℓ_3 + 11 weitere). Die Gesamtanzahl an Geraden ist n.

Zwei Geraden, die sich nicht schneiden, müssen parallel zueinander sein. Hat ℓ_3 11 Schnittpunkte, sind also genau 11 Geraden nicht parallel zu ℓ_3, alle restlichen Geraden sind parallel zu ℓ_3. In der Gruppe an Geraden, zu der ℓ_3 gehört, gibt es also $(n - 11)$ parallele Geraden.

Analog gibt es in der Gruppe an Geraden, zu der ℓ_2 gehört, $(n - 9)$ parallele Geraden und in der Gruppe von ℓ_1 $(n - 5)$ parallele Geraden.

Zusätzlich gibt es vielleicht x Geraden, die zu anderen Gruppen gehören. Die Anzahlen sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

ℓ_1-Gruppe	$(n - 5)$ Geraden
ℓ_2-Gruppe	$(n - 9)$ Geraden
ℓ_3-Gruppe	$(n - 11)$ Geraden
Andere Geraden	x Geraden

Für die Gesamtanzahl an Geraden gilt:

$$(n - 5) + (n - 9) + (n - 11) + x = n$$

$$2n + x = 25$$

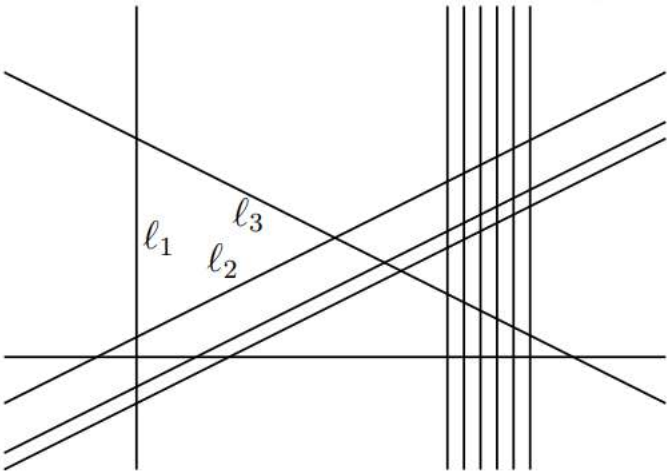
Da n mindestens 12 sein muss, und bereits $2 \cdot 12 = 24$ ist, muss $x = 1$ sein.

Insgesamt müssen es also genau **12** Geraden sein. **Antwort B**

Wie in der Abbildung zu sehen, sind jeweils 7 Geraden sowie 3 Geraden parallel zueinander, und es gibt zwei weitere Geraden, die jeweils zu keiner der anderen Geraden parallel sind.

- Die Gerade ℓ_1 ist dabei eine der 7 zueinander parallelen Geraden und hat 5 Schnittpunkte.
- Die Gerade ℓ_2 ist dabei eine der 3 zueinander parallelen Geraden und hat 9 Schnittpunkte.

- Die Gerade ℓ_3 ist eine der 2 Geraden, die zu keiner anderen parallel ist, und hat 11 Schnittpunkte.



KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 3. 2024

Kategorie: Student, 11. – 13. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 75 min.
jede richtige Antwort Beispiel 1. – 10.: 3 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 11. – 20.: 4 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 21. – 30.: 5 Punkte
jede Frage ohne Antwort: 0 Punkte
jede falsche Antwort: Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
dazu 30 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

☐Ich stimme zu, dass meine angeführten personenbezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte
Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

Ort, Datum Unterschrift

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

pwc

NXP

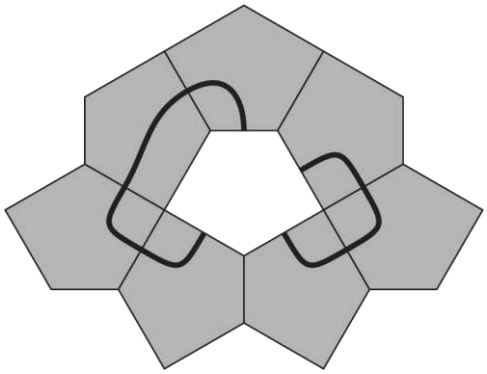
Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

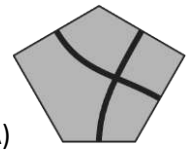
Känguru der Mathematik 2024
Gruppe Student (11. – 13. Schulstufe)
Österreich – 21. 3. 2024

- 3 Punkte Beispiele -

1. Die Winkel in einem Dreieck stehen im Verhältnis $1:3:5$. Wie groß ist der größte dieser Winkel?
(A) 80° (B) 90° (C) 100° (D) 110° (E) 120°

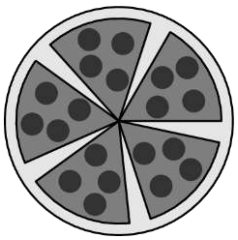
2. Ein Fliesenmuster besteht aus lauter gleichen, nicht regelmäßigen, Fünfecken. Welche der folgenden Fliesen kann man in das innere Loch legen, um eine geschlossene Kurve zu erzeugen?



(A)  (B) (C)

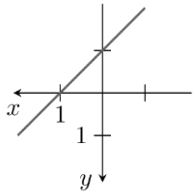
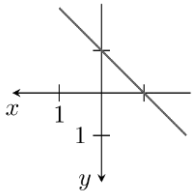
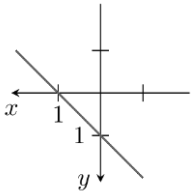
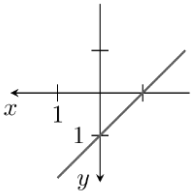
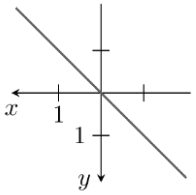
(D) (E)

3. Welche der folgenden Zahlen ist um zwei weniger als ein Vielfaches von zehn, um zwei mehr als eine Quadratzahl und das Doppelte einer Primzahl?
(A) 78 (B) 58 (C) 38 (D) 18 (E) 6



4. Ein Känguru schneidet eine Pizza in 6 gleich große Stücke. Nachdem es ein Stück gegessen hat, ordnet es die verbleibenden Stücke so an, dass die Lücken zwischen den Stücken alle gleich sind. Wie groß ist nun der Winkel in jeder Lücke?
(A) 5° (B) 8° (C) 9° (D) 10° (E) 12°

5. Julia hat die seltsame Angewohnheit, die *xy*-Ebene so zu zeichnen, dass die positiven Orientierungen der Koordinatenachsen nach links und nach unten zeigen.
Wie sieht der Graph der Gleichung y = x + 1 in Julias Koordinatensystem aus?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

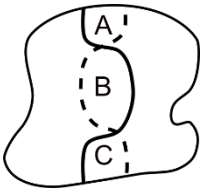
6. Kaito hat einen Spielwürfel manipuliert. Die Wahrscheinlichkeiten 2, 3, 4 oder 5 zu würfeln sind immer noch je $\frac{1}{6}$, aber die Wahrscheinlichkeit 6 zu würfeln ist jetzt doppelt so groß wie die Wahrscheinlichkeit 1 zu würfeln.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit 6 zu würfeln?
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{2}{9}$ (E) $\frac{5}{18}$

7. Welcher der folgenden Ausdrücke hat denselben Wert wie $16^{15}+16^{15}+16^{15}+16^{15}$?
(A) 4^{31} (B) 4^{38} (C) 4^{60} (D) 4^{120} (E) 4^{122}

8. Auf einem Tisch befinden sich 6 Münzen, die mit ihren Kopfseiten nach oben zeigen. In jedem Zug drehen wir genau 4 davon um.
Wie viele Züge werden mindestens benötigt, damit alle Münzen mit ihren Kopfseiten nach unten zeigen?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

9. Noah beginnt mit der Zahl 1 und multipliziert sie entweder mit 6 oder mit 10. Das Ergebnis multipliziert er wieder entweder mit 6 oder mit 10. Er wiederholt diesen Vorgang einige Male.
Welche der folgenden Zahlen kann er dabei nicht erhalten?
(A) $2^{100}\cdot 3^{20}\cdot 5^{80}$ (B) $2^{90}\cdot 3^{30}\cdot 5^{80}$ (C) $2^{90}\cdot 3^{20}\cdot 5^{70}$ (D) $2^{110}\cdot 3^{80}\cdot 5^{30}$ (E) $2^{50}\cdot 5^{50}$

10. In einem Park gibt es einen schwarzen und einen strichlierten Weg. Beide Wege halbieren genau die Fläche des Parks.
Welche der folgenden Aussagen über die Flächen der Bereiche A, B und C ist sicher richtig?

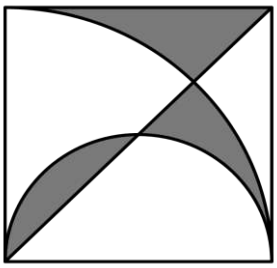


(A) $A = C$ (B) $B = A + C$ (C) $B = \frac{1}{2} \cdot (A + C)$ (D) $B = \frac{2}{3} \cdot (A + C)$ (E) $B = \frac{3}{5} \cdot (A + C)$

- 4 Punkte Beispiele -

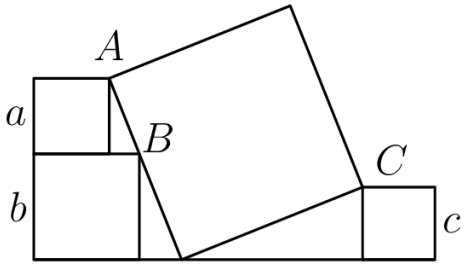
11. John hat schwarze und weiße Einheitswürfel und möchte aus 27 davon einen $3 \times 3 \times 3$ Würfel zusammenbauen. Er möchte erreichen, dass die Oberfläche genau zur Hälfte schwarz und zur Hälfte weiß ist.
Wie viele schwarze Würfel benötigt er mindestens?
(A) 14 (B) 13 (C) 12 (D) 11 (E) eine andere Zahl

12. In einem Quadrat mit der Seitenlänge 6 werden wie abgebildet eine Diagonale, ein Halbkreis und ein Viertelkreis eingezeichnet.
Wie groß ist der Flächeninhalt des grauen Bereichs?



(A) 9 (B) $3 \cdot \pi$ (C) $6 \cdot \pi - 9$ (D) $\frac{10}{3} \cdot \pi$ (E) 12

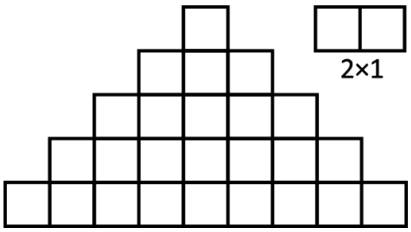
13. In der Abbildung sehen wir vier Quadrate, wobei die gesamte Konfiguration auf einer waagrechten Geraden aufliegt. Die kleineren Quadrate haben die Seitenlängen *a*, *b* und *c*. Die Eckpunkte *A* und *C* von zwei kleinen Quadraten fallen mit diagonal gegenüberliegenden Eckpunkten des großen Quadrats zusammen. Der Eckpunkt *B* des dritten kleinen Quadrats liegt auf einer Seite des großen Quadrats. Welcher der folgenden Ausdrücke gibt die Seitenlänge des großen Quadrats an?



(A) $\frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$ (B) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ (C) $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$
(D) $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$ (E) $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

14. Wir kennen zwei positive Zahlen *x* und *y* mit $x < y$. Welcher der folgenden Ausdrücke hat den größten Wert?
(A) $\frac{x + 3y}{4}$ (B) $\frac{x + 2y}{3}$ (C) $\frac{x + y}{2}$ (D) $\frac{2x + y}{3}$ (E) $\frac{3x + y}{4}$

15. Die folgende Figur besteht aus lauter gleichen Quadraten. Wie viele 2×1 - Dominos können höchsten auf die Figur gelegt werden, wenn sie jeweils genau zwei Quadrate überdecken sollen? Die Dominos können waagrecht oder senkrecht gelegt werden und dürfen einander nicht gegenseitig überdecken.



(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

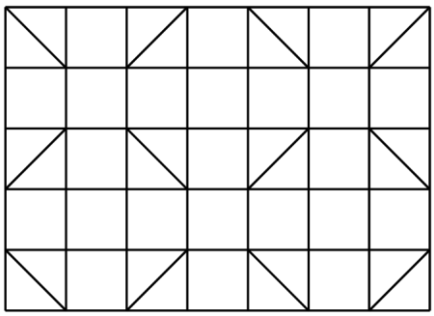
16. Wie viele dreiziffrige Zahlen gibt es, die zumindest eine der Ziffern 1, 2 oder 3 beinhalten?
(A) 27 (B) 147 (C) 441 (D) 557 (E) 606

17. Ein Lehrer schreibt die abgebildeten 7 Ziffern auf die Tafel. Er bittet einen Schüler, einige Multiplikationszeichen (x) so einzufügen, dass sich ein Produkt einiger (möglicherweise mehrziffriger) Zahlen mit dem Wert 2024 ergibt. Wie viele Multiplikationszeichen müssen zu diesem Zweck eingefügt werden?

1 1 2 2 2 2 3

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

18. Der Biber möchte die Quadrate und Dreiecke im Muster so färben, dass benachbarte Felder, auch wenn sie sich nur an einer Ecke berühren, niemals gleich gefärbt sind. Wie viele Farben benötigt er mindestens?



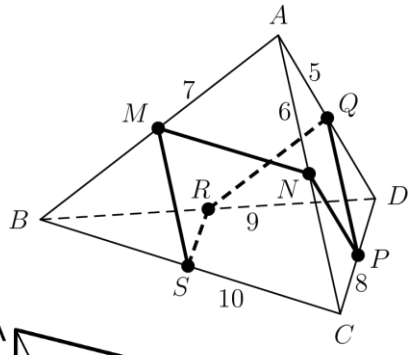
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

19. Von einer positiven ganzen Zahl *n* wissen wir, dass genau eine der folgenden Aussagen wahr ist. Welche ist die wahre Aussage?
(A) *n* ist durch 3 teilbar. (B) *n* ist durch 6 teilbar. (C) *n* ist ungerade.
(D) $n = 2$ (E) *n* ist eine Primzahl.

20. Zwei gleich lange Kerzen werden gleichzeitig angezündet. Eine Kerze wird in 4 Stunden vollständig abbrennen und die andere in 5 Stunden. Beide brennen mit konstanter Geschwindigkeit ab. Wie viele Stunden müssen sie brennen, bis eine Kerze genau 3-mal so lang wie die andere ist?

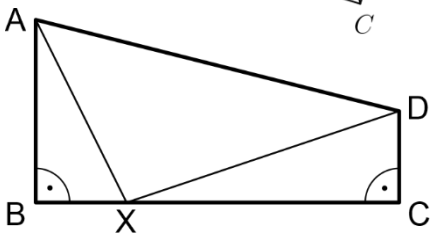
(A) $\frac{40}{11}$ (B) $\frac{45}{12}$ (C) $\frac{63}{20}$ (D) 3 (E) $\frac{47}{14}$

- 5 Punkte Beispiele -



21. Eine dreiseitige Pyramide hat Kanten der Länge 5, 6, 7, 8, 9 und 10. Die Punkte *M*, *N*, *P*, *Q*, *R* und *S* sind die Mittelpunkte der Kanten, wie in der Abbildung zu sehen ist. Was ist die Gesamtlänge des geschlossenen Streckenzugs *MNPQRSM*?

(A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23



22. Ein Viereck *ABCD* hat zwei rechte Winkel in den Eckpunkten *B* und *C*. Es gilt *AB* = 4, *BC* = 8 und *CD* = 2. Wie groß ist der kleinstmögliche Wert von *AX* + *DX*, wenn *X* ein Punkt auf der Strecke *BC* ist?

(A) $9\sqrt{2}$ (B) 12 (C) 13 (D) 10 (E) ein anderer Wert

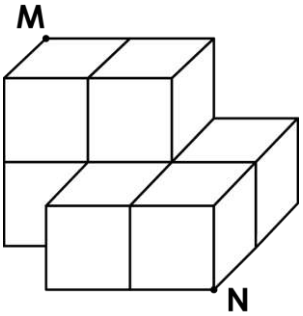
23. Wir haben 6 Karten, und auf jeder Seite jeder Karte ist je eine Zahl angeschrieben. Die Paare von Zahlen auf den Karten sind (5,12), (3,11), (0,16), (7,8), (4,14) und (9,10). Die Karten können in beliebiger Reihenfolge, mit einer beliebigen Seite nach oben, in die leeren Kästchen gesetzt werden. Was ist das kleinstmögliche Ergebnis der resultierenden Rechnung?

$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$

(A) -23 (B) -24 (C) -25 (D) -26 (E) -27

24. Ich habe eine vierziffrige Zahl $N = \overline{pqrs}$. Wenn ich ein Komma zwischen die Ziffern *q* und *r* setze, erhalte ich die Zahl $\overline{pq,rs}$. Diese ist genau der Durchschnitt der beiden Zahlen $\overline{pq}$ und $\overline{rs}$. Wie groß ist die Ziffernsumme von *N*?

(A) 14 (B) 18 (C) 21 (D) 25 (E) 27



25. Im Bild sehen wir ein Objekt, das aus 7 Würfeln mit der Kantenlänge 2 zusammengesetzt ist. Wie lang ist der kürzeste Weg von M nach N auf der Oberfläche des Objekts?

(A) 10 (B) $2\sqrt{5}+4\sqrt{2}$ (C) $4\sqrt{5}+2$ (D) $4+2\sqrt{2}+2\sqrt{5}$ (E) 14

26. Sylvia hat einige faire 12-seitige Spielwürfel, deren Seiten je mit den Zahlen 1 bis 12 beschriftet sind. Würfelt sie mit allen Würfeln zugleich, ist die Wahrscheinlichkeit genau einmal 12 zu würfeln gleich groß wie die Wahrscheinlichkeit kein einziges Mal 12 zu würfeln. Wie viele Würfel hat Sylvia?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

27. Es ist bekannt, dass die Aussagen $2^x = 3$, $2^y = 7$ und $6^z = 7$ gelten. Welche der folgenden Beziehungen muss dann gelten?

(A) $z = \frac{y}{1+x}$ (B) $z = \frac{x}{y}+1$ (C) $z = \frac{y}{x}-1$ (D) $z = \frac{x}{y-1}$ (E) $z = y - \frac{1}{x}$

28. Eine Funktion $f: R \to R$ erfüllt die Bedingung $f(20-x) = f(22+x)$ für alle reellen Zahlen *x*. Es ist bekannt, dass *f* genau zwei reelle Nullstellen besitzt. Was ist die Summe dieser beiden Nullstellen?

(A) -1 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) eine andere Zahl

29. Eine besondere vierziffrige Zahl $\overline{abcd}$ erfüllt die Gleichung $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$. Was ist der Wert von a?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

30. Ein Spielfeld besteht aus 8 Quadraten, auf denen wir Münzen stapeln wollen. Zu Beginn sind alle Felder leer. In jedem Zug wählen wir vier benachbarte Quadrate und legen jeweils eine Münze auf jedes dieser Quadrate. Die Zahlen zeigen an, wie hoch der Stapel ist. Leider hat der Tisch gewackelt und fünf der Stapel sind umgestürzt. Wie viele Münzen waren davor auf dem mit dem Fragezeichen markierten Feld?

★	30	42	★	★	36	?	★

(A) 24 (B) 30 (C) 36 (D) 48 (E) eine andere Zahl

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 3. 2024

Level: Student, Grades 11–13

Full name:	
School:	
Class:	

Time: 75 min.
30 starting points
each correct answer to questions 1. – 10.: 3 points
each correct answer to questions 11. – 20.: 4 points
each correct answer to questions 21. – 30.: 5 points
each questions left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 bis 30). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

☐Ich stimme zu, dass meine angeführten personenbezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte
Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

Ort, Datum Unterschrift

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

pwc

NXP

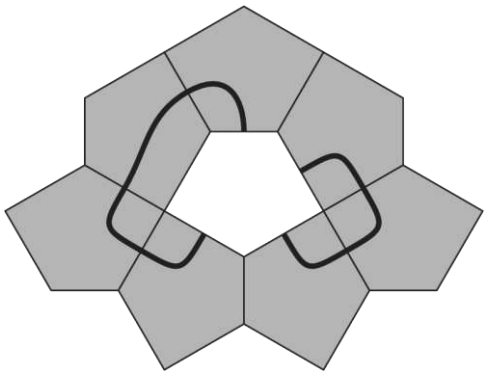
Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

Känguru der Mathematik 2024
Level Student (Schulstufe 11, 12 and 13)
Austria – 21. 3. 2024

- 3 Point Examples -

1. The angles in a triangle are in the ratio $1:3:5$. What is the biggest of those angles?
(A) 80° (B) 90° (C) 100° (D) 110° (E) 120°

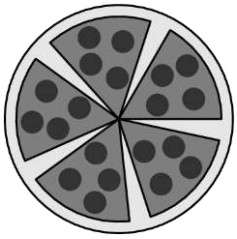
2. A tile pattern is made up of a number of identical irregular pentagons. Which of the following tiles fits into the hole in such a way that a closed curve is formed?



(A) (B) (C)

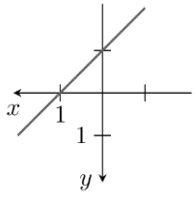
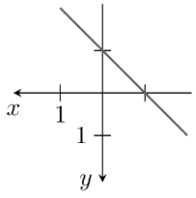
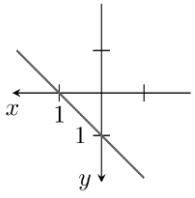
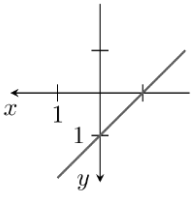
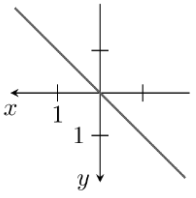
(D) (E)

3. Which of the following numbers is two less than a multiple of ten, two more than a square number and two times a prime number?
(A) 78 (B) 58 (C) 38 (D) 18 (E) 6



4. A kangaroo cuts a pizza into 6 pieces of equal size. After it has eaten one piece, it rearranges the remaining pieces, so that the gaps between the pieces are all equally big. What is the angle in each gap?
(A) 5° (B) 8° (C) 9° (D) 10° (E) 12°

5. Julia has the strange habit of drawing the *xy*-plane with the positive directions of the coordinate axes pointing to the left and downwards.
What does the graph of the equation y = x + 1 look like in Julias co-ordinate system?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

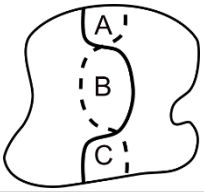
6. Kaito has manipulated a die. The probabilities of rolling a 2, 3, 4 or 5 are still $\frac{1}{6}$ each but the probability of rolling a 6 is now twice the probability of rolling a 1.
What is the probability of rolling a 6?
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{2}{9}$ (E) $\frac{5}{18}$

7. Which of the following expressions has the same value as $16^{15}+16^{15}+16^{15}+16^{15}$?
(A) 4^{31} (B) 4^{38} (C) 4^{60} (D) 4^{120} (E) 4^{122}

8. There are 6 coins on a table, each with heads facing upwards. On each move we turn over exactly 4 of the coins.
What is the minimum number of moves we must make, such that all coins are left with heads facing downwards?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

9. Noah starts with the number 1 and multiplies it with either 6 or 10. He then multiplies the result again by either 6 or 10. He repeats this process several times.
Which of the following numbers can he **not** obtain in this way?
(A) $2^{100}\cdot 3^{20}\cdot 5^{80}$ (B) $2^{90}\cdot 3^{30}\cdot 5^{80}$ (C) $2^{90}\cdot 3^{20}\cdot 5^{70}$ (D) $2^{110}\cdot 3^{80}\cdot 5^{30}$ (E) $2^{50}\cdot 5^{50}$

10. There are black and dashed paths in a park. Both paths divide the area of the park exactly in half. Which of the following statements about the areas of the sections A, B and C is definitely correct?

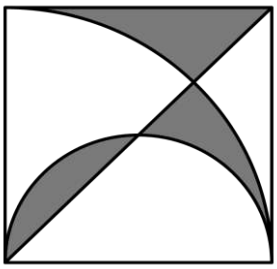


(A) $A=C$ (B) $B=A+C$ (C) $B=\frac{1}{2}\cdot(A+C)$ (D) $B=\frac{2}{3}\cdot(A+C)$ (E) $B=\frac{3}{5}\cdot(A+C)$

- 4 Point Examples -

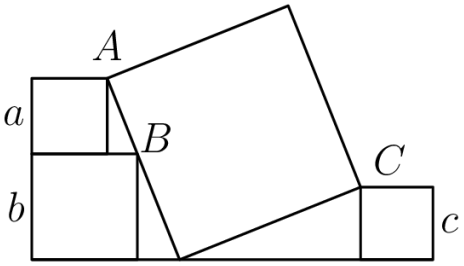
11. John has black and white unit cubes and wants to use 27 of them to build a $3\times3\times3$ cube. He wants to make sure that the surface is exactly half white and half black.
What is the minimum number of black cubes that he needs?
(A) 14 (B) 13 (C) 12 (D) 11 (E) another number

12. In a square with side length 6 a diagonal, a semi-circle and a quarter circle are drawn as shown.
What is the area of the grey region?



(A) 9 (B) $3\cdot\pi$ (C) $6\cdot\pi-9$ (D) $\frac{10}{3}\cdot\pi$ (E) 12

13. The diagram shows four squares with the entire configuration resting on a horizontal straight line. The smaller squares have side lengths *a*, *b* and *c*. The vertices *A* and *C* of two small squares coincide with diagonally opposite vertices of the big square. The vertex *B* of the third small square lies on a side of the big square. Which of the following expressions is equal to the side length of the big square?

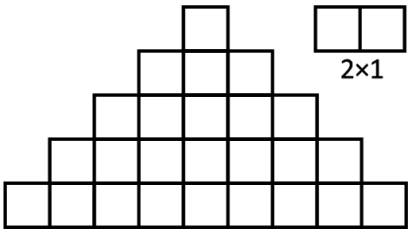


(A) $\frac{1}{2}\cdot(a+b+c)$ (B) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ (C) $\sqrt{(a+b)^2+c^2}$
(D) $\sqrt{(b-a)^2+c^2}$ (E) $\sqrt{a^2+ab+b^2+c^2}$

14. We are given two positive numbers *x* and *y* with *x* < *y*. Which of the following expressions has the biggest value?

(A) $\frac{x+3y}{4}$ (B) $\frac{x+2y}{3}$ (C) $\frac{x+y}{2}$ (D) $\frac{2x+y}{3}$ (E) $\frac{3x+y}{4}$

15. The following shape is composed of identical squares. What is the maximum number of 2×1 -dominoes that can be placed on the shape if each covers exactly two squares? The dominoes can be placed horizontally or vertically and are not allowed to cover each other.



(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

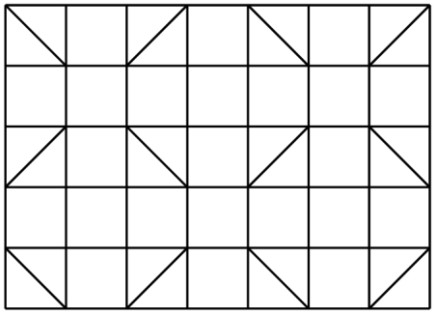
16. How many three-digit numbers are there that contain at least one of the digits 1, 2 or 3?
(A) 27 (B) 147 (C) 441 (D) 557 (E) 606

17. A teacher writes the 7 digits shown on the board. He asks a student to insert some multiplication signs (x) in such a way that the product of the resulting numbers (possibly with multiple digits) has the value 2024. How many multiplication signs must be inserted?

1 1 2 2 2 2 3

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

18. A beaver wants to colour the squares and triangles in the pattern so that adjacent cells are never the same colour, even if they only touch each other in one corner. What is the minimum number of colours he needs?



(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

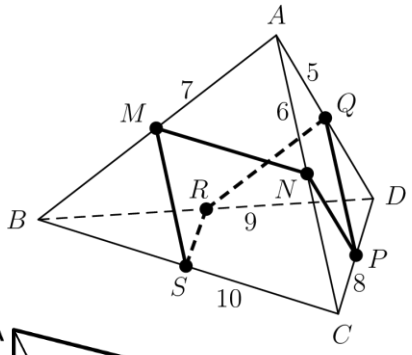
19. We know of a positive integer *n* that exactly one of the following statements is true. Which is the true statement?
(A) *n* is divisible by 3. (B) *n* is divisible by 6. (C) *n* is odd.
(D) *n* = 2 (E) *n* is prime.

20. Two candles of equal length are lit at the same time. One candle will burn down completely in 4 hours, the other in 5 hours. Both burn at a constant rate. How many hours do they have to burn until one candle is exactly 3 times as long as the other?

(A) $\frac{40}{11}$ (B) $\frac{45}{12}$ (C) $\frac{63}{20}$ (D) 3 (E) $\frac{47}{14}$

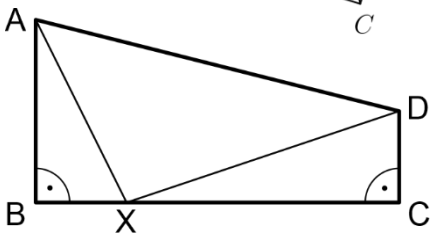
- 5 Point Examples -

21. A three-sided pyramid has edges with side lengths 5, 6, 7, 8, 9 and 10. The points *M*, *N*, *P*, *Q*, *R* and *S* are the midpoints of the edges, as shown in the diagram. What is the total length of the closed polyline *MNPQRSM*?



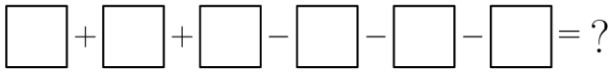
(A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23

22. A quadrilateral *ABCD* has two right angles in the vertices *B* and *C*.
It is known that *AB* = 4, *BC* = 8 and *CD* = 2. What is the smallest possible value of *AX* + *DX*, if *X* is a point on the segment *BC*?



(A) $9\sqrt{2}$ (B) 12 (C) 13 (D) 10 (E) another value

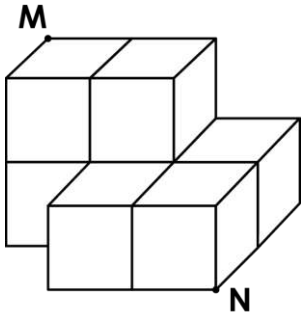
23. We have 6 cards and there is one number written on each side of each card. The pairs of numbers on the cards are (5,12), (3,11), (0,16), (7,8), (4,14) and (9,10). The cards can be placed in the empty squares in any order with any side up.



What is the smallest possible result of the calculation?

(A) -23 (B) -24 (C) -25 (D) -26 (E) -27

24. I have a four-digit number $N = \overline{pqrs}$. If I place a decimal point between the digits *q* and *r*, I obtain the number $\overline{pq.rs}$. This is exactly the average of the two numbers $\overline{pq}$ and $\overline{rs}$.
What is the sum of the digits of *N*?



(A) 14 (B) 18 (C) 21 (D) 25 (E) 27

25. The diagram shows an object composed of 7 cubes with edge length 2. How long is the shortest path from *M* to *N* on the surface of the object?

(A) 10 (B) $2\sqrt{5}+4\sqrt{2}$ (C) $4\sqrt{5}+2$ (D) $4+2\sqrt{2}+2\sqrt{5}$ (E) 14

26. Sylvia has several fair 12-sided dice, each with the numbers 1 to 12 written on their faces.
If she rolls all the dice simultaneously, the probability of rolling exactly one 12 is equally to the probability of not rolling a 12 at all. How many dice does Sylvia have?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

27. It is known that the statements $2^x = 3$, $2^y = 7$ and $6^z = 7$ are true. Which of the following relationships is therefore correct?

(A) $z = \frac{y}{1+x}$ (B) $z = \frac{x}{y}+1$ (C) $z = \frac{y}{x}-1$ (D) $z = \frac{x}{y-1}$ (E) $z = y-\frac{1}{x}$

28. A function $f: R \to R$ fulfils the condition $f(20-x) = f(22+x)$ for all real numbers *x*. It is known that *f* has exactly two real zeros. What is the sum of the two zeros?

(A) -1 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) another number

29. A special four-digit number $\overline{abcd}$ fulfils the equation $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$. What is the value of a?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

30. A game board is composed of 8 squares on which we want to stack coins. Initially, all squares are empty. On each turn we choose four adjacent squares and place one coin on each of those squares. The numbers show how high the stacks are. Unfortunately, the table wobbled and five of the stacks fell over.

★	30	42	★	★	36	?	★

How many coins were on the field indicated with a question mark before the stack fell?

(A) 24 (B) 30 (C) 36 (D) 48 (E) another number

Känguru 2024 – Student – Lösungen und Erklärungen

1. Die Winkelsumme beträgt in jedem Dreieck 180°. Das Verhältnis $1 : 3 : 5$ teilt die Winkel in insgesamt $1 + 3 + 5 = 9$ Anteile auf, also macht jeder Anteil $180°/9 = 20°$ aus. Der größte Winkel hat daher $5 \cdot 20° = \mathbf{100°}$.

2. Alle Teile müssen um genau 180° gedreht werden, damit sie überhaupt in das Loch hineinpassen. Nach dieser Drehung darf keine Linie durch die Seite links oben führen. Vor der Drehung war das die Seite rechts unten. Nur bei **(C)** geht durch diese Seite keine Linie.

3. Alle Zahlen, die um zwei kleiner sind als ein Vielfaches von zehn, enden auf 8. Von den vorgeschlagenen Zahlen sind das 78, 58, 38 und 18.

   Als nächstes überprüfen wir, welche doppelt so groß sind wie eine Quadratzahl. Dazu ziehen wir von jeder Zahl 2 ab und ziehen dann die Wurzel:

   - $\sqrt{78-2} = \sqrt{76} \approx 8{,}7 \notin \mathbb{Z}$,
   - $\sqrt{58-2} = \sqrt{56} \approx 7{,}5 \notin \mathbb{Z}$,
   - $\sqrt{38-2} = \sqrt{36} = 6$,
   - $\sqrt{18-2} = \sqrt{16} = 4$,
   - $\sqrt{6-2} = \sqrt{4} = 2$.

   Zuletzt wollen wir wissen, welche das Doppelte einer Primzahl sind. Dazu halbieren wir alle und überprüfen dann, ob wir eine Primzahl haben.

   - $78/2 = \sqrt{39} = 3 \cdot 13$,
   - $58/2 = \sqrt{29}$ prim,
   - $38/2 = \sqrt{19}$ prim,
   - $18/2 = \sqrt{9} = 3 \cdot 3$,
   - $6/2 = \sqrt{3}$ prim.

   Nur **38** erfüllt alle drei Bedingungen gleichzeitig.

4. Die Winkel an den Spitzen aller sechs Stücke zusammen betragen 360°, daher hat jedes Stück dort einen Winkel von 60°. Der Winkel eines solchen Stückes wurde nun auf fünf gleich große Winkel aufgeteilt, die daher jeweils $60°/5 = \mathbf{12°}$ betragen.

5. Wir wissen, dass der Graph eine Gerade ist, daher genügt es, zwei beliebige Punkte darauf zu finden, um die Gerade zeichnen zu können (indem wir diese Punkte mit einem Lineal verbinden).

   Am leichtesten zu zeichnen sind Punkte, die auf den Achsen liegen. Für $x = 0$ erhalten wir $y = 1$ und für $y = 0$ erhalten wir $x = -1$. Wenn wir die beiden Punkte $(0, 1)$ und $(-1, 0)$ in Julias wundersamem Koordinatensystem einzeichnen und verbinden, so erhalten wir den Graph **(D)**.

   Alternativlösungen und Anmerkungen:

   Wir beginnen mit unserem gewohnten Koordinatensystem und zeichnen die Gerade dort ein. Das Umkehren der x-Orientierung entspricht einer horizontalen Spiegelung an der y-Achse, und das Umkehren der y-Orientierung einer vertikalen Spiegelung an der x-Achse, wobei man diese Spiegelungen in beliebiger Reihenfolge nacheinander ausführen kann. Wir können uns daher diese beiden Spiegelungen der Reihe nach vorstellen und erhalten Graph **(D)**.

   Oder aber wir können uns daran erinnern, dass die Kombination einer horizontalen und einer vertikalen Spiegelung genau einer Rotation um 180° um den Schnittpunkt der Spiegelungsachsen (hier also den Koordinatenursprung) entspricht; auch damit erhalten wir Graph **(D)**.

6. Die Wahrscheinlichkeit w für 1 und 6 zusammen beträgt $w = 1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Diese wird nun im Verhältnis $1 : 2$ aufgeteilt. Daher erhält die Seite mit dem Sechser $2/3$ von w, also eine Wahrscheinlichkeit von

   $$w \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \mathbf{\frac{2}{9}}$$

   (während 1 mit einer Wahrscheinlichkeit von $1/9$ gewürfelt wird, also nur halb so wahrscheinlich ist).

7. Wir benötigen die Beobachtung $16 = 4^2$ und die Rechenregeln $(a^b)^c = a^{(b\cdot c)}$ und $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$:

$$16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15} = 4 \cdot 16^{15} = 4 \cdot (4^2)^{15} = 4^1 \cdot 4^{30} = \mathbf{4^{31}}.$$

8. Nach dem ersten Zug zeigen 4 Münzen mit dem Kopf nach unten. Im zweiten Zug haben wir mehrere Möglichkeiten, wieviele dieser Münzen wir wieder umdrehen und wie viele wir zum ersten Mal umdrehen:

   - 4 Münzen zum zweiten Mal gewählt. $\Longrightarrow$ Es zeigen wieder alle mit dem Kopf nach oben.
   - 3 Münzen zum zweiten Mal gewählt und 1 zum ersten Mal. $\Longrightarrow$ Es zeigen nun genau zwei mit dem Kopf nach unten (die nicht wieder zurückumgedrehte aus dem ersten Zug, und die im zweiten Zug erstmals umgedrehte).
   - 2 Münzen zum zweiten Mal gewählt und 2 zum ersten Mal. $\Longrightarrow$ Es zeigen nun genau vier mit dem Kopf nach unten (zwei nicht wieder zurückumgedrehte aus dem ersten Zug, und zwei im zweiten Zug erstmals umgedrehte).
   - Nur eine oder gar keine Münze zurückumzudrehen ist nicht möglich, weil wir vier Münzen umdrehen müssen und nur zwei noch nicht berührte Münzen zur Verfügung haben.

   Auch im zweiten Zug ist es also noch nicht möglich, den gewünschten Zustand zu erreichen.

   Haben wir jedoch im zweiten Zug 3 Münzen zurückumgedreht, dann zeigen nun genau zwei nach unten und entsprechend die verbliebenen vier nach oben. Indem wir diese vier auswählen, schaffen wir es im **3.** Zug.

9. Wir beobachten, dass $6 = 2 \cdot 3$ und $10 = 2 \cdot 5$. Mit jeder Multiplikation kommt zum Produkt also genau ein Faktor 2 dazu, und entweder ein Faktor 3 oder ein Faktor 5. Die Anzahl der Zweier ist daher immer gleich der Summe der Anzahl der Dreier und der Fünfer. Das ist nur bei vier der fünf Optionen erfüllt:

   (A) $100 = 20+80$, **(B)** $90 \neq 30+80$, (C) $90 = 20+70$, (D) $110 = 80+30$, (E) $50 = 0+50$.

10. Wir betrachten die Fläche, die links von allen Wegen liegt (oben und unten also vom schwarzen Weg begrenzt ist und dazwischen von strichlierten), und versuchen, deren Größe zu bestimmen.

    Wenn man bei der Berechnung vom schwarzen Weg ausgeht, sieht man, dass diese Fläche gleich der Hälfte des Parks abzüglich der Fläche B ist.

    Geht man hingegen vom strichlierten Weg aus, so ist sie gleich der halben Fläche des Parks abzüglich der Flächen A und C.

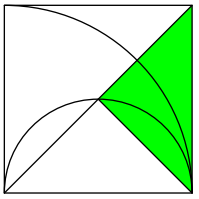
    Da man in beiden Fällen dieselbe Fläche erhält und in beiden Fällen von der halben Parkfläche beginnt, müssen die beiden Abzüge gleich groß sein, also $B = A + C$.

11. Jede der sechs Seiten des großen Würfels besteht aus 9 Seiten von kleinen Würfeln. Davon sollen genau die Hälfte, also $6 \cdot 9/2 = 3 \cdot 9 = 27$, schwarz sein.

    Je nachdem, wo er einen schwarzen Würfel einbaut, sind davon drei (Ecke), zwei (Kante), eine (Mittelfläche) oder gar keine (Mittelpunkt des Würfels) Seiten sichtbar. Möglichst effizient ist es, sie so einzubauen, dass von jedem schwarzen Würfel möglichst viele Seiten sichtbar sind.

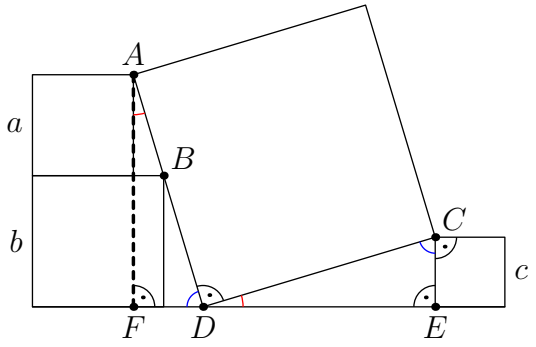
    Er hat maximal 8 Ecken zur Verfügung, damit sind bereits $8 \cdot 3 = 24$ schwarze Seiten sichtbar. Die noch fehlenden drei Seiten kann er mit einem schwarzen Würfel an einer Kante und einem als Mittelfläche einer Seite erfüllen. Insgesamt braucht er daher mindestens **10** schwarze Würfel (eine andere Zahl).

12. Wir zeichnen noch eine weitere Strecke vom Mittelpunkt zum rechten unteren Eck ein und verschieben einige der gefärbten Bereiche geschickt:



    Damit ist klar, dass der Flächeninhalt genau ein Viertel des Quadrats ausmacht, also $6 \cdot 6/4 = \mathbf{9}$.

13. Sei D der Punkt des großen Quadrats, der auf der Geraden aufliegt, und sei E der linke untere Eckpunkt des rechten kleinen Quadrats. Wir zeichnen das Lot von A auf die Gerade ein und nennen den Lotfußpunkt F:



Wegen den rechten Winkeln in den Quadraten und Lotfußpunkten sind die Dreiecke AFD und DEC kongruent. (Die roten und blauen Winkel ergänzen sich jeweils auf 90°, einerseits in D entlang der Geraden, und andererseits wegen der Winkelsumme in den rechtwinkeligen Dreiecken.)

Damit ist $FD = c$ und $AF = a + b$. Für die gesuchte Seite s ergibt sich im rechtwinkeligen Dreieck AFD aus dem Satz von Pythagoras:

$$\mathbf{s = \sqrt{(a+b)^2 + c^2}}.$$

14. Alle Ausdrücke stellen gewichtete arithmetische Mittel dar.

In $\frac{x+y}{2}$ haben beide Zahlen genau gleich viel Einfluss auf den Mittelwert.

Den Ausdruck $\frac{x+2y}{3}$ können wir uns so vorstellen, dass von einer Zahl x und zwei Zahlen y der Mittelwert gebildet wird; y hat also einen doppelt so hohen Einfluss (Gewicht) auf das Mittel wie x. In $\frac{2x+y}{3}$ ist es genau umgekehrt.

Im Ausdruck $\frac{x+3y}{4}$ hat y sogar einen dreimal so hohen Einfluss. Wir können es uns wieder vorstellen, als ob wir eine Zahl x und drei Zahlen y mitteln. In $\frac{3x+y}{4}$ ist es wieder genau umgekehrt, dass x einen dreimal so hohen Einfluss hat wie y.

Da y größer ist, ist jener Ausdruck am größten, in dem y den höchsten Einfluss hat, das ist $\frac{x+3y}{4}$.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

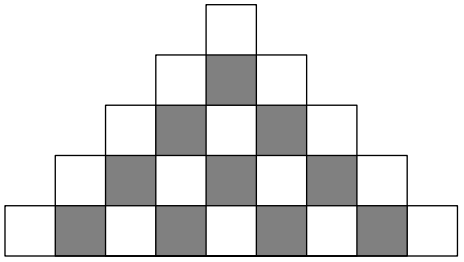
Wir können auch alle Brüche auf den kleinsten gemeinsamen Nenner 12 bringen:

$$\frac{3x+9y}{12}, \quad \frac{4x+8y}{12}, \quad \frac{6x+6y}{12}, \quad \frac{8x+4y}{12}, \quad \frac{9x+3y}{12}.$$

(Dies sind dieselben Werte, nur anders dargestellt.)

Der Nenner ist überall gleich, und unter den Zählern ist nun leicht zu sehen, dass alle genau 12 Zahlen addieren, aufgeteilt auf einige x und einige y. Daher ist jener Zähler am größten, der die meisten y verwendet.

15. Wir färben alles im Schachbrettmuster:



Jeder Domino-Stein überdeckt genau ein schwarzes und ein weißes Feld, daher können wir nicht mehr Dominos unterbringen als die verfügbaren 10 schwarzen Felder.

Umgekehrt ist es leicht, eine Anordnung zu finden, die tatsächlich 10 Steine unterbringt, etwa indem man auf jedes schwarze Feld einen Stein legt, der dieses Feld und das Feld links daneben abdeckt.

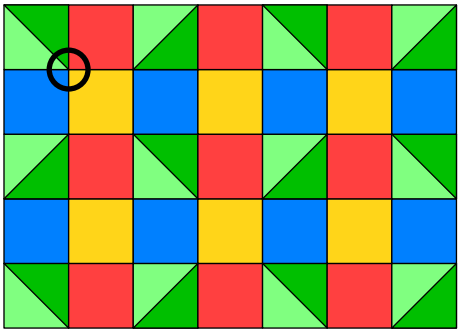
Man bringt also höchstens **10** Domino-Steine unter.

16. Es gibt insgesamt 900 dreiziffrige Zahlen (von 100 bis 999). Leichter ist es, jene zu zählen, die 1, 2 und 3 *nicht* enthalten: An der ersten Stelle dürfen diese keine 0 haben, also sind noch 6 Ziffern möglich (4, 5, 6, 7, 8, 9). An der zweiten und dritten Stelle sind jeweils 7 Ziffern (alle außer 1, 2 und 3) möglich. Alle solche Kombinationen sind gültig.

    Es gibt daher $6 \cdot 7 \cdot 7 = 294$ dreiziffrige Zahlen, die keine Ziffer 1, 2 oder 3 enthalten, und entsprechend $900 - 294 =$ **606** gesuchte Zahlen.

17. Die Primzahlzerlegung von 2023 ist $2023 = 2^3 \times 11 \times 23 = 11 \times 2 \times 2 \times 2 \times 23$. Man benötigt also **4** Multiplikationszeichen.

18. Wenn wir die Enden der Diagonalen betrachten (siehe mit Kreis markierte Stelle), sehen wir, dass dort fünf Felder zusammenstoßen, also benötigen wir mindestens fünf Farben. Eine Färbung mit **fünf** Farben ist aber auch tatsächlich möglich, beispielsweise indem man eine klassische vierfärbige Schachbrettfärbung nimmt, und die diagonalen Felder noch in hellgrün und dunkelgrün aufteilt:



19. Wenn eine Zahl n durch 6 teilbar ist (B), dann ist sie auch durch 3 teilbar (A). Daher kann (B) nicht als einzige Aussage wahr sein, und ist somit falsch.

    Wenn n durch 3 teilbar ist (A), gibt es zwei Fälle: Entweder die Zahl ist gerade, dann ist sie auch durch 6 teilbar (B), oder sie ist ungerade (C). Es wäre also mindestens eine weitere Aussage wahr. Somit kann (A) nicht wahr sein.

    Wenn n eine Primzahl ist (E), dann ist sie entweder ungerade (C) oder gleich 2 (D). Auch (E) kann daher nicht wahr sein, weil sonst mindestens eine weitere Aussage wahr wäre.

    Umgekehrt kann $n = 2$ (D) nicht wahr sein, weil die Zahl dann eine Primzahl wäre und (E) wahr.

    Somit bleibt nur **(C), n ist ungerade,** übrig. Zum Beispiel für $n = 25$ sind wie gewünscht alle anderen Aussagen falsch.

20. Wir nehmen an, die Kerzen haben jeweils eine Länge von 1. Nach einer Zeit t (in Stunden) hat die schneller abbrennende Kerze noch eine Länge von $1 - t/4$ und die langsamere von $1 - t/5$. Wir suchen also jenes t, für das

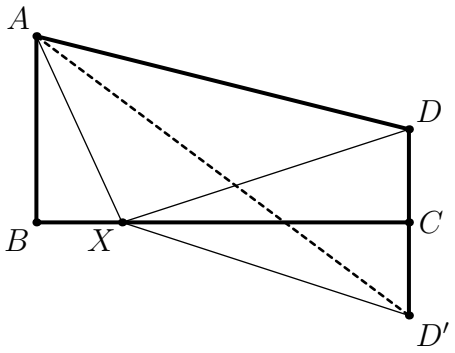
$$3 \cdot \left(1 - \frac{t}{4}\right) = 1 - \frac{t}{5}$$

    gilt. Wenn wir alles mit 20 multiplizieren, um die Nenner loszuwerden, bleibt $60 - 15t = 20 - 4t$, somit $40 = 11t$ und damit eine Zeit von $t =$ **$\frac{40}{11}$** Stunden.

21. Wenn man in einem Dreieck zwei Seitenmittelpunkte verbindet, ist diese Verbindung nach Strahlensatz parallel zur dritten Seite und genau halb so lang wie diese. Wir müssen also nur für die sechs Teilstrecken des Streckenzugs jeweils 1) das Dreieck finden, in dem sie liegt, 2) die dazu parallele Seite dieses Dreiecks betrachten, 3) die Längen dieser Dreiecksseiten addieren und am Ende die Gesamtsumme halbieren.

    MN ist parallel zu BC, NP zu AD, PQ zu AC, QR zu AB, RS zu CD, und SM zu AC. Addiert man diese parallelen Strecken, erhält man $BC + AD + AC + AB + CD + AC = 10 + 5 + 6 + 7 + 8 + 6 = 42$. Halbiert man das noch, so erhält man eine Länge des Streckenzugs von **21**.

22. Wir spiegeln D an BC und erhalten D':



Die Länge XD ist dabei wegen der Symmetrie gleich der Länge XD'. Wir suchen also jenen Punkt X, für den $AX + XD'$ minimal ist.

Nun ist der kürzeste Abstand zwischen zwei Punkten aber einfach eine gerade Strecke, und die Summe kann nie kürzer werden, als wenn X genau auf dieser direkten Verbindung liegt.

Die Länge dieser direkten Verbindung ist nach Satz von Pythagoras gleich $\sqrt{BC^2 + (AB + CD)^2} = \sqrt{8^2 + (2+4)^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = \mathbf{10}$.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Mit etwas Erfahrung erkennt man in $\sqrt{6^2 + 8^2}$ das Doppelte des pythagoräischen Tripels $3^2 + 4^2 = 5^2$, und erspart sich damit das Ausrechnen.

Es ist auch möglich, die Entfernung BX mit einer Unbekannten x zu bezeichnen. Dann haben wir $AX = \sqrt{4^2 + x^2}$ und $XD = \sqrt{(8-x)^2 + 2^2}$. Mit etwas Geschick und Geduld kann man deren Summe ableiten und Null setzen.

23. Bei jeder Karte ist klar: Falls sie in eine Box mit einem Plus davor (inklusive der ersten, die das Zeichen nicht explizit stehen hat) kommt, werden wir die kleinere Zahl wählen, und falls sie in eine Box mit einem Minus kommt, dann die größere. Wir beginnen damit, alle Karten auf die Seite mit der kleineren Zahl zu drehen, und haben nun $5 + 3 + 0 + 7 + 4 + 9 = 28$.

Die Fragestellung ist nun äquivalent dazu, drei dieser Karten auszuwählen, auf die andere Seite zu drehen und gleichzeitig das Vorzeichen zu ändern. Wir wählen dafür also jene drei Karten, die die Summe am meisten verringern. Wenn wir beispielsweise die Karte $(5, 12)$ wählen, dann addieren wir um 5 weniger zur Summe, und subtrahieren stattdessen um 12 mehr. Das Umdrehen einer Karte verändert die Summe also genau um die Summe ihrer Vorder- und Rückseite.

Die drei Karten, für die die Summe der beiden Zahlen am größten ist, sind die Karte $(9, 10)$ (Summe 19), die Karte $(4, 14)$ (Summe 18) und die Karte $(5, 12)$ (Summe 17). Die Gesamtsumme verringert sich dadurch auf $28 - 19 - 18 - 17 = \mathbf{-26}$.

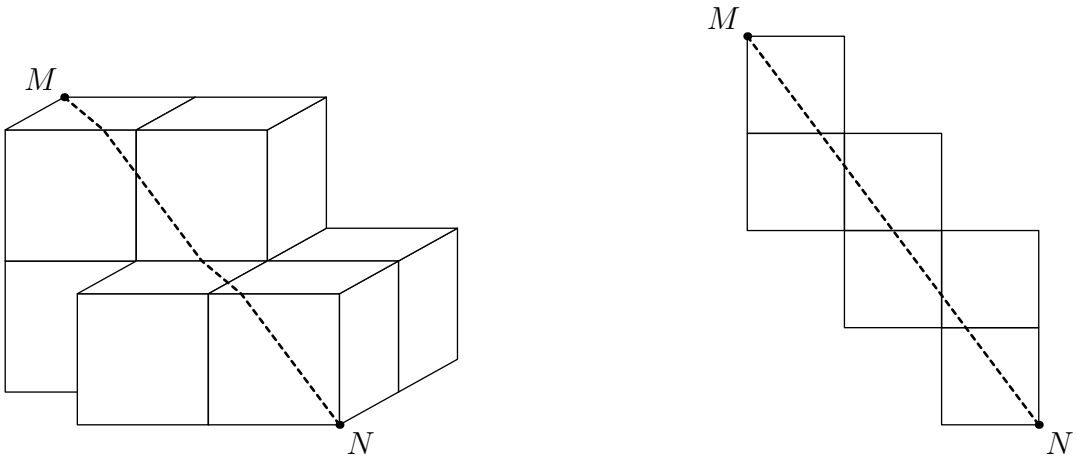
24. Der Durchschnitt $\overline{pq,rs}$ ist kaum größer als $\overline{pq}$ (nämlich um weniger als 1 größer, da sich der ganzzahlige Anteil nicht geändert hat). Einerseits muss $\overline{rs}$ größer oder gleich $\overline{pq}$ sein, da der Durchschnitt sonst kleiner als $\overline{pq}$ wäre. Da $\overline{pq}$ und $\overline{rs}$ ganze Zahlen sind, wäre andererseits bei einer Differenz von 2 oder mehr der Mittelwert bereits um mindestens 1 größer.

Also sind $\overline{pq}$ und $\overline{rs}$ entweder gleich, oder $\overline{pq}$ ist um genau 1 größer.

Im ersten Fall wäre der Mittelwert gleich den beiden Zahlen, dann hat er keine Ziffern hinter dem Komma, also wäre $\overline{rs} = 0$ und damit auch $\overline{pq} = 0$. Damit ist die Zahl $\overline{pqrs}$ aber gleich 0 und nicht vierziffrig.

Also muss $\overline{rs}$ um genau 1 größer sein. Der Mittelwert hat als gebrochenen Anteil dann 0,5, also $\overline{rs} = 50$ und $\overline{pq} = 49$. Die Zahl $N = 4950$ erfüllt die Bedingung und hat die Ziffernsumme **18**.

25. Die kürzeste Strecke, entlang der eine Ameise auf der Oberfläche des Objekts von M nach N krabbeln kann, verlauft wie folgt:



Wir klappen jenen Teil der Oberfläche, den die Ameise überquert, zu einem flachen Netz aus. Da sich die Ameise dabei insgesamt 3 Würfel weit nach links und 4 Würfel weit nach oben oder hinten bewegt, ergibt sich nach Pythagoras eine Weglänge von $\sqrt{3^2+4^2}=5$ Würfelseiten, also (wegen der Kantenlänge von 2) eine Wegstrecke von **10**.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Es bleibt zu zeigen, dass es wirklich nicht kürzer geht (wobei 10 die kleinste Antwortmöglichkeit ist, wir uns im Rahmen eines Känguru-Wettbewerbs darüber also nicht allzu sehr den Kopf zu zerbrechen brauchen). An Hand des Objekts zu argumentieren, dass beispielsweise zuerst weit nach links und dann gerade nach oben zu laufen nicht schneller ist, ist gar nicht so leicht.

Wie auch immer ein kürzerer Weg ausschauen würde, wir könnten danach aber das Netz jener Würfelflächen aufklappen, die wir besucht haben. Da wir in Summe 3 Würfel nach links, 2 nach oben und 2 nach hinten müssen, muss so ein Netz in Summe über Höhe und Breite mindestens 7 Würfelseitenlängen überspannen. Es könnte, so wie unser Netz, 3×4 sein, aber eventuell auch 2×5 (so ein Netz erhält man beispielsweise, wenn man von N zuerst ganz nach hinten läuft und dann zu M) oder 1×6. Aber $\sqrt{2^2+5^2}$ und $\sqrt{1^2+6^2}$ sind beide länger.

26. Bei n Würfeln ist die Wahrscheinlichkeit, keinen Zwölfer zu würfeln, gleich $\left(\frac{11}{12}\right)^n$. (Alle Würfel müssen eine der anderen 11 Zahlen würfeln, wofür die Wahrscheinlichkeit jeweils $\frac{11}{12}$ ist.)

Die Wahrscheinlichkeit, genau einen Zwölfer zu würfeln, ist $n\cdot\frac{1}{12}\cdot\left(\frac{11}{12}\right)^{n-1}$. (Es gibt n Möglichkeiten, welcher Würfel den einen Zwölfer würfelt, und die Wahrscheinlichkeit, dass die Würfel so fallen, ist jeweils $\frac{1}{12}$ für diesen einen Würfel und $\frac{11}{12}$ für alle anderen.)

Wenn wir diese beiden Wahrscheinlichkeiten gleichsetzen, erhalten wir

$$\left(\frac{11}{12}\right)^n = n\cdot\frac{1}{12}\cdot\left(\frac{11}{12}\right)^{n-1},$$

wovon der Faktor $\left(\frac{11}{12}\right)^{n-1}$ sofort gekürzt werden kann. Es bleibt $\frac{11}{12}=n\cdot\frac{1}{12}$, und damit $n=$ **11**.

27. Es gilt $6^z=(2\cdot 3)^z=2^z\cdot 3^z$. Mittels der ersten beiden Gleichungen $2^x=3$ und $2^y=7$ können wir 3 und 7 überall durch Zweierpotenzen ersetzen. Somit wird $6^z=7$ zu $2^z\cdot(2^x)^z=2^y$, und nach Anwendung der schon in Aufgabe 7 benutzten Rechenregeln zu $2^{z+x\cdot z}=2^y$.

Da beide Seiten dieselbe Basis 2 haben, müssen auch die Hochzahlen die Gleichheit $z+x\cdot z=y$ erfüllen, die nach z aufgelöst $z=\frac{y}{1+x}$ ergibt.

28. Der Graph der Funktion ist symmetrisch um die Achse $x=21$: Für $x=0$ sehen wir, dass $f(22)=f(20)$ gilt, für $x=1$ erhalten wir $f(23)=f(19)$, für $x=2$ folgt $f(24)=f(18)$, und so weiter. Das können wir auch generell beweisen: $f(21+a)=f(22+(a-1))=f(20-(a-1))=f(21-a)$.

Wo auch immer eine Nullstelle ist, gespiegelt an $x=21$ ist die andere. Der Mittelpunkt der beiden Nullstellen liegt daher genau bei 21, und ihre Summe bei **42** (eine andere Zahl).

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Weil die Angabe uns bereits garantiert, dass die Antwort eindeutig ist, können wir auch einfach eine willkürliche Nullstelle festlegen und schauen, was passiert. Wenn wir zum Beispiel sagen, $f(2023) = 0$, folgt $f(2023) = f(22 + 2001) = f(20 - 2001) = f(-1991)$, also liegt die zweite Nullstelle bei -1991. Addiert man die beiden, erhält man $2023 - 1991 = 42$. Das funktioniert natürlich mit jeder willkürlich gewählten Zahl, nicht nur mit 2023.

Entsprechend kann man es auch verallgemeinern und damit wieder allgemein beweisen: Wenn a eine Nullstelle ist, ist $0 = f(a) = f(22 + (a - 22)) = f(20 - (a - 22)) = f(42 - a)$, also liegt die zweite Nullstelle bei $42 - a$, und die Summe der beiden bei 42.

29. Dass die Zahl vierziffrig sein soll, schränkt wegen der Größenordnung die Möglichkeiten schon stark ein. Sobald eine der Ziffern 6 oder größer ist, ist die Summe $a^a + b^b + c^c + d^d$ mindestens fünfstellig.

    Wären alle Ziffern 4 oder kleiner, unterscheiden wir zwei Unterfälle: Wenn alle Ziffern gleich 4 sind, ist $4 \cdot 4^4 = 1024$; dann sind aber nicht alle Ziffern gleich 4. Sobald dagegen eine Ziffer kleiner als 4 ist, ist die Zahl höchstens dreistellig.

    Es kann also keine Ziffer 6 oder größer geben, und es muss mindestens eine Ziffer größer als 4 geben, also kommt 5 unter den Ziffern vor. Es gilt $5^5 = 3125$. Gäbe es eine zweite (oder gar dritte) Ziffer 5, so wäre die Tausenderziffer mindestens 6, aber wir wissen ja bereits, dass es keine Ziffer größer als 5 geben darf. Daher gibt es nur genau eine Ziffer 5.

    Selbst, wenn die anderen drei Ziffern alle so groß wie möglich wären – also maximal 4 –, ergäbe sich höchstens eine Summe von $5^5 + 3 \cdot 4^4 = 3893$.

    Damit ist die Tausenderziffer ganz sicher **3**.

    Alternativlösungen und Anmerkungen:

    Natürlich interessiert uns, wie die Zahl denn nun genau lautet, selbst, wenn wir die eigentliche Aufgabe nun schon gelöst haben. Wir wissen bereits, dass die Tausenderziffer 3 ist und eine Ziffer 5 vorkommt. Für die restlichen 2 Ziffern, die alle höchstens 4 sein können, gibt es nun nicht mehr viele Möglichkeiten. Tatsächlich stellt sich $\overline{abcd} = 3435 = 3^3 + 4^4 + 3^3 + 5^5$ als einzige Lösung heraus.

30. Wir bezeichnen die unbekannten Höhen der Münzstapel und die Anzahlen, welches Feld wie oft als linkestes der vier Quadrate gewählt wurde, wie folgt:

Höhe des Münzstapels:	P	30	42	Q	R	36	S	T
Wie oft als linkestes Feld gewählt:	a	b	c	d	e			

    Die drei rechtesten Felder können dabei nie als linkester von vier Münzstapeln gewählt worden sein.

    Die 42 Münzen am dritten Stapel ergeben sich aus $a + b + c$, während die 30 Münzen am Stapel links daneben sich nur aus $a + b$ ergeben. Also ist $c = 12$.

    Die 36 Münzen am sechsten Stapel ergeben sich aus $c + d + e$, während der gesuchte Stapel S rechts daneben nur $d + e$ Mal eine Münze erhalten hat. Er hat daher um c Münzen weniger erhalten, also nur $36 - 12 = \mathbf{24}$.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2025
20. März 2025
Kategorie: Felix, 1. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 45 Minuten

jede richtige Antwort Aufgabe 1 bis 4	3 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 5 bis 8	4 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 9 bis12	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte dazu 12 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) deiner Antwort in das Kästchen unter die Nummer der Aufgabe (1 bis 12) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4

5	6	7	8

9	10	11	12

pwc

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK EUROSYSTEM

NXP

Information über den Känguruwettbewerb:
www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Österreich – 20. März 2025 Gruppe Felix (1. Schulstufe)	Name:

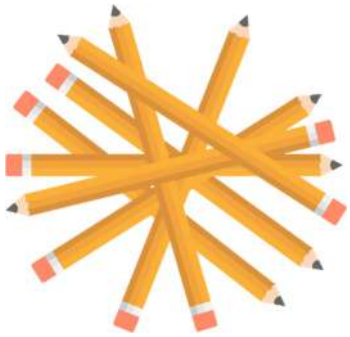
3 Punkte

1. Pablo hat sechs Luftballons.
Er verschenkt zwei seiner Luftballons.

Wie viele Luftballons hat Pablo jetzt?

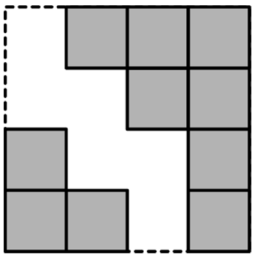
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

2. Wie viele Bleistifte sind auf dem Bild?



(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 14 (E) 16

3. Felix legt aus 16 kleinen, grauen Fliesen ein Quadrat.
Danach entfernt er einige der kleinen Fliesen – siehe Bild.

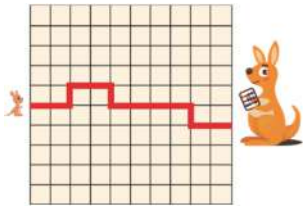


Wie viele kleine Fliesen hat er entfernt?

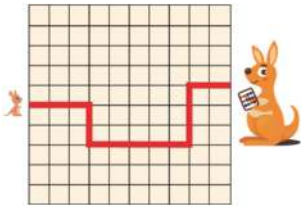
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

4. Fünf Baby-Kängurus suchen nach ihren Müttern.
Dabei springen sie entlang der eingezeichneten Linien.
Welcher Weg ist der kürzeste?

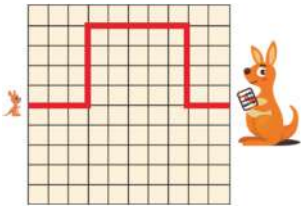
(A)



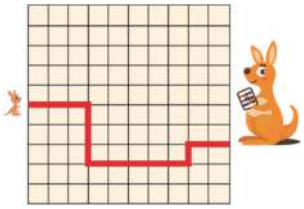
(B)



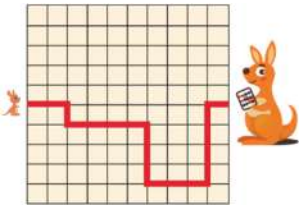
(C)



(D)

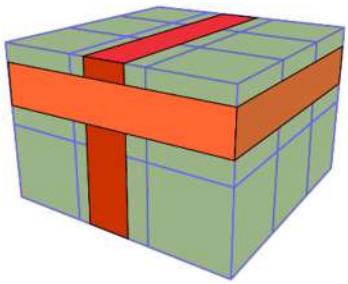


(E)



4 Punkte

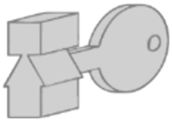
5. Laura klebt 18 Würfel zusammen.
Dann spannt sie zwei Gummibänder herum – siehe Bild.

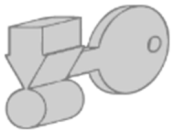


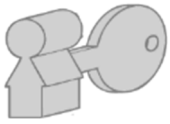
Wie viele Würfel werden von **keinem** der Gummibänder berührt?

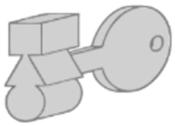
(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

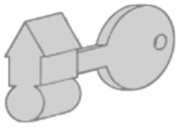
6. Welcher der Schlüssel passt ins Schloss?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

7. Ein Hund hat 2 gleich schwere Welpen.
Abbildung 1 zeigt, dass der Hund und ein Welpe zusammen 14 Kilogramm wiegen.
Abbildung 2 zeigt, dass der Hund mit beiden Welpen zusammen 18 Kilogramm wiegt.

Wie viele Kilogramm wiegt der große Hund?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

8. Alle Knöpfe an Carolas Pullover sehen genau so aus:

Welcher dieser Knöpfe ist von ihrem Pullover?

(A) (B) (C) (D) (E)

5 Punkte

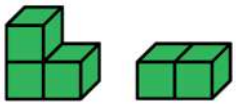
9. Alex fädelt auf eine Schnur abwechselnd weiße und schwarze Perlen.
Es werden zwei Mal 5 Perlen verdeckt – siehe Bild.

Wie viele weiße Perlen sind insgesamt verdeckt?

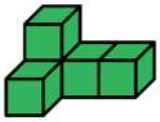
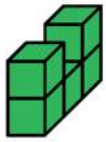
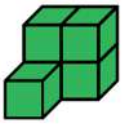
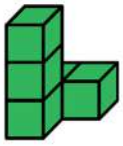
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

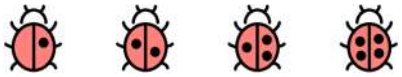
10. 17 Eichhörnchen sitzen auf 4 Bäumen.
Auf jedem Baum sind mindestens 2 Eichhörnchen.
Die Anzahl der Eichhörnchen ist auf jedem Baum verschieden.

Was ist die größtmögliche Anzahl an Eichhörnchen auf einem Baum?
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

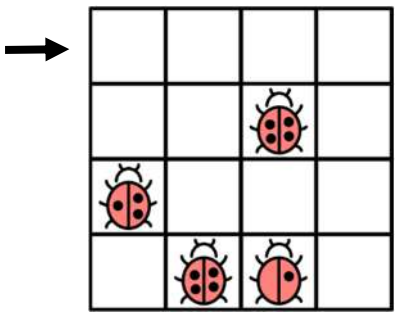
11. Mike hat diese 2 Bauklötze: 

Welches der Objekte lässt sich **nicht** mit diesen beiden Bauklötzen bauen?

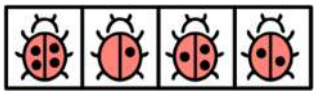
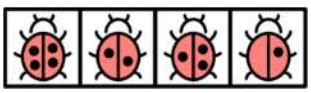
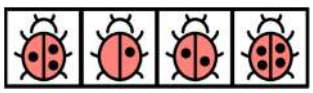
(A)  (B)  (C)  (D)  (E)

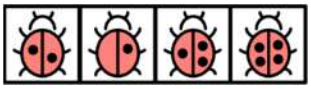
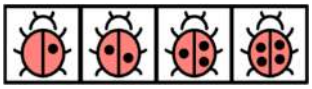
12. Amir hat Sticker mit verschiedenen Marienkäfern. 
Diese haben 1, 2, 3 oder 4 Punkte auf den Flügeln.

Amir möchte das Raster so mit seinen Stickern füllen, dass in jeder Zeile und in jeder Spalte Marienkäfer mit 1, 2, 3 und 4 Punkten kleben.



Wie muss die oberste Zeile des Rasters aussehen, nachdem Amir fertig ist?

(A)  (B)  (C) 

(D)  (E) 

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2025
20th March 2025
Level: Felix, Grade: Schulstufe 1

Full name:	
School:	
Class:	

Time: 45 min.
each correct answer to questions 1 – 5: 3 points
each correct answer to questions 6 – 10: 4 points
each correct answer to questions 11 – 15: 5 points
each question left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question
12 base points

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 to 12). Write clearly and carefully!

1	2	3	4

5	6	7	8

9	10	11	12

Information über den Känguruwettbewerb:
www.kaenguru.at

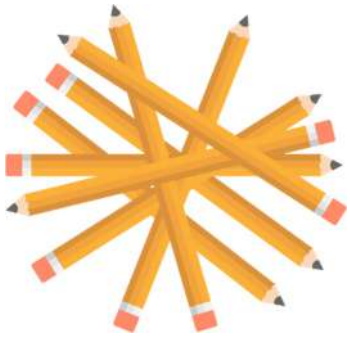
Känguru der Mathematik Austria – 20th March 2025 Level Felix (Schulstufe 1)	Name:

3 Points

1. Pablo has six balloons.
He gives away two of his balloons.

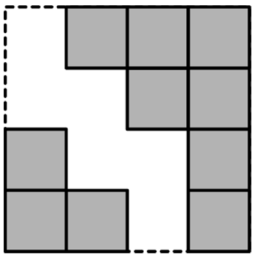
How many balloons does Pablo have now?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

2. How many pencils are in this picture?



(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 14 (E) 16

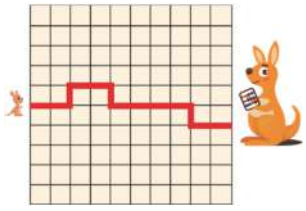
3. Felix forms a square out of 16 small, grey tiles.
He then removes some of the small tiles – see picture.



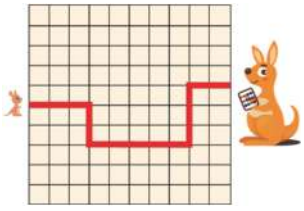
How many small tiles did he remove?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

4. Five baby kangaroos are looking for their mothers.
They jump along the lines marked.
Which path is the shortest?

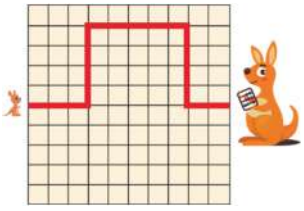
(A)



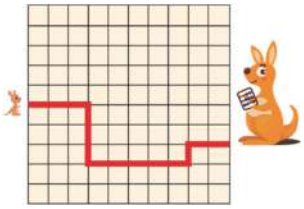
(B)



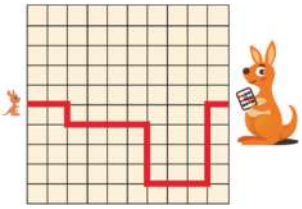
(C)



(D)

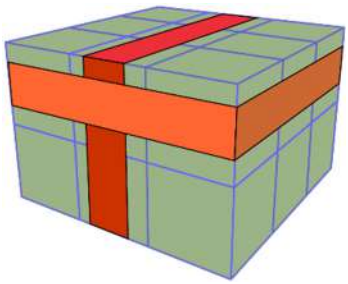


(E)



4 Points

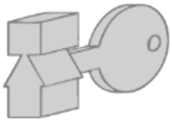
5. Laura glues together 18 cubes.
Then she stretches two rubber bands around them – see picture.

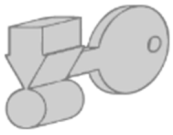


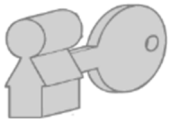
How many cubes are **not** touched by any of the rubber bands?

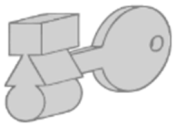
(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

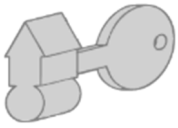
6. Which key fits the lock?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

7. A dog has 2 puppies that both weigh the same.
Picture 1 shows that the dog and one puppy together weigh 14 kilograms.
Picture 2 shows that the dog and both puppies together weigh 18 kilograms.

How many kilograms does the big dog weigh?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

8. All the buttons on Carola's sweater look exactly like this:

Which one of these buttons is from her sweater?

(A) (B) (C) (D) (E)

5 Points

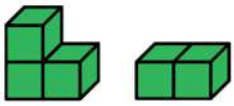
9. Alex threads white and black beads alternately onto a piece of string.
Twice, 5 beads are hidden – see picture.

How many white beads are hidden in total?

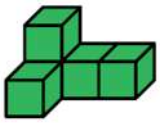
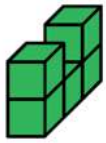
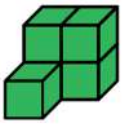
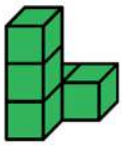
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

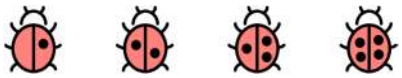
10. 17 squirrels are sitting on 4 trees.
There are at least 2 squirrels on each tree.
The number of squirrels is different on each tree.

What is the largest possible number of squirrels on one tree?
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

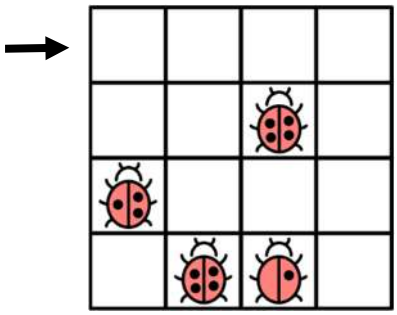
11. Mike has these 2 building blocks: 

Which of the objects **cannot** be built with these two building blocks?

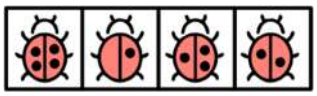
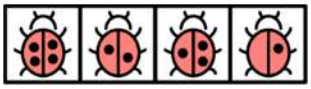
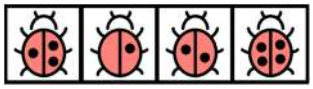
(A)  (B)  (C)  (D)  (E)

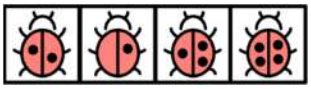
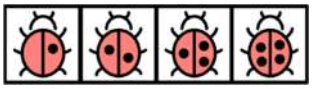
12. Amir has stickers with different ladybugs. 
They have 1, 2, 3 or 4 dots on their wings.

Amir wants to fill the grid with his stickers so that there are ladybugs with 1, 2, 3 and 4 dots in every row and in every column.



What should the top row of the grid look like when Amir is finished?

(A)  (B)  (C) 

(D)  (E) 

Känguru der Mathematik 2025
Gruppe Felix 1 (1. Schulstufe)
Österreich – 20. März 2025

Lösungsvektor

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	B	C	A	A	D	B	E	C	B	E	B

3 Punkte

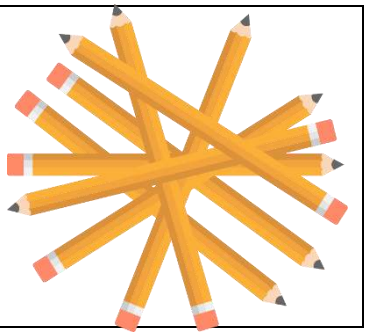
1. Pablo hat sechs Luftballons.
Er verschenkt zwei seiner Luftballons.

Wie viele Luftballons hat Pablo jetzt?
(A) 2 (B) 3 **(C) 4** (D) 5 (E) 6

Lösung: Antwort (C)

Nachdem er 2 Luftballons verschenkt hat, hat Pablo noch 6 – 2 = 4 Luftballons übrig.

2. Wie viele Bleistifte sind auf dem Bild?

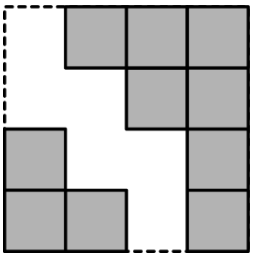


(A) 7 **(B) 8** (C) 9 (D) 14 (E) 16

Lösung: Antwort (B)

Es gibt 8 Spitzen (und 8 Radiergummis). Es gibt also 8 Bleistifte.

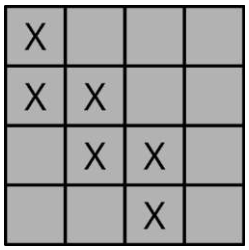
3. Felix legt aus 16 kleinen, grauen Fliesen ein Quadrat.
Danach entfernt er einige der kleinen Fliesen – siehe Bild.



Wie viele kleine Fliesen hat er entfernt?
(A) 4 (B) 5 **(C) 6** (D) 7 (E) 8

Lösung: Antwort (C)

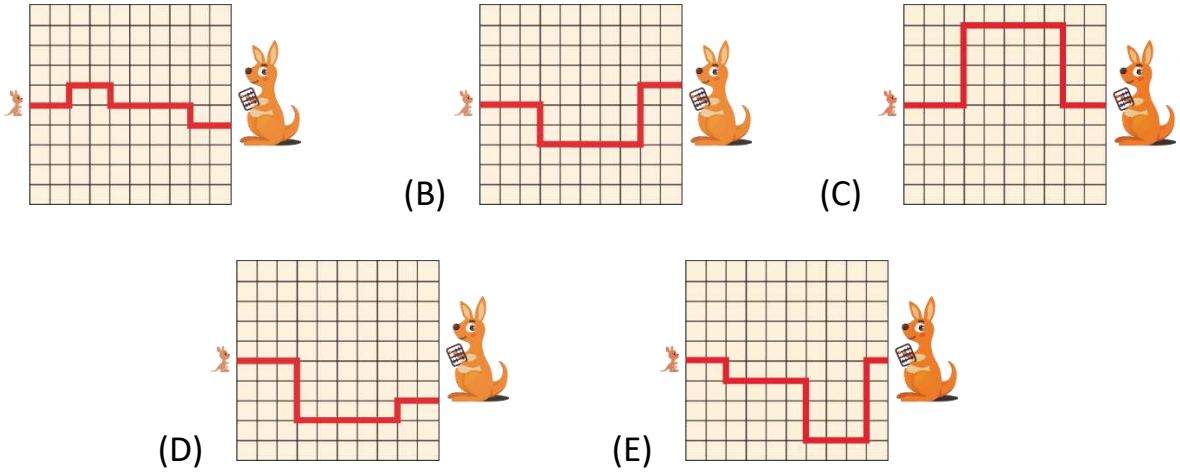
In das Bild passen 16 Quadrate.
Das Bild kann vervollständigt werden, indem 6 kleine Quadrate an den mit X markierten Stellen hinzugefügt werden.



ODER
Es liegen 10 kleine Quadrate auf dem Bild, so dass 16 – 10 = 6 fehlen.

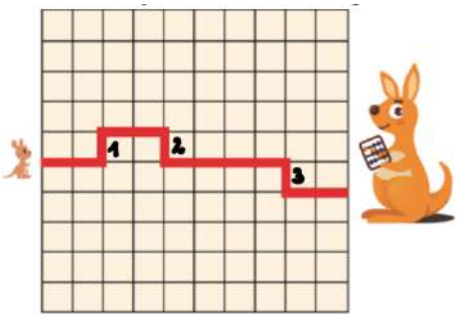
4. Fünf Baby-Kängurus suchen nach ihren Müttern.
Dabei springen sie entlang der eingezeichneten Linien.

Welcher Weg ist der kürzeste?



Lösung: Antwort (A)

Jeder Pfad besteht nur aus gleichlangen horizontalen – und vertikalen | Linienstücken.

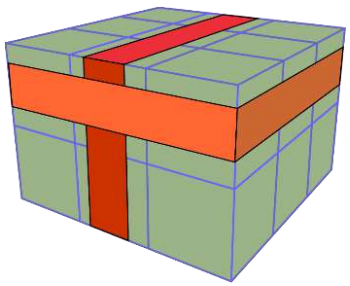


Die Gesamtlänge der horizontalen Linienstücke ist für jeden Pfad gleich.

Es reicht also aus, die Gesamtlänge der vertikalen Linienstücke zu vergleichen.

4 Punkte

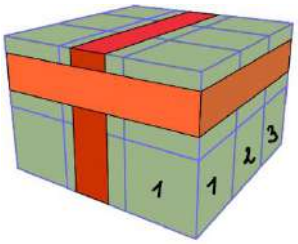
5. Laura klebt 18 Würfel zusammen.
Dann spannt sie zwei Gummibänder herum – siehe Bild.



Wie viele Würfel werden von **keinem** der Gummibänder berührt?

(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

Lösung: Antwort (A)



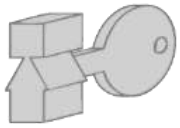
Es wurden 18 Würfel zusammengeklebt.

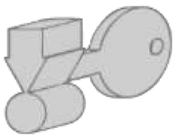
In beiden unteren Reihen auf der linken und rechten Seite verläuft kein Gummiband.
Also 2 · 3 = 6 Würfel werden nicht von einem Band berührt.

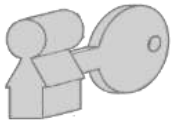
ODER

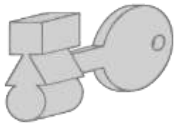
Ein Band berührt 6 Würfel, das andere Band berührt 8 Würfel, wobei genau 2 Würfel von beiden berührt werden. Also beträgt die Summe der Würfel, die von den Bändern berührt werden, 6 + 8 – 2 = 12
Daher werden 18 – 12 = 6 Würfel nicht von einem Band berührt.

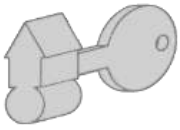
6. Welcher Schlüssel passt ins Schloss?

(A) 

(B) 

(C) 

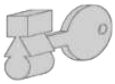
(D) 

(E) 

Lösung: Antwort (D)

Zieht man das Schloss nach, so erhält man diese Form:

Der Schlüssel muss also eine der beiden Formen haben oder .

Nur Schlüssel D passt. 

7. Ein Hund hat 2 gleich schwere Welpen.
Der Hund und ein Welpe zusammen wiegen 14 Kilogramm – siehe linke Waage.
Der Hund und beiden Welpen zusammen wiegen 18 Kilogramm – siehe rechte Waage.

Wie viele Kilogramm wiegt der große Hund?
(A) 9 **(B) 10** (C) 11 (D) 12 (E) 13

Lösung: Antwort (B)

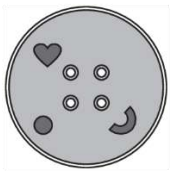
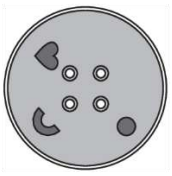
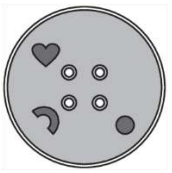
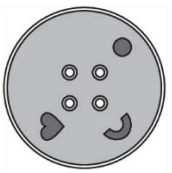
Linke Waage: Der große Hund und 1 Welpe wiegen zusammen 14 Kilogramm.
Rechte Waage: Der große Hund und 2 Welpen wiegen zusammen 18 Kilogramm.

$$18 - 14 = 4$$

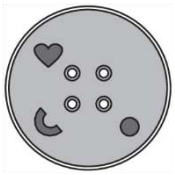
Ein Welpe wiegt also 4 Kilogramm.
Der große Hund wiegt $14 - 4 = 10$ Kilogramm.

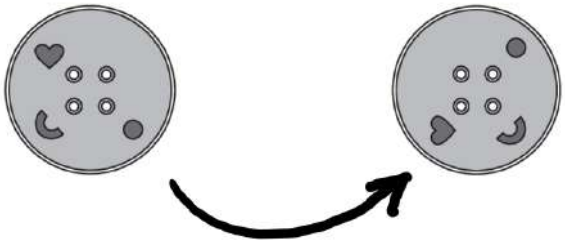
8. Alle Knöpfe an Carolas Pullover sehen genau so aus:

Welcher dieser Knöpfe ist von ihrem Pullover?

(A)  (B)  (C)  (D) **(E)** 

Lösung: Antwort (E)

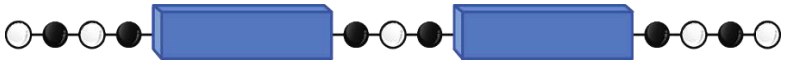
Die Knöpfe an Carolas Pullover sehen alle so aus: 



Indem wir die Angabe um eine Vierteldrehung gegen den Uhrzeigersinn drehen, erhalten wir Lösung E.

5 Punkte

9. Alex fädelt auf eine Schnur abwechselnd weiße und schwarze Perlen.
Es werden zwei Mal 5 Perlen verdeckt – siehe Bild.



Wie viele weiße Perlen sind insgesamt verdeckt?

(A) 4 (B) 5 **(C) 6** (D) 7 (E) 8

Lösung: Antwort (C)

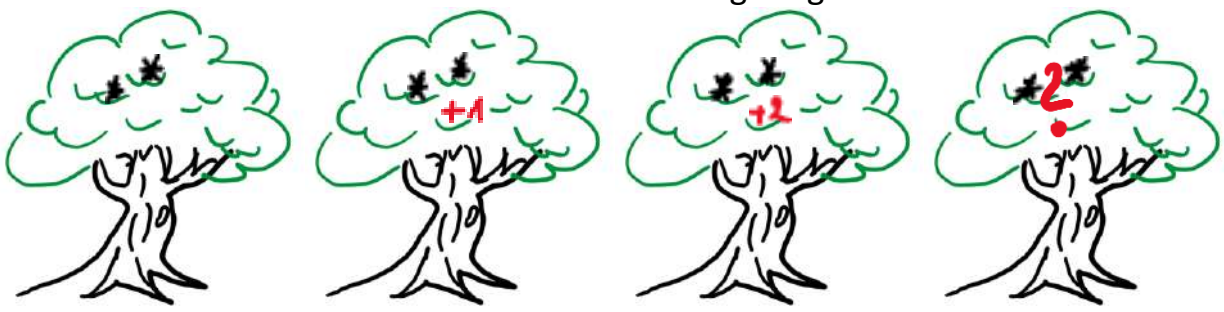
Die Perlen, die unter der ersten Box versteckt sind, sind:
weiß – **schwarz** – weiß – **schwarz** – weiß.
Die Perlen, die unter der zweiten Box versteckt sind, sind:
weiß – **schwarz** – weiß – **schwarz** – weiß.
Es sind also **6 weiße Perlen** versteckt.

10. 17 Eichhörnchen sitzen auf 4 Bäumen.
Auf jedem Baum sind mindestens 2 Eichhörnchen.
Die Anzahl der Eichhörnchen ist auf jedem Baum verschieden.

Was ist die größtmögliche Anzahl an Eichhörnchen auf einem Baum?
(A) 7 **(B) 8** (C) 9 (D) 10 (E) 11

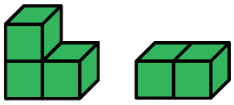
Lösung: Antwort (B)

Es gibt 4 Bäume. Auf jedem Baum sitzen mindestens 2 Eichhörnchen.
Auf jedem Baum sitzen ungleich viele Eichhörnchen.
Die Anzahl der Eichhörnchen in einem Baum ist am größten, wenn die Gesamtzahl der Eichhörnchen auf den anderen drei Bäumen am geringsten ist.

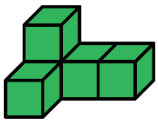
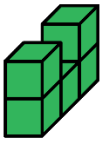
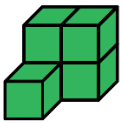
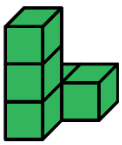


2 3 4

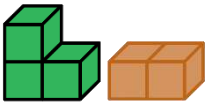
Insgesamt müssen auf diesen drei Bäumen also mindestens 2 + 3 + 4 = 9 Eichhörnchen sitzen.
Die größtmögliche Anzahl von Eichhörnchen auf einem Baum ist also 17 – 9 = 8.

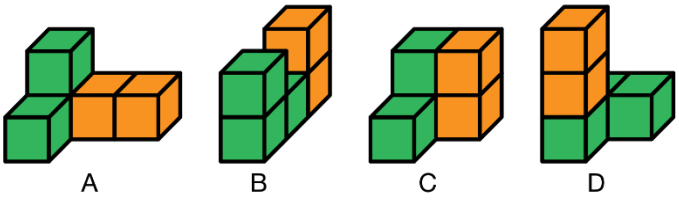
11. Mike hat diese 2 Bauklötze: 

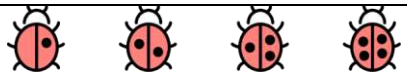
Welches der Objekte lässt sich **nicht** mit diesen beiden Bauklötzen bauen?

(A)  (B)  (C)  (D)  **(E)**

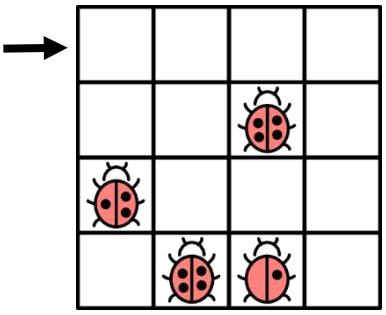
Lösung: Antwort (E)

Mike verwendet diese 2 Bauklötze: 
Die Form aus zwei Würfeln ist orange hervorgehoben.
Die Diagramme zeigen, wie diese Konstruktionen vorgenommen werden. Konstruktion E kann nicht hergestellt werden.

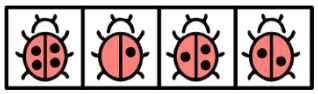
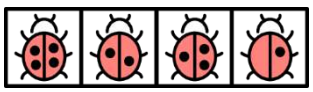
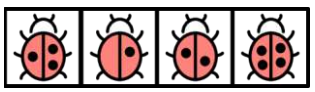


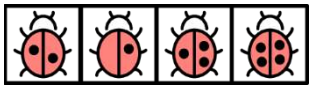
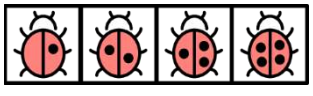
12. Amir hat Sticker mit verschiedenen Marienkäfern. 
Diese haben 1, 2, 3 oder 4 Punkte auf den Flügeln.

Amir möchte das Raster so mit seinen Stickern füllen, dass in jeder Zeile und in jeder Spalte Marienkäfer mit 1, 2, 3 und 4 Punkten kleben.



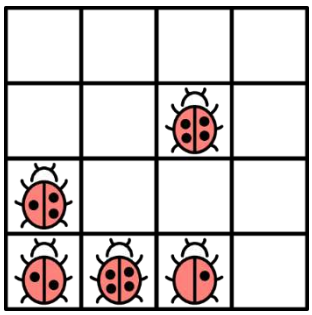
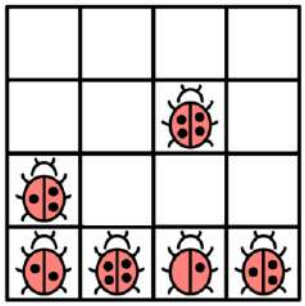
Wie muss die oberste Zeile des Rasters aussehen, nachdem Amir fertig ist?

(A)  **(B)**  (C) 

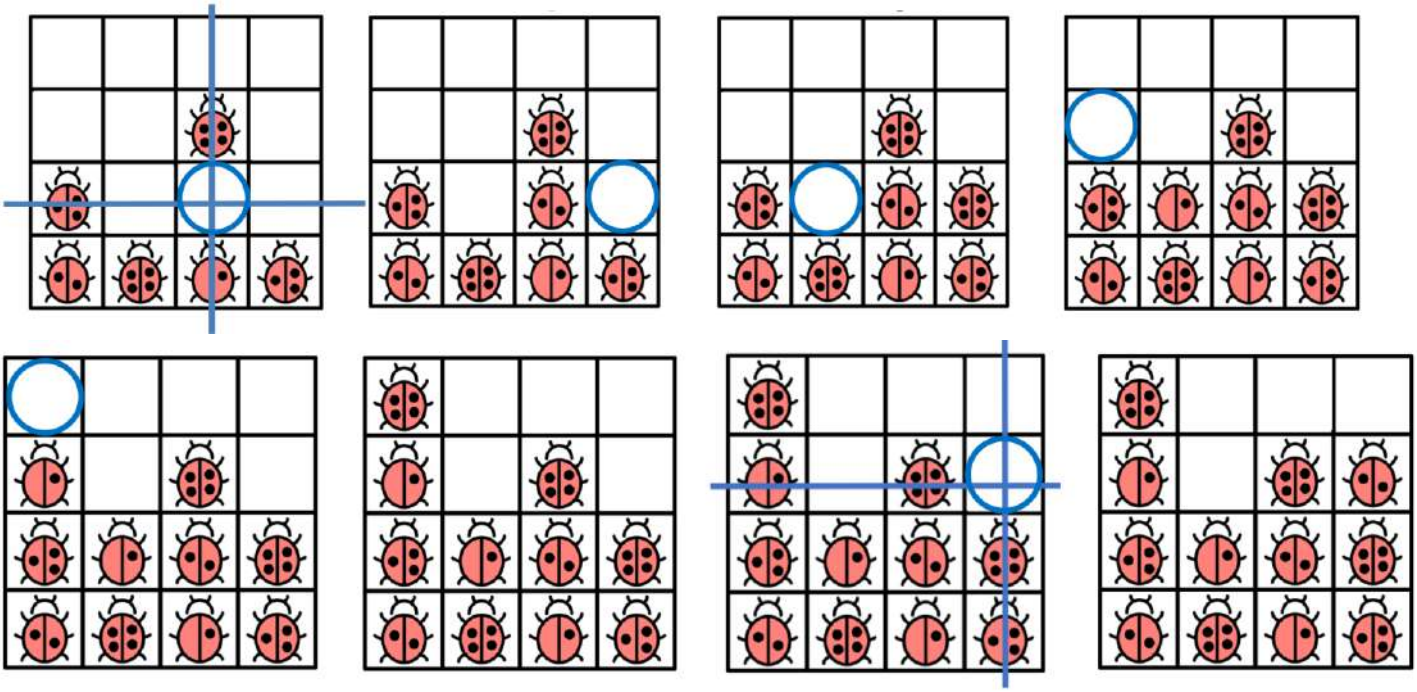
(D)  (E) 

Lösung: Antwort (B)

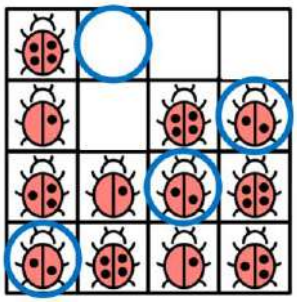
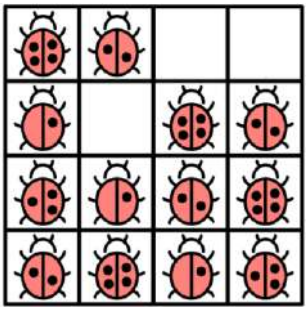
Zuerst füllen wir die unterste Zeile aus:
Da es in dieser **Zeile** bereits Marienkäfer mit 1 und 4 Punkten und in der ersten **Spalte** einen Marienkäfer mit 3 Punkten gibt, muss in das linke untere Quadrat ein Sticker mit einem Marienkäfer mit 2 Punkten geklebt werden.
In die letzte Spalte muss einer mit 3 Punkten geklebt werden.

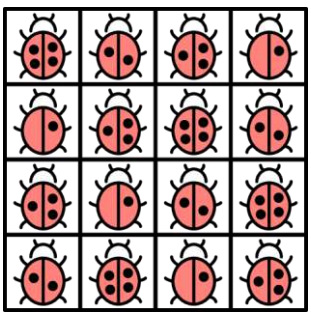
Dieser Gedankengang gilt für alle Zeilen und Spalten.



Es fehlt nun nur mehr ein Marienkäfer mit 2 Punkten in der zweiten Spalte.
Dieser muss in der obersten Zeile in der zweiten Spalte eingeklebt werden.

Das Raster kann wie folgt vervollständigt werden.



KÄNGURU DER MATHEMATIK 2025
20. März 2025
Kategorie: Felix, 2. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 60 Minuten

jede richtige Antwort Aufgabe 1 bis 5	3 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 6 bis 10	4 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 11 bis 15	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte dazu 15 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) deiner Antwort in das Kästchen unter die Nummer der Aufgabe (1 bis 15) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5

6	7	8	9	10

11	12	13	14	15

pwc

ÖNB
OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

NXP

Information über den Känguruwettbewerb:
www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Österreich – 20. März 2025 Gruppe Felix (2. Schulstufe)	Name:

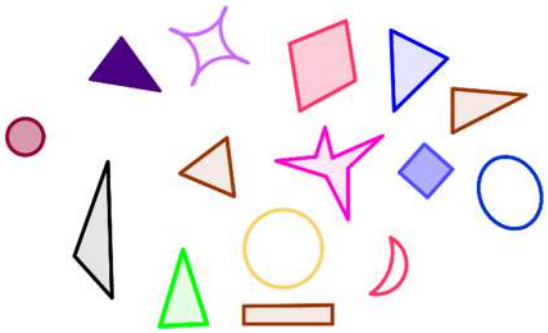
3 Punkte

1. Pablo hat sechs Luftballons.
Er verschenkt zwei seiner Luftballons.

Wie viele Luftballons hat Pablo jetzt?

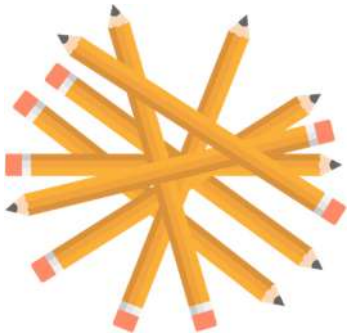
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

2. Wie viele dieser Formen sind Dreiecke?



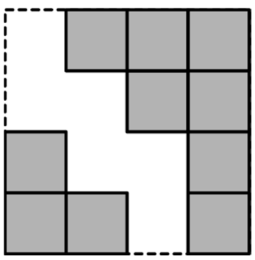
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

3. Wie viele Bleistifte sind auf dem Bild?



(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 14 (E) 16

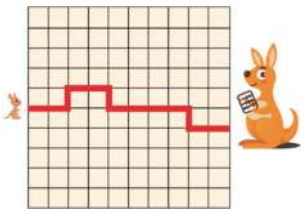
4. Felix legt aus 16 kleinen, grauen Fliesen ein Quadrat.
Danach entfernt er einige der kleinen Fliesen – siehe Bild.

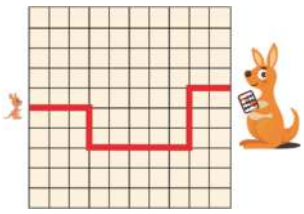


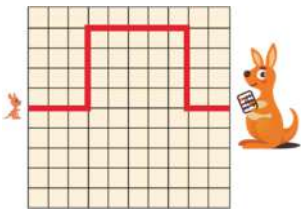
Wie viele kleine Fliesen hat er entfernt?

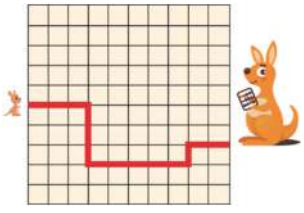
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

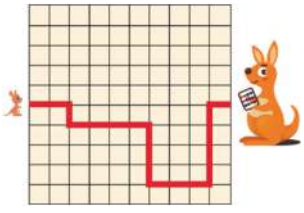
5. Fünf Baby-Kängurus suchen nach ihren Müttern.
Dabei springen sie entlang der eingezeichneten Linien.
Welcher Weg ist der kürzeste?

(A) 

(B) 

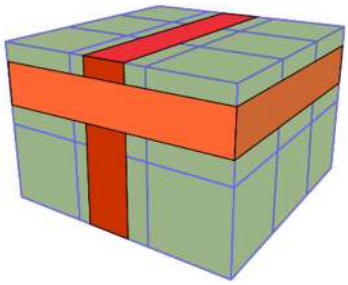
(C) 

(D) 

(E) 

4 Punkte

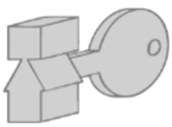
6. Laura klebt 18 Würfel zusammen.
Dann spannt sie zwei Gummibänder herum – siehe Bild.

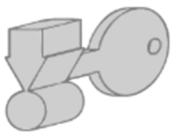


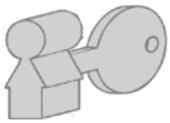
Wie viele Würfel werden von **keinem** der Gummibänder berührt?

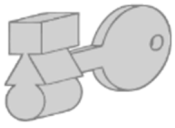
(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

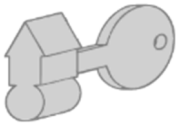
7. Welcher der Schlüssel passt ins Schloss?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

8. Ein Hund hat 2 gleich schwere Welpen.
Abbildung 1 zeigt, dass der Hund und ein Welpe zusammen 14 Kilogramm wiegen.
Abbildung 2 zeigt, dass der Hund mit beiden Welpen zusammen 18 Kilogramm wiegt.

Wie viele Kilogramm wiegt der große Hund?
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

9. Jan legt 12 Früchte auf einen Tisch.
Vera nimmt 2 Birnen, 4 Äpfel und die Hälfte der Orangen weg.
Jetzt liegen nur noch Orangen auf dem Tisch.

Wie viele Orangen sind noch übrig?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

10. Alle Knöpfe an Carolas Pullover sehen genau so aus:

Welcher dieser Knöpfe ist von ihrem Pullover?

(A) (B) (C) (D) (E)

5 Punkte

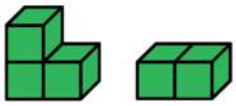
11. Alex fädelt auf eine Schnur abwechselnd weiße und schwarze Perlen.
Es werden zwei Mal 5 Perlen verdeckt – siehe Bild.

Wie viele weiße Perlen sind insgesamt verdeckt?

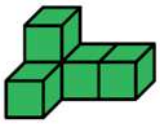
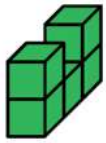
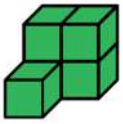
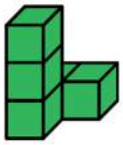
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

12. 17 Eichhörnchen sitzen auf 4 Bäumen.
Auf jedem Baum sind mindestens 2 Eichhörnchen.
Die Anzahl der Eichhörnchen ist auf jedem Baum verschieden.

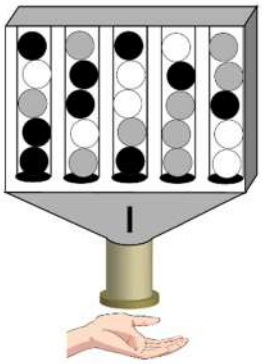
Was ist die größtmögliche Anzahl an Eichhörnchen auf einem Baum?
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

13. Mike hat diese 2 Bauklötze: 

Welches der Objekte lässt sich **nicht** mit diesen beiden Bauklötzen bauen?

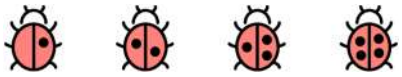
(A)  (B)  (C)  (D)  (E)

14. Jedes Mal, wenn eine Münze in den Automaten geworfen wird, fällt aus einer der fünf Röhren die unterste Kugel heraus.

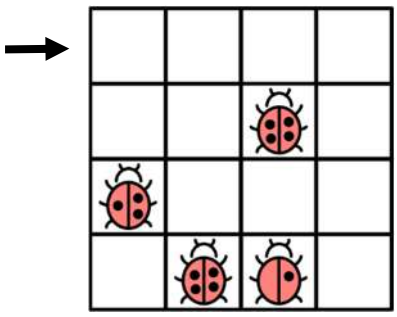


Wie viele Münzen muss Barbara einwerfen, damit sie **sicher** mindestens eine weiße Kugel bekommt?

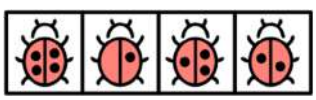
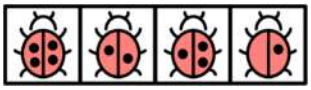
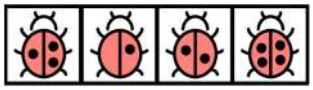
(A) 6 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 15

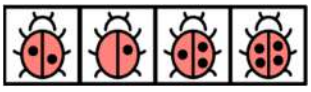
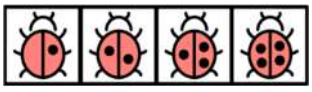
15. Amir hat Sticker mit verschiedenen Marienkäfern. 
Diese haben 1, 2, 3 oder 4 Punkte auf den Flügeln.

Amir möchte das Raster so mit seinen Stickern füllen, dass in jeder Zeile und in jeder Spalte Marienkäfer mit 1, 2, 3 und 4 Punkten kleben.



Wie muss die oberste Zeile des Rasters aussehen, nachdem Amir fertig ist?

(A)  (B)  (C) 

(D)  (E) 

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2025
20th March 2025
Level: Felix, Grade: Schulstufe 2

Full name:	
School:	
Class:	

Time: 60 min.

each correct answer to questions 1 – 5: 3 points
each correct answer to questions 6 – 10: 4 points
each correct answer to questions 11 – 15: 5 points
each question left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question
15 base points

Please write the letter (A, B, C, D, E) of the correct answer in the square under the question number (1 to 15). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5

6	7	8	9	10

11	12	13	14	15

pwc

ÖNB OESTERREICHISCHE NATIONALBANK EUROSYSTEM

NXP

Information über den Känguruwettbewerb:
www.kaenguru.at

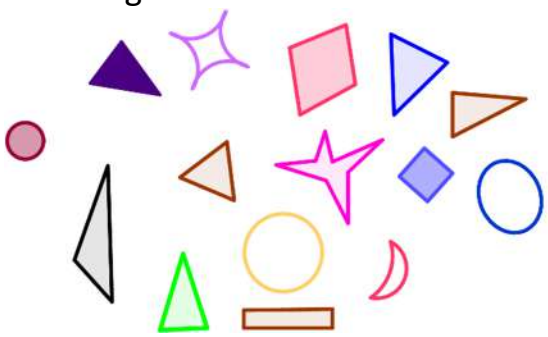
Känguru der Mathematik Austria – 20th March 2025 Level Felix (Schulstufe 2)	Name:

3 Points

1. Pablo has six balloons.
He gives away two of his balloons.

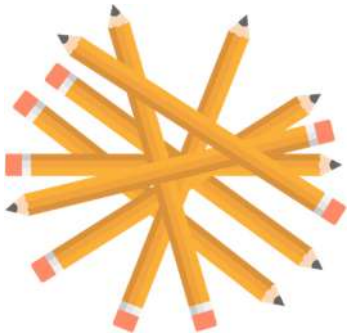
How many balloons does Pablo have now?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

2. How many of these shapes are triangles?



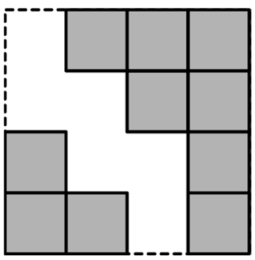
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

3. How many pencils are in this picture?



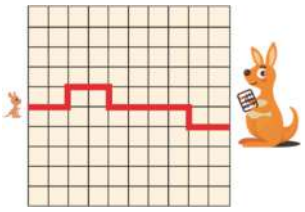
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 14 (E) 16

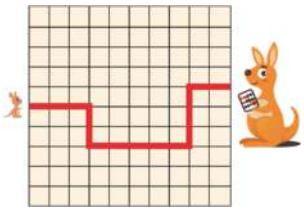
4. Felix forms a square out of 16 small, grey tiles.
He then removes some of the small tiles – see picture.

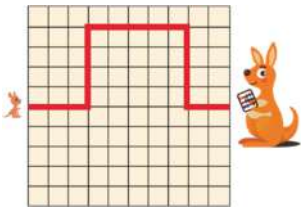


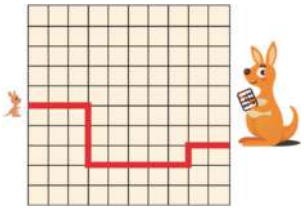
How many small tiles did he remove?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

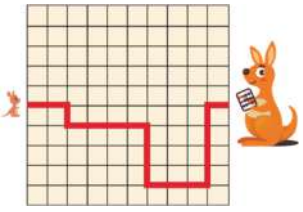
5. Five baby kangaroos are looking for their mothers.
They jump along the lines marked.
Which path is the shortest?

(A) 

(B) 

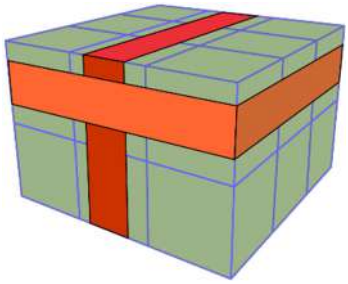
(C) 

(D) 

(E) 

4 Points

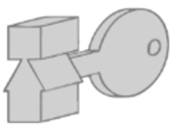
6. Laura glues together 18 cubes.
Then she stretches two rubber bands around them – see picture.

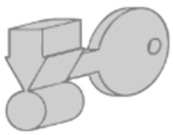


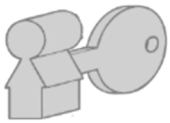
How many cubes are **not** touched by any of the rubber bands?

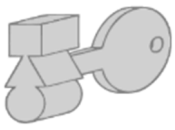
(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

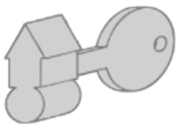
7. Which key fits the lock?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

8. A dog has 2 puppies that both weigh the same.
Picture 1 shows that the dog and one puppy together weigh 14 kilograms.
Picture 2 shows that the dog and both puppies together weigh 18 kilograms.

How many kilograms does the big dog weigh?
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

9. Jan puts 12 pieces of fruit on a table.
Vera takes away 2 pears, 4 apples and half of the oranges.
Now there are only oranges on the table.

How many oranges are left?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

10. All the buttons on Carola's sweater look exactly like this:

Which one of these buttons is from her sweater?

(A)
(B)
(C)
(D)
(E)

5 Points

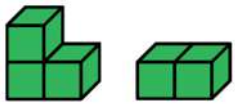
11. Alex threads white and black beads alternately onto a piece of string.
Twice, 5 beads are hidden – see picture.

How many white beads are hidden in total?

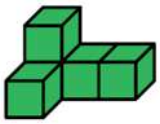
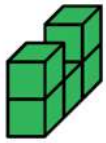
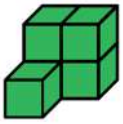
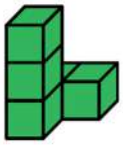
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

12. 17 squirrels are sitting on 4 trees.
There are at least 2 squirrels on each tree.
The number of squirrels is different on each tree.

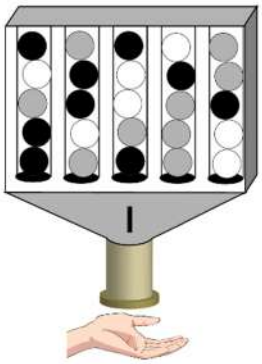
What is the largest possible number of squirrels on one tree?
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

13. Mike has these 2 building blocks: 

Which of the objects **cannot** be built with these two building blocks?

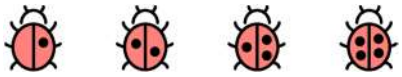
(A)  (B)  (C)  (D)  (E)

14. Every time a coin is put into the machine,
the bottom ball falls out of one of the five tubes.

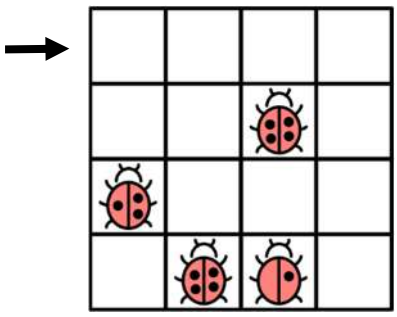


How many coins does Barbara have to put in to be sure she gets at least one white ball?

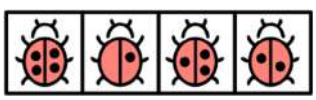
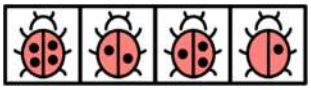
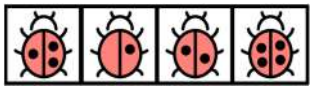
(A) 6 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 15

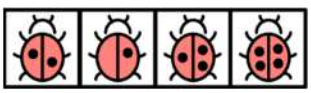
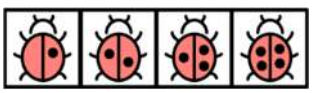
15. Amir has stickers with different ladybugs. 
They have 1, 2, 3 or 4 dots on their wings.

Amir wants to fill the grid with his stickers so that there are ladybugs with 1, 2, 3 and 4 dots in every row and in every column.



What should the top row of the grid look like when Amir is finished?

(A)  (B)  (C) 

(D)  (E) 

Känguru der Mathematik 2025
Gruppe Felix 2 (2. Schulstufe)
Österreich – 20. März 2025

Lösungsvektor

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
C	E	B	C	A	A	D	B	C	E	C	B	E	D	B

3 Punkte

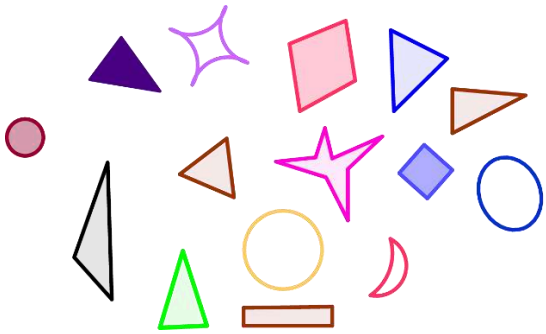
1. Pablo hat sechs Luftballons.
Er verschenkt zwei seiner Luftballons.

Wie viele Luftballons hat Pablo jetzt?
(A) 2 (B) 3 **(C) 4** (D) 5 (E) 6

Lösung: Antwort (C)

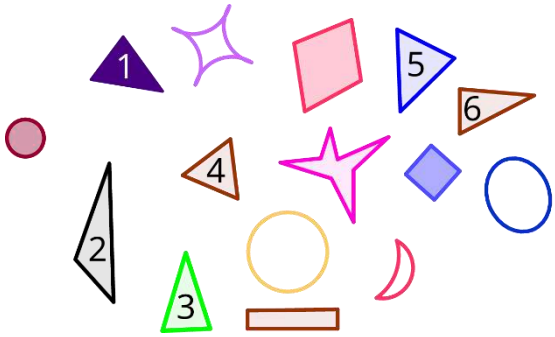
Nachdem er 2 Luftballons verschenkt hat, hat Pablo noch 6 – 2 = 4 Luftballons übrig.

2. Wie viele dieser Formen sind Dreiecke?

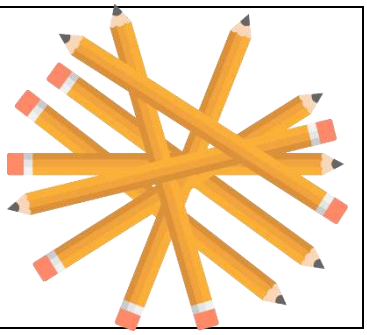


(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 **(E) 6**

Lösung: Antwort (E)



3. Wie viele Bleistifte sind auf dem Bild?

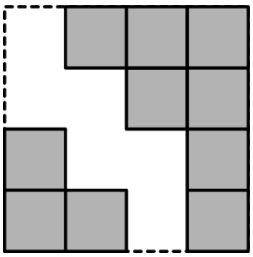


(A) 7 **(B) 8** (C) 9 (D) 14 (E) 16

Lösung: Antwort (B)

Es gibt 8 Spitzen (und 8 Radiergummis). Es gibt also 8 Bleistifte.

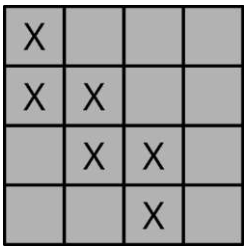
4. Felix legt aus 16 kleinen, grauen Fliesen ein Quadrat.
Danach entfernt er einige der kleinen Fliesen – siehe Bild.



Wie viele kleine Fliesen hat er entfernt?
(A) 4 (B) 5 **(C) 6** (D) 7 (E) 8

Lösung: **Antwort (C)**

In das Bild passen 16 Quadrate.
Das Bild kann vervollständigt werden, indem 6 kleine Quadrate an den mit X markierten Stellen hinzugefügt werden.

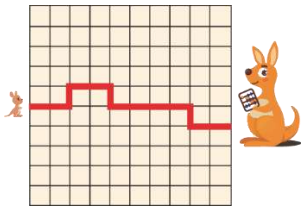


ODER
Es liegen 10 kleine Quadrate auf dem Bild, so dass 16 – 10 = 6 fehlen.

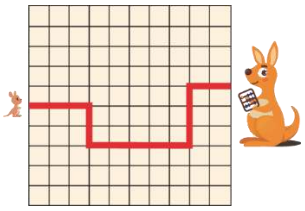
5. Fünf Baby-Kängurus suchen nach ihren Müttern.
Dabei springen sie entlang der eingezeichneten Linien.

Welcher Weg ist der kürzeste?

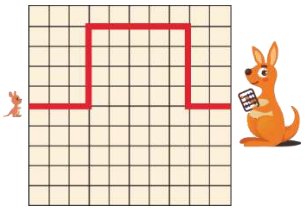
(A)



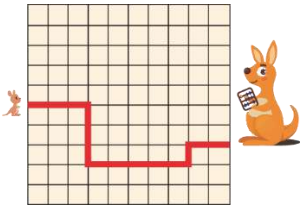
(B)



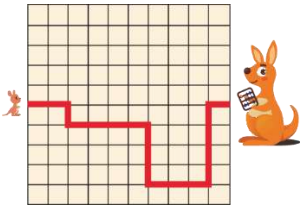
(C)



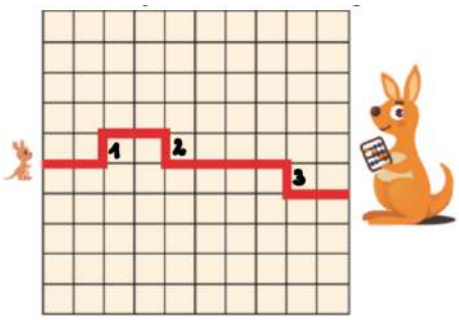
(D)



(E)



Lösung: Antwort (A)



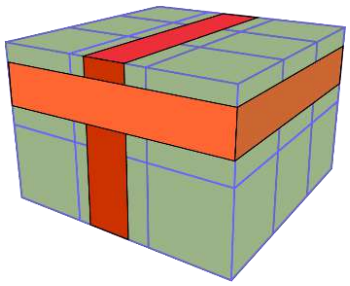
Jeder Pfad besteht nur aus gleichlangen horizontalen – und vertikalen | Linienstücken.

Die Gesamtlänge der horizontalen Linienstücke ist für jeden Pfad gleich.

Es reicht also aus, die Gesamtlänge der vertikalen Linienstücke zu vergleichen.

4 Punkte

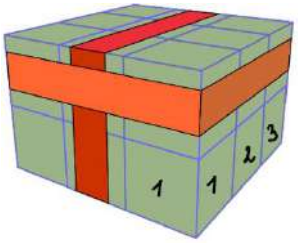
6. Laura klebt 18 Würfel zusammen.
Dann spannt sie zwei Gummibänder herum – siehe Bild.



Wie viele Würfel werden von **keinem** der Gummibänder berührt?

(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

Lösung: Antwort (A)



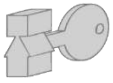
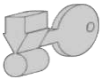
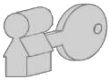
Es wurden 18 Würfel zusammengeklebt.

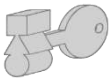
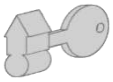
In beiden unteren Reihen auf der linken und rechten Seite verläuft kein Gummiband.
Also $2 \cdot 3 = 6$ Würfel werden nicht von einem Band berührt.

ODER

Ein Band berührt 6 Würfel, das andere Band berührt 8 Würfel, wobei genau 2 Würfel von beiden berührt werden. Also beträgt die Summe der Würfel, die von den Bändern berührt werden, $6 + 8 - 2 = 12$
Daher werden $18 - 12 = 6$ Würfel nicht von einem Band berührt.

7. Welcher der Schlüssel passt ins Schloss?

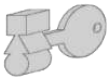
(A)  (B)  (C) 

(D)  (E) 

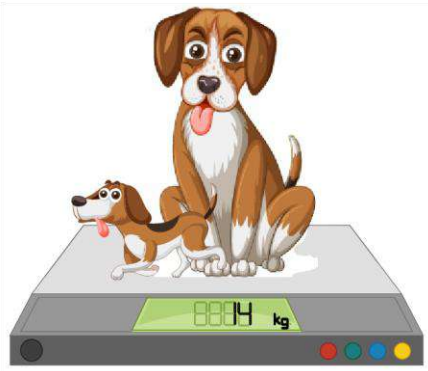
Lösung: Antwort (D)

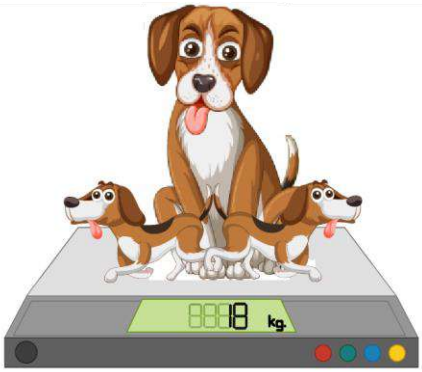
Zieht man das Schloss nach, so erhält man diese Form:

Der Schlüssel muss also eine der beiden Formen haben oder .

Nur Schlüssel D passt. 

8. Ein Hund hat 2 gleich schwere Welpen.
Der Hund und ein Welpe zusammen wiegen 14 Kilogramm – siehe linke Waage.
Der Hund und beiden Welpen zusammen wiegen 18 Kilogramm – siehe rechte Waage.





Wie viele Kilogramm wiegt der große Hund?

(A) 9 **(B) 10** (C) 11 (D) 12 (E) 13

Lösung: Antwort (B)

Linke Waage: Der große Hund und 1 Welpe wiegen zusammen 14 Kilogramm.
Rechte Waage: Der große Hund und 2 Welpen wiegen zusammen 18 Kilogramm.

$$18 - 14 = 4$$

Ein Welpe wiegt also 4 Kilogramm.
Der große Hund wiegt 14 – 4 = 10 Kilogramm.

9. Jan legt 12 Früchte auf einen Tisch.
Vera nimmt 2 Birnen, 4 Äpfel und die Hälfte der Orangen weg.
Jetzt liegen nur noch Orangen auf dem Tisch.

Wie viele Orangen sind noch übrig?

(A) 1 (B) 2 **(C) 3** (D) 4 (E) 6

Lösung: Antwort (C)

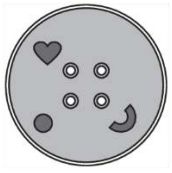
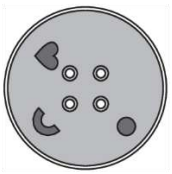
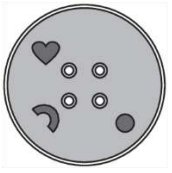
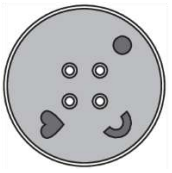
Da nur noch Orangen auf dem Tisch liegen, muss Vera alle Birnen und Äpfel weggenommen haben.
Daher sind unter den 12 Früchten von Anfang an 2 Birnen und 4 Äpfel gewesen.

$$12 - 2 - 4 = 6$$

Also sind zu Beginn 6 Orangen auf dem Tisch gelegen.
Da Vera die Hälfte der Orangen weggenommen hat, müssen noch 6 : 2 = 3 Orangen auf dem Tisch liegen.

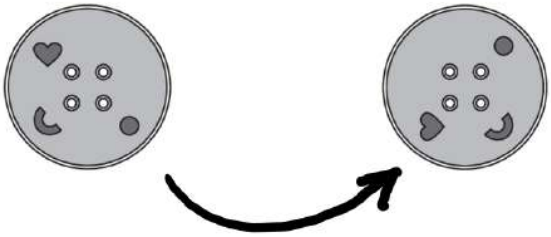
10. Alle Knöpfe an Carolas Pullover sehen genau so aus:

Welcher dieser Knöpfe ist von ihrem Pullover?

(A)  (B)  (C)  (D) **(E)** 

Lösung: Antwort (E)

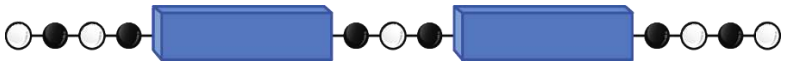
Die Knöpfe an Carolas Pullover sehen alle so aus:



Indem wir die Angabe um eine Vierteldrehung gegen den Uhrzeigersinn drehen, erhalten wir Lösung E.

5 Punkte

11. Alex fädelt auf eine Schnur abwechselnd weiße und schwarze Perlen.
Es werden zwei Mal 5 Perlen verdeckt – siehe Bild.



Wie viele weiße Perlen sind insgesamt verdeckt?

(A) 4 (B) 5 **(C) 6** (D) 7 (E) 8

Lösung: Antwort (C)

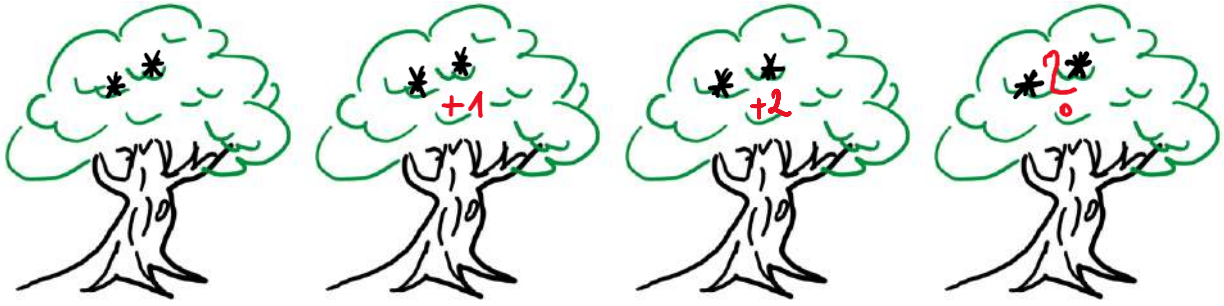
Die Perlen, die unter der ersten Box versteckt sind, sind:
weiß – **schwarz** – weiß – **schwarz** – weiß.
Die Perlen, die unter der zweiten Box versteckt sind, sind:
weiß – **schwarz** – weiß – **schwarz** – weiß.
Es sind also **6 weiße Perlen** versteckt.

12. 17 Eichhörnchen sitzen auf 4 Bäumen.
Auf jedem Baum sind mindestens 2 Eichhörnchen.
Die Anzahl der Eichhörnchen ist auf jedem Baum verschieden.

Was ist die größtmögliche Anzahl an Eichhörnchen auf einem Baum?
(A) 7 **(B) 8** (C) 9 (D) 10 (E) 11

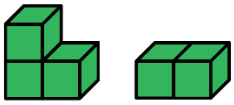
Lösung: Antwort (B)

Es gibt 4 Bäume. Auf jedem Baum sitzen mindestens 2 Eichhörnchen.
Auf jedem Baum sitzen ungleich viele Eichhörnchen.
Die Anzahl der Eichhörnchen auf einem Baum ist am größten, wenn die Gesamtzahl der Eichhörnchen auf den anderen drei Bäumen am geringsten ist.

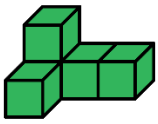
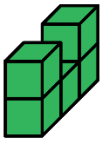
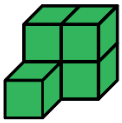
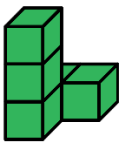


2 3 4

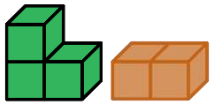
Insgesamt müssen auf diesen drei Bäumen also mindestens 2 + 3 + 4 = 9 Eichhörnchen sitzen.
Die größtmögliche Anzahl von Eichhörnchen auf einem Baum ist also 17 – 9 = 8.

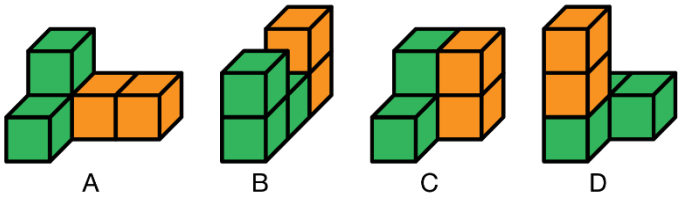
13. Mike hat diese 2 Bauklötze: 

Welches der Objekte lässt sich **nicht** mit diesen beiden Bauklötzen bauen?

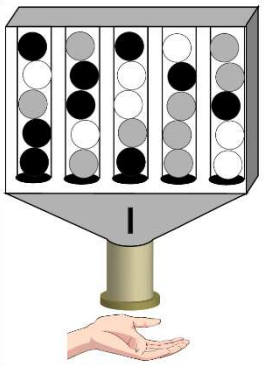
(A)  (B)  (C)  (D)  **(E)**

Lösung: Antwort (E)

Mike verwendet diese 2 Bauklötze: 
Die Form aus zwei Würfeln ist orange hervorgehoben.
Die Diagramme zeigen, wie diese Konstruktionen vorgenommen werden. Konstruktion E kann nicht hergestellt werden.



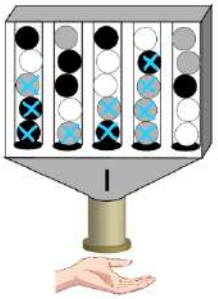
14. Jedes Mal, wenn eine Münze in den Automaten geworfen wird, fällt aus einer der fünf Röhren die unterste Kugel heraus.



Wie viele Münzen muss Barbara **mindestens** einwerfen, damit sie **sicher** eine weiße Kugel bekommt?

(A) 6 (B) 9 (C) 10 **(D) 11** (E) 15

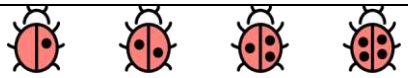
Lösung: Antwort (D)



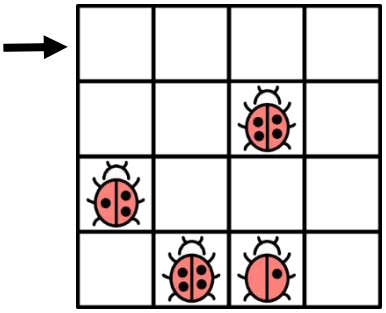
Es ist möglich, dass der Automat 10 nicht-weiße Kugeln auswirft, bevor eine weiße Kugel herausfallen muss.

Diese sind im Bild mit x markiert.

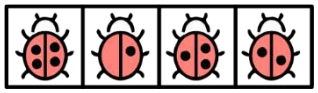
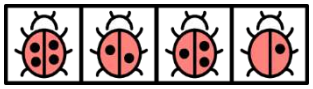
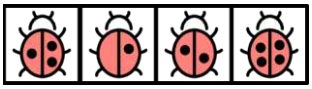
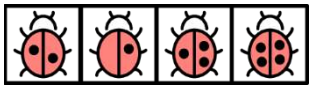
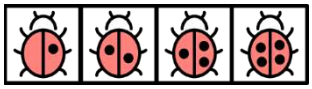
Daher muss Barbara im schlechtesten Fall 11 Münzen einwerfen, um eine weiße Kugel bekommt.

15. Amir hat Sticker mit verschiedenen Marienkäfern. 
Diese haben 1, 2, 3 oder 4 Punkte auf den Flügeln.

Amir möchte das Raster so mit seinen Stickern füllen, dass in jeder Zeile und in jeder Spalte Marienkäfer mit 1, 2, 3 und 4 Punkten kleben.

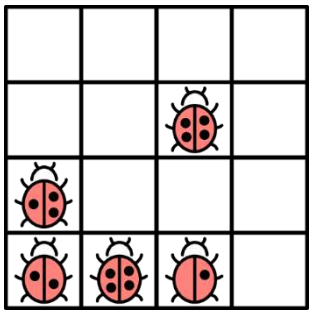
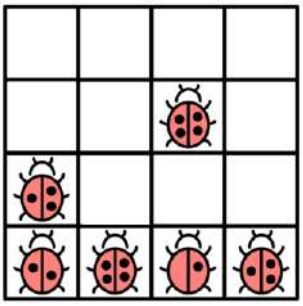


Wie muss die oberste Zeile des Rasters aussehen, nachdem Amir fertig ist?

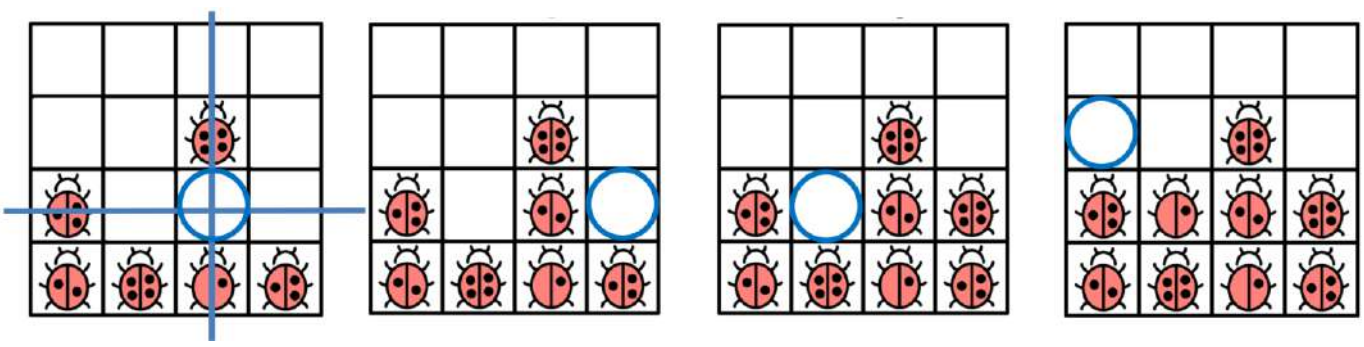
(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

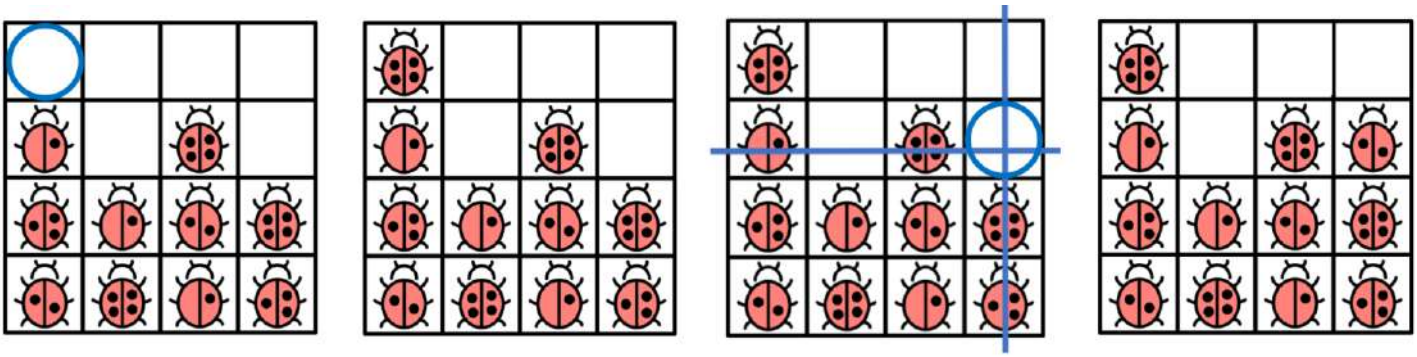
Lösung: Antwort (B)

Zuerst füllen wir die unterste Zeile aus:
Da es in dieser **Zeile** bereits Marienkäfer mit 1 und 4 Punkten und in der ersten **Spalte** einen Marienkäfer mit 3 Punkten gibt, muss in das linke untere Quadrat ein Sticker mit einem Marienkäfer mit 2 Punkten geklebt werden.
In die letzte Spalte muss einer mit 3 Punkten geklebt werden.

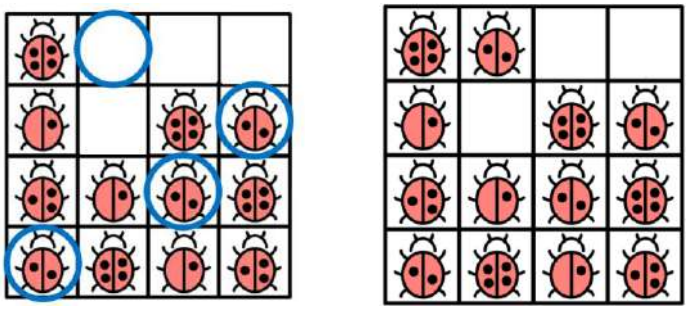



Dieser Gedankengang gilt für alle Zeilen und Spalten.

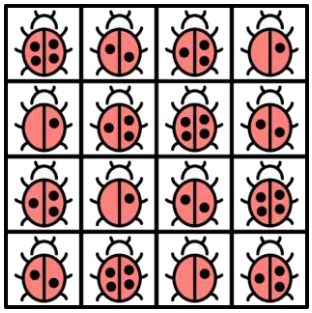




Es fehlt nun nur mehr ein Marienkäfer mit 2 Punkten in der zweiten Spalte.
Dieser muss in der obersten Zeile in der zweiten Spalte eingeklebt werden.



Das Raster kann wie folgt vervollständigt werden.



KÄNGURU DER MATHEMATIK 2025
20. März 2025
Kategorie: Écolier, 3. – 4. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 60 Minuten

jede richtige Antwort Aufgabe 1 bis 8	3 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 9 bis 16	4 Punkte
jede richtige Antwort Aufgabe 17 bis 24	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte dazu 24 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) deiner Antwort leserlich und eindeutig in das Kästchen unter die Nummer der Aufgabe (1 bis 24) schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24

pwc

ONB
OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

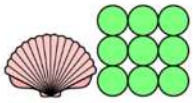
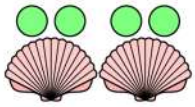
NXP

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik 2025
Gruppe Écolier (3. – 4. Schulstufe)
Österreich – 20. März 2025

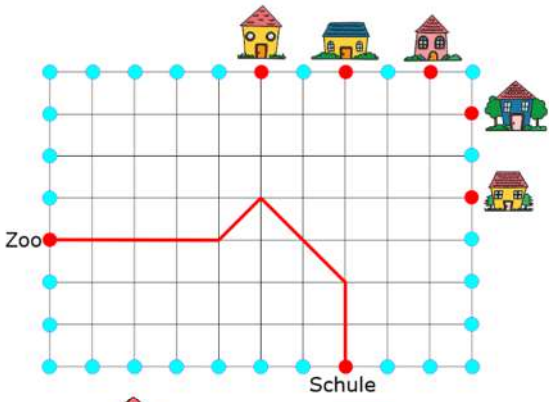
3 Punkte

1. Nico und seine kleine Schwester spielen mit ihren Muscheln und Murmeln.
Jede Muschel hat den Wert 6 und jede Murmel hat den Wert 1. (= 6 ; = 1)
Welche Abbildung zeigt den Wert 16?

(A) (B)  (C) (D) (E) 

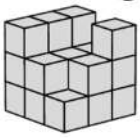
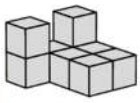
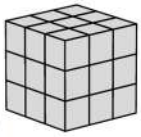
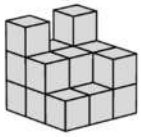
2. Känguru Kenny hüpft von seiner Schule zum Zoo.
Es bewegt sich so: ↑ 2, ↖ 2, ↙ 1, ← 4. (siehe Bild)

Vom Zoo aus hüpft Kenny wie folgt: → 3, ↗ 2, ↑ 2.
Bei welchem Haus landet Kenny?



(A) (B) (C) (D) (E)

3. Mia baut aus kleinen Würfeln einen großen Würfel. Während des Bauens macht sie zu fünf unterschiedlichen Zeitpunkten ein Foto.
Welches der abgebildeten 5 Fotos ist das vierte?

(A)  (B)  (C)  (D) (E) 

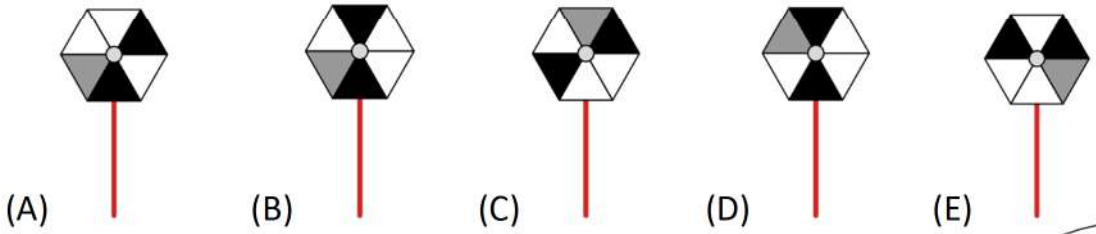
4. Simona schreibt die Zahlen 2, 0, 2 und 5 in die Kästchen. □ + □ − □ + □
In welcher Reihenfolge kann sie die Zahlen hineinschreiben, sodass die Rechnung das größte Ergebnis liefert?

(A) 0, 2, 2, 5 (B) 0, 5, 2, 2 (C) 2, 5, 2, 0 (D) 5, 0, 2, 2 (E) 5, 2, 0, 2

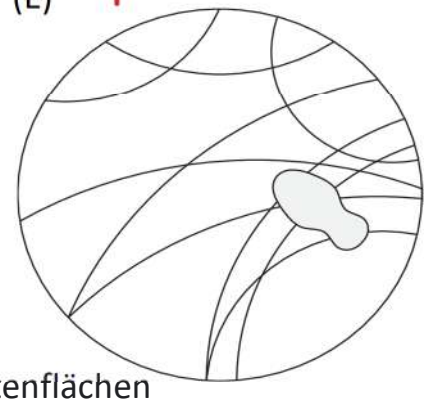
5. Markus zieht gleichzeitig an beiden Enden jedes Seils.
Bei welchem Seil erhält Markus einen Knoten?

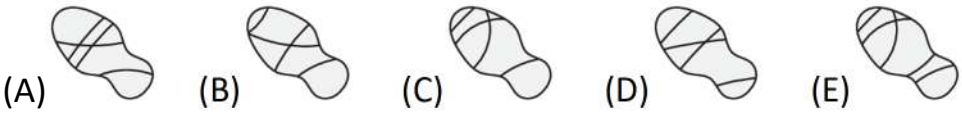
(A) (B) (C) (D) (E)

6. Larissa hat ein kleines Windrad, das sich zuerst im Wind dreht (siehe Bild rechts) und dann stehen bleibt.
Wie kann es jetzt aussehen?

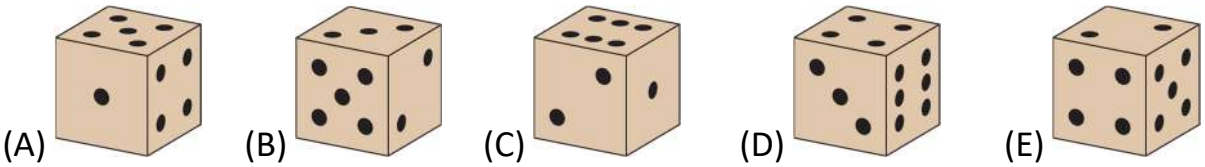


7. Alex tritt auf einige Linien am Boden (siehe Bild rechts).
Wie sieht der Boden unter seinem Schuh aus?





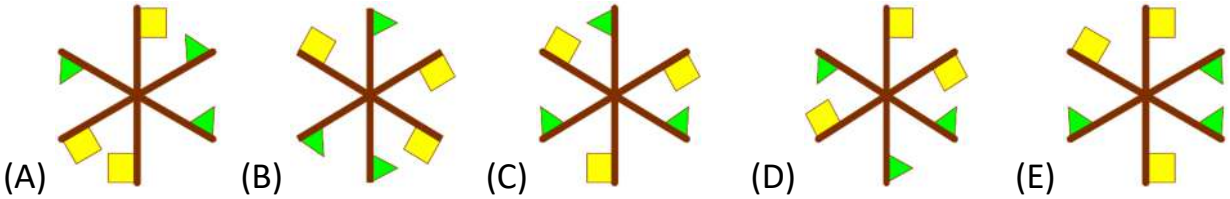
8. Wenn man die Augenzahlen von zwei gegenüberliegenden Seitenflächen eines Spielwürfels zusammenzählt, erhält man immer die Zahl 7.
Welches der Bilder kann so einen Spielwürfel zeigen?



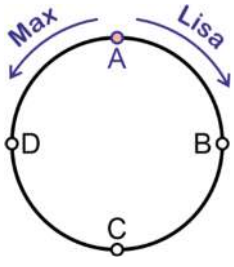
4 Punkte

9. Georg hat diese drei Stangen:

Welches Windrad kann er damit bauen?

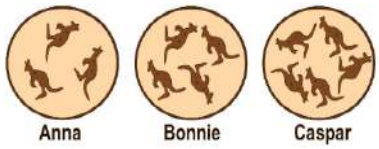


10. Max zeichnet einen großen Kreis in den Sand. Lisa fügt die Buchstaben A, B, C und D dazu. Lisa und Max starten zur gleichen Zeit vom Punkt A. Lisa geht im Uhrzeigersinn um den Kreis, Max läuft gegen den Uhrzeigersinn um den Kreis (siehe Bild). Sie treffen sich zum ersten Mal beim Punkt B, danach bei C, bei D und dann wieder beim Punkt A.
Wie oft ist Max bis dahin um den Kreis gelaufen?



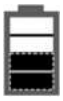
(A) 1-mal (B) 2-mal (C) 3-mal (D) 4-mal (E) 5-mal

11. Anna, Bonnie und Caspar haben auf ihren Tellern einige Kängurukekse (siehe Bild). Es sind noch 15 weitere Kekse übrig. Diese verteilen sie so, dass jedes Kind am Ende gleich viele Kekse am Teller hat. Wie viele Kekse bekommt Anna dazu?

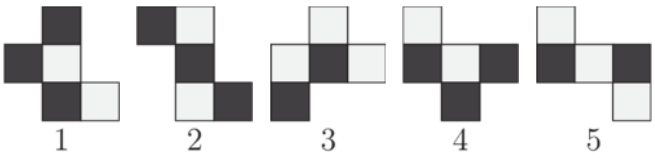


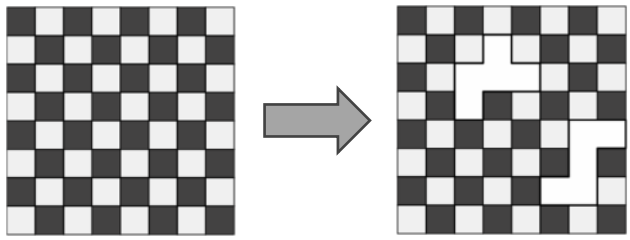
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

12. In der Früh haben die fünf Freunde Anna, Bob, Cristina, David und Eduard jeweils einen voll aufgeladenen Handy-Akku. Bis zum Abend hat Bob von seinem Akku genau so viel verbraucht wie Anna und Cristina zusammen. Der Akku von Bob ist leer. David hat sein Handy überhaupt nicht benutzt. Die Bilder zeigen die Akkustände der fünf Kinder. Welcher Akkustand gehört zu Eduards Handy?

(A) (B)  (C) (D) (E)

13. Aus einem Schachbrett wurden zwei Teile ausgeschnitten. Welche sind das?



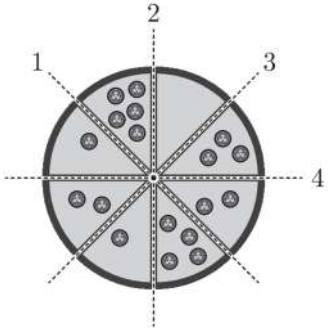


(A) 1 und 2 (B) 1 und 5 (C) 3 und 4 (D) 3 und 5 (E) 4 und 5

14. Rudi füttert sechs Schafe im Streichelzoo. Insgesamt bekommen die sechs Schafe 210 g Futter. Jedes der fünf großen Schafe bekommt gleich viel, das kleine bekommt doppelt so viel wie ein großes Schaf.
Wie viel Futter bekommt das kleine Schaf?

(A) 50 g (B) 55 g (C) 60 g (D) 65 g (E) 70 g

15. Tom möchte die Pizza so in zwei Hälften schneiden, dass jede Hälfte gleich viele Tomaten hat. Es gibt dafür zwei Möglichkeiten. Entlang welcher Linien kann er schneiden?



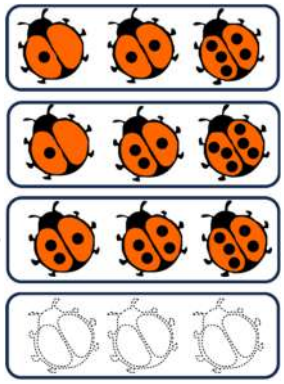
(A) 1 oder 3 (B) 1 oder 4 (C) 2 oder 3 (D) 2 oder 4 (E) 3 oder 4

16. Eva baut diese zwei gleichen Teile zu einer Figur zusammen.
Welche dieser Figuren kann sie **nicht** bauen?

(A) (B) (C) (D) (E)

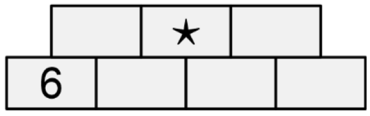
5 Punkte

17. Sechs Marienkäfer haben entweder 1, 2, 3, 4, 5 oder 6 Punkte.
Marta macht vier Fotos von je drei verschiedenen Marienkäfern.
Jeder Marienkäfer kommt gleich oft auf den vier Fotos vor.
Die ersten drei Fotos siehst du rechts.
Wie viele Punkte haben die drei Marienkäfer im vierten Foto insgesamt?



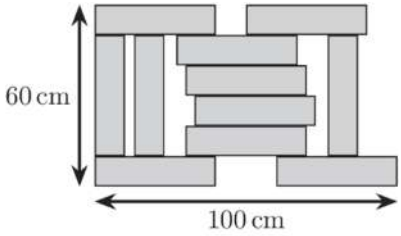
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

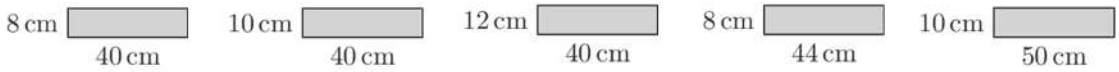
18. Maria schreibt die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 und 7 genau einmal in die Zahlenmauer. Wenn Maria zwei Zahlen der unteren Reihe zusammenzählt, erhält sie die Zahl, die genau in der Mitte über diesen beiden Zahlen steht.
Welche Zahl muss sie in das Feld mit dem Stern schreiben?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

19. Tim hat am Boden eine Figur aus 11 gleichen Fliesen gelegt (siehe Bild).
Wie lang und wie breit ist jede dieser Fliesen?





(A) (B) (C) (D) (E)

20. Jana schreibt auf, wie viel ihre Spielzeuge wiegen:

22 g	23 g	25 g	34 g	36 g

Sie möchte alle ihre Spielzeuge so auf zwei Schachteln aufteilen, dass diese dann gleich schwer sind.
Welche zwei Spielzeuge kommen **nicht** in dieselbe Schachtel?

(A) und

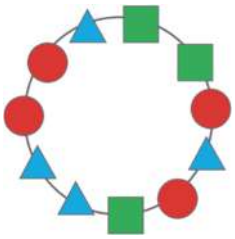
(B) und

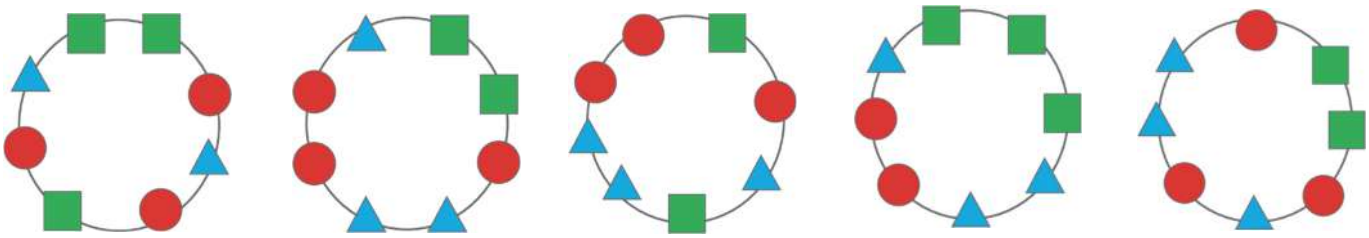
(C) und

(D) und

(E) und

21. Das Bild rechts zeigt ein Armband mit kreisförmigen, quadratischen und dreieckigen Edelsteinen. Lisa entfernt drei benachbarte Steine, von jeder Form einen. Welches Armband kann entstehen?





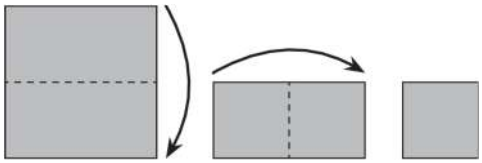
(A) (B) (C) (D) (E)

22. Der abgebildete Kalender zeigt die Wochentage eines Monats an, aber es fehlen die Zahlen. Zählt man die beiden Zahlen zusammen, die in den dunkelgrauen Kästchen stehen, so erhält man 29.
Auf welchen Wochentag fällt der 1. Tag des Monats?

Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So

(A) Montag (B) Dienstag (C) Mittwoch (D) Donnerstag (E) Sonntag

23. Nele faltet ein Papier in der Mitte und anschließend noch einmal in der Mitte (siehe Bild). Sie schneidet vier Stücke aus dem Papier.
Als sie das Papier auffaltet, sieht sie dieses Muster.

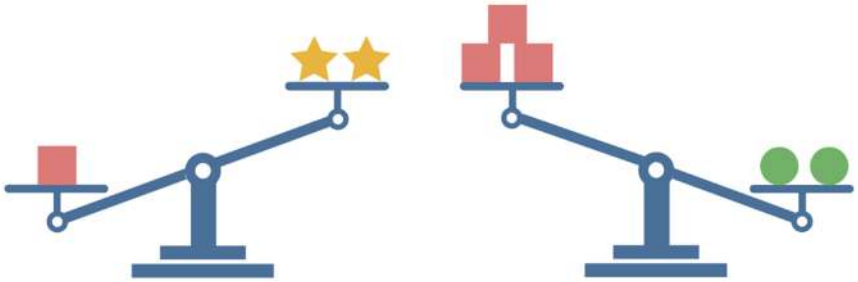


Muster

Wie sah das Papier aus, bevor sie es aufgefaltet hatte?

(A) (B) (C) (D) (E)

24. Um die Gewichte der Gegenstände ■, ★ und ● zu vergleichen, verwendet Mona eine Balkenwaage.



Alle Gegenstände einer Art sind jeweils gleich schwer und Gegenstände unterschiedlicher Arten sind unterschiedlich schwer. Die Gegenstände können entweder 1, 2, 3, 4 oder 5 kg wiegen.
Wie viele kg hat das ■?

(A) 1 kg (B) 2 kg (C) 3 kg (D) 4 kg (E) 5 kg

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2025

20th March 2025

Level: Écolier, Grade: Schulstufe 3 - 4

Full name:	
School:	
Class:	

Time: 60 min.

each correct answer to questions 1 – 8: 3 points
each correct answer to questions 9 – 16: 4 points
each correct answer to questions 17 – 24: 5 points
each questions left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question
24 base points

Please write the letter (A, B, C, D, E) of your answer in the square under the question number (1 bis 24). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24

pwc

ONB
OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

NXP

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at

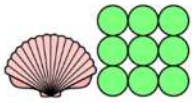
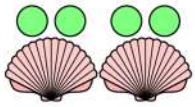
Känguru der Mathematik 2025
Level Écolier (Schulstufe 3 and 4)
Austria – 20th March 2025

3 Points

1. Nico and his little sister are playing with their shells and marbles.

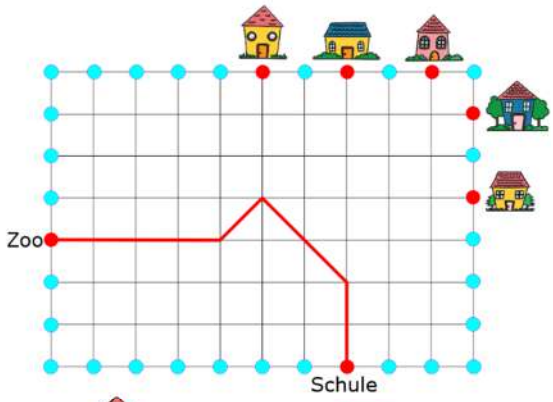
Each shell has a value of 6 and each marble has a value of 1. (= 6 ; = 1)

Which picture shows the value 16?

(A) (B)  (C) (D) (E) 

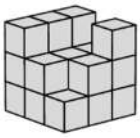
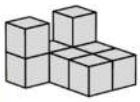
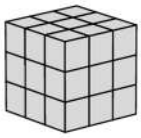
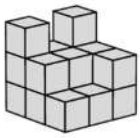
2. Kenny the Kangaroo hops from his school to the zoo.
He hops like this: ↑ 2, ↖ 2, ↙ 1, ← 4 (see picture).

From the zoo, Kenny hops like this: → 3, ↗ 2, ↑ 2.
Which house does Kenny land at?



(A) (B) (C) (D) (E)

3. Mia builds a large cube out of small cubes. While she is building it, she takes a photo at five different times.
Which of the five photos shown is the fourth?

(A)  (B)  (C)  (D) (E) 

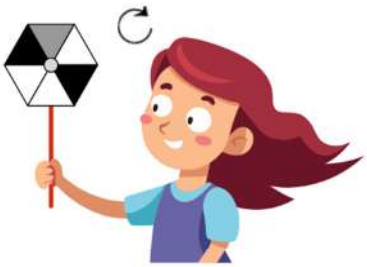
4. Simona writes the numbers 2, 0, 2 and 5 in the boxes. $\square + \square - \square + \square$
In what order can she write the numbers so that the calculation produces the biggest result?

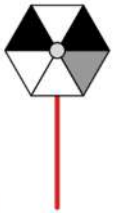
(A) 0, 2, 2, 5 (B) 0, 5, 2, 2 (C) 2, 5, 2, 0 (D) 5, 0, 2, 2 (E) 5, 2, 0, 2

5. Markus pulls on both ends of each rope at the same time.
Which rope forms a knot?

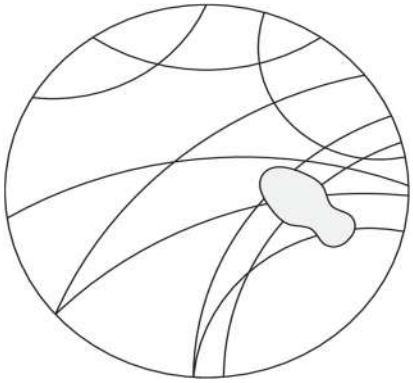
(A) (B) (C) (D) (E)

6. Larissa has a toy windmill that rotates in the wind (see picture on the right) and then stops.
What does it look like now?



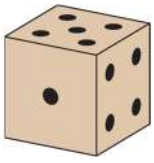
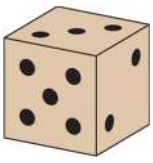
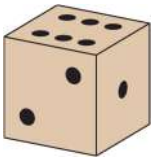
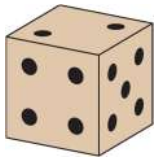
(A) (B) (C) (D) (E) 

7. Alex steps on some lines on the ground (see picture on the right).
What does the ground look like under his shoe?



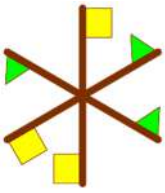
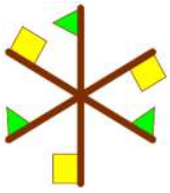
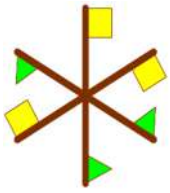
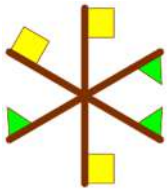
(A) (B) (C) (D) (E)

8. If you add up the numbers on two opposite sides of a die, you always get 7.
Which of the pictures can show such a die?

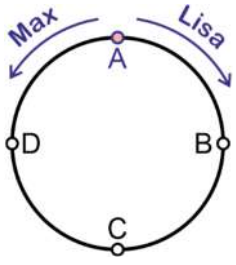
(A)  (B)  (C)  (D) (E) 

4 Points

9. George has these three poles:
Which windmill can he make with them?

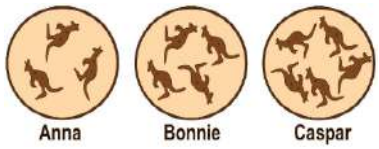
(A)  (B) (C)  (D)  (E) 

10. Max draws a large circle in the sand. Lisa adds the letters A, B, C and D. Lisa and Max start at the same time from point A. Lisa goes clockwise around the circle, Max runs anti-clockwise around the circle (see picture). They meet for the first time at point B, then at C, at D and then again at point A.
How many times has Max run around the circle by then?



(A) 1-times (B) 2-times (C) 3-times (D) 4-times (E) 5-times

11. Anna, Bonnie and Caspar have some kangaroo cookies on their plates (see picture). There are 15 more cookies left. They distribute these in such a way that each child ends up with the same number of cookies on their plate.



How many cookies does Anna get added to her plate?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

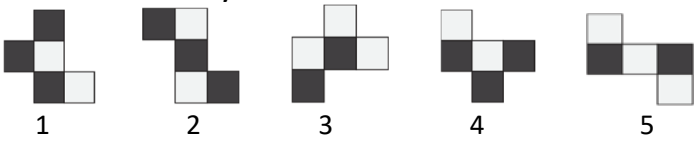
12. In the morning, the five friends Anna, Bob, Cristina, David and Eduard each have a fully charged cell-phone battery. By the evening, Bob has used up as much of his battery as Anna and Cristina combined. Bob's battery is empty. David hasn't used his cell-phone at all. The pictures show the battery levels of the five children.

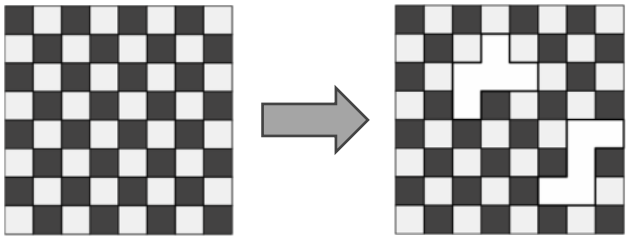
Which of these is the battery level of Eduard's cell phone?

(A) (B) (C) (D) (E)

13. Two pieces were cut out of a chessboard.

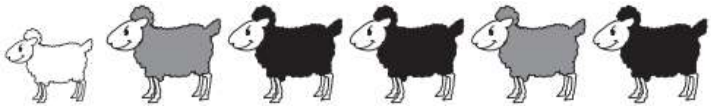
Which are they?





(A) 1 and 2 (B) 1 and 5 (C) 3 and 4 (D) 3 and 5 (E) 4 and 5

14. Rudi feeds six sheep in the petting zoo.



The six sheep get a total of 210 g of food.

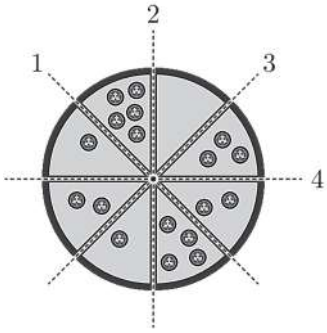
Each of the five large sheep gets the same amount, the small one gets twice as much as a large sheep.

How much food does the small sheep get?

(A) 50 g (B) 55 g (C) 60 g (D) 65 g (E) 70 g

15. Tom wants to cut the pizza in half in such a way that each half has the same number of tomatoes. There are two ways to do this.

Along which lines can he cut?



(A) 1 or 3 (B) 1 or 4 (C) 2 or 3 (D) 2 or 4 (E) 3 or 4

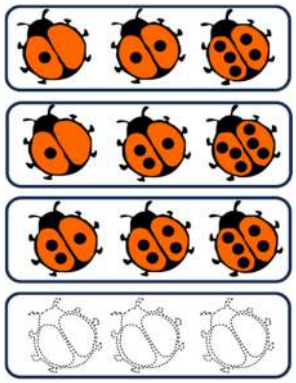
16. Eva assembles these two identical parts into a figure.

Which of these figures can she **not** build?

(A) (B) (C) (D) (E)

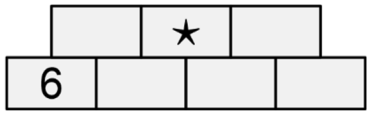
5 Points

17. Six ladybirds each have either 1, 2, 3, 4, 5 or 6 spots.
Marta takes four photos each of three different ladybirds.
Each ladybird appears equally often in the four photos.
You can see the first three photos on the right.
How many spots do the three ladybirds in the fourth photo have in total?



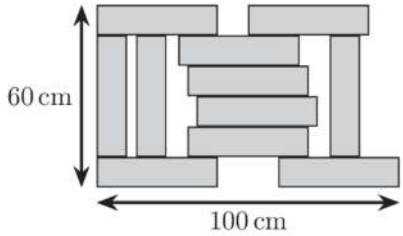
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

18. Maria writes the numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6 and 7 exactly once onto the number wall. If Maria adds two numbers from the bottom row together, she gets the number that is written exactly in the middle above these two numbers.
Which number must she write in the box with the star?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

19. Tim has laid out a pattern on the floor made of 11 identical tiles (see picture).
How long and how wide is one of these tiles?



(A) (B) (C) (D) (E)

20. Jana writes down how much her toys weigh:

22 g	23 g	25 g	34 g	36 g

She wants to divide all her toys into two boxes so that the boxes have the same weight.

Which two toys do **not** go in the same box?

(A) and

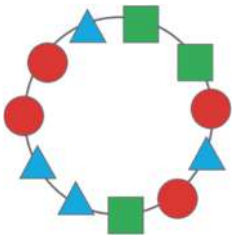
(B) and

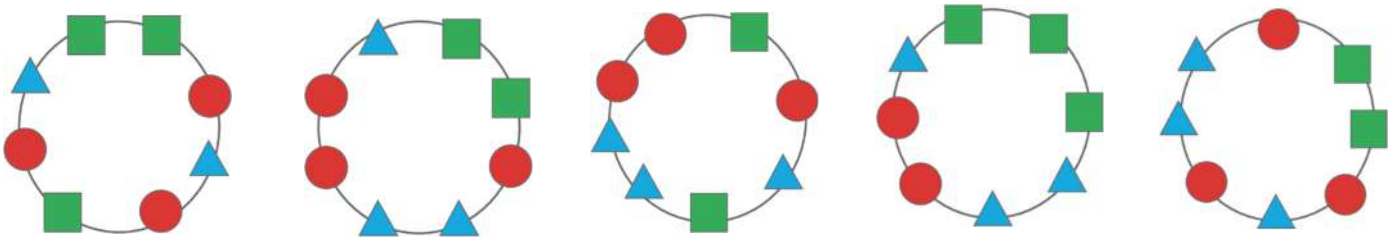
(C) and

(D) and

(E) and

21. The picture on the right shows a bracelet with circular, square and triangular gemstones. Lisa removes three neighbouring stones, one of each shape. What bracelet can be created?





(A) (B) (C) (D) (E)

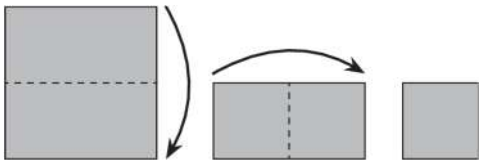
22. The calendar shown shows the days of the week in a month, but the numbers are missing. If you add the two numbers in the dark grey boxes together, you get 29.

Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So

What day of the week is the 1st day of the month?

(A) Monday (B) Tuesday (C) Wednesday (D) Thursday (E) Sunday

23. Nele folds a piece of paper in half and then in half again (see picture). She cuts four pieces out of the paper. When she unfolds the paper, she sees this pattern.

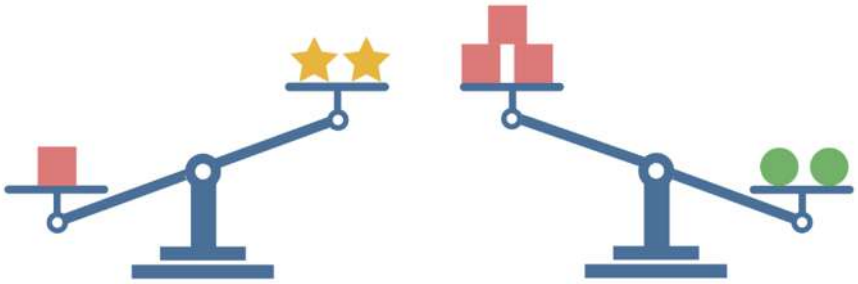


Pattern

What did the paper look like before she unfolded it?

(A) (B) (C) (D) (E)

24. To compare the weights of the objects ■, ★ and ●, Mona uses a beam balance.



All objects of one type have the same weight and objects of different types have different weights. The objects can weigh either 1, 2, 3, 4 or 5 kg.

How many kg does the ■ weigh?

(A) 1 kg (B) 2 kg (C) 3 kg (D) 4 kg (E) 5 kg

Känguru der Mathematik 2025
Gruppe Écolier (3. und 4. Schulstufe)
Österreich – 20. März 2025

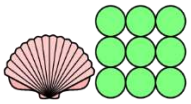
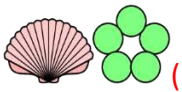
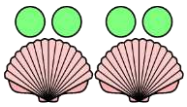
Lösungsvektor

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
E	A	A	E	C	B	D	A	B	C	D	B	B	C	D	E	C	D	B	C	B	D	A	C

3 Punkte

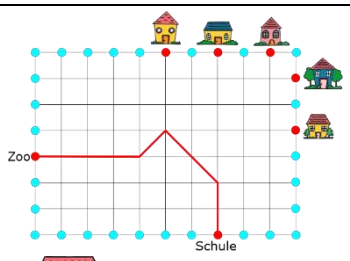
1. Nico und seine kleine Schwester spielen mit ihren Muscheln und Murmeln.

Jede Muschel hat den Wert 6 und jede Murmel hat den Wert 1. (= 6 ; = 1)
Welche Abbildung zeigt den Wert 16?

(A) (B)  (C) (D)  (E) 

Lösung:
In (A) ergibt der Wert der 2 Muscheln 2 x 6 = 12, also ist der gesamte Wert 12 + 1 = 13.
In (B) ist der Wert der einen Muschel 6, also ist der gesamte Wert 6 + 9 = 15
In (C) ergibt der Wert der 3 Muscheln 3 x 6 = 18.
In (D) ist der Wert der einen Muschel 6, also ist der gesamte Wert 6 + 5 = 11
In (E) ergibt der Wert der 2 Muscheln 2 x 6 = 12, also ist der gesamte Wert 12 + 4 = 16.
(E) ist die Lösung.

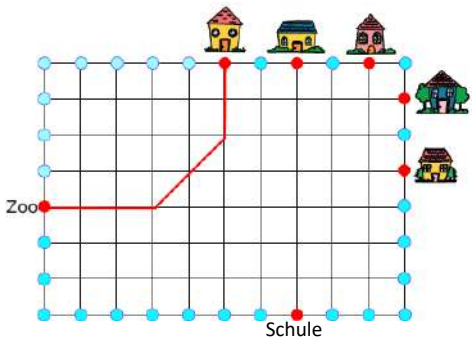
2. Känguru Kenny hüpft von seiner Schule zum Zoo.
Es bewegt sich so: ↑ 2, ↖ 2, ↙ 1, ← 4. (siehe Bild)



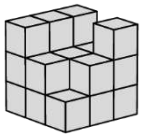
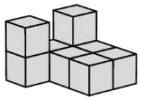
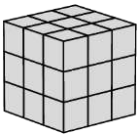
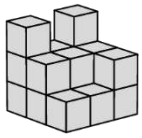
Vom Zoo aus hüpft Kenny wie folgt: → 3, ↗ 2, ↑ 2.
Bei welchem Haus landet Kenny?

(A) (B) (C) (D) (E)

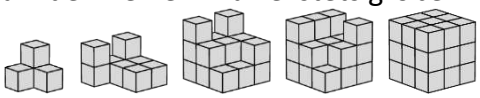
Lösung:
Der Pfad, den das Känguru zurücklegt ist ausgehend vom Zoo nach der Anweisung eingezeichnet. Er endet bei Haus (A).



3. Mia baut aus kleinen Würfeln einen großen Würfel. Während des Bauens macht sie zu fünf unterschiedlichen Zeitpunkten ein Foto.
Welches der abgebildeten 5 Fotos ist das vierte?

(A)  (B)  (C)  (D) (E) 

Lösung:
Während Mia den großen Würfel baut, wird die Anzahl der kleinen Würfel stets größer.

Daher ergibt sich folgende Reihenfolge ihrer Fotos: 
oder (D), (B), (E), (A), (C)
Das vierte Bild ist daher (A).

4. Simona schreibt die Zahlen 2, 0, 2 und 5 in die Kästchen. □ + □ − □ + □
In welcher Reihenfolge kann sie die Zahlen hineinschreiben, sodass die Rechnung das größte Ergebnis liefert?
(A) 0, 2, 2, 5 (B) 0, 5, 2, 2 (C) 2, 5, 2, 0 (D) 5, 0, 2, 2 (E) 5, 2, 0, 2

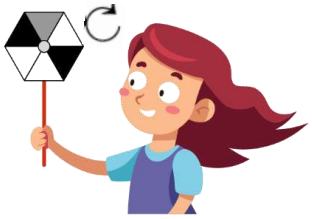
Lösung:
Eine der Zahlen wird subtrahiert, die übrigen addiert. Daher ist das Ergebnis am größten, wenn die kleinste Zahl subtrahiert wird, in diesem Fall 0.
Die Antworten ergeben ausgerechnet:
(A) 0 + 2 - 2 + 5 = 5
(B) 0 + 5 - 2 + 2 = 5
(C) 2 + 5 - 2 + 0 = 5
(D) 5 + 0 - 2 + 2 = 5
(E) 5 + 2 - 0 + 2 = 9
(E) ist die Lösung.

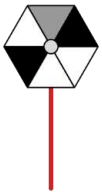
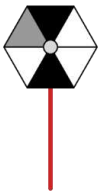
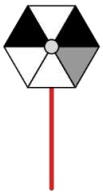
5. Markus zieht gleichzeitig an beiden Enden jedes Seils.
Bei welchem Seil erhält Markus einen Knoten?

(A) (B) (C) (D) (E)

Lösung:
Um einen Knoten zu formen, muss das Seil eine Schlaufe bilden und ein Seilende erst unter, dann über, dann erneut unter das andere gefädelt werden.
Die Lösung ist daher (C)

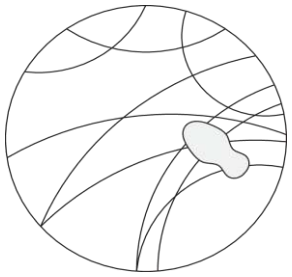
6. Larissa hat ein kleines Windrad, das sich zuerst im Wind dreht (siehe Bild rechts) und dann stehen bleibt.
Wie kann es jetzt aussehen?



(A) (B) (C)  (D)  (E) 

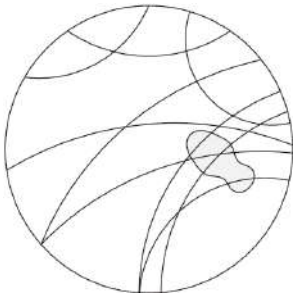
Lösung:
In Larissas Windrad liegen sich zwei schwarze Felder gegenüber. Das ist nur der Fall bei (B), (C) und (D). Das graue Feld in Larissas Windrad ist im Uhrzeigersinn nach einem der schwarzen Felder. Das ist nur bei (B) der Fall.
(B) ist die Lösung.

7. Alex tritt auf einige Linien am Boden (siehe Bild rechts).
Wie sieht der Boden unter seinem Schuh aus?

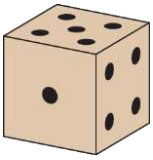
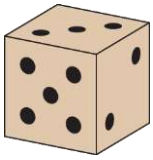
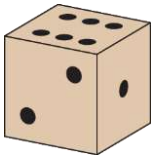
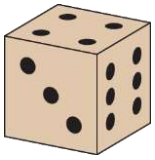
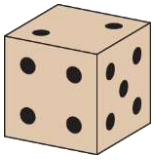


(A) (B) (C) (D) (E)

Lösung:
Wenn die Linien fortgeführt werden, ergibt sich die Lösung (D).



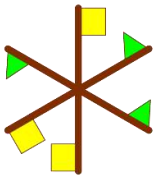
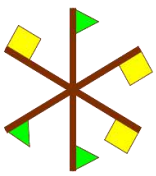
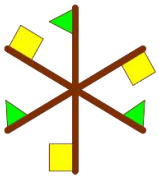
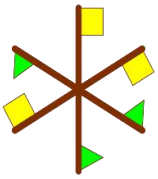
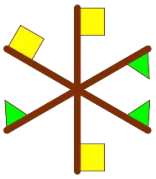
8. Wenn man die Augenzahlen von zwei gegenüberliegenden Seitenflächen eines Spielwürfels zusammenzählt, erhält man immer die Zahl 7.
Welches der Bilder kann so einen Spielwürfel zeigen?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Lösung:
Da die gegenüberliegenden Seitenflächen eines Spielwürfels gemeinsam stets 7 Augenzahlen haben, müssen die 1 und 6, 2 und 5 sowie 3 und 4 gegenüberliegen.
In (B) and (E), liegen je 2 und 5 auf benachbarten Flächen, in (C) 1 und 6 und in (D) 3 und 4.
Die Lösung ist daher (A).

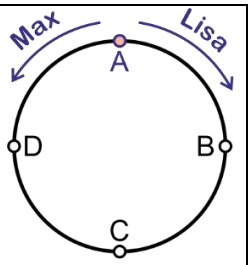
4 Punkte

9. Georg hat diese drei Stangen:
Welches Windrad kann er damit bauen?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Lösung:
Die beiden grünen Dreiecke auf einer der Stangen sind auf derselben Seite angebracht.
(C) enthält keine Stange mit zwei grünen Dreiecken, bei (A), (D) und (E) zeigen die Dreiecke in unterschiedliche Richtungen.
Die Lösung ist daher (B).

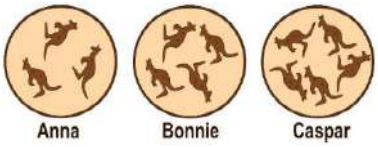
10. Max zeichnet einen großen Kreis in den Sand. Lisa fügt die Buchstaben A, B, C und D dazu. Lisa und Max starten zur gleichen Zeit vom Punkt A. Lisa geht im Uhrzeigersinn um den Kreis, Max läuft gegen den Uhrzeigersinn um den Kreis (siehe Bild). Sie treffen sich zum ersten Mal beim Punkt B, danach bei C, bei D und dann wieder beim Punkt A. Wie oft ist Max bis dahin um den Kreis gelaufen?



(A) 1-mal (B) 2-mal (C) 3-mal (D) 4-mal (E) 5-mal

Lösung:
In der Zeit, in der Lisa den Abstand zwischen 2 Buchstaben zurücklegt, läuft Max dreimal so weit. (Beispiel: Lisa: von A nach B, Max von A über D und C nach B)
In der Zeit in der Lisa einmal um den gesamten Kreis geht, läuft Max daher dreimal rundherum.
Die Lösung ist (C).

11. Anna, Bonnie und Caspar haben auf ihren Tellern einige Kängurukekse (siehe Bild). Es sind noch 15 weitere Kekse übrig. Diese verteilen sie so, dass jedes Kind am Ende gleich viele Kekse am Teller hat. Wie viele Kekse bekommt Anna dazu?

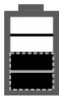
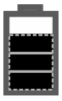
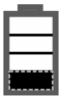


(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Lösung:
Anna, Bonnie und Caspar haben bereits 3, 4 und 5 Kekse. Wenn Anna noch 2 und Bonnie noch 1 Keks bekommt, liegen auf jedem Teller gleich viele. Nun sind noch 15 - 2 - 1 = 12 Kekse übrig, welche gerecht auf 3 Kinder aufgeteilt werden: 12 : 3 = 4.

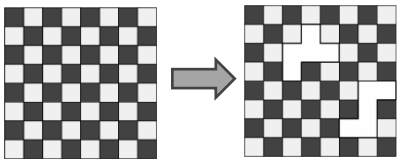
Anna erhält also 2 + 4 = 6 Kekse.
Ein anderer Lösungsweg ist, zu ermitteln, wie viele Kekse jedes Kind insgesamt erhält. Alle Kekse zusammen ergeben 3 + 4 + 5 + 15 = 27 und werden nun gerecht auf die 3 Kinder aufgeteilt: 27 : 3 = 9. Anna erhält also 9 – 3 = 6 Kekse.
Die Lösung ist (D).

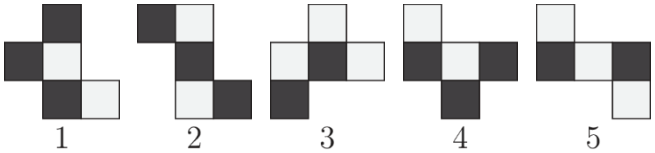
12. In der Früh haben die fünf Freunde Anna, Bob, Cristina, David und Eduard jeweils einen voll aufgeladenen Handy-Akku. Bis zum Abend hat Bob von seinem Akku genau so viel verbraucht wie Anna und Cristina zusammen. Der Akku von Bob ist leer. David hat sein Handy überhaupt nicht benutzt. Die Bilder zeigen die Akkustände der fünf Kinder.
Welcher Akkustand gehört zu Eduards Handy?

(A) (B)  (C) (D)  (E) 

Lösung:
Da David sein Handy nicht verwendet hat, ist sein Akku noch voll, wie in (A) zu sehen. Bobs Akku ist leer, daher ist sein Akkustand (C). Anna und Cristina haben gemeinsam einen ganzen Akku verbraucht, dies ist nur mit (D) und (E) gemeinsam möglich. Daher bleibt (B) übrig, dies ist Eduards Handy.
Die Lösung ist (B).

13. Aus einem Schachbrett wurden zwei Teile ausgeschnitten.
Welche sind das?





(A) 1 und 2 (B) 1 und 5 (C) 3 und 4 (D) 3 und 5 (E) 4 und 5

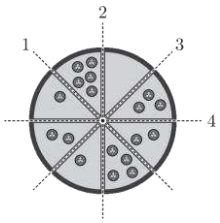
Lösung:
Wenn man die Teile 1, 3, und 4 so dreht, dass die Reihe mit den 3 Feldern horizontal steht, sieht man, dass nur 1 und 3 in die Lücke passen und nur 1 korrekt gefärbt ist.
Die Teile 2 und 5 werden ebenso gedreht bis die Reihe mit den 3 Felder horizontal steht. Nun sieht man, dass nur 5 in die Lücke passt.
Die Lösung ist daher (B).

14. Rudi füttert sechs Schafe im Streichelzoo.
Insgesamt bekommen die sechs Schafe
210 g Futter. Jedes der fünf großen Schafe bekommt gleich viel, das kleine bekommt doppelt so viel wie ein großes Schaf.
Wie viel Futter bekommt das kleine Schaf?

(A) 50 g (B) 55 g (C) 60 g (D) 65 g (E) 70 g

Lösung:
Das kleinste Schaf bekommt doppelt so viel, daher 2 Portionen. Daher haben wir 5 + 2 = 7 Portionen. Das Futter wird daher wie folgt aufgeteilt: 210 g : 7 = 30 g. Das kleinste Schaf bekommt 2 x 30 g = 60 g.
Die Lösung ist daher (C).

15. Tom möchte die Pizza so in zwei Hälften schneiden, dass jede Hälfte gleich viele Tomaten hat. Es gibt dafür zwei Möglichkeiten.
Entlang welcher Linien kann er schneiden?



(A) 1 oder 3 (B) 1 oder 4 (C) 2 oder 3 (D) 2 oder 4 (E) 3 oder 4

Lösung:
Schnitt 1 ergibt 1 + 2 + 1 + 4 = 8 Tomaten auf einer Hälfte und 5 + 0 + 3 + 2 = 10 Tomaten auf der anderen Hälfte.
Schnitt 2 ergibt 5 + 1 + 2 + 1 = 9 Tomaten auf einer Hälfte und 0 + 3 + 2 + 4 = 9 Tomaten auf der anderen Hälfte.
Schnitt 3 ergibt 0 + 5 + 1 + 2 = 8 Tomaten auf einer Hälfte und 3 + 2 + 4 + 1 = 10 Tomaten auf der anderen Hälfte.
Schnitt 4 ergibt 3 + 0 + 5 + 1 = 9 Tomaten auf einer Hälfte und 2 + 4 + 1 + 2 = 9 Tomaten auf der anderen Hälfte.
Daher passen Schnitt 2 und 4 zur Angabe.
Ein anderer Lösungsweg ist es, die Gesamtzahl der Tomaten (18) zu bestimmen und zu halbieren: 18 : 2 = 9. Nun überprüft man, auf welchen Hälften 9 Tomaten liegen.
Die Lösung ist (D).

16. Eva baut diese zwei gleichen Teile zu einer Figur zusammen.
Welche dieser Figuren kann sie **nicht** bauen?

(A) (B) (C) (D) (E)

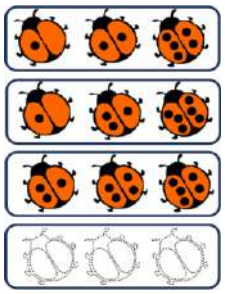
Lösung:
Die Teile lassen sich folgendermaßen zusammensetzen:

(A) (B) (C) (D)

Die Lösung ist daher (E).

5 Punkte

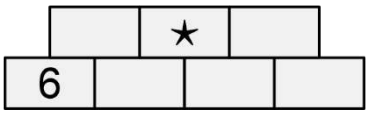
17. Sechs Marienkäfer haben entweder 1, 2, 3, 4, 5 oder 6 Punkte.
Marta macht vier Fotos von je drei verschiedenen Marienkäfern.
Jeder Marienkäfer kommt gleich oft auf den vier Fotos vor.
Die ersten drei Fotos siehst du rechts.
Wie viele Punkte haben die drei Marienkäfer im vierten Foto insgesamt?



(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

Lösung:
Jeder der Marienkäfer mit 1, 3 und 5 Punkten kommt bereits auf 2 der 3 Fotos vor, die Marienkäfer mit 2, 4 und 6 Punkten aber nur je einmal, weshalb diese auf dem letzten Foto ein zweites Mal zu sehen sein müssen. 2 + 4 + 6 = 12 Punkte.
Die Lösung ist daher (C).

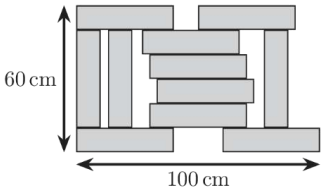
18. Maria schreibt die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 und 7 genau einmal in die Zahlenmauer. Wenn Maria zwei Zahlen der unteren Reihe zusammenzählt, erhält sie die Zahl, die genau in der Mitte über diesen beiden Zahlen steht.
Welche Zahl muss sie in das Feld mit dem Stern schreiben?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

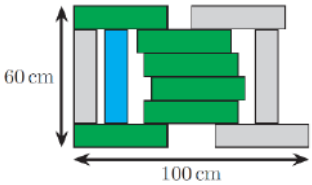
Lösung:
Da in der unteren Zeile links die Zahl 6 vorgegeben ist, ist die einzige verfügbare höhere Zahl 7, womit in das Feld rechts daneben 1 und mittig darüber 7 eingetragen werden muss, da 6 + 1 = 7.
Auf die restlichen 4 Felder müssen nun die Zahlen 2, 3, 4 und 5 korrekt aufgeteilt werden. Aus drei der Zahlen kann die Addition 3 + 2 = 5 gebildet werden, dadurch können die Felder unten rechts mit 3 und 2 befüllt werden und mittig darüber die 5 eingetragen werden. Dabei können aber 2 und 3 nicht in beliebiger Reihenfolge eingetragen werden. Trägt man 2 in das linke Feld ein so ergibt sich für das Feld darüber 1 + 2 = 3, was aber bereits im Feld rechts unten steht. Trägt man aber ins linke Feld 3 ein, so ergibt sich für das Feld darüber 3 + 1=4 und alle Bedingungen sind erfüllt. In der Mitte der oberen Reihe kann daher nur 4 eingetragen werden.
Die Lösung ist (D).

19. Tim hat am Boden eine Figur aus 11 gleichen Fliesen gelegt (siehe Bild).
Wie lang und wie breit ist jede dieser Fliesen?



(A) 8 cm, 40 cm (B) 10 cm, 40 cm (C) 12 cm, 40 cm (D) 8 cm, 44 cm (E) 10 cm, 50 cm

Lösung:
Die grün markierten Fliesen zeigen, dass sich die Höhe der Figur aus 6-mal der Breite der einzelnen Fliesen zusammensetzt. Die Breite einer Fliese ist also 60 cm : 6 = 10 cm.



Anhand der blau markierten Fliese zeigt sich nun, dass die Länge 4-mal der Breite 4 x 10 cm = 40 cm entspricht bzw. der Breite der Figur abzüglich 2-mal der Breite einzelner Fliesen: 60 cm – (2 x 10 cm) = 40 cm.
Die Länge kann zudem auch aus der Länge der Figur abgeleitet werden, da die einzigen Fliesen mit 10 cm Breite (B) und (E) sind und der Abstand zwischen den zwei Fliesen bedeutet, dass 50 cm x 2 = 100 cm nicht die Lösung sein kann, da hierbei kein Abstand bleiben würde.
Die Lösung ist daher (B).

20. Jana schreibt auf, wie viel ihre Spielzeuge wiegen:

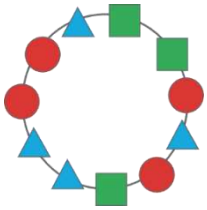
22 g	23 g	25 g	34 g	36 g

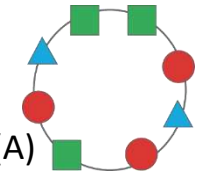
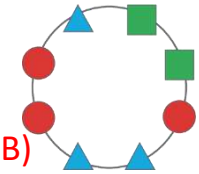
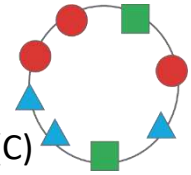
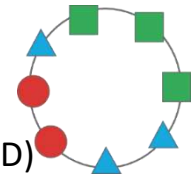
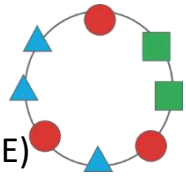
Sie möchte alle ihre Spielzeuge so auf zwei Schachteln aufteilen, dass diese dann gleich schwer sind.
Welche zwei Spielzeuge kommen **nicht** in dieselbe Schachtel?

(A) und
(B) und
(C) und
(D) und
(E) und

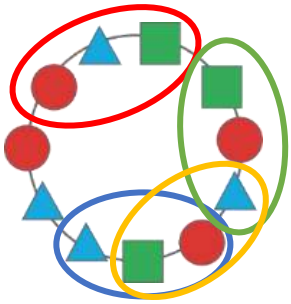
Lösung:
Alle Spielzeuge gemeinsam wiegen 22 g + 23 g + 25 g + 34 g + 36g = 140 g. In jede der 2 Schachteln müssen daher 140 g : 2 = 70 g gelegt werden. Durch Ausprobieren wird klar, dass Heißluftballon, Auto und Boot (22 g + 23 g + 25 g = 70 g) sowie Helikopter und Flugzeug (34 g + 36 g = 70 g) jeweils in eine Schachtel gelegt werden müssen.
Die Lösung ist daher (C).

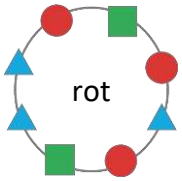
21. Das Bild rechts zeigt ein Armband mit kreisförmigen, quadratischen und dreieckigen Edelsteinen. Lisa entfernt drei benachbarte Steine, von jeder Form einen. Welches Armband kann entstehen?

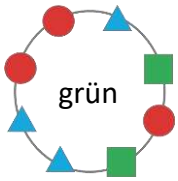


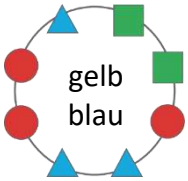
(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

Lösung:
Wie am Bild zu sehen, gibt es am ursprünglichen Armband 4 verschiedene Stellen, an denen 3 unterschiedliche benachbarte Steine auftreten.
Entfernt man eine der hier farbig eingekreisten Stellen, so erhält man eines der folgenden Armbänder:









Nur eines davon (gelb bzw. blau) stimmt mit einer der Antwortmöglichkeiten überein.
Die Lösung ist daher (B).

22. Der abgebildete Kalender zeigt die Wochentage eines Monats an, aber es fehlen die Zahlen. Zählt man die beiden Zahlen zusammen, die in den dunkelgrauen Kästchen stehen, so erhält man 29.
Auf welchen Wochentag fällt der 1. Tag des Monats?

Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So

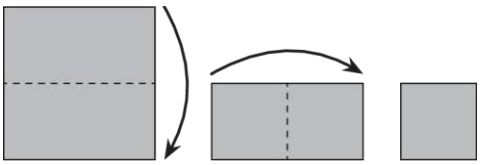
(A) Montag (B) Dienstag (C) Mittwoch (D) Donnerstag (E) Sonntag

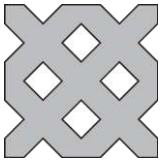
Lösung:
Durch Abzählen lässt sich die Differenz zwischen dem ersten und zweiten markierten Tag bestimmen. Diese beträgt 13.
Daher kann nun durch Ausprobieren oder durch Subtrahieren der Differenz von der Gesamtzahl 29 – 13 = 16 und anschließendes Halbieren 16 : 2 = 8, das Zahlenpaar 8 und 21 bestimmt werden, welches 29 ergibt und dessen Differenz 13 beträgt.

Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
			1	2	3	4
5	6	7	8			
		21				

Nun lässt sich bestimmen, dass der erste Tag auf einen Donnerstag fällt.
Die Lösung ist daher (D).

23. Nele faltet ein Papier in der Mitte und anschließend noch einmal in der Mitte (siehe Bild). Sie schneidet vier Stücke aus dem Papier. Als sie das Papier auffaltet, sieht sie dieses Muster.



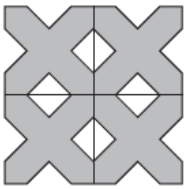


Muster

Wie sah das Papier aus, bevor sie es aufgefaltet hatte?

(A) (B) (C) (D) (E)

Lösung:
Zeichnet man die Faltlinien ein, lässt sich erkennen, dass die einzelnen Teile der Form (A) entsprechen.
Die Lösung ist (A).



24. Um die Gewichte der Gegenstände ■, ★ und ● zu vergleichen, verwendet Mona eine Balkenwaage.

Alle Gegenstände einer Art sind jeweils gleich schwer und Gegenstände unterschiedlicher Arten sind unterschiedlich schwer. Die Gegenstände können entweder 1, 2, 3, 4 oder 5 kg wiegen.

Wie viele kg hat das ■?

(A) 1 kg (B) 2 kg (C) 3 kg (D) 4 kg (E) 5 kg

Lösung:

In der Grafik lässt sich erkennen, dass ■ leichter ist als ● und ★ leichter ist als ■.

★ ist somit am leichtesten. Das geringstmögliche Gewicht für ★ ist 1 kg.

Da auf der ersten Waage 2 ★ leichter sind als 1 ■, muss ■ mehr als 2 x 1 kg = 2 kg wiegen.

● ist am schwersten. Das größtmögliche Gewicht für ● sind 5 kg.

Da auf der zweiten Waage 2 ● schwerer sind als 3 ■, müssen 3 ■ weniger wiegen als 2 x 5 kg = 10 kg.

Da 3 x 4kg = 12 kg zu schwer sind, können es nur 3 x 3 kg = 9kg sein. ■ entspricht 3 kg.
Die Lösung ist daher (C).

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2025
20. März 2025
Kategorie: Benjamin, 5. – 6. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 60 Minuten

jede richtige Antwort bei Aufgabe 1 bis 8	3 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 9 bis 16	4 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 17 bis 24	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte dazu 24 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) deiner Antwort leserlich und eindeutig in das Kästchen unter die Nummer der Aufgabe (1 bis 24) schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

pwc

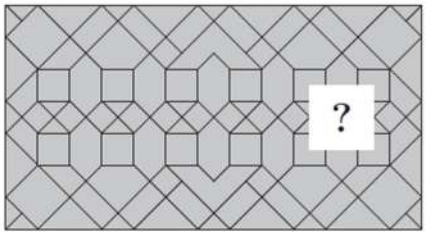
Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

NXP

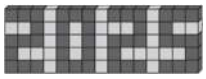
Känguru der Mathematik 2025
Gruppe Benjamin (5. – 6. Schulstufe)
Österreich – 20. März 2025

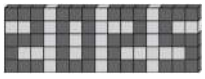
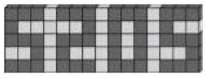
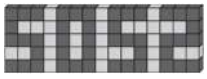
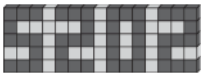
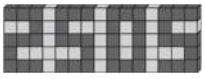
3 Punkte

1. Welcher der abgebildeten Teile vervollständigt das Muster?

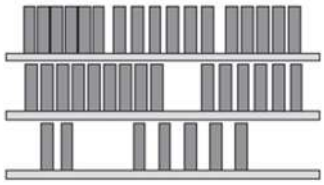


(A) (B) (C) (D) (E)

2.  Anna baut aus schwarzen und grauen Steinen eine Mauer, die 2025 anzeigt. Was kann Bella auf der Rückseite der Mauer lesen?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

3. Ein Bücherregal mit drei Fächern hat 17 Bücher im oberen Fach, 15 Bücher im mittleren und 7 Bücher im unteren Fach. Monika hätte gerne in jedem Fach die gleiche Anzahl von Büchern. Sie möchte aber so wenige Bücher wie möglich umordnen.
Wie viele Bücher muss sie vom mittleren ins untere Fach stellen?

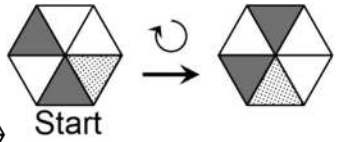


(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

4. Auf einen Würfel werden gleich große graue Quadrate geklebt (siehe Bild). Alle Flächen des Würfels sehen danach gleich aus.
Wie viele graue Quadrate wurden insgesamt verwendet?

(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 18 (E) 30

5. Thea dreht ein bemaltes Sechseck im Uhrzeigersinn je um ein Feld weiter. Die erste Drehung ist am Bild zu sehen.
Welches Sechseck sieht Thea nach der achten Drehung?



(A) (B) (C) (D) (E)

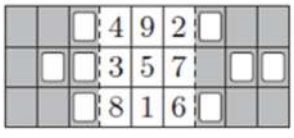
6. Das Bild rechts zeigt die Speisekarte eines Burger-Restaurants. Der Regen hat einige Ziffern abgewaschen. Die Burger sind nach ihrem Preis geordnet.
Welcher der folgenden Preise stand auf der Tafel?

(A) 4,10 (B) 5,50 (C) 5,60 (D) 6,30 (E) 6,60

7. Sechs Kinder nahmen an einem Wettrennen teil. Ariadne wurde Dritte. Bill beendete das Rennen als Sechster, gleich hinter Ernest. Fatima kam zwischen Ariadne und Ernest ins Ziel. Diana überholte Charles kurz vor der Ziellinie. Wer gewann das Wettrennen?

(A) Ariadne (B) Charles (C) Diana (D) Ernest (E) Fatima

8. Auf dem mittleren Teil einer 3-teiligen aufgefalteten Karte stehen Zahlen. Der linke und der rechte Teil der Karte haben Löcher. Mike faltet den rechten Teil entlang der gestrichelten Linie auf den mittleren Teil. Nun kann er durch die Löcher noch die Zahlen 2, 3, 5 und 6 sehen. Dann faltet er den linken Teil entlang der gestrichelten Linie auf die anderen beiden Teile.



Wie groß ist die Summe der Zahlen, die er noch durch die Löcher sehen kann?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 14

4 Punkte

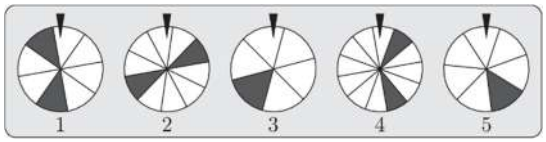
9. Drei Schildkröten nehmen an einem 10-km-Lauf teil. Jede von ihnen bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit. Als die erste Schildkröte den Wettbewerb beendet, hat die zweite 1/4 der Strecke und die dritte 1/5 der Strecke geschafft. Wie weit ist die dritte Schildkröte noch vom Ziel entfernt, wenn die zweite das Rennen beendet?

(A) 1 km (B) 2 km (C) 3 km (D) 4 km (E) 5 km

10. Vera hat einen Turm aus Würfeln gebaut. Sie will die beiden Würfel mit den Fragezeichen durch Würfel mit Zahlen ersetzen. Vera möchte aber, dass die Zahl auf jedem Würfel um mindestens 2 größer ist als die Zahl auf dem darunter liegenden Würfel.
Auf wie viele Arten kann sie die beiden Würfel ersetzen?

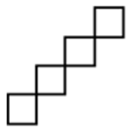
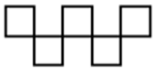
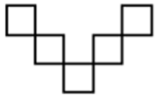
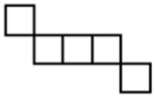
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

11. Im Bild siehst du fünf verschiedene Glücksräder. Jedes Glücksrad ist in gleich große Teile eingeteilt, aber die Anzahl der Teile ist unterschiedlich. Anna dreht alle Glücksräder. Bleibt ein Glücksrad mit einer dunklen Fläche beim Pfeil stehen, gewinnt sie.
Bei welchem der Glücksräder hat Anna die größte Chance zu gewinnen?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

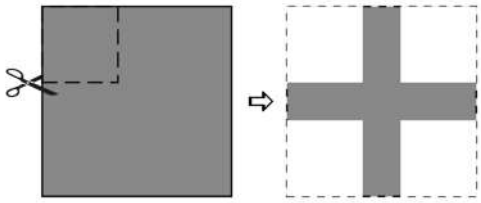
12. Welche der fünf Figuren kann nicht so auf das große Quadrat gelegt werden, dass sie nur auf weißen Feldern liegt?

(A)  (B) (C)  (D)  (E) 

13. Fünf Schwimmer einer Schule trainieren für einen Staffelwettbewerb. Diese fünf schwimmen ohne Unterbrechung, einer nach dem anderen, die gleiche Strecke. Der Trainer stoppt nach jedem Schwimmer die Zwischenzeit. Der erste Schwimmer benötigt 2 Minuten und 8 Sekunden. Die Stoppuhr zeigt die Gesamtzeit nach dem ersten, zweiten, dritten, vierten und fünften Schwimmer.
Welcher Schwimmer ist die Strecke am schnellsten geschwommen?

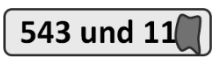
(A) der erste (B) der zweite (C) der dritte (D) der vierte (E) der fünfte

14. Jana schneidet aus einem quadratischen Papier vier kleine Quadrate gleicher Größe von den Ecken ab (siehe Bild). Die gesamte weggeschnittene Fläche beträgt 16 cm^2, die Fläche der verbleibenden Figur (Kreuz) 9 cm^2. Welchen Umfang hat das Kreuz?



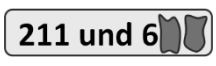
(A) 9 cm (B) 16 cm (C) 20 cm (D) 25 cm (E) 32 cm

15. Auf jeder Karte stehen zwei 3-stellige Zahlen. Einige Ziffern sind verdeckt. Auf einer der Karten ist die Ziffernsumme der beiden Zahlen gleich groß. Auf welcher?

(A) 

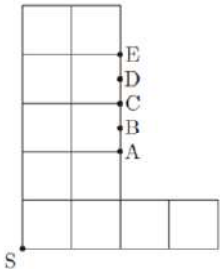
(B)

(C)

(D) 

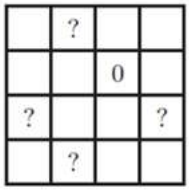
(E)

16. Die rechts abgebildete Figur besteht aus gleich großen Quadraten. Der Punkt B liegt in der Mitte von A und C, der Punkt D in der Mitte von C und E. Maria möchte die Figur mit einer geraden Linie in zwei Teile mit gleich großem Flächeninhalt teilen. Welchen der Punkte A, B, C, D oder E muss sie dazu mit S verbinden?

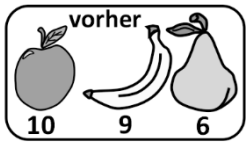


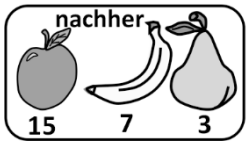
(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

5 Punkte

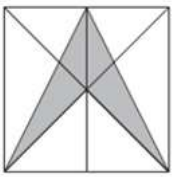


17. Hassan schreibt in jedes Feld der Tabelle entweder die Zahl 0 oder die Zahl 1. Dabei soll die Summe in jeder Zeile, Spalte und Diagonale genau 3 sein. In ein Feld hat Hassan 0 eingetragen und füllt dann die Tabelle vollständig aus.
Wie groß ist die Summe der Zahlen in den Feldern mit Fragezeichen?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) kann nicht bestimmt werden

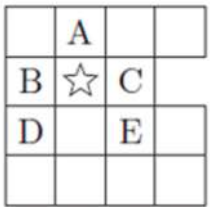




18. Eine Hexe hat 10 Äpfel, 9 Bananen und 6 Birnen. Eines Tages verzaubert sie alle ihre Früchte in jeweils eine andere Fruchtsorte. Zum Beispiel verwandelt sie jeden Apfel entweder in eine Banane oder eine Birne. Danach hat sie 15 Äpfel, 7 Bananen und 3 Birnen.
Wie viele Äpfel hat sie in Bananen verwandelt?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

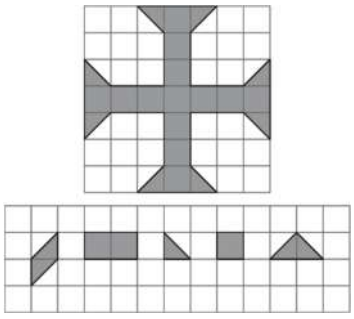


19. Das rechts abgebildete Quadrat hat die Seitenlänge 10 cm. Das Quadrat wird durch die senkrechte Mittellinie in zwei gleich große Rechtecke geteilt. Wie groß ist der Inhalt der grauen Fläche?
(A) 12,5 cm^2 (B) 25 cm^2 (C) 30 cm^2 (D) 40 cm^2 (E) 50 cm^2



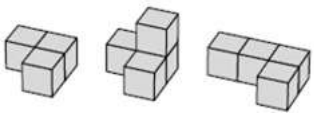
20. Joanna teilt die Figur in fünf gleich große, gleichgeformte Teile, die jeweils aus drei Quadraten bestehen. Welcher der Buchstaben befindet sich in dem Teil, in dem auch der Stern ist?
(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

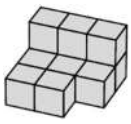
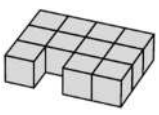
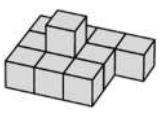
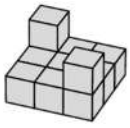
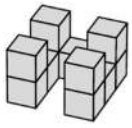
21. Fabio sagt an Dienstagen, Donnerstagen und Samstagen niemals die Wahrheit, während er an den übrigen Wochentagen immer die Wahrheit sagt.
Eines Tages führte Mateo folgendes Gespräch mit Fabio:
Mateo: „Welcher Tag ist heute?“
Fabio: „Samstag“
Mateo: „Welcher Tag wird morgen sein?“
Fabio: „Mittwoch“
An welchem Wochentag fand das Gespräch statt?
(A) Montag (B) Dienstag (C) Mittwoch (D) Donnerstag (E) Freitag



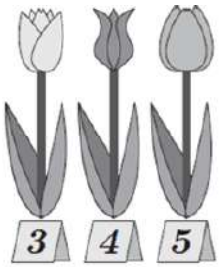
22. Julio möchte die Figur legen, die im oberen Bild rechts zu sehen ist. Er hat von jedem der fünf Plättchen, die im unteren Bild rechts zu sehen sind, mehrere Stücke zur Verfügung. Die Plättchen müssen aneinander gelegt werden, ohne sich zu überlappen.
Wie viele Plättchen muss er dazu mindestens verwenden?
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 15 (E) 17

23. Tina möchte die drei Bausteine im Bild zu einem Würfelgebäude kombinieren.
Welches der folgenden Würfelgebäude könnte sie damit bauen?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

24. Zita möchte gerne einige Blumen kaufen. Sie kann zwischen Blumen um 3€, 4€ und 5€ wählen.
Wie viele unterschiedliche Sträuße kann sie um genau 23€ kaufen?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8



KÄNGURU DER MATHEMATIK 2025
20th March 2025
Level: Benjamin, Grade: Schulstufe 5 - 6

Full name:	
School:	
Class:	

Time: 60 min.

each correct answer to questions 1 – 8: 3 points
each correct answer to questions 9 – 16: 4 points
each correct answer to questions 17 – 24: 5 points
each questions left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question
24 base points

Please write the letter (A, B, C, D, E) of your answer in the square under the question number (1 bis 24). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24

ÖNB
OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

pwc

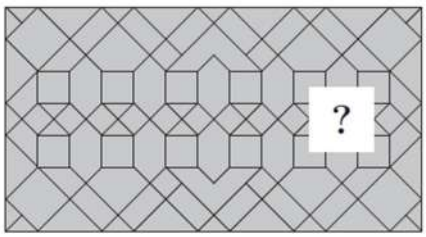
Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

NXP

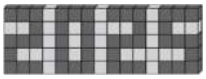
Känguru der Mathematik 2025
Level Benjamin (Schulstufe 5 and 6)
Austria – 20th March 2025

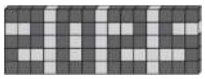
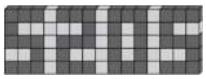
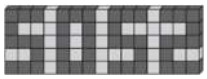
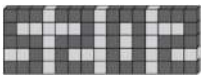
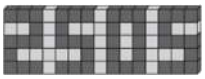
3 Points

1. Which of the pieces shown completes the pattern?

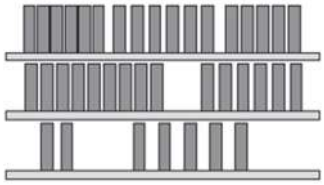


(A) (B) (C) (D) (E)

2.  Anna builds a wall out of black and grey bricks that shows 2025. What can Bella read on the back of the wall?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

3. A bookshelf with three rows has 17 books in the top row, 15 books in the middle row and 7 books in the bottom row. Monika would like to have the same number of books in each row, but she wants to rearrange as few books as possible.



How many books does she have to move from the middle row to the bottom row?

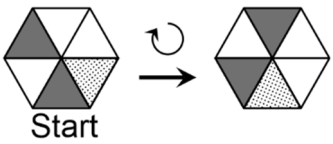
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

4. Grey squares of equal size are glued onto a cube (see picture). All surfaces of the cube then look the same.

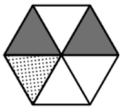
How many grey squares were used in total?

(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 18 (E) 30

5. Thea rotates a painted hexagon clockwise one space at a time. The first rotation can be seen in the picture.



Which hexagon does Thea see after the eighth rotation?

(A)  (B) (C) (D) (E)

6. The picture on the right shows the menu of a burger restaurant. The rain has washed away some of the numbers. The burgers are ordered by price.

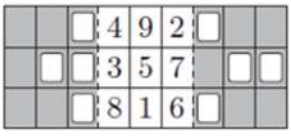
Which of the following prices was on the board?

(A) 4.10 (B) 5.50 (C) 5.60 (D) 6.30 (E) 6.60

7. Six children were running a race. Ariadne finished third. Bill finished sixth, just behind Ernest. Fatima finished between Ariadne and Ernest. Diana overtook Charles just before the finish line. Who won the race?

(A) Ariadne (B) Charles (C) Diana (D) Ernest (E) Fatima

8. There are numbers on the middle part of a 3-part unfolded card. The left and right parts of the card have holes. Mike folds the right part along the dotted line onto the middle part. He can now see the numbers 2, 3, 5 and 6 through the holes. Then he folds the left part along the dotted line onto the other two parts.



What is the sum of the numbers that he can still see through the holes?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 14

4 Points

9. Three turtles are competing in a 10 km race. Each of them moves at a constant speed. When the first turtle finishes the competition, the second has completed 1/4 of the distance and the third has completed 1/5 of the distance. How far is the third turtle from the finish line when the second turtle finishes the race?

(A) 1 km (B) 2 km (C) 3 km (D) 4 km (E) 5 km

10. Vera has built a tower of cubes. She wants to replace the two cubes with question marks with cubes with numbers. Vera wants the number on each cube to be at least 2 higher than the number on the cube below it.

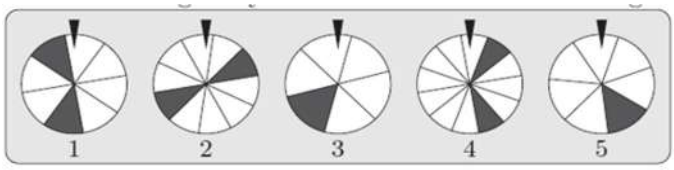
How many ways can she replace the two cubes?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

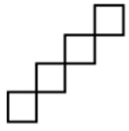
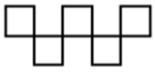
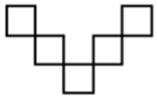
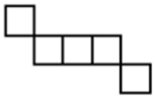
11. In the picture you can see five different wheels of fortune. Each wheel of fortune is divided into equal-sized parts, but the number of parts are different. Anna spins all of the wheels of fortune. If a wheel of fortune stops at the arrow with a dark sector, she wins.

Which of the wheels of fortune gives Anna the best chance of winning?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5



12. Which of the five shapes cannot be placed on the large square so that it only lies on white squares?

(A)  (B) (C)  (D)  (E) 

13. Five swimmers from a school are training for a relay race. The five participants swim the same distance, one after the other, without stopping. The coach stops the intermediate time after each swimmer. The first swimmer takes 2 minutes and 8 seconds. The stopwatch shows the total time after the first, second, third, fourth and fifth swimmer.

Which swimmer swam the distance the fastest?

(A) the first

(B) the second

(C) the third

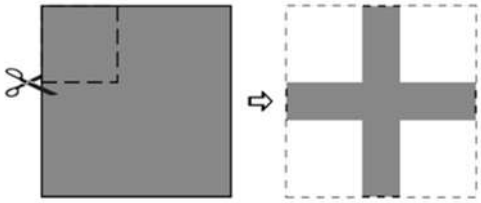
(D) the fourth

(E) the fifth

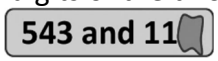
14. Jana cuts four small squares of the same size from the corners of a square piece of paper (see picture). The total cut-away area is 16 cm^2, the area of the remaining figure (cross) is 9 cm^2.

What is the perimeter of the cross?

(A) 9 cm (B) 16 cm (C) 20 cm (D) 25 cm (E) 32 cm



15. Each card has two 3-digit numbers on it. Some of the digits are hidden. On one of the cards, the sum of the digits of the two numbers is the same. Which one?

(A) 

(B)

(C)

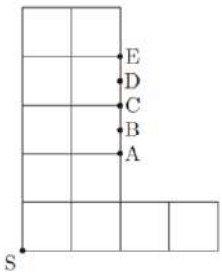
(D)

(E)

16. The diagram shown on the right consists of squares of equal size. Point B is in the middle of A and C, point D in the middle of C and E. Maria wants to divide the figure into two parts with equal areas using a straight line.

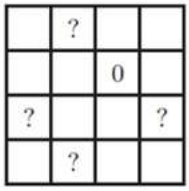
Which of the points A, B, C, D or E must she connect to S to obtain this result?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

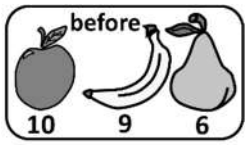


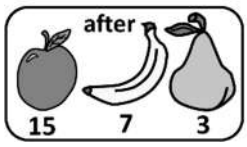
5 Points

17. Hassan writes either the number 0 or the number 1 in each field of the table. The sum in each row, column and diagonal should be exactly 3. Hassan has entered 0 in one field and then fills out the table completely.
What is the sum of the numbers in the fields with question marks?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) cannot be determined

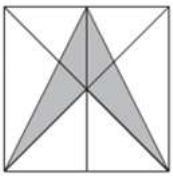


18. A witch has 10 apples, 9 bananas and 6 pears. One day she enchants all of her fruits into different types of fruit. For example, she turns each apple into either a banana or a pear. After that she has 15 apples, 7 bananas and 3 pears.
How many apples did she turn into bananas?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

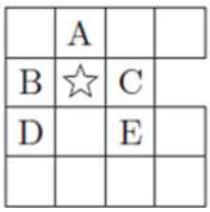




19. The square shown on the right has sides of 10 cm. The square is divided into two equal-sized rectangles by the vertical centre line.
What is the area of the grey section?
(A) 12.5 cm^2 (B) 25 cm^2 (C) 30 cm^2 (D) 40 cm^2 (E) 50 cm^2

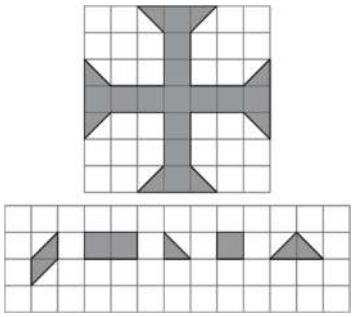


20. Joanna divides the figure into five equal-sized, same- shaped parts, each of which consists of three squares. Which of the letters is in the part with the star?
(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

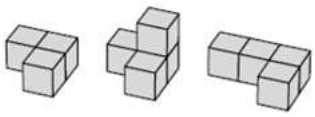


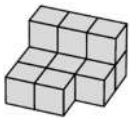
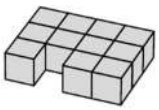
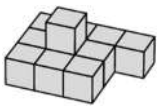
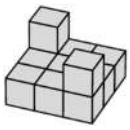
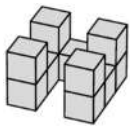
21. Fabio never tells the truth on Tuesdays, Thursdays and Saturdays, while he always tells the truth on the other days of the week.
One day Mateo had the following conversation with Fabio:
Mateo: "What day is today?"
Fabio: "Saturday"
Mateo: "What day will tomorrow be?"
Fabio: "Wednesday"
On which day of the week did the conversation take place?
(A) Monday (B) Tuesday (C) Wednesday (D) Thursday (E) Friday

22. Julio wants to make the shape shown in the top picture on the right. He has several of each of the five tiles shown in the bottom picture on the right. The tiles must be placed next to each other without overlapping.
What is the smallest number of tiles he must use?
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 15 (E) 17

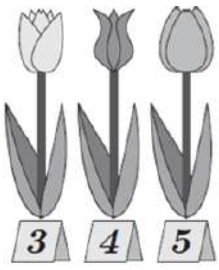


23. Tina wants to combine the three building blocks shown in the picture to form a cube building.
Which one of the following cube buildings could she make?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

24. Zita would like to buy some flowers. She can choose between flowers for 3€, 4€ and 5€.
How many different bouquets can she buy for exactly 23€?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8



Känguru der Mathematik 2025
Gruppe Benjamin (5. und 6. Schulstufe)
Österreich – 20. 3. 2025

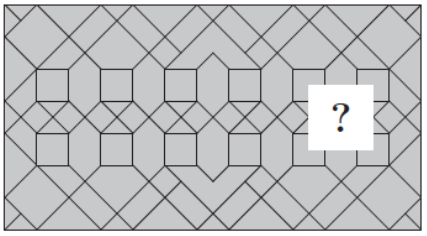
Lösungsvektor

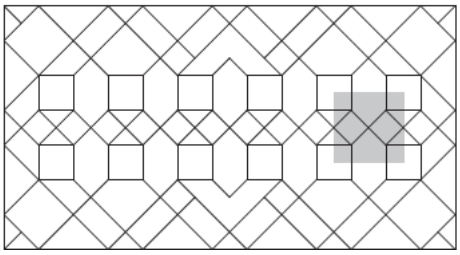
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
C	E	B	D	A	B	C	A	B	D	A	D	D	C	C	E	B	E	B	E	D	C	D	D

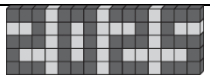
3 Punkte

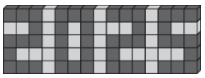
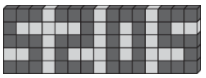
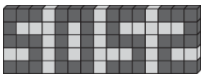
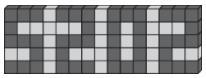
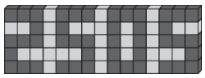
1. Welcher der abgebildeten Teile vervollständigt das Muster?

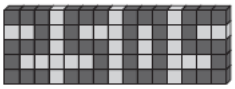
(A) (B) **(C)** (D) (E)



Lösung C: 

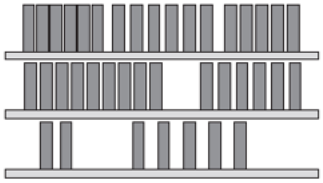
2.  Anna baut aus schwarzen und grauen Steinen eine Mauer, die 2025 anzeigt.
Was kann Bella auf der Rückseite der Mauer lesen?

(A)  (B)  (C)  (D)  **(E)** 

Lösung E: 

Wenn Bella die Mauer von der Rückseite ansieht, sieht sie 2505, weil 0 unverändert bleibt, 2 zu 5 und 5 zu 2 wird, und sich die Reihenfolge der Zahlen umdreht.

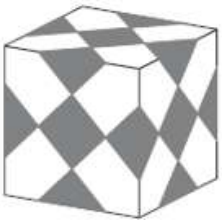
3. Ein Bücherregal mit drei Fächern hat 17 Bücher im oberen Fach, 15 Bücher im mittleren und 7 Bücher im unteren Fach. Monika hätte gerne in jedem Fach die gleiche Anzahl von Büchern. Sie möchte aber so wenige Bücher wie möglich umordnen.
Wie viele Bücher muss sie vom mittleren ins untere Fach stellen?



(A) 1 **(B)** 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

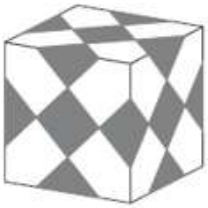
Lösung B: Insgesamt gibt es 17 + 15 + 7 = 39 Bücher. Wenn Monika in jedem Fach gleich viel Bücher haben möchte, sind das 39 : 3 = 13 Bücher pro Fach. Monika nimmt 4 Bücher vom obersten Fach und 2 Bücher vom mittleren Fach und stellt sie ins untere Fach. Somit gibt es in jedem Fach 13 Bücher.
Sie musste 2 Bücher vom mittleren Fach ins untere Fach stellen.

4. Auf einen Würfel werden gleich große graue Quadrate geklebt (siehe Bild).
Alle Flächen des Würfels sehen danach gleich aus.
Wie viele graue Quadrate wurden insgesamt verwendet?

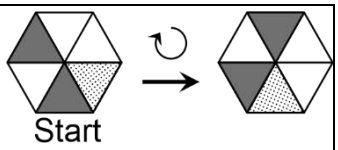


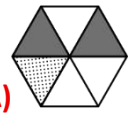
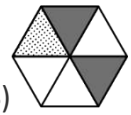
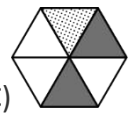
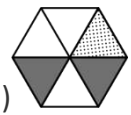
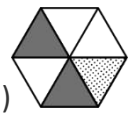
(A) 14 (B) 15 (C) 16 **(D)** 18 (E) 30

Lösung D: Auf jeder Fläche gibt es ein vollständiges Quadrat und vier halbe Quadrate, in Summe drei vollständige Quadrate. Da ein Würfel 6 Seitenflächen besitzt, gibt es insgesamt $6 \cdot 3 = 18$ Quadrate.



5. Thea dreht ein bemaltes Sechseck im Uhrzeigersinn je um ein Feld weiter. Die erste Drehung ist am Bild zu sehen.
Welches Sechseck sieht Thea nach der achten Drehung?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Lösung A: Bei jeder Drehung dreht sich das Sechseck um ein Feld weiter. Für eine volle Drehung muss das Sechseck sechs Mal gedreht werden. Bei acht Drehungen dreht es sich um zwei Felder weiter. Die Lösung A zeigt das Sechseck nach 8 Drehungen.

6. Das Bild rechts zeigt die Speisekarte eines Burger-Restaurants. Der Regen hat einige Ziffern abgewaschen. Die Burger sind nach ihrem Preis geordnet.
Welcher der folgenden Preise stand auf der Tafel?

(A) 4,10 **(B)** 5,50 (C) 5,60 (D) 6,30 (E) 6,60

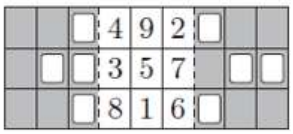
Lösung B: Da die Burger nach ihrem Preis geordnet sind, kostet der „classic"- Burger mindestens 4,30, der „hot bacon"- Burger mindestens 4,60, der „cheesy"- Burger 5,50 und der „double"- Burger mindestens 6,10. Falls einer dieser Burger teurer wäre, müsste der „deluxe"- Burger mehr als 6,80 kosten, was aber nicht der Fall ist. Daher haben die vier mittleren Burger folgende Preise: 4,30; 4,60; 5,50 und 6,10.
Auf der Tafel ist somit der Preis 5,50 zu finden.

7. Sechs Kinder nahmen an einem Wettrennen teil. Ariadne wurde Dritte.
Bill beendete das Rennen als Sechster, gleich hinter Ernest.
Fatima kam zwischen Ariadne und Ernest ins Ziel.
Diana überholte Charles kurz vor der Ziellinie.
Wer gewann das Wettrennen?

(A) Ariadne (B) Charles **(C)** Diana (D) Ernest (E) Fatima

Lösung C: Folgende Informationen wurden gegeben: Ariadne wurde Dritte, Ernest wurde Fünfter und Bill Sechster. Fatima hat das Rennen zwischen Ariadne und Ernest beendet, wurde daher Vierte. Da Diana Charles kurz vor der Ziellinie überholt, ist Diana die Siegerin und Charles Zweiter. Die Teilnehmer kommen in folgender Reihenfolge ins Ziel: D C A F E B

8. Auf dem mittleren Teil einer 3-teiligen aufgefalteten Karte stehen Zahlen. Der linke und der rechte Teil der Karte haben Löcher. Mike faltet den rechten Teil entlang der gestrichelten Linie auf den mittleren Teil. Nun kann er durch die Löcher noch die Zahlen 2, 3, 5 und 6 sehen. Dann faltet er noch den linken Teil entlang der gestrichelten Linie auf die anderen beiden Teile.



Wie groß ist die Summe der Zahlen, die er noch durch die Löcher sehen kann?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 14

Lösung A: Faltet Mike den rechten Teil auf den mittleren Teil, kann er, so wie im Text angegeben ist, die Zahlen 2, 3, 5 und 6 durch die Löcher sehen. Die übrigen Zahlen sind verdeckt. Faltet Mike den linken Teil über die Mitte, könnte er 4, 3, 5 und 8 sehen. Allerdings sind die Zahlen 4 und 8 verdeckt. Somit bleiben nur mehr 3 und 5 sichtbar, die Summe dieser beiden Zahlen ist 8.

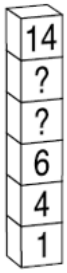
4 Punkte

9. Drei Schildkröten nehmen an einem 10-km-Lauf teil. Jede von ihnen bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit. Als die erste Schildkröte den Wettbewerb beendet, hat die zweite 1/4 der Strecke und die dritte hat 1/5 der Strecke geschafft. Wie weit ist die dritte Schildkröte noch vom Ziel entfernt, wenn die zweite das Rennen beendet?

(A) 1 km **(B)** 2 km (C) 3 km (D) 4 km (E) 5 km

Lösung B: Wenn die zweite Schildkröte 1/4 der Strecke zurückgelegt hat, hat die dritte Schildkröte 1/5 der Strecke geschafft. Die zweite Schildkröte muss noch 3 Mal 1/4 der Strecke laufen, um ins Ziel zu kommen. Die dritte Schildkröte läuft ebenfalls 3 Mal 1/5 der Strecke und hat, wenn die zweite Schildkröte das Ziel erreicht, $\frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ der Strecke geschafft. Es bleibt also noch 1/5 der Strecke übrig. Sie muss daher noch 10 : 5 = 2 km laufen.

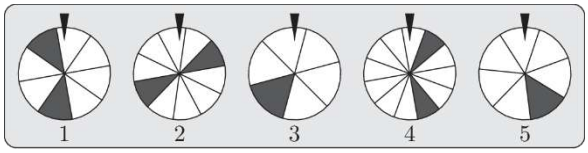
10. Vera hat einen Turm aus Würfeln gebaut. Sie will die beiden Würfel mit den Fragezeichen durch Würfel mit Zahlen ersetzen. Vera möchte aber, dass die Zahl auf jedem Würfel um mindestens 2 größer ist als die Zahl auf dem darunter liegenden Würfel.
Auf wie viele Arten kann sie die beiden Würfel ersetzen?



(A) 3 (B) 4 (C) 5 **(D)** 6 (E) 7

Lösung D: Vera hat folgende Möglichkeiten die beiden Würfel mit je zwei Zahlen zu ersetzen: 8 und 10, 8 und 11, 8 und 12, 9 und 11, 9 und 12 sowie 10 und 12. Insgesamt kann Vera auf 6 Arten die beiden Würfel ersetzen.

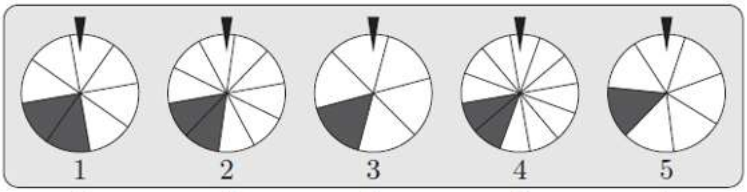
11. Im Bild siehst du fünf verschiedene Glücksräder. Jedes Glücksrad ist in gleich große Teile eingeteilt, aber die Anzahl der Teile ist unterschiedlich. Anna dreht alle Glücksräder.



Bleibt ein Glücksrad mit einer dunklen Fläche beim Pfeil stehen, gewinnt sie.
Bei welchem der Glücksräder hat Anna die größte Chance zu gewinnen?

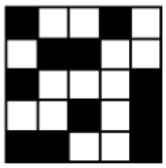
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

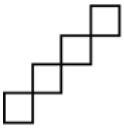
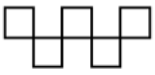
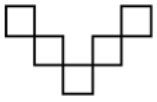
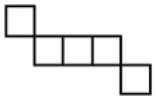
Lösung A: Fügt man die schwarzen Flächen zusammen und bestimmt ihren Anteil, erhält man Folgendes:



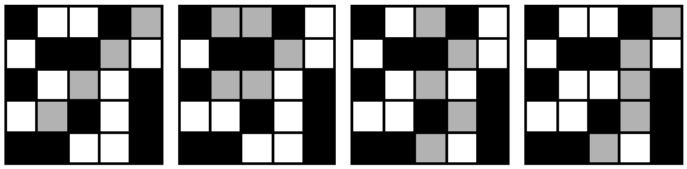
$$\frac{2}{8} > \frac{2}{10} > \frac{1}{6} = \frac{2}{12} > \frac{1}{7}$$

12. Welche der fünf Figuren kann nicht so auf das große Quadrat gelegt werden, dass sie nur auf weißen Feldern liegt?



(A)  (B) (C)  **(D)**  (E) 

Lösung D: Da die Figuren auch gedreht werden dürfen, bleibt nur mehr die Figur D, die auf keinen Fall passt.



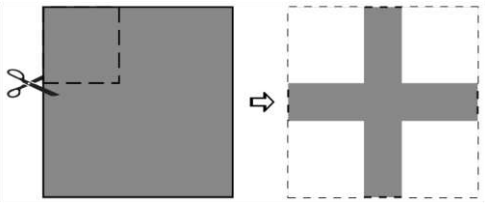
A B C E

13. Fünf Schwimmer einer Schule trainieren für einen Staffelwettbewerb. Diese fünf schwimmen ohne Unterbrechung, einer nach dem anderen, die gleiche Strecke. Der Trainer stoppt nach jedem Schwimmer die Zwischenzeit. Der erste Schwimmer benötigt 2 Minuten und 8 Sekunden. Die Stoppuhr zeigt die Gesamtzeit nach dem ersten, zweiten, dritten, vierten und fünften Schwimmer.
Welcher Schwimmer ist die Strecke am schnellsten geschwommen?

(A) der erste (B) der zweite (C) der dritte **(D)** der vierte (E) der fünfte

Lösung D: Der erste Schwimmer benötigt 2 min 8 s, der zweite 1 min 59 s, der dritte 2 min 3 s, der vierte 1 min 55 s und der fünfte 1 min 58 s. Somit hat der vierte Teilnehmer die Strecke in der geringsten Zeit geschafft und war daher der schnellste.

14. Jana schneidet aus einem quadratischen Papiervier kleine Quadrate gleicher Größe von den Eckenab (siehe Bild). Die gesamte weggeschnitteneFläche beträgt 16 cm^2, die Fläche der verbleibendenFigur (Kreuz) 9 cm^2.
Welchen Umfang hat das Kreuz?



(A) 9 cm (B) 16 cm **(C)** 20 cm (D) 25 cm (E) 32 cm

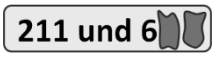
Lösung C: Die weggeschnittene Fläche und die Fläche der verbleibenden Figur ergeben zusammen $16\ \text{cm}^2 + 9\ \text{cm}^2 = 25\ \text{cm}^2$. Die Länge der Quadratseite muss daher 5 cm betragen, der Umfang beträgt $4 \cdot 5\ \text{cm} = 20\ \text{cm}$. Das Kreuz hat den gleichen Umfang wie das Quadrat.

15. Auf jeder Karte stehen zwei 3-stellige Zahlen. Einige Ziffern sind verdeckt. Auf einer der Karten ist die Ziffernsumme der beiden Zahlen gleich groß.
Auf welcher?

(A)

(B)

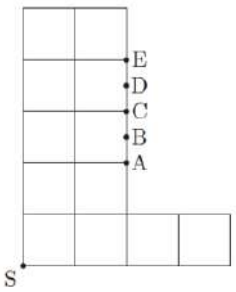
(C)

(D) 

(E)

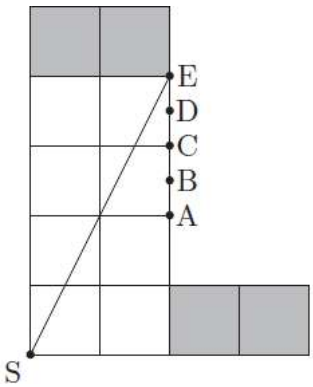
Lösung C: Addiert man die Ziffern der Zahl 543 der Antwort A, erhält man 5 + 4 + 3 = 12. Andererseits ergibt 1 + 1 = 2. Es fehlt noch 10 damit die Ziffernsumme gleich groß wird. Die Zahl 10 ist allerdings zweistellig und kann deshalb nicht verwendet werden. Für die Antworten B, D und E ergibt sich das gleiche Problem. Nur bei der Antwort C ist es möglich, die beiden Stellen mit je einer Ziffer zu ergänzen damit die Ziffernsummen übereinstimmen. 9 + 8 + 2 = 1 + 9 + 9.

16. Die rechts abgebildete Figur besteht aus gleich großen Quadraten. Der Punkt B liegt in der Mitte von A und C, der Punkt D in der Mitte von C und E. Maria möchte die Figur mit einer geraden Linie in zwei Teile mit gleich großem Flächeninhalt teilen.
Welchen der Punkte A, B, C, D oder E muss sie dazu mit S verbinden?



(A) A (B) B (C) C (D) D **(E)** E

Lösung E:



5 Punkte

17. Hassan schreibt in jedes Feld der Tabelle entweder die Zahl 0 oder die Zahl 1. Dabei soll die Summe in jeder Zeile, Spalte und Diagonale genau 3 sein. In ein Feld hat Hassan 0 eingetragen und füllt dann die Tabelle vollständig aus.
Wie groß ist die Summe der Zahlen in den Feldern mit Fragezeichen?

	?		
		0	
?			?
	?		

(A) 1 **(B)** 2 (C) 3 (D) 4 (E) kann nicht bestimmt werden

Lösung B: Da Hassan bereits die Zahl 0 in die zweite Zeile, beziehungsweise dritte Spalte eingefügt hat, muss er sowohl die restliche zweite Zeile, die dritte Spalte und die Diagonale, auf der die Zahl 0 liegt nur mit 1 ergänzen. Dafür gibt es nur eine Möglichkeit. Für die Ergänzung hat er zwei Möglichkeiten.

	?	1	1
1	1	0	1
?	1	1	?
1	?	1	

0	1	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0
1	0	1	1

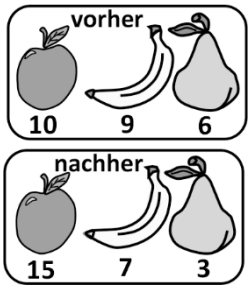
Möglichkeit 1

1	0	1	1
1	1	0	1
0	1	1	1
1	1	1	0

Möglichkeit 2

Die Summe der Zahlen in den Feldern mit den Fragezeichen ergibt immer 2.

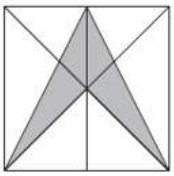
18. Eine Hexe hat 10 Äpfel, 9 Bananen und 6 Birnen. Eines Tages verzaubert sie alle ihre Früchte in jeweils eine andere Fruchtsorte. Zum Beispiel verwandelt sie jeden Apfel entweder in eine Banane oder eine Birne. Danach hat sie 15 Äpfel, 7 Bananen und 3 Birnen. Wie viele Äpfel hat sie in Bananen verwandelt?



(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 **(E)** 7

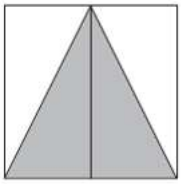
Lösung E: Da die Hexe alle Früchte in eine andere Frucht umgewandelt hat, müssen alle 15 Früchte, die am zweiten Tag Äpfel waren, am ersten Tag Bananen oder Birnen gewesen sein. Es waren am ersten Tag aber genau 9 Bananen und 6 Birnen vorhanden, was in Summe genau 15 ergibt. Das bedeutet, dass alle Bananen und Birnen in Äpfel umgewandelt wurden. Damit wissen wir, was mit allen Bananen und Birnen des ersten Tages geschehen ist. Alle anderen Früchte des zweiten Tages – also auch alle 7 Bananen – waren daher am ersten Tag Äpfel. Die Hexe hat also 7 Äpfel in Bananen verwandelt.

19. Das rechts abgebildete Quadrat hat die Seitenlänge 10 cm. Das Quadrat wird durch die senkrechte Mittellinie in zwei gleich große Rechtecke geteilt.
Wie groß ist der Inhalt der grauen Fläche?



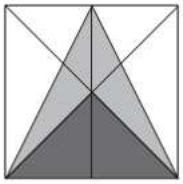
(A) 12,5 cm² **(B)** 25 cm² (C) 30 cm² (D) 40 cm² (E) 50 cm²

Lösung B: Ein Quadrat mit der Seitenlänge 10 cm besitzt den Flächeninhalt A = 100 cm². Die Mittellinie und zwei der schrägen Linien teilen das Quadrat in vier gleich große Dreiecke mit je 25 cm². Das graue Dreieck in Zeichnung 1 hat also einen Flächeninhalt von 50 cm². In Zeichnung 2 teilen die beiden Diagonalen das Quadrat ebenfalls in vier gleich große Dreiecke mit je 25 cm². Der Flächeninhalt der gesuchten grauen Fläche ergibt sich durch die Subtraktion der 25 cm² von den 50 cm² (Zeichnung 3).



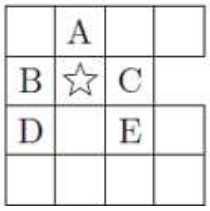
$100\,\text{cm}^2 : 2 = 50\,\text{cm}^2$

$100\,\text{cm}^2 : 4 = 25\,\text{cm}^2$



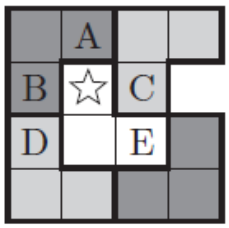
$50\,\text{cm}^2 - 25\,\text{cm}^2 = 25\,\text{cm}^2$

20. Joanna teilt die Figur in fünf gleich große, gleichgeformte Teile, die jeweils aus drei Quadraten bestehen. Welcher der Buchstaben befindet sich in dem Teil, in dem auch der Stern ist?



(A) A (B) B (C) C (D) D **(E)** E

Lösung E:

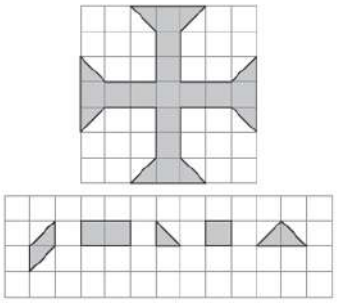


21. Fabio sagt an Dienstagen, Donnerstagen und Samstagen niemals die Wahrheit, während er an den übrigen Wochentagen immer die Wahrheit sagt.
Eines Tages führte Mateo folgendes Gespräch mit Fabio:
Mateo: „Welcher Tag ist heute?“
Fabio: „Samstag“
Mateo: „Welcher Tag wird morgen sein?“
Fabio: „Mittwoch“
An welchem Wochentag fand das Gespräch statt?

(A) Montag (B) Dienstag (C) Mittwoch **(D)** Donnerstag (E) Freitag

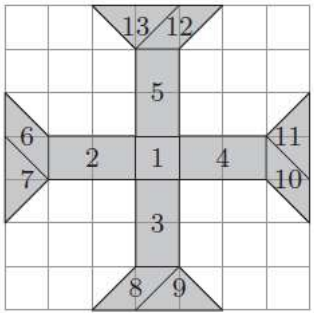
Lösung D: Die Antworten, die Fabio gibt, widersprechen sich. Das bedeutet, dass das Gespräch an einem Tag geführt wurde, an dem er lügt (Dienstag, Donnerstag oder Samstag). Daraus folgt, dass beide Antworten, die Fabio gibt, falsch sind. Es kann weder Samstag sein, noch der Tag vor dem Mittwoch der Dienstag ist, weil er lügt. Somit bleibt nur mehr ein Tag übrig an dem das Gespräch stattgefunden hat, und das ist der Donnerstag.

22. Julio möchte die Figur legen, die im oberen Bild zu sehen ist. Er hat von jedem der fünf Plättchen, die im unteren Bild rechts zu sehen sind, mehrere Stücke zur Verfügung. Die Plättchen müssen aneinandergelegt werden, ohne sich zu überlappen. Wie viele Plättchen muss er dazu mindestens verwenden?

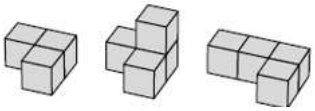


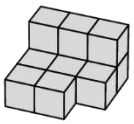
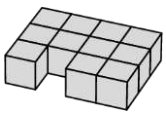
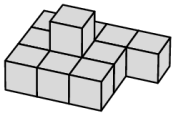
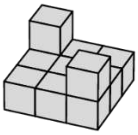
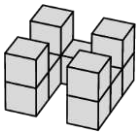
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 15 (E) 17

Lösung C:

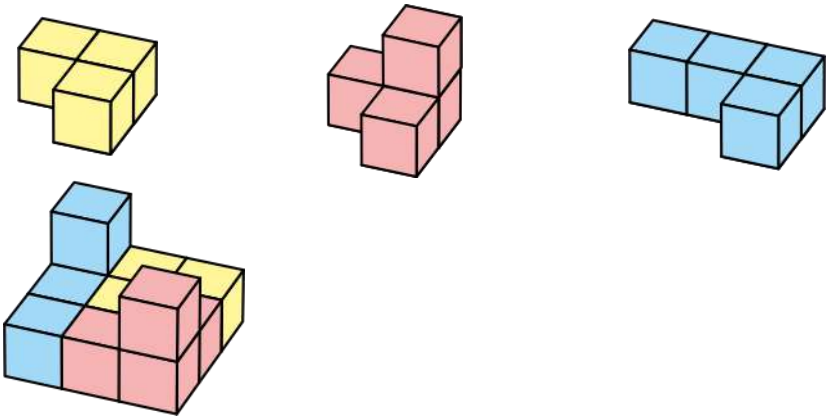


23. Tina möchte die drei Bausteine im Bild zu einem Würfelgebäude kombinieren.
Welche der folgenden Würfelgebäude könnte sie damit bauen?

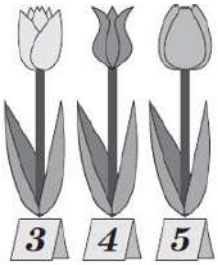


(A)  (B)  (C)  **(D)**  (E) 

Lösung D:



24. Zita möchte gerne einige Blumen kaufen.
Sie kann zwischen Blumen um 3€, 4€ und 5€ wählen.
Wie viele unterschiedliche Sträuße kann sie um genau23€ kaufen?



(A) 4 (B) 5 (C) 6 **(D)** 7 (E) 8

Lösung D:
Es gibt genau 7 Möglichkeiten, verschiedene Sträuße um genau 23 € zu kaufen:

$$2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 5 = 23$$
$$1 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 23$$
$$1 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 23$$
$$6 \cdot 3 + 1 \cdot 5 = 23$$
$$3 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 23$$
$$2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 23$$
$$5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 23$$

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2025
20. März 2025
Kategorie: Kadett, 7. – 8. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 75 Minuten

jede richtige Antwort bei Aufgabe 1 bis 10	3 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 11 bis 20	4 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 21 bis 30	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte dazu 30 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) deiner Antwort leserlich und eindeutig in das Kästchen unter die Nummer der Aufgabe (1 – 30) schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

pwc

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK EUROSYSTEM

NXP

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in diese Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

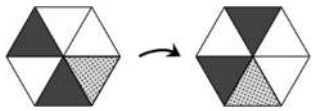
Känguru der Mathematik 2025
Gruppe Kadett (7. und 8. Schulstufe)
Österreich – 20. März 2025

3 Punkte

1. Lisa kann aus vier Holzziffern wie abgebildet die Zahl 2025 legen.
Welche der folgenden Zahlen ist die größte, die sie mit diesen Ziffern legen kann?

(A) 2502 (B) 5202 (C) 5220 (D) 5502 (E) 5520

2. Isabelle spielt mit einem sechseckigen Blatt Papier ein Spiel. Sie dreht das Sechseck in jedem Zug um denselben Winkel und in dieselbe Richtung weiter. Die Abbildung zeigt das Blatt zu Beginn und nach dem ersten Zug.
Nach wie vielen Zügen sieht das Blatt wieder aus wie zu Beginn?

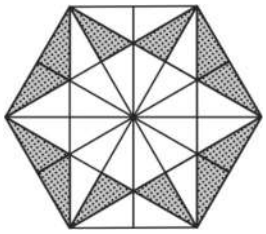


(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

3. Alex würfelt mit drei gewöhnlichen Spielwürfeln und erhält 8 als Summe der Augenzahlen. Alle drei Würfel zeigen verschiedene Augenzahlen. Welche Augenzahl zeigt sicher **keiner** der drei Würfel?

(A) (B) (C) (D) (E)

4. Das abgebildete regelmäßige Sechseck ist in viele Dreiecke mit gleicher Fläche unterteilt.
Welcher Anteil des Sechsecks ist grau?



(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{6}$

5. In Känguruhausen verwendet man anstatt Kilometern die Einheit Hoppel. Känguru Klaus benötigt 12 Minuten, um einen Hoppel zurückzulegen. Wie viele Hoppel schafft er in 12 Stunden?

(A) 60 (B) 24 (C) 12 (D) 10 (E) 6

6. Daniel ist 5 Jahre alt. Sein Bruder Dominik ist um 6 Jahre älter.
Wie alt werden die beiden in 7 Jahren in Summe sein?

(A) 26 (B) 27 (C) 28 (D) 29 (E) 30

7. Ohad möchte die vier Ziffern 2, 0, 2 und 5 in die vier Kästchen der abgebildeten Rechnung schreiben.

Was ist das kleinste Ergebnis, das Ohad erhalten könnte?

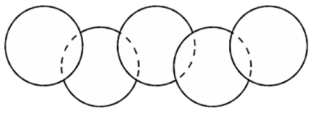
(A) -7 (B) -6 (C) -5 (D) -4 (E) -3

8. Das Bild rechts zeigt die Speisekarte eines Burger-Restaurants. Der Regen hat einige Ziffern abgewaschen. Die Burger sind nach ihrem Preis aufsteigend geordnet, der günstigste ist der „veggie“-Burger.

Wie viel kostet der „deluxe“-Burger mindestens?

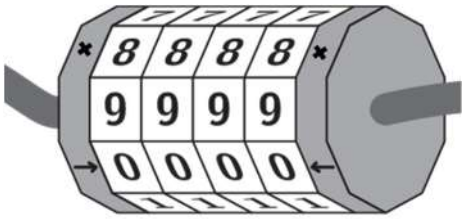
(A) 5,80 (B) 6,80 (C) 7,80 (D) 8,80 (E) 9,80

9. Fünf Kreise mit einem Flächeninhalt von je 8 cm^2 überlappen einander und bilden so die abgebildete Figur. Jede Überlappung hat einen Flächeninhalt von 1 cm^2.
Wie groß ist der gesamte Flächeninhalt der Figur in cm^2?



(A) 32 (B) 36 (C) 38 (D) 39 (E) 42

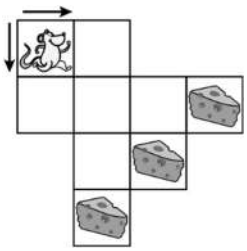
10. Wenn Paul bei seinem Fahrradschloss die Zahl 0000 einstellt, sieht er an der mit **x** gekennzeichneten Stelle 8888. Zum Öffnen des Schlosses muss er die Ringe so verdrehen, dass bei der **x**-Markierung die Zahl 2815 steht.
Welche Zahl steht dann beim Pfeil?



(A) 4037 (B) 4693 (C) 0639 (D) 0693 (E) 9083

4 Punkte

11. Eine Maus möchte zu einem Stück Käse gelangen. Sie kann sich von jedem Feld aus nur in das Feld rechts daneben oder direkt darunter bewegen.
Auf wie vielen verschiedenen Wegen kann die Maus ein Stück Käse erreichen?

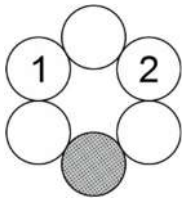


(A) 3 (B) 5 (C) 8 (D) 10 (E) 11

12. Bei einem 60-m-Hürdenlauf gibt es 5 Hürden. Die erste Hürde steht nach 12 m. Der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Hürden beträgt jeweils 8 m.
Wie weit ist die letzte Hürde vom Ziel entfernt?

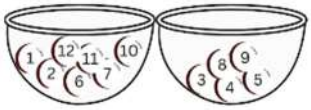
(A) 8 m (B) 10 m (C) 12 m (D) 14 m (E) 16 m

13. Emma möchte in jeden Kreis (siehe Abbildung) eine Zahl schreiben. Sie möchte, dass jede Zahl gleich der Summe der Zahlen in den beiden benachbarten Kreisen ist. Sie hat bereits zwei Zahlen geschrieben. Welche Zahl wird sie in den grauen Kreis schreiben?



(A) 2 (B) -1 (C) -2 (D) -3 (E) -5

14. Sanja hat zwei Schüsseln mit nummerierten Kugeln. In der linken Schüssel sind sieben Kugeln mit den Zahlen 1, 2, 6, 7, 10, 11 und 12. Ihr arithmetisches Mittel ist $7{,}0$. In der rechten Schüssel sind fünf Kugeln mit den Zahlen 3, 4, 5, 8 und 9, ihr arithmetisches Mittel ist $5{,}8$.
Sanja möchte die arithmetischen Mittel der Zahlen in beiden Schüsseln erhöhen.
Welche Kugel muss sie dafür aus der linken Schüssel in die rechte übertragen?



(A) 6 (B) 7 (C) 10 (D) 11 (E) 12

15. Theo steht auf einem Laufband im Fitnessstudio. Er schaut dabei auf zwei Stoppuhren. Die linke zeigt die Zeit, die seit Beginn seines Trainings verstrichen ist. Die rechte zeigt die verbleibende Zeit bis zum Ende seines Trainings.

14:58	21:32

Irgendwann zeigen beide Stoppuhren dasselbe an. Was zeigen sie zu diesem Zeitpunkt an?

(A) 17:50 (B) 18:00 (C) 18:12 (D) 18:15 (E) 18:20

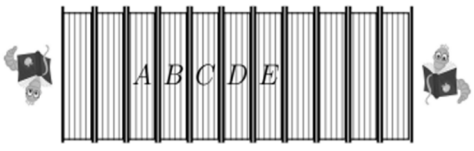
16. In einem Raum befinden sich um 10 Personen mehr, die immer die Wahrheit sagen, als solche, die immer lügen. Jeder im Raum wurde gefragt: „Sagst du die Wahrheit?“ und alle 20 Personen haben mit ja geantwortet.
Wie viele Lügner sind im Raum?

(A) 0 (B) 5 (C) 15 (D) 20 (E) 25

17. Eine Biene, eine Maus, ein Käfer und eine Katze wollen ein Gruppenfoto machen. Dazu stellen sie sich nebeneinander in einer Reihe auf. Die Katze darf aber nicht neben der Maus stehen.
Auf wie viele verschiedene Arten können sich die Tiere aufstellen?

(A) 6 (B) 12 (C) 16 (D) 18 (E) 20

18. Die zwei Bücherwürmer Linki und Rechti fressen sich durch die Bücher. Linki beginnt links, Rechti beginnt rechts. Sie starten zur gleichen Zeit. Linki frisst sich in 3 Tagen durch einen Buchumschlag und in 2 Tagen durch alle Seiten eines Buches.
Rechti frisst sich in 1 Tag durch einen Buchumschlag und in 2 Tagen durch alle Seiten eines Buches.
In welchem Buch (siehe Abbildung) treffen die beiden aufeinander?

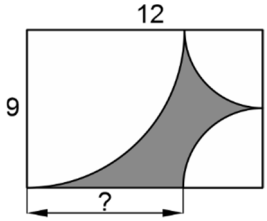


(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

19. Auf einer australischen Farm leben Emus, Schlangen und Kängurus zusammen. Emus haben zwei Beine, aber keinen Schwanz. Kängurus haben vier Beine und einen Schwanz. Schlangen haben keine Beine, aber einen Schwanz. Alle Tiere haben zwei Augen. Gemeinsam haben sie 18 Augen, 7 Schwänze und 24 Beine.
Wie viele Kängurus leben auf der Farm?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

20. Elke zeichnet Viertelkreise auf ein Blatt mit den Maßen 12 cm x 9 cm. Die Mittelpunkte der Viertelkreise liegen in den Ecken. Den so entstandenen Bereich in der Mitte malt sie an, siehe nicht maßstabsgetreue Abbildung.
Wie lange ist die Länge mit dem Fragezeichen?



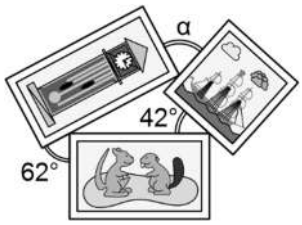
(A) 5 cm (B) 6 cm (C) 7 cm (D) 8 cm (E) 9 cm

5 Punkte

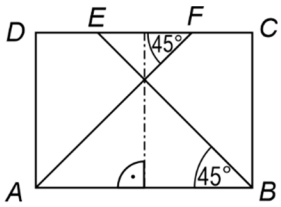
21. Bei der sechsstelligen Zahl $\overline{PAPAYA}$ stehen verschiedene Buchstaben für verschiedene Ziffern und gleiche Buchstaben für gleiche Ziffern. Außerdem gilt $Y = P + P = A + A + A$.
Was ist der Wert von $P \cdot A \cdot P \cdot A \cdot Y \cdot A$?
(A) 432 (B) 342 (C) 324 (D) 243 (E) 234

22. Manuela schießt in zwei Fußballtrainings insgesamt 17-mal auf ein Tor. Im 1. Training trifft sie bei 60 % der Schüsse ins Tor. Im 2. Training trifft sie bei 75 % der Schüsse ins Tor. Wie oft trifft sie im 2. Training ins Tor?
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

23. Louise legt drei rechteckige Bilder wie in der Abbildung dargestellt.
Wie groß ist der Winkel α?
(A) 64° (B) 70° (C) 72° (D) 76° (E) 80°

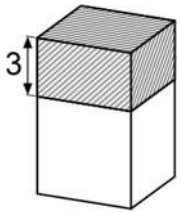


24. Anurag wohnt von seiner Schule 1 km entfernt. Jeden Tag macht er sich um die gleiche Uhrzeit auf den Weg zur Schule. Geht er zu Fuß, geht er mit einer Geschwindigkeit von 4 km/h. Fährt er mit dem Fahrrad, dann fährt er mit einer Geschwindigkeit von 15 km/h. Zu Fuß kommt er 5 Minuten vor Schulbeginn an.
Wie viele Minuten vor Schulbeginn kommt er an, wenn er mit dem Fahrrad fährt?
(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 16

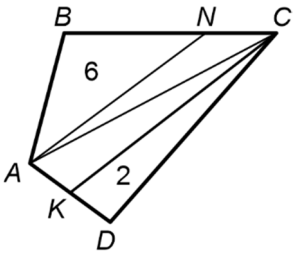


25. In dem Rechteck $ABCD$ liegen die Punkte E und F auf der Seite DC (siehe Abbildung), sodass $\angle EBA = \angle DFA = 45°$ und $\overline{AB} + \overline{EF} = 20\ \text{cm}$. Wie groß ist die Länge $\overline{BC}$?
(A) 4 cm (B) 6 cm (C) 8 cm (D) 10 cm (E) 12 cm

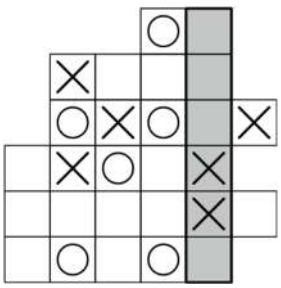
26. Wenn die Höhe eines Quaders um $3\ \text{cm}$ verringert wird, verkleinert sich seine Oberfläche um $60\ \text{cm}^2$ und es entsteht ein Würfel.
Wie groß ist das Volumen des ursprünglichen Quaders in cm^3?
(A) 75 (B) 125 (C) 150 (D) 200 (E) 225



27. Im Viereck $ABCD$ sind die Punkte N und K auf den Seiten BC und AD markiert, sodass $\overline{BN} = 2 \cdot \overline{NC}$ und $\overline{AK} = \overline{KD}$. Von den zwei Dreiecken ABN und CKD sind die Flächeninhalte bekannt (siehe Grafik).
Wie groß ist der Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$?
(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

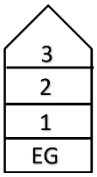


28. Martin möchte die Zellen in dem abgebildeten Diagramm so ausfüllen, dass jede Zelle entweder ein Kreuz oder einen Kreis enthält. Dabei soll in keiner Spalte, Zeile oder Diagonale eine Reihe von vier aufeinanderfolgenden gleichen Symbolen stehen.
Was wird die grau gefärbte Spalte im fertig ausgefüllten Diagramm enthalten?
(A) 3 Kreise und 3 Kreuze (B) 2 Kreise und 4 Kreuze
(C) 4 Kreise und 2 Kreuze (D) 5 Kreise und 1 Kreuz (E) 1 Kreis und 5 Kreuze



29. Die Buchstaben p, q, r, s und t stehen für fünf aufeinanderfolgende positive ganze Zahlen, allerdings nicht unbedingt in dieser Reihenfolge.
Es gilt: $p + q = 69$ und $s + t = 72$. Für welche Zahl steht r?
(A) 29 (B) 31 (C) 34 (D) 37 (E) 39

30. Die Freundinnen Annie, Bibi, Clara und Doris wohnen in jeweils unterschiedlichen Stockwerken eines vierstöckigen Gebäudes. Es wohnen auch noch andere Personen im Gebäude. Über Annie wohnen 25 Personen. Unter Bibi wohnen 5 Personen. Unter Clara wohnen 17 Personen. Über Doris wohnen 22 Personen. Wie viele Personen wohnen insgesamt im Gebäude?
(A) 27 (B) 30 (C) 32 (D) 37 (E) 40



Känguru der Mathematik 2025

Gruppe Kadett (7. – 8. Schulstufe)
Österreich – 20. 3. 2025

Lösungsvektor

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	A	E	B	A	E	C	B	B	A	C	E	D	A	D	B	B	B	E	B	A	D	B	E	D	D	A	B	C	A

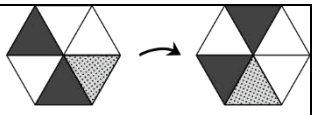
3 Punkte

1. Lisa kann aus vier Holzziffern wie abgebildet die Zahl 2025 legen. Welche der folgenden Zahlen ist die größte, die sie mit diesen Ziffern legen kann?

(A) 2502 (B) 5202 **(C)** 5220 (D) 5502 (E) 5520

Lösung: **C**

2. Isabelle spielt mit einem sechseckigen Blatt Papier ein Spiel. Sie dreht das Sechseck in jedem Zug um denselben Winkel und in dieselbe Richtung weiter. Die Abbildung zeigt das Blatt zu Beginn und nach dem ersten Zug. Nach wie vielen Zügen sieht das Blatt wieder aus wie zu Beginn?



(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

Lösung: **A**

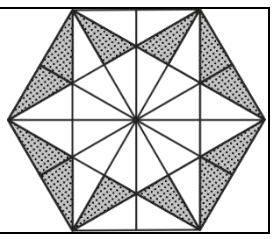
3. Alex würfelt mit drei normalen Spielwürfeln und erhält 8 als Summe der Augenzahlen. Alle drei Würfel zeigen eine andere Seite. Welche Würfelseite zeigt sicher **keiner** der drei Würfel?

(A) (B) (C) (D) **(E)**

Lösung: **E**

Wenn ein Würfel als Augenzahl 6 zeigt, fehlen noch 2 Punkte auf die Summe 8. Mit zwei verschiedenen Würfeln wäre das nicht zu gewährleisten, da die kleinste Möglichkeit 1 + 2 = 3 ist.

4. Das abgebildete regelmäßige Sechseck ist in viele Dreiecke mit gleicher Fläche unterteilt. Welcher Anteil des Sechsecks ist grau?



(A) $\frac{1}{2}$ **(B)** $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{6}$

Lösung: **B**

Durch Abzählen erhält man: Felder insgesamt: 36; graue Felder: 12 → Grauer Anteil = $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

5. In Känguruhausen verwendet man anstatt Kilometern die Einheit Hoppel. Känguru Klaus benötigt 12 Minuten, um einen Hoppel zurückzulegen. Wie viele Hoppel schafft er in 12 Stunden?

(A) 60 (B) 24 (C) 12 (D) 10 (E) 6

Lösung: **A**

Eine Stunde entspricht 60 Minuten → Klaus schafft dementsprechend in einer Stunde 5 Hoppel, in 12 Stunden 60 Hoppel.

Oder: 12 h/ 12 min = 1 h/ 1 min = 60

6. Daniel ist 5 Jahre alt. Sein Bruder Dominik ist um 6 Jahre älter.
Wie alt werden die beiden in 7 Jahren in Summe sein?

(A) 26 (B) 27 (C) 28 (D) 29 **(E)** 30

Lösung: **E**

Heute ist Daniel 5 Jahre alt, Dominik 5 + 6 = 11 Jahre alt. In 7 Jahren ist Daniel 12 und Dominik 18 Jahre alt. Beide sind daher in Summe 30 Jahre alt.

7. Ohad möchte die vier Ziffern 2, 0, 2 und 5 in die vier Kästchen der abgebildeten Rechnung schreiben.

$\square - \square + \square - \square$

Was ist das kleinste Ergebnis, das Ohad erhalten könnte?

(A) -7 (B) -6 **(C)** -5 (D) -4 (E) -3

Lösung: **C**

Damit der Ausdruck möglichst klein wird, müssen möglichst große Ziffern subtrahiert werden. Es wird dementsprechend 5 und 2 subtrahiert, 0 und 2 addiert. Die Lösung ist daher -5.

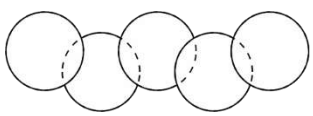
8. Das Bild rechts zeigt die Speisekarte eines Burger-Restaurants. Der Regen hat einige Ziffern abgewaschen. Die Burger sind nach ihrem Preis aufsteigend geordnet, der billigste ist der „veggie“-Burger.
Wie viel kostet der „deluxe“-Burger mindestens?

(A) 5,80 **(B)** 6,80 (C) 7,80 (D) 8,80 (E) 9,80

Lösung: **B**

Die Burger kosten der Reihe nach mindestens: veggie: 3,70; classic: 4,30; hot bacon:4,60; cheesy: 5,50; double: 6,10; deluxe: 6,80.

9. Fünf Kreise mit einem Flächeninhalt von je 8 cm^2 überlappen einander und bilden so die abgebildete Figur. Jede Überlappung hat einen Flächeninhalt von 1 cm^2.
Wie groß ist der gesamte Flächeninhalt der Figur in cm^2?



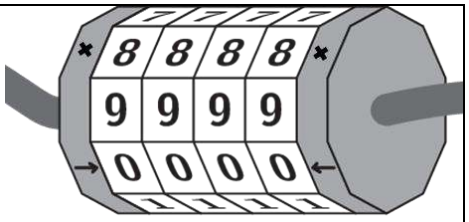
(A) 32 **(B)** 36 (C) 38 (D) 39 (E) 42

Lösung: **B**

Ohne Beachtung der Überlappung beträgt die Fläche $5 \cdot 8 = 40\ \mathrm{cm}^2$. Da eine Überlappung doppelt zur Fläche beiträgt, muss je Überlappung eine Fläche von $1\ \mathrm{cm}^2$ abgezogen werden. Die Fläche entspricht demensprechend $40 - 4 = 36\ cm^2$.

10. Wenn Paul bei seinem Fahrradschloss die Zahl 0000 einstellt, sieht er an der mit x gekennzeichneten Stelle 8888. Zum Öffnen des Schlosses muss er die Ringe so verdrehen, dass bei der x-Markierung die Zahl 2815 steht. Welche Zahl steht dann beim Pfeil?

(A) 4037 (B) 4693 (C) 0639 (D) 0693 (E) 9083

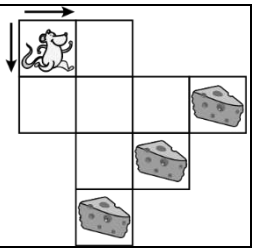


Lösung: **A**
4037

4 Punkte

11. Eine Maus möchte zu einem Stück Käse gelangen. Sie kann sich von jedem Feld aus nur in das Feld rechts daneben oder direkt darunter bewegen.
Auf wie vielen verschiedenen Wegen kann die Maus ein Stück Käse erreichen?

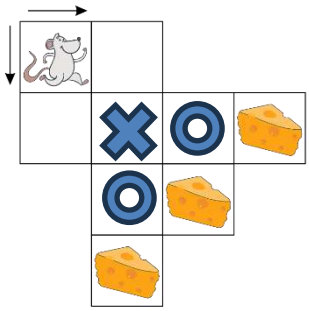
(A) 3 (B) 5 **(C)** 8 (D) 10 (E) 11



Lösung: **C**

Die Maus hat zu Beginn 2 Möglichkeiten – sie landet dann sicherlich im Feld mit der Markierung „x“. Von hier aus hat sie wieder zwei Möglichkeiten, sie landet jeweils in einem Feld mit einem „o“. Hier angekommen hat sie wieder 2 Möglichkeiten.

Insgesamt hat die Maus also $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ Möglichkeiten.



12. Bei einem 60-m-Hürdenlauf gibt es fünf Hürden. Die erste Hürde steht nach 12 m. Der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Hürden beträgt jeweils 8 m.
Wie weit ist die letzte Hürde vom Ziel entfernt?

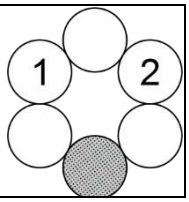
(A) 8 m (B) 10 m (C) 12 m (D) 14 m **(E)** 16 m

Lösung: **E**

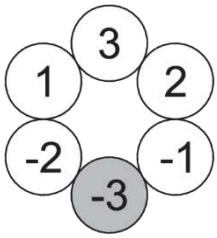
Die Hürden sind vom Start $12\ \text{m}, 20\ \text{m}, 28\ \text{m}, 36\ \text{m}$ und $44\ \text{m}$ entfernt. Der Abstand zum Ziel beträgt daher

$$60 - 44 = 16\ \text{m}$$

13. Emma möchte in jeden Kreis (siehe Abbildung) eine Zahl schreiben. Sie möchte, dass jede Zahl gleich der Summe der Zahlen in den beiden benachbarten Kreisen ist. Sie hat bereits zwei Zahlen geschrieben. Welche Zahl wird sie in den grauen Kreis schreiben?

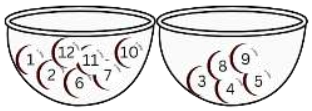


(A) 2 (B) -1 (C) -2 **(D)** -3 (E) -5



Lösung: **D**

14. Sanja hat zwei Schüsseln mit nummerierten Kugeln. In der linken Schüssel sind sieben Kugeln mit den Zahlen 1, 2, 6, 7, 10, 11 und 12. Ihr arithmetisches Mittel ist $7{,}0$. In der rechten Schüssel sind fünf Kugeln mit den Zahlen 3, 4, 5, 8 und 9, ihr arithmetisches Mittel ist $5{,}8$. Sanja möchte die arithmetischen Mittel der Zahlen in beiden Schüsseln erhöhen.
Welche Kugel muss sie dafür aus der linken Schüssel in die rechte übertragen?



(A) 6 (B) 7 (C) 10 (D) 11 (E) 12

Lösung: **A**

Das arithmetische Mittel muss in beiden Schüsseln erhöht werden, dementsprechend muss von der linken Schüssel ein Wert kleiner als 7 entfernt werden. Der Wert der Kugel muss kleiner als das arithmetische Mittel links sein, aber größer als das arithmetische Mittel rechts – in den Lösungen steht hierfür nur der Wert 6 zur Verfügung.

15. Theo steht auf einem Laufband im Fitnessstudio. Er schaut dabei auf zwei Stoppuhren. Die linke zeigt die Zeit, die seit Beginn seines Trainings verstrichen ist. Die rechte zeigt die verbleibende Zeit bis zum Ende seines Trainings.

14:58	21:32

Irgendwann zeigen beide Stoppuhren dasselbe an. Was zeigen sie zu diesem Zeitpunkt an?

(A) 17:50 (B) 18:00 (C) 18:12 **(D)** 18:15 (E) 18:20

Lösung: **D**

Die Gesamttrainingszeit beträgt 14:58 + 21:32 = 36:30. Zur Hälfte zeigen beiden Uhren dieselbe Zeit an – dies ist 18:15.

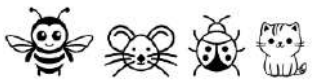
16. In einem Raum befinden sich um 10 Personen mehr, die immer die Wahrheit sagen, als solche, die immer lügen. Jeder im Raum wurde gefragt: „Sagst du die Wahrheit?“ und alle 20 Personen haben mit ja geantwortet. Wie viele Lügner sind im Raum?

(A) 0 **(B)** 5 (C) 15 (D) 20 (E) 25

Lösung: **B**

Wahrheitssager = Lügner + 10 und Wahrheitssager + Lügner = 20
Es verbleibt also als einzige Möglichkeit für die Anzahl der Lügner 5.

17. Eine Biene, eine Maus, ein Käfer und eine Katze wollen ein Gruppenfoto machen. Dazu stellen sie sich nebeneinander in einer Reihe auf. Die Katze darf aber nicht neben der Maus stehen.
Auf wie viele verschiedene Arten können sich die Tiere aufstellen?



(A) 6 **(B)** 12 (C) 16 (D) 18 (E) 20

Lösung: **B**
Alle Möglichkeiten ergeben sich wie folgt: Für die erste Position ergeben sich 4 Möglichkeiten, für die nächste Position 3, dann 2 und schließlich eine Möglich. Insgesamt können sich die Tiere auf $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ Möglichkeiten anordnen.

Die Anzahl der Möglichkeiten, bei welchen Katze und Maus nebeneinanderstehen, ist 12.

Sei K Katze, M Maus und X ein Käfer oder eine Biene.

Es gibt drei Möglichkeiten, dass Katze (K) links und Maus (M) rechts nebeneinander sind.

KMXX, XKMX, XXKM

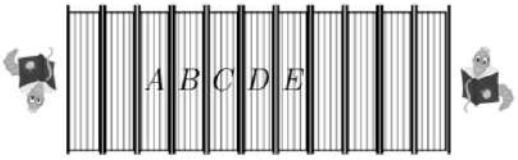
Die Reihenfolge von Katze und Maus kann auch vertauscht werden – dementsprechend ergeben sich doppelt so viele Möglichkeiten $2 \cdot 3 = 6$.

Zudem können für alle Möglichkeiten auch Käfer und Biene ihre Positionen vertauschen – dahingehend verdoppeln sich also die Möglichkeiten zu $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

Somit ist die Gesamtanzahl aller Möglichkeiten $\mathbf{12}$.

Alternativ: Abzählen.

18. Die zwei Bücherwürmer Linki und Rechti fressen sich durch die Bücher. Linki beginnt links, Rechti beginnt rechts. Sie starten zur gleichen Zeit. Linki frisst sich in 3 Tagen durch einen Buchumschlag und in 2 Tagen durch alle Seiten eines Buches.
Rechti frisst sich in 1 Tag durch einen Buchumschlag und in 2 Tagen durch alle Seiten eines Buches.
In welchem Buch (siehe Abbildung) treffen die beiden aufeinander?



(A) A **(B)** B (C) C (D) D (E) E

Lösung: **B**
Linki benötigt 8 Tage je Buch (2 Einbänder und Seiten), Rechti hingegen benötigt 4 Tage je Buch. Für jedes Buch, welches Linki durchfrisst, durchfrisst Rechti zwei Bücher. Wenn Linki von links startet und Rechti von rechts startet, treffen sie sich in Buch B.

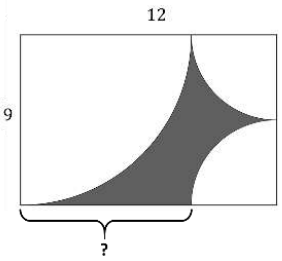
19. Auf einer australischen Farm leben Emus, Schlangen und Kängurus zusammen. Emus haben zwei Beine, aber keinen Schwanz. Kängurus haben vier Beine und einen Schwanz. Schlangen haben keine Beine, aber einen Schwanz. Alle Tiere haben zwei Augen. Gemeinsam haben sie 18 Augen, 7 Schwänze und 24 Beine.
Wie viele Kängurus leben auf der Farm?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 **(E)** 5

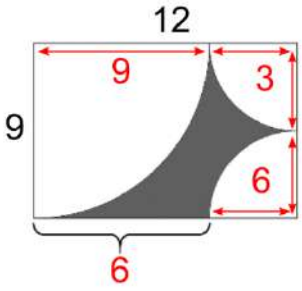
Lösung: **E**
Es gibt 18 Augen – also 9 Tiere. Da Emus keinen Schwanz haben, verbleiben $9 - 7 = 2$ Emus. Diese Emus haben ingesamt 4 Beine. Da es ingesamt 24 Beine gibt, verbleiben für die Kängurus 20 Beine. Damit ergibt sich als Anzahl der Kängurus: $\frac{20}{4} = 5$. Es gibt also 2 Emus und 5 Kängurus unter insgesamt 9 Tieren, und 2 Schlangen.

20. Elke zeichnet Viertelkreise auf ein Blatt mit den mit den Maßen 12 cm x 9 cm. Die Mittelpunkte der Viertelkreise liegen in den Ecken. Den so entstandenen Bereich in der Mitte malt er an, siehe nicht maßstabsgetreue Abbildung.
Wie lange ist die Länge mit dem Fragezeichen?

(A) 5 cm **(B)** 6 cm (C) 7 cm (D) 8 cm (E) 9 cm



Lösung: **B**



5 Punkte

21. Bei der sechsstelligen Zahl $\overline{PAPAYA}$ stehen verschiedene Buchstaben für verschiedene Ziffern und gleiche Buchstaben für gleiche Ziffern. Außerdem gilt $Y = P + P = A + A + A$.
Was ist der Wert von $P \cdot A \cdot P \cdot A \cdot Y \cdot A$?

(A) 432 (B) 342 (C) 324 (D) 243 (E) 234

Lösung: **A**
Y muss durch 2 und durch 3 teilbar sein – somit kann als Ziffer für Y nur das Produkt $2 \cdot 3 = 6$ in Frage kommen. Dann muss $P = 3$ und $A = 2$ gelten. Es ergibt sich als Lösung 432.

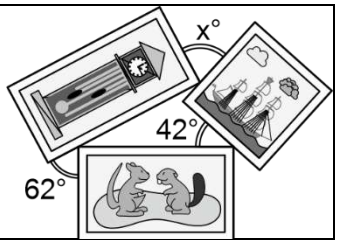
22. Manuela schießt in zwei Fußballtrainings insgesamt 17-mal auf ein Tor. Im 1. Training trifft sie bei 60 % der Schüsse ins Tor. Im 2. Training trifft sie bei 75 % der Schüsse ins Tor. Wie oft trifft sie im 2. Training ins Tor?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 **(D)** 9 (E) 10

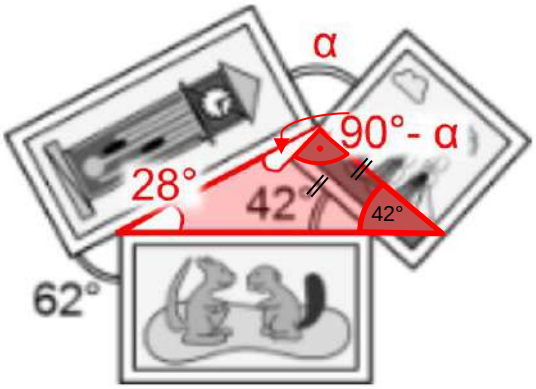
Lösung: **D**
Sei A die Anzahl der Schüsse im 1. Training und B die Anzahl der Schüsse im 2. Training. Da im 1. Training $60\ \% = \frac{3}{5}$ der Schüsse ins Tor gehen, muss die Gesamtanzahl der Schüsse des 1. Trainings durch 5 teilbar sein. Es gibt somit die Möglichkeiten $A \in \{5,10,15\}$. Im 2. Training sind $75\ \% = \frac{3}{4}$ der Schüsse Treffer. Die Gesamtanzahl muss dementsprechend durch 4 teilbar sein. Es gibt somit die Möglichkeiten $B \in \{4,8,12,16\}$. Mit der Eigenschaft, dass $A + B = 17$ gelten muss, folgt, dass $A = 5$ und $B = 12$. $75\ \%$ von 12 ergibt 9 Treffer im 2. Training.

23. Louise legt drei rechteckige Bilder wie in der Abbildung dargestellt.
Wie groß ist der Winkel x?

(A) 64° **(B)** 70° (C) 72° (D) 76° (E) 80°



Lösung: **B**



Zuerst ergänzen wir das abgebildete Dreieck. Dann folgt mit Hilfe der Winkelsumme dieses Dreiecks, dass die Winkel folgende Größen haben: $28°, 42°, 110°$. Da jedes Bild rechteckig ist, gilt:

$$110 - 90 = 90 - \alpha$$

$$20 = 90 - \alpha$$

$$\alpha = 70$$

24. Anurag wohnt von seiner Schule 1 km entfernt. Jeden Tag macht er sich um die gleiche Uhrzeit auf den Weg zur Schule. Geht er zu Fuß, geht er mit einer Geschwindigkeit von 4 km/h. Fährt er mit dem Fahrrad, dann fährt er mit einer Geschwindigkeit von 15 km/h. Zu Fuß kommt er 5 Minuten vor Schulbeginn an.
Wie viele Minuten vor Schulbeginn kommt er an, wenn er mit dem Fahrrad fährt?

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 **(E)** 16

Lösung: **E**

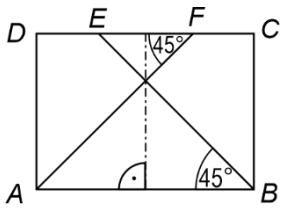
Anurag benötigt zu Fuß für $s = 1km$ bei einer Geschwindigkeit von $v = 4\ km/h$

$$t = \frac{s}{v} = 0{,}25\ h = 15\ min.$$

Er startet dementsprechend 20 min vor Schulbeginn. Mit dem Fahrrad benötigt er für 1km bei 15 km/h lediglich 4 min. Er kommt daher 20 – 4 = 16 min vor Schulbeginn an.

25. In dem Rechteck $ABCD$ liegen die Punkte E und F auf der Seite DC (siehe Abbildung), sodass $\angle EBA = \angle DFA = 45°$ und $\overline{AB} + \overline{EF} = 20$ cm. Wie groß ist die Länge $\overline{BC}$?

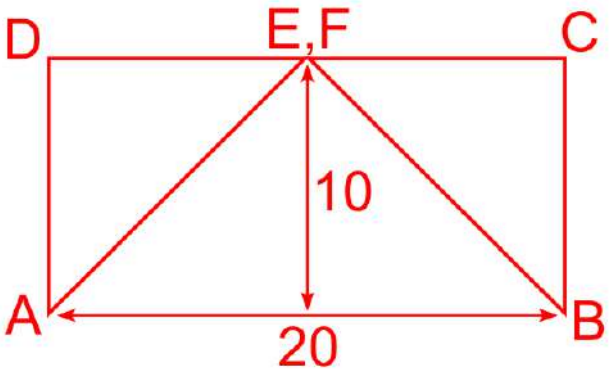
(A) 4 cm (B) 6 cm (C) 8 cm **(D)** 10 cm (E) 12 cm



Lösung: **D**

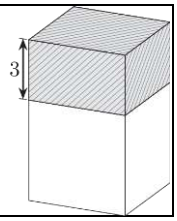
Sei M der Schnittpunkt der Strecke AF und BE. Die strichlierte Strecke stellt eine Symmetrieachse des Rechtecks $ABCD$ sowie der Dreiecke ABM und MFE dar.

Durch Verschieben des Dreiecks *BCE* um den Vektor $\overrightarrow{EF}$ erhält man folgende Figur:



Beide Dreiecke AFD und BCE sind gleichschenkelig. In dieser neuen Situation ist der Abstand von *A* zu *B* gleich ihrem alten Abstand plus dem alten Abstand von *E* zu *F*. Wegen $\overline{AB} + \overline{EF} = 20$ cm erhält man somit für die gesuchte Länge: $\overline{BC} = 10\ cm$.

26. Wenn die Höhe eines Quaders um $3\ \text{cm}$ verringert wird, verkleinert sich seine Oberfläche um $60\ \text{cm}^2$ und es entsteht ein Würfel.
Wie groß ist das Volumen des ursprünglichen Quaders in cm^3?
(A) 75 (B) 125 (C) 150 **(D)** 200 (E) 225



Lösung: **D**
Die Oberflächen eines allgemeinen Quaders mit Länge l, Breite b und Höhe h beträgt:

$$O = 2 \cdot l \cdot b + 2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot b \cdot h$$

Da der Quader nach Verringerung der Höhe h zu einem Würfel wird, gilt: $l = b$.

Für die Oberfläche des ursprünglichen Quaders gilt:

$$O_{vor} = 2 \cdot l^2 + 4 \cdot l \cdot h$$

Nach der Verkleinerung gilt für die Oberfläche:

$$O_{nach} = 2 \cdot l^2 + 4 \cdot l \cdot (h - 3)$$

Da sich die Oberfläche um $60\ \text{cm}^2$ verringert, gilt:

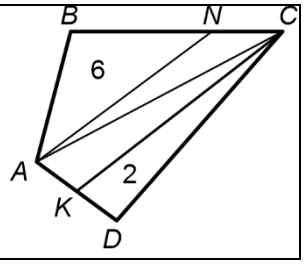
$$O_{vor} = O_{nach} + 60$$
$$2 \cdot l^2 + 4 \cdot l \cdot h = 2 \cdot l^2 + 4 \cdot l \cdot (h - 3) + 60$$

Nach Vereinfachung ergibt sich $l = 5\ cm$. Die ursprüngliche Höhe beträgt daher $h = 5 + 3 = 8\ cm$. Als Volumen des ursprünglichen Quaders ergibt sich

$$V = 5 \cdot 5 \cdot 8 = 200\ cm^3.$$

Alternative Lösung: Sei s die Seitenlänge des Würfels. Beim Verkleinern fällt von der Oberfläche genau der Mantel bestehend aus vier grauen Rechtecken jeweils im Format $3 \times s$ weg. (Das obere Quadrat fällt zwar auch weg, dafür kommt ein genau gleich großes Quadrat nach dem Abschneiden wieder dazu.) Also gilt $60 = 4 \cdot (3 \cdot s)$, und damit $s = 5$.
Das Volumen des ursprünglichen Quaders war daher $5 \cdot 5 \cdot (5 + 3) = 200$.

27. Im Viereck $ABCD$ sind die Punkte N und K auf den Seiten BC und AD markiert, sodass $\overline{BN} = 2 \cdot \overline{NC}$ und $\overline{AK} = \overline{KD}$. Von den zwei Dreiecken ABN und CKD sind die Flächeninhalte bekannt (siehe Grafik).
Wie groß ist der Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$?
(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

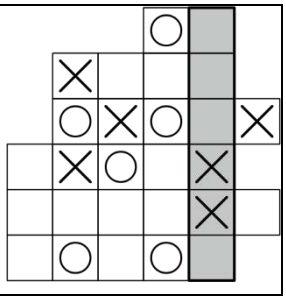


Lösung: **A**
Der Flächeninhalt des Dreiecks ACN beträgt 3, da die Dreiecke ANB und ACN dieselbe Höhe haben, aber die zugehörigen Grundlinien BN und NC stehen im Verhältnis 2:1. Somit verhalten sich auch die Flächeninhalte dementsprechend. Dasselbe Argument gilt für die Dreiecke AKC und KDC, wobei hier das Seitenverhältnis von AK und KD als 1:1 gegeben ist. Der Flächeninhalt AKC beträgt daher 2.

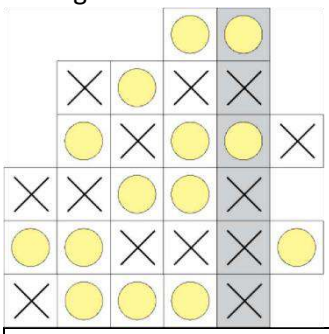
Insgesamt ergibt sich ein Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$ von $6 + 3 + 2 + 2 = 13$.

28. Martin möchte die Zellen in dem abgebildeten Diagramm so ausfüllen, dass jede Zelle entweder ein Kreuz oder einen Kreis enthält. Dabei soll in keiner Spalte, Zeile oder Diagonale eine Reihe von vier aufeinanderfolgenden gleichen Symbolen stehen.
Was wird die grau gefärbte Spalte im fertig ausgefüllten Diagramm enthalten?

(A) 3 Kreise und 3 Kreuze **(B)** 2 Kreise und 4 Kreuze
(C) 4 Kreise und 2 Kreuze (D) 5 Kreise und 1 Kreuz (E) 1 Kreis und 5 Kreuze



Lösung: **B**



29. Die Buchstaben p, q, r, s und t stehen für fünf aufeinanderfolgende positive ganze Zahlen, allerdings nicht unbedingt in dieser Reihenfolge.
Es gilt: $p + q = 69$ und $s + t = 72$. Für welche Zahl steht r?

(A) 29 (B) 31 **(C)** 34 (D) 37 (E) 39

Lösung: **C**
Sei x die kleinste Zahl der fünf aufeinanderfolgenden positiven ganzen Zahlen.

Es gilt:

$$x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) = 5 \cdot x + 10.$$

Diese Summe ist daher durch 5 teilbar. Die Summe aus den gegebenen vier Zahlen p, q, s, t beträgt

$$p + q + s + t = 141.$$

Als mögliche Zahlen für r gilt: $r \in \{4,9,14,19, \dots\}$

Es kommen nur mehr die Zahlen 29, 34 und 39 in Frage, da die Summe aller Zahlen durch 5 teilbar ist.

Fall 1: $r = 29$:

Die größtmögliche Summe, die man für $r = 29$ erhalten kann, ist $p + q + s + t = 30 + 31 + 32 + 33 = 126 \neq 141$. Diese Summe ist kleiner als die notwendige Summe

$$p + q + s + t = 141.$$

Fall 2: $r = 39$

Die kleinstmögliche Summe, die man für $r = 39$ erhalten kann, ist $p + q + s + t = 35 + 36 + 37 + 38 = 146 \neq 141$.

Diese Summe ist größer als die notwendige Summe

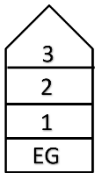
$$p + q + s + t = 141.$$

Somit verbleibt als einzig möglicher Fall: $r = 34$.

Alternative Lösung: Seien *x*, *x*+1, *x*+2, *x*+3, *x*+4 die fünf Zahlen. Wir haben *(x+a) + (x+b)* = 69 und *(x+c) + (x+d)* = 72, wobei *a, b, c, d* vier verschiedene Zahlen aus der Menge {0, 1, 2, 3, 4} sind. Also ist *c+d* um 3 größer als *a+b*. Dafür gibt es nur zwei Möglichkeiten: *a+b* = 2 = 0+2 und *c+d* = 5 = 1+4, oder *a+b* = 3 = 0+3 und *c+d* = 6 = 2+4. (Die anderen gehen nicht: *a+b* ist mindestens 0+1 und *c+d* höchstens 3+4, also *a+b* höchstens 4. Für *a+b* = 1 oder *a+b* = 4 finden wir aber keine mögliche Aufteilung der Zahlen.) Für *a+b* = 2 würde aus *(x+a) + (x+b)* = 69 folgen, dass *2x* = 67, dann ist *x* aber nicht ganzzahlig. Für *a+b* = 3 folgt *2x* = 66, also *x* = 33. Die fünf Zahlen sind daher 33, 34, 35, 36, 37, wobei *x*+1 = 34 noch nicht verwendet wurde.

30. Die Freundinnen Annie, Bibi, Clara und Doris wohnen in jeweils unterschiedlichen Stockwerken eines vierstöckigen Gebäudes. Es wohnen auch noch andere Personen im Gebäude. Über Annie wohnen 25 Personen. Unter Bibi wohnen 5 Personen. Unter Clara wohnen 17 Personen. Über Doris wohnen 22 Personen. Wie viele Personen wohnen insgesamt im Gebäude?

(A) 27 (B) 30 (C) 32 (D) 37 (E) 40



Lösung: **A**

Bibi kann nicht im Erdgeschoss sein (unter ihr wohnen 5 Personen) und nicht im 3. Stockwerk, denn über ihr wohnt Clara. Doris wohnt nicht im 3. Stockwerk (über ihr wohnen 22 Personen) und nicht im Erdgeschoss, denn unter ihr wohnt Annie. Daher wohnen Bibi und Doris im 1. und 2. Stockwerk. Clara wohnt über den beiden im 3. Stockwerk und Annie im Erdgeschoss.

Es gibt nun zwei zu überprüfende Möglichkeiten:

Clara	Clara
Bibi	Doris
Doris	Bibi
Annie	Annie

Im rechten Fall würde gelten:

Über Annie wohnen 25 Personen, über Doris 22. Daher müssten im 1. und 2. Stock 25-22=3 Personen leben. Anderseits wohnen unter Clara 17 Personen und unter Bibi 5 Personen. Daher müssten im 1. und 2. Stock 17 – 5 = 12 Personen leben. Dies ist ein Widerspruch.

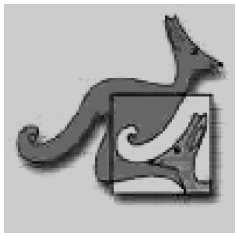
Dementsprechend verbleibt nur der linke Fall.

Clara wohnt im 3. Stock, Bibi im 2. Stock, Doris im 1. Stock und Annie im Erdgeschoss. Über Doris wohnen 22 Personen – diese Personen wohnen insgesamt im 2. und 3. Stock. Unter Bibi wohnen 5 Personen – diese Personen wohnen im Erdgeschoss und im 1. Stock. Insgesamt wohnen daher 27 Personen im Gebäude

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2025
20. März 2025

Kategorie: Junior, 9. – 10. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	



Arbeitszeit: 75 Minuten

jede richtige Antwort bei Aufgabe 1 bis 10	3 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 11 bis 20	4 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 21 bis 30	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
	dazu 30 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) deiner Antwort leserlich und eindeutig in das Kästchen unter die Nummer der Aufgabe (1 – 30) schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

☐ **(bitte ankreuzen)**

JA, ich stimme mit meiner Unterschrift zu,

dass meine angeführten personenbezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte

Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

Unterschrift

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

pwc

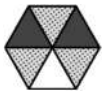
NXP

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade. Infos: www.oemo.at

Känguru der Mathematik 2025
Gruppe Junior (9. – 10. Schulstufe)
Österreich – 20. März 2025

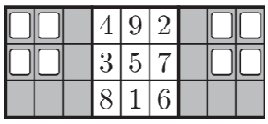
3 Punkte

1. In welchem der folgenden Sechsecke ist genau ein Drittel des Flächeninhalts schwarz und die Hälfte des Flächeninhalts weiß?

(A) (B) (C) (D)  (E)

2. Die Grundseite eines Dreiecks wird um 50% verlängert und die zugehörige Höhe wird um ein Drittel verringert. Was ist das Verhältnis des Flächeninhalts des neuen Dreiecks zum Flächeninhalt des ursprünglichen Dreiecks?
(A) 2:1 (B) 1:1 (C) 1:2 (D) 1:3 (E) 1:4

3. Der linke und der rechte Teil einer dreiteiligen Faltbroschüre enthalten je vier transparente Fenster. Wenn man diese beiden Teile übereinander auf den mittleren Teil faltet, kann man durch die Fenster einige der Zahlen sehen, die am Mittelteil geschrieben stehen. Wie groß ist die Summe der Zahlen, die man sehen kann, wenn man die Broschüre zusammenfaltet?



(A) 7 (B) 9 (C) 12 (D) 14 (E) 15

4. Jedes Jahr ist der dritte Donnerstag im März der Känguru-Tag.
Was ist der früheste Kalendertag, der ein Känguru-Tag sein kann?
(A) 14. März (B) 15. März (C) 20. März (D) 21. März (E) 22. März

5. Bei einem Rezept benötigt Ruben für 1 Tasse Reis $1\frac{1}{2}$ Tassen Wasser. Ruben möchte $1\frac{1}{2}$ Tassen Reis verwenden. Wie viele Tassen Wasser benötigt er?
(A) 1 (B) $1\frac{1}{4}$ (C) $1\frac{3}{4}$ (D) $2\frac{1}{4}$ (E) $2\frac{1}{2}$

6. Lisa hat vier Ziffern aus Holz. Sie kann sie verwenden, um die Zahl 2025 zu legen. Wie viele verschiedene Zahlen größer als 2025 kann sie mit diesen Ziffern legen?

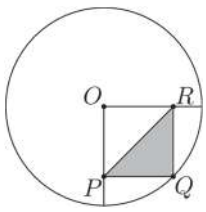
(A) 3 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 11

7. Sarah hat eine Tasche mit 18 Bällen, die von 1 bis 18 nummeriert sind. Was ist die kleinste Anzahl an Bällen, die Sarah aus der Tasche nehmen muss, um sicher zu sein, dass sie zumindest drei Primzahlen entfernt hat?
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

8. Luka hat als Haustiere Hunde, Kaninchen und Katzen. Acht dieser Haustiere sind keine Hunde, fünf dieser Haustiere sind keine Kaninchen und sieben dieser Haustiere sind keine Katzen. Wie viele Haustiere hat Luka?
(A) 10 (B) 11 (C) 15 (D) 16 (E) 20

9. Katrin und Thomas feiern heute ihren Geburtstag. Thomas bemerkt, dass $\frac{1}{19}$ von Katrins Alter $\frac{1}{17}$ seines Alters entspricht. Die beiden sind zusammen älter als 40 Jahre und jünger als 100 Jahre. Wie alt ist Katrin?
(A) 19 (B) 34 (C) 38 (D) 57 (E) 76

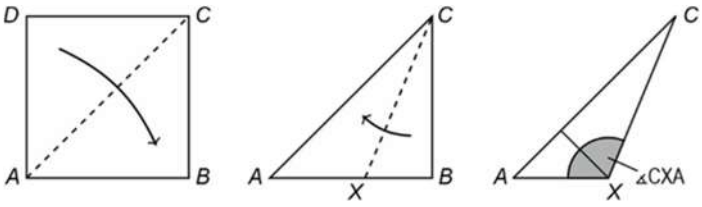
10. Ein Kreis mit Mittelpunkt *O* und Radius 10 cm sei gegeben. Ein Quadrat *OPQR* wird so in das Innere des Kreises gezeichnet, dass *Q* am Kreis liegt (siehe Abbildung).
Wie groß ist der Flächeninhalt des grauen Dreiecks *PQR*?
(A) 12,5 cm^2 (B) 25 cm^2 (C) 50 cm^2 (D) 75 cm^2 (E) 100 cm^2



4 Punkte

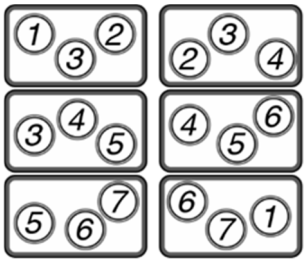
11. Auf einem gewöhnlichen Spielwürfel ist die Summe der Punktezahlen auf gegenüberliegenden Würfelseiten immer 7. Wir möchten den abgebildeten Würfel der Reihe nach mehrfach längs seiner Kanten so kippen, dass alle sechs Seitenflächen einmal oben zu liegen kommen. Welche der gegebenen Reihenfolgen der oben liegenden Zahlen ist **nicht** möglich?

(A) 3-5-1-2-6-4 (B) 3-2-5-1-6-4 (C) 3-1-2-6-5-4
(D) 3-1-5-6-2-4 (E) 3-6-2-1-5-4



12. Alexander faltet ein quadratisches Blatt Papier entlang seiner Diagonale und erhält ein Dreieck. Danach faltet er das Papier erneut, sodass eine der beiden kürzeren Dreiecksseiten auf der längeren Dreiecksseite zu liegen kommt, und erhält das kleinere Dreieck *AXC* (siehe Abbildungen). Wie groß ist der Winkel $\angle CXA$?

(A) 108° (B) 112,5° (C) 120° (D) 145° (E) 157,5°

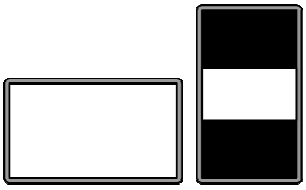


13. Der vierstelligen Zahl $80\square\square$ fehlen ihre letzten zwei Ziffern. Wir wissen, dass diese Zahl durch 8 und durch 9 teilbar ist. Wie groß ist das Produkt der letzten beiden Ziffern?

(A) 6 (B) 16 (C) 20 (D) 24 (E) 48

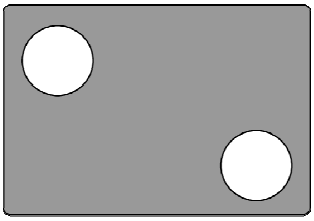
14. Ein Athlet hat eine Sammlung von 2 Goldmedaillen und 5 Silbermedaillen. Diese sind in einer gewissen Reihenfolge von 1 bis 7 nummeriert. Die Abbildungen zeigen Schwarz-Weiß-Bilder der Medaillen. Auf jedem der sechs Bilder ist genau eine Goldmedaille zu sehen. Wie groß ist die Summe der Zahlen auf den beiden Goldmedaillen?

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11



15. Anna sieht sich ein Bild auf ihrem Smartphone an. Das Format ist 16:9 und füllt den gesamten Bildschirm aus. Wenn sie das Smartphone nun dreht, wird das Bild kleiner. Welcher Anteil des Bildschirms wird für das kleinere Bild gebraucht?

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{9}{16}$ (C) $\frac{27}{64}$ (D) $\frac{32}{81}$ (E) $\frac{81}{256}$



16. Paul schießt mit einem Ball insgesamt 27 Mal auf zwei Ziele (siehe Abbildung). Beim Versuch, auf das linke obere Ziel zu schießen, trifft er zu 50%, und beim Versuch, auf das rechte untere Ziel zu schießen, trifft er zu 80%. Insgesamt gehen 9 seiner Schüsse daneben. Wie oft trifft Paul das linke obere Ziel?

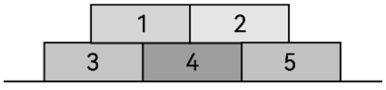
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

17. Auf einem Tisch liegen einige Karten, auf denen verschiedene positive ganze Zahlen stehen. Alle sind kleiner als 20 und ihr Produkt ist gleich 2025.
Wie viele Karten liegen höchstens auf dem Tisch?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

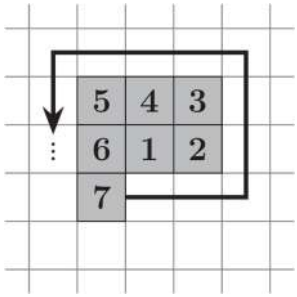
18. Die Zahl *N* ist die größte 6-stellige Zahl, für die das Produkt aller ihrer Ziffern 180 ergibt.
Wie groß ist die Ziffernsumme der Zahl *N*?

(A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24 (E) 25



19. Fünf Ziegel bilden eine Mauer (siehe Abbildung). Peter kann einen Ziegel nur dann entfernen, wenn kein anderer Ziegel unmittelbar über ihm liegt. In jedem Zug wählt er einen der entfernbaren Ziegel zufällig mit gleicher Wahrscheinlichkeit aus und entfernt ihn.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Ziegel mit Nummer 4 als dritter entfernt wird?

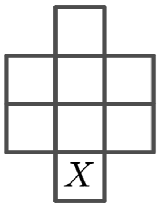
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$ (E) $\frac{1}{8}$



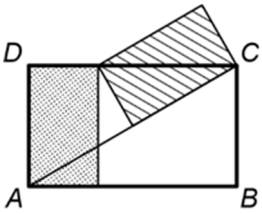
20. Auf einem karierten Blatt Papier nummeriert Daniel einige Quadrate. Er beginnt mit einem beliebigen Quadrat und nummeriert die Quadrate 1, 2, 3, 4, 5, ..., 2025 entgegen dem Uhrzeigersinn (siehe Abbildung). Am Schluss betrachtet er die Figur, die sich aus allen 2025 nummerierten Quadraten ergibt. Jedes Quadrat hat die Seitenlänge 0,5 cm.
Wie groß ist der Umfang der Figur?

(A) 25 cm (B) 45 cm (C) 80 cm (D) 90 cm (E) 180 cm

5 Punkte

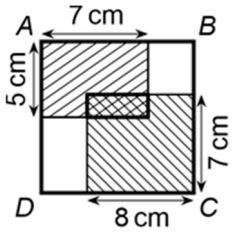


21. Wir wollen die Zahlen 1 bis 8 in die acht Felder der abgebildeten Figur so platzieren, dass aufeinanderfolgende Zahlen niemals in benachbarten Feldern stehen (auch nicht diagonal benachbart). Welche Zahlen können wir in das mit *X* markierte Feld schreiben?
(A) 1 oder 8 (B) 2 oder 7 (C) 3 oder 6 (D) 4 oder 5 (E) 7 oder 8



22. Die beiden kleinen Rechtecke in der Abbildung sind kongruent und haben jeweils einen Flächeninhalt von 4 cm^2. Wie groß ist der Flächeninhalt des Rechtecks *ABCD* in cm^2?
(A) 10 (B) $8 \cdot \sqrt{3}$ (C) 8 (D) 12 (E) $4 \cdot \sqrt{3}$

23. Das Produkt dreier Primzahlen ist das 11-fache ihrer Summe. Wie groß kann die Summe der drei Zahlen höchstens sein?
(A) 14 (B) 17 (C) 21 (D) 25 (E) 26



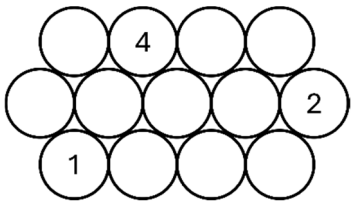
24. Das Quadrat *ABCD* enthält zwei schraffierte Rechtecke (siehe Abbildung). Die Dimensionen sind wie dargestellt und der Flächeninhalt des Überlappungsbereichs beträgt 18 cm^2.
Wie groß ist der Umfang des Quadrats *ABCD*?
(A) 28 cm (B) 34 cm (C) 36 cm (D) 38 cm (E) 40 cm

25. Eine vierstellige Zahl $\overline{ABCD}$ wird mit ihrer Einerziffer $\overline{D}$ multipliziert. Das Ergebnis ist eine andere vierstellige Zahl $\overline{DXYA}$, deren Einer- und Tausenderstellen, im Vergleich zur Ausgangszahl, vertauscht sind (siehe Abbildung). Verschiedene Buchstaben können auch für gleiche Ziffern stehen.

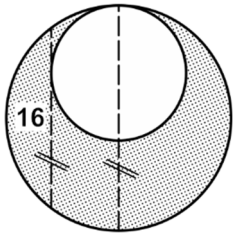
$$\begin{array}{r} ABCD \cdot D \\ \hline DXYA \end{array}$$

Wie viele vierstellige Zahlen $\overline{ABCD}$ haben diese Eigenschaft?
(A) 1 (B) 2 (C) 9 (D) 10 (E) 11

26. Die sechsstellige Zahl $\overline{ABCDEF}$ besteht aus den Ziffern 1, 2, 3, 4, 5 und 6, wobei jede Ziffer genau einmal vorkommt. Die Zahl $\overline{AB}$, die aus den ersten beiden Ziffern besteht, ist ein Vielfaches von 2. Die Zahl $\overline{ABC}$ ist ein Vielfaches von 3. Die Zahl $\overline{ABCD}$ ist ein Vielfaches von 4. Die Zahl $\overline{ABCDE}$ ist ein Vielfaches von 5 und die gesamte Zahl $\overline{ABCDEF}$ ist ein Vielfaches von 6. Welche Werte kann die Ziffer F annehmen?
(A) nur 2 (B) nur 4 (C) nur 6 (D) 2 und 4 sind möglich (E) 4 und 6 sind möglich



27. In jeden Kreis der Figur soll eine Zahl so geschrieben werden, dass die Summen der Zahlen in drei einander berührenden Kreisen immer gleich sind. Einige Zahlen sind schon vorgegeben. Wie groß ist die Summe aller Zahlen in der mittleren Reihe?
(A) 3 (B) 8 (C) 13 (D) 18 (E) 23



28. In der Abbildung sehen wir zwei berührende Kreise und den Durchmesser durch ihren gemeinsamen Punkt. Der äußere Kreis hat eine zu diesem Durchmesser parallele Sehne mit der Länge 16, welche den inneren Kreis berührt.
Wie groß ist der Flächeninhalt des grau gefärbten Bereichs?
(A) 36π (B) 49π (C) 64π (D) 81π
(E) Es kann aus dieser Information nicht bestimmt werden.

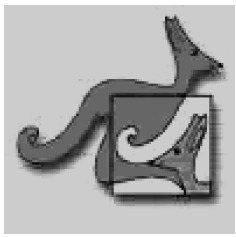
29. Auf einer Tafel stehen die Zahl 8 und eine weitere Zahl *x*. Acht Kinder gehen der Reihe nach an die Tafel. Jedes Kind schreibt den Durchschnitt aller Zahlen, die bereits an der Tafel stehen, dazu. Das letzte Kind schreibt die Zahl 26. Wie groß ist *x*?
(A) 28 (B) 32 (C) 38 (D) 44 (E) 50

30. Auf einer Party sind 12 Kinder, unter diesen befinden sich 3 Zwillingspaare. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, sechs blaue und sechs rote Hüte so an die Kinder zu verteilen, dass jedes Zwillingspaar Hüte derselben Farbe trägt?
(A) 72 (B) 86 (C) 92 (D) 102 (E) 132

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2025
20th March 2025

Level: Junior, Grade: Schulstufe 9 - 10

Full name:	
School:	
Class:	



Time: 75 min.

each correct answer to questions 1 – 10: 3 points
each correct answer to questions 11 – 20: 4 points
each correct answer to questions 21 – 30: 5 points
each questions left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question
30 base points

Please write the letter (A, B, C, D, E) of your answer in the square under the question number (1 bis 30). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

☐ **(bitte ankreuzen) (check this box)**

JA, ich stimme mit meiner Unterschrift zu, dass meine angeführten personenbezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte

Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

Unterschrift (Signature)

ÖNB
OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

pwc

NXP

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade. Infos: www.oemo.at

Känguru der Mathematik 2025
Level Junior (Schulstufe 9 and 10)
Austria – 20th March 2025

3 Points

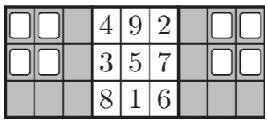
1. In which of the following hexagons is exactly one third of the area black and half of the area white?

(A) (B) (C) (D) (E)

2. The base of a triangle is extended by 50% and its height is reduced by one third.
What is the ratio of the area of the new triangle to the area of the original triangle?

(A) 2:1 (B) 1:1 (C) 1:2 (D) 1:3 (E) 1:4

3. The left and right part of a three-part brochure each contain four transparent windows. If these two parts are folded onto the middle part, some of the numbers written on the middle part are visible through the windows.
What is the sum of the visible numbers when the brochure is folded?



(A) 7 (B) 9 (C) 12 (D) 14 (E) 15

4. Every year, the third Thursday in March is Kangaroo Day.
What is the earliest calendar day that can be a Kangaroo Day?

(A) March 14th (B) March 15th (C) March 20th (D) March 21st (E) March 22nd

5. In a recipe, Ruben needs $1\frac{1}{2}$ cups of water for 1 cup of rice. Ruben wants to use $1\frac{1}{2}$ cups of rice.
How many cups of water does he need?

(A) 1 (B) $1\frac{1}{4}$ (C) $1\frac{3}{4}$ (D) $2\frac{1}{4}$ (E) $2\frac{1}{2}$

6. Lisa has four wooden digits. She can use them to make the number 2025.
How many different numbers greater than 2025 can she make with these digits?

(A) 3 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 11

7. Sarah has a bag of 18 balls numbered from 1 to 18. What is the smallest number of balls Sarah must remove from the bag to be sure that she has removed at least three prime numbers?

(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

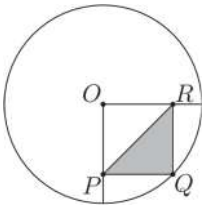
8. Luka has dogs, rabbits and cats as pets. Eight of these pets are not dogs, five of these pets are not rabbits and seven of these pets are not cats.
How many pets does Luka have?

(A) 10 (B) 11 (C) 15 (D) 16 (E) 20

9. Katrin and Thomas are both celebrating their birthday today. Thomas notices that $\frac{1}{19}$ of Katrin's age is the same as $\frac{1}{17}$ of his. Together they are older than 40 years and younger than 100 years.
How old is Katrin?

(A) 19 (B) 34 (C) 38 (D) 57 (E) 76

10. Consider a circle with centre *O* and radius 10 cm. A square *OPQR* is drawn inside the circle so that *Q* lies on the circle (see diagram).
What is the area of the grey triangle *PQR*?



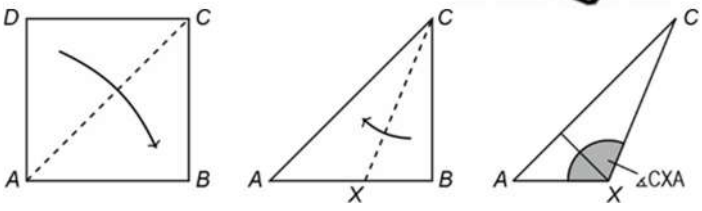
(A) 12.5 cm^2 (B) 25 cm^2 (C) 50 cm^2 (D) 75 cm^2 (E) 100 cm^2

4 Points

11. On a standard die, the sum of the number of points on opposite sides is always 7. We want to tilt the die shown several times along its edges so that all six sides are on top once. Which of the given sequences of top numbers is **not** possible?

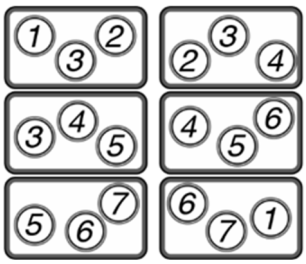
(A) 3-5-1-2-6-4 (B) 3-2-5-1-6-4 (C) 3-1-2-6-5-4
(D) 3-1-5-6-2-4 (E) 3-6-2-1-5-4

12. Alexander folds a square sheet of paper along its diagonal to form a triangle. He then folds the paper again so that one of the two shorter sides of the triangle lies on the longer side of the triangle to form the smaller triangle *AXC* (see diagrams).
What is the size of the angle $\angle CXA$?



(A) 108° (B) 112.5° (C) 120° (D) 145° (E) 157.5°

13. The four-digit number $80\square\square$ is missing its last two digits. We know that this number is divisible by 8 and 9.
What is the product of the last two digits?

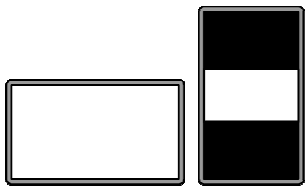


(A) 6 (B) 16 (C) 20 (D) 24 (E) 48

14. An athlete has a collection of 2 gold medals and 5 silver medals. They are numbered in a certain order from 1 to 7. The images show black and white pictures of the medals. Each of the six pictures shows exactly one gold medal.
What is the sum of the numbers on the two gold medals?

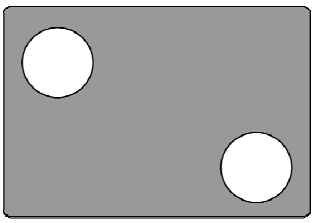
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

15. Anna is looking at a picture on her smart phone. The format is 16:9 and fills the entire screen. If she turns the smart phone, the picture becomes smaller. What proportion of the screen is needed for the smaller picture?



(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{9}{16}$ (C) $\frac{27}{64}$ (D) $\frac{32}{81}$ (E) $\frac{81}{256}$

16. Paul shoots a ball at two targets (see diagram) a total of 27 times.
When he aims for the upper left target, he hits 50% of the time, and when he aims for the bottom right target, he hits 80% of the time. In total, 9 of his shots miss their target.
How many times does Paul hit the top left target?



(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

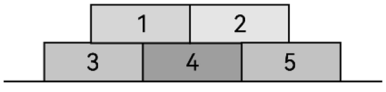
17. There are some cards on a table with various different positive integers written on them. All of these are smaller than 20 and their product is 2025.
What is the maximum number of cards on the table?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

18. The number *N* is the largest 6-digit number, for which the product of all its digits is 180.
What is the sum of the digits of the number N?

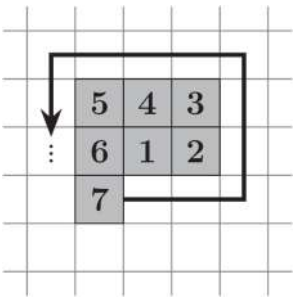
(A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24 (E) 25

19. Five bricks form a wall (see figure). Peter can only remove a brick if there is no other brick directly above it. On each turn, he randomly selects one of the removable bricks with equal probability and removes it.
What is the probability that the brick numbered 4 is the third to be removed?



(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$ (E) $\frac{1}{8}$

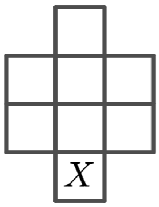
20. Daniel numbers some squares on a piece of squared paper. He starts with a random square and numbers the squares 1, 2, 3, 4, 5, ..., 2025 anti-clockwise (see illustration). At the end he considers the figure that results from all 2025 numbered squares. Each square has a side length of 0.5 cm.
What is the perimeter of the figure?



(A) 25 cm (B) 45 cm (C) 80 cm (D) 90 cm (E) 180 cm

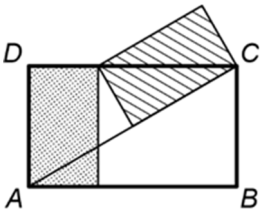
5 Points

21. We want to place the numbers 1 through 8 in the eight squares of the figure shown in such a way that consecutive numbers are never in adjacent squares (not even diagonally adjacent). Which numbers can we write in the square marked with an *X*?



(A) 1 or 8 (B) 2 or 7 (C) 3 or 6 (D) 4 or 5 (E) 7 or 8

22. The two small rectangles in the diagram are congruent and each has an area of 4 cm^2. What is the area of rectangle *ABCD* in cm^2?

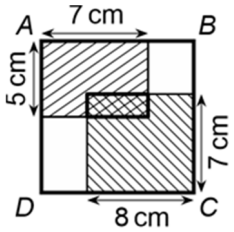


(A) 10 (B) $8 \cdot \sqrt{3}$ (C) 8 (D) 12 (E) $4 \cdot \sqrt{3}$

23. The product of three prime numbers is 11 times their sum. What is the maximum sum of the three numbers?

(A) 14 (B) 17 (C) 21 (D) 25 (E) 26

24. The square *ABCD* contains two shaded rectangles (see diagram). The dimensions are as shown and the area of the overlapping region is 18 cm^2. What is the perimeter of the square *ABCD*?



(A) 28 cm (B) 34 cm (C) 36 cm (D) 38 cm (E) 40 cm

25. A four-digit number $\overline{ABCD}$ is multiplied by its units digit $\overline{D}$. The result is a different four-digit number $\overline{DXYA}$, whose units- and thousands- digits are swapped compared to the original number (see illustration). Different letters can stand for the same digits.

$$\begin{array}{l} ABCD \cdot D \\ \underline{DXYA} \end{array}$$

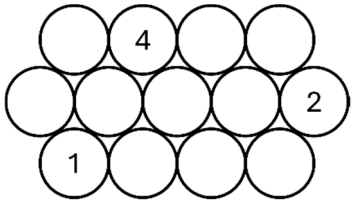
How many four-digit numbers $\overline{ABCD}$ have this property?

(A) 1 (B) 2 (C) 9 (D) 10 (E) 11

26. The six-digit number $\overline{ABCDEF}$ consists of the digits 1, 2, 3, 4, 5 and 6, with each digit occurring exactly once. The number $\overline{AB}$ consisting of the first two digits is a multiple of 2. The number $\overline{ABC}$ is a multiple of 3. The number $\overline{ABCD}$ is a multiple of 4. The number $\overline{ABCDE}$ is a multiple of 5 and the entire number $\overline{ABCDEF}$ is a multiple of 6. What values can the digit F take?

(A) only 2 (B) only 4 (C) only 6 (D) 2 and 4 are possible (E) 4 and 6 are possible

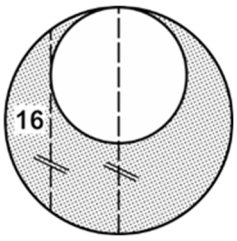
27. A number is to be written in each circle of the diagram in such a way that the sum of the numbers in three touching circles is always the same. Some of the numbers are already given. What is the sum of all the numbers in the middle row?



(A) 3 (B) 8 (C) 13 (D) 18 (E) 23

28. In the diagram we see two touching circles and the diameter through their common point. The outer circle has a chord parallel to this diameter with length 16, which touches the inner circle.

What is the area of the grey region?



(A) 36π (B) 49π (C) 64π (D) 81π
(E) It cannot be uniquely determined from this information.

29. The number 8 and another number *x* are written on a board. Eight children go to the board, one after the other. Each child writes down the average of all the numbers already on the board. The last child writes the number 26. What is the value of *x*?

(A) 28 (B) 32 (C) 38 (D) 44 (E) 50

30. There are 12 children at a party, including 3 pairs of twins. How many different ways are there to distribute six blue hats and six red hats to the children, so that each pair of twins wears hats of the same colour?

(A) 72 (B) 86 (C) 92 (D) 102 (E) 132

Känguru der Mathematik 2025
Kategorie: Junior (9. und 10. Schulstufe)
Österreich – 20. März 2025

Lösungsvektor

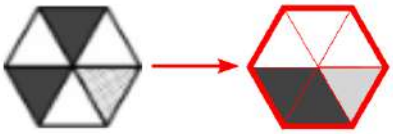
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E	B	D	B	D	C	D	A	C	B	B	B	D	C	E	C	D	A	D	D	B	D	E	C	E	B	C	C	D	C

3 Punkte

1. In welchem der folgenden Sechsecke ist genau ein Drittel des Flächeninhalts schwarz und die Hälfte des Flächeninhalts weiß?

(A) (B) (C) (D) **(E)**

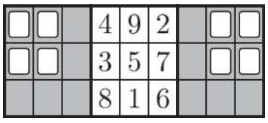
Lösung: Die Sechsecke sind in jeweils 6 gleich große Dreiecke unterteilt, von denen ein jedes $\frac{1}{6}$ des Gesamtflächeninhalts besitzt. Damit ein Drittel des Flächeninhalts schwarz ist, braucht es 2 schwarze Dreiecke, $\frac{1}{3} = \frac{1}{6} \cdot 2$. Damit die Hälfte des Flächeninhalts weiß ist, braucht es 3 weiße Dreiecke, $\frac{1}{2} = \frac{1}{6} \cdot 3$. Dies gilt für **Sechseck E. Antwort E**



2. Die Grundseite eines Dreiecks wird um 50% verlängert und die zugehörige Höhe wird um ein Drittel verringert. Was ist das Verhältnis des Flächeninhalts des neuen Dreiecks zum Flächeninhalt des ursprünglichen Dreiecks?
(A) 2:1 **(B)** 1:1 (C) 1:2 (D) 1:3 (E) 1:4

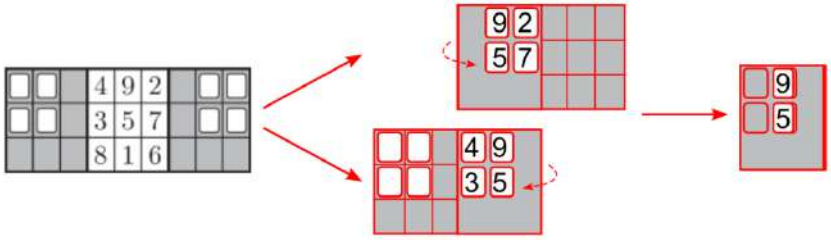
Lösung: Für den Flächeninhalt eines Dreiecks mit Grundlinie G und Höhe H gilt $A_1 = \frac{1}{2} \cdot G \cdot H$. Die Grundlinie wird um 50% verlängert, $G_{neu} = G + \frac{1}{2}G = G \cdot \frac{3}{2}$. Die Höhe wird um ein Drittel verringert, $H_{neu} = H - \frac{1}{3}H = H \cdot \frac{2}{3}$. Für den Flächeninhalt des neun Dreiecks ergibt das $A_{neu} = \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{3}{2} \cdot H \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \cdot G \cdot H$. Der Flächeninhalt des neuen Dreiecks ist also gleich groß wie der des ursprünglichen Dreiecks, ihr Verhältnis ist **1:1**. **Antwort B**

3. Der linke und der rechte Teil einer dreiteiligen Faltbroschüre enthalten je vier transparente Fenster. Wenn man diese beiden Teile übereinander auf den mittleren Teil faltet, kann man durch die Fenster einige der Zahlen sehen, die am Mittelteil geschrieben stehen. Wie groß ist die Summe der Zahlen, die man sehen kann, wenn man die Broschüre zusammenfaltet?



(A) 7 (B) 9 (C) 12 **(D)** 14 (E) 15

Lösung: Um die Zahlen im Mittelteil sehen zu können, müssen beim Falten die transparenten Fenster des linken und des rechten Teils übereinander zu liegen kommen. Faltet man den linken Teil, sieht man die Zahlen 9,5,2,7. Faltet man den rechten Teil, sieht man die Zahlen 9,5,4,3. Wenn man beide Teile faltet, kann man also nur die Zahlen 9 und 5 in der mittleren Spalte sehen. Für die Summe gilt $9 + 5 = \mathbf{14}$. **Antwort D**



4. Jedes Jahr ist der dritte Donnerstag im März der Känguru-Tag.
Was ist der früheste Kalendertag, der ein Känguru-Tag sein kann?

(A) 14. März **(B)** 15. März (C) 20. März (D) 21. März (E) 22. März

Lösung: In einer Woche mit 7 verschiedenen Wochentagen, liegen zwischen zwei Donnerstagen genau 6 Tage. Somit können 3 Donnerstage innerhalb von 15 Tagen liegen. Der früheste Termin für einen 3. Donnerstag im März ergibt sich, wenn der 1. März bereits ein Donnerstag ist. In diesem Fall ist der zweite Donnerstag der $1 + 7 = 8$.März und der dritte Donnerstag fällt auf den $8 + 7 =$ **15.März**. **Antwort B**

5. Bei einem Rezept benötigt Ruben für 1 Tasse Reis $1\frac{1}{2}$ Tassen Wasser. Ruben möchte $1\frac{1}{2}$ Tassen Reis verwenden. Wie viele Tassen Wasser benötigt er?

(A) 1 (B) $1\frac{1}{4}$ (C) $1\frac{3}{4}$ **(D)** $2\frac{1}{4}$ (E) $2\frac{1}{2}$

Lösung: Für 1 Tasse Reis benötigt Ruben $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ Tassen Wasser.
Mit $1\frac{1}{2}$ Tassen Reis möchte Ruben um 50% mehr Reis kochen als zuvor, $1\frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.
Er muss also auch um 50% mehr Tassen Wasser verwenden: $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{4} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4} = \mathbf{2\,\frac{1}{4}}$. **Antwort D**

6. Lisa hat vier Ziffern aus Holz. Sie kann sie verwenden, um die Zahl 2025 zu legen. Wie viele verschiedene Zahlen größer als 2025 kann sie mit diesen Ziffern legen?

(A) 3 (B) 6 **(C)** 8 (D) 9 (E) 11

Lösung: Lisa kann folgende Zahlen legen, die größer als 2025 sind: 2052, 2205, 2250, 2502, 2520, 5022, 5202, 5220. Das sind **8** Zahlen. **Antwort C**

7. Sarah hat eine Tasche mit 18 Bällen, die von 1 bis 18 nummeriert sind. Was ist die kleinste Anzahl an Bällen, die Sarah aus der Tasche nehmen muss, um sicher zu sein, dass sie zumindest drei Primzahlen entfernt hat?

(A) 11 (B) 12 (C) 13 **(D)** 14 (E) 15

Lösung: Unter den 18 nummerierten Bällen befinden sich 7 Bälle mit Primzahlen (2,3,5,7,11,13,17) und 11 andere Bälle (1,4,6,8,9,10,12,14,15,16,18). Es besteht die Möglichkeit, dass Sarah zuerst nur die 11 Bälle ohne Primzahlen aus der Tasche zieht. In diesem Fall muss sie noch 3 weitere Bälle nehmen, um sicher 3 Primzahlen zu haben. Sarah muss also insgesamt $11 + 3 = \mathbf{14}$ Bälle ziehen, um in jedem Fall sicher zu sein, dass sie 3 Bälle mit Primzahl entfernt hat. **Antwort D**

8. Luka hat als Haustiere einige Hunde, Kaninchen und Katzen. Acht seiner Haustiere sind keine Hunde, fünf seiner Haustiere sind keine Kaninchen und sieben seiner Haustiere sind keine Katzen. Wie viele Haustiere hat Luka?

(A) 10 (B) 11 (C) 15 (D) 16 (E) 20

Lösung: Luka hat h Hunde, k Kaninchen und c Katzen.

Acht Haustiere sind keine Hunde, also gibt es zusammen 8 Kaninchen und Katzen, $8 = k + c$.
Fünf Haustiere sind keine Kaninchen, also gibt es zusammen 5 Hunde und Katzen, $5 = h + c$.
Sieben Haustiere sind keine Katzen, also gibt es zusammen 7 Hunde und Kaninchen, $7 = h + k$.
Die Gesamtzahl seiner Haustiere beträgt $h + k + c$.
Addiert man die drei erhaltenen Gleichungen, ergibt das $20 = k + c + h + c + h + k = 2 \cdot (h + k + c)$.
Luka hat also $20 : 2 = \mathbf{10}$ Haustiere. **Antwort A**

9. Katrin und Thomas feiern heute ihren Geburtstag. Thomas bemerkt, dass $\frac{1}{19}$ von Katrins Alter $\frac{1}{17}$ seines Alters entspricht. Die beiden sind zusammen älter als 40 Jahre und jünger als 100 Jahre. Wie alt ist Katrin?

(A) 19 (B) 34 **(C)** 38 (D) 57 (E) 76

Lösung: *Variante 1:* Katrin ist k Jahre alt, und Thomas ist t Jahre alt. Durch Thomas Bemerkung wissen wir, dass $\frac{1}{19}k = \frac{1}{17}t$ bzw. umgeformt $t = \frac{17}{19}k$. Weiters gelten die zwei Ungleichungen $t + k > 40$ und $t + k < 100$.
Einsetzen der Gleichung in die beiden Ungleichungen ergibt:

$$\frac{17}{19}k + k > 40 \qquad \frac{17}{19}k + k < 100$$

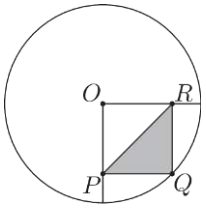
Weiteres Umformen und Auflösen:

$$\frac{17}{19}k + \frac{19}{19}k > 40 \qquad \frac{17}{19}k + \frac{19}{19}k < 100$$
$$\frac{36}{19}k > 40 \qquad \frac{36}{19}k < 100$$
$$k > 40\frac{19}{36} \qquad k < 100\frac{19}{36}$$
$$k > 10\frac{19}{9} \qquad k < 25\frac{19}{9}$$

Ohne einen Taschenrechner zu verwenden, können wir $\frac{19}{9}$ ungefähr als 2 annehmen, wodurch sich für Karins Alter die Abschätzung ergibt, dass sie älter als $\sim 10 \cdot 2 = 20$, aber jünger als $\sim 25 \cdot 2 = 50$ sein muss. Das trifft auf die Antwortmöglichkeiten 34 und 38 Jahre zu. Weiters wissen wir, dass sowohl Karin als auch Thomas heute ihren Geburtstag feiern, also eine volle Anzahl an Lebensjahren haben. Für die Gleichung $t = \frac{17}{19}k$ bedeutet das, dass das Alter von Karin durch 19 teilbar sein muss, um anschließend multipliziert mit 17 ein volles Alter von Thomas zu erhalten.
Das trifft nur zu, wenn Karin **38** Jahre alt ist. **Antwort C**

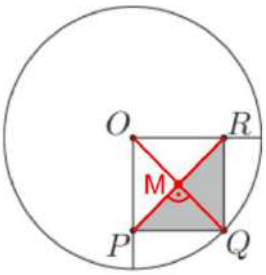
Variante 2: Wir bezeichnen das Alter von Karin mit k und das Alter von Thomas mit t. Es sind k und t ganze Zahlen und 17 und 19 sind teilerfremd. Daher ist $\frac{k}{19} = \frac{t}{17}$ nur möglich, wenn k und t ganzzahlige Vielfache von 19 und 17 sind. Also $k = n \cdot 19$ und $t = n \cdot 17$ mit einer ganzen Zahl n. Beide zusammen sind dann $n \cdot (17 + 19) = n \cdot 36$ Jahre alt. Da beide zusammen älter als 40 Jahre sind, muss n größer als 1 sein, und da beide zusammen jünger als 100 Jahre sind, muss n kleiner als 3 sein. Also ist $n = 2$ und Karin ist $2 \cdot 19 = \mathbf{38}$ Jahre alt. **Antwort C**

10. Ein Kreis mit Mittelpunkt *O* und Radius 10 cm sei gegeben. Ein Quadrat *OPQR* wird so in das Innere des Kreises gezeichnet, dass *Q* am Kreis liegt (siehe Abbildung). Wie groß ist der Flächeninhalt des grauen Dreiecks *PQR*?



(A) 12,5 cm^2 **(B)** 25 cm^2 (C) 50 cm^2 (D) 75 cm^2 (E) 100 cm^2

Lösung: $OPQR$ ist ein Quadrat mit den Diagonalen PR und OQ. Da der Punkt Q am Kreis liegt, entspricht OQ gleichzeitig dem Radius des Kreises und ist somit 10cm lang. Da die beiden Diagonalen eines Quadrates gleich lang sind, gilt $OQ = PR = 10$. Weiters gilt, dass sich die Diagonalen eines Quadrats in einem rechten Winkel schneiden und der Schnittpunkt M die Diagonalen halbiert, $OM = MQ = 5$.
Für den Flächeninhalt eines Dreiecks mit Grundlinie G und Höhe H gilt $A = \frac{1}{2} \cdot G \cdot H$, wobei für das graue Dreieck PQR die Grundlinie $G = PR = 10$ und die dazugehörige Höhe $H = MQ = 5$ beträgt. Der Flächeninhalt des grauen Dreiecks ist also $A = \frac{1}{2} \cdot PR \cdot MQ = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = \mathbf{25cm^2}$. **Antwort B**



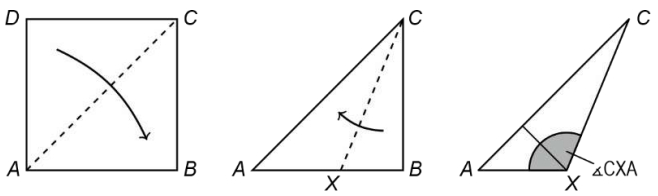
4 Punkte

11. Auf einem gewöhnlichen Spielwürfel ist die Summe der Punktezahlen auf gegenüberliegenden Würfelseiten immer 7. Wir möchten den abgebildeten Würfel der Reihe nach mehrfach längs seiner Kanten so kippen, dass alle sechs Seitenflächen einmal oben zu liegen kommen. Welche der gegebenen Reihenfolgen der oben liegenden Zahlen ist nicht möglich?

(A) 3-5-1-2-6-4 **(B)** 3-2-5-1-6-4 (C) 3-1-2-6-5-4
(D) 3-1-5-6-2-4 (E) 3-6-2-1-5-4

Lösung: Auf einem gewöhnlichen Würfel ergeben nur Punktezahlen auf gegenüberliegenden Seitenflächen die Summe 7. Die entsprechenden Seitenflächen sind nicht durch eine gemeinsame Kante verbunden. Wenn man den Würfel entlang einer Kante kippt, können somit nie hintereinander zwei Zahlen oben liegen, die zusammen 7 ergeben. Bei der Ziffernfolge 3-2-5-1-6-4 sieht man allerdings, dass direkt auf 2 die Augenzahl 5 folgt, $(2 + 5 = 7)$, bzw. direkt auf 1 die Augenzahl 6, $(1 + 6 = 7)$, was beides nicht sein kann.
Die Ziffernfolge von **B** kann also mit einem gewöhnlichen Würfel nicht erreicht werden. **Antwort B**

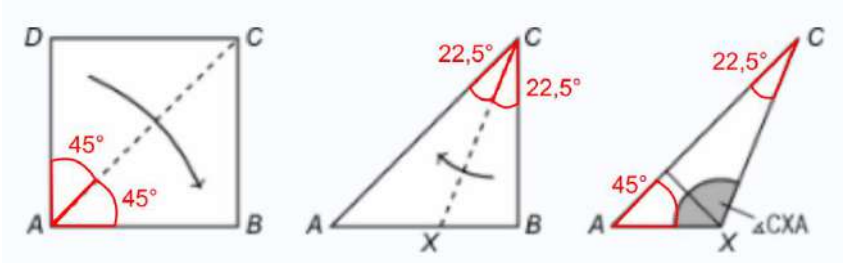
12. Alexander faltet ein quadratisches Blatt Papier entlang seiner Diagonale und erhält ein Dreieck. Danach faltet er das Papier erneut, sodass eine der beiden kürzeren Dreiecksseiten auf der längeren Dreiecksseite zu liegen kommt, und erhält das kleinere Dreieck *AXC* (siehe Abbildungen). Wie groß ist der Winkel $\angle CXA$?



(A) 108° **(B)** 112,5° (C) 120° (D) 145° (E) 157,5°

Lösung: Das erste Mal faltet Alexander das Papier entlang einer Diagonale. Da die Diagonalen eines Quadrats zugleich die Winkelhalbierenden der entsprechenden rechten Winkel in den Eckpunkten sind, gilt für die Winkel $\measuredangle BAC = \measuredangle ACB = 90 : 2 = 45°$. Beim zweiten Mal faltet er das Blatt so, dass die Seite BC auf der längeren Seite AC zu liegen kommt. Diese Spiegelung bezüglich der Geraden XC ist nur möglich, wenn die Faltlinie den Winkel $\measuredangle ACB$ in die beiden gleich großen Winkel $\measuredangle ACX = \measuredangle XCB = 22{,}5°$ teilt. Für die Winkel im Dreieck ACX gilt dann: $\measuredangle XAC = \measuredangle BAC = 45°$ und $\measuredangle ACX = 22{,}5°$. Die Winkelsumme in einem Dreieck beträgt $180°$.

Daher ergibt sich für den Winkel $\measuredangle CXA = 180 - \measuredangle XAC - \measuredangle ACX = 180 - 45 - 22{,}5 = \mathbf{112{,}5°}$. **Antwort B**



13. Der vierstelligen Zahl $80\square\square$ fehlen ihre letzten zwei Ziffern. Wir wissen, dass diese Zahl durch 8 und durch 9 teilbar ist. Wie groß ist das Produkt der letzten beiden Ziffern?

(A) 6 (B) 16 (C) 20 **(D)** 24 (E) 48

Lösung: Nennen wir die unbekannten Ziffern unserer Zahl X für die Zehnerstelle und Y für die Einerstelle, die gesuchte Zahl ist also 80XY.

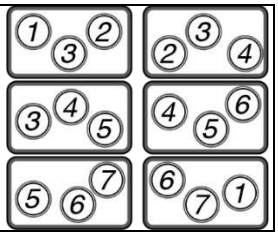
Eine Zahl ist durch 8 teilbar, wenn die von ihren drei letzten Ziffern gebildete Zahl durch 8 teilbar ist. Für unsere Zahl bedeutet das, dass"0XY" und somit auch „XY" ein Vielfaches von 8 sein muss.

„XY" kann also „08", „16", „24", „32", „40", „48", „56", „64", „72", „80", „88", „96" sein.

Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Ziffernsumme durch 9 teilbar ist. Für unsere Zahl bedeutet das wiederum, dass $8 + 0 + X + Y$ durch 9 teilbar sein muss. $X + Y$ kann nur entweder 1 da $(8 + 0 + 1 = 9)$ oder 10 da $(8 + 0 + 10 = 18)$ sein. Die nächstgrößere Möglichkeit 19 $(8 + 0 + 19 = 27)$ ist durch die Addition von zwei Ziffern nicht erreichbar.

Von den Vielfachen von 8 hat nur die Zahl „64" eine passende Ziffernsumme $(6 + 4 = 10)$. Die unbekannte Zahl lautet also 8064, und das Produkt der letzten beiden Ziffern beträgt $6 \cdot 4 = \mathbf{24}$. **Antwort D**

14. Ein Athlet hat eine Sammlung von 2 Goldmedaillen und 5 Silbermedaillen. Diese sind in einer gewissen Reihenfolge von 1 bis 7 nummeriert. Die Abbildungen zeigen Schwarz-Weiß-Bilder der Medaillen. Auf jedem der sechs Bilder ist genau eine Goldmedaille zu sehen. Wie groß ist die Summe der Zahlen auf den beiden Goldmedaillen?

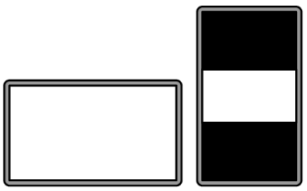


(A) 7 (B) 8 **(C)** 9 (D) 10 (E) 11

Lösung: *Variante 1:* Für die Lösung kombinieren wir zunächst jeweils zwei Bilder, die sechs unterschiedliche Medaillen zeigen. Daraus können wir schließen, welche Medaillen sicher keine Goldmedaillen sind.
Vom oberen Bild links wissen wir, dass in den drei Medaillen 1,2,3 eine Goldmedaille dabei ist. Vom mittleren Bild rechts wissen wir, dass auch in den drei Medaillen 4,5,6 eine Goldmedaille ist. In den zwei 3er Gruppen kommen sicher die beiden Goldmedaillen vor, Medaille 7 kommt in den Gruppen aber nicht vor. Medaille 7 kann also sicher keine Goldmedaille sein.
Vom mittleren Bild links und dem untersten Bild rechts wissen wir, dass in den 3er Gruppen 3,4,5 und 1,6,7 jeweils eine Goldmedaille ist. Medaille 2 kann also keine Goldmedaille sein.
Vom untersten Bild links und dem obersten Bild rechts wissen wir, dass in den 3er Gruppen 5,6,7 und 2,3,4 jeweils eine Goldmedaille ist. Medaille 1 kann also keine Goldmedaille sein.
Vom obersten Bild links und dem untersten Bild links wissen wir, dass in den 3er Gruppen 1,2,3 und 5,6,7 jeweils eine Goldmedaille ist. Medaille 4 kann also keine Goldmedaille sein.
Vom obersten Bild rechts und dem untersten Bild rechts wissen wir, dass in den 3er Gruppen 2,3,4 und 6,7,1 jeweils eine Goldmedaille ist. Medaille 5 kann also keine Goldmedaille sein.
Die Goldmedaillen müssen also Medaille 3 und Medaille 6 sein. Ihre Summe ist $(3 + 6 = \mathbf{9})$. **Antwort C**

Variante 2: Aus den Gruppen (1,2,3) und (2,3,4) können wir schließen, dass 1 und 4 dieselbe Farbe haben müssen. (1 fällt weg, 4 kommt dazu, danach ist wieder genau eine Goldmedaille, also müssen die weggefallene und dazugekommene sich farblich genau ausgeglichen haben.) Wenn wir auf dieselbe Art alle aufeinanderfolgenden Bilder vergleichen, sehen wir: 2 und 5 sind gleich, 3 und 6 sind gleich, 4 und 7 sind gleich, 5 und 1 sind gleich. Zusammengefasst ist 2 gleich 5 gleich 1 gleich 4 gleich 7, also sind das die 5 Silbernen, während 3 und 6 Gold sind.

15. Anna sieht sich ein Bild auf ihrem Smartphone an. Das Format ist 16:9 und füllt den gesamten Bildschirm aus. Wenn sie das Smartphone nun dreht, wird das Bild kleiner. Welcher Anteil des Bildschirms wird für das kleinere Bild gebraucht?

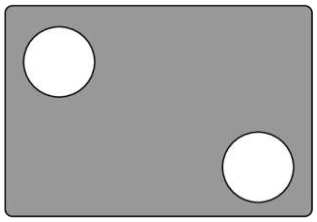


(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{9}{16}$ (C) $\frac{27}{64}$ (D) $\frac{32}{81}$ **(E)** $\frac{81}{256}$

Lösung: Im Vollbildmodus ist die lange Seite 16 Einheiten lang, und die kurze Seite 9 Einheiten lang. Das volle Bild hat einen Flächeninhalt von $A_1 = 16 \cdot 9$. Dreht Anna den Bildschirm, entspricht die frühere lange Seite 16 nun der kürzeren Seite 9, die Länge der langen Seite hat sich also um $\frac{9}{16}$ verkleinert $(16 \cdot \frac{9}{16} = 9)$. Gleiches gilt für die kurze Seite, die nun $9 \cdot \frac{9}{16}$ lang ist. Das kleinere Bild ist $A_2 = 9 \cdot 9 \cdot \frac{9}{16}$ groß. Für den Anteil des kleinen Bildes am vollen Bild gilt $A_2 : A_1 = \left(9 \cdot 9 \cdot \frac{9}{16}\right) : (16 \cdot 9) = \frac{\frac{9 \cdot 9 \cdot 9}{16}}{16 \cdot 9}$.

Auflösen des Doppelbruches führt zu $\left(\frac{9 \cdot 9}{16 \cdot 16}\right) = \mathbf{\frac{81}{256}}$. **Antwort E**

16. Paul schießt mit einem Ball insgesamt 27 Mal auf zwei Ziele (siehe Abbildung). Beim Versuch, auf das linke obere Ziel zu schießen, trifft er zu 50%, und beim Versuch, auf das rechte untere Ziel zu schießen, trifft er zu 80%. Insgesamt gehen 9 seiner Schüsse daneben. Wie oft trifft Paul das linke obere Ziel?



(A) 4 (B) 5 **(C)** 6 (D) 7 (E) 8

Lösung: Die Anzahl an Schüssen in das linke obere Ziel sei l. Von diesen l Schüssen trifft er 50% $(0{,}5 \cdot l)$, und 50% trifft er nicht $(0{,}5 \cdot l)$.
Die Anzahl an Schüssen in das rechte untere Eck sei r. Von diesen r Schüssen trifft er 80% $(0{,}8 \cdot r)$, und 20% trifft er nicht $(0{,}2 \cdot r)$.
9 Schüsse gehen daneben. Die verfehlten Schüsse setzen sich aus den verfehlten Versuchen auf die beiden Ziele zusammen: $0{,}5 \cdot l + 0{,}2 \cdot r = 9$
Die Gesamtanzahl aller Schüsse setzt sich aus den getroffenen $(0{,}5 \cdot l + 0{,}8 \cdot r)$ und den danebengegangenen Schüssen (9) zusammen: $0{,}5 \cdot l + 0{,}8 \cdot r + 9 = 27$.
Subtraktion der beiden Gleichungen ergibt: $0{,}6 \cdot r + 9 = 18$.
Auflösen: $0{,}6 \cdot r = 9$
somit $r = 15$ und $l = 27 - 15 = 12$.
Paul hat die Hälfte seiner Schüsse oben links getroffen, er hat also **6**-mal getroffen. **Antwort C**

17. Auf einem Tisch liegen einige Karten, auf denen verschiedene positive ganze Zahlen stehen. Alle sind kleiner als 20 und ihr Produkt ist gleich 2025.
Wie viele Karten liegen höchstens auf dem Tisch?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 **(D)** 5 (E) 6

Lösung: Um die möglichen Teiler von 2025 zu erhalten, machen wir zunächst eine Primfaktorzerlegung. Es ist eine ungerade Zahl, wir beginnen also mit der Division durch 3:

$$2025:3 = 675$$
$$675:3 = 225$$
$$225:3 = 75$$
$$75:3 = 25$$
$$25:5 = 5$$

Die Primfaktoren von 2025 sind also 3,3,3,5,5. Aus diesen Ziffern lassen sich höchstens 4 unterschiedliche Zahlen bilden, die kleiner als 20 sind: 3, 5, $(3 \cdot 3)$und $(3 \cdot 5)$. Zusätzlich kann noch eine Karte mit der Zahl 1 auf dem Tisch liegen, die das Produkt der Zahlen nicht verändert. Das Produkt 2025 setzt sich also aus den Karten 1, 3, 5, 9 und 15 zusammen: $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 15 = 2025$. Es liegen höchstens **5** Karten auf dem Tisch.
Antwort D

18. Die Zahl *N* ist die größte 6-stellige Zahl, für die das Produkt aller ihrer Ziffern 180 ergibt.
Wie groß ist die Ziffernsumme der Zahl *N*?
(A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24 (E) 25

Lösung: Um die möglichen Teiler von 180 zu erhalten, machen wir zunächst eine Primfaktorzerlegung. Es ist eine gerade Zahl, wir beginnen also mit der Division durch 2:

$$180:2 = 90$$
$$90:2 = 45$$
$$45:3 = 15$$
$$15:3 = 5$$

Die Primfaktoren von 180 sind also 2,2,3,3,5. Um die größtmögliche Zahl N zu erhalten, möchte man eine möglichst große Ziffer an die Hunderttausender Stelle setzen. Die größte Ziffer, die sich aus den Primfaktoren bilden lässt, ist 9, $(3 \cdot 3)$.
Es verbleiben die Faktoren 2,2,5. Die größtmögliche Ziffer für die Zehntausender Stelle ist 5.
Es verbleiben die Faktoren 2,2. Die größtmögliche Ziffer für die Tausender Stelle, die sich aus diesen Faktoren bilden lässt, ist 4, $(2 \cdot 2)$.
Das Produkt der ersten drei Ziffern der Zahl beträgt nun bereits 180, $(9 \cdot 5 \cdot 4 = 180)$.
Weiters wissen wir, dass die Zahl 1 ein Produkt nicht verändert. Die restlichen Ziffern müssen also 1 sein. Die gesuchte Zahl ist 954111, ihre Ziffernsumme beträgt **21**. **Antwort A**

19. Fünf Ziegel bilden eine Mauer (siehe Abbildung). Peter kann einen Ziegel nur dann entfernen, wenn kein anderer Ziegel unmittelbar über ihm liegt. In jedem Zug wählt er einen der entfernbaren Ziegel zufällig mit gleicher Wahrscheinlichkeit aus und entfernt ihn. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Ziegel mit Nummer 4 als dritter entfernt wird?

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ **(D)** $\frac{1}{6}$ (E) $\frac{1}{8}$

Lösung: Um den Ziegel Nummer 4 entfernen zu können, muss Peter sowohl die Ziegel 1 und 2 entfernt haben. Hierfür gibt es zwei Möglichkeiten:

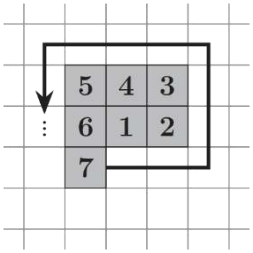
1.Möglichkeit: Im ersten Zug wählt er Ziegel 1 mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2}$. Für den zweiten Zug kann er dann Ziegel 2 oder 3 wählen, ebenfalls mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2}$. Hat er Ziegel 2 gewählt, kann er dann im dritten Zug Ziegel 3, 4 oder 5 wählen, jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$. Die Gesamtwahrscheinlichkeit für diese Abfolge beträgt: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$.

2.Möglichkeit: Im ersten Zug wählt er Ziegel 2 mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2}$. Für den zweiten Zug kann er dann Ziegel 1 oder 5 wählen, ebenfalls mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2}$. Hat er Ziegel 1 gewählt, kann er dann im dritten Zug Ziegel 3, 4 oder 5 wählen, jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$. Die Gesamtwahrscheinlichkeit für diese Abfolge beträgt wiederum: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$.

Die Gesamtwahrscheinlichkeit, dass Peter den Ziegel mit Nummer 4 als dritten entfernt, ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten der beiden Möglichkeiten: $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \mathbf{\frac{1}{6}}$. **Antwort D**

20. Auf einem karierten Blatt Papier nummeriert Daniel einige Quadrate. Er beginnt mit einem beliebigen Quadrat und nummeriert die Quadrate 1, 2, 3, 4, 5, ..., 2025 entgegen dem Uhrzeigersinn (siehe Abbildung). Am Schluss betrachtet er die Figur, die sich aus allen 2025 nummerierten Quadraten ergibt. Jedes Quadrat hat die Seitenlänge 0,5 cm. Wie groß ist der Umfang der Figur?

(A) 25 cm (B) 45 cm (C) 80 cm **(D)** 90 cm (E) 180 cm

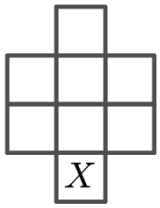


Lösung: In der Art und Weise wie Daniel die Kästchen in einer Spirale nummeriert, erhält er nach der Nummerierung jeder Quadratzahl auch ein vollständiges Quadrat als Figur.

Die Zahl 2025 ist eine Quadratzahl, $2025 = 45 \cdot 45$. Seine entstandene Figur ist somit ein Quadrat, dessen Seitenlänge aus 45 Kästchen besteht. Eine Seite des Quadrats hat die Länge $45 \cdot 0{,}5 = 22{,}5$ cm. Der Umfang des Quadrats beträgt dann $22{,}5 \cdot 4 = \mathbf{90\ cm}$. **Antwort D**

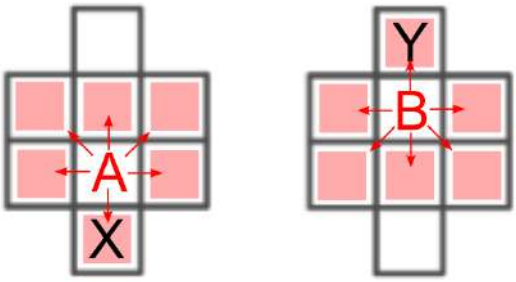
5 Punkte

21. Wir wollen die Zahlen 1 bis 8 in die acht Felder der abgebildeten Figur so platzieren, dass aufeinanderfolgende Zahlen niemals in benachbarten Feldern stehen (auch nicht diagonal benachbart). Welche Zahlen können wir in das mit *X* markierte Feld schreiben?

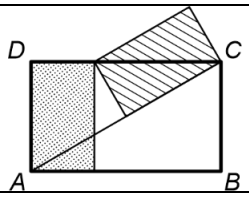


(A) 1 oder 8 **(B)** 2 oder 7 (C) 3 oder 6 (D) 4 oder 5 (E) 7 oder 8

Lösung: Betrachten wir das Feld A über dem fraglichen Feld X (siehe Abbildung). An dieses Feld grenzen 6 der 7 restlichen Felder und nur 1 Feld grenzt nicht an Feld A. Das heißt, in Feld A muss eine Zahl geschrieben werden, die nur eine benachbarte Zahl hat. Das gilt für 1 (Nachbar 2) oder 8 (Nachbar 7). Alle Zahlen dazwischen (2 bis 7) haben zwei benachbarte Zahlen, eine vorhergehende und eine nachfolgende Zahl. In Feld A kann also nur die Zahl 1 oder 8 stehen.
Für die spiegelgleiche obere Hälfte der Figur mit den beiden Feldern B und Y gilt die gleiche Argumentation, sodass in Feld B ebenfalls nur 1 oder 8 stehen kann. In den Feldern Y und X muss die jeweilige Nachbar-Zahl von 1 und 8 stehen, in Feld X kann somit nur die Zahl **2 oder 7** stehen. **Antwort B**

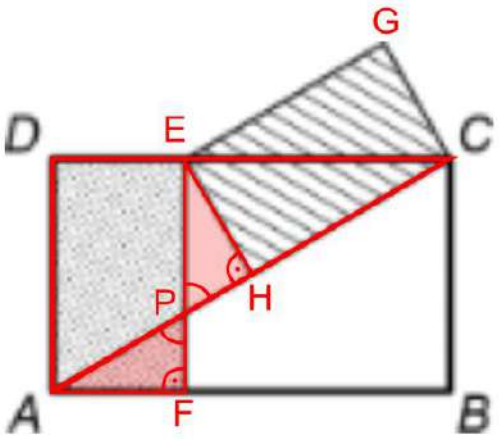


22. Die beiden kleinen Rechtecke in der Abbildung sind kongruent und haben jeweils einen Flächeninhalt von 4 cm². Wie groß ist der Flächeninhalt des Rechtecks *ABCD* in cm²?



(A) 10 (B) $8\sqrt{3}$ (C) 8 **(D)** 12 (E) $4\sqrt{3}$

Lösung: Das linke graue Rechteck hat die Eckpunkte $ADEF$, das rechte graue Rechteck die Eckpunkte $HEGC$. Der Schnittpunkt der Diagonale AC mit der Strecke EF sei P (siehe Abbildung).
Betrachten wir nun das kleine graue Dreieck APF und das kleine hellgraue Dreieck PEH. Beide Dreiecke sind rechtwinklig mit dem rechten Winkel in F bzw. H. Die an den rechten Winkel anliegende Seiten AF bzw. EH sind jedenfalls gleich groß, da sie der kurzen Seite der grauen Rechtecke entsprechen. Weiters müssen die Winkel, die diesen Seiten gegenüberliegen, $\sphericalangle APF$ bzw. $\sphericalangle HPE$, ebenfalls gleich groß sein, da sie jeweils dem Schnittwinkel der Diagonale AC mit der Strecke EF entsprechen. Somit müssen die beiden Dreiecke APF und PEH kongruent (also deckungsgleich) sein, da zwei Winkel und eine Seite von ihnen gleich groß sind. Daraus folgt, dass der Flächeninhalt des Vierecks $ADEH$ dem Flächeninhalt des grauen Rechtecks $ADEF$, 4 cm², entspricht.



Da die Strecke EC das Rechtecks $HEGC$ als Diagonale halbiert, ist der Flächeninhalt des grauen Dreiecks HEC 2 cm². Somit ist der Flächeninhalt des Dreiecks ADC: $4 + 2 = 6$ cm². Der gesuchte Flächeninhalt des Rechtecks $ABCD$ ist dann doppelt so groß, also $6 \cdot 2 = \mathbf{12\ cm^2}$. **Antwort D**

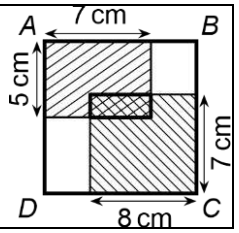
23. Das Produkt dreier Primzahlen ist das 11-fache ihrer Summe. Wie groß kann die Summe der drei Zahlen höchstens sein?

(A) 14 (B) 17 (C) 21 (D) 25 **(E)** 26

Lösung: *Variante 1:* Nennen wir die drei Primzahlen a, b und c. Dann gilt, dass $a \cdot b \cdot c = 11(a+b+c)$. Das Produkt $a \cdot b \cdot c$ muss also durch 11 teilbar sein. Da 11 bereits eine Primzahl ist, muss eine der drei Zahlen a, b und c 11 sein; $a = 11$.
Einsetzen von $a = 11$ in die Anfangsgleichung ergibt die neue Gleichung: $b \cdot c = 11 + b + c$. Wären die beiden Primzahlen b und c beide größer oder gleich 5, wäre ihr Produkt auf jeden Fall größer als die Summe auf der rechten Seite und die Gleichung nie erfüllbar. Somit muss eine der beiden Zahlen 2 oder 3 sein. In diesem Fall gibt es zwei Möglichkeiten: $(a = 11, b = 2, c = 13)$ oder $(a = 11, b = 3, c = 7)$. Die größtmögliche Summe ist somit $11 + 2 + 13 = \mathbf{26}$. **Antwort E**

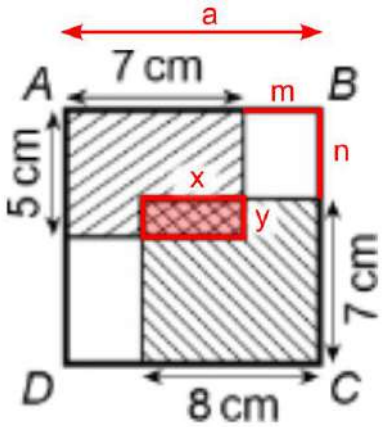
Variante 2: Nennen wir die drei Primzahlen a, b und c. Dann gilt, dass $a \cdot b \cdot c = 11(a+b+c)$. Das Produkt $a \cdot b \cdot c$ muss also durch 11 teilbar sein. Da 11 bereits eine Primzahl ist, muss eine der drei Zahlen a, b und c 11 sein; $a = 11$.
Einsetzen von $a = 11$ in die Anfangsgleichung ergibt die neue Gleichung: $b \cdot c = 11 + b + c$.
Wir formen um: $b \cdot c - b - c = 11$
und ergänzen passend: $b \cdot c - b - c + 1 = 11 + 1$
Herausheben: $(b-1) \cdot (c-1) = 12 = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$
Die größte Summe erhalten wir bei der Zerlegung $1 \cdot 12$. Diese liefert $b = 2$ und $c = 13$, wobei auch beide Zahlen Primzahlen sind. Die größtmögliche Summe ist somit $11 + 2 + 13 = \mathbf{26}$. **Antwort E**

24. Das Quadrat *ABCD* enthält zwei schraffierte Rechtecke (siehe Abbildung). Die Dimensionen sind wie dargestellt und der Flächeninhalt des Überlappungsbereichs beträgt 18 cm^2. Wie groß ist der Umfang des Quadrats *ABCD*?



(A) 28 cm (B) 34 cm **(C)** 36 cm (D) 38 cm (E) 40 cm

Lösung: *Variante 1:* Das Quadrat $ABCD$ habe die Seitenlänge a. Der Überlappungsbereich $EFGH$ der beiden schraffierten Rechtecke habe die lange Seite x und die kurze Seite y. Die fehlenden Längen zwischen den Rechteckseiten und der Quadratseite bezeichnen wir mit m und n (siehe Abbildung). Für die Seitenlänge a gelten nun die beiden Gleichungen: $a = 7 + m$ und $a = 7 + n$.
Weiters gilt für die schraffierten Teile: $m = 8 - x$ und $n = 5 - y$.
Durch Einsetzen und Umformen erhält man für die Seiten des Überlappungsbereichs:
$x = 15 - a$ und $y = 12 - a$.
Für den Flächeninhalt dieses Bereichs gilt dann $18 = x \cdot y = (15-a) \cdot (12-a)$.
Ausmultiplizieren führt zu der quadratischen Gleichung: $a^2 - 27a + 162 = 0$. Lösen der quadratischen Gleichung liefert $a = 9$ cm. Der Umfang des Quadrats $ABCD$ beträgt $4 \cdot 9 = \mathbf{36\ cm}$. **Antwort C**



Variante 2: Das Quadrat $ABCD$ habe die Seitenlänge a, der Überlappungsbereich $EFGH$ die Seiten x und y. Für die Seitenlänge a gelten nun die beiden Gleichungen:
waagrecht: $7 - x + 8 = a \Rightarrow x = 15 - a$
senkrecht: $5 - y + 7 = a \Rightarrow y = 12 - a$
Für den Flächeninhalt dieses Bereichs gilt dann $18 = x \cdot y = (15-a) \cdot (12-a)$.
Ausmultiplizieren führt zu der quadratischen Gleichung: $a^2 - 27a + 162 = 0$. Lösen der quadratischen Gleichung liefert $a = 9$ cm. Der Umfang des Quadrats $ABCD$ beträgt $4 \cdot 9 = \mathbf{36\ cm}$. **Antwort C**

25. Eine vierstellige Zahl $\overline{ABCD}$ wird mit ihrer Einerziffer $\overline{D}$ multipliziert. Das Ergebnis ist eine andere vierstellige Zahl $\overline{DXYA}$, deren Einer- und Tausenderstellen, im Vergleich zur Ausgangszahl, vertauscht sind (siehe Abbildung). Verschiedene Buchstaben können auch für gleiche Ziffern stehen. Wie viele vierstellige Zahlen $\overline{ABCD}$ haben diese Eigenschaft?

$\underline{ABCD \cdot D}$
$\underline{\underline{DXYA}}$

(A) 1 (B) 2 (C) 9 (D) 10 **(E)** 11

Lösung: Die verschiedenen Möglichkeiten für die Ziffer D können durch folgende Überlegungen eingeschränkt werden:

Die Zahlen $ABCD$ und $DXYA$ sind zwei verschiedene, vierstellige Zahlen. D kann also nicht 0 oder 1 sein. Von der Multiplikation wissen wir für die Ziffern A und D, dass A der Einerstelle von $D \cdot D$ entspricht. Für eine Multiplikation von zwei positiven ganzen Zahlen gilt, dass der Produktwert $DXYA$ größer als der Multiplikator $ABCD$ sein muss. Das ist nur möglich, wenn die Einerziffer von $D \cdot D$ kleiner als D ist, bzw. A kleiner als D ist. D kann also nicht 2 ($2 \cdot 2; A = 4$), 3 ($3 \cdot 3; A = 9$) oder 4 ($4 \cdot 4 = 16; A = 6$) sein.
Ist das Produkt von D mit der vierstelligen Zahl $ABCD$ wiederum eine vierstellige Zahl, so muss das Produkt $A \cdot D$ kleiner als 10 sein. Ansonsten wäre das Produkt $ABCD \cdot D$ eine fünfstellige Zahl. D kann also nicht 5 ($5 \cdot 5 = 25;\ A = 5; D \cdot A = 25$), 6 ($6 \cdot 6 = 36;\ A = 6; D \cdot A = 36$), 7 ($7 \cdot 7 = 49;\ A = 9; D \cdot A = 63$) oder 8 ($8 \cdot 8 = 64;\ A = 4; D \cdot A = 32$) sein.
D muss also 9 sein, und A ist somit 1 ($9 \cdot 9 = 81;\ A = 1$).
Weiterhin gilt, dass die Multiplikation an der Hunderterstelle $B \cdot D = B \cdot 9$ kleiner als 10 sein muss. Nur in diesem Fall, bleibt der Wert der Multiplikation an der Tausenderstelle unverändert und entspricht weiterhin $A \cdot D = 1 \cdot 9$. Das heißt, B kann maximal die Ziffern 0 und 1 annehmen. Für den Fall, dass $B = 0$, kann C alle 10 Ziffern von 0 bis 9 annehmen. Für den Fall, dass $B = 1$, kann C nur 0 sein, damit die Bedingung der Tausenderstelle $A \cdot D = 1 \cdot 9$ erfüllt bleibt. Es gibt also insgesamt $10 + 1 = \mathbf{11}$ vierstellige Zahlen, für die das Produkt stimmt. **Antwort E**

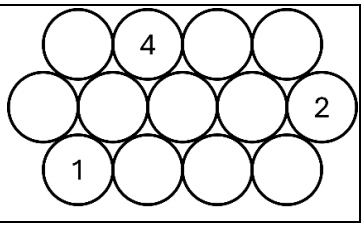
26. Die sechsstellige Zahl $\overline{ABCDEF}$ besteht aus den Ziffern 1, 2, 3, 4, 5 und 6, wobei jede Ziffer genau einmal vorkommt. Die Zahl $\overline{AB}$, die aus den ersten beiden Ziffern besteht, ist ein Vielfaches von 2. Die Zahl $\overline{ABC}$ ist ein Vielfaches von 3. Die Zahl $\overline{ABCD}$ ist ein Vielfaches von 4. Die Zahl $\overline{ABCDE}$ ist ein Vielfaches von 5 und die gesamte Zahl $\overline{ABCDEF}$ ist ein Vielfaches von 6. Welche Werte kann die Ziffer F annehmen?

(A) nur 2 **(B)** nur 4 (C) nur 6 (D) 2 und 4 sind möglich (E) 4 und 6 sind möglich

Lösung: Betrachten wir die einzelnen Hinweise für die sechsstellige Zahl:

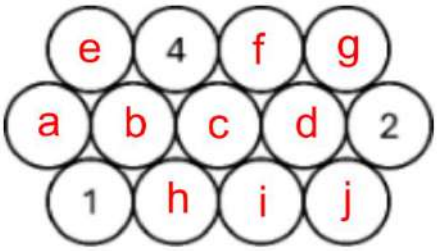
Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn sie gerade ist. Das ist für die Zahl AB der Fall, wenn die letzte Ziffer B entweder 2, 4 oder 6 ist.
Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Ziffernsumme durch 3 teilbar ist. Für die Zahl ABC muss die Summe $A + B + C$ durch 3 teilbar sein.
Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn die Zahl, die aus den letzten beiden Ziffern gebildet wird, durch 4 teilbar ist. Außerdem muss die Zahl gerade sein. Für die Zahl $ABCD$ heißt das, dass die Ziffer D entweder 2, 4, oder 6 sein muss.
Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn ihre letzte Ziffer entweder eine 0 oder eine 5 ist. Da 0 nicht als Ziffer zur Verfügung steht, wissen wir für die Zahl $ABCDE$, dass die Ziffer $E = 5$.
Eine Zahl ist durch 6 teilbar, wenn sie durch 2 und durch 3 teilbar ist. Das heißt die Zahl $ABCDEF$ muss gerade sein und F muss entweder 2, 4, oder 6 sein.
Wir wissen, dass die Ziffer $E = 5$. Ohne zu wissen, wie die genaue Zuordnung ist, müssen die Ziffern B, D und F entweder 2, 4 oder 6 sein. Gleiches gilt für die Ziffern A und C, die entweder 1 oder 3 sein müssen. Für die Zahl ABC gilt dann, dass die Summe $1 + 3 + B$ durch 3 teilbar sein muss. B muss also 2 sein, da nur dann die Teilbarkeit erfüllt ist $(1 + 3 + 2 = 6)$.
Für die Zahl $ABCD$ gilt, dass die Zahl CD durch 4 teilbar sein muss. Für die Zahl CD gibt es 4 Möglichkeiten: 14, 34, 16 und 36. Nur 16 und 36 sind jeweils durch 4 teilbar. Die Ziffer B kann also nur 6 sein.
Die Ziffer F muss **4** sein. **Antwort B**

27. In jeden Kreis der Figur soll eine Zahl so geschrieben werden, dass die Summen der Zahlen in drei einander berührenden Kreisen immer gleich sind. Einige Zahlen sind schon vorgegeben.
Wie groß ist die Summe aller Zahlen in der mittleren Reihe?

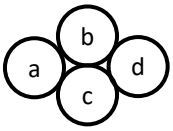


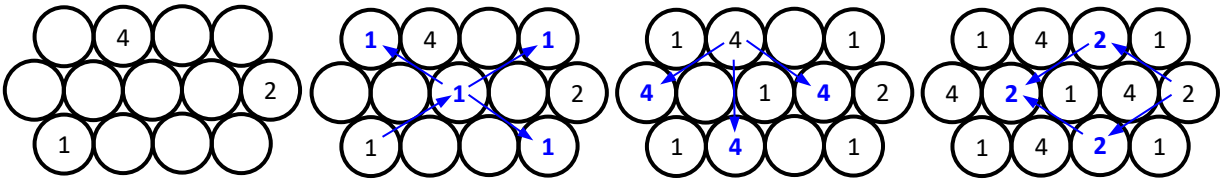
(A) 3 (B) 8 **(C)** 13 (D) 18 (E) 23

Lösung: *Variante 1:* Beschriftet man die leeren Felder mit den Buchstaben a bis j (siehe Abbildung), so gelten folgende Gleichungen für die Summen drei einander berührender Kreise:
$a + b + e = 4 + b + e$. Es folgt $a = 4$.
$c + d + f = 4 + c + f$. Es folgt $d = 4$.
$b + c + h = 1 + b + h$. Es folgt $c = 1$.
$d + i + j = 2 + d + j$. Es folgt $i = 2$.
$b + c + h = 2 + c + h$. Es folgt $b = 2$.
Für die Summe der Zahlen in der mittleren Reihe erhält man $a + b + c + d + 2 = 4 + 2 + 1 + 4 + 2 = \mathbf{13}$.
Antwort C



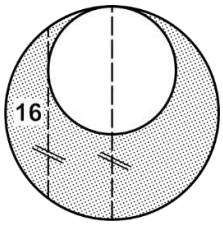
Variante 2: Wir betrachten eine „Raute“ aus 4 Kreisen (siehe Skizze). Die Summe der Zahlen in je drei benachbarten Kreisen sei s. Dann folgt:
$s = a + b + c = b + c + d$ und daraus $a = d$
Diese Beziehung gilt für alle „Rauten“ aus 4 Kreisen und wir können damit die Figur vervollständigen:





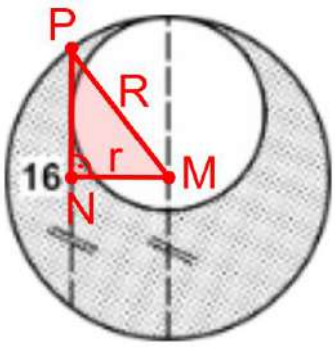
Und wir erhalten für die mittlere Reihe die Summe $4 + 2 + 1 + 4 + 2 = \mathbf{13}$. **Antwort C**

28. In der Abbildung sehen wir zwei berührende Kreise und den Durchmesser durch ihren gemeinsamen Punkt. Der äußere Kreis hat eine zu diesem Durchmesser parallele Sehne mit der Länge 16, welche den inneren Kreis berührt.
Wie groß ist der Flächeninhalt des grau gefärbten Bereichs?



(A) 36π 36π (B) 49π **(C)** 64π (D) 81π
(E) Es kann aus dieser Information nicht bestimmt werden.

Lösung: Der Radius des inneren Kreises sei r, sein Flächeninhalt ist dann $A_1 = r^2\pi$. Der Radius des äußeren Kreises sei R, sein Flächeninhalt ist dann $A_2 = R^2\pi$. Der Flächeninhalt des grau gefärbten Bereichs ist die Differenz des äußeren und inneren Kreises und somit $A_2 - A_1 = R^2\pi - r^2\pi = (R^2 - r^2)\pi$.
Suchen wir nun einen Zusammenhang zwischen den Radien der beiden Kreise. M sei der Mittelpunkt des äußeren Kreises, N der Mittelpunkt der Sehne und P sei der Schnittpunkt der Sehne mit dem Kreis (siehe Abbildung). Da die Sehne den inneren Kreis berührt, entspricht der Abstand MN zwischen dem eingezeichneten Durchmesser und seiner parallelen Sehne dem Radius r des inneren Kreises. Die Strecke MP entspricht dem Radius R des äußeren Kreises. Da N die Sehne halbiert, hat NP die Länge 8. Für das rechtwinklige Dreieck MNP ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen seinen Seiten aus dem Satz des Pythagoras: $MP^2 = MN^2 + NP^2$ bzw. $R^2 = r^2 + 8^2$. Umgeformt gilt $R^2 - r^2 = 8^2$.
Eingesetzt in die obige Formel für den grau gefärbten Flächeninhalt, erhält man
$A_2 - A_1 = (R^2 - r^2)\pi = 8^2\pi = \mathbf{64\pi}$. **Antwort C**



29. Auf einer Tafel stehen die Zahl 8 und eine weitere Zahl *x*. Acht Kinder gehen der Reihe nach an die Tafel. Jedes Kind schreibt den Durchschnitt aller Zahlen, die bereits an der Tafel stehen, dazu. Das letzte Kind schreibt die Zahl 26. Wie groß ist *x*?

(A) 28 (B) 32 (C) 38 **(D)** 44 (E) 50

Lösung: *Variante 1:* Es ist bekannt: Wenn man zu einer Liste von Zahlen eine hinzufügt, die genau dem arithmetischen Mittel entspricht, dann verändert sich das arithmetische Mittel nicht. Jedes Kind schreibt daher die gleiche Zahl auf die Tafel. Das arithmetische Mittel zu Beginn ist $\frac{8+x}{2}$, und bleibt auch die ganze Zeit über so. Daher ist $26 = \frac{8+x}{2}$, also x = **44**. **Antwort D**

Variante 2: Auf der Tafel stehen die Zahl 8 und die Zahl x. Das erste Kind schreibt den Durchschnitt dieser beiden Zahlen auf: $\frac{8+x}{2} = 4 + \frac{x}{2}$. Nun steht auf der Tafel 8, x und $4 + \frac{x}{2}$.
Das zweite Kind schreibt wiederum den Durchschnitt der drei Zahlen auf: $\frac{8+x+4+\frac{x}{2}}{3} = \frac{12+\frac{3x}{2}}{3} = 4 + \frac{x}{2}$.
Nun steht auf der Tafel 8, x, $4 + \frac{x}{2}$ und $4 + \frac{x}{2}$.
Das dritte Kind schreibt den Durchschnitt der vier Zahlen auf: $\frac{8+x+4+\frac{x}{2}+4+\frac{x}{2}}{4} = \frac{16+2x}{4} = 4 + \frac{x}{2}$.
Nun steht auf der Tafel 8, x, $4 + \frac{x}{2}$, $4 + \frac{x}{2}$ und $4 + \frac{x}{2}$.
Man erkennt bereits eine Gesetzmäßigkeit: Jede Zahl, die ein Schüler auf diese Weise an die Tafel schreibt, beträgt $4 + \frac{x}{2}$. Das gilt auch für das letzte Kind, das die Zahl 26 schreibt. Das heißt, $26 = 4 + \frac{x}{2}$.

$$22 = \frac{x}{2}$$
$$22 \cdot 2 = x = 44$$

Die gesuchte Zahl x ist **44**.

30. Auf einer Party sind 12 Kinder, unter diesen befinden sich 3 Zwillingspaare. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, sechs blaue und sechs rote Hüte so an die Kinder zu verteilen, dass jedes Zwillingspaar Hüte derselben Farbe trägt?

(A) 72 (B) 86 **(C)** 92 (D) 102 (E) 132

Lösung: Gemäß der Anfangsbedingung, bekommt jeweils ein Zwillingspaar entweder zwei rote oder zwei blaue Hüte. Die verbleibenden 6 Hüte werden auf die 6 restlichen Kinder aufgeteilt. Das ergibt für die Verteilung der Hüte nun mehrere Möglichkeiten:

1.Fall: Alle Zwillingspaare bekommen rote Hüte. Für diesen Fall müssen alle anderen Kinder die blauen Hüte bekommen. Hierfür gibt es nur 1 mögliche Aufteilung.

2.Fall: Ein Zwillingspaar bekommt blaue Hüte und zwei Zwillingspaare bekommen rote Hüte. Somit werden auf die restlichen 6 Kinder 4 blaue und 2 rote Hüte verteilt. Für die Verteilung unter den restlichen Kindern gibt es wiederum mehrere Möglichkeiten, je nachdem welches Kind einen blauen Hut bekommt. Bekommt Kind1 einen blauen Hut, gibt es 5 Möglichkeiten den nächsten blauen Hut unter den verbleibenden 5 Kindern zu verteilen. Bekommt Kind1 aber einen roten Hut, und Kind2 einen blauen Hut, gibt es 4 weitere Möglichkeiten unter den verbleibenden 4 Kindern den blauen Hut zu verteilen, usw. So gibt es $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ Möglichkeiten, die zwei blauen Hüte auf die 6 Kinder zu verteilen.

Darüber hinaus gibt es für den 2.Fall 3 verschiedene Möglichkeiten, welches Zwillingspaar die blauen Hüte bekommt. Insgesamt gibt es also $15 \cdot 3 = 45$ mögliche Verteilungen für den 2.Fall.

3.Fall: Zwei Zwillingspaare bekommen blaue Hüte und ein Zwillingspaar bekommt rote Hüte. Dieser Fall kann analog zu 2.Fall argumentiert werden. Es gibt wiederum 45 mögliche Verteilungen der Hüte.

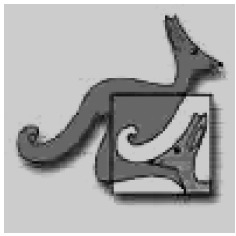
4.Fall: Alle Zwillingspaare bekommen blaue Hüte. Für diesen Fall müssen alle anderen Kinder die roten Hüte bekommen. Hierfür gibt es nur 1 mögliche Aufteilung.

Insgesamt gibt es also $1 + 45 + 45 + 1 = \mathbf{92}$ verschiedene Möglichkeiten, die Hüte zu verteilen. **Antwort C**

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2025
20. März 2025

Kategorie: Student, 11. – 13. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	



Arbeitszeit: 75 Minuten

jede richtige Antwort bei Aufgabe 1 bis 10	3 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 11 bis 20	4 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 21 bis 30	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
	dazu 30 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) deiner Antwort leserlich und eindeutig in das Kästchen unter die Nummer der Aufgabe (1 – 30) schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

☐ **(bitte ankreuzen)**

JA, ich stimme mit meiner Unterschrift zu,

dass meine angeführten personenbezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte

Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

Unterschrift

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade. Infos: www.oemo.at

NXP

Känguru der Mathematik 2025
Gruppe Student (11. – 13. Schulstufe)
Österreich – 20. März 2025

3 Punkte

1. Die Jahreszahl 2025 ist quadratisch, denn es gilt $2025 = 45^2$.
Wie viele Jahre werden bis zum nächsten Jahr mit einer quadratischen Jahreszahl vergehen?
(A) 25 (B) 91 (C) 121 (D) 500 (E) 2025

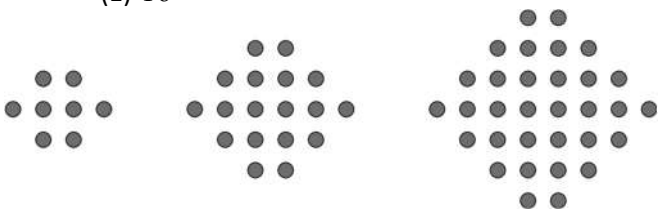
2. Mike erhält eine Zahl *x,* indem er die Zahl $\sqrt{11}$ durch 3 dividiert.
Wo befindet sich die Zahl *x* auf der Zahlengeraden?
(A) zwischen 0 und 1 (B) zwischen 1 und 2 (C) zwischen 2 und 3
(D) zwischen 3 und 4 (E) zwischen 4 und 5

3. Vasily hat 20 Bälle. Jeder Ball ist entweder gelb, grün, blau oder schwarz. Von den Bällen sind genau 17 nicht grün, genau 15 nicht schwarz, und genau 12 nicht gelb. Wie viele seiner Bälle sind blau?
(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 4 (E) 3

4. In welchem Intervall liegt der Wert des Produkts $77 \cdot 777$?
(A) zwischen 7 und 77 (B) zwischen 77 und 777 (C) zwischen 777 und 7 777
(D) zwischen 7 777 und 77 777 (E) zwischen 77 777 und 777 777

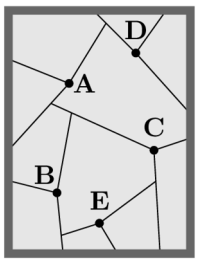
5. Welcher der folgenden Ausdrücke hat denselben Wert wie die Quadratwurzel von 16^{16}?
(A) 4^4 (B) 4^8 (C) 4^{16} (D) 8^8 (E) 16^4

6. Die abgebildeten Figuren sind die ersten drei Figuren einer Folge. Aus wie vielen Punkten besteht die fünfte Figur der Folge?



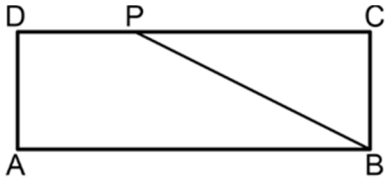
(A) 72 (B) 74 (C) 76 (D) 78 (E) 80

7. Ein Schüler wirft der Reihe nach fünf Steine, die ein Fenster in den Punkten *A*, *B*, *C*, *D* und *E* treffen. Wenn ein Stein das Fenster trifft, entstehen von diesem Punkt aus Sprünge, die entweder am Rand des Fensters oder an einem bereits vorhandenen Sprung enden.
In welcher Reihenfolge hat er die Steine geworfen?
(A) *DACBE* (B) *ABCDE* (C) *BDACE* (D) *BCDAE* (E) *DCABE*



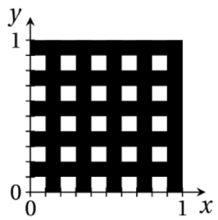
8. Die Lieblingsschokoriegel von Silvia werden in Päckchen verkauft. Früher waren in jedem Päckchen fünf Riegel. Jetzt sind nur mehr vier in jedem Päckchen, aber die Päckchen kosten immer noch gleich viel. Um wie viel Prozent ist jeder Riegel jetzt teurer geworden?
(A) um 10% (B) um 20% (C) um 25% (D) um 30% (E) um 50%

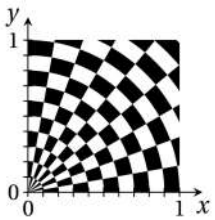
9. *ABCD* ist ein Rechteck (siehe Abbildung). Der Flächeninhalt des Vierecks *ABPD* beträgt 4 cm² und es gilt $DP = \frac{1}{3} \cdot CD$.

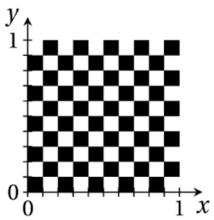


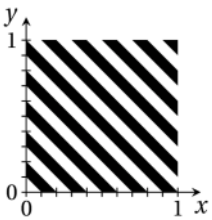
Wie groß ist der Flächeninhalt des Rechtecks *ABCD*?
(A) 5 cm² (B) 5,5 cm² (C) 6 cm² (D) 6,5 cm² (E) 7 cm²

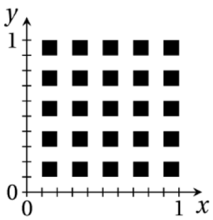
10. In der *xy*-Ebene werden einige Punkte im Bereich mit $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ schwarz gefärbt. Ein Punkt $(x|y)$ wird genau dann schwarz gefärbt, wenn sowohl von *x* als auch von *y* die erste Nachkommastelle ungerade ist. Wie sieht das Ergebnis aus?

(A) 

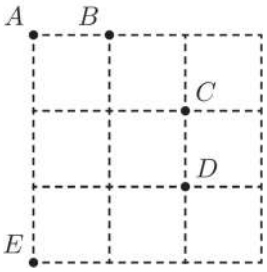
(B) 

(C) 

(D) 

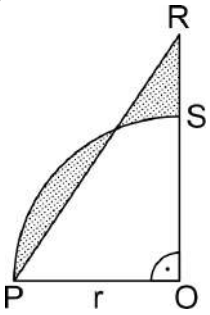
(E) 

4 Punkte

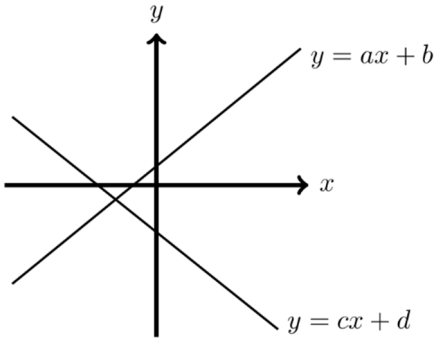


11. Robert möchte vier Punkte so wählen, dass die Abstände zwischen je zwei davon unterschiedlich sind. Welchen der Punkte *A*, *B*, *C*, *D* und *E* muss er entfernen?
(A) *A* (B) *B* (C) *C* (D) *D* (E) *E*

12. Unter 10 gegebenen, paarweise verschiedenen positiven ganzen Zahlen befinden sich genau fünf, die durch 5 teilbar sind und genau sieben, die durch 7 teilbar sind. Es sei *M* die größte dieser Zahlen.
Was ist der kleinstmögliche Wert von *M*?
(A) 105 (B) 77 (C) 75 (D) 63 (E) ein anderer Wert

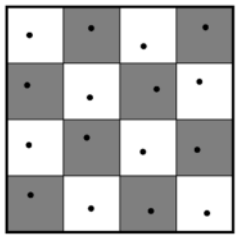


13. In der Figur sehen wir einen Viertelkreis *SP* mit Mittelpunkt *O* und Radius *r,* sowie ein Dreieck *ORP*. Die beiden grauen Bereiche haben denselben Flächeninhalt.
Wie lang ist die Strecke *OR*?
(A) $\frac{\pi r}{2}$ (B) $\frac{3r}{2}$ (C) πr (D) $\frac{2}{\pi}$ (E) $\frac{\pi}{2r}$



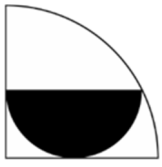
14. Ein Schüler zeichnet die Graphen zweier linearer Funktionen wie abgebildet in ein Koordinatensystem. Was trifft sicher auf den Ausdruck $ab + cd - (ac + bd)$ zu?
(A) Er ist negativ. (B) Er ist nicht positiv. (C) Er ist positiv.
(D) Er ist gleich Null. (E) Keine dieser vier Aussagen trifft sicher zu.

15. Als Oma begonnen hat, Wollsocken zu stricken, hatte sie eine Wollkugel mit 30 cm Durchmesser. Nachdem sie 70 Socken fertig gestrickt hat, hat die Wollkugel noch einen Durchmesser von 15 cm. Wie viele Socken kann Oma noch stricken?
(A) 70 (B) 50 (C) 30 (D) 20 (E) 10

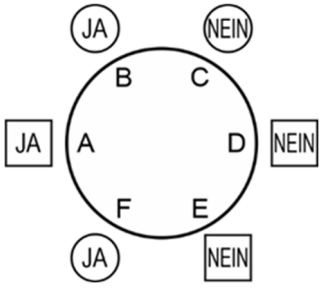


16. Wir betrachten ein 4×4 Riesenschachbrett. Auf jedem der 16 Felder steht ein Känguru. In jedem Zug springt jedes Känguru auf ein benachbartes Feld (nach oben, unten, links oder rechts, aber nicht diagonal). Alle Kängurus bleiben auf dem Schachbrett. Es können sich mehrere Kängurus gleichzeitig auf einem Feld befinden. Wie viele unbesetzte Felder kann es nach 100 Zügen höchstens geben?
(A) 15 (B) 14 (C) 12 (D) 10 (E) 8

17. Die fünfstellige Zahl $\overline{N18NN}$ ist durch 18 teilbar. Welche der folgenden Aussagen trifft auf die Ziffer *N* zu?
(A) Es gibt genau ein solches *N*. (B) Es gibt genau zwei derartige *N*.
(C) Es gibt genau drei derartige *N*. (D) Es gibt kein derartiges *N*.
(E) Es gibt mehr als drei derartige *N*.

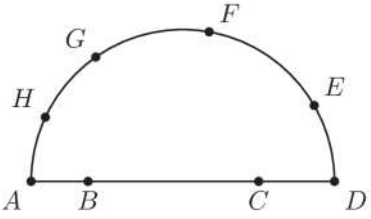


18. Der Flächeninhalt des abgebildeten schwarzen Halbkreises beträgt 12 cm². Wie groß ist der Flächeninhalt des großen Viertelkreises?
(A) 42 cm² (B) 36 cm² (C) 32 cm² (D) 30 cm² (E) 25 cm²



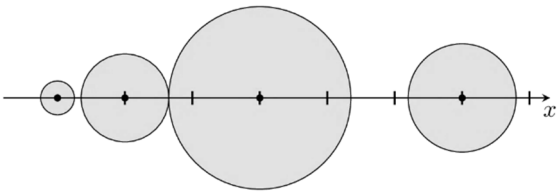
19. Drei quadratische Marsianer und drei runde Jupiterianer sitzen wie abgebildet an einem Tisch. Einer der sechs hat den Schlüssel zum Raumschiff. Alle von einem Planeten sagen immer die Wahrheit, und alle vom anderen Planeten lügen immer. Auf die Frage „Hat einer deiner Nachbarn den Schlüssel?“ antworten alle sechs wie abgebildet. Wer hat den Schlüssel?
(A) *A* (B) *B* (C) *C* (D) *D* (E) *E*

20. Auf einem Halbkreis mit Durchmesser *AD* liegen die Punkte *B* und *C* auf dem Durchmesser und die Punkte *E*, *F*, *G* und *H* auf dem Kreisbogen.
Wie viele Dreiecke gibt es, deren Eckpunkte drei dieser acht Punkte sind?
(A) 15 (B) 50 (C) 51 (D) 52 (E) 54



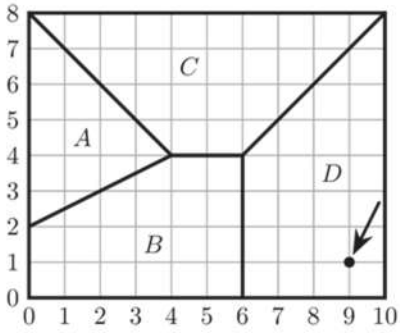
5 Punkte

21. Vier Kreisscheiben mit den Radien r_1, r_2, r_3 und r_4 haben ihre Mittelpunkte in den Punkten (0|0), (1|0), (3|0) und (6|0). Die Scheiben dürfen einander berühren, aber nicht überlappen. Was ist der größtmögliche Wert von $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$?



(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) Es gibt keine Obergrenze.

22. Auf der nebenstehenden Karte sehen wir eine Stadt, in der sich vier Schulen befinden. Auf der Karte sehen wir die Regionen *A*, *B*, *C* und *D*, die jeweils aus den Punkten bestehen, für die die jeweilige Schule am nächsten liegt. Die Koordinaten der Schule in der Region *D* sind (9|1).
Welche Koordinaten hat die Schule in der Region *A*?



(A) (0|4) (B) (1|4) (C) (1|5) (D) (1|6) (E) (2|4)

23. Wie lautet die kleinste positive ganze Zahl *N* mit der Eigenschaft, dass der Ausdruck $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{N}}}$ einen ganzzahligen Wert hat?

(A) $2^{12} \cdot 3^6$ (B) $2^4 \cdot 3^{14}$ (C) $2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^8$ (D) $2^4 \cdot 3^2$ (E) eine andere Zahl

24. Fritz füllt eine Tabelle mit zwei Spalten und 51 Zeilen aus. In die erste Zeile schreibt er links 5 und rechts 3. In jede weitere Zeile schreibt er links die Summe der beiden Zahlen aus der darüber liegenden Zeile und rechts die positive Differenz dieser beiden Zahlen. Welche beiden Zahlen schreibt er in die unterste Zeile?

(A) 5^{25} und 3^{25} (B) 5^{50} und 3^{50} (C) $2 \cdot 5^{25}$ und $2 \cdot 3^{25}$ (D) $5 \cdot 2^{25}$ und $3 \cdot 2^{25}$ (E) andere Zahlen

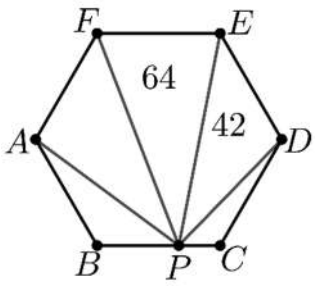
25. John schreibt eine zweistellige Zahl auf die Tafel. Wenn er die Einerziffer löscht, reduziert sich der Wert der Zahl um *p*%. Welche der folgenden Zahlen liegt dem größtmöglichen Wert von *p* am nächsten?

(A) 10 (B) 50 (C) 90 (D) 95 (E) 99

26. Julia und ihre kleine Schwester Paula gehen gemeinsam auf eine Radtour. Julia fährt konstant mit 18 km/h und Paula konstant mit 12 km/h. Sie fahren entlang derselben Strecke. Nach 20 Minuten ist Julia müde und dreht um. Als sie Paula trifft, dreht auch diese um, und beide fahren mit ihrer jeweiligen Geschwindigkeit nach Hause. Wie viele Minuten kommt Paula später an als Julia?

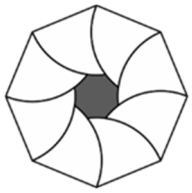
(A) 1 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 15

27. In der Figur sehen wir ein regelmäßiges Sechseck *ABCDEF*. Der Punkt *P* liegt so auf *BC*, dass der Flächeninhalt des Dreiecks *PEF* gleich 64 ist, und jener des Dreiecks *PDE* gleich 42 ist. Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks *APF*?



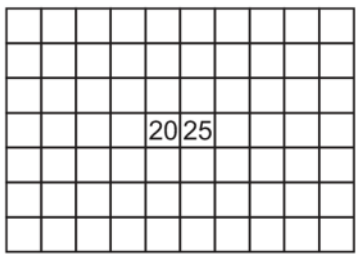
(A) 53 (B) 54 (C) 56 (D) 60 (E) 64

28. Im Bild sehen wir ein regelmäßiges Achteck mit der Seitenlänge 1 cm. Acht Kreisbögen mit dem Radius 1 cm und mit Mittelpunkten in den Eckpunkten wurden wie abgebildet gezeichnet. Wie groß ist der Umfang des dunklen Bereichs?



(A) π cm (B) $\frac{2\pi}{3}$ cm (C) $\frac{8\pi}{9}$ cm (D) $\frac{4\pi}{5}$ cm (E) $\frac{3\pi}{4}$ cm

29. Patricia hat in jedes Feld einer 7×10 Tabelle eine Zahl geschrieben. Die Summe der Zahlen in jedem Rechteck der Größe 3×4 oder 4×3 ist Null. Patricia verrät zwei der Zahlen, wie in der Abbildung zu sehen. Wie groß ist die Summe aller Zahlen in der Tabelle?



(A) 45 (B) 5 (C) -5 (D) -45
(E) Es kann aus dieser Information nicht bestimmt werden.

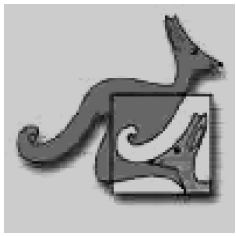
30. Mike hat drei Sackerl. In jedem davon befinden sich 3 Bälle. Auf einem Sackerl hängt ein Schild „1 weiß, 2 schwarz“, auf dem zweiten ein Schild „2 weiß, 1 schwarz“ und auf dem dritten ein Schild „3 weiß“. Allerdings sind die Schilder so vertauscht worden, dass keines davon stimmt. In jedem Zug wählt Mike ein Sackerl, das noch Bälle enthält, zieht blind einen davon, und legt ihn offen daneben hin. Wie viele Bälle muss er mindestens ziehen, bis er sicher weiß, welches Schild auf welches Sackerl gehört hätte?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2025
20th March 2025

Level: Student, Grade: Schulstufe 11–13

Full name:	
School:	
Class:	



Time: 75 min.

each correct answer to questions 1 – 10: 3 points
each correct answer to questions 11 – 20: 4 points
each correct answer to questions 21 – 30: 5 points
each questions left unanswered: 0 points
each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question
30 base points

Please write the letter (A, B, C, D, E) of your answer in the square under the question number (1 - 30). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik"

☐ **(bitte ankreuzen) (check this box)**

JA, ich stimme mit meiner Unterschrift zu, dass meine angeführten personenbezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte

Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

Unterschrift (Signature)

ÖNB
OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

pwc

NXP

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade. Infos: www.oemo.at

Känguru der Mathematik 2025
Level Student (Schulstufe 11, 12 and 13)
Austria – 20th March 2025

3 Points

1. The number of the year 2025 is a perfect square, because $2025 = 45^2$.
How many years will pass until the next year whose number is a perfect square?
(A) 25 (B) 91 (C) 121 (D) 500 (E) 2025

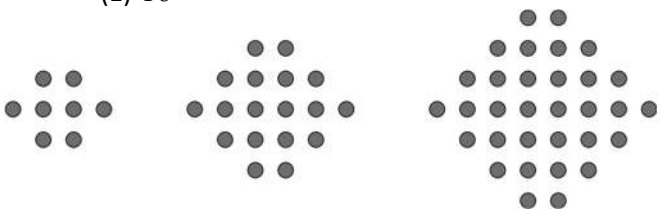
2. Mike obtains a number *x* by dividing the number $\sqrt{11}$ by 3.
Where is the number *x* located on the number line?
(A) between 0 and 1 (B) between 1 and 2 (C) between 2 and 3
(D) between 3 and 4 (E) between 4 and 5

3. Vasily has 20 balls. Each ball is either yellow, green, blue or black. Of the balls, exactly 17 are not green, exactly 15 are not black, and exactly 12 are not yellow. How many of his balls are blue?
(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 4 (E) 3

4. Which interval contains the value of the product $77 \cdot 777$?
(A) between 7 and 77 (B) between 77 and 777 (C) between 777 and 7 777
(D) between 7 777 and 77 777 (E) between 77 777 and 777 777

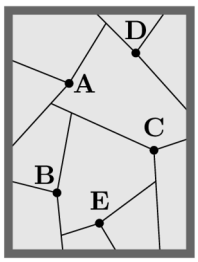
5. Which of the following expressions has the same value as the square root of 16^{16}?
(A) 4^4 (B) 4^8 (C) 4^{16} (D) 8^8 (E) 16^4

6. The pictures shown are the first three pictures in a sequence. How many dots does the fifth picture in the sequence consist of?



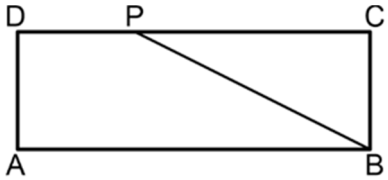
(A) 72 (B) 74 (C) 76 (D) 78 (E) 80

7. A student throws five stones in turn, hitting a window at points *A*, *B*, *C*, *D*, and *E*. Whenever a stone hits the window, it creates cracks starting from that point. These cracks end either at the edge of the window or at an existing crack.
In which order did he throw the stones?
(A) *DACBE* (B) *ABCDE* (C) *BDACE* (D) *BCDAE* (E) *DCABE*

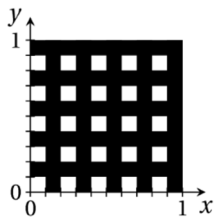


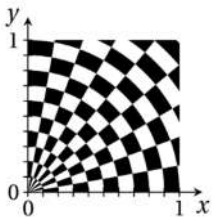
8. Silvia's favourite chocolate bars are sold in packets. There used to be five bars in each packet. Now there are only four in each packet, but the packets still cost the same. By how many percent has each bar become more expensive?
(A) by 10% (B) by 20% (C) by 25% (D) by 30% (E) by 50%

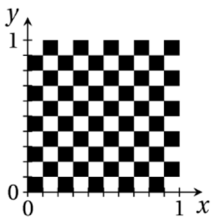
9. *ABCD* is a rectangle (see diagram). The area of the quadrilateral *ABPD* is 4 cm² and $DP = \frac{1}{3} \cdot CD$.
What is the area of the rectangle *ABCD*?
(A) 5 cm² (B) 5.5 cm² (C) 6 cm² (D) 6.5 cm² (E) 7 cm²

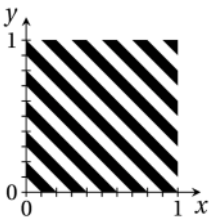


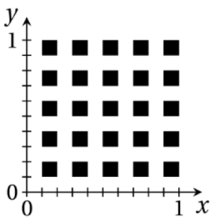
10. In the *xy* plane, some points in the range $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ are coloured black. A point $(x|y)$ is coloured black if and only if the first decimal digit of both *x* and *y* after the decimal point is odd. What does the result look like?

(A) 

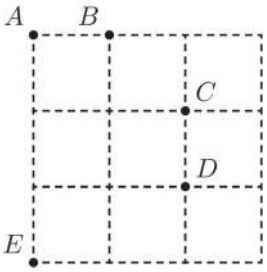
(B) 

(C) 

(D) 

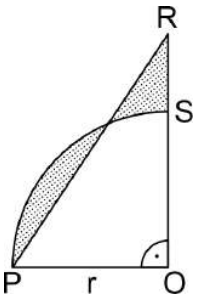
(E) 

4 Points

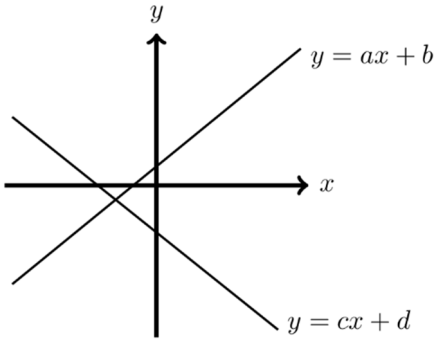


11. Robert wants to choose four points in such a way that the distances between any two of them are different. Which one of the points *A*, *B*, *C*, *D* or *E* must he remove?
(A) *A* (B) *B* (C) *C* (D) *D* (E) *E*

12. Among 10 different given positive integers, exactly five are divisible by 5 and exactly seven are divisible by 7. Let *M* be the largest of these numbers.
What is the smallest possible value of *M*?
(A) 105 (B) 77 (C) 75 (D) 63 (E) a different value

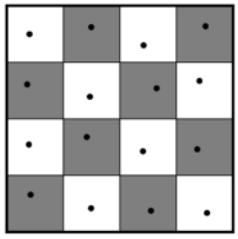


13. In the diagram we see a quarter circle *SP* with centre *O* and radius *r,* as well as a triangle *ORP*. The two grey regions have the same area.
How long is the segment *OR*?
(A) $\frac{\pi r}{2}$ (B) $\frac{3r}{2}$ (C) πr (D) $\frac{2}{\pi}$ (E) $\frac{\pi}{2r}$



14. A student draws the graphs of two linear functions in a coordinate system as shown. What is certain about the expression $ab+cd-(ac+bd)$?
(A) It is negative. (B) It is not positive. (C) It is positive.
(D) It is equal to zero. (E) None of these four statements is definitely true.

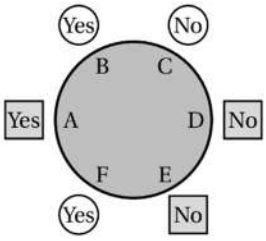
15. When Grandma started knitting wool socks, she had a ball of wool with a diameter of 30 cm. After she has finished knitting 70 socks, the remaining ball of wool has a diameter of 15 cm.
How many more socks can Grandma knit?
(A) 70 (B) 50 (C) 30 (D) 20 (E) 10



16. We consider a giant 4×4 chessboard. A kangaroo is standing on each of the 16 squares. On each move, each kangaroo jumps to an adjacent square (up, down, left or right, but not diagonally). All kangaroos stay on the chessboard. Several kangaroos can be on one square at the same time.
What is the maximum number of unoccupied squares that we can have after 100 moves?
(A) 15 (B) 14 (C) 12 (D) 10 (E) 8

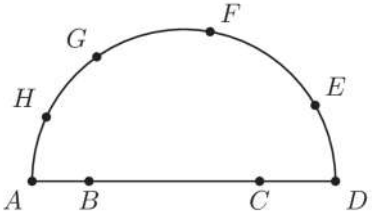
17. The five-digit number $\overline{N18NN}$ is divisible by 18. Which of the following statements is true for the digit *N*?
(A) There is exactly one such *N*. (B) There are exactly two such *N*.
(C) There are exactly three such *N*. (D) There are no such *N*.
(E) There are more than three such *N*.

18. The area of the black semicircle shown is 12 cm².
What is the area of the large quarter circle?
(A) 42 cm² (B) 36 cm² (C) 32 cm² (D) 30 cm² (E) 25 cm²



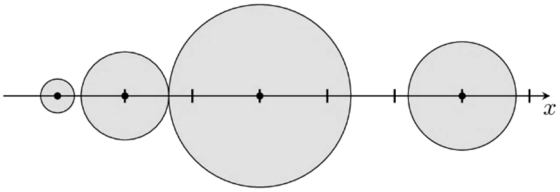
19. Three square Martians and three round Jupiterians are sitting at a table as shown. One of the six has the key to the spaceship. Everyone from one planet always tells the truth, and everyone from the other planet always lies. When asked "Does any of your neighbours have the key?" all six answer as shown.
Who has the key?
(A) *A* (B) *B* (C) *C* (D) *D* (E) *E*

20. Points *B* and *C* lie on the diameter of a semicircle with diameter *AD*, and points *E*, *F*, *G* and *H* lie on the arc.
How many triangles exist, whose vertices are three of these eight points?
(A) 15 (B) 50 (C) 51 (D) 52 (E) 54



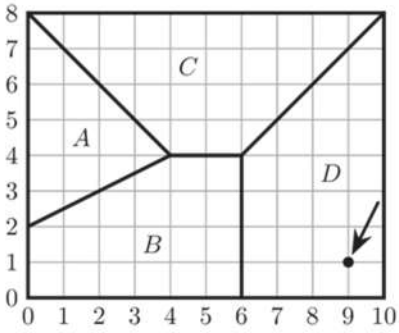
5 Points

21. Four circular discs with radii r_1, r_2, r_3 and r_4 have their centres at the points (0|0), (1|0), (3|0) and (6|0). The discs may touch each other but may not overlap. What is the largest possible value of $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$?



(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) There is no upper limit.

22. On the map shown on the right, we see a city in which there are four schools. Regions *A*, *B*, *C* and *D* each consist of the points for which the relevant school is closest. The coordinates of the school in region *D* are (9|1).
What are the coordinates of the school in region *A*?



(A) (0|4) (B) (1|4) (C) (1|5) (D) (1|6) (E) (2|4)

23. What is the smallest positive integer *N* such that the expression $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{N}}}$ has an integer value?

(A) $2^{12} \cdot 3^6$ (B) $2^4 \cdot 3^{14}$ (C) $2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^8$ (D) $2^4 \cdot 3^2$ (E) an other number

24. Fritz fills out a table with two columns and 51 rows. In the first row, he writes 5 on the left and 3 on the right. In each subsequent row he writes the sum of the two numbers from the row above on the left and the positive difference of these two numbers on the right. Which two numbers does he write in the bottom row?

(A) 5^{25} and 3^{25} (B) 5^{50} and 3^{50} (C) $2 \cdot 5^{25}$ and $2 \cdot 3^{25}$ (D) $5 \cdot 2^{25}$ and $3 \cdot 2^{25}$ (E) other numbers

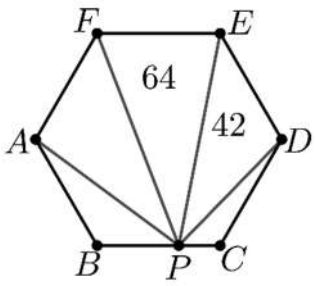
25. John writes a two-digit number on the board. If he erases the ones digit, the value of the number is reduced by *p*%. Which of the following numbers is closest to the largest possible value of *p*?

(A) 10 (B) 50 (C) 90 (D) 95 (E) 99

26. Julia and her little sister Paula start a bike ride together. Julia cycles at a constant speed of 18 km/h and Paula at a constant speed of 12 km/h. They cycle along the same route. After 20 minutes, Julia is tired and turns around. When she meets Paula, she also turns around and they both cycle home at their respective speeds. How many minutes does Paula arrive later than Julia?

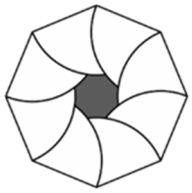
(A) 1 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 15

27. In the diagram we see a regular hexagon *ABCDEF*. The point *P* lies on *BC* in such a way that the area of the triangle *PEF* is 64 and the area of the triangle *PDE* is 42. What is the area of the triangle *APF*?



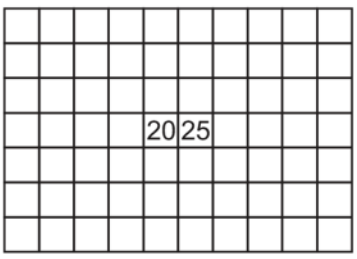
(A) 53 (B) 54 (C) 56 (D) 60 (E) 64

28. In the picture we see a regular octagon with a side length of 1 cm. Eight circular arcs with a radius of 1 cm and with centres at the corners were drawn as shown. What is the perimeter of the dark area?



(A) π cm (B) $\frac{2\pi}{3}$ cm (C) $\frac{8\pi}{9}$ cm (D) $\frac{4\pi}{5}$ cm (E) $\frac{3\pi}{4}$ cm

29. Patricia has written a number in each box of a 7×10 table. The sum of the numbers in each rectangle of size 3×4 or 4×3 is zero. Patricia reveals two of the numbers, as shown in the diagram. What is the sum of all the numbers in the table?



(A) 45 (B) 5 (C) -5 (D) -45
(E) It cannot be determined from this information.

30. Mike has three bags. Each bag contains three balls. On one bag there is a sign saying "1 white, 2 black", on the second a sign saying "2 white, 1 black" and on the third a sign saying "3 white". However, the signs have been swapped so that none of them is correct now. On each turn, Mike chooses a bag that still contains balls, draws one blindly and places it visibly next to the bag. What is the minimum number of balls that he has to draw to know for sure which sign should have been on which bag?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	B	D	D	C	A	A	C	C	E	D	E	A	C	E	B	A	D	B	D	B	C	E	D	D	C	B	B	D	C

Känguru 2025 – Student – Lösungen und Erklärungen

1. Die nächste Quadratzahl ist $46^2 = 2116$. Bis dahin vergehen $2116 - 2025 = \mathbf{91}$ Jahre (wenn man jeweils von 1. Jänner bis 1. Jänner rechnet).

   Alternativlösungen und Anmerkungen:

   Mit etwas Geschick kann man sich das Ausrechnen von 46^2 ersparen. Ganz allgemein gilt für das nächstgrößere Quadrat nach n^2 immer: $(n+1)^2 = n^2+2n+1$, also $(n+1)^2-n^2 = 2n+1$. Wenn wir das für kleine n anschauen, sehen wir zum Beispiel $4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7 = 2 \cdot 3 + 1$. Oder von 1 beginnend: $1 + \mathbf{3} = 4$, $4 + \mathbf{5} = 9$, $9 + \mathbf{7} = 16$, $16 + \mathbf{9} = 25$, $25 + \mathbf{11} = 36$, und so weiter. Die Differenzen aufeinanderfolgender Quadrate sind also genau aufeinanderfolgende ungerade Zahlen 3, 5, 7, 9, 11, und so weiter.

   Man kann sich das auch grafisch vorstellen: Wenn man ein Quadrat mit Seitenlänge n (bestehend aus $n \times n$ Einheitsquadraten) hat, erhält man das nächstgrößere Quadrat, indem man rechts n Einheitsquadrate anklebt, unten ebenso n Einheitsquadrate, und dann rechts unten ins Eck noch ein einzelnes Einheitsquadrat, insgesamt also $2n + 1$ Einheitsquadrate.

   Konkret für 45 und 46 erhalten wir $46^2 - 45^2 = 2 \cdot 45 + 1 = \mathbf{91}$.

2. Da wir beim Wettbewerb keinen Taschenrechner haben und möglicherweise nicht im Kopf Wurzelziehen wollen, suchen wir zwei aufeinanderfolgende ganze Zahlen, sodass 11 zwischen deren Quadraten liegt. Es gilt $3^2 = 9 < 11 < 16 = 4^2$. Da bei positiven Zahlen beim Wurzelziehen die Größenverhältnisse erhalten bleiben, gilt auch $3 < \sqrt{11} < 4$. Dividiert man alles durch 3, bleibt $\mathbf{1} < \frac{\sqrt{11}}{3} < \frac{4}{3} < \mathbf{2}$.

3. Wenn von 20 Bällen 17 nicht grün sind, sind 3 grün. Ebenso sind $20 - 15 = 5$ schwarz und $20 - 12 = 8$ gelb. Damit bleiben $20 - 3 - 5 - 8 = \mathbf{4}$ blaue Bälle.

4. Die Zahl $77 \cdot 777$ ist kleiner als $100 \cdot 777 = 77\,700$ und damit auch **kleiner als** $77\,777$. Andererseits ist sie größer als $20 \cdot 700 = 14\,000$ (beide Zahlen wurden durch kleinere ersetzt) und damit auch **größer als** $7\,777$.

   Alternativlösungen und Anmerkungen:

   Die obige Abschätzung dient dazu, möglichst einfache Multiplikationen zu haben. Natürlich könnte man das Produkt aber auch einfach ausrechnen: $77 \cdot 777 = 59\,829$.

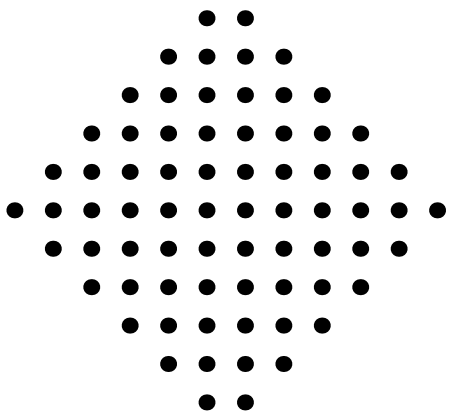
   Auch dabei sieht man beim Aufschreiben der Multiplikation aber wahrscheinlich schnell, dass das Produkt fünf Stellen haben wird und die führende Stelle 5 (oder nach Addition eines noch nicht ausgerechneten Überlaufs höchtens 6) ist. Danach braucht man die Multiplikation nicht mehr fertig ausrechnen.

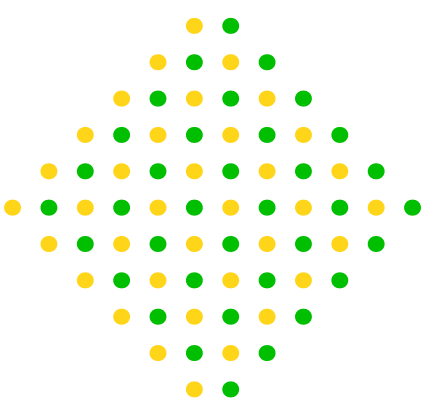
5. Wir wenden die Rechenregeln für Hochzahlen und Wurzeln an, um zunächst einmal die Hochzahl zu vereinfachen: $\sqrt{16^{16}} = 16^{\frac{16}{2}} = 16^8$. Das schließt einmal Lösung (E) mit derselben Basis 16 aus, da $16^4 \neq 16^8$. Drei der vier restlichen Lösungen haben die Basis 4, daher nutzen wir $4^2 = 16$, um unseren Ausdruck auf diese Basis zu bringen: $16^8 = (4^2)^8 = 4^{2 \cdot 8} = \mathbf{4^{16}}$. Das entsprich Lösung (C).

   Alternativlösungen und Anmerkungen:

   Wir können auch ausnutzen, dass die Reihenfolge von Potenzieren und Wurzelziehen vertauscht werden kann: $\sqrt{16^{16}} = (\sqrt{16})^{16} = \mathbf{4^{16}}$.

6. Die fünfte Figur sieht aus wie in der linken Abbildung zu sehen:





Die ersten 6 Spalten haben also 1, 3, 5, 7, 9 und 11 Punkte, der Rest der Figur ist gespiegelt genau dasselbe noch einmal. Die Summe $1+3+5+7+9+11$, deren Zahlen immer einen Abstand von 2 haben (also eine arithmetische Folge bilden), lässt sich am schnellsten ausrechnen, wenn man ihren Mittelwert mit 6 multipliziert, wobei man den Mittelwert vereinfacht als $(1+11)/2$, oder $(3+9)/2$, oder $(5+7)/2$ ausrechnen kann. Der Mittelwert ist also 6, die gesamte Summe ist 36. Multipliziert mit 2 erhalten wir **72** Punkte.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Beim Erkennen der Quadratzahl erinnern wir uns vielleicht auch an Aufgabe 1, wo wir gesehen haben, dass man beim Aufsummieren aufeinanderfolgender ungerader Zahlen immer Quadrate erhält, also $1+3=4=2^2$, $1+3+5=9=3^2$, $1+3+5+7=4^2$, und so weiter.

Eine elegante alternative Betrachtungsweise liegt darin, die Figuren jeweils als zwei ineinandergeschobene Quadrate zu betrachten, wie in der rechten Abbildung mit gelben und grünen Punkten gezeigt. Dann ist die Anzahl leicht ersichtlich $2 \cdot 6^2 = \mathbf{72}$.

7. Von den Sprüngen, die von A, B, C und E ausgehen, endet jeweils mindestens einer an einem anderen Sprung. Nur von D gehen alle Sprünge bis an den Rand. Daher war D der erste Stein.

   Wir stellen uns nun die Situation vor, wo nur D bereits geworfen ist. Von den Sprüngen, die von B, C und E ausgehen, endet jeweils mindestens einer an einem Sprung, der in dieser Situation noch nicht existiert. Von A gehen alle Sprünge entweder bis zum Rand oder bis zu den Sprüngen, die von D ausgehen. Also war A der zweite Stein.

   Wir wiederholen das ein weiteres Mal: Von den Sprüngen von B und E aus endet jeweils mindestens einer an einem Sprung, der von C ausgeht (also nach zwei Steinen noch nicht existiert), aber die Sprünge von C enden nur an bereits existierenden Sprüngen von A aus oder am Rand.

   Zuletzt endet E an einem (noch nicht existierenden) Sprung von B, während B am Rand und den Sprüngen von C aus endet.

   Die Reihenfolge insgesamt ist also **DACBE**.

   Alternativlösungen und Anmerkungen:

   Wir können auch zuerst die Sprünge betrachten und Schlüsse ziehen. Wenn ein Sprung von X an einem Sprung von Y endet, muss X nach Y geworfen worden sein.

   Damit ist

   - A nach D,
   - C nach A,
   - B nach C, und
   - E nach B und nach C

   geworfen worden.

   Auch daraus folgt sofort die Reihenfolge **DACBE**.

8. Für jeden Betrag wird sich derselbe Prozentsatz ergeben. Daher bietet es sich an, einen Betrag zu wählen, mit dem leicht rechnen ist. Günstig ist wahrscheinlich, wenn ein solcher Betrag durch 4 und durch 5 teilbar ist. Nehmen wir daher an, die Packung kostet wohlfeile 20€. (Vielleicht sind es Dubai-Schokoriegel.) Dann hat früher jeder der fünf Riegel 4€ gekostet. Jetzt kostet jeder der vier Riegel 5€. Er ist somit um ein Viertel teurer geworden, also um **25%**.

   Alternativlösungen und Anmerkungen:

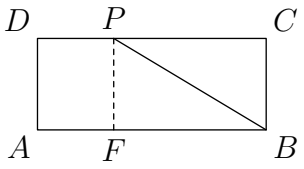
   Wenn man sich nicht so ganz sicher ist, ob einen konkreten Betrag zu wählen wirklich legitim für eine allgemeine Lösung ist, kann man den Betrag auch mit x ansetzen. Dann hat ein Riegel früher $x/5$ gekostet, und kostet jetzt $x/4$. Wir wollen also den Faktor zwischen diesen beiden wissen. Dazu können wir entweder einen Doppelbruch auflösen:

$$\frac{\frac{x}{4}}{\frac{x}{5}} = \frac{x}{4} \cdot \frac{5}{x} = \frac{5}{4} = 125\%.$$

   Der Riegel ist also um 25% teurer geworden.

Oder aber man bringt die beiden Brüche auf einen gemeinsamen Nenner von 20: Vor der Erhöhung hat jeder Riegel $x/5 = 4x/20$ gekostet, danach $x/4 = 5x/20$. Wenn man „Zwanzigstel“ einfach als fixe Einheit betrachtet, hat ein Riegel davor $4x$ Zwanzigstel gekostet und danach $5x$ Zwanzigstel. Auch hier ist nun leicht zu sehen, dass das x sich wegkürzt und 5 um ein Viertel mehr ist als 4.

9. Wir zeichen den Lotfußpunkt F von P auf AB ein:



Das Rechteck $AFPD$ macht genau ein Drittel der Fläche aus (da DP genau ein Drittel der Länge des Rechts ausmacht). Die Dreiecke BCP und PFB sind kongruent. Da sie sich die restlichen zwei Drittel der Rechtecksfläche teilen, machen sie also ebenfalls jeweils genau ein Drittel der Fläche aus.

Das Rechteck $ABPD$ macht daher zwei Drittel der gesamten Fläche aus, und hat laut Angabe eine Fläche von $4\,\text{cm}^2$. Jedes Drittel hat somit eine Fläche von $2\,\text{cm}^2$, und das gesamte Rechteck daher **6** cm^2.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Die Fläche eines Dreiecks berechnet sich als „Grundlinie mal Höhe Halbe“. Wenn wir die Grundlinie BC betrachten, dann haben wir zwei Dreiecke BCP und BCD mit derselben Grundlinie. Die Höhe CP beträgt zwei Drittel der Höhe CD, oder anders herum ausgedrückt, CD ist eineinhalb Mal so lang wie CP. Daher ist auch die Fläche von BCD eineinhalb Mal so groß wie die Fläche von BCP. Wenn wir die Fläche von BCP mit x bezeichnen, hat BCD daher eine Fläche von $3/2 \cdot x$.

Das Rechteck $ABCD$ setzt sich aus zwei identischen solchen Dreiecken (BCD und DAB) zusammen, hat also eine Fläche von $2 \cdot 3/2 \cdot x = 3x$. Daher ist die Fläche von $ABPD$ gleich $ABCD - BCP = 3x - x = 2x$, daher $x = 2\,\text{cm}^2$ und $3x = 6\,\text{cm}^2$.

10. Zunächst betrachten wir die x-Werte. Von 0 bis 0,1 haben alle als erste Nachkommastelle eine Null (zum Beispiel 0,0314), von 0,1 bis 0,2 jeweils 1 (zum Beispiel 0,12345), von 0,2 bis 0,3 jeweils 2 (zum Beispiel 0,271828), und so weiter.

Wenn wir den Bereich in 10 vertikale Streifen teilen, bleibt also der linkeste davon auf jeden Fall weiß, weil 0 gerade ist und die x-Koordinate somit die Bedingung nicht erfüllt. Der zweite Streifen könnte möglicherweise gefärbt werden an denjenigen Stellen, wo auch die y-Koordinate die Bedingungen erfüllt. Der dritte Streifen bleibt sicher weiß, der vierte könnte wieder schwarze Stellen enthalten, und so weiter.

Das schließt im Prinzip bereits alle Lösungen außer **(E)** aus. Wir können uns schnell überzeugen, dass (E) auch tatsächlich korrekt ist, wenn wir überlegen, dass genau dieselben Überlegungen auch auf die y-Achse zutreffen und somit die unterste Zeile sicher weiß ist, die zweite dort schwarz, wo auch die x-Koordinate passt, die dritte sicher weiß, et cetera.

11. Die Abstände ED und DB sind gleich (jeweils 2 Kästchen in eine und 1 Kästchen in die andere Richtung), daher muss einer dieser drei Punkte (B, D oder E) entfernt werden – oder anders ausgedrückt, da nur ein Punkt entfernt werden darf: A und C dürfen sicher bleiben.

Auch AC hat aber denselben Abstand. Wenn man E entfernt, kommt dieser Abstand nach wie vor bei BD vor, und wenn man B entfernt, kommt der Abstand bei DE vor. Nur, wenn man **D** entfernt, fällt sowohl die Strecke ED als auch die Strecke DB weg.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Auch die Abstände AB und CD sind gleich (jeweils 1 Kästchen), daher muss einer dieser vier Punkte entfernt werden. Somit darf E sicher bleiben.

Schließlich sind AD und EC gleich lang, daher muss einer dieser vier entfernt werden, daher darf B sicher bleiben.

Zusammen mit dem ersten Teil der ersten Lösung haben wir daher für A, B, C und E gezeigt, dass sie bleiben dürfen, somit bleibt zum Entfernen nur **D** übrig.

Statt mit Ausschlussverfahren zu arbeiten, kann man natürlich auch die fünf Möglichkeiten der Reihe nach einfach durchprobieren und jeweils schauen, ob noch zwei Strecken mit derselben Länge übrig sind.

12. Es muss mindestens zwei Zahlen geben, die sowohl durch 5 als auch durch 7 teilbar sind. Andernfalls hätte man mehr als 10 Zahlen (sieben durch 7 teilbare und mindestens vier weitere, die durch 5 teilbar sind).

    Die zwei kleinsten solchen Zahlen sind 35 und 70. Daher kommt sicher mindestens 70 oder ein noch größeres Vielfaches von 35 vor.

    Wir finden tatsächlich relativ leicht Möglichkeiten, wo 70 die größte Zahl ist, zum Beispiel: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 70 als durch 7 teilbare Zahlen (wovon zwei zusätzlich durch 5 teilbar sind), und zusätzlich 5, 10, 15. Damit ist der kleinstmögliche Wert von M gleich **70 (ein anderer Wert)**.

13. Wenn die beiden grauen Bereiche gleich groß sind, dann sind auch jeweils diese Bereiche plus der weiße Bereich gleich groß. Es hat also der Viertelkreis denselben Flächeninhalt wie das Dreieck ORP.

    Wenn wir den gesuchten Abstand OR mit x bezeichnen, hat das rechtwinklige Dreieck ORP einen Flächeninhalt von $\frac{OP \cdot OR}{2} = \frac{r \cdot x}{2}$. Der Flächeninhalt des Viertelkreises beträgt $\frac{r^2 \cdot \pi}{4}$.

    Wir setzen die beiden Flächeninhalte gleich und erhalten $\frac{r \cdot x}{2} = \frac{r^2 \cdot \pi}{4}$, also nach Multiplikation mit 2 und Division durch r die dazu äquivalente Gleichung $x = \mathbf{\frac{r \cdot \pi}{2}}$.

14. Die Gerade $y = ax + b$ hat eine positive Steigung, also $a > 0$, und schneidet die y-Achse oberhalb von Null, daher $b > 0$. Die Gerade $y = cx + d$ hat eine negative Steigung, also $c < 0$, und schneidet die y-Achse unterhalb von Null, daher $d < 0$.

    Damit ist ab als Produkt zweier positiver Zahlen positiv, cd als Produkt zweier negativer Zahlen positiv, während ac und bd jeweils als Produkt einer positiven und einer negativen Zahl negativ sind. Insgesamt werden in $ab + cd - ac - bd$ also zuerst zwei positive Zahlen addiert und dann zwei negative Zahlen abgezogen, wobei das Abziehen einer negativen Zahl x identisch zum Addieren ihres additiven Inversen $(-x)$ ist, also $ab + cd + (-ac) + (-bd)$. Eine Summe von vier positiven Zahlen ist sicher **positiv**.

15. Wir wissen (möglicherweise): Wenn sich der Durchmesser einer Kugel verdoppelt, verachtfacht sich das Volumen. Mit einer Kugel mit doppeltem Durchmesser kann Oma also 8 Mal so viele Socken stricken. Wenn sie alle Socken fertig gestrickt hat, wird sie also nur 1/8 davon aus der inneren Kugel mit Durchmesser 15 cm gestrickt haben und 7/8 aus dem äußeren Teil.

    Wenn 7/8 der Wolle 70 Socken entspricht, enthält das verbleibende Achtel noch Wolle für **10** Socken.

    Alternativlösungen und Anmerkungen:

    Das Volumen einer Kugel beträgt $\frac{4}{3}r^3\pi$. Wir beobachten, dass laut Angabe der Durchmesser der ursprünglichen Kugel (30 cm) genau doppelt so groß ist wie jener der verbliebenen Kugel (15 cm). Um nicht alles ausrechnen zu müssen, bezeichnen wir die Radien der kleinen und großen Kugel nur mit x und $2x$. Die kleine Kugel hat ein Volumen von $\frac{4}{3}x^3\pi$ und die große von $\frac{4}{3}(2x)^3\pi = \frac{32}{3}x^3\pi$. Um das Aufschreiben weiter zu erleichtern, setzen wir $C = \frac{x^3\pi}{3}$. Die Kugeln haben nun ein Volumen von $4C$ und $32C$.

    Bereits verbraucht hat Oma ein Volumen von $32C - 4C = 28C$. Damit hat sie 70 Socken gestrickt. Wir machen nun eine normale Schlussrechnung: Pro Socken benötigt sie ein Volumen von $28C/70$. Mit einem Volumen von $4C$ kann sie daher

    $$\frac{4C}{\frac{28C}{70}} = \frac{4C \cdot 70}{28C} = \frac{4C \cdot 70}{4C \cdot 7} = \mathbf{10}$$

    Socken stricken.

16. Zunächst machen wir folgende Beobachtung: Bei jedem Sprung spring jedes Känguru entweder von einem schwarzen auf ein weißes, oder von einem weißen auf ein schwarzes Feld. Nach einem Sprung steht jedes Känguru also auf der anderen Farbe als der, auf der es begonnen hat. Nach zwei Sprüngen steht jedes Känguru wieder auf derselben Farbe wie zu Beginn.

    Das heißt insbesondere: Wenn zwei Kängurus zu Beginn auf verschiedenen Farben stehen, können sie sich nie auf einem Feld treffen, da sie nach jedem Sprung wieder auf verschiedenen Farben stehen. Da es zu Beginn sowohl Kängurus auf weißen als auch auf schwarzen Feldern gibt, können nie alle Kängurus auf einem einzigen Feld zusammenkommen.

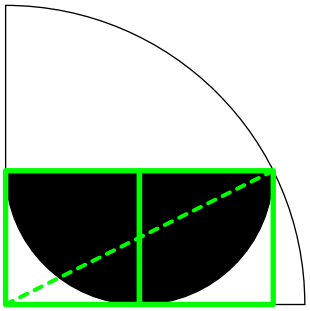
    Es ist allerdings sehr leicht, alle Kängurus auf zwei Felder zu bringen: Jedes Känguru kann das Feld ganz rechts unten in höchstens 6 Sprüngen erreichen. In den ersten paar der 100 Sprünge springt also jedes Känguru dorthin. Sobald es das Feld erreicht hat, spingt es von dort jedes Mal auf das Feld links daneben, und im Zug danach dann wieder zurück auf das Feld ganz rechts unten. Daher sind sogar schon nach 6 Zügen alle Kängurus immer auf denselben zwei Feldern, und **14** Felder bleiben frei.

17. Eine Zahl ist genau dann durch 18 teilbar, wenn sie durch 2 und durch 9 teilbar ist. Durch 2 ist sie genau dann teilbar, wenn ihre Einerziffer gerade ist, also muss N gleich 2, 4, 6 oder 8 sein. (Auch 0 wäre gerade, dann ist die Zahl aber nicht fünfstellig.)

    Durch 9 ist eine Zahl dann teilbar, wenn ihre Ziffernsumme durch 9 teilbar ist, also wenn $N+1+8+N+N = 3N+9$ durch 9 teilbar ist. Die Addition von 9 können wir dafür ignorieren. Wir suchen also N, für die $3N$ durch 9 teilbar ist. Das ist genau dann der Fall, wenn N durch 3 teilbar ist. Also muss N gleich 3, 6 oder 9 sein. (Wieder schließen wir 0 aus, weil die Zahl nicht fünfstellig wäre.)

    Die **einzige** Ziffer N, die beide Bedingungen erfüllt, ist 6.

18. Wir zeichnen zwei Quadrate ein, die jeweils den Radius r des schwarzen Halbkreises als Seitenlänge haben:



    Für den Radius R des großen Kreises gilt nach Satz von Pythagoras dann $R^2 = r^2 + (2r)^2 = 5r^2$.

    Die Fläche A des schwarzen Halbkreises beträgt $A = \frac{r^2\pi}{2} = 12\,\mathrm{cm}^2$. Für die Fläche B des großen Viertelkreises gilt

$$B = \frac{R^2\pi}{4} = \frac{5r^2\pi}{4} = \frac{r^2\pi}{2} \cdot \frac{5}{2} = A \cdot \frac{5}{2} = 12\,\mathrm{cm}^2 \cdot \frac{5}{2} = 30\,\mathrm{cm}^2.$$

19. Nehmen wir an, dass die runden Jupiterianer die Wahrheit sagen. B und F sagen beide Ja, das geht nur, wenn der Schlüssel zwischen ihnen bei A ist. Nun stellen wir aber fest, dass die quadratischen Marsianer D und E beide versehentlich die Wahrheit gesagt haben! Das geht also nicht.

    Nehmen wir nun umgekehrt an, die quadratischen Marsianer sagen die Wahrheit. A sagt Ja, daher ist der Schlüssel bei B oder F. E sagt Nein, also kann F den Schlüssel nicht haben. Also hat B den Schlüssel. Wenn wir nun alle Aussagen überprüfen, sehen wir, dass alle quadratischen Marsianer die Wahrheit gesagt und alle runden Jupiterianer gelogen haben. Daher hat **B** den Schlüssel.

    Alternativlösungen und Anmerkungen:

    Man kann natürlich auch den umgekehrten Weg gehen und für jede der 6 möglichen Schlüsselpositionen überprüfen, ob alle runden Aussagen wahr und alle quadratischen gelogen sind oder umgekehrt. Das ist aber deutlich mühsamer.

20. Spitzfindige Menschen würden jetzt sagen, auch drei Punkte auf einer Geraden sind ein (entartetes) Dreieck. Das würde die Aufgabe aber sehr leicht machen, also sind wohl nur „echte“ Dreiecke gesucht. Wir haben folgende Fälle:

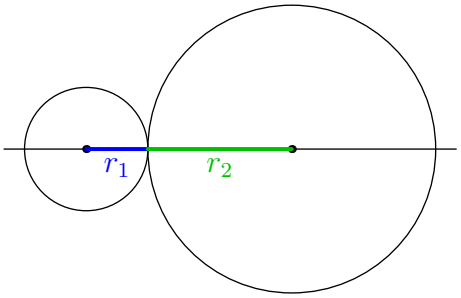
    - Alle drei Punkte liegen auf der Strecke AD. Wie zuvor besprochen sind diese Dreiecke nicht von Interesse.
    - Zwei der Punkte liegen auf der Strecke AD. Es gibt $\binom{4}{2} = 6$ Möglichkeiten, zwei der Punkte A, B, C, D auszuwählen, die jeweils mit einem der 4 Punkte E, F, G, H auf dem Halbkreis kombiniert werden können, also $6 \cdot 4 = 24$ Möglichkeiten. (Alle diese Dreiecke haben eine Grundlinie auf der Geraden AD und eine Höhe größer als Null, sind also nicht entartet.)
    - Einer der Punkte liegt auf der Strecke AD. Es gibt 4 Möglichkeiten, diesen einen Punkt auszuwählen. Dazu müssen wir zwei der vier Punkte auf dem Halbkreis auswählen, wofür es $\binom{4}{2} = 6$ Möglichkeiten gibt. Es ist relativ leicht ersichtlich, dass alle diese Kombinationen gültig sind, also nie die drei Punkte auf einer Geraden liegen. Somit gibt es $4 \cdot 6 = 24$ Möglichkeiten.
    - Keiner der Punkte liegt auf der Strecke AD. Es gibt $\binom{4}{3} = 4$ Möglichkeiten, drei der vier Punkte auszuwählen. Als Punkte auf einem Kreis liegen sicher nie alle drei auf einer Geraden, also sind alle Dreiecke gültig.

Insgesamt haben wir daher $24 + 24 + 4 = \mathbf{52}$ Dreiecke gefunden.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Wir können auch den umgekehrten Weg gehen, da es fast leichter scheint, entartete als normale Dreiecke zu zählen. Es gibt $\binom{8}{3} = 56$ Möglichkeiten, drei der acht Punkte auszuwählen. Auf einer Geraden liegen dabei nur jene Fälle, bei denen drei Punkte auf AD ausgewählt wurden, das sind $\binom{4}{3} = 4$ Möglichkeiten. Alle anderen $56 - 4 = \mathbf{52}$ sind gültig.

21. Wenn zwei Kreisscheiben einander berühren, dann gilt, dass die Summe ihrer Radien genau dem Abstand ihrer Mittelpunkte entspricht – und zwar unabhängig davon, wo genau ihr Berührpunkt ist:

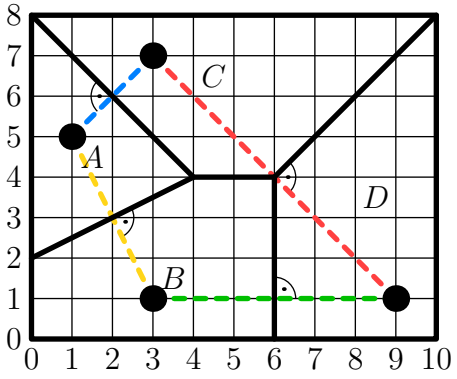


Falls sie einander nicht berühren, ist die Summe der Radien kleiner als der Abstand der Mittelpunkte. Die Summe kann aber nie größer als der Abstand der Mittelpunkte sein, da die Kreisscheiben einander sonst überlappen würden.

Für die ersten beiden Kreisscheiben mit Mittelpunkten $(0 \mid 0)$ und $(1 \mid 0)$ gilt daher $r_1 + r_2 \leq 1$. Für die letzten beiden mit Mittelpunkten $(3 \mid 0)$ und $(6 \mid 0)$ gilt $r_3 + r_4 \leq 3$. Insgesamt kann die Summe der vier Radien daher höchstens $\mathbf{4}$ sein.

Nun müssen wir noch eine Möglichkeit finden, diese Summe tatsächlich zu erreichen. Das geht auf relativ viele Arten, solange man die mittleren beiden Kreise klein genug macht, dass sie einander nicht überschneiden, und danach die äußeren beiden so groß werden lässt, dass sie diese berühren. (Für eine optimale Lösung ist es dabei übrigens nicht erforderlich, dass die beiden mittleren Kreisscheiben einander berühren.)

22. Wir stellen fest, dass die Punkte auf den Streckenabschnitten jeweils von zwei Schulen genau gleich weit entfernt sein müssen. Damit fungieren sie als Spiegelungsgeraden (zumindest für gewisse Abschnitte). Die Schule in B ist daher jene in D gespiegelt an der Grenze zwischen B und D (siehe grüne Spiegelung in der Skizze), also liegt sie in $(3 \mid 1)$. Nun müssen wir diese ein weiteres Mal spiegeln an der Grenze zwischen B und A. Die Steigung dieser Grenze beträgt 0,5 (jeweils 1 Kästchen hinauf pro zwei Kästchen nach rechts). Daher steht die Verbindung von der Schule $(3 \mid 1)$ zu $(2 \mid 3)$ darauf normal, und die Spiegelung liegt dann bei $(1 \mid 5)$ (siehe gelbe Spiegelung).



Alternativlösungen und Anmerkungen:

Man könnte alternativ auch zuerst an der Grenze zwischen D und C und dann an der Grenze zwischen C und A spiegeln, siehe rote und blaue Spiegelung.

Ein Literaturhinweis: Eine solche Zerlegung in Flächen wird *Voronoi-Diagramm* genannt.

23. Wir wenden die Rechenregeln für Wurzeln an:

$$\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{N}}} = \sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[8]{N} = \sqrt[8]{2^4}\cdot\sqrt[8]{3^2}\cdot\sqrt[8]{N} = \sqrt[8]{2^4\cdot 3^2\cdot N}.$$

Damit die achte Wurzel eine ganze Zahl ist, muss jeder Primfaktor ein Vielfaches von 8 oft vorkommen. Wir haben bereits vier Mal den Primfaktor 2 und zwei Mal den Primfaktor 3. Wenn wir noch weitere vier Mal den Primfaktor 2 und sechs Mal den Primfaktor 3 ergänzen, also $N = \mathbf{2^4 3^6}$ **(eine andere Zahl)**, so erhalten wir $\sqrt[8]{2^4\cdot 3^2\cdot 2^4 3^6} = \sqrt[8]{2^{4+4}\cdot 3^{2+6}} = \sqrt[8]{2^8\cdot 3^8} = 2\cdot 3 = 6$.

Zwar schaut die Lösung (C) $= 2^4 3^6 5^8$ dem gesuchten Wert ähnlich und würde ebenfalls eine ganze Zahl ergeben, allerdings gibt es keinen Grund, einen weiteren Primfaktor in die Sache mit hineinzuziehen; das Ergebnis würde dadurch nur größer (nämlich $2\cdot 3\cdot 5 = 30$).

24. Wir betrachten allgemein zwei Zahlen A und B mit $A \geq B$. In der nächsten Zeile steht dann $A+B$ und $A-B$. In der übernächsten steht $(A+B)+(A-B) = 2A$ und $(A+B)-(A-B) = 2B$. Diese Beobachtung ist sehr interessant: Nach jeweils zwei Zahlen erhalten wir genau das Doppelte der ursprünglichen Zahlen.

Bis Zeile 51, also beim Hinzufügen von 50 Zeilen, passiert diese Verdoppelung genau 25 Mal. Daher erhalten wir $5\cdot 2^{25}$ **und** $3\cdot 2^{25}$.

25. Wir bezeichnen die Ziffern als $\overline{ab}$. Vor dem Löschen steht $10a+b$ auf der Tafel und danach a. Wir möchten, dass der Faktor $\frac{10a+b}{a}$ möglichst groß wird, also die Zahl davor möglichst groß gemessen an der Zahl danach ist. Dieser Ausdruck lässt sich noch vereinfachen zu $10+\frac{b}{a}$. Dieser Wert ist dann am größten, wenn b möglichst groß und a möglichst klein ist. Da es Ziffern einer zweistelligen Zahl sein müssen, erhalten wir $b = 9$ und $a = 1$. Die Zahl ist also 19, und nach dem Wegstreichen der Einerziffer erhalten wir die Zahl 1. Sie hat damit $18/19 \approx 0{,}947368$ ihres Werts verloren, also rund **95%**.

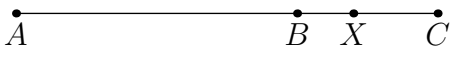
Alternativlösungen und Anmerkungen:

Wir könnten auch direkt $p\% = 1-\frac{a}{10a+b}$ maximieren. Damit ist aber lästig zu rechnen. Wir sehen, dass der Wert möglichst groß wird, wenn der Wert nach dem Minus möglichst klein wird. Dieser Bruch wiederum wird (da er positiv ist) möglichst klein, wenn sein Kehrwert möglichst groß ist. Dieser Kehrwert ist genau das, was wir in obiger Rechnung betrachtet wurde. Das Maximum tritt für beide Ausdrücke also in derselben Situation ein.

Wenn wir diese Umformung nicht machen, beobachten wir zunächst: Für jedes a hat die Einerziffer b, die ja weggestrichen wird, nur einen Einfluss auf den Wert unter dem Bruchstrich (Nenner) von $\frac{a}{10a+b}$. Der (offensichtlich positive) Bruch wird möglichst klein, wenn der Nenner möglichst groß wird, und das ist für möglichst großes b der Fall. Wir können also davon ausgehen, dass $b = 9$ ist (der größtmögliche Wert einer einzelnen Ziffer).

Damit bleibt $p\% = 1-\frac{a}{10a+9}$. Die möglichen Optionen sind also $1-\frac{1}{19}$, $1-\frac{2}{29}$, $1-\frac{3}{39}$, …, $1-\frac{9}{99}$. Ein gewisses Bauchgefühl (oder die Erkenntnis, dass Zähler und Nenner zwei arithmetische Folgen sind) sagt uns, dass entweder der erste oder der letzte Wert in der Liste maximal ist, also entweder $1-1/19$ oder $1-9/99 = 1-1/11$. Wir sehen leicht, dass ersteres größer ist und rechnen es aus.

26. Nach 20 Minuten ist Julia 6 km weit gefahren und Paula 4 km. Wenn sie in der Skizze bei A losgefahren sind, steht Julia nun also bei C und Paula bei B.



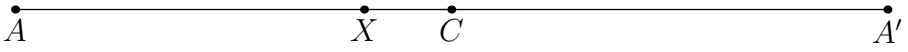
Am Rückweg wird Julia für die Strecke CA wieder 20 Minuten brauchen, während Paula für BA wieder 20 Minuten brauchen wird. Wenn Paula telepathisch wüsste, wann Julia umdreht, würde sie dasselbe tun und sie kämen gleichzeitig zu Hause an. Paula kommt also genau um diejenige Zeit später an, die sie Julia auf der Strecke BC noch entgegen radelt und dann wieder bis zu B zurückfahren muss.

Die Strecke BC ist 2 km lang. Das Verhältnis der Geschwindigkeiten beträgt 3 : 2, daher wird bis zu ihrem Treffen Julia 3/5 der Strecke zurückgelegt haben und Paula 2/5, also 800 m.

Diese Strecke muss sie auch noch zurück fahren. Insgesamt fährt sie also zusätzlich zu der Strecke, die sie in derselben Zeit wie Julia schaffen würde, noch 1,6km mit 12 km/h. Dazu benötigt sie $60\cdot 1{,}6/12 = 5\cdot 1{,}6 =$ **8 Minuten**.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

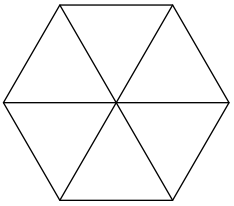
Man kann auch direkt Gleichungen für die Entfernungen und Geschwindigkeiten ansetzen. Statt Julia hin und zurück fahren zu lassen, spiegeln wir A an C und erhalten einen virtuellen Punkt A', von dem wir annehmen können, dass Julia die gesamte Zeit über von dort nach Hause fährt. Julia braucht für $A'A$ laut Angabe genau 40 Minuten, das ist eine 2/3 Stunde, also ist $A'A = 2/3 \cdot 18\,\text{km/h} = 12\,\text{km}$.



Nach x Stunden befindet Julia sich noch $(12 - x \cdot 18)$ Kilometer von zu Hause entfernt, während Paula bereits $x \cdot 12$ Kilometer von zu Hause entfernt ist. Um zu sehen, wo die beiden sich treffen, setzen wir diese Werte gleich und erhalten $12 - x \cdot 18 = x \cdot 12$, also $12 = 30x$, also $x = 12/30 = 2/5$. Sie treffen sich also nach einer 2/5 Stunde, das sind 24 Minuten.

Paula muss nun dieselben 24 Minuten zurückfahren, war insgesamt also $2 \cdot 24 = 48$ Minuten unterwegs, um **8 Minuten** länger.

27. Wir betrachten zunächst eine gängige Zerlegung eines Sechsecks in sechs Dreiecke:

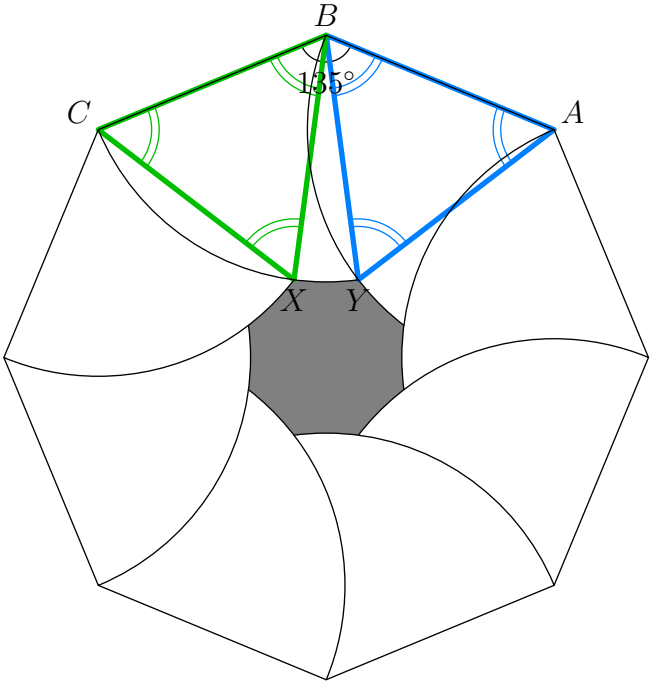


Verglichen mit einem Dreieck dieser Zerlegung hat das Dreieck FEP dieselbe Grundlinie, aber die doppelte Höhe. Es ist daher so groß wie zwei der Dreiecke. Jedes solche Dreieck hat daher eine Fläche von 32.

Die Dreiecke BPA und PCD zusammen haben die Grundlinie BC und die Höhe eines kleinen Dreiecks. Daher haben sie gemeinsam die Fläche eines solchen Dreiecks. (Etwas langsamer: BPA hat dieselbe Fläche wie BPD, da sie dieselbe Grundlinie und dieselbe Höhe haben. Die Dreiecke BPD und PCD zusammen entspechen genau dem Dreieck BCD. Dieses hat die Grundlinie und die Höhe von einem dieser sechs identischen Dreiecke.)

Für die verbliebenen zwei Flächen APF und EPD bleiben daher drei solche Dreiecke übrig. Also gilt $APF = 3 \cdot 32 - 42 = \mathbf{54}$.

28. Wir zeichnen einige Radien der Kreisbögen wie abgebildet in blau und grün ein:



Alle diese Strecken gehen vom Mittelpunkt von einem der Kreisbögen zu seinem Rand: Nämlich vom Mittelpunkt A aus zwei blaue Strecken, vom Mittelpunkt B aus die dritte blaue und zwei grüne Strecken, und vom Mittelpunkt C aus die dritte grüne Strecke. Also sind sie alle gleich lang.

Daher sind das blaue und das grüne Dreieck jeweils gleichseitig, und somit betragen alle mit doppelten Bögen markierten Winkel genau 60°.

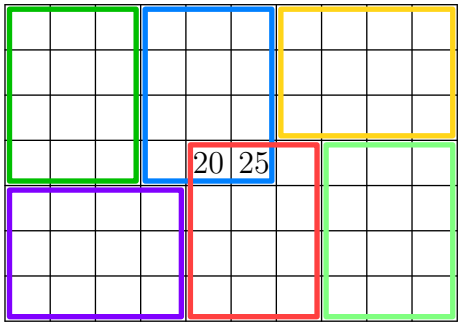
Weiters wissen wir, dass die Innenwinkel eines Achtecks jeweils 135° betragen. Der Winkel $\sphericalangle XBY$ beträgt daher $135° - 60° - 60° = 15°$.

Alle 8 solchen Tortenstückchen gemeinsam entsprechen dann einem Innenwinkel von $8 \cdot 15° = 120°$, das ist genau ein Drittel von einem ganzen Kreis. Der gesuchte Umfang entspricht daher einem Drittel von einem Kreis mit Radius 1, also $\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 1 \cdot \pi = \mathbf{\frac{2\pi}{3}}$.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Falls die Innenwinkel des Achtecks nicht bekannt sind, kann man sie auch herleiten: Wenn man ein kleines Spielzeugauto am Rand des Achtecks genau eine Runde entlang fahren lässt, muss es insgesamt um 360° nach links (oder rechts, je nach Fahrtrichtung) lenken. Diese Lenkeinschäge teilen sich gleichmäßig auf die Ecken auf, also lenkt die Person am Steuer an jedem Eck um $360°/8 = 45°$ nach links. Wenn man die Strecke gedanklich so verlängert, wie das Auto geradeaus gefahren wäre, ergibt das einen „Winkel“ von 180°. Der Innenwinkel ist daher genau die Differenz $180° - 45° = 135°$.

29. Wir überdecken die Tabelle wie abgebildet mit sechs Rechtecken:



Dabei kommt jedes Feld genau ein Mal vor, ausgenommen die zwei bekannten Felder in der Mitte, die jeweils doppelt überdeckt werden. Die Summe aller Zahlen können wir daher berechnen als ■ + ■ + ■ + ■ + ■ + ■ − 20 − 25. Da wir aber wissen, dass die Zahlen in jedem Reckteck eine Summe von Null haben, bleibt nur $0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 - 20 - 25 = \mathbf{-45}$.

30. Es gibt zwei verschiedene Möglichkeiten, wie die Schilder vertauscht worden sein können: Wenn die Sackerl in einem Kreis stehen, müssen die Schilder entweder im oder gegen den Uhrzeigersinn reihum vertauscht werden. Bei allen anderen Vertauschungsmöglichkeiten behält mindestens ein Sackerl sein originales Schild.

Mike kann die gewünschte Information nicht herausfinden, ohne irgendeinen Ball anzuschauen, da es mehr als eine Möglichkeit gibt. Auch mit nur einem Ball ist nicht mit Sicherheit eine Aussage möglich: Egal, in welches Sackerl Mike greift, er könnte einen weißen Ball erwischen und weiß dann nicht mehr als zuvor, da jedes Sackerl weiße Bälle enthält.

Mit **zwei** Bällen kann Mike es aber schaffen: Er nimmt das Sackerl mit der Aufschrift „2 weiß, 1 schwarz“. Da das Schild sicher falsch ist, befinden sich darin entweder drei weiße Bälle, oder nur ein weißer und zwei schwarze. Er zieht zwei der Bälle. Falls mindestens einer davon schwarz ist, hat er das Sackerl mit zwei schwarzen und einem weißen Ball vor sich. Falls beide weiß sind, muss es das Sackerl mit drei weißen Bällen sein. (Man kann auch genau umgekehrt argumentieren: Falls es das Sackerl mit zwei schwarzen Bällen ist, muss er nun mindestens einen davon erwischt haben. Falls es das Sackerl mit lauter weißen Bällen ist, hat er logischerweise nur weiße gezogen.)

Nun weiß er, welches Schild auf dieses Sackerl X gehört hätte. Wie schon zuvor festgestellt, gibt es nur zwei mögliche Vertauschungsreihenfolgen. Mike kann nicht direkt mit jenem Sackerl Y tauschen, das das benötigte Schild hat, weil das dritte Sackerl Z sonst weiterhin sein falsches Schild hätte. Daher muss er reihum tauschen: Er holt sich das passende Schild von Y und hängt es auf X, gibt das falsche Schild von X ans dritte Sackerl Z weiter, und verschiebt das Schild vom Sackerl Z aufs nun leere Sackerl Y. Nun hängen alle Schilder wieder richtig.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2026
23. März 2026
Kategorie: Felix, 1. Schulstufe

Name	
Schule	
Klasse	

Arbeitszeit: 45 Minuten

Basispunkte		12 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe	1 – 4	3 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe	5 – 8	4 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe	9 – 12	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort		0 Punkte
jede falsche Antwort		Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) deiner Antwort leserlich und eindeutig in das Kästchen unter die Nummer der Aufgabe (1 – 12) schreiben!

1	2	3	4

5	6	7	8

9	10	11	12

pwc

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

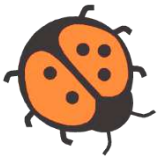
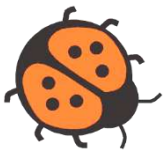
Information über den Känguruwettbewerb:
www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Österreich – 23. März 2026 Kategorie Felix (1. Schulstufe)	Name:

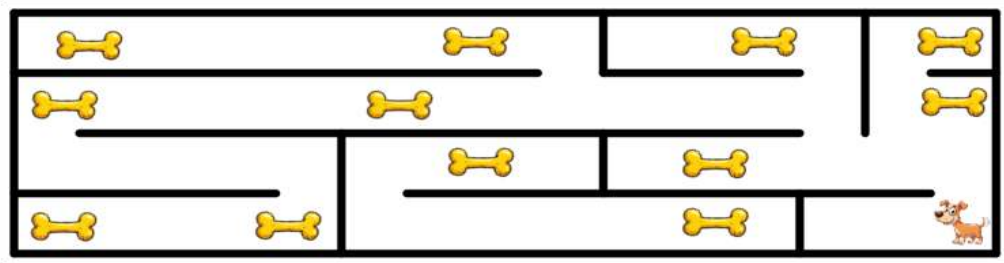
3 Punkte

1. Marienkäfer Marie sieht so aus:

Welcher der 5 Marienkäfer ist Marie?

(A) (B)  (C) (D) (E) 

2. Wie viele Knochen kann der Hund erreichen?



(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

3. Annes Freunde kommen zu Besuch. Das sind die Schuhe der Freunde.

Wie viele Freunde sind gekommen?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 12 (E) 14

4. Anita malt dieses Muster von innen auf ein Fenster: A B C ♥

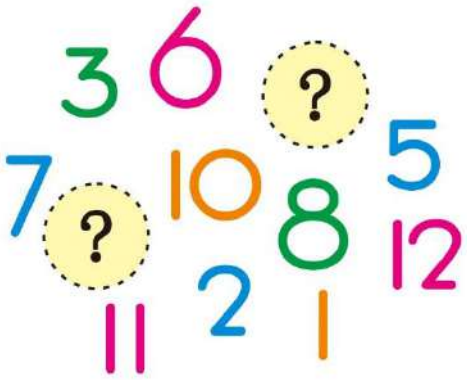
Was ist von außen zu sehen?

(A) A ꓭ C ♥ (B) ♥ B Ↄ A (C) ♥ A B C

(D) Ↄ ꓭ A ♥ (E) ♥ Ↄ ꓭ A

4 Punkte

5. Paul schreibt die Zahlen von 1 bis 12 auf.

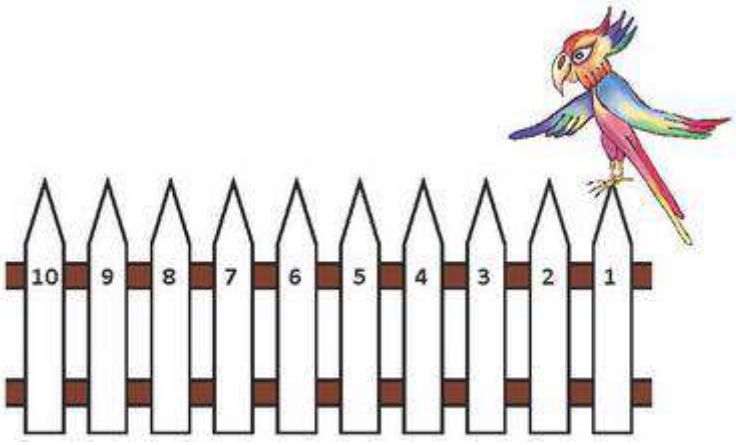


Dann verdeckt er zwei der Zahlen.

Welches Ergebnis erhält er, wenn er diese beiden verdeckten Zahlen zusammenzählt?

(A) 15 (B) 12 (C) 13 (D) 18 (E) 16

6. Papagei Pierre braucht 2 Sekunden, um von einer Zaunlatte zur nächsten zu hüpfen.
Er beginnt bei der ersten Latte und hüpft der Reihe nach bis zur zehnten Latte.



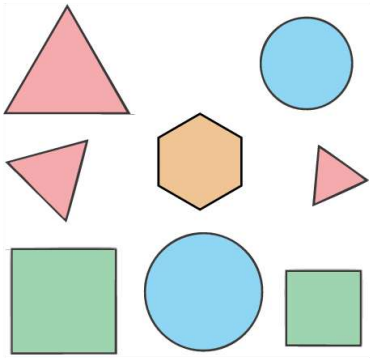
Wie viele Sekunden braucht er dafür?

(A) 10 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 22

7. Mimi bittet John, ein Bild mit folgenden vier Regeln zu malen:

- genau 2 Dreiecke
- 2 Quadrate unterschiedlicher Größe
- 2 Kreise gleicher Größe
- 1 Fünfeck

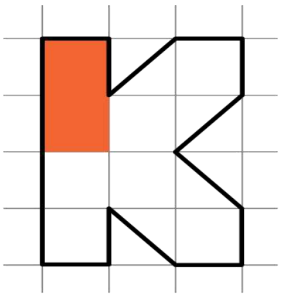
Er zeichnet dieses Bild.



An wie viele dieser Regeln hat sich John **nicht** gehalten?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

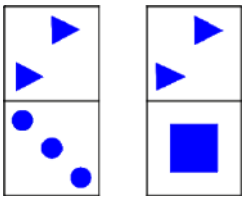
8. Billy der Biber malt das K auf dem gezeigten Bild an.
Er hat bereits eine Tube Farbe verbraucht.



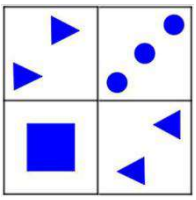
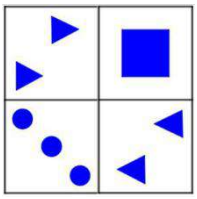
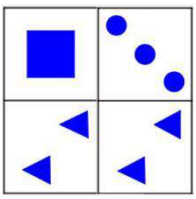
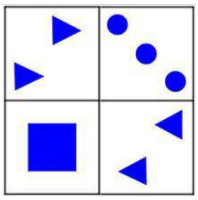
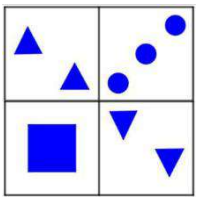
Wie viele weitere Tuben Farbe braucht er noch,
um das K fertig anzumalen?

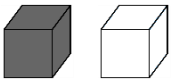
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

5 Punkte

9. Sophie hat diese 2 Karten: 

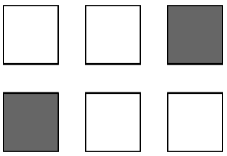
Welches Muster kann sie mit den beiden Karten **nicht** legen?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

10. Filip baut aus grauen und weißen Würfeln 6 Türme. 

Er legt immer abwechselnd graue und weiße Würfel aufeinander.

Jeder Turm besteht aus 5 Würfeln.

Von oben sehen die Türme so aus: 

Wie viele weiße Würfel hat Filip insgesamt verwendet?

(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 20

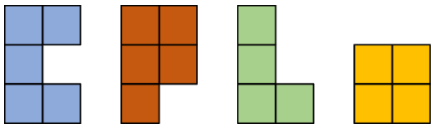
11. Eine Katze hat 7 Katzenbabys.

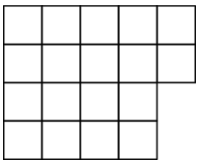
Eines der Weibchen heißt Stella. Eines der Männchen heißt Albert.

Stella hat doppelt so viele Brüder wie Albert.

Wie viele Schwestern hat Stella?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

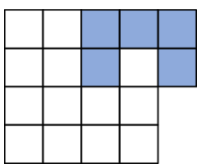
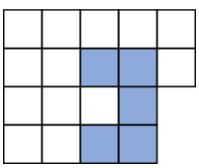
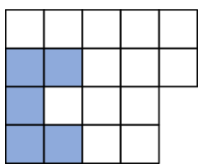
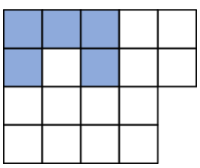
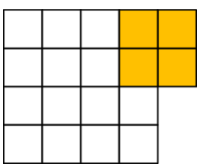
12. Aisha will diese vier Puzzleteile  auf dieses Raster legen.



<u>Kein</u> Feld darf leer bleiben.

Die Teile dürfen auch umgedreht werden.

Aisha hat bereits einen Teil hingelegt. Welches dieser Raster kann sie **<u>nicht</u>** fertig legen?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2026
23rd March 2026
Level: Felix, Grade: Schulstufe 1

Full name	
School	
Class	

Time: 45 minutes

starting points	12 points
each correct answer to questions 1 – 4	3 points
each correct answer to questions 5 – 8	4 points
each correct answer to questions 9 – 12	5 points
each question left unanswered	0 points
each incorrect answer	minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of your answer in the square under the question number (1 – 12). Write clearly and carefully!

1	2	3	4

5	6	7	8

9	10	11	12

pwc

ÖNB
OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

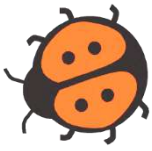
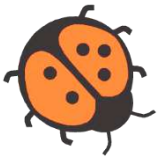
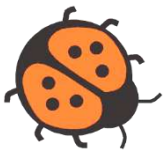
Information über den Känguruwettbewerb:
www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Austria – 23rd March 2026 Level Felix (Schulstufe 1)	Name:

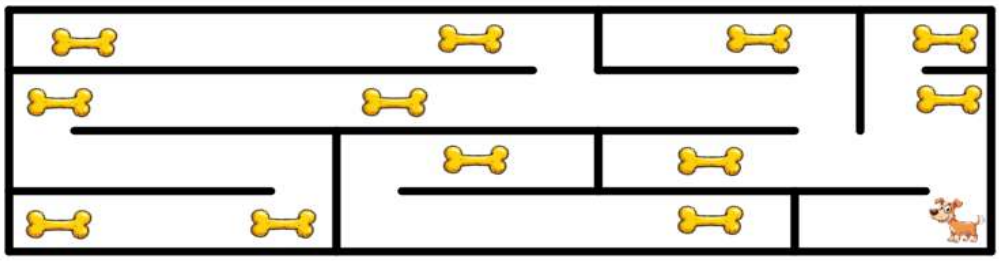
3 Points

1. Ladybug Marie looks like this:

Which of the 5 ladybugs is Marie?

(A)  (B)  (C) (D) (E) 

2. How many bones can the dog reach?



(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

3. Anne's friends are coming to visit. These are her friends' shoes.

How many friends came to visit?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 12 (E) 14

4. Anita paints this pattern on the inside of a window: A B C ♥

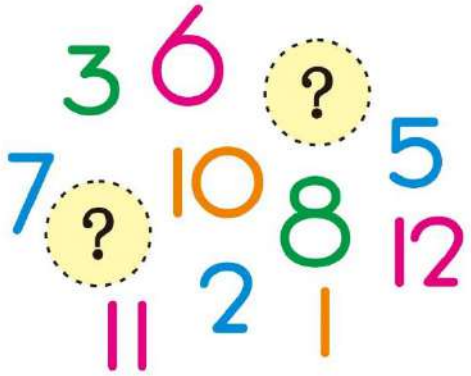
What can be seen from the outside?

(A) A ꓭ C ♥ (B) ♥ B Ↄ A (C) ♥ A B C

(D) Ↄ ꓭ A ♥ (E) ♥ Ↄ ꓭ A

4 Points

5. Paul writes the numbers from 1 to 12.

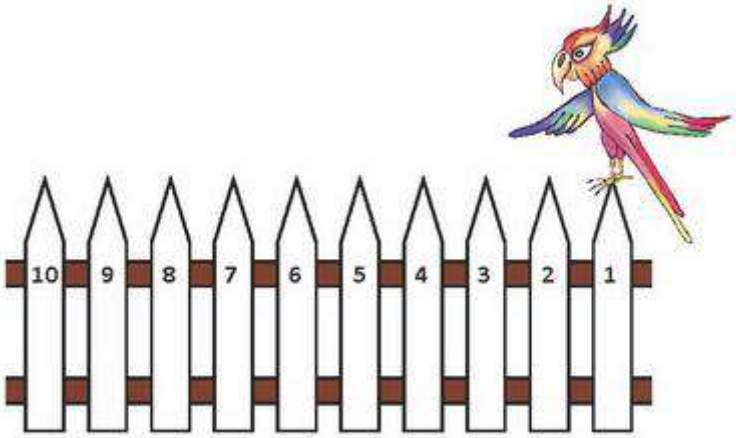


Then he covers two of the numbers.

What result does he get when he adds these two covered numbers?

(A) 15 (B) 12 (C) 13 (D) 18 (E) 16

6. Parrot Pierre needs 2 seconds to hop from one fence post to the next.
He starts at the first post and hops to the tenth post, one after the other.



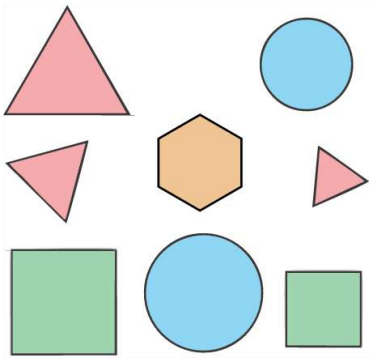
How many seconds does it take him?

(A) 10 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 22

7. Mimi asks John to draw a picture using the following four rules:

- exactly 2 triangles
- 2 squares of different sizes
- 2 circles of the same size
- 1 pentagon (five-sided shape)

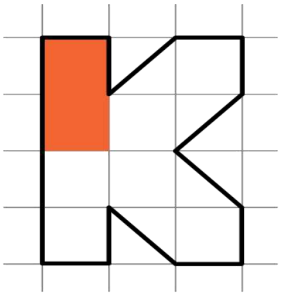
He draws this picture.



How many of these rules did John **not** follow?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

8. Billy the Beaver is colouring in the K in the picture shown.
He has already used one tube of paint.

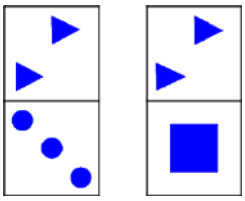


How many more tubes of paint does he need
to finish colouring in the K?

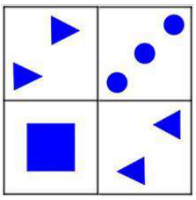
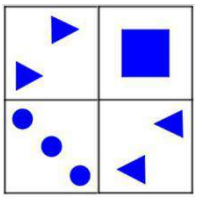
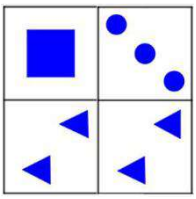
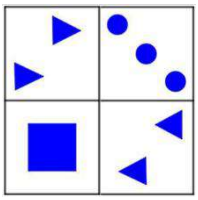
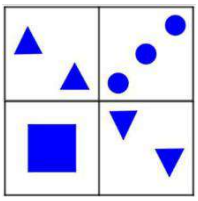
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

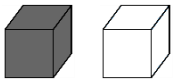
5 Points

9. Sophie has these 2 cards:



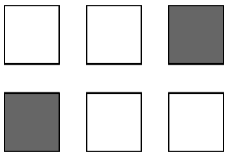
What pattern can she **not** create with these two cards?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

10. Filip builds 6 towers from grey and white cubes. 

He always alternates placing grey and white cubes on top of each other.

Each tower is made up of 5 cubes.

From above, the towers look like this: 

How many white cubes did Filip use in total?

(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 20

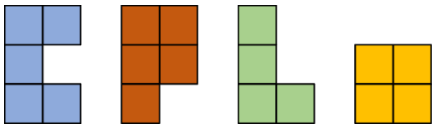
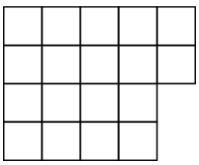
11. A cat has 7 kittens.

One of the females is named Stella. One of the males is named Albert.

Stella has twice as many brothers as Albert.

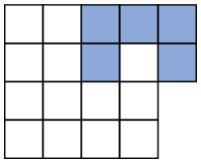
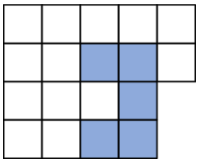
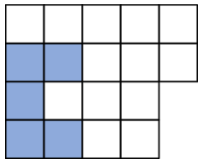
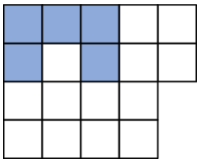
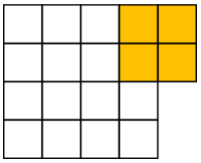
How many sisters does Stella have?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

12. Aisha wants to place these four puzzle pieces  on this grid. 

No space may be left empty. The pieces may also be turned over.

Aisha has already placed one piece. Which of these grids can she **not** complete?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

Känguru der Mathematik 2026
Gruppe Felix 1 (1. Schulstufe)
Österreich – 23. März 2026

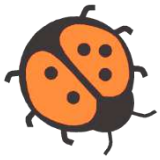
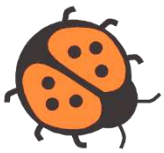
Lösungsvektor

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	C	B	E	C	C	D	C	A	D	D	D

3 Punkte

1. Marienkäfer Marie sieht so aus:

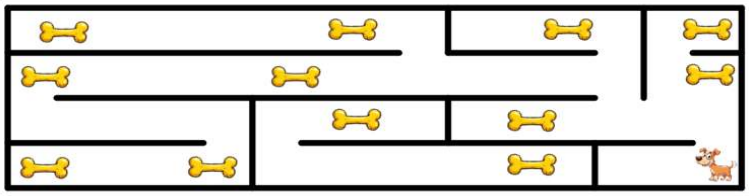
Welcher der 5 Marienkäfer ist Marie?

(A) **(B)**  (C) (D) (E) 

Lösung: Antwort (B)

Der Marienkäfer Marie hat 3 Punkte auf dem einen Flügel und 2 auf dem anderen.

2. Wie viele Knochen kann der Hund erreichen?

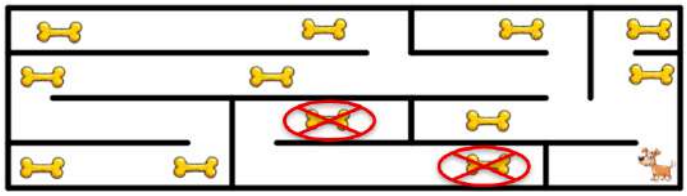


(A) 8 (B) 9 **(C) 10** (D) 11 (E) 12

Lösung: Antwort (C)

Es gibt 12 Knochen im Bild.
2 der Knochen können nicht erreicht werden.

$$12 - 2 = 10$$



Somit kann der Hund insgesamt 10 Knochen erreichen.

3. Annes Freunde kommen zu Besuch. Das sind die Schuhe der Freunde.

Wie viele Freunde sind gekommen?

(A) 6 **(B) 7** (C) 8 (D) 12 (E) 14

Lösung: Antwort (B)

Zähle die Gesamtzahl der Schuhe: 14.
Die Hälfte von 14 ist 7.
Also gibt es 7 Paar Schuhe und somit 7 Freunde.

4. Anita malt dieses Muster von innen auf ein Fenster: A B C ♥

Was ist von außen zu sehen?

(A) A Ƀ C ♥ (B) ♥ B Ↄ A (C) ♥ A B C

(D) Ↄ Ƀ A ♥ **(E)** ♥ Ↄ Ƀ A

Lösung: Antwort (E)

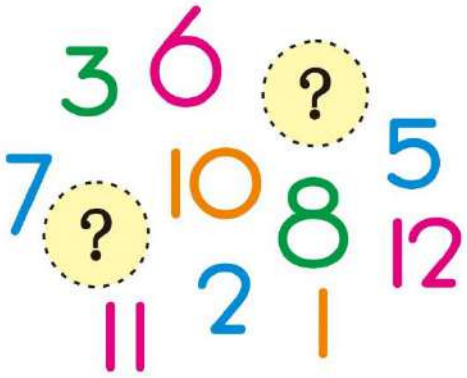
Von der anderen Seite des Fensters sieht man das Herz zuerst. Lösung (A) und (D) fallen somit weg.
Die weitere Reihenfolge ist dann Herz – C – B – A. Somit kann nur Bild (E) stimmen.

[Buchstabe A und das Herz erscheinen von der anderen Seite des Fensters gleich.

Die Buchstaben B und C sind von der anderen Seite her betrachtet gespiegelt.]

4 Punkte

5. Paul schreibt die Zahlen von 1 bis 12 auf.



Dann verdeckt er zwei der Zahlen.

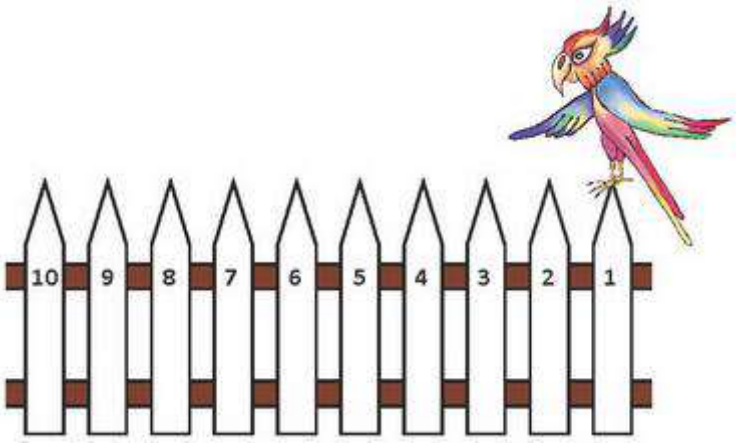
Welches Ergebnis erhält er, wenn er diese beiden verdeckten Zahlen zusammenzählt?

(A) 15 (B) 12 **(C) 13** (D) 18 (E) 16

Lösung: Antwort (C)

Die abgedeckten Zahlen sind 4 und 9. Ihre Summe ist 4 + 9 = 13.

6. Papagei Pierre braucht 2 Sekunden, um von einer Zaunlatte zur nächsten zu hüpfen. Er beginnt bei der ersten Latte und hüpft der Reihe nach bis zur zehnten Latte.



Wie viele Sekunden braucht er dafür?

(A) 10 (B) 16 **(C) 18** (D) 20 (E) 22

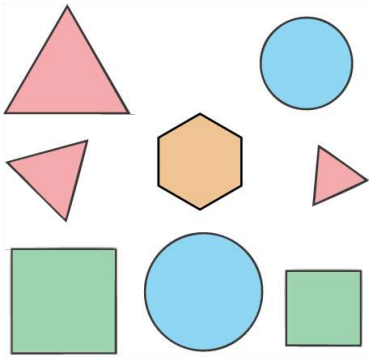
Lösung: Antwort (C)

Der Papagei muss 9 Sprünge machen. 9 · 2 Sekunden = 18 Sekunden.

7. Mimi bittet John, ein Bild mit folgenden vier Regeln zu malen:

- genau 2 Dreiecke
- 2 Quadrate unterschiedlicher Größe
- 2 Kreise gleicher Größe
- 1 Fünfeck

Er zeichnet dieses Bild.



An wie viele dieser Regeln hat sich John **nicht** gehalten?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 **(D) 3** (E) 4

Lösung: Antwort (D)

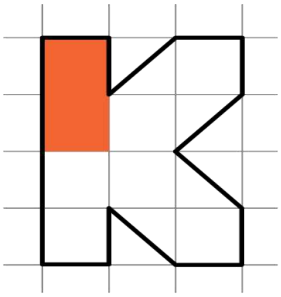
John hat einige Fehler gemacht:

- 1. Fehler: 3 Dreiecke anstelle von 2 Dreiecken
- 2. Fehler: 2 unterschiedlich große Kreise anstelle von 2 gleich großen Kreisen
- 3. Fehler: ein Sechseck anstelle eines Fünfecks

Also hat er 3 Regeln nicht eingehalten.

8. Billy der Biber malt das K auf dem gezeigten Bild an.
Er hat bereits eine Tube Farbe verbraucht.

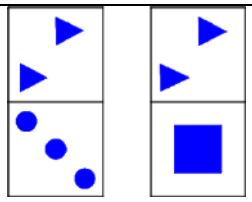
Wie viele weitere Tuben Farbe braucht er noch,
um das K fertig anzumalen?



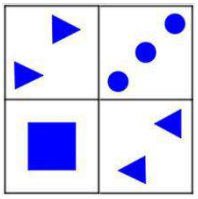
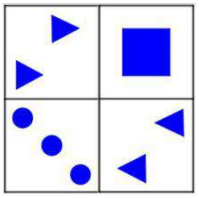
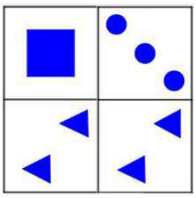
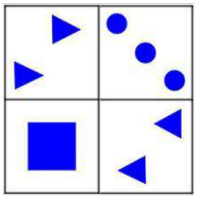
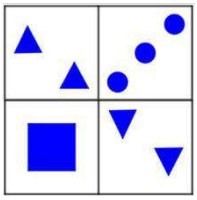
(A) 2 (B) 3 **(C) 4** (D) 5 (E) 6

Lösung: Antwort (C)

Billy muss noch 6 volle Quadrate und 4 Dreiecke anmalen.
4 Dreiecke lassen sich zu zwei Quadraten zusammenlegen.
Also sind noch insgesamt 8 Quadrate anzumalen.
Mit einer Tube Farbe kann Billy 2 Quadrate anmalen.
Daher sind 8 : 2 = 4 weitere Tuben nötig, um fertig anzumalen.

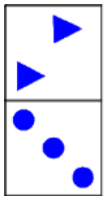
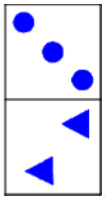
9. Sophie hat diese 2 Karten: 

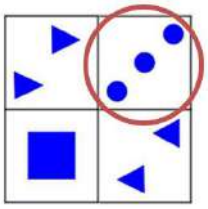
Welches Muster kann sie mit den beiden Karten **nicht** legen?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

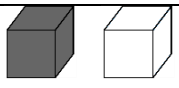
Lösung: Antwort (A)

Dies lässt sich am einfachsten überprüfen, indem du deinen Zettel drehst und schaust, wie die Figuren zu liegen kommen.

Drehst du diese Karte  um, so muss sie so aussehen  .

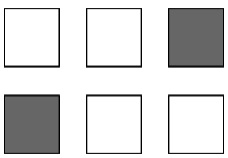


Bei Lösung A verlaufen die drei Punkte in die falsche Richtung!
Wenn du die anderen Lösungen kontrollierts, siehst du, dass sie alle stimmen.

10. Filip baut aus grauen und weißen Würfeln 6 Türme. 

Er legt immer abwechselnd graue und weiße Würfel aufeinander.

Jeder Turm besteht aus 5 Würfeln.

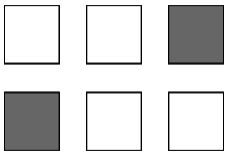
Von oben sehen die Türme so aus: 

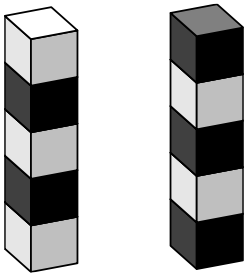
Wie viele weiße Würfel hat Filip insgesamt verwendet?

(A) 10 (B) 12 (C) 15 **(D) 16** (E) 20

Lösung: Antwort (D)

Es gibt zwei Arten von Türmen. Die Farbe des obersten Blocks zeigt uns, um welche Art Turm es sich handelt:





Es gibt **zwei** Türme mit 2 weißen und 3 grauen Blöcken **(g – w – g – w – g)**

sowie **vier** Türme mit 2 grauen und 3 weißen Blöcken **(w – g – w – g – w)**.

Also hat Filip $2 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 16$ weiße Würfel verwendet.

11. Eine Katze hat 7 Katzenbabys.

Eines der Weibchen heißt Stella. Eines der Männchen heißt Albert.

Stella hat doppelt so viele Brüder wie Albert.

Wie viele Schwestern hat Stella?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 **(D) 4** (E) 5

Lösung: Antwort (D)

Es sind 7 Katzenbabys, also hat Stella 6 Geschwister.
Stella hat doppelt so viele Brüder wie Albert.

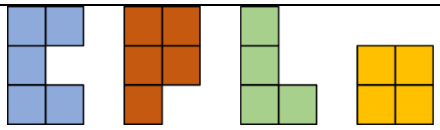
Wenn Albert **2 oder 3 oder 4 oder 5** Brüder hat,

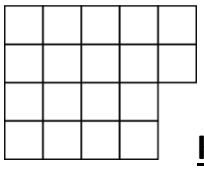
dann hat Stella **3 oder 4 oder 5 oder 6** Brüder (immer Albert + seine Brüder).

3 ist aber nicht das Doppelte von 2, 4 nicht das Doppelte von 3, 5 nicht das Doppelte von 4 und 6 nicht das Doppelte von 5.

Nur, wenn Albert **1** Bruder hat, dann hat Stella **2** Brüder (Albert und seinen Bruder) und dann stimmt die Rechnung: $2 \cdot \mathbf{1} = \mathbf{2}$.

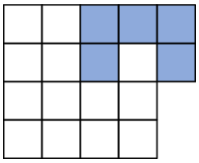
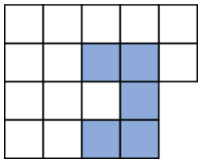
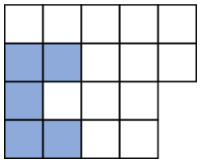
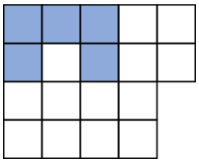
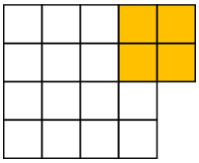
Albert hat also nur **1** Bruder und Stella somit **2** Brüder.
Das bedeutet, Stella hat $7 - 2 - 1 = 4$ Schwestern.

12. Aisha will diese vier Puzzleteile  auf dieses Raster legen.



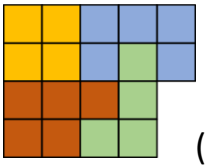
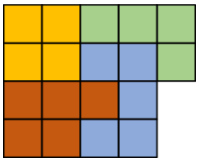
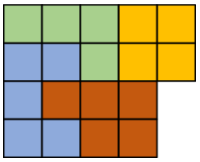
<u>Kein</u> Feld darf leer bleiben. Die Teile dürfen auch umgedreht werden.

Aisha hat bereits einen Teil hingelegt. Welches dieser Raster kann sie **<u>nicht</u>** fertig legen?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

Lösung: Antwort (D)

Folgende Anordnungen sind möglich:

(A) 
(B) 
(C) und (E) 

Aber (D) kann nicht fertiggelegt werden.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2026
23. März 2026
Kategorie: Felix, 2. Schulstufe

Name	
Schule	
Klasse	

Arbeitszeit: 60 Minuten

Basispunkte	15 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 1 – 5	3 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 6 – 10	4 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 11 – 15	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) deiner Antwort leserlich und eindeutig in das Kästchen unter die Nummer der Aufgabe (1 – 15) schreiben!

1	2	3	4	5

6	7	8	9	10

11	12	13	14	15

pwc

ÖNB OESTERREICHISCHE NATIONALBANK EUROSYSTEM

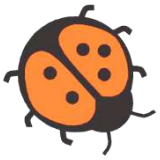
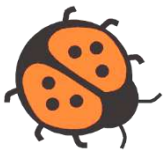
Information über den Känguruwettbewerb:
www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Österreich – 23. März 2026 Kategorie Felix (2. Schulstufe)	Name:

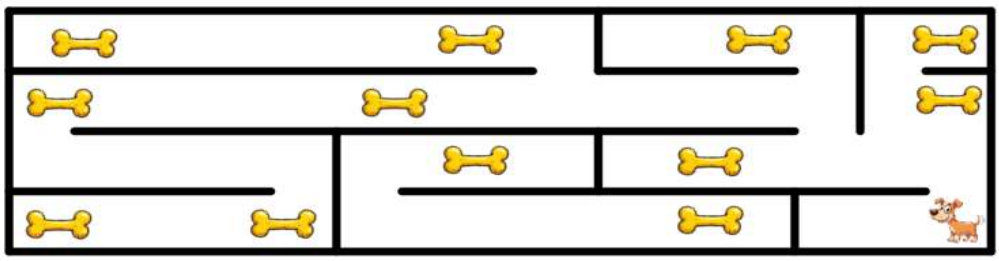
3 Punkte

1. Marienkäfer Marie sieht so aus:

Welcher der 5 Marienkäfer ist Marie?

(A) (B)  (C) (D) (E) 

2. Wie viele Knochen kann der Hund erreichen?



(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

3. Annes Freunde kommen zu Besuch. Das sind die Schuhe der Freunde.

Wie viele Freunde sind gekommen?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 12 (E) 14

4. Anita malt dieses Muster von innen auf ein Fenster: A B C ♥

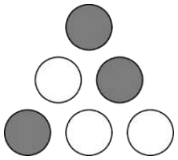
Was ist von außen zu sehen?

(A) A Ƀ C ♥ (B) ♥ B Ↄ A (C) ♥ A B C

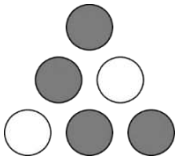
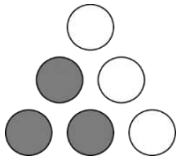
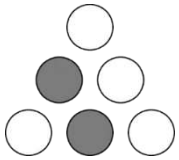
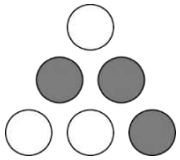
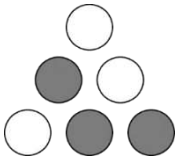
(D) Ↄ Ƀ A ♥ (E) ♥ Ↄ Ƀ A

5. Bernhard spielt mit 6 Plättchen. Jedes Plättchen ist auf der einen Seite grau und auf der anderen Seite weiß.

Er legt dieses Muster:

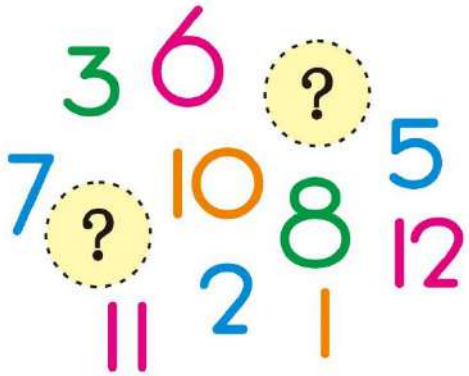


Danach dreht er jedes Plättchen einmal um. Was sieht er dann?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

4 Punkte

6. Paul schreibt die Zahlen von 1 bis 12 auf.

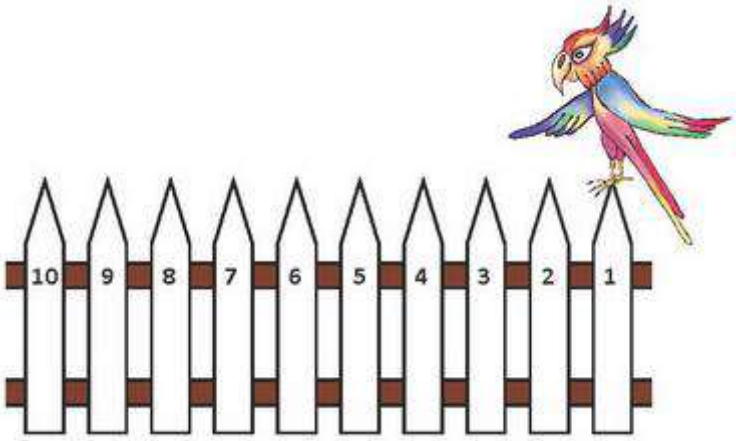


Dann verdeckt er zwei der Zahlen.

Welches Ergebnis erhält er, wenn er diese beiden verdeckten Zahlen zusammenzählt?

(A) 15 (B) 12 (C) 13 (D) 18 (E) 16

7. Papagei Pierre braucht 2 Sekunden, um von einer Zaunlatte zur nächsten zu hüpfen. Er beginnt bei der ersten Latte und hüpft der Reihe nach bis zur zehnten Latte.

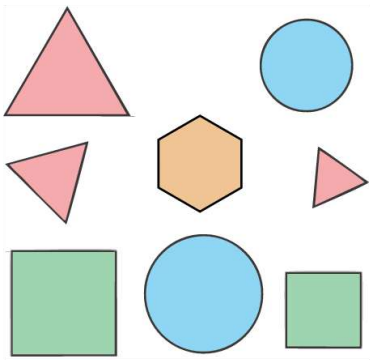


Wie viele Sekunden braucht er dafür?

(A) 10 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 22

8. Mimi bittet John, ein Bild mit folgenden vier Regeln zu malen:

- genau 2 Dreiecke
- 2 Quadrate unterschiedlicher Größe
- 2 Kreise gleicher Größe
- 1 Fünfeck



Er zeichnet dieses Bild.

An wie viele dieser Regeln hat sich John **nicht** gehalten?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

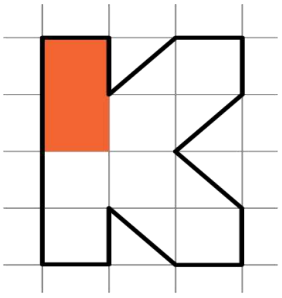
9. Auf einem Regal stehen fünf verschiedene Bücher.

- Buch A ist dicker als C.
- Buch B ist dicker als D.
- Buch E ist dünner als B, aber dicker als C.
- Buch D ist dünner als C.

Welches ist das dünnste Buch?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

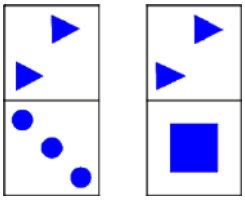
10. Billy der Biber malt das K auf dem gezeigten Bild an.
Er hat bereits eine Tube Farbe verbraucht.



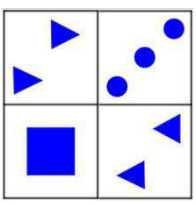
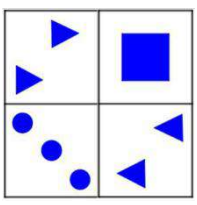
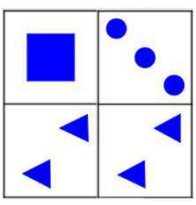
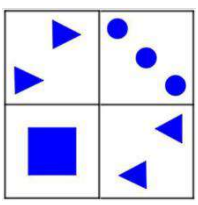
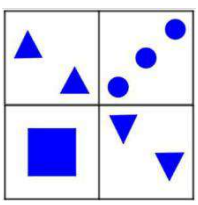
Wie viele weitere Tuben Farbe braucht er noch,
um das K fertig anzumalen?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

5 Punkte

11. Sophie hat diese 2 Karten: 

Welches Muster kann sie mit den beiden Karten **nicht** legen?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

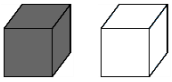
12. Martina legt zehn Spielsteine in zwei Reihen auf:

1. Reihe	5	7	11	15	17
2. Reihe	1	6	8	14	16

Sie möchte beim Zusammenzählen in jeder Reihe das gleiche Ergebnis erhalten.

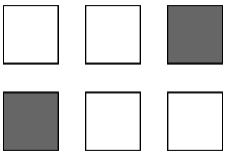
Welchen Spielstein aus der 1. Reihe muss sie deshalb mit einem Stein aus der 2. Reihe tauschen?

(A) 5 (B) 7 (C) 11 (D) 15 (E) 17

13. Filip baut aus grauen und weißen Würfeln 6 Türme. 

Er legt immer abwechselnd graue und weiße Würfel aufeinander.

Jeder Turm besteht aus 5 Würfeln.

Von oben sehen die Türme so aus: 

Wie viele weiße Würfel hat Filip insgesamt verwendet?

(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 20

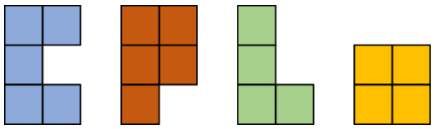
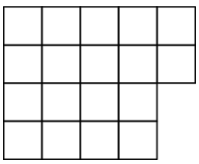
14. Eine Katze hat 7 Katzenbabys.

Eines der Weibchen heißt Stella. Eines der Männchen heißt Albert.

Stella hat doppelt so viele Brüder wie Albert.

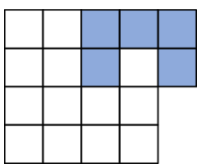
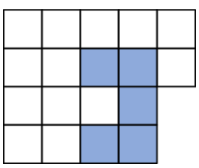
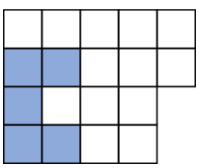
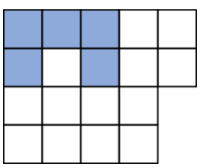
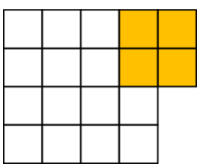
Wie viele Schwestern hat Stella?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

15. Aisha will diese vier Puzzleteile  auf dieses Raster legen. 

<u>Kein</u> Feld darf leer bleiben. Die Teile dürfen auch umgedreht werden.

Aisha hat bereits einen Teil hingelegt. Welches dieser Raster kann sie **<u>nicht</u>** fertig legen?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2026
23rd March 2026
Level: Felix, Grade: Schulstufe 2

Full name	
School	
Class	

Time: 60 minutes

starting points		15 points
each correct answer to questions	1 – 5	3 points
each correct answer to questions	6 – 10	4 points
each correct answer to questions	11 – 15	5 points
each question left unanswered		0 points
each incorrect answer	minus ¼ of the points for the question	

Please write the letter (A, B, C, D, E) of your answer in the square under the question number (1 – 15). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5

6	7	8	9	10

11	12	13	14	15

pwc

ÖNB
OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

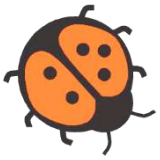
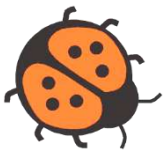
Information über den Känguruwettbewerb:
www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Austria – 23rd March 2026 Level Felix (Schulstufe 2)	Name:

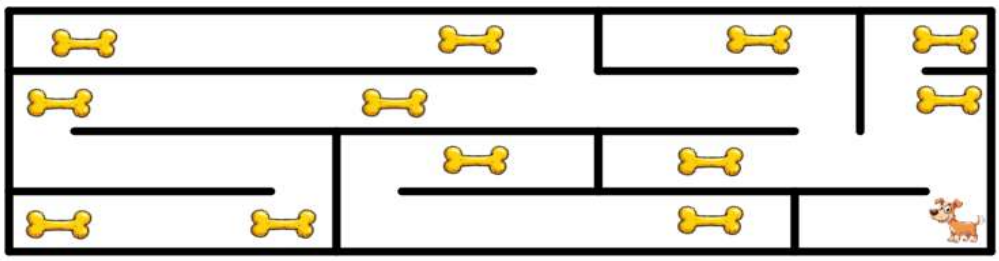
3 Points

1. Ladybug Marie looks like this:

Which of the 5 ladybugs is Marie?

(A) (B)  (C) (D) (E) 

2. How many bones can the dog reach?



(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

3. Anne's friends are coming to visit. These are her friends' shoes.

How many friends came to visit?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 12 (E) 14

4. Anita paints this pattern on the inside of a window: A B C ♥

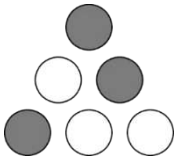
What can be seen from the outside?

(A) A ꓭ C ♥ (B) ♥ B Ↄ A (C) ♥ A B C

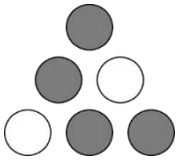
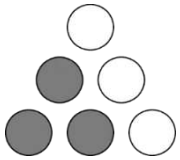
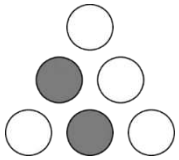
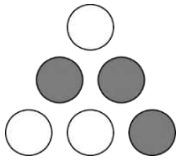
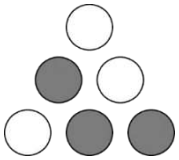
(D) Ↄ ꓭ A ♥ (E) ♥ Ↄ ꓭ A

5. Bernhard is playing with 6 counters. Each counter is grey on one side and white on the other.

He lays out this pattern:

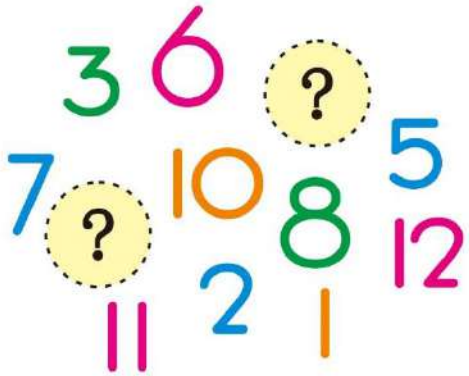


Then he turns each counter over. What does he see?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

4 Points

6. Paul writes the numbers from 1 to 12.

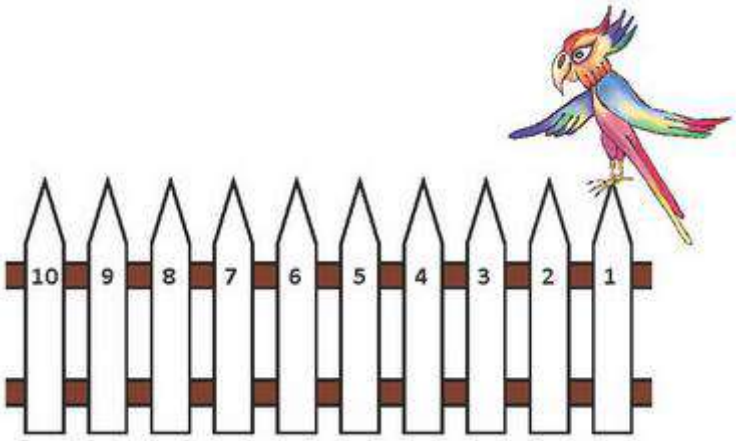


Then he covers two of the numbers.

What result does he get when he adds these two covered numbers?

(A) 15 (B) 12 (C) 13 (D) 18 (E) 16

7. Parrot Pierre needs 2 seconds to hop from one fence post to the next.
He starts at the first post and hops to the tenth post, one after the other.

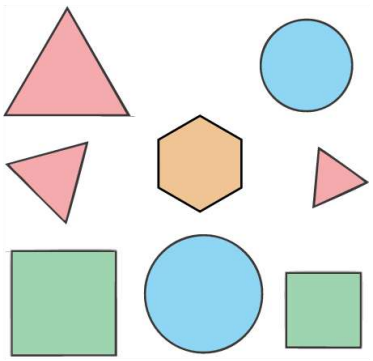


How many seconds does it take him?

(A) 10 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 22

8. Mimi asks John to draw a picture using the following four rules:

- exactly 2 triangles
- 2 squares of different sizes
- 2 circles of the same size
- 1 pentagon (five-sided shape)



He draws this picture.

How many of these rules did John **not** follow?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

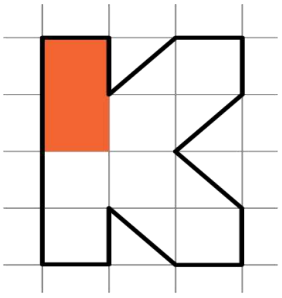
9. There are five different books on a shelf.

- Book A is thicker than C.
- Book B is thicker than D.
- Book E is thinner than B, but thicker than C.
- Book D is thinner than C.

Which is the thinnest book?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

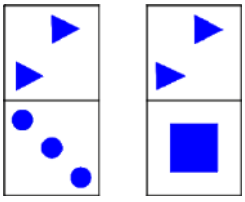
10. Billy the Beaver is colouring in the K in the picture shown.
He has already used one tube of paint.



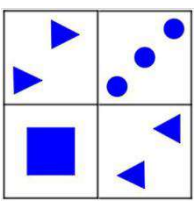
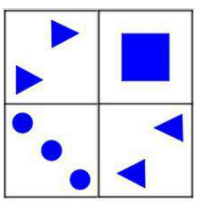
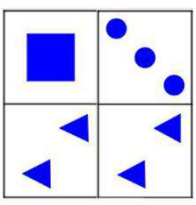
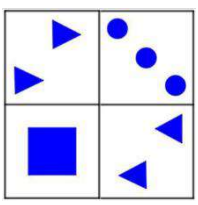
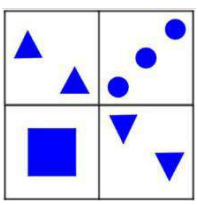
How many more tubes of paint does he need
to finish colouring in the K?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

5 Points

11. Sophie has these 2 cards: 

What pattern can she **not** create with these two cards?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

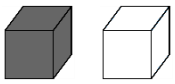
12. Martina places ten counters in two rows:

1. Reihe	5	7	11	15	17
2. Reihe	1	6	8	14	16

She wants to get the same total in each row.

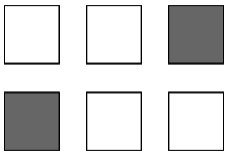
Which counter from the first row (1. Reihe) must she therefore exchange with a piece from the second row?

(A) 5 (B) 7 (C) 11 (D) 15 (E) 17

13. Filip builds 6 towers from grey and white cubes. 

He always alternates placing grey and white cubes on top of each other.

Each tower is made up of 5 cubes.

From above, the towers look like this: 

How many white cubes did Filip use in total?

(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 20

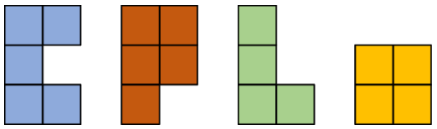
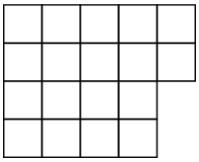
14. A cat has 7 kittens.

One of the females is named Stella. One of the males is named Albert.

Stella has twice as many brothers as Albert.

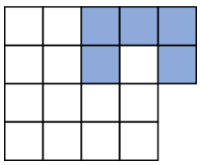
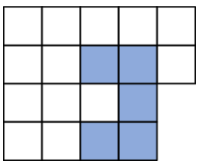
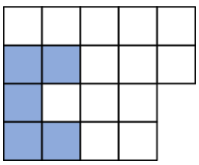
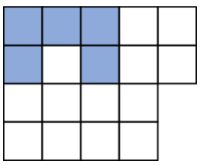
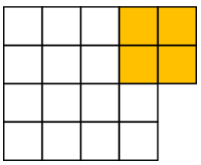
How many sisters does Stella have?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

15. Aisha wants to place these four puzzle pieces  on this grid. 

No space may be left empty. The pieces may also be turned over.

Aisha has already placed one piece. Which of these grids can she **not** complete?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Känguru der Mathematik 2026
Gruppe Felix 2 (2. Schulstufe)
Österreich – 23. März 2026

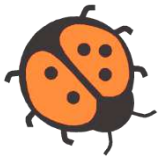
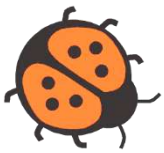
Lösungsvektor

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
B	C	B	E	E	C	C	D	D	C	A	C	D	D	D

3 Punkte

1. Marienkäfer Marie sieht so aus:

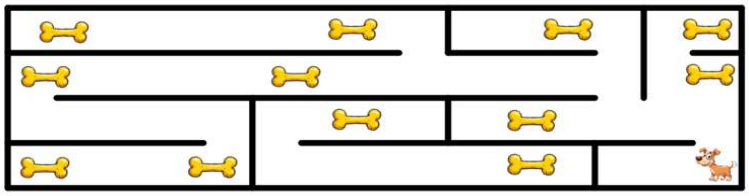
Welcher der 5 Marienkäfer ist Marie?

(A) **(B)**  (C) (D) (E) 

Lösung: Antwort (B)

Der Marienkäfer Marie hat 3 Punkte auf dem einen Flügel und 2 auf dem anderen.

2. Wie viele Knochen kann der Hund erreichen?

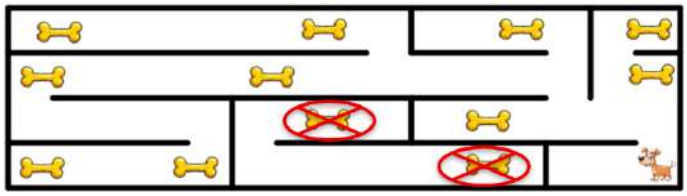


(A) 8 (B) 9 **(C) 10** (D) 11 (E) 12

Lösung: Antwort (C)

Es gibt 12 Knochen im Bild.
2 der Knochen können nicht erreicht werden.

$$12 - 2 = 10$$



Somit kann der Hund insgesamt 10 Knochen erreichen.

3. Annes Freunde kommen zu Besuch. Das sind die Schuhe der Freunde.

Wie viele Freunde sind gekommen?

(A) 6 **(B) 7** (C) 8 (D) 12 (E) 14

Lösung: Antwort (B)

Zähle die Gesamtzahl der Schuhe: 14.
Die Hälfte von 14 ist 7.
Also gibt es 7 Paar Schuhe und somit 7 Freunde.

4. Anita malt dieses Muster von innen auf ein Fenster: A B C ♥

Was ist von außen zu sehen?

(A) A Ƀ C ♥ (B) ♥ B Ↄ A (C) ♥ A B C

(D) Ↄ Ƀ A ♥ **(E)** ♥ Ↄ Ƀ A

Lösung: Antwort (E)

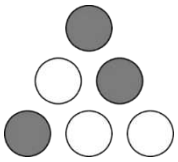
Von der anderen Seite des Fensters sieht man das Herz zuerst. Lösung (A) und (D) fallen somit weg.
Die weitere Reihenfolge ist dann Herz – C – B – A. Somit kann nur Bild (E) stimmen.

[Buchstabe A und das Herz erscheinen von der anderen Seite des Fensters gleich.

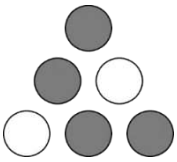
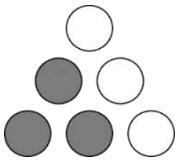
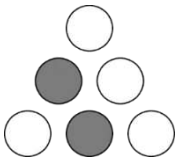
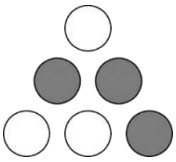
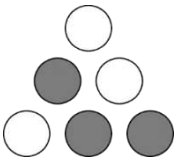
Die Buchstaben B und C sind von der anderen Seite her betrachtet gespiegelt.]

5. Bernhard spielt mit 6 Plättchen. Jedes Plättchen ist auf der einen Seite grau und auf der anderen Seite weiß.

Er legt dieses Muster:



Danach dreht er jedes Plättchen einmal um. Was sieht er dann?

(A)  (B)  (C)  (D)  **(E)** 

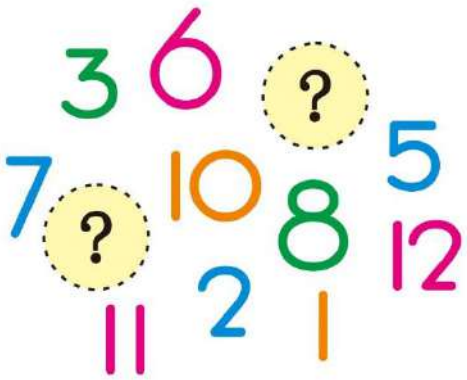
Lösung: Antwort (E)

Das Muster muss 3 weiße und 3 graue Plättchen enthalten. Ganz oben liegt ein weißes Plättchen, in der letzten Zeile nur 1 weißes. ⇒ Lösung (E)

ODER: Wenn man schrittweise jeden Kreis in der umgekehrten Farbe aufzeichnet, entsteht Muster (E).

4 Punkte

6. Paul schreibt die Zahlen von 1 bis 12 auf.



Dann verdeckt er zwei der Zahlen.

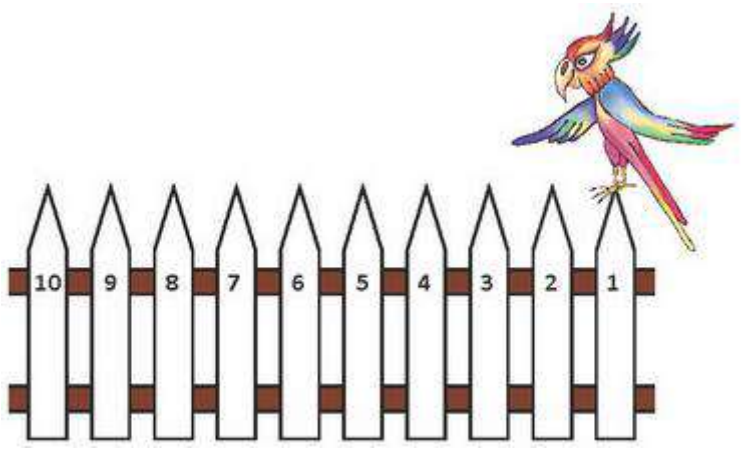
Welches Ergebnis erhält er, wenn er diese beiden verdeckten Zahlen zusammenzählt?

(A) 15 (B) 12 **(C) 13** (D) 18 (E) 16

Lösung: Antwort (C)

Die abgedeckten Zahlen sind 4 und 9. Ihre Summe ist 4 + 9 = 13.

7. Papagei Pierre braucht 2 Sekunden, um von einer Zaunlatte zur nächsten zu hüpfen. Er beginnt bei der ersten Latte und hüpft der Reihe nach bis zur zehnten Latte.



Wie viele Sekunden braucht er dafür?

(A) 10 (B) 16 **(C) 18** (D) 20 (E) 22

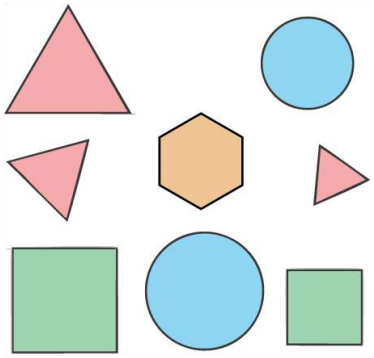
Lösung: Antwort (C)

Der Papagei muss 9 Sprünge machen. 9 · 2 Sekunden = 18 Sekunden.

8. Mimi bittet John, ein Bild mit folgenden vier Regeln zu malen:

- genau 2 Dreiecke
- 2 Quadrate unterschiedlicher Größe
- 2 Kreise gleicher Größe
- 1 Fünfeck

Er zeichnet dieses Bild.



An wie viele dieser Regeln hat sich John **nicht** gehalten?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 **(D) 3** (E) 4

Lösung: Antwort (D)

John hat einige Fehler gemacht:

- 1. Fehler: 3 Dreiecke anstelle von 2 Dreiecken
- 2. Fehler: 2 unterschiedlich große Kreise anstelle von 2 gleich großen Kreisen
- 3. Fehler: ein Sechseck anstelle eines Fünfecks

Also hat er 3 Regeln nicht eingehalten.

9. Auf einem Regal stehen fünf verschiedene Bücher.

- Buch A ist dicker als C.
- Buch B ist dicker als D.
- Buch E ist dünner als B, aber dicker als C.
- Buch D ist dünner als C.

Welches ist das dünnste Buch?

(A) A (B) B (C) C **(D) D** (E) E

Lösung: Antwort (D)

Wir haben folgende Informationen:

Buch A ist dicker als C. → A ist es nicht.

Buch B ist dicker als D. → B ist es nicht.

Buch E ist dünner als B, aber dicker als C. → E ist es nicht.

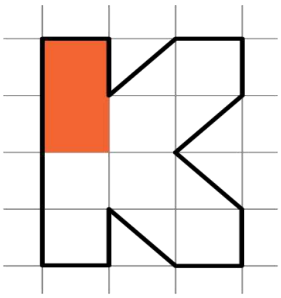
Buch D ist dünner als C. → C ist es nicht.

Somit können wir schließen: D ist das dünnste Buch.

10. Billy der Biber malt das K auf dem gezeigten Bild an.
Er hat bereits eine Tube Farbe verbraucht.

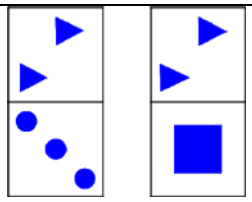
Wie viele weitere Tuben Farbe braucht er noch,
um das K fertig anzumalen?

(A) 2 (B) 3 **(C) 4** (D) 5 (E) 6

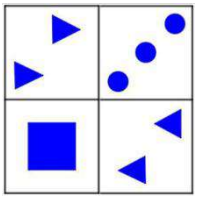
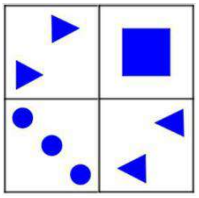
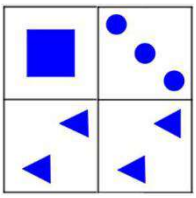
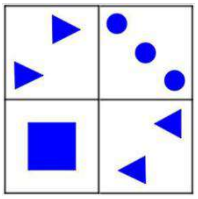
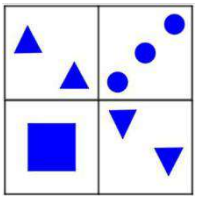


Lösung: Antwort (C)

Billy muss noch 6 volle Quadrate und 4 Dreiecke anmalen.
4 Dreiecke lassen sich zu zwei Quadraten zusammenlegen.
Also sind noch insgesamt 8 Quadrate anzumalen.
Mit einer Tube Farbe kann Billy 2 Quadrate anmalen.
Daher sind 8 : 2 = 4 weitere Tuben nötig, um fertig anzumalen.

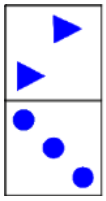
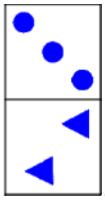
11. Sophie hat diese 2 Karten: 

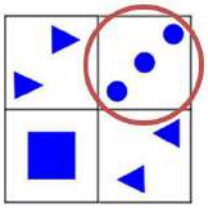
Welches Muster kann sie mit den beiden Karten **nicht** legen?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Lösung: Antwort (A)

Dies lässt sich am einfachsten überprüfen, indem du deinen Zettel drehst und schaust, wie die Figuren zu liegen kommen.

Drehst du diese Karte  um, so muss sie so aussehen  .



Bei Lösung A verlaufen die drei Punkte in die falsche Richtung!
Wenn du die anderen Lösungen kontrollierts, siehst du, dass sie alle stimmen.

12. Martina legt zehn Spielsteine in zwei Reihen auf:

1. Reihe	5	7	11	15	17
2. Reihe	1	6	8	14	16

Sie möchte beim Zusammenzählen in jeder Reihe das gleiche Ergebnis erhalten.

Welchen Spielstein aus der 1. Reihe muss sie deshalb mit einem Stein aus der 2. Reihe tauschen?

(A) 5 (B) 7 **(C) 11** (D) 15 (E) 17

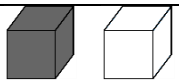
Lösung: Antwort (C)

Am besten du betrachtest die Spalten und bestimmst den Unterschied zwischen der oberen und der unteren Zahl:

5	7	11	15	17
1	6	8	14	16
4	1	3	1	1

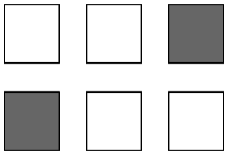
Die Summe entlang der oberen Reihe ist um 10 größer als die Summe entlang der unteren Reihe (weil 4 + 1 + 3 + 1 + 1 + 1 = 10).
Wir haben zwei Reihen, also: 10 : 2 = 5
Deshalb müssen wir die oberste Reihe um 5 verkleinern und die unterste Reihe um 5 erhöhen. Die einzige Möglichkeit ist, 11 und 6 auszutauschen. Deshalb muss sie 11 aus der ersten Reihe nehmen.

ODER:
Rechne alle Zahlen in der 1. Reihe und alle Zahlen in der 2. Reihe zusammen. Du erhältst 55 und 45. Der Unterschied ist 10.

13. Filip baut aus grauen und weißen Würfeln 6 Türme. 

Er legt immer abwechselnd graue und weiße Würfel aufeinander.

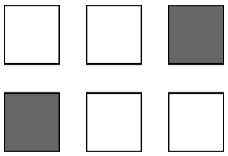
Jeder Turm besteht aus 5 Würfeln.

Von oben sehen die Türme so aus: 

Wie viele weiße Würfel hat Filip insgesamt verwendet?

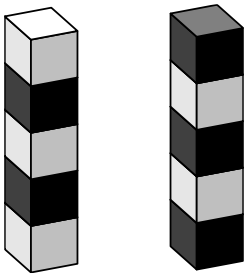
(A) 10 (B) 12 (C) 15 **(D) 16** (E) 20

Lösung: Antwort (D)

Es gibt zwei Arten von Türmen. Die Farbe des obersten Blocks zeigt uns, um welche Art Turm es sich handelt: 

Es gibt **zwei** Türme mit 2 weißen und 3 grauen Blöcken **(g – w – g – w – g)**

sowie **vier** Türme mit 2 grauen und 3 weißen Blöcken **(w – g – w – g – w)**.



Also hat Filip $2 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 16$ weiße Würfel verwendet.

14. Eine Katze hat 7 Katzenbabys.

Eines der Weibchen heißt Stella. Eines der Männchen heißt Albert.

Stella hat doppelt so viele Brüder wie Albert.

Wie viele Schwestern hat Stella?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 **(D) 4** (E) 5

Lösung: Antwort (D)

Es sind 7 Katzenbabys, also hat Stella 6 Geschwister.
Stella hat doppelt so viele Brüder wie Albert.

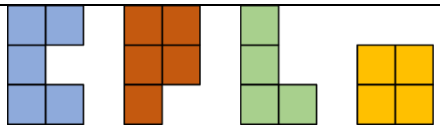
Wenn Albert **2 oder 3 oder 4 oder 5** Brüder hat,

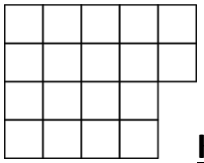
dann hat Stella **3 oder 4 oder 5 oder 6** Brüder (immer Albert + seine Brüder).

3 ist aber nicht das Doppelte von 2, 4 nicht das Doppelte von 3, 5 nicht das Doppelte von 4 und 6 nicht das Doppelte von 5.

Nur, wenn Albert **1** Bruder hat, dann hat Stella **2** Brüder (Albert und seinen Bruder) und dann stimmt die Rechnung: $2 \cdot \mathbf{1} = \mathbf{2}$.

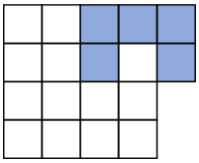
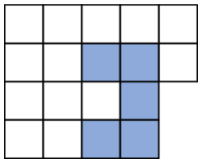
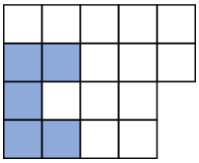
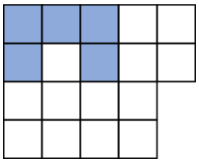
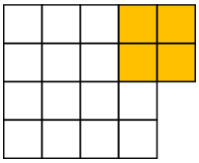
Albert hat also nur **1** Bruder und Stella somit 2 Brüder.
Das bedeutet, Stella hat $7 - 2 - 1 = 4$ Schwestern.

15. Aisha will diese vier Puzzleteile  auf dieses Raster legen.



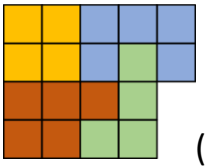
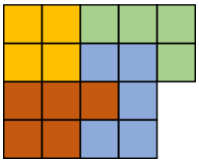
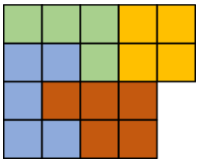
Kein Feld darf leer bleiben. Die Teile dürfen auch umgedreht werden.

Aisha hat bereits einen Teil hingelegt. Welches dieser Raster kann sie **nicht** fertig legen?

(A)  (B)  (C)  **(D)**  (E) 

Lösung: Antwort (D)

Folgende Anordnungen sind möglich:

(A)  (B)  (C) und (E) 

Aber (D) kann nicht fertiggelegt werden.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2026
23. März 2026

Kategorie: Écolier, 3. und 4. Schulstufe

Name	
Schule	
Klasse	

Arbeitszeit: 60 Minuten

Basispunkte	24 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 1 – 8	3 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 9 – 16	4 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 17 – 24	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) deiner Antwort leserlich und eindeutig in das Kästchen unter die Nummer der Aufgabe (1 – 24) schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24

pwc

ÖNB
OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

Information über den Känguruwettbewerb:

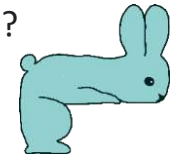
www.kaenguru.at

Känguru der Mathematik Österreich – 23. März 2026 Gruppe Ecolier (3. und 4. Schulstufe)	Name:

3 Punkte

1. Welches Tier passt ins Quadrat?

(A)

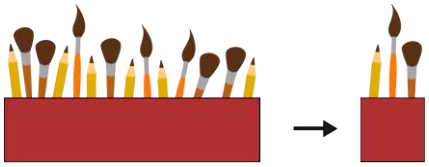
(B) 

(C)

(D)

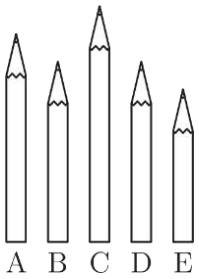
(E)

2. Anita möchte mit dem Inhalt der großen Schachtel einige kleine Schachteln füllen. Jede Schachtel soll einen Bleistift, einen breiten Pinsel und einen schmalen Pinsel enthalten. Wie viele kleine Schachteln kann sie so füllen?



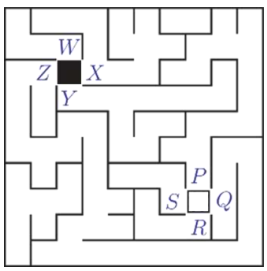
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

3. Finn hat 5 Bleistifte. Der kürzeste Bleistift ist blau.
Der grüne und der rote Bleistift haben dieselbe Länge.
Der violette Bleistift ist kürzer als der gelbe.
Welcher Bleistift ist violett?



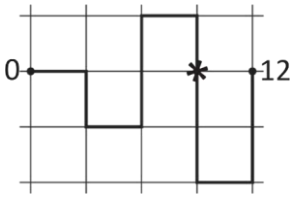
(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

4. Vicky steht auf dem schwarzen Quadrat.
Sie möchte zu Kilian gelangen, der auf dem weißen Quadrat steht.
Welchen Weg muss Vicky dafür nehmen?



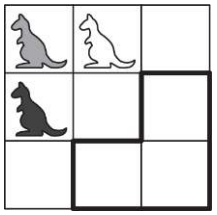
(A) X → P (B) Y → P (C) Z → P (D) X → Q (E) Z → Q

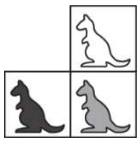
5. Alina legt einen dicken Wollfaden entlang der Linien eines Rasters.
Die Gesamtlänge des Wollfadens ist 12.
Welche Länge hat der Faden von der 0 bis ✱?

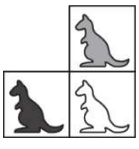


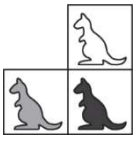
(A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

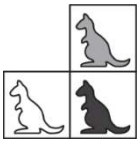
6. Daniel zeichnet in jedes der neun Kästchen ein weißes, ein graues oder ein schwarzes Känguru. In jeder Spalte und in jeder Zeile kommt immer genau ein Känguru von jeder Farbe vor.
Wie müssen die drei dick umrandeten Kästchen aussehen?

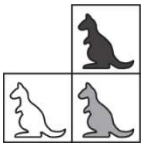


(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

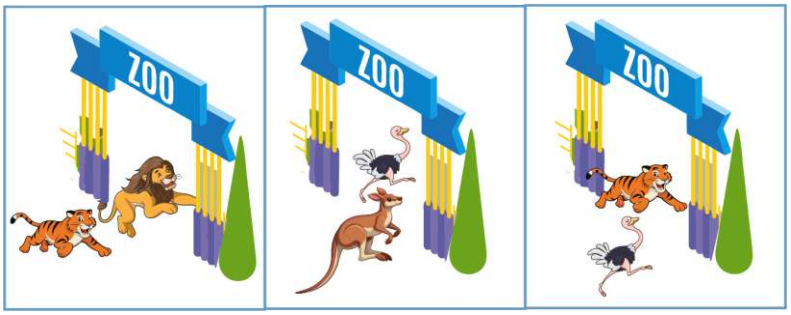
(E) 

7. Die drei Bilder zeigen ein Känguru , einen Löwen , einen Tiger

und einen Strauß , die aus dem Zoo ausbrechen.

In welcher Reihenfolge laufen sie durch das Tor?

(A) Löwe, Strauß, Tiger, Känguru
(B) Löwe, Tiger, Strauß, Känguru
(C) Tiger, Strauß, Känguru, Löwe
(D) Strauß, Känguru, Löwe, Tiger
(E) Tiger, Känguru, Löwe, Strauß



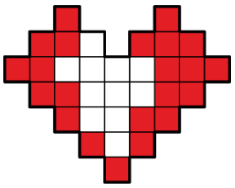
8. Anna, Babsi und Clara kaufen Eis.

Eine kauft nur Erdbeereis , eine nur Vanilleeis und eine nur Schokoladeneis .
Eine kauft eine Kugel Eis, eine kauft zwei Kugeln und eine kauft drei Kugeln.
Anna kauft kein Erdbeereis und am wenigsten Kugeln.
Babsi kauft kein Schokoladeneis.
Diejenige, die am meisten Kugeln kauft, kauft Schokoladeneis.
Welches Eis kauft Clara?

(A) (B) (C) (D) (E)

4 Punkte

9. Bella hat die fünf abgebildeten Puzzleteile A, B, C, D und E. Sie braucht vier Puzzleteile, um das Herz zu vervollständigen.
Welches Puzzleteil braucht sie **nicht**?

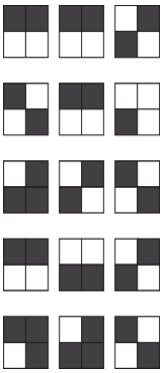


(A) (B) (C) (D) (E)

10. Ein Zug hat 18 Waggons. Die ersten 6 Waggons sind rot – rot – rot – gelb – gelb – blau. Dieses Muster wiederholt sich insgesamt dreimal. Die Dächer der Waggons sind abwechselnd gelb und rot.
Wie viele der roten Waggons haben rote Dächer?

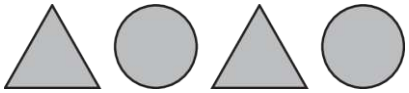
(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

11. Jede dieser Zeilen mit je drei Quadraten stellt eine der Zahlen 183, 451, 521, 872 und 882 dar. Gleiche Muster bedeuten gleiche Ziffern.
Welche der genannten Zahlen ist in der untersten Zeile dargestellt?



(A) 183 (B) 451 (C) 521 (D) 872 (E) 882

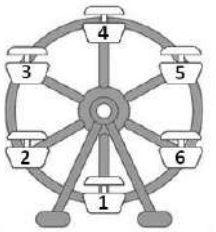
12. Auf einem Bildschirm sieht man wie im Bild Kreise und Dreiecke. Wird eine Figur berührt, so ändert sich diese, und auch jede direkt daneben. Ein Kreis wird zu einem Dreieck und ein Dreieck wird zu einem Kreis.



Mindestens wie oft muss man eine Figur berühren, damit der Bildschirm 4 Kreise anzeigt?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

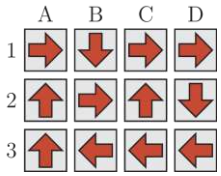
13. Im Bild siehst du ein kleines Riesenrad mit 6 der Reihe nach nummerierten Kabinen. Ein größeres Riesenrad hat mehr Kabinen, die auch der Reihe nach nummeriert sind. Wenn die Kabine mit der Nummer 3 ganz unten ist, ist die Kabine mit der Nummer 12 ganz oben.



Wie viele Kabinen hat dieses größere Riesenrad?

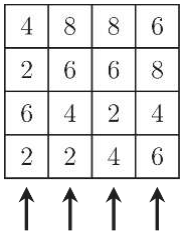
(A) 12 (B) 15 (C) 18 (D) 20 (E) 26

14. Irina springt von einem Quadrat zum nächsten und folgt dabei den Pfeilen. Wo muss sie anfangen, damit sie alle Quadrate besuchen kann?



(A) A1 (B) B1 (C) C2 (D) D2 (E) A3

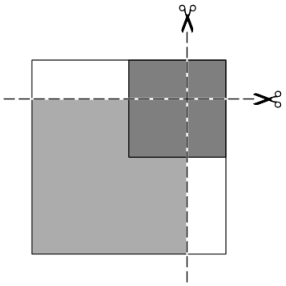
15. Selina hat aus Würfeln verschieden hohe Türme gebaut. Das Bild zeigt die Türme von oben. Die Zahl gibt an, wie viele Würfel aufeinander stehen. Zum Beispiel bedeutet 4, dass dieser Turm 4 Würfel hoch ist. Wenn Selina ihre Türme aus Richtung der Pfeile ansieht, kann sie Türme, die hinter höheren Türmen stehen, nicht sehen. Wie viele Türme sieht sie?



4	8	8	6
2	6	6	8
6	4	2	4
2	2	4	6

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

16. Anna hat drei Quadrate aus Papier. Auf das große weiße Quadrat legt sie erst das mittlere hellgraue und dann das kleine dunkelgraue. Dann schneidet sie mit der Schere entlang der beiden strichlierten Linien.

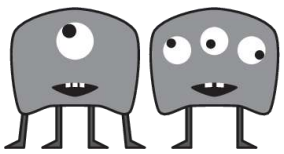


Wie viele Quadrate hat sie dann insgesamt?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 9

5 Punkte

17. In einem Haus leben zwei Arten von Monstern: Manche Monster haben 1 Auge und 4 Beine, andere haben 3 Augen und 2 Beine. Alle Monster zusammen haben 9 Augen und 16 Beine.

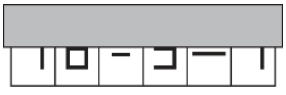


Wie viele Monster mit einem Auge leben im Haus?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

18. Alex hat diese 13 Karten:

Er legt mit einigen dieser Karten eine richtige Rechnung.

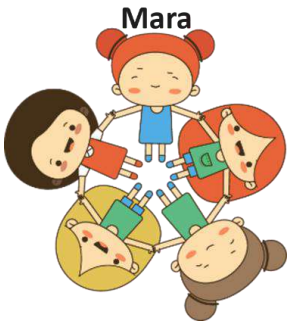


Dann deckt er die obere Hälfte der Rechnung ab, siehe Bild.

Welche Zahl erhält er, wenn er die 4 verwendeten Ziffern zusammenzählt?

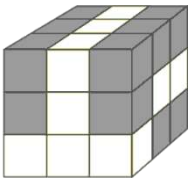
(A) 19 (B) 21 (C) 23 (D) 25 (E) 32

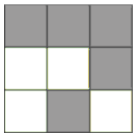
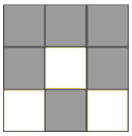
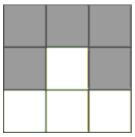
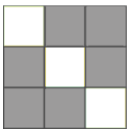
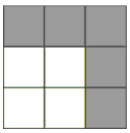
19. Hanna, Mara, Tina, Lia und Carla stehen in einem Kreis und halten einander an den Händen. Hanna hält Maras linke Hand. Lia hält nicht Tinas Hand. Tina hält Carlas rechte Hand.
Wen hält Lia an den Händen?



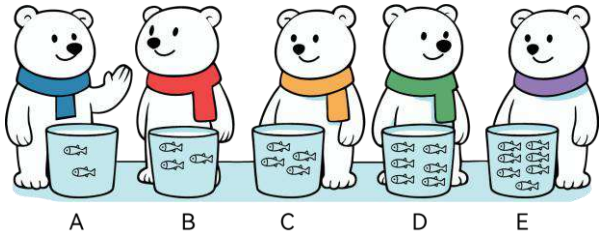
(A) Hanna und Carla (B) Hanna und Mara (C) Tina und Mara
(D) Carla und Mara (E) Tina und Carla

20. Lily hat 16 graue und 11 weiße Würfel. Aus diesen baut sie einen größeren Würfel und schaut diesen von links an.
Was könnte sie sehen?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

21. Jeder der Eisbären Karin, Lisa, Marco, Nadja und Peter hat einen Kübel mit Fischen.
Karin sagt zu Lisa: „Wenn du mir zwei Fische gibst, haben wir gleich viele."
Marco sagt zu Karin und Lisa: „Ich habe halb so viele Fische wie ihr beide zusammen."
Welcher Kübel gehört Lisa?



(A) A (B) B (C) C
(D) D (E) E

22. Ron will Hermine 16 Tulpen zum Geburtstag schenken. In seinem Garten sind leider nur 7 Tulpen. Er kennt zwei Zaubersprüche: Mit einem kann er die Anzahl der Tulpen verdoppeln, mit dem anderen kann er 3 Tulpen wegzaubern.
Wie oft muss er mindestens zaubern, um am Ende genau 16 Tulpen zu haben?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

23. In jedem der neun Kästchen eines Rasters liegt mindestens ein Zuckerl.
Die Zahl in einem Kästchen gibt an, wie viele Zuckerl insgesamt in den benachbarten Kästchen liegen. Zwei Kästchen heißen benachbart, wenn sie eine gemeinsame Seite haben. Zum Beispiel hat das Kästchen in der Mitte vier benachbarte Kästchen. Wie viele Zuckerl liegen insgesamt in den 9 Kästchen?

2	4	3
7	7	3
4	6	5

(A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 20 (E) 21

24. Lea, Ida und Mia haben mehrere Stäbchen. Eine hat nur 1 cm lange Stäbchen, eine hat nur 2 cm lange und eine hat nur 3 cm lange. Sie legen nacheinander immer in derselben Reihenfolge eines ihrer Stäbchen auf den Boden, bis sie eine 50 cm lange Linie gebildet haben. Welches dieser Bilder zeigt das erste und das letzte Stäbchen der Linie?

(A)

(B)

(C)

(D)

(E)

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2026
23rd March 2026
Level: Écolier, Grade: Schulstufe 3 and 4

Full name	
School	
Class	

Time: 60 minutes

starting points		24 points
each correct answer to questions	1 – 8	3 points
each correct answer to questions	9 – 16	4 points
each correct answer to questions	17 – 24	5 points
each question left unanswered		0 points
each incorrect answer		minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of your answer in the square under the question number (1 – 24). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24

pwc

ÖNB
OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

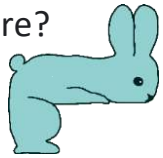
Information über den Känguruwettbewerb:

www.kaenguru.at

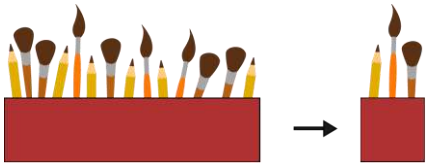
Känguru der Mathematik Austria – 23rd March 2026 Level Ecolier (Schulstufe 3 and 4)	Name:

3 Points

1. Which animal fits into the square?

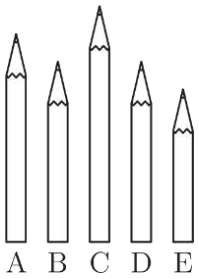
(A)
(B) 
(C)
(D)
(E)

2. Anita wants to fill several small boxes with the contents of the large box. Each box should contain a pencil, a wide brush, and a narrow brush.
How many small boxes can she fill this way?



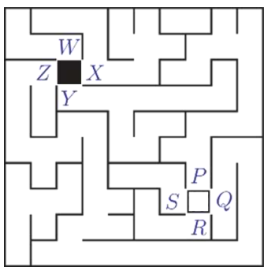
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

3. Finn has 5 pencils. The shortest pencil is blue.
The green and red pencils are the same length.
The purple pencil is shorter than the yellow one.
Which pencil is purple?



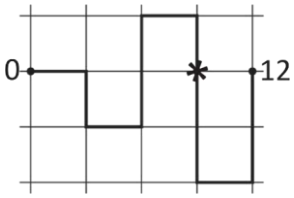
(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

4. Vicky is standing on the black square.
She wants to get to Kilian, who is standing on the white square.
Which path must Vicky take to get there?



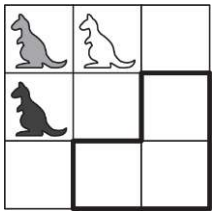
(A) X → P (B) Y → P (C) Z → P (D) X → Q (E) Z → Q

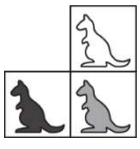
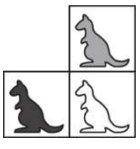
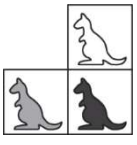
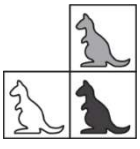
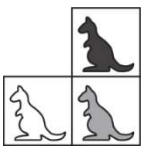
5. Alina lays a thick wool thread along the lines of a grid. The total length of the wool thread is 12.
What is the length of the thread from 0 to ✱?



(A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

6. Daniel draws a white, a grey, or a black kangaroo in each of the nine boxes. There is always exactly one kangaroo of each colour in each column and each row.
What must the three boxes with thick borders look like?

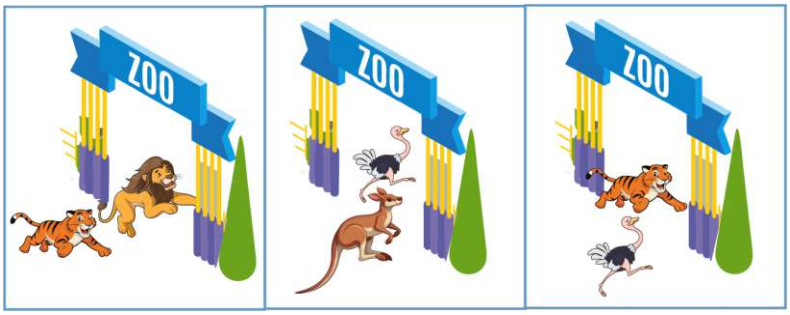


(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

7. The three pictures show a kangaroo , a lion , a tiger
and an ostrich escaping from the zoo.

In what order do they go through the gate?

(A) lion, ostrich, tiger, kangaroo
(B) lion, tiger, ostrich, kangaroo
(C) tiger, ostrich, kangaroo, lion
(D) ostrich, kangaroo, lion, tiger
(E) tiger, kangaroo, lion, ostrich

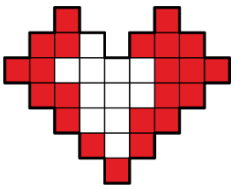


8. Anna, Babsi, and Clara are buying ice cream.
One buys only strawberry ice cream , one only vanilla ice cream and one only chocolate ice cream .
One buys one scoop of ice cream, one buys two scoops, and one buys three scoops.
Anna doesn't buy any strawberry ice cream and buys the fewest scoops.
Babsi doesn't buy any chocolate ice cream.
The one who buys the most scoops buys chocolate ice cream.
Which ice cream does Clara buy?

(A) (B) (C) (D) (E)

4 Points

9. Bella has the five puzzle pieces shown: A, B, C, D, and E. She needs four puzzle pieces to complete the heart.
Which puzzle piece does she **not** need?

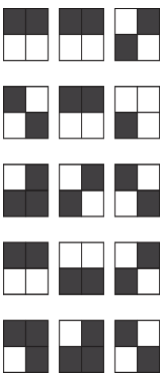


(A) (B) (C) (D) (E)

10. A train has 18 cars. The first 6 cars are red – red – red – yellow – yellow – blue. This pattern is repeated a total of three times. The roofs of the carriages alternate between yellow and red.
How many of the red cars have red roofs?

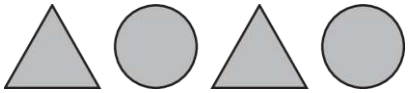
(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

11. Each of these rows, containing three squares, represents one of the numbers 183, 451, 521, 872, and 882. Matching patterns represent the same digits.
Which of the numbers listed is shown in the bottom row?



(A) 183 (B) 451 (C) 521 (D) 872 (E) 882

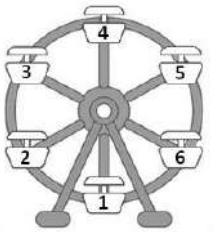
12. On a screen, you see circles and triangles, as shown in the image. When a shape is touched, it changes, and so does every shape directly next to it. A circle becomes a triangle, and a triangle becomes a circle.



At least how many times must you touch a shape for the screen to display 4 circles?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

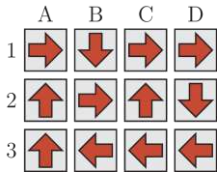
13. In the picture you see a small Ferris wheel with 6 cabins numbered in order. A larger Ferris wheel has more cabins, which are also numbered in order. When cabin number 3 is at the bottom, cabin number 12 is at the top.



How many cabins does this larger Ferris wheel have?

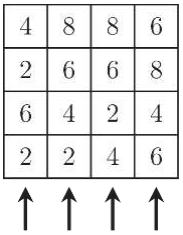
(A) 12 (B) 15 (C) 18 (D) 20 (E) 26

14. Irina jumps from one square to the next, following the arrows. Where does she have to start in order to visit all the squares?



(A) A1 (B) B1 (C) C2 (D) D2 (E) A3

15. Selina built towers of different heights out of cubes. The picture shows the towers from above. The number indicates how many cubes are stacked on top of each other.

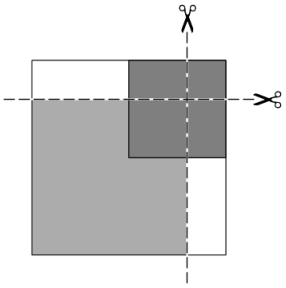


4	8	8	6
2	6	6	8
6	4	2	4
2	2	4	6

For example, 4 means that this tower is 4 cubes high. When Selina looks at her towers from the direction of the arrows, she cannot see towers that are behind taller towers. How many towers can she see?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

16. Anna has three squares of paper. On top of the large white square, she first places the medium light grey square and then the small dark grey square. Then she cuts along the two dotted lines with scissors.

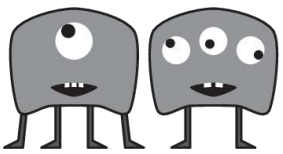


How many squares does she then have in total?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 9

5 Points

17. Two types of monsters live in a house:



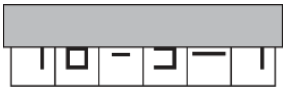
Some monsters have 1 eye and 4 legs; others have 3 eyes and 2 legs. All the monsters together have 9 eyes and 16 legs.

How many one-eyed monsters live in the house?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

18. Alex has these 13 cards:

He uses some of these cards to create a correct calculation.

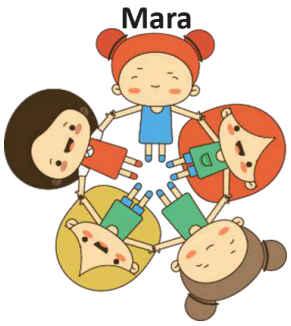


Then he covers the top half of the calculation, as shown in the diagram.

What number does he get when he adds up the 4 digits he used?

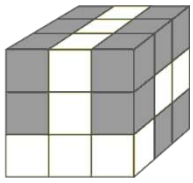
(A) 19 (B) 21 (C) 23 (D) 25 (E) 32

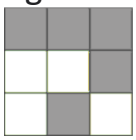
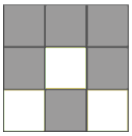
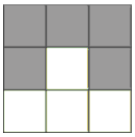
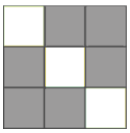
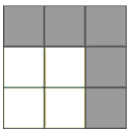
19. Hanna, Mara, Tina, Lia, and Carla are standing in a circle, holding hands. Hanna is holding Mara's left hand. Lia is not holding Tina's hand. Tina is holding Carla's right hand.
Whose hands is Lia holding?



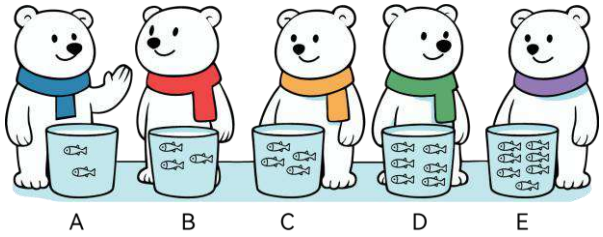
(A) Hanna and Carla (B) Hanna and Mara (C) Tina and Mara
(D) Carla and Mara (E) Tina and Carla

20. Lily has 16 grey and 11 white cubes. She builds a larger cube from these and looks at it from the left.
What might she see?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

21. Each of the polar bears Karin, Lisa, Marco, Nadja, and Peter has a bucket of fish.
Karin says to Lisa: "If you give me two fish, we'll have the same number."
Marco says to Karin and Lisa: "I have half as many fish as the two of you together."
Which bucket belongs to Lisa?



(A) A (B) B (C) C
(D) D (E) E

22. Ron wants to give Hermione 16 tulips for her birthday. Unfortunately, there are only 7 tulips in his garden. He knows two spells: one to double the number of tulips, and the other to make 3 tulips disappear.
At least how many spells does he have to cast to end up with exactly 16 tulips?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

23. In each of the nine squares of a grid, there is at least one sweet.
The number in a square indicates how many sweets there are in total in the adjacent squares. Two squares are called adjacent if they share a side.
For example, the square in the middle has four adjacent squares.
How many sweets are there in the nine squares altogether?

2	4	3
7	7	3
4	6	5

(A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 20 (E) 21

24. Lea, Ida, and Mia have several sticks. One has sticks that are only 1 cm long, one has sticks that are only 2 cm long, and one has sticks that are only 3 cm long. They take turns placing one of their sticks on the floor in the same order until they have formed a 50 cm long line. Which of these pictures shows the first and last stick of the line?

(A)

(B)

(C)

(D)

(E)

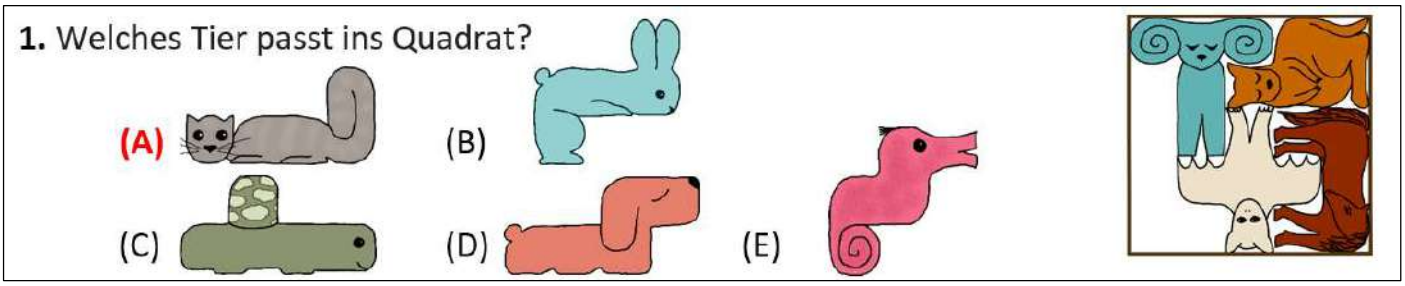
Gruppe Écolier, (3. - 4. Schulstufe)
Österreich – 23. März 2026

Lösungsvektor

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
A	B	A	E	D	A	B	E	D	B	B	B	C	D	D	C	C	C	D	B	D	B	A	E

3 Punkte

1. Welches Tier passt ins Quadrat?



Lösung: Antwort (C)

2. Anita möchte mit dem Inhalt der großen Schachtel einige kleine Schachteln füllen. Jede Schachtel soll einen Bleistift, einen breiten Pinsel und einen schmalen Pinsel enthalten. Wie viele kleine Schachteln kann sie so füllen?

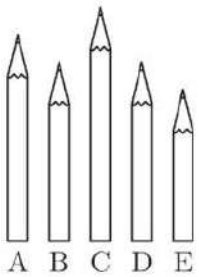
(A) 2 **(B)** 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Lösung: Antwort (B)

In der großen Schachtel sind 6 Bleistifte, 5 breite Pinsel und 3 schmale Pinsel. Daher kann Anita nur 3 kleine Schachtel wie gewünscht füllen.

3. Finn hat 5 Bleistifte. Der kürzeste Bleistift ist blau.
Der grüne und der rote Bleistift haben dieselbe Länge.
Der violette Bleistift ist kürzer als der gelbe.
Welcher Bleistift ist violett?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

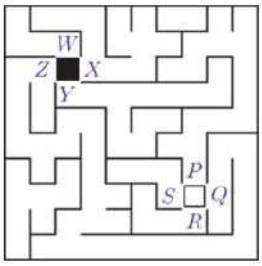


Lösung: Antwort (A)

Aussage in der Angabe:	Folgerung:
Der kürzeste ist blau.	Also ist E blau
Der grüne und der rote Bleistift haben dieselbe Länge.	Das müssen B und D sein
	Bleiben A und C für gelb und violett.
Der violette Bleistift ist kürzer als der gelbe.	Also ist A violett

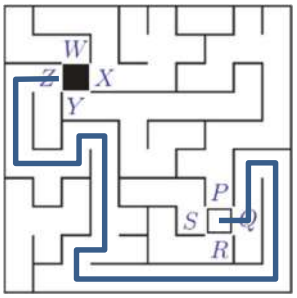
4. Vicky steht auf dem schwarzen Quadrat.
Sie möchte zu Kilian gelangen, der auf dem weißen Quadrat steht.
Welchen Weg muss Vicky dafür nehmen?

(A) X → P (B) Y → P (C) Z → P (D) X → Q **(E)** Z → Q



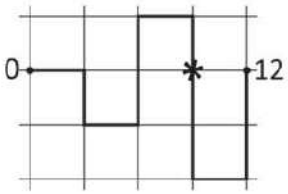
Lösung: Antwort (E)

Es gibt nur einen Weg. Alle anderen Varianten enden in einer Sackgasse.



5. Alina legt einen dicken Wollfaden entlang der Linien eines Rasters.
Die Gesamtlänge des Wollfadens ist 12.
Welche Länge hat der Faden von der 0 bis ✱?

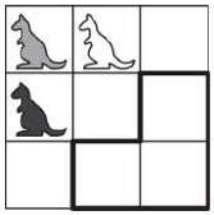
(A) 3 (B) 5 (C) 6 **(D)** 7 (E) 9

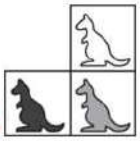
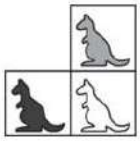
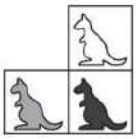
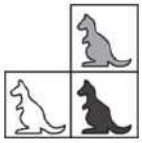
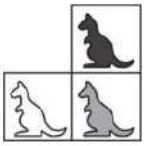


Lösung: Antwort (D)

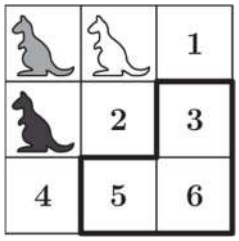
Die Länge des gesamten Wollfaden beträgt 12 Kachelkanten. Daher hat eine Kachelkante die Länge 1. Von 0 bis ✱ sind 7 Kachelkanten also ist die gesuchte Länge 7.

6. Daniel zeichnet in jedes der neun Kästchen ein weißes, ein graues oder ein schwarzes Känguru. In jeder Spalte und in jeder Zeile kommt immer genau ein Känguru von jeder Farbe vor.
Wie müssen die drei dick umrandeten Kästchen aussehen?

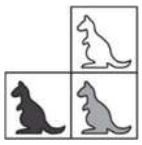


(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

Lösung: Antwort (A)

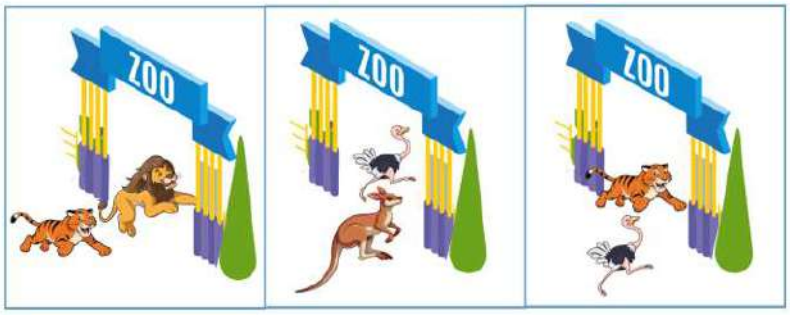


Wir nummerieren die leeren Felder mit Zahlen von 1 bis 6.
Damit in der ersten Zeile alle 3 Farben vorkommen muss die Katze im Feld 1 schwarz sein. Analog folgt in der ersten Spalte, dass die Katze in Feld 4 weiß sein muss. Dritte Zeile und dritte Spalte zusammen legen die Farbe der Katze in Feld 6 auf grau fest. Die dritte Spalte kann jetzt mit einer weißen Katze im Feld 3 vervollständigt werden und die dritte Zeile mit einer schwarzen Katze in Feld 5.

Die Felder 3, 5 und 6 müssen also so aussehen: 

7. Die drei Bilder zeigen ein Känguru , einen Löwen , einen Tiger
und einen Strauß , die aus dem Zoo ausbrechen.
In welcher Reihenfolge laufen sie durch das Tor?

(A) Löwe, Strauß, Tiger, Känguru
(B) Löwe, Tiger, Strauß, Känguru
(C) Tiger, Strauß, Känguru, Löwe
(D) Strauß, Känguru, Löwe, Tiger
(E) Tiger, Känguru, Löwe, Strauß



Lösung: Antwort (B)

Erstes Bild: Löwe ist vor Tiger. Drittes Bild: Tiger ist vor Strauß. Zweites Bild: Strauß ist vor Känguru. Die Reihenfolge ist also: Löwe – Tiger – Strauß – Känguru

8. Anna, Babsi und Clara kaufen Eis.

Eine kauft nur Erdbeereis, eine nur Vanilleeis und eine nur Schokoladeneis.
Eine kauft eine Kugel Eis, eine kauft zwei Kugeln und eine kauft drei Kugeln.
Anna kauft kein Erdbeereis und am wenigsten Kugeln.
Babsi kauft kein Schokoladeneis.
Diejenige, die am meisten Kugeln kauft, kauft Schokoladeneis.
Welches Eis kauft Clara?

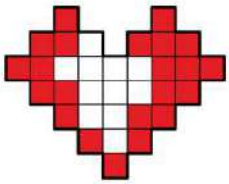
(A) (B) (C) (D) **(E)**

Lösung: Antwort (E)

Aussage:	Folgerung:
Anna kauft kein Erdbeereis und am wenigsten Kugeln.	Anna kauft 1 Kugel Vanilleeis.
Babsi kauft kein Schokoladeneis.	Babsi kauft Erdbeereis.
Eine kauft nur Erdbeereis, eine nur Vanilleeis und eine nur Schokoladeneis.	Clara kauft Schokoladeneis.

4 Punkte

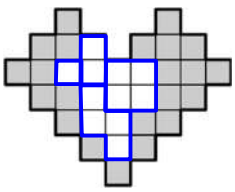
9. Bella hat die fünf abgebildeten Puzzleteile A, B, C, D und E. Sie braucht vier Puzzleteile, um das Herz zu vervollständigen.
Welches Puzzleteil braucht sie **nicht**?



(A) (B) (C) **(D)** (E)

Lösung: Antwort (D)

Schnellüberprüfung: im Puzzle sind 11 Felder weiß und die 5 Puzzleteile haben zusammen 14 Felder. Also muss der überflüssige Stein 3 Felder haben. Es kommt nur Stein D in Frage.

Kontrolle: 

10. Ein Zug hat 18 Waggons. Die ersten 6 Waggons sind rot – rot – rot – gelb – gelb – blau. Dieses Muster wiederholt sich insgesamt dreimal. Die Dächer der Waggons sind abwechselnd gelb und rot.
Wie viele der roten Waggons haben rote Dächer?

(A) 1 **(B)** 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

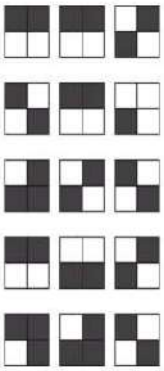
Lösung: Antwort (B)

Die ersten 6 Waggons haben die Farben:

Dach	gelb	**rot**	gelb	rot	gelb	rot
Waggon	rot	**rot**	rot	gelb	gelb	blau

Nur bei einem Waggon sind Dach und Waggon rot. Der gesamte Zug besteht aus 3 solchen Gruppen. Also haben im ganzen Zug genau 3 rote Waggons ein rotes Dach.

11. Jede dieser Zeilen mit je drei Quadraten stellt eine der Zahlen 183, 451, 521, 872 und 882 dar. Gleiche Muster bedeuten gleiche Ziffern.
Welche der genannten Zahlen ist in der untersten Zeile dargestellt?

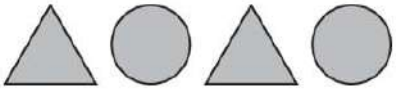


(A) 183 **(B)** 451 (C) 521 (D) 872 (E) 882

Lösung: Antwort (B)

Wir betrachten das erste Muster in der untersten Zeile. Dieses Muster kommt in allen 5 Zeilen kein zweites Mal vor. Es muss also für eine Ziffer stehen, die in allen fünf Zahlen nur einmal vorkommt (und zwar an der Hunderterstelle). Das ist die Ziffer 4 in 451.

12. Auf einem Bildschirm sieht man wie im Bild Kreise und Dreiecke. Wird eine Figur berührt, so ändert sich diese, und auch jede direkt daneben. Ein Kreis wird zu einem Dreieck und ein Dreieck wird zu einem Kreis.



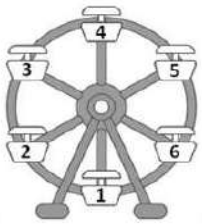
Mindestens wie oft muss man eine Figur berühren, damit der Bildschirm 4 Kreise anzeigt?

(A) 2 **(B)** 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Lösung: Antwort (B)

Man erkennt schnell, dass es keinen Unterschied macht in welcher Reihenfolge die Figuren berührt werden. Und es macht auch keinen Sinn, eine Figur zwei mal zu berühren, denn dann wäre man wieder exakt am gleichen Zustand wie davor.
Wir betrachten nun das erste und zweite Symbol. Sie sind im Anfangszustand Dreieck und Kreis also unterschiedlich. Wird nun das erste oder das zweite Symbol berührt, so ändern beide gleichzeitig ihren Zustand und sind danach noch immer unterschiedlich. Wird das vierte Symbol berührt so ändert sich an diesen beiden Symbolen gar nichts. Um diese Symbole gleich zu machen muss also zumindest ein mal das dritte Symbol berührt werden. Nach der gleichen Überlegung folgt, dass auch das zweite Symbol mindestens ein mal berührt werden muss um das dritte und vierte Symbol gleich zu machen.
Führt man diese beiden unbedingt notwendigen Umwandlungen durch, so erhält man das Muster ○○△△. Das ist zwar noch nicht das gesuchte Endmuster aber es fehlt nur noch ein einziger Schritt, nämlich das Berühren des vierten Symbols.

13. Im Bild siehst du ein kleines Riesenrad mit 6 der Reihe nach nummerierten Kabinen. Ein größeres Riesenrad hat mehr Kabinen, die auch der Reihe nach nummeriert sind. Wenn die Kabine mit der Nummer 3 ganz unten ist, ist die Kabine mit der Nummer 12 ganz oben.
Wie viele Kabinen hat dieses größere Riesenrad?



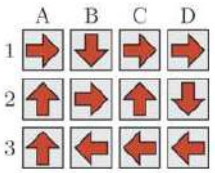
(A) 12 (B) 15 **(C)** 18 (D) 20 (E) 26

Lösung: Antwort (C)

Die Differenz gegenüberliegender Gondelnummern ist immer die halbe Anzahl der Gondeln. Im größeren Riesenrad ist diese Differenz $12 - 3 = 9$. Das Riesenrad hat also 18 Gondeln.

14. Irina springt von einem Quadrat zum nächsten und folgt dabei den Pfeilen. Wo muss sie anfangen, damit sie alle Quadrate besuchen kann?

(A) A1 (B) B1 (C) C2 **(D)** D2 (E) A3

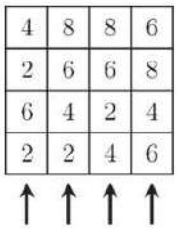


Lösung: Antwort (D)

Wir starten in einem beliebigen Quadrat und überlegen, von welchem anderen Quadrat aus Irina in dieses Quadrat springen kann. Betrachten wir z.B. das Quadrat C2, so zeigt von den Pfeilen der Nachbarn (C1, D2, C3 und B2) nur jener von B2 nach C2. Das ist also der einzige mögliche Vorgänger. Wiederholen wir diesen Vorgang nun mit B2 finden wir den nächsten Vorgänger. Schließlich landen wir beim Quadrat D2, welches keinen Vorgänger hat. Das muss der Startpunkt sein. Folgen wir von diesem Startpunkt aus immer nur den Pfeilen, so besuchen wir tatsächlich alle 12 Quadrate und verlassen das Labyrinth schließlich bei D1.

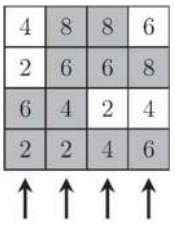
15. Selina hat aus Würfeln verschieden hohe Türme gebaut. Das Bild zeigt die Türme von oben. Die Zahl gibt an, wie viele Würfel aufeinander stehen. Zum Beispiel bedeutet 4, dass dieser Turm 4 Würfel hoch ist. Wenn Selina ihre Türme aus Richtung der Pfeile ansieht, kann sie Türme, die hinter höheren Türmen stehen, nicht sehen. Wie viele Türme sieht sie?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 **(D)** 11 (E) 12



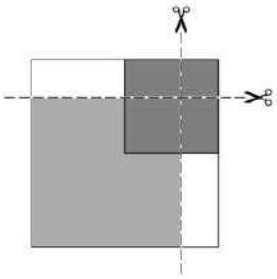
Lösung: Antwort (D)

Wir färben jene Türme, die wir sehen können, grau. Es sind genau 11.



16. Anna hat drei Quadrate aus Papier. Auf das große weiße Quadrat legt sie erst das mittlere hellgraue und dann das kleine dunkelgraue. Dann schneidet sie mit der Schere entlang der beiden strichlierten Linien.
Wie viele Quadrate hat sie dann insgesamt?

(A) 3 (B) 4 **(C)** 5 (D) 7 (E) 9

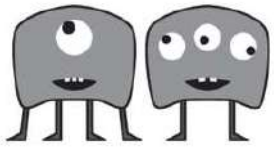


Lösung: Antwort (C)

Das hellgraue Quadrat bleibt, wie es ist. Das dunkelgraue wird in 4 Teile zerschnitten von denen 2 rechteckig und 2 quadratisch sind. Dasselbe gilt für das weiße Quadrat. Anna hat danach also 5 Quadrate.

5 Punkte

17. In einem Haus leben zwei Arten von Monstern:
Manche Monster haben 1 Auge und 4 Beine, andere haben 3 Augen und 2 Beine. Alle Monster zusammen haben 9 Augen und 16 Beine.
Wie viele Monster mit einem Auge leben im Haus?



(A) 1 (B) 2 **(C)** 3 (D) 4 (E) 5

Lösung: Antwort (C)

Wäre nur 1 Monster mit 3 Augen im Haus, so müssten noch 6 einäugige Monster dazukommen damit alle zusammen 9 Augen haben. Alle Monster zusammen hätten $1 \cdot 2 + 6 \cdot 4 = 26$ Beine, was zu viel ist.
Wir versuchen es mit 2 Monstern mit 3 Augen. Dann müssten noch 3 einäugige Monster dazukommen und alle zusammen hätten $2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 16$ Beine.
Das passt genau zur Angabe. Es leben also 3 Monster mit einem Auge im Haus.

18. Alex hat diese 13 Karten: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 + - =
Er legt mit einigen dieser Karten eine richtige Rechnung.
Dann deckt er die obere Hälfte der Rechnung ab, siehe Bild.

Welche Zahl erhält er, wenn er die 4 verwendeten Ziffern zusammenzählt?

(A) 19 (B) 21 **(C)** 23 (D) 25 (E) 32

Lösung: Antwort (C)

Vergleicht man die sichtbaren Hälfen mit den ganzen Karten so sieht man:

- Karte 1 kann nur 1 oder 7 sein.
- Karte 2 kann nur 6 oder 8 sein.
- Karte 3 ist das - Zeichen.
- Karte 4 kann nur 3, 5 oder 9 sein.
- Karte 5 ist das = Zeichen.
- Karte 6 kann nur 1 oder 7 sein.

Die erste Zahl ist zweistellig und nach Abzug einer einstelligen Zahl ist das Ergebnis einstellig. Das geht nur, wenn die erste Karte 1 ist und Karte 4 größer als Karte 2 ist.
Da Karte 1 nur 1 sein kann, bleibt für Karte 6 nur noch 7 übrig. Die Rechnung kann also nur lauten:

$16 - 9 = 7$ (richtig) oder ~~$18 - 9 = 7$~~ (falsch)

Die Summe der Ziffern ist 23.

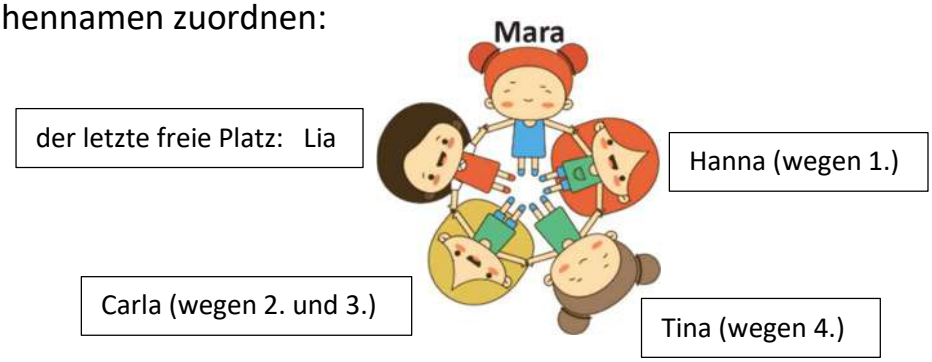
19. Hanna, Mara, Tina, Lia und Carla stehen in einem Kreis und halten einander an den Händen. Hanna hält Maras linke Hand. Lia hält nicht Tinas Hand. Tina hält Carlas rechte Hand.
Wen hält Lia an den Händen?

(A) Hanna und Carla (B) Hanna und Mara (C) Tina und Mara
(D) Carla und Mara (E) Tina und Carla

Lösung: Antwort (D)

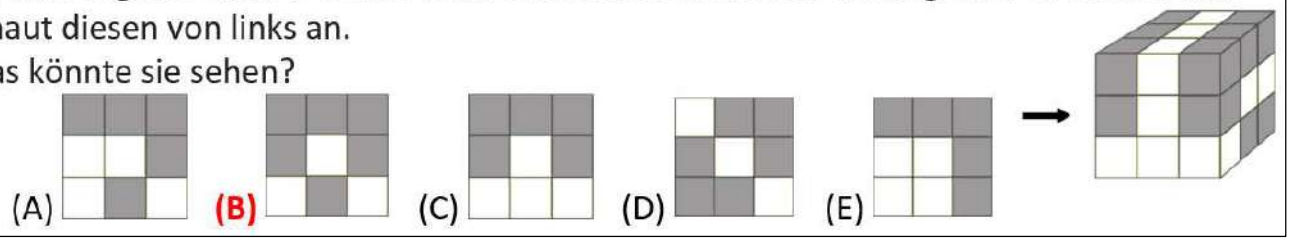
1. Hanna hält Maras linke Hand ==> Hanna ist im Bild rechts neben Mara
2. Lia hält nicht Tinas Hand ==> Zwischen Lia und Tina Mädchen muss ein weiteres Mädchen stehen
3. Tina hält Carlas rechte Hand ==> das „weitere Mädchen“ ist Carla
4. und Tina steht rechts neben Carla

Damit können wir die Mädchennamen zuordnen:



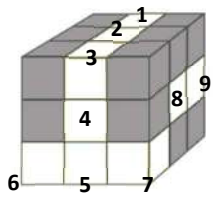
Lia hält also Carla und Mara an den Händen.

20. Lily hat 16 graue und 11 weiße Würfel. Aus diesen baut sie einen größeren Würfel und schaut diesen von links an.
Was könnte sie sehen?



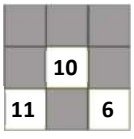
Lösung: Antwort (B)

Wir zählen die sichtbaren, weißen Würfel. Es sind 9.
Von der linken Seite ist nur einer davon (6) sichtbar. Die linke Seite muss also wie folgt aussehen:



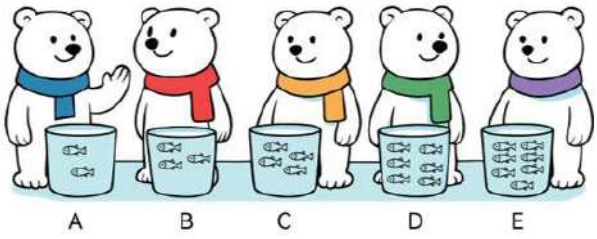
oberste Reihe von hinten nach vorne: grau – grau – grau
vorderste Säule von oben nach unten: grau – grau – weiß (= 6 !!!)
Es dürfen höchstens noch 2 weitere weiße Würfel enthalten sein (es gibt ja nur 11 davon).

Nur Bild B erfüllt diese Bedingungen. (B)



21. Jeder der Eisbären Karin, Lisa, Marco, Nadja und Peter hat einen Kübel mit Fischen.

Karin sagt zu Lisa: „Wenn du mir zwei Fische gibst, haben wir gleich viele."
Marco sagt zu Karin und Lisa: „Ich habe halb so viele Fische wie ihr beide zusammen."
Welcher Kübel gehört Lisa?



(A) A (B) B (C) C
(D) D (E) E

Lösung: Antwort (D)

Karin sagt zu Lisa: „Wenn du mir zwei Fische gibst, haben wir gleich viele." Das bedeutet, dass Lisa um 4 Fische mehr hat als Karin. Es gibt zwei Möglichkeiten:

Fall 1:
Karin hat Kübel A und Lisa Kübel D

Fall 2:
Karin hat Kübel B und Lisa Kübel E

Marco sagt zu Karin und Lisa: „Ich habe halb so viele Fische wie ihr beide zusammen."
Fall 1: Marco hat $(2 + 6)/2 = 4$ Fische

Fall 2: Marco hat $(3 + 7)/2 = 5$ Fische

Es gibt aber keinen Kübel mit 5 Fischen also ist Fall 2 nicht möglich.
Die einzige Lösung ist Fall 1 und Lisa hat Kübel D.

22. Ron will Hermine 16 Tulpen zum Geburtstag schenken. In seinem Garten sind leider nur 7 Tulpen. Er kennt zwei Zaubersprüche: Mit einem kann er die Anzahl der Tulpen verdoppeln, mit dem anderen kann er 3 Tulpen wegzaubern.
Wie oft muss er mindestens zaubern, um am Ende genau 16 Tulpen zu haben?

(A) 2 **(B)** 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Lösung: Antwort (B)

Zauberspruch 1 erhöht die Anzahl der Tulpen, Zauberspruch 2 verringert sie. Ron hat zu wenig Tulpen, muss also sicher Zauberspruch 1 anwenden und zwar mindestens zwei mal. Denn nach einer Anwendung hat er 14 Tulpen, was immer noch zu wenig ist.
Also verwendet er Zauberspruch 1 zwei mal und erhält 28 Tulpen. Nun kann er Zauberspruch 2 zu Hilfe nehmen um die Anzahl der Tulpen auf 16 zu reduzieren. Dafür braucht er diesen Zauberspruch 4 mal. Aber er ahnt, dass es besser wäre, gar nicht so viele Tulpen zu produzieren, dann muss man nachher nicht so viel wegzaubern.
Also versucht er Zauberspruch 2 früher anzuwenden, zum Beispiel bevor er Zauberspruch 1 zum zweiten Mal anwendet. Und tatsächlich braucht nun Zauberspruch 2 nur noch zwei mal was schon viel besser ist. Vielleicht kann er die Anzahl noch einmal halbieren, wenn er den Zauberspruch 2 noch früher anwendet.
Er versucht es und kommt zur Reihenfolge 1x Zauberspruch 2 + 2x Zauberspruch 1 und der liefert genau die gewünschte Anzahl 16. Und aufgrund der angestellten Überlegungen sind wir sicher, dass es mit keiner kleineren Anzahl von Zaubersprüchen gehen kann.

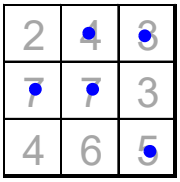
23. In jedem der neun Kästchen eines Rasters liegt mindestens ein Zuckerl. Die Zahl in einem Kästchen gibt an, wie viele Zuckerl insgesamt in den benachbarten Kästchen liegen. Zwei Kästchen heißen benachbart, wenn sie eine gemeinsame Seite haben. Zum Beispiel hat das Kästchen in der Mitte vier benachbarte Kästchen. Wie viele Zuckerl liegen insgesamt in den 9 Kästchen?

2	4	3
7	7	3
4	6	5

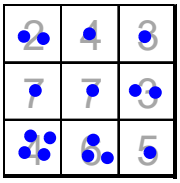
(A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 20 (E) 21

Lösung: Antwort (A)

Das Kästchen links oben hat zwei Nachbarn und ist mit „2“ beschriftet. Da in jedem Kästchen mindestens ein Zuckerl liegt, muss in jedem der beiden Nachbarkästchen genau ein Zuckerl liegen. Ähnliches gilt für das Kästchen rechts in der zweiten Zeile: es hat genau drei Nachbarn und ist mit „3“ beschriftet. Also müssen auch diese drei Nachbarn genau ein Zuckerl enthalten. Wir haben also folgende Situation:



Nun haben wir genügend Information um alle restlichen Kästchen zu berechnen. Zum Beispiel folgt aus dem Kästchen in der Mitte der obersten Zeile, dass in seinen Nachbarkästen in Summe 4 Zuckerl liegen müssen. Zwei davon sehen wir schon, also müssen die restlichen zwei im Kästchen links oben liegen. Setzen wir diese Überlegung für alle noch ungelösten Kästchen durch, so erhalten wir folgende Verteilung:



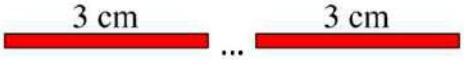
Es sind insgesamt 16 Zuckerln in den Kästchen.

24. Lea, Ida und Mia haben mehrere Stäbchen. Eine hat nur 1 cm lange Stäbchen, eine hat nur 2 cm lange und eine hat nur 3 cm lange. Sie legen nacheinander immer in derselben Reihenfolge eines ihrer Stäbchen auf den Boden, bis sie eine 50 cm lange Linie gebildet haben. Welches dieser Bilder zeigt das erste und das letzte Stäbchen der Linie?

(A)

(B)

(C)

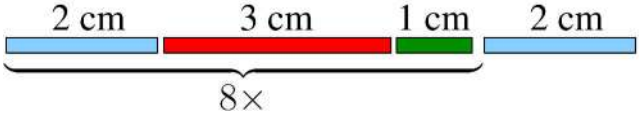
(D) 

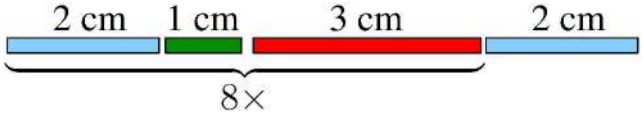
(E)

Lösung: Antwort (E)

Nachdem alle drei Mädchen ihr erstes Stäbchen gelegt haben ist die Linie exakt 6 cm lang. Da sie immer in der selben Reihenfolge weitermachen wächst die Linie mit jeder Runde um 6 cm. Nach 8 Runden ist die Linie 48 cm lang. Um genau auf 50 cm zu kommen gibt es nur eine Möglichkeit: ein Stäbchen mit 2 cm. Dieses wäre eigentlich das erste Stäbchen der neunten Runde – die ja nicht mehr fertig aufgelegt wird. Es ist wegen der gleichbleibenden Reihfolge aber auch das erste Stäbchen aller vorherigen Runden und damit auch das erste Stäbchen der ersten Runde – also das erste Stäbchen der gesamten Linie.

Hinweis: es ist nur das erste Stäbchen festgelegt, für die Stäbchen zwei und drei gibt es sehr wohl zwei Möglichkeiten.

Die Linie könnte so aussehen … 

oder so aussehen: 

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2026
23. März 2026

Kategorie: Benjamin, 5. und 6. Schulstufe

Name	
Schule	
Klasse	

Arbeitszeit: 60 Minuten

Basispunkte	24 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 1 – 8	3 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 9 – 16	4 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 17 – 24	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) deiner Antwort leserlich und eindeutig in das Kästchen unter die Nummer der Aufgabe (1 – 24) schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24

pwc

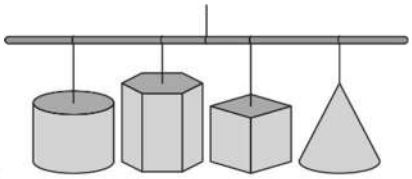
Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade. Infos: www.oemo.at

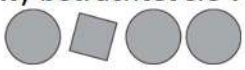
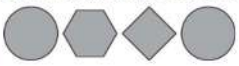
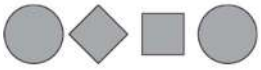
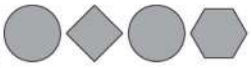
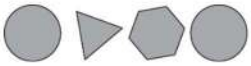
OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

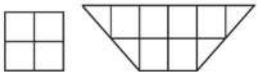
Känguru der Mathematik Österreich – 23. März 2026 **Gruppe Benjamin (5. und 6. Schulstufe)**	**Name:**

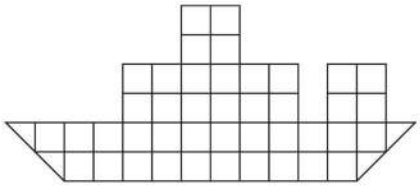
3 Punkte

1. Im Klassenzimmer hängen vier geometrische Körper, siehe Bild.
Betty betrachtet sie von unten. Was kann sie sehen?



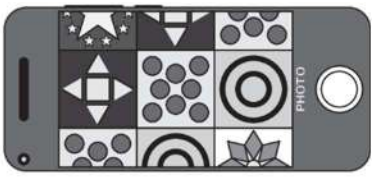
(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

2. Silvia besitzt zwei Arten von Spielsteinen: 
Wie viele dieser Spielsteine benötigt sie insgesamt, um das abgebildete Schiff zu bauen?



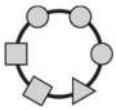
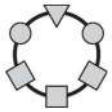
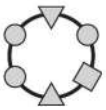
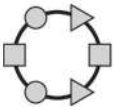
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

3. Auf einem Boden wurden Fliesen verlegt, wobei sich 5 Arten von Fliesen immer in derselben Reihenfolge wiederholen.
Eva fotografiert mit ihrem Handy ein Stück des Bodens.
Welches wiederholende Fliesenmuster wurde verwendet?

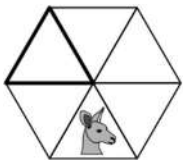


(A)
(B)
(C)
(D)
(E)

4. Lunas Armband besteht aus drei Arten von Perlen. Es enthält zwei benachbarte Kugeln, aber nicht zwei benachbarte Würfel. Welches der folgenden Bilder könnte Lunas Armband zeigen?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E)

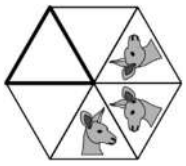
5. Anna möchte mehrere Papierstücke der Form übereinanderlegen, um eine Blume zu gestalten, die dann so aussehen soll. Die Papierstücke dürfen sich überlappen.



Wie viele Papierstücke benötigt sie mindestens?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

6. Das erste Bild zeigt ein Sechseck, das aus 6 Dreiecken besteht. Das Känguru im untersten Dreieck wird immer wieder an den Dreieckseiten gespiegelt, bis die gesamte Figur gefüllt ist. Das zweite Bild zeigt das Ergebnis nach 2 Spiegelungen.
Wie sieht nach allen Spiegelungen das Bild des Kängurus im dick umrandeten Dreieck aus?

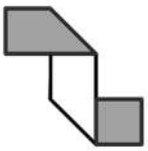


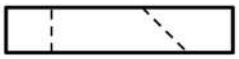
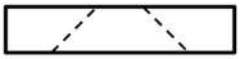
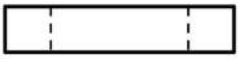
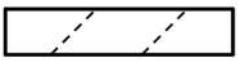
(A)
(B)
(C)
(D)
(E)

7. In einer Höhle werden Touren in Fahrzeugen mit drei Sitzen durchgeführt. Die Fahrzeuge fahren im Zwei-Minuten-Takt ab und die Fahrt dauert 10 Minuten. Die erste Dreiergruppe einer 30-köpfigen Schulklasse startet ihre Tour um 13:00 Uhr. Wann beendet die letzte Dreiergruppe ihre Tour?

(A) 13:18 (B) 13:20 (C) 13:28 (D) 13:30 (E) 14:40

8. Lukas hat einen rechteckigen Papierstreifen. Eine Seite ist weiß, die andere gefärbt. Auf die weiße Seite zeichnet er zwei Linien und faltet den Streifen entlang dieser Linien, siehe Bild.
Wie sah der Streifen vor dem Falten aus?



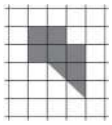
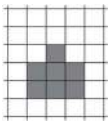
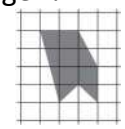
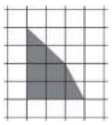
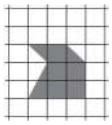
(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E)

4 Punkte

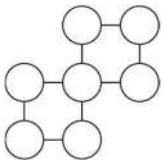
9. Die Summe der Zahlen auf gegenüberliegenden Flächen eines Standardwürfels beträgt immer 7. Rosa addiert die Zahlen von drei Flächen, die einen gemeinsamen Eckpunkt haben und erhält 14. Wie lauten die Zahlen auf den anderen drei Flächen?

(A) 1, 2 und 4 (B) 3, 5 und 6 (C) 2, 5 und 6 (D) 1, 2 und 6 (E) 2, 3 und 4

10. Vier der grau gefärbten Figuren haben denselben Flächeninhalt. Welche der dargestellten Figuren hat einen anderen Flächeninhalt als die übrigen?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

11. Gerhard schreibt die Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5 und 6 in die rechts abgebildeten Kreise. Jede Zahl steht in einem anderen Kreis, sodass die Summe der Zahlen in jeder Zeile gleich groß ist. Wie lautet das Produkt der Zahlen in der mittleren Zeile?



(A) 0 (B) 15 (C) 18 (D) 24 (E) 30

12. Ira schreibt 1 bis 16 in die Felder eines Papierstreifens:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Dann faltet sie den Streifen in der Mitte, wie abgebildet

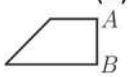
1	2	3	4	5	6	7	8

.
Sie faltet ihn immer wieder in der Mitte, bis nur noch die Felder

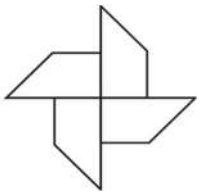
1	2

zu sehen sind.
Anschließend sticht Ira mit einer Nadel durch die Stelle, an der die Zahl 1 steht. Sie faltet den Streifen wieder auf und addiert alle Zahlen in den durchstochenen Feldern. Welches Ergebnis erhält sie?

(A) 64 (B) 68 (C) 99 (D) 128 (E) 136

13. Das Trapez 

hat einen Umfang von 22 cm. Vier dieser Trapeze werden ohne Überlappung zu dem rechts abgebildeten Windrad zusammengefügt. Der Umfang des Windrads beträgt 56 cm. Wie lang ist die Seite AB des Trapezes?

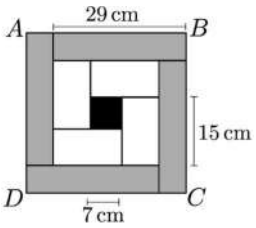


(A) 8 cm (B) 6 cm (C) 5 cm (D) 4 cm (E) 3 cm

14. Flo hat ein Zahlenschloss mit vier Ziffern von 0 bis 9. Er hat die Kombination vergessen, weiß aber noch, dass die Ziffern ungerade sind und von links nach rechts immer größer oder immer kleiner werden. Wie viele Kombinationen muss er mindestens ausprobieren, um sein Schloss sicher öffnen zu können?

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 14

15. Das Quadrat ABCD ist in vier identische graue Rechtecke, vier identische weiße Rechtecke und ein schwarzes Quadrat unterteilt (siehe Abbildung). Die Seitenlänge des schwarzen Quadrats beträgt 7 cm. Die langen Seiten der weißen Rechtecke sind 15 cm lang, und die langen Seiten der grauen Rechtecke sind 29 cm lang.
Wie lang ist die Seitenlänge des Quadrats ABCD?



(A) 33 cm (B) 34 cm (C) 35 cm (D) 36 cm (E) 37 cm

16. Ein Detektiv will die Route eines Verdächtigen herausfinden. Der Verdächtige gibt drei unterschiedliche Aussagen über seine Route an: „New York → Chicago → Seattle“, „New York → Miami → Boston“ und „San Francisco → Miami → Seattle“. In jeder Aussage ist genau einer der Orte und dessen Position in der Reihenfolge korrekt. Welche Route hat der Verdächtige tatsächlich genommen?

(A) New York → Chicago → Seattle (B) San Francisco → Chicago → Boston (C) New York → Miami → Boston
(D) San Francisco → Miami → Seattle (E) Chicago → San Francisco → Boston

5 Punkte

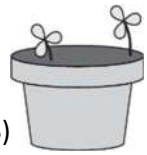
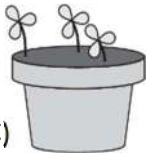
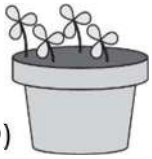
17. Eine Gruppe von Kindern hat eine Kiste Äpfel. Die Kinder möchten die Äpfel gerecht unter sich aufteilen. Dabei stellen sie fest: Wenn es um 80 Äpfel mehr gäbe, bekäme jedes Kind 4 Äpfel mehr. Wenn es 8 Kinder weniger gäbe, bekäme jedes Kind 6 Äpfel mehr. Wie viele Äpfel sind in der Kiste?

(A) 240 (B) 180 (C) 160 (D) 120 (E) Das kann nicht bestimmt werden.

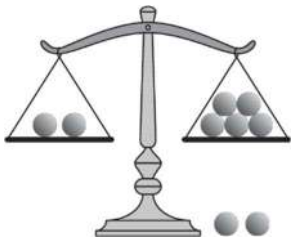
18. Charles, Paul und Simon stehen im Kreis. Eine Schachtel mit Bonbons wird im Kreis herumgegeben. Charles nimmt 1 Bonbon, Paul 2, Simon 3, dann Charles 4, Paul 5, Simon 6 und so weiter. Wenn nicht mehr genügend Bonbons in der Schachtel sind, nimmt jene Person, die an der Reihe ist, alle verbleibenden Bonbons. Paul hat insgesamt 25 Bonbons genommen.
Wie viele Bonbons waren ursprünglich in der Schachtel?

(A) 48 (B) 50 (C) 55 (D) 56 (E) 65

19. Jeder von fünf Brüdern hat einen der Blumentöpfe unten bepflanzt. Die ersten Blüten sprießen nun. In Jims und Frederics Töpfen befinden sich insgesamt dreimal so viele Blüten wie in Toms Topf. In Frederics und Carls Töpfen befinden sich insgesamt doppelt so viele Blüten wie in Renés Topf.
Welchen Topf hat Frederic bepflanzt?

(A) (B)  (C)  (D)  (E)

20. Julia hat neun Kugeln mit den Massen 1 kg, 2 kg, 3 kg, … , 9 kg. Sie legt zwei Kugeln auf die linke und fünf Kugeln auf die rechte Waagschale, sodass die Waage im Gleichgewicht ist (siehe Abbildung).
Wie schwer sind die zwei übrigen Kugeln mindestens zusammen?



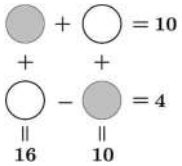
(A) 5 kg (B) 7 kg (C) 9 kg (D) 11 kg (E) 17 kg

21. Renate hat mehrere Zahlen aus der gegebenen Tabelle entfernt, sodass die Summe der verbleibenden Zahlen in jeder Zeile und jeder Spalte 15 beträgt.
Wie lautet die Summe der entfernten Zahlen?

4	7	7	4
6	4	4	5
5	5	4	6
5	8	7	4

(A) 31 (B) 29 (C) 27 (D) 25 (E) 24

22. Martin schreibt in jeden Kreis eine Zahl, sodass die vorgegebenen Rechnungen richtig sind. Wie lautet die Summe der Zahlen in den grauen Kreisen?

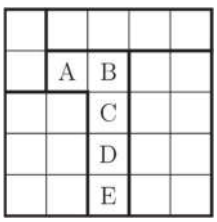


(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 23

23. Die fünf abgebildeten Tassen gehören Leonard, Rajesh, Amy, Penny und Sheldon (in beliebiger Reihenfolge). Alle Tassen haben entweder schwarze oder weiße Henkel. Leonards und Rajeshs Tassen sind gleich groß, aber ihre Henkel haben unterschiedliche Farben. Amys und Pennys Tassen sind unterschiedlich groß, aber ihre Henkel haben die gleiche Farbe.
Welche Tasse gehört Sheldon?

(A) (B) (C) (D) (E)

24. Ein großer quadratischer Spielplatz besteht aus 25 kleinen Quadraten. Der Spielplatz wird in fünf Bereiche unterteilt. Die Bereiche sind im Bild mit einer dicken Linie markiert. Känguru Karla stellt fünf Schaukeln auf dem Spielplatz auf. Jede Reihe, jede Spalte und jeder Bereich enthält genau eine Schaukel. Zwei Schaukeln dürfen nicht auf benachbarten Quadraten stehen. Benachbart bedeutet, dass sie eine Seite oder Ecke gemeinsam haben.



In welchem der mit einem Buchstaben markierten Quadrate kann Karla eine der Schaukeln aufstellen?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2026
23rd March 2026

Level: Benjamin, Grade: Schulstufe 5 and 6

Full name	
School	
Class	

Time: 60 minutes

starting points	24 points
each correct answer to questions 1 – 8	3 points
each correct answer to questions 9 – 16	4 points
each correct answer to questions 17 – 24	5 points
each question left unanswered	0 points
each incorrect answer	minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of your answer in the square under the question number (1 – 24). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24

pwc

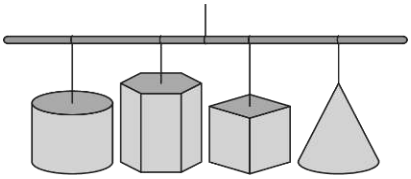
Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade. Infos: www.oemo.at

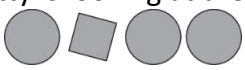
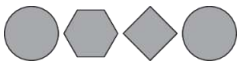
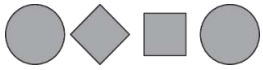
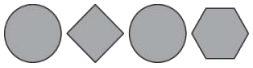
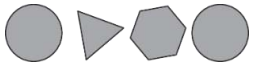
OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

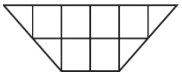
Känguru der Mathematik Austria – 23rd March 2026 Level Benjamin (Schulstufe 5 and 6)	Name:

3 Points

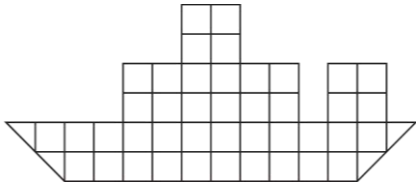
1. Four geometric shapes are hanging in the classroom, see diagram. Betty is looking at them from below. What does she see?



(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

2. Silvia has two types of tiles: 

How many of these tiles does she need in total to build the ship shown?

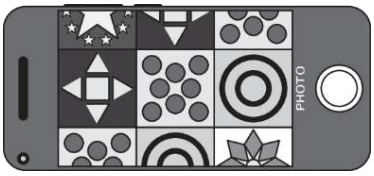


(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

3. Tiles were laid on a floor, with 5 different types of tiles repeating in the same order.

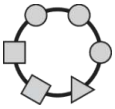
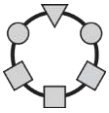
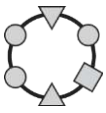
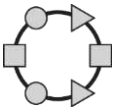
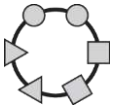
Eva took a picture of a section of the floor with her mobile phone.

Which repeating tile pattern was used?



(A)
(B)
(C)
(D)
(E)

4. Luna's bracelet is made up of three types of beads. It has two spheres next to each other, but not two cubes next to each other. Which of the following images could show Luna's bracelet?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

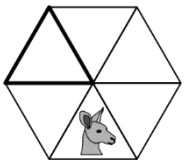
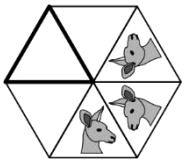
5. Anna wants to layer several pieces of paper of this shape to create a flower that will look like this. The pieces of paper may overlap.

How many pieces of paper does she need at a minimum?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

6. The first image shows a hexagon made up of 6 triangles. The kangaroo in the bottom triangle is repeatedly reflected across the sides of the triangles until the entire figure is filled. The second image shows the result after 2 reflections.

What does the image of the kangaroo in the thickly outlined triangle look like after all the reflections?

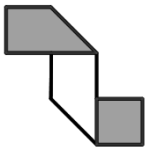



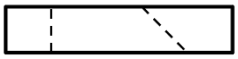
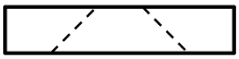
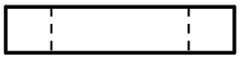
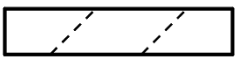
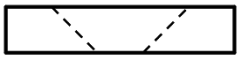
(A)
(B)
(C)
(D)
(E)

7. Tours are conducted in a cave using three-seater vehicles. The vehicles depart every two minutes, and the ride lasts 10 minutes. The first group of three from a 30-member school class starts their tour at 1:00 PM. When does the last group of three finish their tour?

(A) 1:18 PM (B) 1:20 PM (C) 1:28 PM (D) 1:30 PM (E) 2:40 PM

8. Lukas has a rectangular strip of paper. One side is white, the other coloured. He draws two lines on the white side and folds the strip along these lines, as shown in the diagram.
What did the strip look like before it was folded?



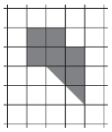
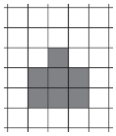
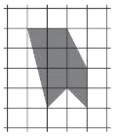
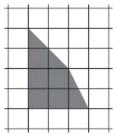
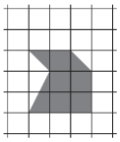
(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

4 Points

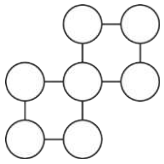
9. The sum of the numbers on opposite faces of a standard die is always 7.
Rosa adds the numbers from three faces that share a vertex and gets 14. What are the numbers on the other three faces?

(A) 1, 2 and 4 (B) 3, 5 and 6 (C) 2, 5 and 6 (D) 1, 2 and 6 (E) 2, 3 and 4

10. Four of the grey figures have the same area. Which of the figures shown has a different area than the others?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

11. Gerhard writes the numbers 0, 1, 2, 3, 4, 5, and 6 in the circles shown on the right. Each number is in a different circle, in such a way that the sum of the numbers in each row is the same. What is the product of the numbers in the middle row?



(A) 0 (B) 15 (C) 18 (D) 24 (E) 30

12. Ira writes 1 to 16 in the squares of a strip of paper:

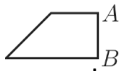
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Then she folds the strip in half, as shown.

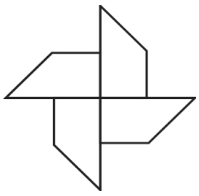
1	2	3	4	5	6	7	8

She folds it in half again and again until only the squares | 1 | 2 | are visible.
Next, Ira pierces the square where the number 1 is written with a needle. She unfolds the strip and adds up all the numbers in the pierced squares. What result does she get?

(A) 64 (B) 68 (C) 99 (D) 128 (E) 136

13. The trapezium 

has a perimeter of 22 cm. Four of these trapeziums are joined together without overlap to form the windmill shown on the right. The perimeter of the windmill is 56 cm. What is the length of side AB of the trapezium?

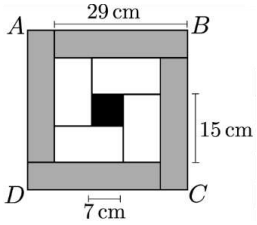


(A) 8 cm (B) 6 cm (C) 5 cm (D) 4 cm (E) 3 cm

14. Flo has a combination lock with four digits from 0 to 9. He has forgotten the combination but remembers that the digits are odd and either increase or decrease from left to right.
How many combinations must he try at a minimum to be definitely able to open his lock?

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 14

15. Square ABCD is divided into four identical grey rectangles, four identical white rectangles, and one black square (see diagram). The side length of the black square is 7 cm. The long sides of the white rectangles are 15 cm long, and the long sides of the grey rectangles are 29 cm long. What is the side length of square ABCD?



(A) 33 cm (B) 34 cm (C) 35 cm (D) 36 cm (E) 37 cm

16. A detective wants to find out a suspect's route. The suspect gives three different accounts of his route: "New York → Chicago → Seattle," "New York → Miami → Boston," and "San Francisco → Miami → Seattle." In each account, exactly one of the locations and its position in the order is correct. Which route did the suspect actually take?

(A) New York → Chicago → Seattle (B) San Francisco → Chicago → Boston (C) New York → Miami → Boston
(D) San Francisco → Miami → Seattle (E) Chicago → San Francisco → Boston

5 Points

17. A group of children has a crate of apples. The children want to divide the apples fairly among themselves. They realise: If there were 80 more apples, each child would get 4 more apples. If there were 8 fewer children, each child would get 6 more apples. How many apples are in the box?

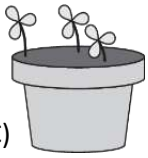
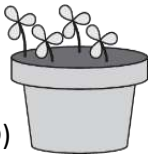
(A) 240 (B) 180 (C) 160 (D) 120 (E) This cannot be determined.

18. Charles, Paul, and Simon are standing in a circle. A box of sweets is passed around. Charles takes 1 sweet, Paul 2, Simon 3, then Charles 4, Paul 5, Simon 6, and so on. When there aren't enough sweets left in the box, the person whose turn it is takes all the remaining sweets. Paul took a total of 25 sweets. How many sweets were originally in the box?

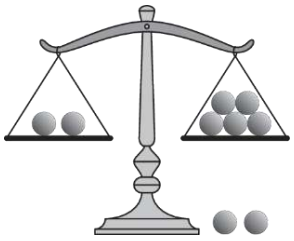
(A) 48 (B) 50 (C) 55 (D) 56 (E) 65

19. Each one of five brothers planted one of the flowerpots below. The first blossoms are now sprouting. Jim and Frederic's pots have in total three times as many blossoms as Tom's pot. Frederic and Carl's pots have in total twice as many blossoms as René's pot.

Which pot did Frederic plant?

(A) (B) (C)  (D)  (E)

20. Julia has nine balls with weights of 1 kg, 2 kg, 3 kg, ..., 9 kg. She places two balls on the left pan and five balls on the right pan of the scale so that the scale is balanced (see diagram).



What is the minimum combined weight of the two remaining balls?

(A) 5 kg (B) 7 kg (C) 9 kg (D) 11 kg (E) 17 kg

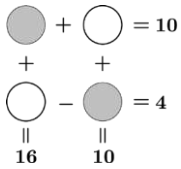
21. Renate removed several numbers from the given table so that the sum of the remaining numbers in each row and each column is 15.

4	7	7	4
6	4	4	5
5	5	4	6
5	8	7	4

What is the sum of the removed numbers?

(A) 31 (B) 29 (C) 27 (D) 25 (E) 24

22. Martin writes a number in each circle so that the given calculations are correct.



What is the sum of the numbers in the grey circles?

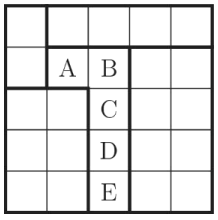
(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 23

23. The five mugs pictured belong to Leonard, Rajesh, Amy, Penny, and Sheldon (in no particular order). All the mugs have either black or white handles. Leonard's and Rajesh's mugs are the same size, but their handles are different colours. Amy's and Penny's mugs are different sizes, but their handles are the same colour.

Which mug belongs to Sheldon?

(A) (B) (C) (D) (E)

24. A large square playground consists of 25 smaller squares. The playground is divided into five areas. The areas are marked with a thick line in the diagram. Karla the kangaroo places five swings on the playground. Each row, each column, and each area contains exactly one swing. Two swings may not be placed on adjacent squares. Adjacent means that they share a side or corner.



In which of the squares marked with a letter can Karla place one of the swings?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

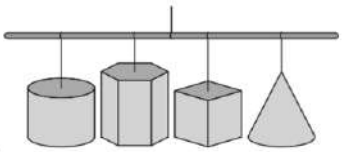
Känguru der Mathematik 2026
Gruppe Benjamin (5. und 6. Schulstufe)
Österreich – 23. 3. 2026

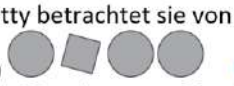
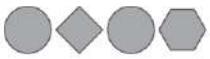
– Lösungsvektor –

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
B	E	D	C	C	D	C	D	A	C	A	B	D	C	C	B	B	E	E	D	D	B	B	C

- 3 Punkte Beispiele -

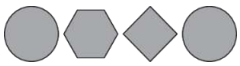
1. Im Klassenzimmer hängen vier geometrische Körper, siehe Bild.
Betty betrachtet sie von unten. Was kann sie sehen?

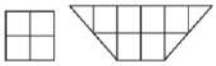


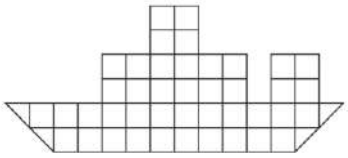
(A) 
(B)
(C)
(D) 
(E)

Lösung: B

Betty sieht die Grundflächen der vier geometrischen Körper in folgender Reihenfolge:
Zylinder: Grundfläche: Kreis
Sechsseitiges Prisma: Grundfläche: Sechseck
Würfel: Grundfläche: Quadrate
Kegel: Grundfläche: Kreis

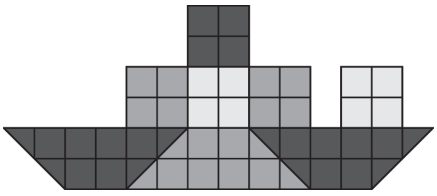
Die Anordnung in der richtigen Reihenfolge zeigt die Lösung B 

2. Silvia besitzt zwei Arten von Spielsteinen: 
Wie viele dieser Spielsteine benötigt sie insgesamt, um das abgebildete Schiff zu bauen?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 **(E)** 8



Lösung: E

Um das abgebildete Schiff zu bauen, braucht Silvia insgesamt 8 Spielsteine.

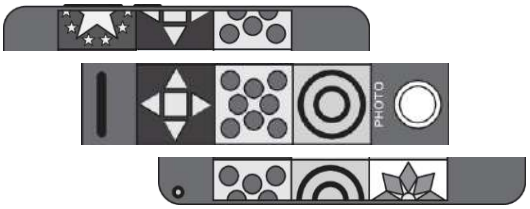


3. Auf einem Boden wurden Fliesen verlegt, wobei sich 5 Arten von Fliesen immer in derselben Reihenfolge wiederholen.
Eva fotografiert mit ihrem Handy ein Stück des Bodens.
Welches wiederholende Fliesenmuster wurde verwendet?

(A)
(B)
(C)
(D)
(E)

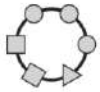
Lösung: D

Auf dem Handy kann Eva folgende Ausschnitte des Bodens sehen:



Das Fliesenmuster sieht nun so aus:

4. Lunas Armband besteht aus drei Arten von Perlen. Es enthält zwei benachbarte Kugeln, aber nicht zwei benachbarte Würfel. Welches der folgenden Bilder könnte Lunas Armband zeigen?

(A) 
(B)
(C)
(D)
(E)

Lösung: C

Nur die Armbänder (A), (C) und (E) haben zwei nebeneinanderliegende Kugelperlen. Nur die Armbänder (C) und (D) haben keine zwei nebeneinanderliegenden Würfelperlen. Nur Armband (C) erfüllt beide Bedingungen.

5. Anna möchte mehrere Papierstücke der Form übereinanderlegen, um eine Blume zu gestalten, die dann so aussehen soll. Die Papierstücke dürfen sich überlappen.

Wie viele Papierstücke benötigt sie mindestens?

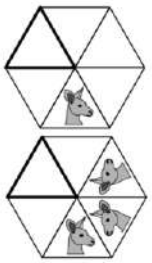
(A) 2 (B) 3 **(C)** 4 (D) 5 (E) 6

Lösung: C

Um die einzige freie Stelle der ersten Vorlage zu füllen, muss Anna eine Vorlage mit einem Kreis an diese Stelle setzen. Dann sieht es so aus:

Nun bleiben zwei benachbarte freie Stellen übrig. Daher reicht eine weitere Vorlage nicht aus und Anna benötigt insgesamt mindestens vier Vorlagen, wobei sich dadurch Überlappungen ergeben.

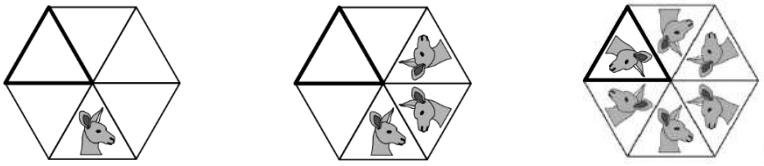
6. Das erste Bild zeigt ein Sechseck, das aus 6 Dreiecken besteht. Das Känguru im untersten Dreieck wird immer wieder an den Dreieckseiten gespiegelt, bis die gesamte Figur gefüllt ist. Das zweite Bild zeigt das Ergebnis nach 2 Spiegelungen. Wie sieht nach allen Spiegelungen das Bild des Kängurus im dick umrandeten Dreieck aus?



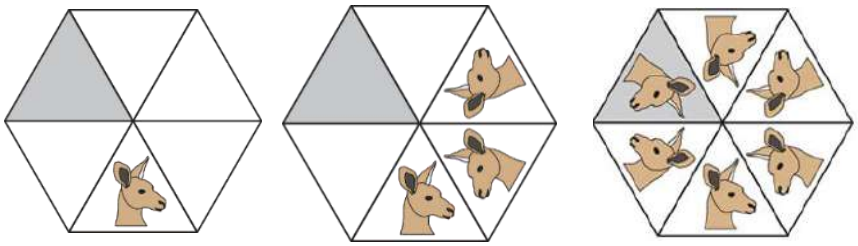
(A) (B) (C) **(D)** (E)

Lösung: D

Die vollständige Spiegelung ist in der folgenden Abbildung dargestellt.



Originalversion
In Farbe



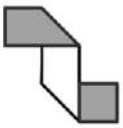
7. In einer Höhle werden Touren in Fahrzeugen mit drei Sitzen durchgeführt. Die Fahrzeuge fahre Zwei-Minuten-Takt ab und die Fahrt dauert 10 Minuten. Die erste Dreiergruppe einer 30-köpfi Schulklasse startet ihre Tour um 13:00 Uhr. Wann beendet die letzte Dreiergruppe ihre Tour?

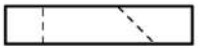
(A) 13:18 (B) 13:20 **(C)** 13:28 (D) 13:30 (E) 14:40

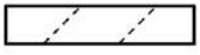
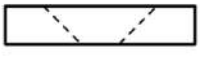
Lösung: C

Die Fahrzeuge fahren im Zwei-Minuten Takt ab. 13:00, 13:02, …,13:18. Das 10. Fahrzeug fährt um 13:18 Uhr ab und benötigt 10 Minuten bis zur Ankunft.
Die Antwort lautet daher 13:28 Uhr.

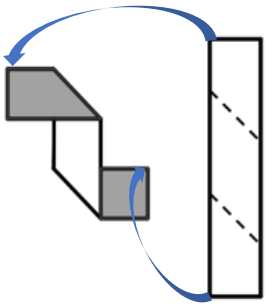
8. Lukas hat einen rechteckigen Papierstreifen. Eine Seite ist weiß, die andere gefärbt. Auf die weiße Seite zeichnet er zwei Linien und faltet den Streifen entlang dieser Linien, siehe Bild. Wie sah der Streifen vor dem Falten aus?



(A)  (B)

(C) **(D)**  (E) 

Lösung: D



- 4 Punkte Beispiele -

9. Die Summe der Zahlen auf gegenüberliegenden Flächen eines Standardwürfels beträgt immer 7. Rosa addiert die Zahlen von drei Flächen, die einen gemeinsamen Eckpunkt haben und erhält 14. Wie lauten die Zahlen auf den anderen drei Flächen?

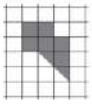
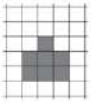
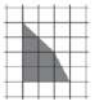
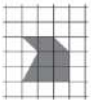
(A) 1, 2 und 4 (B) 3, 5 und 6 (C) 2, 5 und 6 (D) 1, 2 und 6 (E) 2, 3 und 4

Lösung: A

Die Summe aller Zahlen auf dem Würfel beträgt 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21, daher ist die Summe der drei Zahlen auf den anderen drei Flächen 21 – 14 = 7.

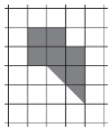
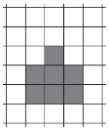
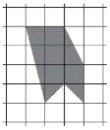
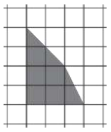
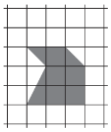
Die Summe 7 ergeben die Zahlen 1, 2 und 4.

10. Vier der grau gefärbten Figuren haben denselben Flächeninhalt. Welche der dargestellten Figuren hat einen anderen Flächeninhalt als die übrigen?

(A)  (B)  **(C)** (D)  (E) 

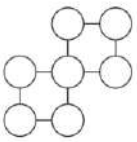
Lösung: C

Die dargestellten Figuren haben folgende Flächen:

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Flächen: 7 FE 7 FE 8 FE 7 FE 7 FE

11. Gerhard schreibt die Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5 und 6 in die rechts abgebildeten Kreise. Jede Zahl steht in einem anderen Kreis, sodass die Summe der Zahlen in jeder Zeile gleich groß ist. Wie lautet das Produkt der Zahlen in der mittleren Zeile?



(A) 0 (B) 15 (C) 18 (D) 24 (E) 30

Lösung: A

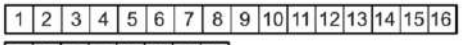
Alle 7 Zahlen haben zusammen eine Summe von 21. Da die Zeilen die gleiche Summe ergeben sollen muss jede Zeilensumme 7 sein. Da die Summe 7 zu groß für eine der weiteren gegebenen Zahlen ist, kann Null weder in der ersten noch in der dritten Zeile stehen. Die Zahl Null muss deshalb in der mittleren Zeile stehen. Da das Produkt in der mittleren Zeile die Zahl Null enthält, ist das Ergebnis 0.

Die Zahlen könnten zum Beispiel so eingefügt werden:

Zeile 1: 5 + 2 = 7

Zeile 2: 6 + 0 + 1 = 7

Zeile 3: 3 + 4 = 7

12. Ira schreibt 1 bis 16 in die Felder eines Papierstreifens: 

Dann faltet sie den Streifen in der Mitte, wie abgebildet .

Sie faltet ihn immer wieder in der Mitte, bis nur noch die Felder zu sehen sind.

Anschließend sticht Ira mit einer Nadel durch die Stelle, an der die Zahl 1 steht. Sie faltet den Streifen wieder auf und addiert alle Zahlen in den durchstochenen Feldern. Welches Ergebnis erhält sie?

(A) 64 **(B)** 68 (C) 99 (D) 128 (E) 136

Lösung: B

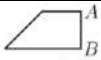
Um dies zu lösen, ist es nicht nötig, alle markierten Zahlen zusammenzuzählen. Es genügt zu erkennen, dass der Streifen jedes Mal symmetrisch um die Mitte gefaltet wird.

Nach dem ersten Falten steht 16 gegenüber von 1, 15 gegenüber von 2, und so weiter. Die Summe jedes Paares (16 + 1, 15 + 2 usw.) ist 17. Stell dir den Streifen nach der ersten Faltung gedanklich durch einen einlagigen Streifen mit 8 Feldern vor, in denen jeweils die Zahl 17 steht.

Nun ist klar, dass sich nach dem nächsten Falten die Summe der „zusammengeklebten" Zahlen verdoppelt. Ersetze ihn gedanklich erneut durch einen Streifen mit 4 Feldern, in denen jeweils die Zahl 34 steht.

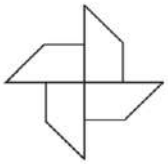
Nach dem erneuten Falten und gedanklichen Ersetzen erhalten wir einen Streifen mit zwei Feldern, in denen jeweils die Zahl 68 steht.

Nur das erste dieser Felder wird von der Nadel durchstochen. Die Summe ist also 68.

13. Das Trapez 

hat einen Umfang von 22 cm. Vier dieser Trapeze werden ohne Überlappung zu dem rechts abgebildeten Windrad zusammengefügt. Der Umfang des Windrads beträgt 56 cm. Wie lang ist die Seite AB des Trapezes?

(A) 8 cm (B) 6 cm (C) 5 cm **(D)** 4 cm (E) 3 cm



Lösung: D

Der Umfang eines Trapezes beträgt: u = 22 cm.
Vier solcher Trapeze hätten einzeln einen Gesamtumfang von 4 × 22 = 88 cm.
Angeordnet wie in Abbildung 2, werden einige Seiten zu inneren (gemeinsamen) Kanten. Bei diesem Windrad sind genau vier Kanten gemeinsam: die vertikale und die horizontale Mittellinie, die jeweils der Seite AB des Trapezes entsprechen. Daher beträgt die gesamte gemeinsame Länge der vier inneren Kanten: 4 x AB.
Da im Windrad die Länge AB aber jeweils von zwei Trapezen gebildet wird, muss 8 x AB abgezogen werden. Somit ergibt sich folgende Berechnung: Gesamtumfang der Trapeze minus Umfang des Windrads: 88 cm – 56 cm = 32 cm. Die 32 cm entsprechen acht Längen der Seite AB. Dividiert man nun 32 : 8 , erhält man 4. Die Seite AB ist somit 4 cm lang.

14. Flo hat ein Zahlenschloss mit vier Ziffern von 0 bis 9. Er hat die Kombination vergessen, weiß aber noch, dass die Ziffern ungerade sind und von links nach rechts immer größer oder immer kleiner werden. Wie viele Kombinationen muss er mindestens ausprobieren, um sein Schloss sicher öffnen zu können?

(A) 6 (B) 8 **(C)** 10 (D) 12 (E) 14

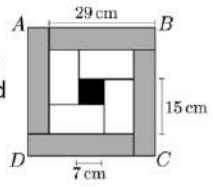
Lösung: C

Da die Ziffern in der Kombination entweder immer größer oder immer kleiner werden, kann keine Ziffer zweimal vorkommen. Es gibt fünf ungerade Ziffern: 1, 3, 5, 7 und 9. Da die

Kombination aus vier dieser Ziffern besteht, wird genau eine davon nicht verwendet. Es gibt 5 Möglichkeiten, eine der Ziffern nicht zu verwenden.
Die verwendeten Ziffern steigen oder fallen von links nach rechts.
Das ergibt 5 x 2 = 10 Kombinationen:

steigend:	1357	1359	1379	1579	3579
fallend:	7531	9531	9731	9751	9753

15. Das Quadrat ABCD ist in vier identische graue Rechtecke, vier identische weiße Rechtecke und ein schwarzes Quadrat unterteilt (siehe Abbildung). Die Seitenlänge des schwarzen Quadrats beträgt 7 cm. Die langen Seiten der weißen Rechtecke sind 15 cm lang, und die langen Seiten der grauen Rechtecke sind 29 cm lang.
Wie lang ist die Seitenlänge des Quadrats ABCD?



Lösung: C

Die kürzere Seite jedes weißen Rechtecks beträgt 15 − 7 = 8 cm. Die kürzere Seite jedes grauen Rechtecks misst demnach 29 − (8 + 15) = 6 cm.
Somit ist die Länge der Seite AB = 29 + 6 = 35 cm.

16. Ein Detektiv will die Route eines Verdächtigen herausfinden. Der Verdächtige gibt drei unterschiedliche Aussagen über seine Route an: „New York → Chicago → Seattle", „New York → Miami → Boston" und „San Francisco → Miami → Seattle". In jeder Aussage ist genau einer der Orte und dessen Position in der Reihenfolge korrekt. Welche Route hat der Verdächtige tatsächlich genommen?

(A) New York → Chicago → Seattle (B) San Francisco → Chicago → Boston (C) New York → Miami → Boston
(D) San Francisco → Miami → Seattle (E) Chicago → San Francisco → Boston

Lösung: B

Wir wissen: Jede Aussage enthält genau eine korrekte Stadt an der richtigen Position. Die anderen beiden Städte in dieser Aussage sind falsch (entweder die falsche Stadt oder an der falschen Position).

In den ersten beiden Aussagen ist New York an erster Stelle. Wäre New York an dieser Stelle richtig, dann wären in diesen Aussagen alle anderen Städte falsch und in der dritten Aussage San Franzisko an der ersten Stelle falsch. Dann müsste aber in der dritten Aussage entweder Miami an der zweiten Stelle oder Seattle an der dritten Stelle richtig sein, was beides nicht sein kann. Wäre nämlich Miami an der zweiten Stelle richtig, dann wäre es auch in der zweiten Aussage richtig was wir schon ausgeschlossen haben. Mit der gleichen Begründung gilt: Wäre Seattle an der dritten Stelle richtig, dann wäre es auch in der ersten Aussage richtig, was auch nicht sein kann. New York kann also nicht die erste Stadt sein.

Analog überlegt man sich, dass Miami nicht die zweite Stadt sein kann und dass Seattle nicht die dritte Stadt sein kann.

Streicht man nun alle unmöglichen Städte weg so bleibt als einzige Möglichkeit die Route
San Francisco → Chicago → Boston.

- 5 Punkte Beispiele -

17. Eine Gruppe von Kindern hat eine Kiste Äpfel. Die Kinder möchten die Äpfel gerecht unter sich aufteilen. Dabei stellen sie fest: Wenn es um 80 Äpfel mehr gäbe, bekäme jedes Kind 4 Äpfel mehr. Wenn es 8 Kinder weniger gäbe, bekäme jedes Kind 6 Äpfel mehr. Wie viele Äpfel sind in der Kiste?

(A) 240 **(B)** 180 (C) 160 (D) 120 (E) Das kann nicht bestimmt werden.

Lösung: B

Die Anzahl der Kinder beträgt 80 : 4 = 20. Daraus ergibt sich: 20 − 8 = 12 Kinder. Jedes Kind bekäme um 6 Äpfel mehr, also: 12 × 6 = 72. 72 : 8 = 9. Jedes Kind erhielt also ursprünglich 9 Äpfel. Die Gesamtzahl der Äpfel beträgt: 20 × 9 = 180.

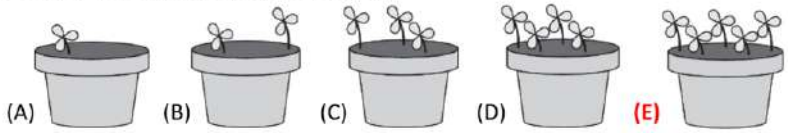
18. Charles, Paul und Simon stehen im Kreis. Eine Schachtel mit Bonbons wird im Kreis herumgegeben. Charles nimmt 1 Bonbon, Paul 2, Simon 3, dann Charles 4, Paul 5, Simon 6 und so weiter. Wenn nicht mehr genügend Bonbons in der Schachtel sind, nimmt jene Person, die an der Reihe ist, alle verbleibenden Bonbons. Paul hat insgesamt 25 Bonbons genommen.
Wie viele Bonbons waren ursprünglich in der Schachtel?

(A) 48 (B) 50 (C) 55 (D) 56 **(E)** 65

Lösung: E

Solange noch genügend Bonbons in der Schachtel sind, kann Charles nacheinander 1, 4, 7, 10, 13, ... Bonbons nehmen, Paul 2, 5, 8, 11, ..., Simon 3, 6, 9, ... Die mögliche Anzahl der Bonbons, die Paul nehmen kann, ist also 2, 7, 15, 26, ... Da Paul nur 25 = 2 + 5 + 8 + 10 Bonbons bekommt, war er der letzte Junge, der Bonbons aus der Schachtel nehmen konnte und nur 10 statt 11 Bonbons. Daher war die ursprüngliche Anzahl der Bonbons in der Schachtel 1 + 2 + 3 + ... + 10 + 10 = 65.

19. Jeder von fünf Brüdern hat einen der Blumentöpfe unten bepflanzt. Die ersten Blüten sprießen nun. In Jims und Frederics Töpfen befinden sich insgesamt dreimal so viele Blüten wie in Toms Topf. In Frederics und Carls Töpfen befinden sich insgesamt doppelt so viele Blüten wie in Renés Topf.
Welchen Topf hat Frederic bepflanzt?



Lösung: E

Jim und Frederic haben zusammen höchstens 4 + 5 = 9 Blüten, also hat Toms Topf höchstens 9 : 3 = 3 Blüten, also 1, 2 oder 3 Blüten.

Wenn Tom eine Blüte hat, dann hätten Jim und Frederic ein und zwei Blüten. Das ist nicht möglich, da es nur einen Topf mit einer Blüte gibt.

Wenn Tom 3 Blüten hat, dann hätten Jim und Frederic 4 und 5. Dann müsste René entweder 1 oder 2 haben, und somit hätten Frederic und Carl zusammen entweder 2 oder 4. Auch das ist nicht möglich, da Frederic allein 4 oder 5 hat. Daher hat Tom 2 Blüten und Jim und Frederic 1 und 5 in beliebiger Reihenfolge. Carl muss eine ungerade Anzahl haben, da

Frederic und Carl zusammen eine gerade Anzahl haben. Also hat Carl 3 Blüten und René 4. Und schließlich hat Frederic $2 \cdot 4 - 3 = 5$ Blüten.

20. Julia hat neun Kugeln mit den Massen 1 kg, 2 kg, 3 kg, ... , 9 kg. Sie legt zwei Kugeln auf die linke und fünf Kugeln auf die rechte Waagschale, sodass die Waage im Gleichgewicht ist (siehe Abbildung).
Wie schwer sind die zwei übrigen Kugeln mindestens zusammen?
(A) 5 kg (B) 7 kg (C) 9 kg **(D)** 11 kg (E) 17 kg

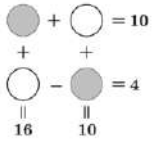
Lösung: D
Die beiden Kugeln links wiegen genauso viel wie die fünf Kugeln rechts. Daher muss die Summe der Gewichte dieser sieben Kugeln so groß wie möglich sein, damit die Summe der Gewichte der beiden entfernten Kugeln so klein wie möglich ist. Die Summe der Gewichte der beiden Kugeln auf dem linken Teller müssen daher die beiden größten sein. Wir können versuchen, die Kugeln 9 und 8 mit der Summe 17 auf dem linken Teller zu lassen. Dann müssen wir sicherstellen, dass die Summe der Gewichte der fünf Kugeln auf dem rechten Teller ebenfalls 17 ergibt. Dies ist tatsächlich möglich, mit $1 + 2 + 3 + 4 + 7 = 17$.
Die Summe der Gewichte der beiden übrigen Kugeln ist $5 + 6 = 11$.

21. Renate hat mehrere Zahlen aus der gegebenen Tabelle entfernt, sodass die Summe der verbleibenden Zahlen in jeder Zeile und jeder Spalte 15 beträgt.
Wie lautet die Summe der entfernten Zahlen?
(A) 31 (B) 29 (C) 27 **(D)** 25 (E) 24

4	7	7	4
6	4	4	5
5	5	4	6
5	8	7	4

Lösung: D
Methode 1: Um in jeder Zeile und in jeder Spalte die Summe 15 zu erhalten, müssen folgende Zahlen gestrichen werden: Erste Zeile: 7, zweite Zeile 4, dritte Zeile 5 und vierte Zeile 5 und 4. Die Summe der gestrichenen Zahlen beträgt $5 + 5 + 4 + 4 + 7 = 25$.
Methode 2: Wir addieren alle Zahlen, erhalten 85 und subtrahieren 4×15, $85 - 4 \times 15 = 25$.

22. Martin schreibt in jeden Kreis eine Zahl, sodass die vorgegebenen Rechnungen richtig sind. Wie lautet die Summe der Zahlen in den grauen Kreisen?
(A) 10 **(B)** 12 (C) 14 (D) 16 (E) 23



Lösung: B
Betrachten wir die erste Zeile und die zweite Spalte, deren Summe gleich ist, so erkennen wir, dass die beiden grauen Kreise dieselbe Zahl enthalten müssen. Wir nennen diese Zahl x. Betrachten wir nun die erste Spalte und die zweite Zeile, so erkennen wir, dass die Zahl im unteren weißen Kreis vermehrt um x das Ergebnis 16 liefert, und dass dieselbe Zahl verringert um x das Ergebnis 4 Liefert. Die Zahl im unteren weißen Kreis muss also 10 sein und x muss 6 sein. Die Summe x + x ist also 12.

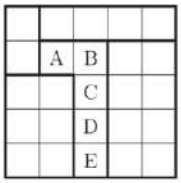
23. Die fünf abgebildeten Tassen gehören Leonard, Rajesh, Amy, Penny und Sheldon (in beliebiger Reihenfolge). Alle Tassen haben entweder schwarze oder weiße Henkel. Leonards und Rajeshs Tassen sind gleich groß, aber ihre Henkel haben unterschiedliche Farben. Amys und Pennys Tassen sind unterschiedlich groß, aber ihre Henkel haben die gleiche Farbe.
Welche Tasse gehört Sheldon?

(A) (B) (C) (D) (E)

Lösung: B

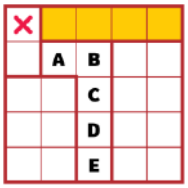
Da eine von Amys und Pennys Tassen klein ist, müssen Leonards und Rajeshs Tassen groß sein. Daher ist Sheldons Tasse klein. Da eine von Leonards und Rajeshs Tassen einen weißen Henkel hat, haben Amys und Pennys Tassen schwarze Henkel. Daher hat Sheldons Tasse einen weißen Henkel. Sheldons Tasse ist die Tasse (B).

24. Ein großer quadratischer Spielplatz besteht aus 25 kleinen Quadraten. Der Spielplatz wird in fünf Bereiche unterteilt. Die Bereiche sind im Bild mit einer dicken Linie markiert. Känguru Karla stellt fünf Schaukeln auf dem Spielplatz auf. Jede Reihe, jede Spalte und jeder Bereich enthält genau eine Schaukel. Zwei Schaukeln dürfen nicht auf benachbarten Quadraten stehen. Benachbart bedeutet, dass sie eine Seite oder Ecke gemeinsam haben.

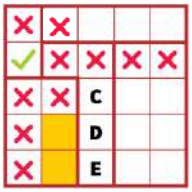


In welchem der mit einem Buchstaben markierten Quadrate kann Karla eine der Schaukeln aufstellen?
(A) A (B) B **(C)** C (D) D (E) E

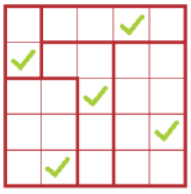
Lösung: C



In der obersten Reihe der Karte muss genau eine Schaukel platziert werden. Außerdem muss sich im farbigen Bereich eine Schaukel befinden. Daher darf sich in der Zelle oben links keine Schaukel befinden.



In dem Bereich mit zwei Zellen links oben darf sich in der oberen Zelle keine Schaukel befinden. Daher muss die Schaukel in der unteren Zelle platziert werden, die mit einem Häkchen markiert ist. Folglich dürfen sich in keiner der Zellen in derselben Zeile oder Spalte sowie in keiner der benachbarten Zellen eine Schaukel befinden. In der Abbildung sind alle diese eingeschränkten Zellen mit einem X markiert.



Im obigen Diagramm muss sich in einem der farbigen Felder eine Schaukel befinden. Da jedes dieser beiden farbigen Felder sowohl an D als auch an E angrenzt, kann sich weder in D noch in E eine Schaukel befinden, wenn die Schaukel in einem der farbigen Felder platziert wird. Daher ist die einzige Möglichkeit, die Schaukel in Feld C zu platzieren. Das Diagramm rechts zeigt eine gültige Anordnung aller Schaukeln:

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2026
23. März 2026

Kategorie: Kadett, 7. und 8. Schulstufe

Name	
Schule	
Klasse	

Arbeitszeit: 75 Minuten

Basispunkte		30 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe	1 – 10	3 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe	11 – 20	4 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe	21 – 30	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort		0 Punkte
jede falsche Antwort		Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) deiner Antwort leserlich und eindeutig in das Kästchen unter die Nummer der Aufgabe (1 – 30) schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade. Infos: www.oemo.at

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

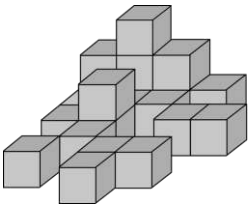
Känguru der Mathematik 2026
Gruppe Kadett (7. und 8. Schulstufe)
Österreich – 23. März 2026

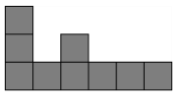
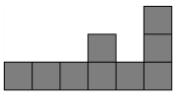
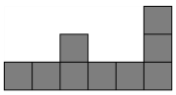
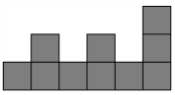
3 Punkte

1. Jana findet Jahreszahlen cool, die nur gerade Ziffern haben.
Jonas findet Jahreszahlen cool, in denen alle Ziffern verschieden sind.
Welches ist das nächste Jahr, das beide cool finden?
(A) 2028 (B) 2034 (C) 2042 (D) 2045 (E) 2046

2. In welchem Bild hat der graue Bereich den kleinsten Flächeninhalt?
(A) (B) (C) (D) (E)

3. Känguru Karla schaut von rechts auf den Stapel von zwanzig Kisten (siehe Abbildung).
Was sieht Karla?



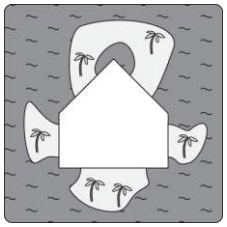
(A)  (B)  (C) (D)  (E) 

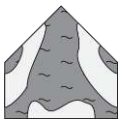
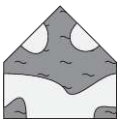
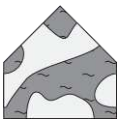
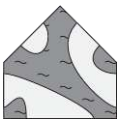
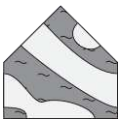
4. Mario besitzt drei verschiedene Hosen und fünf verschiedene T-Shirts. Heute trägt er die gelbe Hose und das grüne T-Shirt. Morgen möchte er wieder eine Hose und ein T-Shirt tragen, aber nicht komplett gleich gekleidet wie heute in die Schule gehen.
Wie viele Möglichkeiten hat er dafür?
(A) 5 (B) 6 (C) 10 (D) 12 (E) 14

5. Martin schaut seine Digitaluhr zu den untenstehenden Uhrzeiten im Spiegel an.
Wann zeigt sie auch im Spiegel eine mögliche Uhrzeit an?
(A) (B) (C) (D) (E)

6. Amalia möchte die Ziffern 2, 0, 2 und 6 in die Kästchen $\frac{\square+\square}{\square-\square}$ einsetzen. Dabei soll in jedes Kästchen genau eine Ziffer eingesetzt werden.
Was ist das kleinste **positive** Ergebnis, das sie erhalten kann?
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$

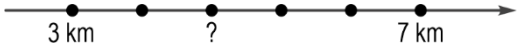
7. Die Landkarte auf der rechten Seite kann mit einem beliebigen der folgenden fünf Teile vervollständigt werden. Das Meer ist dunkelgrau dargestellt, Inseln sind hellgrau.
Mit welchem Teil zeigt die Landkarte die meisten Inseln?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

8. Welche der folgenden Zahlen ist **nicht** die Summe von zwei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen?
(A) 5 (B) 10 (C) 13 (D) 15 (E) 21

9. Entlang einer Straße gibt es Markierungen in gleichen Abständen. Die erste Markierung ist nach 3 Kilometern. Die sechste Markierung ist nach 7 Kilometern.
Nach wie vielen Kilometern ist die dritte Markierung?

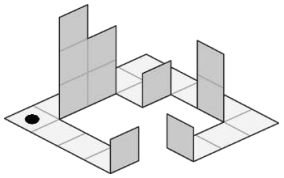


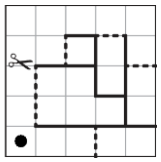
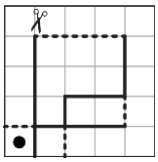
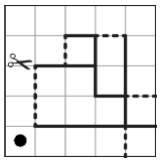
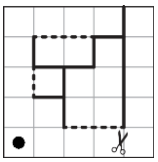
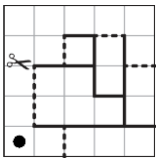
(A) 4,5 (B) 4,6 (C) 4,7 (D) 4,8 (E) 4,9

10. In einer Klasse wurde ein Klassenmaskottchen gewählt. 70 % der Personen wählten das Känguru, 25 % wählten den Biber und 5 % wählten den Maulwurf. Moritz war der Einzige, der den Maulwurf wählte.
Wie viele Personen nahmen an der Wahl teil?
(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 35

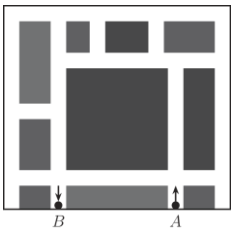
4 Punkte

11. Ada hat eine Papiervorlage verwendet, um die gezeigte Figur herzustellen. Die gestrichelten Linien auf der Vorlage sind Faltlinien, und die durchgezogenen Linien sind Schnittlinien. Welche Vorlage hat Ada verwendet?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

12. Der Stadtplan von Känguruhausen ist rechts dargestellt. Die weißen Bereiche stellen Straßen dar. In Känguruhausen dürfen Fahrzeuge nur geradeaus fahren oder nach rechts lenken, dabei nicht jedoch am Platz umdrehen. Kangarina möchte von Punkt A nach Punkt B fahren. Mindestens wie oft muss sie nach rechts lenken?



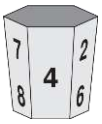
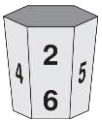
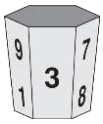
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

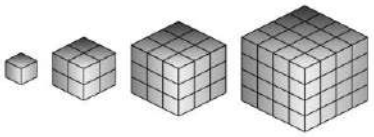
13. Andi, Budi, Citra und Dira stellen sich hintereinander auf, aber nicht in dieser Reihenfolge. Es gilt:
- Andi steht nicht ganz vorne.
- Budi steht direkt hinter Andi.
- Citra ist nicht die Vorletzte.
- Dira steht nicht ganz vorn und nicht ganz hinten.

In welcher Reihenfolge stehen sie von vorne nach hinten?

(A) Budi, Dira, Andi, Citra (B) Citra, Andi, Dira, Budi (C) Citra, Dira, Andi, Budi
(D) Citra, Dira, Budi, Andi (E) Dira, Citra, Andi, Budi

14. Auf Svetlanas Tasse steht jede der Ziffern 1 bis 9 genau einmal. Die Tasse ist in genau vier der folgenden Bilder zu sehen. Welches Bild zeigt sicher eine andere Tasse?

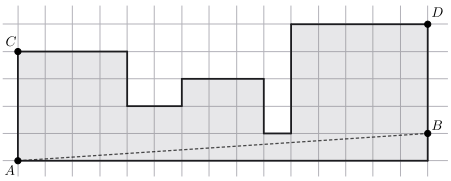
(A) (B)  (C) (D)  (E) 



15. Maus Mirko hat vier unterschiedlich große Käseblöcke, die jeweils aus gleich großen Würfeln bestehen (siehe Abbildung). Er isst den ganzen ersten Block, die Hälfte des zweiten, ein Drittel des dritten und ein Viertel des vierten Blocks. Welchen Anteil an der gesamten Käsemenge hat Mirko gegessen?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{10}$ (D) $\frac{2}{5}$ (E) $\frac{1}{10}$

16. Eine Form (siehe Abbildung) besteht aus fünf aneinanderliegenden Quadraten mit Flächeninhalten von 1 m², 4 m², 9 m², 16 m² und 25 m². Valeriu schneidet entlang der strichlierten Linie AB, die parallel zu CD verläuft, ein Stück in Form eines Dreiecks ab.
Wie groß ist der Flächeninhalt der verbleibenden Form?



(A) 44,5 m² (B) 45,5 m² (C) 46,5 m² (D) 47,5 m² (E) 48,5 m²

17. Christoph hat den 4-stelligen Code seines Fahrradschlosses vergessen. Er weiß noch: Die erste Ziffer ist größer als 6. Die zweite Ziffer ist eine 0. Die letzten beiden Ziffern sind gleich. Wie viele solche Zahlenkombinationen muss er maximal ausprobieren, bis er das Zahlenschloss sicher öffnen kann?

(A) 27 (B) 30 (C) 32 (D) 36 (E) 81

18. Papa Wichtel und fünf junge Wichtel leben in einem magischen Wald. Jeder junge Wichtel isst sechs Kirschen pro Tag. Papa Wichtel isst jeden Tag fünf Kirschen mehr als die durchschnittliche Anzahl der Kirschen, die von allen sechs Wichteln gegessen werden. Wie viele Kirschen isst Papa Wichtel pro Tag?

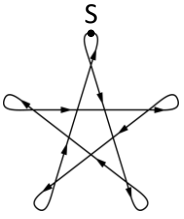
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

19. In der gegebenen Aufgabe (siehe Abbildung) steht jeder der Buchstaben A, B und C für eine einzelne Ziffer, und verschiedene Buchstaben stehen für verschiedene Ziffern. Für welche Ziffer steht A?

$$\begin{array}{r} A\ B\ C \\ +\ A\ C\ B \\ \hline C\ 4\ A \end{array}$$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 7

20. Jenny startet im Punkt S und läuft mit Eislaufschuhen den sternförmigen Pfad genau einmal entlang. Sie läuft dabei immer mit Blickrichtung wie mit den Pfeilen angedeutet (siehe Abbildung). Ihre Freundin Josefin steht die ganze Zeit im Punkt P und macht jedes Mal ein Foto, wenn Jenny genau in ihre Richtung schaut. Wie viele Fotos macht Josefin?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5 Punkte

21. Eine Schulklasse geht Eis essen, es gibt Vanille und Schoko. Jedes Kind isst entweder nur Vanille oder beide Sorten. Beide Sorten wurde von vier Mal so vielen Kindern gewählt wie nur Vanille.
Wie viele Kinder könnten in der Schulklasse sein?
(A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27 (E) 28

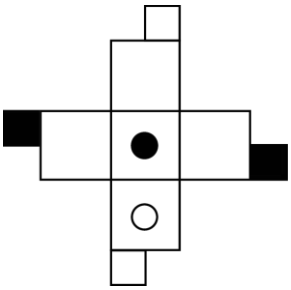
22. Das rechts abgebildete Rechteck ist in sechs kleinere Rechtecke unterteilt, wobei die Flächeninhalte von fünf davon angegeben sind.
Wie groß ist der Flächeninhalt des grauen Rechtecks?
(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 18 (E) 20

23. John hat zwei Uhren. Die goldene geht immer zu schnell und die silberne geht immer zu langsam. Gestern hat er beide Uhren um 09:00 Uhr auf die richtige Zeit gestellt. Nach einer Stunde zeigte die goldene 10:05 an und die silberne 09:55. Am Abend desselben Tages zeigte die silberne Uhr 20:00 an.
Welche Zeit zeigt dann die goldene Uhr?
(A) 21:00 (B) 21:30 (C) 22:00 (D) 22:30 (E) 23:00

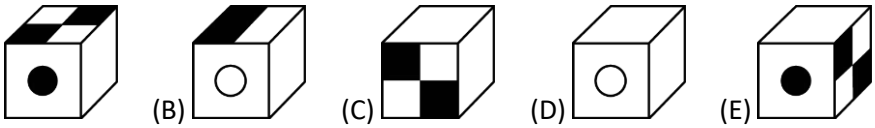
24. Ein Dreieck besteht aus drei kleineren Dreiecken. Die beiden grauen Dreiecke sind deckungsgleich (siehe nicht maßstabsgetreue Abbildung). Wie groß ist der Winkel α?
(A) 105° (B) 115° (C) 120° (D) 135° (E) 140°

25. Die Einerstelle einer Zahl ist 1. Liam deckt diese Ziffer mit der Hand ab und sieht nun eine neue Zahl, die um 2026 kleiner ist als die ursprüngliche Zahl. Wie lautet das Produkt der Ziffern der ursprünglichen Zahl?
(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20

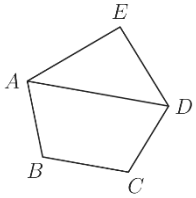
26. Daria hat zwei große Würfel mit einer Seitenlänge von 4, die jeweils aus kleinen zusammengeklebten Würfeln mit einer Seitenlänge 1 bestehen. Um den ersten der großen Würfel von außen zu bemalen, benötigt sie 2 Tuben Farbe. Sie entnimmt aus dem zweiten großen Würfel mehrere kleine Würfel und benötigt für das verbleibende Objekt 3 Tuben Farbe.
Wie viele kleine Würfel hat sie mindestens entfernt?
(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 18



27. Die Abbildung rechts zeigt eine Vorlage, aus der ein Würfel hergestellt werden kann.
Welche der folgenden Abbildungen kann den fertigen Würfel zeigen?
(A) (B) (C) (D) (E)



28. Bernhard möchte ein Fünfeck $ABCDE$ mit der Diagonale AD zeichnen, in dem gilt: $\overline{EA} = \overline{ED}$ und $\overline{AB} = \overline{CD}$. Er möchte, dass AD parallel zu BC ist. Leider ist seine Zeichnung nicht sehr genau. Außerdem möchte er, dass $\angle AED$ und $\angle ADC$ gleich groß sind und das Verhältnis der Größen von $\angle EDA$ und $\angle BAD$ $3:2$ beträgt.
Wie groß wäre $\angle DCB$ in einer genauen Zeichnung?
(A) 135° (B) 125° (C) 120° (D) 115° (E) 110°



29. Deindra schreibt eine Zahl $\overline{abcde}$, wobei jeder Buchstabe für eine Ziffer von 1 bis 5 steht und alle Ziffern verwendet werden. Es ist bekannt: Die Ziffer e ist ungerade. Die Ziffer a ist ein Teiler von $a + b + c$. Die Ziffer b ist ein Teiler von $b + c + d$. Die Ziffer c ist ein Teiler von $c + d + e$.
Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für die Zahl $\overline{abcde}$?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

30. Anna, Elsa und ihre Mutter spielen ein Logikspiel. Die Mutter wählt eine Süßigkeit aus den unten gezeigten Optionen aus. Sie teilt Anna das Muster auf der Verpackung mit und Elsa die Form der Süßigkeit. Die Mutter fragt: „Weißt du, welche Süßigkeit ich ausgewählt habe?“ Sowohl Anna als auch Elsa antworten mit „Nein“. Die Mutter fragt ein zweites Mal: „Weißt du es jetzt?“ Wieder antworten beide mit „Nein“. Als die Mutter ein drittes Mal fragt, antworten sowohl Anna als auch Elsa gleichzeitig richtig. Welche Süßigkeit wurde ausgewählt?
(A) (B) (C) (D) (E)

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2026
23rd March 2026

Level: Kadett, Grade: Schulstufe 7 and 8

Full name:	
School:	
Class:	

Time: 75 minutes

starting points	30 points
each correct answer to questions 1 – 10:	3 points
each correct answer to questions 11 – 20:	4 points
each correct answer to questions 21 – 30:	5 points
each question left unanswered:	0 points

each incorrect answer: minus ¼ of the points for the question

Please write the letter (A, B, C, D, E) of your answer in the square under the question number (1 – 30). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

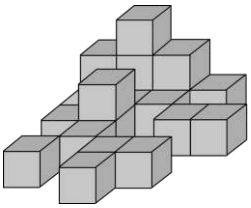
Känguru der Mathematik 2026
Level Kadett (Schulstufe 7 and 8)
Austria – 23rd March 2026

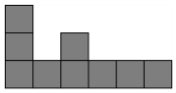
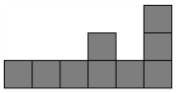
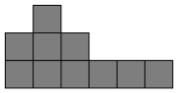
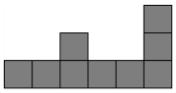
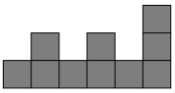
3 Points

1. Jana thinks years with only even digits are cool.
Jonas thinks years with all different digits are cool.
What's the next year they both think is cool?
(A) 2028 (B) 2034 (C) 2042 (D) 2045 (E) 2046

2. In which image does the grey part have the smallest area?
(A) (B) (C) (D) (E)

3. Karla the kangaroo looks at the stack of twenty boxes from the right (see illustration).
What does Karla see?



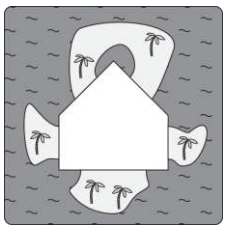
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

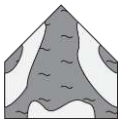
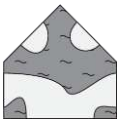
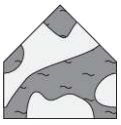
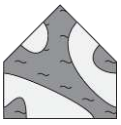
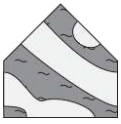
4. Mario owns three different pairs of trousers and five different T-shirts. Today he's wearing the yellow trousers and the green T-shirt. Tomorrow, he wants to wear trousers and a T-shirt again, but not the exact same outfit as today.
How many options does he have?
(A) 5 (B) 6 (C) 10 (D) 12 (E) 14

5. Martin checks his digital watch in the mirror at the times listed below.
When does it also show a possible time in the mirror?
(A) (B) (C) (D) (E)

6. Amalia wants to place the digits 2, 0, 2 and 6 into the boxes $\frac{\square+\square}{\square-\square}$. Each box should contain exactly one digit.
What is the smallest **positive** result she can obtain?
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$

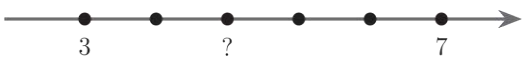
7. The map on the right can be completed with any one of the following five pieces. The sea is shown in dark grey; islands are white.
Which piece makes the map show the most islands?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

8. Which of the following numbers is **not** the sum of two consecutive natural numbers?
(A) 5 (B) 10 (C) 13 (D) 15 (E) 21

9. There are markers at regular intervals along a road. The first marker is after 3 kilometres. The sixth marker is after 7 kilometres.
After how many kilometres is the third marker?

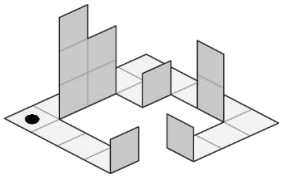


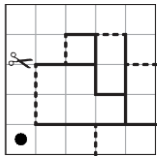
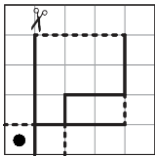
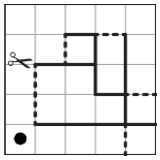
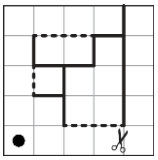
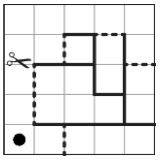
(A) 4.5 (B) 4.6 (C) 4.7 (D) 4.8 (E) 4.9

10. In a class, a class mascot was chosen. 70% of the students chose the kangaroo, 25% chose the beaver, and 5% chose the mole. Moritz was the only one who chose the mole.
How many students participated in the election?
(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 35

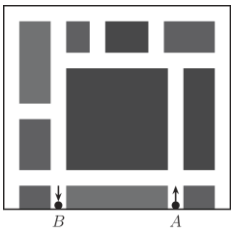
4 Points

11. Ada used a paper template to create the figure shown. The dashed lines on the template are fold lines, and the solid lines are cutting lines. Which template did Ada use?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

12. The map of Kangaroo Town is shown on the right. The white areas represent streets. In Kangaroo Town, vehicles may only drive straight ahead or turn right but not turn around. Kangarina wants to go from point A to point B.
How many times must she turn right at a minimum?



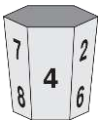
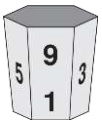
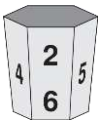
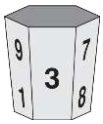
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

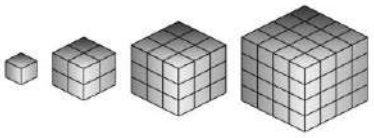
13. Andi, Budi, Citra, and Dira line up one behind the other, but not in that order. The following applies:
- Andi is not at the very front.
- Budi is directly behind Andi.
- Citra is not second to last.
- Dira is neither at the very front nor at the very back.

In what order are they lined up from front to back?

(A) Budi, Dira, Andi, Citra (B) Citra, Andi, Dira, Budi (C) Citra, Dira, Andi, Budi
(D) Citra, Dira, Budi, Andi (E) Dira, Citra, Andi, Budi

14. Svetlana's mug has each of the numbers 1 to 9 on it exactly once. The mug appears in exactly four of the following pictures. Which picture definitely shows a different mug?

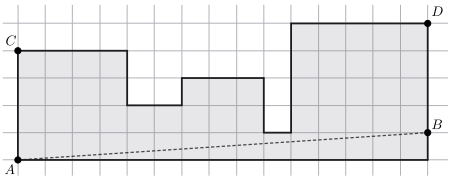
(A) (B)  (C)  (D)  (E) 



15. Mirko the mouse has four blocks of cheese of different sizes, each consisting of equally sized cubes (see diagram). He eats the entire first block, half of the second, a third of the third, and a quarter of the fourth. What proportion of the total amount of cheese has Mirko eaten?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{10}$ (D) $\frac{2}{5}$ (E) $\frac{1}{10}$

16. A shape (see diagram) consists of five adjacent squares with areas of 1 m², 4 m², 9 m², 16 m² and 25 m². Valeriu cuts off a piece in the shape of a triangle along the dashed line AB, which runs parallel to CD.
What is the area of the remaining shape?



(A) 44.5 m² (B) 45.5 m² (C) 46.5 m² (D) 47.5 m² (E) 48.5 m²

17. Christoph has forgotten the 4-digit code for his bicycle lock. He remembers: The first digit is greater than 6. The second digit is a 0. The last two digits are the same. What is the maximum number of such combinations he must try before he can reliably open the lock?

(A) 27 (B) 30 (C) 32 (D) 36 (E) 81

18. Papa Elf and five young elves live in a magical forest. Each young elf eats six cherries a day. Papa Elf eats five more cherries each day than the average number of cherries eaten by all six elves. How many cherries does Papa Elf eat each day?

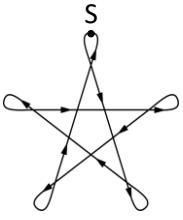
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

19. In the stated problem (see diagram), each of the letters A, B, and C represents a single digit, and different letters represent different digits. What is the value of A?

$$\begin{array}{r} A\ B\ C \\ +\ A\ C\ B \\ \hline C\ 4\ A \end{array}$$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 7

20. Jenny starts at point S and skates along the star-shaped path exactly once, wearing ice skates. She always faces the direction indicated by the arrows (see diagram). Her friend Josefin stands at point P the entire time and takes a photo every time Jenny looks directly in her direction. How many photos does Josefin take?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5 Points

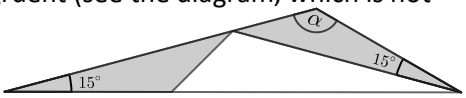
21. A school class goes out for ice cream; they are two flavours available, vanilla and chocolate. Each child either eats only vanilla or both flavours. Four times as many children chose both flavours as chose only vanilla.
How many children could there be in the class?
(A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27 (E) 28

22. The rectangle shown on the right is divided into six smaller rectangles, and the areas of five of them are given.
What is the area of the grey rectangle?

(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 18 (E) 20

23. John has two watches; the gold one always runs fast, and the silver one always runs slow. Yesterday, at 9:00 AM, he set both watches to the correct time. After an hour, the gold one showed 10:05 and the silver one 9:55. By the evening of the same day, the silver watch showed 8:00 PM.
What time does the gold watch show then?
(A) 9:00 PM (B) 9:30 PM (C) 10:00 PM (D) 10:30 PM (E) 11:00 PM

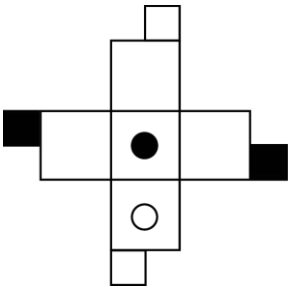
24. A triangle consists of three smaller triangles. The two grey triangles are congruent (see the diagram, which is not to scale). What is the measure of angle α?
(A) 105° (B) 115° (C) 120° (D) 135° (E) 140°

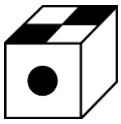
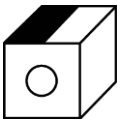
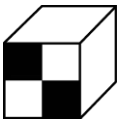
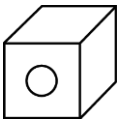
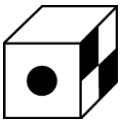


25. The units digit of a number is 1. Liam covers this digit with his hand and now sees a new number that is 2026 smaller than the original number. What is the product of the digits of the original number?
(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20

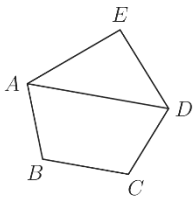
26. Daria has two large cubes with side length 4, each made up of smaller cubes with side length 1 glued together. To paint the outside of the first of the large cubes, she needs 2 tubes of paint. She removes several small cubes from the second large cube and needs 3 tubes of paint for the remaining object.
What is the minimum number of small cubes she has removed?
(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 18

27. The image on the right shows a template from which a cube can be made. Which of the following images shows the finished cube?



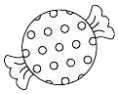
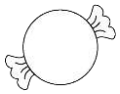
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

28. Bernhard wants to draw a pentagon $ABCDE$ with diagonal AD, in which: $\overline{EA} = \overline{ED}$ and $\overline{AB} = \overline{CD}$. He wants AD to be parallel to BC. Unfortunately, his drawing is not very accurate. He also wants $\angle AED$ and $\angle ADC$ to be equal, and the ratio of $\angle EDA$ and $\angle BAD$ to be $3:2$.
What would the size of $\angle DCB$ be in an accurate drawing?
(A) 135° (B) 125° (C) 120° (D) 115° (E) 110°



29. Deindra writes a number $\overline{abcde}$, where each letter represents a digit from 1 to 5, and all digits are used. It is known that the digit e is odd. The digit a is a divisor of $a + b + c$. The digit b is a divisor of $b + c + d$. The digit c is a divisor of $c + d + e$. How many different possibilities are there for the number $\overline{abcde}$?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

30. Anna, Elsa, and their mother are playing a logic game. The mother chooses a sweet from the options shown below. She tells Anna the pattern on the wrapper and Elsa the shape of the sweet. The mother asks, "Do you know which sweet I chose?" Both Anna and Elsa answer "No." The mother asks a second time, "Do you know now?" Again, they both answer "No." When the mother asks a third time, both Anna and Elsa answer correctly at the same time. Which sweet was chosen?

(A)  (B)  (C) (D) (E)

Känguru der Mathematik 2026

Gruppe Kadett (7. und 8. Schulstufe)
Österreich – 23. März 2026

Lösungsvektor

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E	E	B	E	A	D	C	B	B	C	C	C	C	A	C	D	B	C	C	C	B	B	C	D	E	D	C	A	D	E

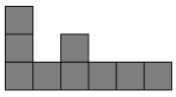
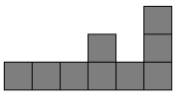
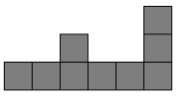
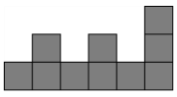
3 Punkte

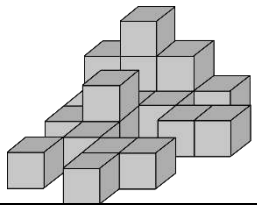
1. Jana findet Jahreszahlen cool, die nur gerade Ziffern haben.
Jonas findet Jahreszahlen cool, in denen alle Ziffern verschieden sind.
Welches ist das nächste Jahr, das beide cool finden?
(A) 2028 (B) 2034 (C) 2042 (D) 2045 **(E)** 2046

Lösung: **E**
Das Jahr 2046 erfüllt alle Bedingungen.

2. In welchem Bild hat der graue Bereich den kleinsten Flächeninhalt?
(A) (B) (C) (D) **(E)**

Lösung: **E**
Die Kreissektoren (A) – (D) können jeweils zu einem vollständigen Kreis ergänzt werden. Die Kreissektoren in (E) können nicht zu einem vollständigen Kreissektor ergänzt werden.

3. Känguru Karla schaut von rechts auf den Stapel von zwanzig Kisten (siehe Abbildung).
Was sieht Karla?
(A)  **(B)**  (C) (D)  (E) 



Lösung: **B**

4. Mario besitzt drei verschiedene Hosen und fünf verschiedene T-Shirts. Heute trägt er die gelbe Hose und das grüne T-Shirt. Morgen möchte er wieder eine Hose und ein T-Shirt tragen, aber nicht komplett gleich gekleidet wie heute in die Schule gehen.
Wie viele Möglichkeiten hat er dafür?

(A) 5 (B) 6 (C) 10 (D) 12 **(E)** 14

Lösung: **E**
Insgesamt gibt es $3 \cdot 5 = 15$ Möglichkeiten Hose und T-Shirt zu kombinieren. Eine Kombination trägt er heute – es verbleiben somit 14 Möglichkeiten.

5. Martin schaut seine Digitaluhr zu den untenstehenden Uhrzeiten im Spiegel an.
Wann zeigt sie auch im Spiegel eine mögliche Uhrzeit an?

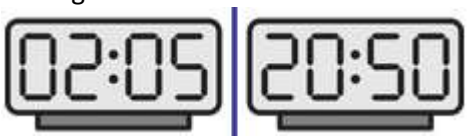
(A)

(B)

(C)

(D)

(E)

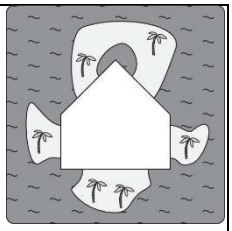
Lösung: **A**


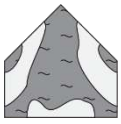
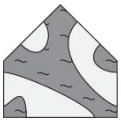
6. Amalia möchte die Ziffern 2, 0, 2 und 6 in die Kästchen $\frac{\square+\square}{\square-\square}$ einsetzen. Dabei soll in jedes Kästchen genau eine Ziffer eingesetzt werden.
Was ist das kleinste **positive** Ergebnis, das sie erhalten kann?

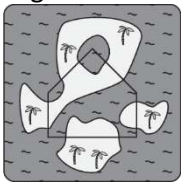
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$

Lösung: **D**
Die kleinste positive Zahl ist $\frac{2+0}{6-2} = \frac{1}{2}$.

7. Die Landkarte auf der rechten Seite kann mit einem beliebigen der folgenden fünf Teile vervollständigt werden. Das Meer ist dunkelgrau dargestellt, Inseln sind hellgrau.
Mit welchem Teil zeigt die Landkarte die meisten Inseln?



(A) 
(B)
(C)
(D) 
(E)

Lösung: **C**


8. Welche der folgenden Zahlen ist **nicht** die Summe von zwei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen?

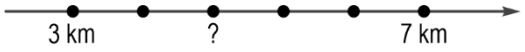
(A) 5 **(B)** 10 (C) 13 (D) 15 (E) 21

Lösung: **B**

$$2 + 3 = 5$$
$$6 + 7 = 13$$
$$7 + 8 = 15$$
$$10 + 11 = 21$$

Für die Zahl 10 ist dies nicht möglich.

9. Entlang einer Straße gibt es Markierungen in gleichen Abständen. Die erste Markierung ist nach 3 Kilometern. Die sechste Markierung ist nach 7 Kilometern. Nach wie vielen Kilometern ist die dritte Markierung?



(A) 4,5 **(B)** 4,6 (C) 4,7 (D) 4,8 (E) 4,9

Lösung: **B**

Die Markierungen sind bei 3 – 3,8 – **4,6** – 5,4 – 6,2 – 7,0.

10. In einer Klasse wurde ein Klassenmaskottchen gewählt. 70 % der Personen wählten das Känguru, 25 % wählten den Biber und 5 % wählten den Maulwurf. Moritz war der Einzige, der den Maulwurf wählte. Wie viele Personen nahmen an der Wahl teil?

(A) 10 (B) 15 **(C)** 20 (D) 25 (E) 35

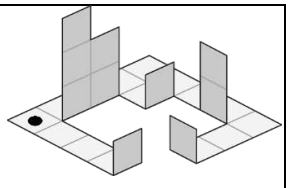
Lösung: **C**

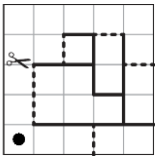
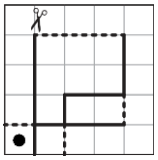
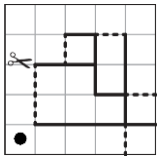
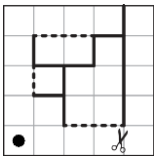
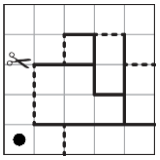
$$5\,\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

Da $\frac{1}{20}$ aller Personen den Maulwurf wählten – und dies war lediglich Moritz, nahmen insgesamt 20 Personen an der Wahl teil.

4 Punkte

11. Ada hat eine Papiervorlage verwendet, um die gezeigte Figur herzustellen. Die gestrichelten Linien auf der Vorlage sind Faltlinien, und die durchgezogenen Linien sind Schnittlinien. Welche Vorlage hat Ada verwendet?



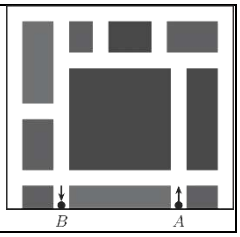
(A)  (B)  **(C)**  (D)  (E) 

Lösung: **C**

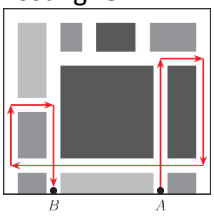
12. Der Stadtplan von Känguruhausen ist rechts dargestellt. Die weißen Bereiche stellen Straßen dar. In Känguruhausen dürfen Fahrzeuge nur geradeaus fahren oder nach rechts lenken, dabei nicht jedoch am Platz umdrehen. Kangarina möchte von Punkt A nach Punkt B fahren.

Mindestens wie oft muss sie nach rechts lenken?

(A) 4 (B) 5 **(C)** 6 (D) 7 (E) 9



Lösung: **C**



13. Andi, Budi, Citra und Dira stellen sich hintereinander auf, aber nicht in dieser Reihenfolge. Es gilt:

- Andi steht nicht ganz vorne.
- Budi steht direkt hinter Andi.
- Citra ist nicht die Vorletzte.
- Dira steht nicht ganz vorn und nicht ganz hinten.

In welcher Reihenfolge stehen sie von vorne nach hinten?

(A) Budi, Dira, Andi, Citra (B) Citra, Andi, Dira, Budi **(C)** Citra, Dira, Andi, Budi

(D) Citra, Dira, Budi, Andi (E) Dira, Citra, Andi, Budi

Lösung: **C**

Die Sitzplätze sind von vorne nach hinten mit 1 bis 4 nummeriert.

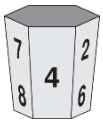
Andi kann nur auf den Plätzen 2, 3 und 4 sitzen. Budi muss hinter Andi sitzen, daher kann Andi entweder auf Platz 2 oder 3 sitzen, während Budi auf Platz 3 oder 4 sitzt.

Dira darf nicht ganz hinten sitzen. Wenn Dira auf Platz 2 sitzt, muss Andi auf Platz 3 und Budi auf Platz 4 sitzen, während Citra auf Platz 1 sitzt. Wenn Dira auf Platz 3 sitzt, muss Andi auf Platz 2 und Budi auf Platz 4 sitzen, während Citra auf Platz 1 sitzt. Dies funktioniert jedoch nicht, da Andi und Budi hintereinander sitzen müssen.

Daher lautet die Reihenfolge von vorne nach hinten: Citra, Dira, Andi und Budi.

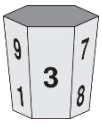
14. Auf Svetlanas Tasse stehen die Ziffern 1 bis 9 genau einmal. Die Tasse ist in genau vier der folgenden Bilder zu sehen. Welches Bild zeigt sicher eine andere Tasse?

(A)

(B) 

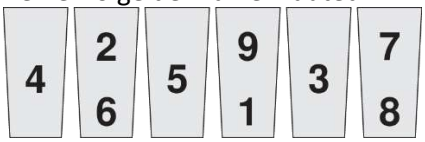
(C)

(D)

(E) 

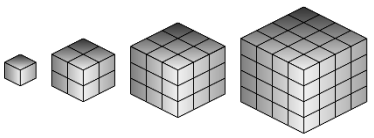
Lösung: **A**

Wenn (A) und (C) beide meine Tasse zeigen würden, müssten sie entgegengesetzte Seiten der Tasse zeigen. Da jedoch weder die Zahl 2 noch die Zahl 6 darauf zu sehen sind, muss eine von ihnen eine andere Tasse zeigen. Daher zeigen (B), (D) und (E) meine Tasse. (D) und (E) müssen entgegengesetzte Seiten der Tasse zeigen, sodass die richtige Reihenfolge der Zahlen lautet:



Daher zeigt (C) ebenfalls meine Tasse, und (A) zeigt eine andere Tasse.

15. Maus Mirko hat vier unterschiedliche große Käseblöcke, die jeweils aus gleich großen Würfeln bestehen (siehe Abbildung). Er isst den ganzen ersten Block, die Hälfte des zweiten, ein Drittel des dritten und ein Viertel des vierten Blocks. Welchen Anteil an der gesamten Käsemenge hat Mirko gegessen?

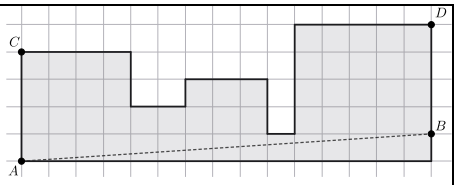


(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ **(C)** $\frac{3}{10}$ (D) $\frac{2}{5}$ (E) $\frac{1}{10}$

Lösung: **C**

Maus Mirko hat insgesamt $1 + 4 + 9 + 16 = 30$ Käsestücke gegessen, wobei es insgesamt $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100$ Käsestücke gibt. Die Lösung ist daher $\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$.

16. Eine Form (siehe Abbildung) besteht aus fünf aneinanderliegenden Quadraten mit Flächeninhalten von 1 m², 4 m², 9 m², 16 m² und 25 m². Valeriu schneidet entlang der strichlierten Linie AB, die parallel zu CD verläuft, ein Stück in Form eines Dreiecks ab.
Wie groß ist der Flächeninhalt der verbleibenden Form?



(A) 44,5 m² (B) 45,5 m² (C) 46,5 m² **(D)** 47,5 m² (E) 48,5 m²

Lösung: **D**

Die gesamte Form hat eine Fläche von $1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55$ cm². Da $\overline{AB}$ parallel zu $\overline{CD}$ ist, hat das rechtwinkelige Dreieck, welches abgeschnitten wird, eine Höhe von 1 cm. Die Seite des abgetrennten Dreiecks hat eine Länge von $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ cm. Die Fläche des rechtwinkeligen Dreiecks beträgt $\frac{15 \cdot 1}{2} = 7{,}5$ cm². Daraus ergibt sich für die verbleibende Fläche $55 - 7{,}5 = 47{,}5$ cm².

17. Christoph hat den 4-stelligen Code seines Fahrradschlosses vergessen. Er weiß noch: Die erste Ziffer ist größer als 6. Die zweite Ziffer ist eine 0. Die letzten beiden Ziffern sind gleich. Wie viele solche Zahlenkombinationen muss er maximal ausprobieren, bis er das Zahlenschloss sicher öffnen kann?

(A) 27 **(B)** 30 (C) 32 (D) 36 (E) 81

Lösung: **B**

Der Code hat 4 Stellen, wobei die zweite Stelle sicherlich durch die Ziffer 0 besetzt wird. Für die erste Ziffer gibt es 3 Möglichkeiten – 7,8 oder 9. Für die dritte und vierte Stelle, da sie gleich sein müssen, gibt es 10 Möglichkeiten. Insgesamt gibt es also $3 \cdot 10 = 30$ mögliche Zahlenkombinationen.

18. Papa Wichtel und fünf junge Wichtel leben in einem magischen Wald. Jeder junge Wichtel isst sechs Kirschen pro Tag. Papa Wichtel isst jeden Tag fünf Kirschen mehr als die durchschnittliche Anzahl der Kirschen, die von allen sechs Wichteln gegessen werden. Wie viele Kirschen isst Papa Wichtel pro Tag?

(A) 10 (B) 11 **(C)** 12 (D) 13 (E) 14

Lösung: **C**

Sei x die Anzahl der Kirschen, die Papa Wichtel isst. Die durchschnittliche Anzahl der Kirschen, die von den sechs Wichteln gegessen wird, beträgt $\frac{30+x}{6}$. Aus der Gleichung $\frac{30+x}{6} = x - 5$ ergibt sich $x = 12$. Daher isst Papa Wichtel jeden Tag 12 Kirschen.

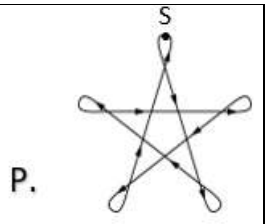
19. In der gegebenen Aufgabe (siehe Abbildung) steht jeder der Buchstaben A, B und C für eine einzelne Ziffer, und verschiedene Buchstaben stehen für verschiedene Ziffern.
Wie lautet der Wert von A?

$$\begin{array}{r} A\ B\ C \\ +\ A\ C\ B \\ \hline C\ 4\ A \end{array}$$

(A) 1 (B) 2 **(C)** 3 (D) 5 (E) 7

Lösung: **C**
Da C die Ziffer in der Hunderterstelle der Antwort ist, können wir daraus schließen, dass $C > A$. Daher muss es einen Übertrag von 1 von der Einerstelle zur Zehnerstelle geben. Die Addition auf der rechten Seite ist in beiden Fällen $B + C$. Aufgrund des Übertrags ergibt sich $A = 4 - 1 = 3$.

20. Jenny startet im Punkt S und läuft mit Eislaufschuhen den sternförmigen Pfad genau einmal entlang. Sie läuft dabei immer mit Blickrichtung wie mit den Pfeilen angedeutet (siehe Abbildung). Ihre Freundin Josefin steht die ganze Zeit im Punkt P und macht jedes Mal ein Foto, wenn Jenny genau in ihre Richtung schaut. Wie viele Fotos macht Josefin?



(A) 1 (B) 2 **(C)** 3 (D) 4 (E) 5

Lösung: **C**

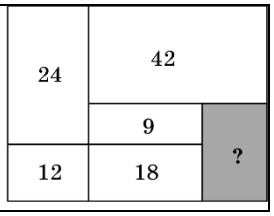
5 Punkte

21. Eine Schulklasse geht Eis essen, es gibt Vanille und Schoko. Jedes Kind isst entweder nur Vanille oder beide Sorten. Beide Sorten wurde von vier Mal so vielen Kindern gewählt wie nur Vanille.
Wie viele Kinder könnten in der Schulklasse sein?

(A) 24 **(B)** 25 (C) 26 (D) 27 (E) 28

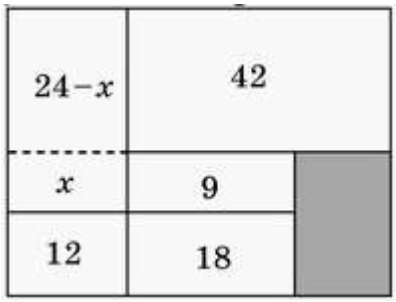
Lösung: **B**
n Kinder nur Vanille. m Kinder essen beide Sorten. Die Aussage „Beide Sorten wurde von vier Mal so vielen Kindern gewählt wie nur Vanille.“ führt zu $m = 4n$. Daher sind in der Klasse $n + m = 5n$. Die Anzahl der Kinder in der Klasse ist daher ein Vielfaches von 5 – damit verbleibt lediglich Antwort B.

22. Das rechts abgebildete Rechteck ist in sechs kleinere Rechtecke unterteilt, wobei die Flächeninhalte von fünf davon angegeben sind.
Wie groß ist der Flächeninhalt des grauen Rechtecks?



(A) 14 **(B)** 15 (C) 16 (D) 18 (E) 20

Lösung: **B**
Teilen wir das Rechteck wie in der nebenstehenden Abbildung dargestellt.
Es gilt folgender Zusammenhang $\frac{x}{12} = \frac{9}{18}$. Es gilt daher, dass $x = 6$.
Zudem ergibt sich daraus, dass $24 - x = 18$. Außerdem ist auch $x + 12 = 18$. Somit teilt die strichlierte Strecke ein Rechteck in zwei flächengleiche kleinere Rechtecke mit den Flächeninhalten $24 - x$ und $x + 12$. Somit ist auch der Flächeninhalt $24 - x + 42 = 60$ die Hälfte des Rechtecks. Diese hat einen Flächeninhalt von 120. Somit ergibt sich für den Flächeninhalt des grauen Rechtecks der Wert 15.



23. John hat zwei Uhren. Die goldene geht immer zu schnell und die silberne geht immer zu langsam. Gestern hat er beide Uhren um 09:00 Uhr auf die richtige Zeit gestellt. Nach einer Stunde zeigte die goldene 10:05 an und die silberne 09:55. Am Abend desselben Tages zeigte die silberne Uhr 20:00 an.
Welche Zeit zeigt dann die goldene Uhr?

(A) 21:00 (B) 21:30 **(C)** 22:00 (D) 22:30 (E) 23:00

Lösung: **C**
Eine Stunde vergeht. Die goldene Uhr zeigt 65 Minuten vergangene Zeit. Die silberne Uhr zeigt 55 Minuten vergangene Zeit.

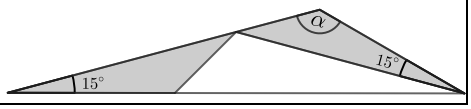
$$\frac{vergangene\ Zeit\ silberne\ Uhr}{vergangene\ Zeit\ goldene\ Uhr} = \frac{55}{65}$$

$$\Rightarrow vergangene\ Zeit\ goldene\ Uhr = \frac{65}{55} \cdot vergangene\ Zeit\ silberene\ Uhr$$

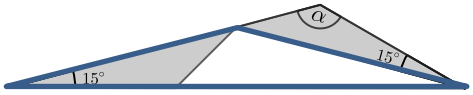
Laut silberner Uhr sind 11 Stunden vergangen, daher sind laut goldener Uhr 13 Stunden vergangen. Es ist also 22:00 Uhr.

24. Ein Dreieck besteht aus drei kleineren Dreiecken. Die beiden grauen Dreiecke sind deckungsgleich (siehe nicht maßstabsgetreue Abbildung). Wie groß ist der Winkel α?

(A) 105° (B) 115° (C) 120° **(D)** 135° (E) 140°



Lösung: **D**
Auf Grund der Tatsache, dass es sich bei den grauen Dreiecken um deckungsgleiche Dreiecke handelt, ist das blau dargestellte Dreieck ein gleichschenkliges Dreieck mit Basiswinkeln $15°$.



Daher gilt auf Grund der Winkelsumme in Dreiecken:

$$\alpha = 180° - 2 \cdot 15° - 15° = 135°$$

25. Die Einerstelle einer Zahl ist 1. Liam deckt diese Ziffer mit der Hand ab und sieht nun eine neue Zahl, die um 2026 kleiner ist als die ursprüngliche Zahl. Wie lautet das Produkt der Ziffern der ursprünglichen Zahl?

(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 **(E)** 20

Lösung: **E**
Die ursprüngliche Zahl hat die Struktur $A1 \rightarrow 10A + 1 = A + 2026 \Rightarrow A = 225$
Die ursprüngliche Zahl ist also 2251 und hat ein Ziffernprodukt von 20.

26. Daria hat zwei große Würfel mit einer Seitenlänge von 4, die jeweils aus kleinen zusammengeklebten Würfeln mit einer Seitenlänge 1 bestehen. Um den ersten der großen Würfel von außen zu bemalen, benötigt sie 2 Tuben Farbe. Sie entnimmt aus dem zweiten großen Würfel mehrere kleine Würfel und benötigt für das verbleibende Objekt 3 Tuben Farbe.
Wie viele kleine Würfel hat sie mindestens entfernt?

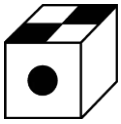
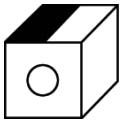
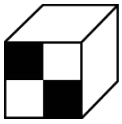
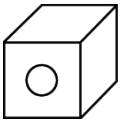
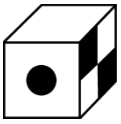
(A) 6 (B) 8 (C) 10 **(D)** 12 (E) 18

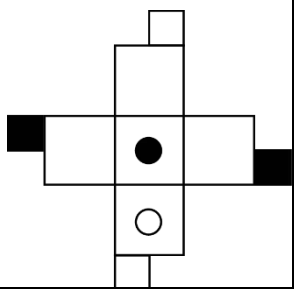
Lösung: **D**
Die Oberfläche des ersten Würfels beträgt $6 \cdot 4 \cdot 4 = 96$ Flächeneinheiten. Sie benötigt dafür 2 Tuben Farbe. Beim zweiten Würfel benötigt sie 3 Tuben Farbe – dies entspricht einer Oberfläche von 144 Flächeneinheiten.
Fallunterscheidung:

1) Wenn man einen kleinen Würfel in einem der Ecken entfernt, so ändert sich die Anzahl der zu bemalenden Oberfläche nicht.
2) Wenn man einen kleinen Würfel an einer Kante (kein Eckwürfel) entfernt, so ergeben sich 2 zusätzlich zu bemalende Flächeneinheiten.
3) Wenn man einen Würfel einer Seitenfläche entfernt, so ergeben sich 4 zusätzlich zu bemalende Flächeneinheiten.

In Fall 3) müssen am wenigsten kleine Würfel entfernt werden. Insgesamt müssen mindestens $48 : 4$ kleine Würfel, die sich nicht berühren, an den Seitenflächen entfernt werden.

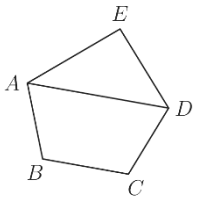
27. Die Abbildung rechts zeigt eine Vorlage, aus der ein Würfel hergestellt werden kann. Welche der folgenden Abbildungen kann den fertigen Würfel zeigen?

(A)  (B)  **(C)**  (D)  (E) 



Lösung: **C**

28. Bernhard möchte ein Fünfeck $ABCDE$ mit der Diagonale AD zeichnen, in dem gilt: $\overline{EA} = \overline{ED}$ und $\overline{AB} = \overline{CD}$. Er möchte, dass AD parallel zu BC ist. Leider ist seine Zeichnung nicht sehr genau. Außerdem möchte er, dass $\angle AED$ und $\angle ADC$ gleich groß sind und das Verhältnis der Größen von $\angle EDA$ und $\angle BAD$ $3 : 2$ beträgt.
Wie groß wäre $\angle DCB$ in einer genauen Zeichnung?



(A) 135° (B) 125° (C) 120° (D) 115° (E) 110°

Lösung: **A**
Da $EA = ED$ gilt, ist das Dreieck EAD gleichschenkelig.
Da $AB = CD$ und $AD \parallel BC$ gilt, ist das Viereck $ABCD$ ein gleichschenkeliges Trapez.
Außerdem, da die Winkel $\angle EDA$ und $\angle BAD$ im Verhältnis 3:2 sind, erhält man
$\angle EDA = \angle DAE = 3x$ und $\angle BAD = \angle ADC = \angle AED = 2x$. (Der theoretische Fall $\angle BAD = 180° - \angle ADC$ ist nicht möglich.)
Im Dreieck EDA erhalten wir daher

$$\angle DAE + \angle AED + \angle EDA = 3x + 2x + 3x = 8x = 180°.$$

Mit $x = 22{,}5°$ erhält man $\angle ADC = 2x = 45°$. Im Trapez $ABCD$ ergibt sich dann

$$\angle DCB = 180° - \angle ADC = 180° - 45° = 135°.$$

29. Deindra schreibt eine Zahl $\overline{abcde}$, wobei jeder Buchstabe für eine Ziffer von 1 bis 5 steht und alle Ziffern verwendet werden. Es ist bekannt: Die Ziffer e ist ungerade. Die Ziffer a ist ein Teiler von $a+b+c$. Die Ziffer b ist ein Teiler von $b+c+d$. Die Ziffer c ist ein Teiler von $c+d+e$. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für die Zahl $\overline{abcde}$?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 **(D)** 5 (E) 6

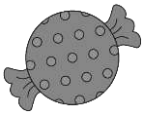
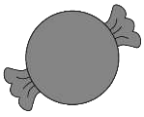
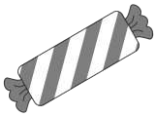
Lösung: **D**

Insgesamt gibt es zwei gerade Ziffer, 2 und 4, und drei ungerade Ziffern, 1,3 und 5. Sei G eine gerade Ziffer, U eine ungerade Ziffer und X eine beliebige Ziffer. Die letzte Ziffer ist ungerade, also hat die Zahl die Struktur XXXXU. Dabei darf die Reihenfolge GGU und GUG nicht vorkommen, da die Summe aus zwei geraden und einer ungeraden Ziffer immer ungerade ist – und diese ist nicht durch eine gerade Zahl teilbar.

G, G, U, U in XXXXU so anzuordnen, dass GGU und GUG nicht hintereinanderkommen, führt zu Anordnungen mit der Struktur: GUUGU.

Dabei erfüllen folgende Anordnungen die Bedingungen: 21345, 23541, 25143, 43125, 45321

30. Anna, Elsa und ihre Mutter spielen ein Logikspiel. Die Mutter wählt eine Süßigkeit aus den unten gezeigten Optionen aus. Sie teilt Anna das Muster auf der Verpackung mit und Elsa die Form der Süßigkeit. Die Mutter fragt: „Weißt du, welche Süßigkeit ich ausgewählt habe?“ Sowohl Anna als auch Elsa antworten mit „Nein“. Die Mutter fragt ein zweites Mal: „Weißt du es jetzt?“ Wieder antworten beide mit „Nein“. Als die Mutter ein drittes Mal fragt, antworten sowohl Anna als auch Elsa gleichzeitig richtig. Welche Süßigkeit wurde ausgewählt?

(A)  (B)  (C) (D)  **(E)**

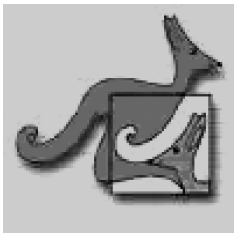
Lösung: **E**

Da weder Anna noch Elsa nach der ersten Frage ihrer Mutter wissen, welches Bonbon gemeint ist, können beide herausfinden, dass die Bonbons B und C nicht infrage kommen. Wenn es Bonbon B wäre, das einzige Bonbon mit einer schlichten Verpackung, hätte Anna es gewusst, da sie das Muster der Verpackung kennt. Ebenso, wenn es Bonbon C wäre, das einzige Bonbon in Form eines Zuckerstabs, hätte Elsa es gewusst, da sie die Form des Bonbons kennt.
Da weder Anna noch Elsa nach der zweiten Frage ihrer Mutter wissen, welches Bonbon gemeint ist, muss es Bonbon E sein. Nur die Bonbons A, D und E bleiben als Möglichkeiten übrig, wenn die zweite Frage gestellt wird. Da Anna die Antwort nicht kennt, muss das Muster der Verpackung bei den verbleibenden Möglichkeiten zweimal vorkommen, sodass das ausgewählte Bonbon entweder A oder E ist. Ebenso, da Elsa die Antwort nicht kennt, muss die Form des Bonbons bei den verbleibenden Möglichkeiten zweimal vorkommen, sodass das ausgewählte Bonbon entweder D oder E ist. Als ihre Mutter dann die dritte Frage stellt, wissen beide, dass das Bonbon dasjenige mit der gepunkteten Verpackung und der langen Form sein muss, und somit ist es Bonbon E

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2026
23. März 2026

Kategorie: Junior, 9. und 10. Schulstufe

Name	
Schule	
Klasse	



Arbeitszeit: 75 Minuten

Basispunkte	30 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 1 – 10	3 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 11 – 20	4 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 21 – 30	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) deiner Antwort leserlich und eindeutig in das Kästchen unter die Nummer der Aufgabe (1 – 30) schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik"

JA, ich stimme mit meiner Unterschrift zu, dass meine angeführten personen-bezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte

Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

Unterschrift

pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade. Infos: www.oemo.at

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

Känguru der Mathematik 2026
Gruppe Junior (9. und 10. Schulstufe)
Österreich – 23. März 2026

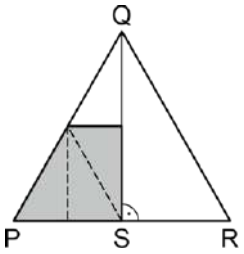
3 Punkte

1. Welcher der folgenden Ausdrücke hat den kleinsten Wert?
(A) $202 : 6$ (B) $202{,}6$ (C) $20 + 26$ (D) $202 - 6$ (E) $20 \cdot 26$

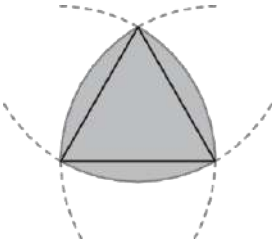
2. Ein Zahlenpalindrom ist eine Zahl, die von vorne und hinten gelesen gleich ist. Vanessa hat vor ein paar Jahren bemerkt, dass ihr Geburtsdatum im Format TT.MM.JJJJ ein Zahlenpalindrom ist.
In welchem Monat wurde Vanessa geboren?
(A) Jänner (B) Februar (C) September (D) Oktober (E) November

3. Während des Abendessens wurden 19 Zwetschken gegessen. Die fünf Familienmitglieder haben jeweils entweder drei oder vier dieser Zwetschken gegessen. Wie viele Personen haben vier Zwetschken gegessen?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

4. Alexander zeichnet ein gleichseitiges Dreieck PRQ. Der Punkt S ist der Mittelpunkt der Strecke PR. Durch den Mittelpunkt der Strecke SQ zeichnet er eine Linie, die parallel zur Basis PR ist (siehe Abbildung).
Welchen Anteil der Fläche des gleichseitigen Dreiecks nimmt die grau markierte Fläche ein?
(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{1}{3}$



5. Die Abbildung zeigt ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge 2 cm. Kathrin sticht mit dem Zirkel in jeden der Eckpunkte ein und zeichnet jeweils einen Kreisbogen durch die anderen beiden Eckpunkte. Wie groß ist der Umfang der grauen Fläche?
(A) π cm (B) 6 cm (C) 2π cm (D) 8 cm (E) 4π cm

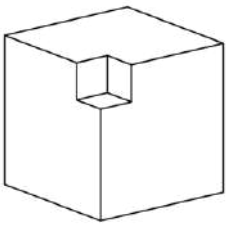


6. Emil füllt je ein leeres Kästchen im Term $2 \square 0 \square 2 \square 6$ mit einem „$+$“, einem „$-$“ und einem „$\cdot$“ (nicht notwendigerweise in dieser Reihenfolge).
Welchen Wert kann der Term dabei **nicht** annehmen?
(A) -10 (B) -4 (C) 4 (D) 5 (E) 8

7. Jenny schreibt das Wort „KANGAROO“ 20-mal direkt hintereinander: KANGAROOKANGAROO… .
Wie viele weitere Buchstaben schreibt sie, nachdem sie das zwanzigste „A“ geschrieben hat?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 83 (E) 84

8. Für welche Ziffer A hat die Zahl $\overline{AA}$ genau A verschiedene positive Teiler?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

9. Entfernt man von einem Holzwürfel mit der Kantenlänge 4 cm wie in der Abbildung einen kleinen Eckwürfel mit der Kantenlänge 1 cm, ändert sich die Anzahl der Seitenflächen des verbleibenden Objekts. Wie viele Seitenflächen hat das Objekt, das verbleibt, wenn man kleine Würfel in jedem der 8 Eckpunkte entfernt?
(A) 18 (B) 24 (C) 26 (D) 30 (E) 32



10. Lukas hat einen roten und einen blauen Spielwürfel, auf denen jeweils die Flächen wie üblich mit den Zahlen von 1 bis 6 beschriftet sind. Er wirft die beiden Würfel und subtrahiert die Zahl auf dem roten Würfel von der auf dem blauen Würfel. Wie viele verschiedene Ergebnisse sind dabei möglich?
(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 11

4 Punkte

11. Das Jahr 2026 hat zwei auffallende Eigenschaften: Genau zwei der vier Ziffern sind gleich und die Summe der vier Ziffern ist 10. Wie viele Jahre im 21. Jahrhundert erfüllen diese beiden Eigenschaften?
(A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 1

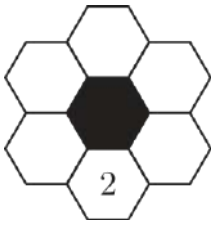
12. Abdul schreibt die siebenstellige Zahl $\overline{193391a}$ auf. Diese Zahl ist durch 6 teilbar. Wie lautet die Ziffer a?
(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

13. In der ersten Runde eines Schachturniers spielt jedes Kind gegen jedes andere Kind genau einmal. Für einen Sieg erhält man 3 Punkte, für ein Unentschieden 1 Punkt und für eine Niederlage -1 Punkt. Die Summe aller in der ersten Runde vergebenen Punkte beträgt 90. Wie viele Kinder haben am Turnier teilgenommen?
(A) 5 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 15

14. Bei einer Reise durch die Schottischen Hochländer wurden fünf Wandernde von Mücken gestochen. Es gibt jeweils eine Person mit $14, 13, 10, 9$ und 7 Stichen. Die Summe der Stiche von Anton und Linda ist dreimal so groß wie die Anzahl der Stiche von Kai. Die Summe der Stiche von Mia und Linda ist doppelt so groß wie die Anzahl der Stiche von Peter. Wie viele Stiche hat Linda?
(A) 14 (B) 13 (C) 10 (D) 9 (E) 7

15. Robert hat ein verschlossenes Zahlenschloss vor seinem Kellerabteil und eines, mit dem sein Fahrrad im Kellerabteil abgeschlossen ist. Jedes Zahlenschloss hat drei Ziffern von 0 bis 9. Er hat deren Kombinationen vergessen, weiß aber noch, dass die Kombinationen unterschiedlich sind und dass beide aus drei unterschiedlichen geraden Ziffern bestehen, die von links nach rechts größer werden. Eine mögliche Kombination ist 028.
Wie viele solche Kombinationen muss er höchstens ausprobieren, bis er beide Zahlenschlösser öffnen kann?
(A) 20 (B) 19 (C) 17 (D) 13 (E) 6

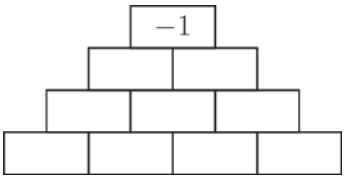
16. Bei einem Rätsel werden die Primzahlen $2, 3, 5, 7, 11$ und 13 in die weißen Sechsecke der Abbildung geschrieben. Dabei darf keine Summe zweier benachbarter Sechsecke eine Primzahl sein. Die Zahl 2 wurde bereits eingefügt.
Wie viele verschiedene Arten gibt es, das Rätsel korrekt zu lösen?
(A) 2 (B) 6 (C) 12 (D) 60 (E) 120



17. Bäuerin Freda hat Kühe, Pferde, Ziegen, Schweine und Hühner auf ihrem Hof. Sie hat mehr Hühner als Schweine, mehr Schweine als Ziegen, mehr Ziegen als Pferde und mehr Pferde als Kühe. Sie hat halb so viele Kühe wie Hühner. Wie viele Tiere hat Freda mindestens auf ihrem Hof?
(A) 30 (B) 32 (C) 34 (D) 36 (E) 38

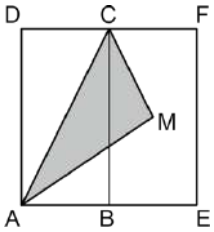
18. Auf einer Kreislinie sind in gleichmäßigen Abständen fünfzehn Punkte markiert.
Wie viele regelmäßige Vielecke gibt es, deren Eckpunkte sich alle unter diesen fünfzehn Punkten befinden?
(A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 13

19. Gegeben ist die abgebildete Ziegelmauer. Ali will auf jeden Ziegel entweder die Zahl -1 oder die Zahl $+1$ schreiben, sodass die Zahl auf jedem Ziegel (mit Ausnahme der untersten Schicht) gleich dem Produkt der Zahlen auf den beiden darunterliegenden Ziegeln ist. Die Zahl auf dem obersten Ziegel muss -1 sein.
Auf wie viele verschiedene Arten kann er die Ziegelmauer beschriften?



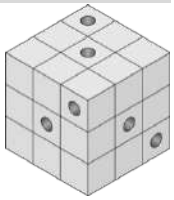
(A) 4 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 16

20. Die Abbildung zeigt die beiden kongruenten Rechtecke $ABCD$ und $BEFC$. Der Punkt M ist der Mittelpunkt des Rechtecks $BEFC$. Welchen Anteil des Flächeninhalts des Rechtecks $AEFD$ nimmt der Flächeninhalt des Dreiecks AMC ein?
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{2}{9}$

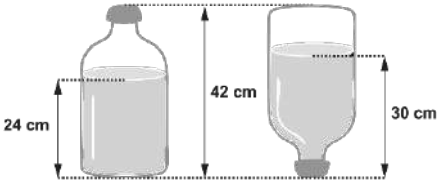


5 Punkte

21. Ein großer Würfel, der aus mehreren identischen kleinen Würfeln besteht, wurde sechsmal parallel zu einer Würfelkante durchbohrt. Die Abbildung zeigt die sechs Bohrlöcher.
Wie viele der kleinen Würfel wurden **nicht** durchbohrt?
(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) 21

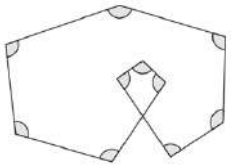


22. Die Abbildung zeigt, wie sich die Höhe des Wasserstandes in einer Flasche verändert, wenn man diese auf den Kopf stellt. Das Fassungsvermögen der Flasche beträgt $4{,}5$ Liter und der gesamte mit Wasser gefüllte Teil im linken Bild ist zylinderförmig. Wie viele Liter Wasser befinden sich in der Flasche?
(A) $2{,}4$ (B) $2{,}5$ (C) $2{,}7$ (D) 3 (E) $3{,}5$



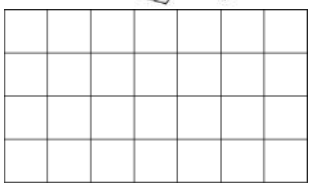
23. Für zwei nicht-negative ganze Zahlen a und b gilt die Gleichung $a^b - ab = 2026$. Was ist der Wert von $a + b$?
(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 1013 (E) 1015

24. Die nicht maßstabsgetreue Abbildung stellt eine Figur mit zehn gleich großen Winkeln dar. Wie groß ist jeder dieser Winkel?



(A) $96°$ (B) $105°$ (C) $108°$ (D) $115°$ (E) $120°$

25. Mike hat eine Flaschenkiste, in die 28 Flaschen passen. Diese sind wie in der Abbildung als 7-mal-4-Raster angeordnet. Er möchte so viele Flaschen wie möglich in die Kiste stellen, wobei jede Flasche an maximal zwei andere Flaschen angrenzen darf. An den Ecken dürfen sich die betreffenden Felder aber berühren.
Wie viele Flaschen kann er so höchstens in die Kiste stellen?

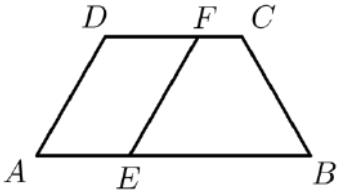


(A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 (E) 20

26. Alan, Ben, Carl, David und Ernest haben an einem Rennen teilgenommen. Einer der fünf hat es nicht ins Ziel geschafft. Die übrigen haben das Rennen mit unterschiedlichen Platzierungen beendet. Folgende Aussagen haben sie getroffen, wobei genau einer gelogen hat:
Alan: „Ich wurde Zweiter oder Dritter."
Ben: „Ich habe es ins Ziel geschafft und wurde nicht Vierter."
Carl: „Ich wurde Erster."
David: „Ich wurde Vierter."
Ernest: „Ich habe es nicht ins Ziel geschafft."
Wer hat gelogen?
(A) Alan (B) Ben (C) Carl (D) David (E) Ernest

27. Ron hat acht Stöcke unterschiedlicher, aber ganzzahliger Länge. Aus keiner Kombination von drei Stöcken kann ein Dreieck geformt werden. Wie lang muss der längste dieser acht Stöcke mindestens sein?
(A) 32 (B) 33 (C) 34 (D) 35 (E) 36

28. Die nicht maßstabsgetreue Abbildung zeigt ein gleichschenkeliges Trapez $ABCD$ mit $\overline{AB} = 120$ und $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 60$. Das Trapez soll durch eine Parallele EF zu AD in zwei gleich große Flächen geteilt werden.
Wie lang ist die Strecke DF?



(A) 30 (B) 39 (C) 40 (D) 45 (E) 52

29. Fatima und Nina wechseln sich beim Herausnehmen von Zuckerln aus einer Box ab: Fatima nimmt 1 Zuckerl, dann Nina 2, dann Fatima 3, dann Nina 4 und so weiter. Wenn nicht mehr genug Zuckerl zum Fortführen dieser Regel übrig sind, nimmt das Kind, das an der Reihe ist, alle übrigen Zuckerl. Am Ende hat Fatima 407 Zuckerl.
Wie viele Zuckerl waren zu Beginn in der Box?
(A) 814 (B) 827 (C) 834 (D) 841 (E) 851

30. Amber fährt mit ihrem Hochrad durch eine kleine Wasserlacke, wie in der nicht maßstabsgetreuen Abbildung gezeigt.
Wie könnte die Spur, die sie hinterlässt, aussehen?

(A)

(B)

(C)

(D)

(E)

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2026
23rd March 2026

Level: Junior, Grade: Schulstufe 9 and 10

Full name	
School	
Class	

Time: 75 minutes

base points	30 points
each correct answer to questions 1 – 10	3 points
each correct answer to questions 11 – 20	4 points
each correct answer to questions 21 – 30	5 points
each question left unanswered	0 points
each incorrect answer:	minus ¼ of the available points

Please write the letter (A, B, C, D, E) of your answer in the square under the question number (1 – 30). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik"

JA, ich stimme mit meiner Unterschrift zu, dass meine angeführten personen-bezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte

Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

Unterschrift

pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade. Infos: www.oemo.at

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

Känguru der Mathematik 2026
Level Junior (Schulstufe 9 and 10)
Austria – 23rd March 2026

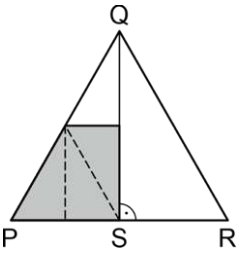
3 Points

1. Which of the following expressions has the smallest value?
(A) $202 \div 6$ (B) 202.6 (C) $20 + 26$ (D) $202 - 6$ (E) 20×26

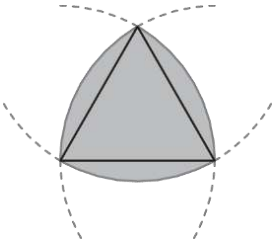
2. A palindrome is a number that reads the same forwards and backwards. Vanessa noticed a few years ago that her birthdate, in the format DD.MM.YYYY, is a palindrome.
In which month was Vanessa born?
(A) January (B) February (C) September (D) October (E) November

3. Nineteen plums were eaten during dinner. The five family members each ate either three or four of these plums.
How many people ate four plums?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

4. Alexander draws an equilateral triangle PRQ. Point S is the midpoint of segment PR.
Through the midpoint of segment SQ, he draws a line parallel to the base PR (see diagram).
What proportion of the area of the equilateral triangle is covered by the grey shaded area?
(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{1}{3}$



5. The diagram shows an equilateral triangle with a side length of 2 cm. Kathrin places the compass point at each of the vertices and draws an arc through the other two vertices.
What is the perimeter of the grey area?
(A) π cm (B) 6 cm (C) 2π cm (D) 8 cm (E) 4π cm

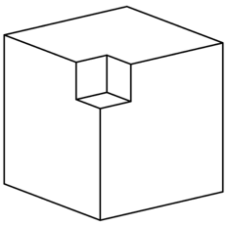


6. Emil fills the empty boxes in the expression $2 \square 0 \square 2 \square 6$ with one „+“, one „−“ and one„×“ (not necessarily in that order).
What value can the expression **not** take?
(A) -10 (B) -4 (C) 4 (D) 5 (E) 8

7. Jenny writes the word "KANGAROO" 20 times in a row: KANGAROOKANGAROO… .
How many more letters does she write after writing the twentieth "A"?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 83 (E) 84

8. For which digit A does the number $\overline{AA}$ have exactly A different positive factors?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

9. If a small corner cube with an edge length of 1 cm is removed from a wooden cube with an edge length of 4 cm, as shown in the diagram, the number of faces of the remaining object changes. How many faces does the object have if small cubes are removed in each of the 8 vertices?
(A) 18 (B) 24 (C) 26 (D) 30 (E) 32



10. Lukas has a red and a blue die, each with the numbers 1 to 6 printed on its faces. He rolls the two dice and subtracts the number on the red die from the number on the blue die. How many different results are possible?
(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 11

4 Points

11. The year 2026 has two striking properties: Exactly two of its four digits are the same, and the sum of the four digits is 10. How many years in the 21st century have both of these properties?
(A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 1

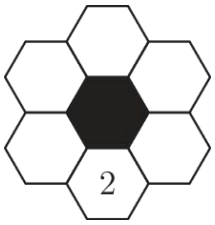
12. Abdul writes down the seven-digit number $\overline{193391a}$. This number is divisible by 6. What is the digit a?
(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

13. In the first round of a chess tournament, each child plays against every other child exactly once. A win is worth 3 points, a draw 1 point, and a loss -1 point. The total number of points awarded in the first round is 90. How many children participated in the tournament?
(A) 5 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 15

14. During a hike through the Scottish Highlands, five hikers were bitten by midges. There is one person each with 14, 13, 10, 9, and 7 bites respectively. The sum of Anton's and Linda's bites is three times the number of bites Kai received. The sum of Mia's and Linda's bites is twice the number of bites Peter received. How many bites did Linda receive?
(A) 14 (B) 13 (C) 10 (D) 9 (E) 7

15. Robert has a combination lock on his basement storage unit and another one to lock his bicycle inside. Each lock has three digits from 0 to 9. He has forgotten the combinations, but remembers that they are different and that both consist of three different even digits, increasing from left to right. One possible combination is 028.
How many such combinations must he try at most before he can open both combination locks?
(A) 20 (B) 19 (C) 17 (D) 13 (E) 6

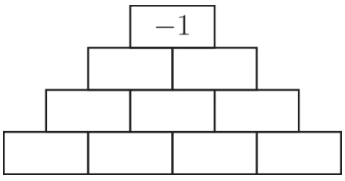
16. In a puzzle, the prime numbers 2, 3, 5, 7, 11, and 13 are written in the white hexagons of the diagram. The sum of any two adjacent hexagons may not be a prime number. The number 2 has already been filled in.
How many different ways are there to solve the puzzle correctly?
(A) 2 (B) 6 (C) 12 (D) 60 (E) 120



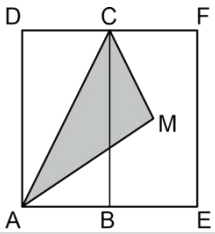
17. Farmer Freda has cows, horses, goats, pigs, and chickens on her farm. She has more chickens than pigs, more pigs than goats, more goats than horses, and more horses than cows. She has half as many cows as chickens. What is the minimum number of animals Freda has on her farm?
(A) 30 (B) 32 (C) 34 (D) 36 (E) 38

18. Fifteen points are marked at equal intervals on a circle.
How many regular polygons are there, whose vertices all lie among these fifteen points?
(A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 13

19. We are given the brick wall as shown. Ali wants to write either the number –1 or the number +1 on each brick, such that the number on each brick (except in the bottom layer) is equal to the product of the numbers on the two bricks below it. The number on the top brick should be -1.
In how many ways can he label the brick wall?
(A) 4 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 16

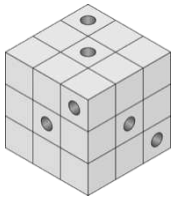


20. The diagram shows the two congruent rectangles $ABCD$ and $BEFC$. Point M is the centre of rectangle $BEFC$. What fraction of the area of rectangle $AEFD$ is the area of triangle AMC ?
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{2}{9}$

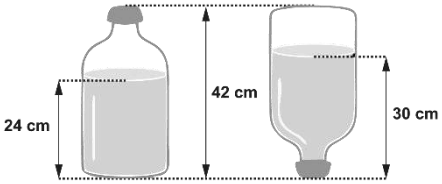


5 Points

21. A large cube, made up of several identical smaller cubes, was drilled through six times parallel to an edge of the cube. The diagram shows the six resulting holes.
How many of the smaller cubes were **not** drilled through?
(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) 21

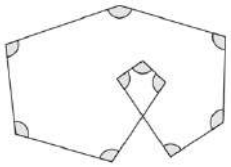


22. The diagram shows how the water level in a bottle changes when it is turned upside down. The bottle has a capacity of 4.5 liters, and the entire water-filled portion in the left-hand image is cylindrical. How many litres of water are in the bottle?
(A) 2.4 (B) 2.5 (C) 2.7 (D) 3 (E) 3.5



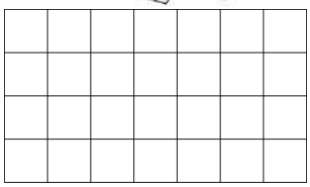
23. For two non-negative integers a and b, the equation $a^b - ab = 2026$ holds. What is the value of $a + b$?
(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 1013 (E) 1015

24. The diagram, which is not to scale, depicts a figure with ten equal angles. What is the measure of each of these angles?



(A) $96°$ (B) $105°$ (C) $108°$ (D) $115°$ (E) $120°$

25. Mike has a crate that holds 28 bottles. These are arranged in a 7x4 grid, as shown in the diagram. He wants to fit as many bottles as possible into the crate, with each bottle only adjacent to a maximum of two other bottles. However, the relevant cells can touch at the corners.
What is the maximum number of bottles he can fit in the crate in this way?

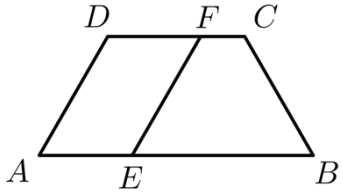


(A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 (E) 20

26. Alan, Ben, Carl, David, and Ernest participated in a race. One of the five did not finish. The others finished the race with varying placements. They made the following statements, with exactly one of them lying:
Alan: „I came in second or third.“
Ben: „I finished and I didn't come in fourth.“
Carl: „I came in first.“
David: „I came in fourth.“
Ernest: „I didn't finish.“
Who lied?
(A) Alan (B) Ben (C) Carl (D) David (E) Ernest

27. Ron has eight sticks of different integer lengths. No combination of three sticks can form a triangle. What is the minimum length the longest of these eight sticks must have?
(A) 32 (B) 33 (C) 34 (D) 35 (E) 36

28. The diagram, which is not to scale, shows an isosceles trapezoid $ABCD$ with $\overline{AB} = 120$ and $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 60$. The trapezoid is to be divided into two equal areas by a line EF parallel to AD.
What is the length of line segment DF?



(A) 30 (B) 39 (C) 40 (D) 45 (E) 52

29. Fatima and Nina take turns taking sweets from a box: Fatima takes 1 sweet, then Nina takes 2, then Fatima takes 3, then Nina takes 4, and so on. When there aren't enough sweets left to continue this pattern, the child whose turn it is takes all the remaining sweets. In the end, Fatima has 407 sweets.
How many sweets were in the box at the beginning?
(A) 814 (B) 827 (C) 834 (D) 841 (E) 851

30. Amber rides her penny-farthing through a small puddle, as shown in the not-to-scale illustration.
What might the track she leaves behind look like?

(A) [redacted]

(B) [redacted]

(C) [redacted]

(D) [redacted]

(E) [redacted]

Känguru der Mathematik 2026

Gruppe Junior (9. und 10. Schulstufe)
Österreich – 23. März 2026

Lösungsvektor

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	B	E	D	C	D	D	E	D	E	A	C	C	B	B	C	A	C	B	A	C	D	A	C	E	C	C	D	B	E

3 Punkte

1. Welcher der folgenden Ausdrücke hat den kleinsten Wert?
(A) $202 : 6$ (B) $202{,}6$ (C) $20 + 26$ (D) $202 - 6$ (E) $20 \cdot 26$

Lösung: **A**
Der Ausdruck in (A) hat den Wert $33,\dot{6}$, der in (B) $202{,}6$, der in (C) den Wert 46, der Ausdruck in (D) hat den Wert 196 und der in (E) hat den Wert 520. Somit hat der Ausdruck in (A) den kleinsten Wert.

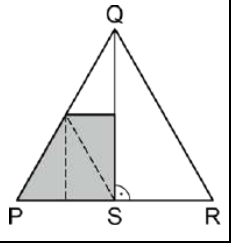
2. Ein Zahlenpalindrom ist eine Zahl, die von vorne und hinten gelesen gleich ist. Vanessa hat vor ein paar Jahren bemerkt, dass ihr Geburtsdatum im Format TT.MM.JJJJ ein Zahlenpalindrom ist. In welchem Monat wurde Vanessa geboren?
(A) Jänner **(B)** Februar (C) September (D) Oktober (E) November

Lösung: **B**
Um als Geburtsdatum ein Zahlenpalindrom zu erhalten, müssen die Monatsziffern die Jahrhundertziffern von hinten nach vorne geschrieben sein. Für die Jahrhundertziffern kommen nur $\overline{19}$ oder $\overline{20}$ in Frage, da Vanessa noch lebt. Mit Jahrhundertziffern $\overline{19}$ müsste Vanessa im $\overline{91}$. Monat geboren sein. Das kann also nicht sein. Mit Jahrhundertziffern $\overline{20}$ erhält man als Monatsziffern $\overline{02}$, also Februar. Vanessa wurde somit im Februar geboren.

3. Während des Abendessens wurden 19 Zwetschken gegessen. Die fünf Familienmitglieder haben jeweils entweder drei oder vier dieser Zwetschken gegessen. Wie viele Personen haben vier Zwetschken gegessen?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 **(E)** 4

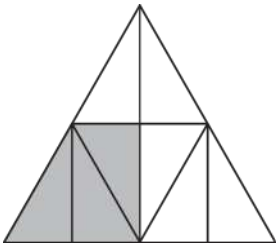
Lösung: **E**
Hätte jede der fünf Personen vier Zwetschken gegessen, wären insgesamt $5 \cdot 4 = 20$ Zwetschken verzehrt worden. Da es nur 19 Zwetschken gab, muss eine Person drei Zwetschken gegessen haben. Somit haben $5 - 1 = 4$ Personen je vier Zwetschken gegessen.

4. Alexander zeichnet ein gleichseitiges Dreieck PRQ. Der Punkt S ist der Mittelpunkt der Strecke PR. Durch den Mittelpunkt der Strecke SQ zeichnet er eine Linie, die parallel zur Basis PR ist (siehe Abbildung). Welchen Anteil der Fläche des gleichseitigen Dreiecks nimmt die grau markierte Fläche ein?
(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{1}{4}$ **(D)** $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{1}{3}$

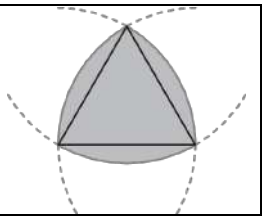


Lösung: **D**

Da das Dreieck gleichseitig ist, kann es in vier kleinere gleichseitige Dreiecke unterteilt werden. Jedes dieser kleineren Dreiecke kann in zwei gleich große Dreiecke unterteilt werden. Somit ist das Dreieck in 8 gleich große Dreiecke unterteilt (siehe Abbildung), wovon 3 grau markiert sind. Der Anteil der Fläche des gleichseitigen Dreiecks, den die grau markierte Fläche einnimmt, beträgt also $\frac{3}{8}$.



5. Die Abbildung zeigt ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge 2 cm. Kathrin sticht mit dem Zirkel in jeden der Eckpunkte ein und zeichnet jeweils einen Kreisbogen durch die anderen beiden Eckpunkte. Wie groß ist der Umfang der grauen Fläche?
(A) π cm (B) 6 cm **(C)** 2π cm (D) 8 cm (E) 4π cm



Lösung: **C**
Der Umfang der Figur ist die Summe der drei Kreisbögen, die Kathrin zeichnet. Die drei Kreisbögen sind gleich groß. Jeder Winkel eines Kreisbogens beträgt $60°$, da es sich um ein gleichseitiges Dreieck handelt. Jeder Kreisbogen ist somit $2\pi \cdot 2 \cdot \frac{60°}{360°} = \frac{2}{3}\pi$ cm lang. Der Umfang der grauen Fläche beträgt also $3 \cdot \frac{2}{3}\pi = 2\pi$ cm.

6. Emil füllt je ein leeres Kästchen im Term $2 \square 0 \square 2 \square 6$ mit einem „$+$“, einem „$-$“ und einem „$\cdot$“ (nicht notwendigerweise in dieser Reihenfolge).
Welchen Wert kann der Term dabei **nicht** annehmen?
(A) -10 (B) -4 (C) 4 **(D)** 5 (E) 8

Lösung: **D**
Alle Ziffern in der Rechnung sind gerade. Beim Einsetzen der Rechenzeichen „$+$“, „$-$“ und „$\cdot$“ kann als Ergebnis keine ungerade Zahl erhalten werden. Somit ist 5 korrekt.

7. Jenny schreibt das Wort „KANGAROO“ 20-mal direkt hintereinander: KANGAROOKANGAROO… .
Wie viele weitere Buchstaben schreibt sie, nachdem sie das zwanzigste „A“ geschrieben hat?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 **(D)** 83 (E) 84

Lösung: **D**
Nachdem Jenny das zwanzigste „A“ geschrieben hat, hat sie das Wort „KANGAROO“ neunmal ganz geschrieben und einmal nur „KANGA“. Nun fehlen noch die 3 Buchstaben „ROO“ und zehnmal das ganze Wort „KANGAROO“ mit 8 Buchstaben. Insgesamt schreibt sie also noch $10 \cdot 8 + 3 = 83$ Buchstaben, nachdem sie das zwanzigste „A“ geschrieben hat.

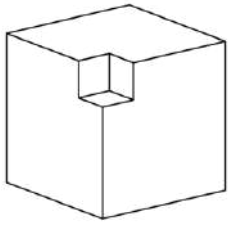
8. Für welche Ziffer A hat die Zahl $\overline{AA}$ genau A verschiedene positive Teiler?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 **(E)** 8

Lösung: **E**
Für die verschiedenen Antwortmöglichkeiten kann man die Teilermengen und die Anzahl der Teiler bestimmen.
$T(22) = \{1, 2, 11, 22\} \Rightarrow 4$ Teiler
$T(33) = \{1, 3, 11, 33\} \Rightarrow 4$ Teiler
$T(44) = \{1, 2, 4, 11, 22, 44\} \Rightarrow 6$ Teiler
$T(66) = \{1, 2, 3, 6, 11, 22, 33, 66\} \Rightarrow 8$ Teiler
$T(88) = \{1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 88\} \Rightarrow 8$ Teiler

Man erkennt, dass nur für die $A = 8$ die Zahl $\overline{AA}$ genau A Teiler hat.

9. Entfernt man von einem Holzwürfel mit der Kantenlänge 4 cm wie in der Abbildung einen kleinen Eckwürfel mit der Kantenlänge 1 cm, ändert sich die Anzahl der Seitenflächen des verbleibenden Objekts. Wie viele Seitenflächen hat das Objekt, das verbleibt, wenn man kleine Würfel in jedem der 8 Eckpunkte entfernt?

(A) 18 (B) 24 (C) 26 **(D)** 30 (E) 32



Lösung: **D**

Ein Würfel hat 6 Seitenflächen. Beim Entfernen jedes kleinen Eckwürfels kommen 3 Seitenflächen dazu. Da 8 Eckwürfel entfernt werden, hat das verbleibende Objekt $6 + 8 \cdot 3 = 30$ Seitenflächen.

10. Lukas hat einen roten und einen blauen Spielwürfel, auf denen jeweils die Flächen wie üblich mit den Zahlen von 1 bis 6 beschriftet sind. Er wirft die beiden Würfel und subtrahiert die Zahl auf dem roten Würfel von der auf dem blauen Würfel. Wie viele verschiedene Ergebnisse sind dabei möglich?

(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 **(E)** 11

Lösung: **E**

Das kleinstmögliche Ergebnis erhält Lukas, wenn er mit dem roten Würfel 1 würfelt und mit dem blauen Würfel 6. Die Differenz ist dann $1 - 6 = -5$. Das größtmögliche Ergebnis erhält er, wenn er mit dem roten Würfel 6 würfelt und mit dem blauen Würfel 1. Die Differenz ist dann $6 - 1 = 5$. Sein Ergebnis kann alle ganzzahligen Werte von -5 bis 5 annehmen. Das sind 11 verschiedene Ergebnisse.

4 Punkte

11. Das Jahr 2026 hat zwei auffallende Eigenschaften: Genau zwei der vier Ziffern sind gleich und die Summe der vier Ziffern ist 10. Wie viele Jahre im 21. Jahrhundert erfüllen diese beiden Eigenschaften?

(A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 1

Lösung: **A**

Die Jahre im 21. Jahrhundert, die diese beiden Eigenschaften erfüllen, sind: $2008, 2026, 2044, 2062$ und 2080. Das sind 5 Jahre.

12. Abdul schreibt die siebenstellige Zahl $\overline{193391a}$ auf. Diese Zahl ist durch 6 teilbar. Wie lautet die Ziffer a?

(A) 0 (B) 2 **(C)** 4 (D) 6 (E) 8

Lösung: **C**

Eine Zahl ist genau dann durch 6 teilbar, wenn sie durch 2 und durch 3 teilbar ist. Durch 2 ist eine Zahl genau dann teilbar, wenn die letzte Ziffer gerade ist. Damit kommen für a also nur noch $0, 2, 4, 6$ und 8 in Frage. Durch 3 ist eine Zahl genau dann teilbar, wenn die Ziffernsumme durch 3 teilbar ist. Die Ziffernsumme der Zahl ist $1 + 9 + 3 + 3 + 9 + 1 + a = 26 + a$ und nur dann durch 3 teilbar, wenn a entweder $1, 4$ oder 7 ist. Nur die Ziffer 4 erfüllt beide Bedingungen, somit muss $a = 4$ sein.

13. In der ersten Runde eines Schachturniers spielt jedes Kind gegen jedes andere Kind genau einmal. Für einen Sieg erhält man 3 Punkte, für ein Unentschieden 1 Punkt und für eine Niederlage -1 Punkt. Die Summe aller in der ersten Runde vergebenen Punkte beträgt 90. Wie viele Kinder haben am Turnier teilgenommen?

(A) 5 (B) 8 **(C)** 10 (D) 12 (E) 15

Lösung: **C**

Bei jedem Spiel werden in Summe 2 Punkte vergeben (entweder $3 + (-1) = 2$, wenn eine Person gewinnt und die andere verliert oder $1 + 1 = 2$, wenn das Spiel unentschieden ausgeht). In der ersten Runde werden also $90 : 2 = 45$ Spiele gespielt. Bei k Kindern werden $(k-1) + (k-2) + \cdots + 1 = \frac{k(k-1)}{2}$ Spiele gespielt. Somit soll $\frac{k(k-1)}{2} = 45$ gelten. Diese Gleichung ist nur für die Antwortmöglichkeit $k = 10$ erfüllt. Es haben also 10 Kinder am Turnier teilgenommen.

14. Bei einer Reise durch die Schottischen Hochländer wurden fünf Wandernde von Mücken gestochen. Es gibt jeweils eine Person mit $14, 13, 10, 9$ und 7 Stichen. Die Summe der Stiche von Anton und Linda ist dreimal so groß wie die Anzahl der Stiche von Kai. Die Summe der Stiche von Mia und Linda ist doppelt so groß wie die Anzahl der Stiche von Peter. Wie viele Stiche hat Linda?

(A) 14 **(B)** 13 (C) 10 (D) 9 (E) 7

Lösung: **B**

A… Anzahl der Stiche von Anton, K… Anzahl der Stiche von Kai, L… Anzahl der Stiche von Linda, M… Anzahl der Stiche von Mia, P… Anzahl der Stiche von Peter

Da die Summe der Stiche von Anton und Linda dreimal so groß ist wie die Anzahl der Stiche von Kai ($A + L = 3K$), muss $A + L$ durch 3 teilbar sein. Dafür gibt es unter den vorgegebenen Stichanzahlen folgende Möglichkeiten:

$7 + 14 = 21$ Dann hätte Kai $21 : 3 = 7$ Stiche, was laut Angabe nicht möglich ist, da entweder Anton oder Linda bereits 7 Stiche hat.

$10 + 14 = 24$ Dann hätte Kai $24 : 3 = 8$ Stiche, was laut Angabe nicht möglich ist.

$13 + 14 = 27$ Dann hätte Kai $27 : 3 = 9$ Stiche.

Es folgt also, dass Linda entweder 13 oder 14 Stiche hat.

Da die Summe der Stiche von Mia und Linda doppelt so groß ist wie die Anzahl der Stiche von Peter ($M + L = 2P$), muss $M + L$ durch 2 teilbar sein. Dafür gibt es nur noch folgende Möglichkeiten, wenn man bereits weiß, dass Linda entweder 13 oder 14 Stiche hat

$9 + 13 = 22$ Dann hätte Peter $22 : 2 = 11$ Stiche, was laut Angabe nicht möglich ist.

$7 + 13 = 20$ Dann hätte Peter $20 : 2 = 10$ Stiche.

Somit muss Linda 13 Stiche haben.

Die übrigen Wandernden haben folgende Anzahlen an Stichen: Mia hat 7 Stiche, Peter 10 Stiche, Kai 9 Stiche und und Anton 14 Stiche.

15. Robert hat ein verschlossenes Zahlenschloss vor seinem Kellerabteil und eines, mit dem sein Fahrrad im Kellerabteil abgeschlossen ist. Jedes Zahlenschloss hat drei Ziffern von 0 bis 9. Er hat deren Kombinationen vergessen, weiß aber noch, dass die Kombinationen unterschiedlich sind und dass beide aus drei unterschiedlichen geraden Ziffern bestehen, die von links nach rechts größer werden. Eine mögliche Kombination ist 028.

Wie viele solcher Kombinationen muss er höchstens ausprobieren, bis er beide Zahlenschlösser öffnen kann?

(A) 20 **(B)** 19 (C) 17 (D) 13 (E) 6

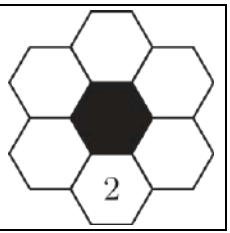
Lösung: **B**

Folgende Kombinationen sind für die beiden Schlösser möglich: $024, 026, 028, 046, 048, 068, 246, 248, 268$ und 468. Für das Schloss vor dem Kellerabteil ist spätestens die 10. (und letzte) dieser Kombinationen korrekt. Da die Kombinationen unterschiedlich sein müssen, kommen für das Fahrradschloss nur noch 9 Kombinationen in Frage. Insgesamt muss er also höchstens $10 + 9 = 19$ solcher Kombinationen ausprobieren.

16. Bei einem Rätsel werden die Primzahlen $2, 3, 5, 7, 11$ und 13 in die weißen Sechsecke der Abbildung geschrieben. Dabei darf keine Summe zweier benachbarter Sechsecke eine Primzahl sein. Die Zahl 2 wurde bereits eingefügt.

Wie viele verschiedene Arten gibt es, das Rätsel korrekt zu lösen?

(A) 2 (B) 6 **(C)** 12 (D) 60 (E) 120



Lösung: **C**

Wenn man $3, 5$ oder 11 zu 2 addiert, erhält man eine Primzahl. Somit können neben der 2 nur die Zahlen 7 und 13 stehen, wofür es 2 Möglichkeiten gibt. Die anderen drei Sechsecke können ohne Einschränkungen befüllt werden, da

sich benachbarte Zellen nicht zu einer Primzahl addieren können (denn die Summe von zwei ungeraden Zahlen ist gerade und die einzige gerade Primzahl ist die 2). Für diese drei Sechsecke gibt es $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ Möglichkeiten. Insgesamt gibt es somit $2 \cdot 6 = 12$ Arten, um das Rätsel korrekt zu lösen.

17. Bäuerin Freda hat Kühe, Pferde, Ziegen, Schweine und Hühner auf ihrem Hof. Sie hat mehr Hühner als Schweine, mehr Schweine als Ziegen, mehr Ziegen als Pferde und mehr Pferde als Kühe. Sie hat halb so viele Kühe wie Hühner. Wie viele Tiere hat Freda mindestens auf ihrem Hof?

(A) 30 (B) 32 (C) 34 (D) 36 (E) 38

Lösung: **A**

K… Anzahl der Kühe, P… Anzahl der Pferde, Z… Anzahl der Ziegen, S… Anzahl der Schweine, H… Anzahl der Hühner

Da Freda mehr Hühner als Schweine, mehr Schweine als Ziegen, mehr Ziegen als Pferde und mehr Pferde als Kühe hat, folgt:

$$H > S > Z > P > K$$

Um die Mindestanzahl der Tiere zu bestimmen, wird

$$P = K + 1$$
$$Z = P + 1 = K + 2$$
$$S = Z + 1 = K + 3$$
$$H = S + 1 = K + 4$$

gesetzt.

Außerdem ist bekannt, dass Freda halb so viele Hühner hat wie Kühe. Damit gilt: $H = 2K$
Dies kann mit der letzten Gleichung von oben gleichgesetzt werden: $2K = K + 4 \Leftrightarrow K = 4$
Es gibt also mindestens 4 Kühe auf Fredas Farm. Daraus folgt für die Mindestanzahlen der anderen Tiere:

$$P = 5$$
$$Z = 6$$
$$S = 7$$
$$H = 8$$

Die Mindestanzahl der Tiere auf Fredas Hof kann also berechnet werden mit:

$$H + S + Z + P + K = 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30$$

Freda hat somit mindestens 30 Tiere auf ihrem Hof.

18. Auf einer Kreislinie sind in gleichmäßigen Abständen fünfzehn Punkte markiert.
Wie viele regelmäßige Vielecke gibt es, deren Eckpunkte sich alle unter diesen fünfzehn Punkten befinden?

(A) 5 (B) 7 **(C)** 9 (D) 11 (E) 13

Lösung: **C**

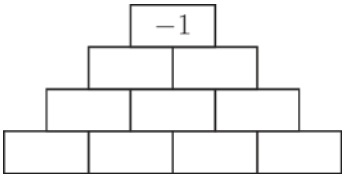
Um regelmäßige Vielecke bilden zu können, kommen nur Teiler von 15 als Anzahl der Eckpunkte in Frage.

$$T(15) = \{1, 3, 5, 15\}$$

Es gibt kein Vieleck mit nur einem Eckpunkt.
Es gibt 5 Möglichkeiten, um durch Auswahl von 3 der Punkte ein regelmäßiges Dreieck zu bilden.
Es gibt 3 Möglichkeiten, um durch Auswahl von 5 der Punkte ein regelmäßiges Fünfeck zu bilden.
Es gibt 1 Möglichkeit, um ein (regelmäßiges) Fünfzehneck zu bilden.

Daraus ergeben sich insgesamt $3 + 5 + 1 = 9$ regelmäßige Vielecke.

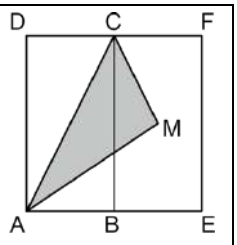
19. Gegeben ist die abgebildete Ziegelmauer. Ali will auf jeden Ziegel entweder die Zahl -1 oder die Zahl $+1$ schreiben, sodass die Zahl auf jedem Ziegel (mit Ausnahme der untersten Schicht) gleich dem Produkt der Zahlen auf den beiden darunterliegenden Ziegeln ist. Die Zahl auf dem obersten Ziegel muss -1 sein. Auf wie viele verschiedene Arten kann er die Ziegelmauer beschriften?



(A) 4 **(B)** 8 (C) 10 (D) 12 (E) 16

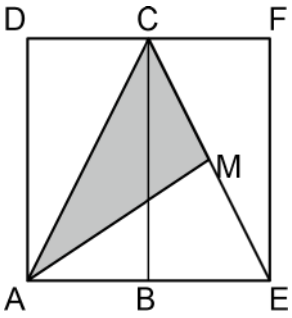
Lösung: **B**
Zum Ausfüllen Zellen ganz links hat Ali jeweils 2 Möglichkeiten. Entweder $+1$ oder -1. Die übrigen Zahlen in den jeweiligen Zeilen sind dann durch die darüber liegende Zeile bereits festgelegt, weil die Zahl auf jedem Ziegel gleich dem Produkt der Zahlen auf den beiden darunterliegenden Ziegeln sein muss.
Somit ergeben sich $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ verschiedene Arten, um die Ziegelmauer zu beschriften.

20. Die Abbildung zeigt die beiden kongruenten Rechtecke $ABCD$ und $BEFC$. Der Punkt M ist der Mittelpunkt des Rechtecks $BEFC$. Welchen Anteil des Flächeninhalts des Rechtecks $AEFD$ nimmt der Flächeninhalt des Dreiecks AMC ein?



(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{2}{9}$

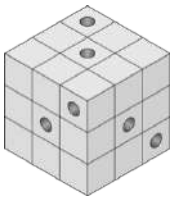
Lösung: **A**
Da M der Mittelpunkt des Rechtecks $BEFC$ ist, halbiert er die Strecke CE. Durch Ergänzen der Strecke CE wird ersichtlich, dass der Flächeninhalt des Dreiecks AMC halb so groß ist wie der Flächeninhalt des Dreiecks AEC (denn die Strecke AM halbiert das Dreieck AEC, da M genau in der Mitte von C und E liegt; siehe Abbildung).



Der Flächeninhalt des Dreiecks AEC ist weiters halb so groß wie der Flächeninhalt des Rechtecks $AEFD$, weil das Dreieck AEC in die Dreiecke ABC und BEC zerlegt werden kann und diese jeweils halb so groß wie die Rechteckt $ABCD$ bzw. $BEFC$ sind. Damit nimmt der Flächeninhalt des Dreiecks AMC $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ des Flächeninhalts des Rechtecks $AEFD$ ein.

5 Punkte

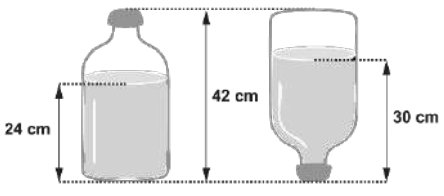
21. Ein großer Würfel, der aus mehreren identischen kleinen Würfeln besteht, wurde sechsmal parallel zu einer Würfelkante durchbohrt. Die Abbildung zeigt die sechs Bohrlöcher.
Wie viele der kleinen Würfel wurden **nicht** durchbohrt?



(A) 8 (B) 10 **(C)** 12 (D) 15 (E) 21

Lösung: **C**
Der große Würfel besteht aus $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ kleinen Würfeln. Jedes Bohrloch geht durch 3 kleine Würfel. Damit würden $6 \cdot 3 = 18$ der kleinen Würfel durchbohrt werden. Der Würfel in der Mitte wird jedoch von 3 unterschiedlichen Bohrlöchern durchbohrt, anstatt nur von einem. Der Würfel in der hinteren unteren Ecke wird von 2 unterschiedlichen Bohrlöchern durchbohrt, anstatt nur von einem. Es werden also tatsächlich nur $18 - 2 - 1 = 15$ der kleinen Würfel durchbohrt. Damit werden $27 - 15 = 12$ der kleinen Würfel nicht durchbohrt.

22. Die Abbildung zeigt, wie sich die Höhe des Wasserstandes in einer Flasche verändert, wenn man diese auf den Kopf stellt. Das Fassungsvermögen der Flasche beträgt $4{,}5$ Liter und der gesamte mit Wasser gefüllte Teil im linken Bild ist zylinderförmig. Wie viele Liter Wasser befinden sich in der Flasche?



(A) $2{,}4$ (B) $2{,}5$ (C) $2{,}7$ **(D)** 3 (E) $3{,}5$

Lösung: **D**
Der nicht mit Wasser gefüllte Teil der auf den Kopf gestellten Flasche ist 12 cm hoch. Dies entspricht genau der Hälfte der Höhe des mit Wasser gefüllten Teils der Flasche, die am Flaschenboden steht. Damit ist das Fassungsvermögen der Flasche $1{,}5$-Mal so groß, wie das Wasservolumen in der Flasche. Da das Fassungsvermögen der Flasche $4{,}5$ Litern entspricht, befinden sich $\frac{4{,}5}{1{,}5} = 3$ Liter in der Flasche.

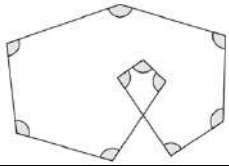
23. Für zwei nicht-negative ganze Zahlen a und b gilt die Gleichung $a^b - ab = 2026$. Was ist der Wert von $a + b$?
(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 1013 (E) 1015

Lösung: **A**
Aus $a^b - ab = a(a^{b-1} - b) = 2026$ folgt, dass a ein Teiler von 2026 ist. Die Teilermenge von 2026 ist:

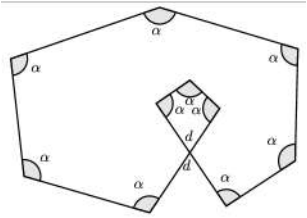
$$T(2026) = \{1, 2, 1013, 2026\}$$

Nur diese Werte kommen für a in Frage.
Beim Einsetzen dieser Werte in die Gleichung $a^b - ab = 2026$, wird deutlich, dass diese nur mit $a = 2$ und $b = 11$ eine wahre Aussage liefert. Für den gesuchten Wert gilt: $a + b = 2 + 11 = 13$.

24. Die nicht maßstabsgetreue Abbildung stellt eine Figur mit zehn gleich großen Winkeln dar. Wie groß ist jeder dieser Winkel?
(A) 96° (B) 105° **(C)** 108° (D) 115° (E) 120°



Lösung: **C**
Der gesuchte Winkel wird mit α bezeichnet. Der vierte Winkel im Viereck wird mit d bezeichnet.



Aufgrund der Innenwinkelsumme eines Vierecks gilt: $3\alpha + d = 360° \Leftrightarrow 3\alpha = 360° - d$

Wegen der Innenwinkelsumme eines Achtecks gilt: $7\alpha + (360° - d) = 6 \cdot 180°$.

Setzt man die umgeformte erste Gleichung in die zweite Gleichung ein erhält man:

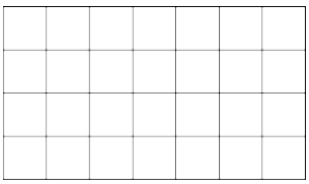
$$7\alpha + 3\alpha = 6 \cdot 180°$$
$$\Leftrightarrow 10\alpha = 1080°$$
$$\Leftrightarrow \alpha = 108°$$

Das Winkelmaß der grau markierten Winkel beträgt also jeweils 108°.

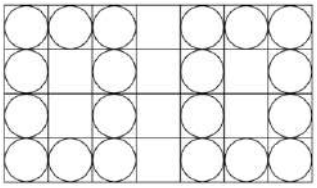
Alternative Erklärung:
Wenn man gedanklich an den Seiten der Figur entlangwandert, so macht man an jedem der zehn Eckpunkte eine kleine Drehung (Außenwinkel). Insgesamt macht man zwei volle Umdrehungen und dreht sich damit um $2 \cdot 360° = 720°$.

An jedem der zehn Eckpunkte hat man sich somit um $720 : 10 = 72°$ weitergedreht.
Das Winkelmaß der grau markierten Innenwinkel beträgt somit jeweils $180° - 72° = 108°$.

25. Mike hat eine Flaschenkiste, in die 28 Flaschen passen. Diese sind wie in der Abbildung als 7-mal-4-Raster angeordnet. Er möchte so viele Flaschen wie möglich in die Kiste stellen, wobei jede Flasche an maximal zwei andere Flaschen angrenzen darf. An den Ecken dürfen sich die betreffenden Felder aber berühren.
Wie viele Flaschen kann er so höchstens in die Kiste stellen?
(A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 **(E)** 20



Lösung: **E**
Unter den genannten Bedingungen haben 20 Flaschen in der Kiste Platz (siehe Abbildung).



26. Alan, Ben, Carl, David und Ernest haben an einem Rennen teilgenommen. Einer der fünf hat es nicht ins Ziel geschafft. Die übrigen haben das Rennen mit unterschiedlichen Platzierungen beendet. Folgende Aussagen haben sie getroffen, wobei genau einer gelogen hat:
Alan: „Ich wurde Zweiter oder Dritter."
Ben: „Ich habe es ins Ziel geschafft und wurde nicht Vierter."
Carl: „Ich wurde Erster."

David: „Ich wurde Vierter.“
Ernest: „Ich habe es nicht ins Ziel geschafft.“
Wer hat gelogen?
(A) Alan (B) Ben **(C)** Carl (D) David (E) Ernest

Lösung: **C**
Wenn Ernest die Wahrheit gesagt hat, müssen Alan, Ben, Carl und David es ins Ziel geschafft haben.
Hätte Ernest gelogen und es somit ins Ziel geschafft, müssten alle anderen Jungs die Wahrheit gesagt haben und hätten es somit allesamt ebenfalls ins Ziel geschafft. Dies steht im Widerspruch zur Angabe, also muss Ernest die Wahrheit gesagt haben.

Alan muss die Wahrheit gesagt haben, denn hätte er gelogen, wäre er Erster oder Vierter geworden, was im Widerspruch dazu stünde, dass Carl und David die Wahrheit gesagt haben.

Ben muss ebenfalls die Wahrheit gesagt haben, denn hätte er gelogen, wäre er Vierter geworden, was im Widerspruch zur wahrheitsgemäßen Aussage von David stünde.

Auch David muss die Wahrheit gesagt haben, denn hätte er gelogen, wäre keiner der vier Jungs, die es ins Ziel geschafft haben Vierter geworden, was der Angabe widerspricht.

Daher muss Carl gelogen haben und die Reihenfolge, in der die Jungs ins Ziel gekommen sind, lautet entweder: Ben, Alan, Carl, David oder Ben, Carl, Alan, David.

27. Ron hat acht Stöcke unterschiedlicher, aber ganzzahliger Länge. Aus keiner Kombination von drei Stöcken kann ein Dreieck geformt werden. Wie lang muss der längste dieser acht Stöcke mindestens sein?
(A) 32 (B) 33 **(C)** 34 (D) 35 (E) 36

Lösung: **C**
Die Längen der Stöcke werden mit $a_1, a_2, \dots, a_8$ bezeichnet mit $a_1 < a_2 < \cdots < a_8$.
Damit aus keiner Kombination von drei Stöcken ein Dreieck geformt werden kann, muss der längste der drei Stöcke jeweils mindestens genau so lang sein, wie die Summe der beiden kürzeren Stöcke (Dreiecksungleichung).

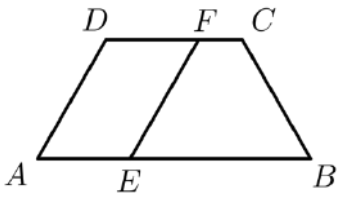
Um kein Dreieck zuzulassen, muss also gelten: $a_i \geq a_{i-1} + a_{i-2}$ mit $i \in \mathbb{N}$ und $i \geq 3$.

Damit die Mindestlänge des längsten Stockes bestimmt werden kann, wird $a_1 = 1$ und $a_2 = 2$ gesetzt und jeweils Gleichheit gewählt.

Damit gilt: $a_3 = a_2 + a_1 = 3$, $a_4 = a_3 + a_2 = 5$, $a_5 = a_4 + a_3 = 8$, $a_6 = a_5 + a_4 = 13$, $a_7 = a_6 + a_5 = 21$ und $a_8 = a_7 + a_6 = 34$

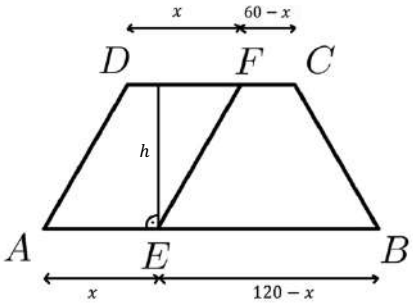
Die Stöcke haben in diesem Fall die Längen $1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34$ und die Länge des längsten Stockes ist mindestens 34.

28. Die nicht maßstabsgetreue Abbildung zeigt ein gleichschenkeliges Trapez $ABCD$ mit $\overline{AB} = 120$ und $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 60$. Das Trapez soll durch eine Parallele EF zu AD in zwei gleich große Flächen geteilt werden.
Wie lang ist die Strecke DF?
(A) 30 (B) 39 (C) 40 **(D)** 45 (E) 52



Lösung: **D**
Die gesuchte Länge der Strecke DF wird mit x bezeichnet und die Höhe des Trapezes auf die Seite AB wird mit h bezeichnet (siehe Abbildung).

Daraus folgt $\overline{AE} = x$, $\overline{CF} = \overline{CD} - x = 60 - x$ und $\overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE} = 120 - x$.



Der Flächeninhalt des Parallelogramms $AEFD$ kann berechnet werden mit

$$A_{Par} = x \cdot h$$

Der Flächeninhalt des Trapezes $EBCF$ kann berechnet werden mit

$$A_{Tra} = \frac{[(120 - x) + (60 - x)] \cdot h}{2}$$

Da diese beiden Flächeninhalte gleich groß sein sollen, werden diese gleichgesetzt:

$$x \cdot h = \frac{[(120 - x) + (60 - x)] \cdot h}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{180 - 2x}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x = 180 - 2x$$

$$\Leftrightarrow 4x = 180$$

$$\Leftrightarrow x = 45$$

Die Strecke DF hat somit die Länge 45.

29. Fatima und Nina wechseln sich beim Herausnehmen von Zuckerln aus einer Box ab: Fatima nimmt 1 Zuckerl, dann Nina 2, dann Fatima 3, dann Nina 4 und so weiter. Wenn nicht mehr genug Zuckerl zum Fortführen dieser Regel übrig sind, nimmt das Kind, das an der Reihe ist, alle übrigen Zuckerl. Am Ende hat Fatima 407 Zuckerl. Wie viele Zuckerl waren zu Beginn in der Box?

(A) 814 **(B)** 827 (C) 834 (D) 841 (E) 851

Lösung: **B**

Fatima nimmt jedes Mal eine ungerade Anzahl an Zuckerln aus der Box. Die Summe der ersten n ungeraden Zahlen ist n^2. Da sie am Ende 407 Zuckerln hat und $20^2 = 400$ die größte Quadratzahl (und Summe der ersten 20 ungeraden Zahlen) ist, muss sie als letzte Zuckerln aus der Box genommen haben, und zwar $407 - 400 = 7$ Zuckerln. Da Fatima begonnen und beendet hat und insgesamt 21-mal Zuckerln aus der Box genommen hat, muss Nina 20-mal Zuckerln aus der Box genommen haben.

Die Summe der Zuckerln, die zu Beginn in der Box waren, kann berechnet werden mit

$$(1 + 2 + 3 + \cdots + 40 + 7) = \frac{40 \cdot 41}{2} + 7 = 827.$$

30. Amber fährt mit ihrem Hochrad durch eine kleine Wasserlacke, wie in der nicht maßstabsgetreuen Abbildung gezeigt.

Wie könnte die Spur, die sie hinterlässt, aussehen?

(A)

(B)

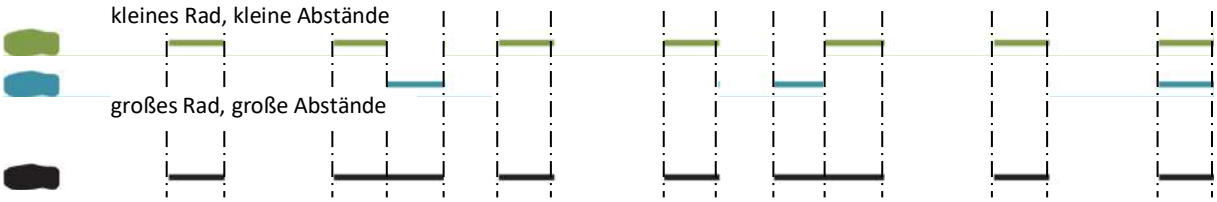
(C)

(D)

(E)

Lösung: **E**

Die Streifen, die der kleine Reifen hinterlässt, müssen sich regelmäßig wiederholen. Das gleiche gilt für die Streifen, die der große Reifen hinterlässt.



Man sieht, dass (E) die richtige Lösung ist.

Alternative Erklärung:
Die Streifen, die der kleine Reifen hinterlässt, müssen sich regelmäßig wiederholen. Das gleiche gilt für die Streifen, die der große Reifen hinterlässt.

Der erste Streifen hinter der Lacke muss vom kleinen Reifen kommen. Daher ist (A) nicht möglich, da hinter dem zweiten Streifen ein Abstand ist. (D) ist nicht möglich, da hinter dem ersten Streifen ein Abstand ist.

In (B) muss die rechte Hälfte des ersten Streifens vom großen Reifen kommen. Aber dort, wo der große Reifen zum zweiten Mal einen Streifen hinterlassen sollte, ist keiner.

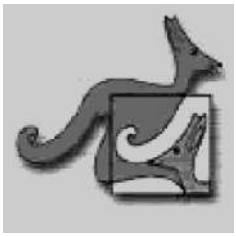
In (C) muss der mittlere Teil des zweiten Streifens vom großen Reifen kommen. Aber auch hier ist dort, wo der große Reifen zum zweiten Mal einen Streifen hinterlassen sollte, keiner. Außerdem wäre hier der Streifen vom großen Reifen länger als der vom kleinen Reifen, was aber nicht sein kann, da die beiden Reifen durch dieselbe Lacke gefahren sind.

Damit bleibt Antwortmöglichkeit (E) übrig und diese erfüllt die geforderten Kriterien.

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2026
23. März 2026

Kategorie: Student, 11. – 13. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	



Arbeitszeit: 75 Minuten

Basispunkte	30 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 1 – 10	3 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 11 – 20	4 Punkte
jede richtige Antwort bei Aufgabe 21 – 30	5 Punkte
jede Aufgabe ohne Antwort	0 Punkte
jede falsche Antwort	Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) deiner Antwort leserlich und eindeutig in das Kästchen unter die Nummer der Aufgabe (1 – 30) schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik"

JA, ich stimme mit meiner Unterschrift zu, dass meine angeführten personen-bezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte

Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

_____

Unterschrift

pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade. Infos: www.oemo.at

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

Känguru der Mathematik 2026
Gruppe Student (11. – 13. Schulstufe)
Österreich – 23. März 2026

3 Punkte

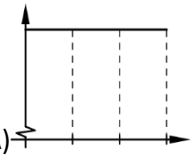
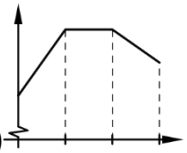
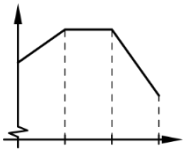
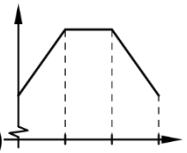
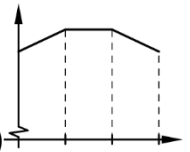
1. Ein Dreieck hat ganzzahlige Seitenlängen. Eine Seite hat die Länge 9 und eine weitere die Länge 1. Welche Länge hat die dritte Seite?

(A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 13

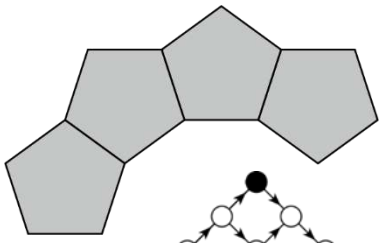
2. Nach einem 30-minütigen Lauf zeigt Mias Smartwatch folgenden Bericht an:

- In den ersten zehn Minuten steigt ihre Herzfrequenz um 4 Schläge pro Minute.
- In den nächsten zehn Minuten bleibt ihre Herzfrequenz konstant.
- In den letzten zehn Minuten sinkt ihre Herzfrequenz um 2 Schläge pro Minute.

Welche Figur kann der Graph ihrer Herzfrequenz sein?

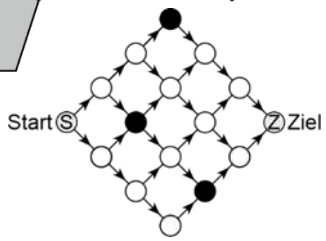
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

3. Fliesen in der Form regelmäßiger Fünfecke werden Seite an Seite so gelegt, dass sie einen Ring bilden. In der Figur rechts sehen wir vier dieser Fliesen. Aus wie vielen Fliesen besteht der vollständige Ring?



(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 14 (E) 15

4. Indiana muss einen Weg entlang der abgebildeten Steine gehen. Er darf jeweils nur von links nach rechts gehen, wie die Pfeile (im Bild rechts) andeuten, und er darf nicht auf einen schwarzen Stein treten.
Wie viele mögliche Wege gibt es für ihn vom Start (S) zum Ziel (Z)?



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

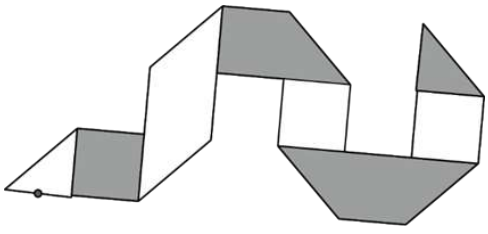
5. Welche Zahl ist die größte Zahl, die man erhalten kann, wenn man die vier leeren Felder im Ausdruck $(\square + \square)^{(\square - \square)}$ durch die vier Ziffern 2, 0, 2 und 6 ersetzt?

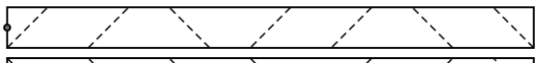
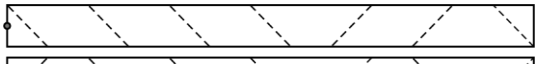
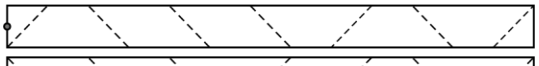
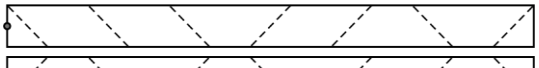
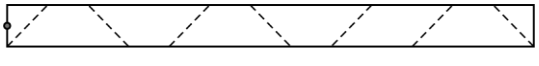
(A) 2^4 (B) 2^6 (C) 2^8 (D) 2^{10} (E) 2^{12}

6. Mike, Andrew und Warren laufen 100 m jeweils mit konstanter Geschwindigkeit. Wenn Mike gegen Andrew antritt, gewinnt er um 1 m. Wenn Andrew gegen Warren antritt, gewinnt er um 1 m.
Um wieviel gewinnt Mike, wenn er gegen Warren antritt?

(A) 1,1 m (B) 1,9 m (C) 1,91 m (D) 1,99 m (E) 2 m

7. Ali hat einen Papierstreifen mit einer weißen und einer dunklen Seite, den er, wie in der Figur zu sehen ist, sieben Mal faltet. Er faltet dann den Streifen wieder auf. Wie sieht dann die weiße Seite des Streifens aus?

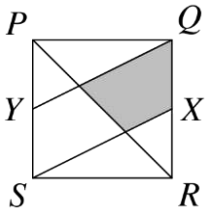


(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

8. In einem Geschäft gibt es folgendes Angebot: Kauft man drei Artikel, ist der billigste davon gratis. Julia kauft sechs verschiedene Unterhosen, die unterschiedlich viel kosten, nämlich €2,90, €3,10, €3,50, €4,30, €4,60 und €4,90. Was ist der größtmögliche Gesamtwert der beiden Unterhosen, die sie gratis bekommen kann?

(A) €6,00 (B) €7,20 (C) €7,40 (D) €7,70 (E) €8,40

9. In der Figur sehen wir ein Quadrat *PQRS*. Die Punkte *X* und *Y* sind die Mittelpunkte der Seiten *QR* bzw. *PS*. Welcher Bruchteil der Quadratfläche ist grau gefärbt?



(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{3}$

10. In einem Hotel gibt es 9 Zimmer. Jedes ist entweder ein Dreibettzimmer oder ein Vierbettzimmer. Insgesamt gibt es 30 Betten. Wie viele Zimmer sind Vierbettzimmer?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

4 Punkte

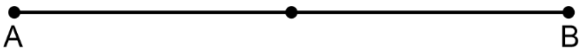
11. Wie viele dreistellige Zahlen $\overline{abc}$ gibt es, für die $a=\left(\frac{b}{c}\right)^2$ gilt?

(A) 4 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 16

12. Die Zahl $N=333\ldots3$ besteht aus 2026 Ziffern, die alle gleich sind.
Welche Ziffernsumme hat die Zahl, die man erhält, wenn man N durch 33 dividiert?

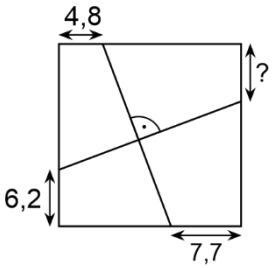
(A) 1013 (B) 1111 (C) 2025 (D) 2026 (E) 3039

13. Zwei Punkte *P* und *Q* befinden sich jeweils auf einer zufälligen Position zwischen A und B, wobei keiner genau im Mittelpunkt von *AB* liegt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Mittelpunkt von *AB* auf der Strecke *PQ* liegt?



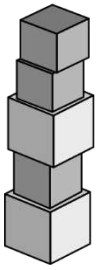
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$

14. In der Figur sehen wir ein Quadrat und zwei aufeinander normal stehende Strecken. Die Längen dreier Strecken sind gegeben.
Wie lang ist die mit einem Fragezeichen gekennzeichnete Strecke?



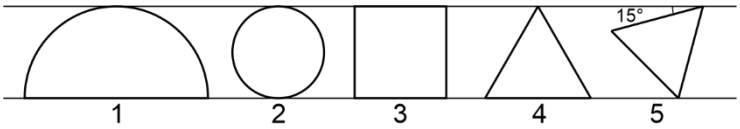
(A) 5,6 (B) 5,9 (C) 6,1 (D) 6,3 (E) 6,6

15. Ein Känguru hat einen großen Vorrat an kleinen Würfeln mit einer Seitenlänge von 4 cm und großen Würfeln mit einer Seitenlänge von 5 cm. Es bemerkt: „Einen Turm der Höhe 6 cm kann ich damit nicht bauen." Wie hoch ist der höchste Turm mit ganzzahliger Höhe, den das Känguru **nicht** aus den Würfeln bauen kann?

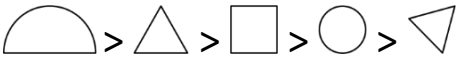


(A) 7 cm (B) 11 cm (C) 17 cm (D) 37 cm (E) 101 cm

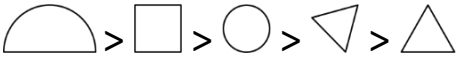
16. Fünf Figuren sind wie im Bild zwischen zwei parallelen Linien gezeichnet.



Figur 1 ist ein Halbkreis, 2 ist ein Kreis, 3 ist ein Quadrat, und 4 und 5 sind gleichseitige Dreiecke. Wir vergleichen die Flächeninhalte der Figuren. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(A) (B) 

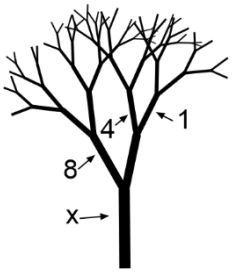
(C) (D)

(E) 

17. Zwei Spielwürfel werden geworfen und das Produkt ihrer Augenzahlen notiert. Anne bekommt einen Punkt, wenn das Ergebnis durch 4 teilbar ist, und Drew bekommt einen Punkt, wenn das Ergebnis durch 6 teilbar ist. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sowohl Anne als auch Drew einen Punkt bekommen?

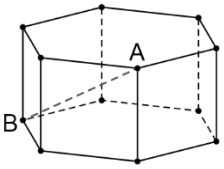
(A) $\frac{1}{18}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{5}{36}$ (D) $\frac{7}{36}$ (E) $\frac{2}{9}$

18. An allen Stellen, an denen sich Äste des abgebildeten Baums verzweigen, ist die Summe der Querschnittsflächen der beiden neuen Äste gleich der Querschnittsfläche des alten Astes. Die Querschnitte an den eingezeichneten Stellen sind jeweils Kreise mit den angegebenen Durchmessern. Wie groß ist der Durchmesser *x*?



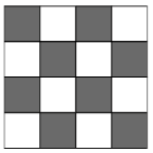
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

19. Das abgebildete sechsseitige Prisma besteht aus zwei regelmäßigen Sechsecken und sechs Quadraten. Alle Kanten haben die Länge 1. Welche Länge hat die eingezeichnete Strecke AB?



(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{4}$ (D) $\sqrt{5}$ (E) $\sqrt{6}$

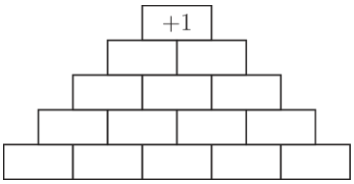
20. Die Felder auf einem 4×4 Brett sind wie dargestellt schwarz und weiß gefärbt. Wir wollen alle Felder weiß färben, indem wir folgende Operation mehrmals durchführen: Wir wählen ein 2×2 Quadrat und färben jedes der 4 Felder in der jeweils anderen Farbe.
Wie oft muss diese Operation mindestens ausgeführt werden?



(A) 4-mal (B) 6-mal (C) 8-mal (D) 16-mal
(E) Es ist nicht möglich, auf diese Weise alles weiß zu färben.

5 Punkte

21. Gegeben ist die abgebildete Ziegelmauer. Ali will auf jeden Ziegel entweder die Zahl –1 oder die Zahl +1 schreiben, sodass die Zahl auf jedem Ziegel (mit Ausnahme der untersten Schicht) gleich dem Produkt der Zahlen auf den beiden darunterliegenden Ziegeln ist. Die Zahl auf dem obersten Ziegel soll +1 sein.
Auf wie viele Arten kann er die Ziegelmauer beschriften?



(A) 8 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 32

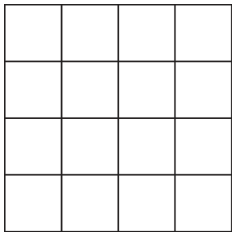
22. Oleg würfelt 100-mal mit einem gewöhnlichen Spielwürfel und bestimmt das Produkt aller gewürfelten Zahlen. Wie oft muss er mindestens die Zahl 6 gewürfelt haben, wenn das resultierende Produkt gleich 6^{70} ist?

(A) 10 (B) 12 (C) 24 (D) 30 (E) 35

23. Die Zahlen 1, 2, …, 40 stehen auf einer Tafel. Du führst 39 Operationen durch. In der *k*-ten machst du Folgendes:

- ist *k* kein Vielfaches von 7, wählst du zwei Zahlen *a* und *b*, löschst sie, und schreibst die Zahl *a+b-1*,
- ist *k* ein Vielfaches von 7, wählst du zwei Zahlen *a* und *b*, löschst sie, und schreibst die Zahl *a+b+5.*

Welche Zahl steht am Schluss, unabhängig von der Wahl der Zahlen, auf der Tafel?



(A) 781 (B) 801 (C) 811 (D) 819 (E) 821

24. Amir hat ein 4×4 Raster von 16 Quadraten. Er will mit Hilfe eines Lineals gerade Bleistiftlinien auf diesem Raster so zeichnen, dass durch jedes Quadrat mindestens eine Linie geht. Was ist die kleinstmögliche Anzahl von Linien, die er zeichnen muss?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

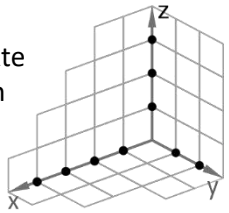
25. Die Summe von 15 aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist gleich der Summe der unmittelbar darauffolgenden 9 Zahlen. Was ist die Kleinste dieser 24 Zahlen?

(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

26. Eine Funktion *f* hat die Eigenschaft, dass $f(x+10)=f(x)$ und $f(6-x)=-f(x)$ für alle reellen Zahlen *x* gilt. Es ist bekannt, dass $f(27)=9$ gilt. Was ist der Wert des Ausdrucks $f(9)+f(13)$?

(A) –27 (B) –9 (C) –3 (D) 3 (E) 9

27. Auf den Achsen eines räumlichen Koordinatensystems wurden insgesamt neun Punkte gezeichnet (siehe Abbildung). Vier dieser Punkte sollen die Eckpunkte einer dreiseitigen Pyramide sein. Wie viele solche Pyramiden gibt es?



(A) 24 (B) 36 (C) 48 (D) 60 (E) 72

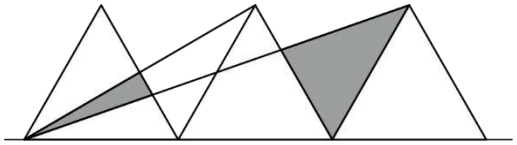
28. Für eine natürliche Zahl n bezeichne a_n die größte ganze Zahl kleiner oder gleich $\sqrt{n}$.
Welchen Wert hat der Ausdruck $a_1-a_2+a_3-a_4+a_5-a_6+\ldots+a_{2025}-a_{2026}$?

(A) 0 (B) 2026 (C) –2026 (D) 22 (E) –22

29. Für die reellen Zahlen *a* und *b* gilt $9^a=11^b=9801$. Welchen Wert hat der Ausdruck $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) 1 (D) 2 (E) 3

30. Im Bild sehen wir drei gleich große gleichseitige Dreiecke, die auf einer gemeinsamen Grundlinie stehen, und zwei weitere Strecken. Wie lautet das Verhältnis der Flächeninhalte der beiden grauen Dreiecke?



(A) 1 : 3 (B) 1 : 4 (C) 1 : 5 (D) 2 : 3 (E) 3 : 5

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2026
23rd March 2026

Level: Student, Grade: Schulstufe 11-13

Full name	
School	
Class	

Time: 75 minutes

base points	30 points
each correct answer to questions 1 – 10	3 points
each correct answer to questions 11 – 20	4 points
each correct answer to questions 21 – 30	5 points
each questions left unanswered	0 points
each incorrect answer	minus ¼ of the available points

Please write the letter (A, B, C, D, E) of your answer in the square under the question number (1 – 30). Write clearly and carefully!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

JA, ich stimme mit meiner Unterschrift zu, dass meine angeführten personen-bezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte

Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

_____

Unterschrift

pwc

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade. Infos: www.oemo.at

OESTERREICHISCHE NATIONALBANK
EUROSYSTEM

Känguru der Mathematik 2026
Level Student (Schulstufe 11, 12 and 13)
Austria – 23rd March 2026

3 Points

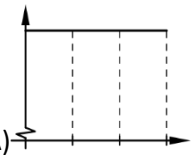
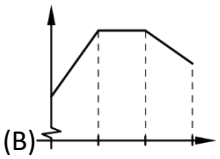
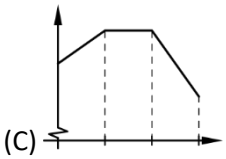
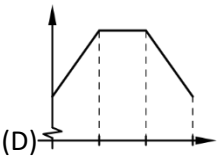
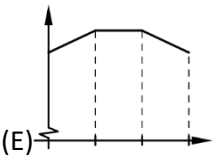
1. A triangle has sides with integer lengths. One side has a length of 9 and another has a length of 1. What is the length of the third side?

(A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 13

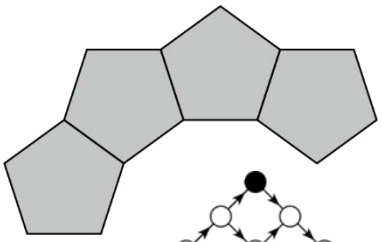
2. After a 30-minute run, Mia's smartwatch displays the following report:

- In the first ten minutes, her heart rate increases by 4 beats per minute.
- In the next ten minutes, her heart rate remains constant.
- In the last ten minutes, her heart rate decreases by 2 beats per minute.

Which graph could represent her heart rate?

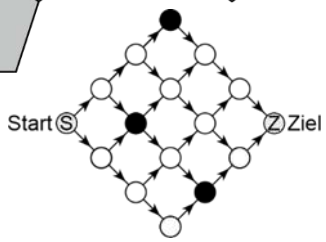
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

3. Tiles in the shape of regular pentagons are placed side by side to form a ring. In the figure on the right, we see four of these tiles.
How many tiles make up the complete ring?



(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 14 (E) 15

4. Indiana must follow a path along the stones shown. He may only move from left to right, as indicated by the arrows (in the image on the right), and he may not step on a black stone.
How many possible paths are there for him from start (S) to finish (Z)?



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

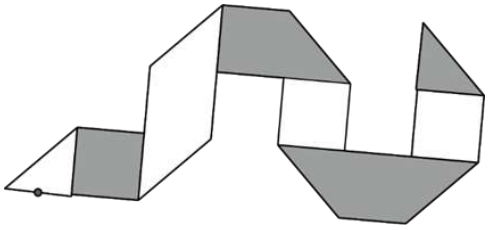
5. What is the largest number that can be obtained by replacing the four empty fields in the expression $(\square + \square)^{(\square - \square)}$ with the four digits 2, 0, 2 and 6?

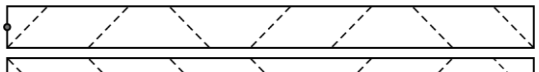
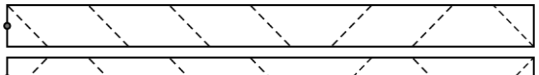
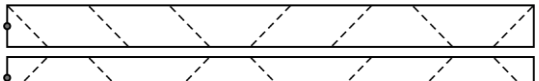
(A) 2^4 (B) 2^6 (C) 2^8 (D) 2^{10} (E) 2^{12}

6. Mike, Andrew, and Warren each run 100 meters at a constant speed. If Mike races against Andrew, he wins by 1 meter. If Andrew races against Warren, he wins by 1 meter.
By how much does Mike win if he races against Warren?

(A) 1.1 m (B) 1.9 m (C) 1.91 m (D) 1.99 m (E) 2 m

7. Ali has a strip of paper with a white and a dark side, which he folds seven times, as shown in the diagram. He then unfolds the strip. What does the white side of the strip look like as a result?



(A) 
(B) 
(C)
(D) 
(E)

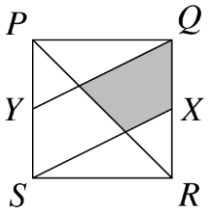
8. A store offers the following deal: Buy three items and get the cheapest one free. Julia buys six different pairs of underwear that cost different amounts:

€2.90, €3.10, €3.50, €4.30, €4.60 and €4.90.

What is the maximum possible combined value of the two pairs of underwear she can get for free?

(A) €6.00 (B) €7.20 (C) €7.40 (D) €7.70 (E) €8.40

9. The diagram shows a square $PQRS$. Points X and Y are the midpoints of sides QR and PS, respectively. What fraction of the square's area is shaded grey?



(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{3}$

10. A hotel has 9 rooms. Each room is either a triple room or a quadruple room. There are a total of 30 beds. How many rooms are quadruple rooms?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

4 Points

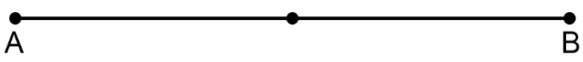
11. How many three-digit numbers $\overline{abc}$ are there, for which the following applies: $a=\left(\frac{b}{c}\right)^2$?

(A) 4 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 16

12. The number $N=333\ldots3$ consists of 2026 digits, all of which are the same.
What is the sum of the digits of the number obtained when N is divided by 33?

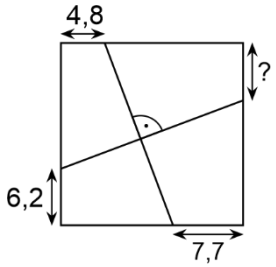
(A) 1013 (B) 1111 (C) 2025 (D) 2026 (E) 3039

13. Two points, *P* and *Q*, are each located at a random position between A and B, neither of which lies exactly at the midpoint of *AB*. What is the probability that the midpoint of *AB* lies on the line segment *PQ*?



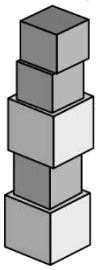
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$

14. The diagram shows a square and two perpendicular line segments. The lengths of three line segments are given.
What is the length of the line segment marked with a question mark?



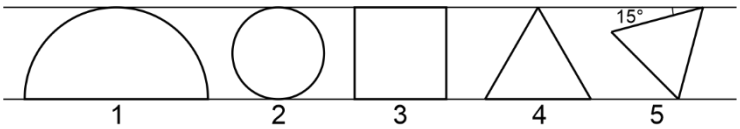
(A) 5.6 (B) 5.9 (C) 6.1 (D) 6.3 (E) 6.6

15. A kangaroo has a large supply of small cubes with a side length of 4 cm and large cubes with a side length of 5 cm. It remarks: "I can't build a tower 6 cm high with these." What is the tallest tower with an integer height that the kangaroo **cannot** build using the cubes?

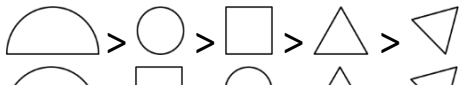
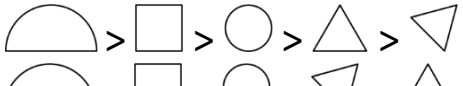
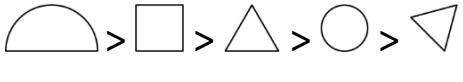


(A) 7 cm (B) 11 cm (C) 17 cm (D) 37 cm (E) 101 cm

16. Five shapes are drawn between two parallel lines, as shown in the picture.



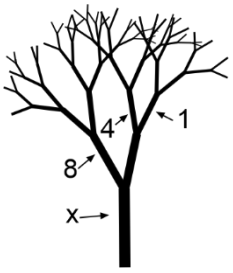
Shape 1 is a semicircle, 2 is a circle, 3 is a square, and 4 and 5 are equilateral triangles.
We compare the areas of the figures. Which of the following statements is correct?

(A) 
(B)
(C) 
(D) 
(E)

17. Two dice are rolled, and the product of the numbers rolled is recorded. Anne is awarded a point if the result is divisible by 4, and Drew is awarded a point if the result is divisible by 6.
What is the probability that both Anne and Drew are awarded a point?

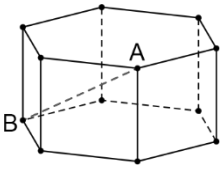
(A) $\frac{1}{18}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{5}{36}$ (D) $\frac{7}{36}$ (E) $\frac{2}{9}$

18. At all points where branches of the depicted tree split, the sum of the cross-sectional areas of the two new branches equals the cross-sectional area of the original branch. The cross-sections at the marked locations are each circles with the given diameters. What is the diameter *x*?



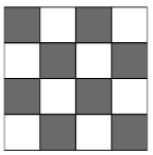
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

19. The depicted hexagonal prism consists of two regular hexagons and six squares. All edges have a length of 1. What is the length of the line segment AB shown?



(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{4}$ (D) $\sqrt{5}$ (E) $\sqrt{6}$

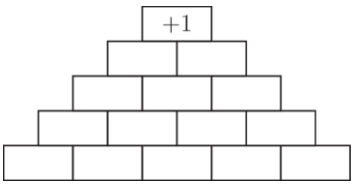
20. The squares on a 4×4 board are coloured black and white, as shown. We want to colour all the squares white by performing the following operation several times: We choose a 2×2 square and colour each of its four squares the other colour.
How many times must this operation be performed at a minimum?



(A) 4-times (B) 6-times (C) 8-times (D) 16-times
(E) It is not possible to colour everything white in this way.

5 Points

21. We are given the brick wall as shown. Ali wants to write either the number –1 or the number +1 on each brick, such that the number on each brick (except in the bottom layer) is equal to the product of the numbers on the two bricks below it. The number on the top brick should be +1.
In how many ways can he label the brick wall?



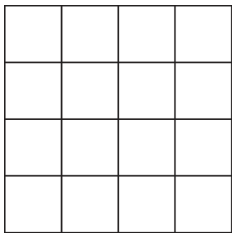
(A) 8 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 32

22. Oleg rolls a standard die 100 times and calculates the product of all the numbers rolled. What is the minimum number of times he must have rolled a 6 for the resulting product to be equal to 6^{70}?
(A) 10 (B) 12 (C) 24 (D) 30 (E) 35

23. The numbers 1, 2, …, 40 are written on a board. You perform 39 operations. In the *k*-th operation, you do the following:

- if *k* is not a multiple of 7, you choose two numbers *a* and *b*, delete them, and write the number *a+b-1*,
- if *k* is a multiple of 7, you choose two numbers *a* and *b*, delete them, and write the number *a+b+5.*

What number will be on the board at the end, regardless of your choice of numbers?



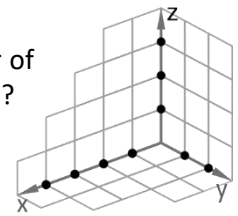
(A) 781 (B) 801 (C) 811 (D) 819 (E) 821

24. Amir has a 4×4 grid of 16 squares. Using a ruler, he wants to draw straight pencil lines on this grid so that at least one line goes through each square.
What is the smallest possible number of lines he needs to draw?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

25. The sum of 15 consecutive natural numbers is equal to the sum of the 9 numbers immediately following them. What is the smallest of these 24 numbers?
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

26. A function *f* has the property that $f(x+10)=f(x)$ and $f(6-x)=-f(x)$ hold for all real numbers *x*. It is known that $f(27)=9$. What is the value of the expression $f(9)+f(13)$?
(A) –27 (B) –9 (C) –3 (D) 3 (E) 9

27. A total of nine points were plotted on the axes of a 3D coordinate system (see figure). Four of these points are to be the vertices of a triangular pyramid. How many such pyramids are there?

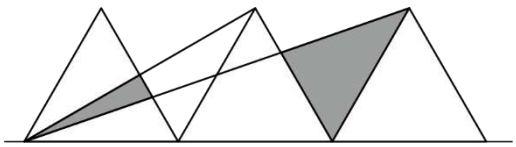


(A) 24 (B) 36 (C) 48 (D) 60 (E) 72

28. For a natural number n, let a_n denote the largest integer less than or equal to $\sqrt{n}$.
What is the value of the expression $a_1-a_2+a_3-a_4+a_5-a_6+\ldots+a_{2025}-a_{2026}$?
(A) 0 (B) 2026 (C) –2026 (D) 22 (E) –22

29. For the real numbers *a* and *b,* the following holds: $9^a=11^b=9801$. What is the value of the expression $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$?
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) 1 (D) 2 (E) 3

30. The image shows three equilateral triangles of equal size, standing on a common base, and two other line segments. What is the ratio of the areas of the two grey triangles?

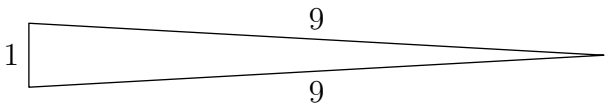


(A) 1 : 3 (B) 1 : 4 (C) 1 : 5 (D) 2 : 3 (E) 3 : 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	B	A	A	E	D	D	B	D	C	E	A	C	D	B	C	D	A	C	B	B	A	C	B	B	B	E	E	A	B

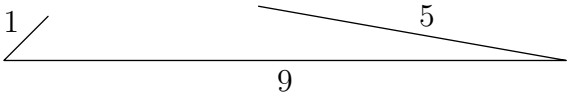
Känguru 2026 – Student – Lösungen und Erklärungen

1. Wenn man die Lösungsmöglichkeiten durchprobiert, sieht man schnell, dass ein gleichschenkliges Dreieck mit Seitenlängen **9**, 9, 1 leicht zu zeichnen ist. Bei allen anderen gelingt es nicht, sie zu zeichnen.



Alternativlösungen und Anmerkungen:

In einem Dreieck darf keine Seite länger sein als die beiden anderen Seiten zusammen. Wenn man sich das Dreieck als drei Stäbe vorstellt, kann man leicht überlegen, dass andernfalls die beiden Enden des längsten Stabes so weit voneinander entfernt wären, dass man sie nicht durch die beiden kürzeren Stäbe verbinden könnte.



Die gesuchte dritte Seite x kann entweder die längste Seite sein, oder 9 ist die längste Seite.

Betrachten wir zuerst den Fall, dass die dritte Seite x am längsten ist. Da die anderen zwei Seiten die Längen 1 und 9 haben, kann die dritte Seite auf keinen Fall länger als 10 sein: $x \leq 9 + 1$.

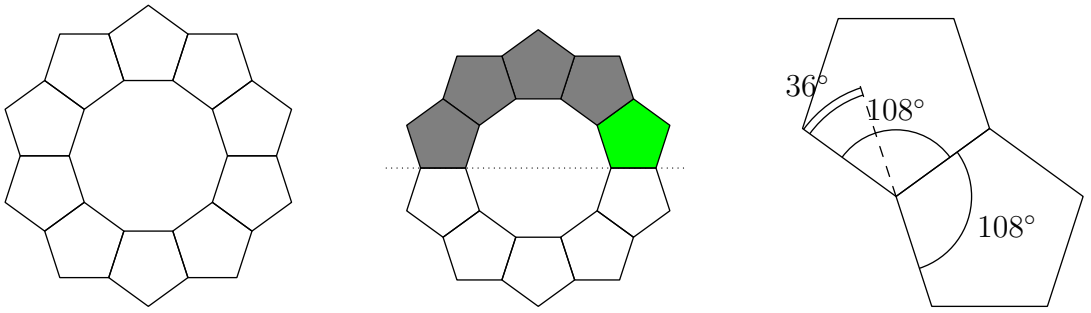
(Bei einer Länge von genau 10 wäre das Dreieck ein Strich. Ein solches Dreieck würde man als „entartetes“ Dreieck bezeichnen. Da die Lösungsoption 10 gar nicht angeboten wird, sind solche „Dreiecke“ in dieser Aufgabe sicher nicht gesucht.)

Umgekehrt, wenn 9 die längste Seite ist, muss die dritte Seite mindestens 8 lang sein: $9 \leq 1 + x$, also $8 \leq x$. (Auch hier wäre es bei genau 8 ein Strich.)

Insgesamt haben wir $8 \leq x \leq 10$. Wenn man also davon ausgeht, dass man die Möglichkeiten 8 und 10, bei denen das Dreieck ein Strich wäre, nicht haben will, dann bleibt als einzige ganzzahlige Seitenlänge dazwischen die Länge **9**.

2. Wir suchen einen Graph, in dem die Pulskurve zuerst steigt, dann waagrecht bleibt, dann sinkt. Die Herzfrequenz sinkt in den letzten 10 Minuten aber langsamer, als sie in den ersten 10 Minuten steigt, muss am Ende also noch höher sein als zu Beginn. Das trifft nur auf **(B)** zu.

3. Der Ring besteht aus **10** Fliesen, wie in der linken Skizze zu sehen ist:



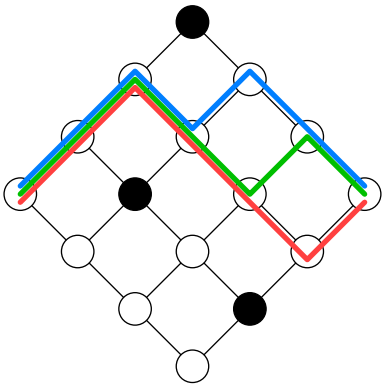
Alternativlösungen und Anmerkungen:

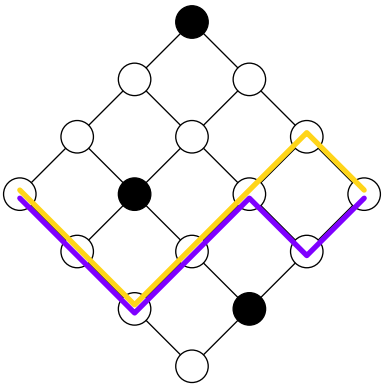
Wenn man, wie in der mittleren Skizze abgebildet, zuerst ein grünes Fünfeck ergänzt, sieht man mit freiem Auge, dass das grüne und das linkeste graue Fünfeck auf derselben Grundlinie stehen. Dann braucht man diesen Halbkreis nur noch nach unten spiegeln, wobei sich die Anzahl der Fünfecke verdoppelt.

Alternativ kann man es auch ausrechnen. Die Innenwinkel in einem Fünfeck betragen 108°. Dort, wo zwei Fünfecke aneinanderstoßen, betragen die beiden Winkel daher zusammen 216°. Zieht man 180° ab, so erhält man 36° wie in der rechten Skizze zu sehen.

Wenn man sich jetzt ein kleines Fahrrad vorstellt, das innen am Ring entlangfährt, dann muss dieses an jedem Knick um 36° nach links lenken. Nach einer ganzen Runde blickt es wieder in dieselbe Richtung, hat sich also um 360° gedreht. Das entspricht **10** Drehungen um 36°.

4. Wenn Indiana im ersten Schritt nach rechts oben geht, muss er danach ein weiteres Mal nach rechts oben und dann nach links unten, andernfalls landet er auf einem schwarzen Feld. Ab hier muss er noch genau drei Schritte machen, um zum Ziel zu gelangen, von denen genau einer nach rechts oben und genau zwei nach rechts unten gehen. Dabei kann der Schritt nach rechts oben der erste (blau), zweite (grün) oder dritte (rot) sein, es gibt also drei Möglichkeiten.





Wenn er dagegen im ersten Schritt nach rechts unten geht, muss er danach ein weiteres Mal nach rechts unten und dann zwei Mal nach rechts oben, andernfalls landet er auf einem schwarzen Feld oder in einer Sackgasse. Von hier gibt es noch zwei Wege zum Ziel, entweder zuerst nach rechts oben und dann nach rechts unten (gelb), oder umgekehrt (violett).

Insgesamt gibt es daher **5** Wege.

5. In $(A+B)^{(C-D)}$ wird bei den grün markierten Stellen A, B und C das Ergebnis umso größer, je größer die dort stehende Zahl ist, während bei der rot markierten Stelle D das Ergebnis umso kleiner wird, je größer die Zahl dort ist. Wir werden die Null als kleinste Zahl also auf jeden Fall hinter dem Minus als D einsetzen wollen.

   Damit bleiben (da $2+6$ und $6+2$ identisch ist) nur noch die zwei Optionen $(2+6)^2 = 8^2 = (2^3)^2 = 2^6$ und $(2+2)^6 = (2\cdot 2)^6 = (2^2)^6 = \mathbf{2^{12}}$ zu vergleichen.

6. In der Zeit, in der Mike 100 m zurücklegt, legt Andrew nur 99 m, also 99% der Strecke zurück, ihm fehlt 1%. Dasselbe trifft auf Andrew im Vergleich zu Warren zu.

   Um den Vorsprung leichter zu berechnen, lassen wir gedanklich alle drei laufen. Zu dem Zeitpunkt, wo Mike die Ziellinie überquert, ist Andrew also bei 99 m. Warren fehlt noch 1% auf diese Strecke, also ist er weitere 99 cm hinter Andrew. Insgesamt gewinnt Mike gegenüber Warren daher mit **1,99m** Vorsprung.

7. Schon daraus, wie der Streifen mit dem Punkt beginnt, kann man alle Optionen außer (B) und (D) verwerfen; bei den anderen dreien geht schon der erste Knick in die falsche Richtung.

   Wenn wir dem Streifen weiter folgen, kommen nun zwei Parallelogramme, danach ein Trapez, wieder ein Parallelogramm, zwei weitere Trapeze, und dann wieder ein kleines Dreieck. Nur **(D)** erfüllt das.

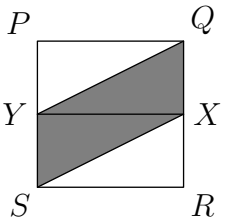
8. Julia muss zwei Dreiergruppen bilden. Egal, wie sie die Gruppen bildet, eine davon enthält die billigste Unterhose um 2,90€, die damit jedenfalls eine der beiden ist, die sie gratis erhält.

   Julia möchte daher die andere Dreiergruppe so wählen, dass das billigste Produkt darin möglichst teuer ist. Dazu wählt sie die drei teuersten Unterhosen mit 4,30€, 4,60€ und 4,90€ und erhält die billigste davon gratis.

   Es gibt keine noch bessere Kombination, also keine Möglichkeit, eine der beiden teuersten Unterhosen gratis zu erhalten, da man diese immer mit zwei weiteren Unterhosen kombinieren muss, und davon sicher mindestens eine billiger ist.

   Insgesamt spart sie so 2,90€ + 4,30€ = **7,20€**.

9. Zunächst betrachten wir das Parallelogramm $SXQY$. Dieses macht genau die Hälfte der Quadratfläche aus. Das lässt sich auf mehrere Arten argumentieren, beispielsweise, indem wir die Linie XY einzeichnen und sehen, dass das Quadrat nun in vier gleich große Dreiecke zerfällt:



Auf Grund der Symmetrie teilt PR dieses Parallelogramm in zwei kongruente (und damit insbesondere gleich große) Teile. Die in der Aufgabenstellung eingezeichnete graue Fläche macht daher $\frac{1}{4}$ des Quadrats aus.

10. Nehmen wir an, der Hausmeister bekommt 30 neue Betten geliefert und verteilt diese auf die Zimmer. Jedes der 9 Zimmer hat mindestens 3 Betten, daher verteilt er einmal $3 \cdot 9 = 27$ Betten.

Nun hat er noch 3 Betten übrig. Also verteilt er diese und macht somit **3** Zimmer zu Vierbettzimmern.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Man kann das Ganze natürlich auch als Gleichungssystem mit x Dreibettzimmern und y Vierbettzimmern aufstellen. Dann muss $x+y=9$ und $3x+4y=30$ gelten. Wenn man nun zum Beispiel die erste Gleichung zu $x=9-y$ umformt und in die zweite einsetzt, erhält man $3\cdot(9-y)+4y=30$, weiter $27-3y+4y=30$, also $y=$ **3**.

11. Wenn $\frac{b}{c}$ keine ganze Zahl wäre, so wäre auch ihr Quadrat $a=\left(\frac{b}{c}\right)^2$ keine ganze Zahl. (Etwas genauere Ausführungen dazu finden sich weiter unten.) Da a aber eine Ziffer und somit ganzzahlig ist, muss $\frac{b}{c}$ eine ganze Zahl sein.

Weiters muss a als deren Quadrat eine Quadratzahl sein. Dafür kommen 0, 1, 4, 9 in Frage (wobei 0 nicht führende Ziffer einer dreistelligen Zahl sein kann).

Für $a=1$ kommen alle Möglichkeiten mit $b=c$ außer $b=c=0$ in Frage, also die neun Zahlen 111, 122, 133, 144, 155, 166, 177, 188, 199.

Für $a=4$ muss $\frac{b}{c}=2$ sein, also b doppelt so groß wie c. Das ergibt die vier Möglichkeiten 421, 442, 463, 484.

Für $a=9$ muss $\frac{b}{c}=3$ sein, also b dreimal so groß wie c. Das ergibt die drei Möglichkeiten 931, 962, 993.

Insgesamt haben wir **16** Zahlen gefunden.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Wir haben oben, vielleicht etwas leichtfertig, behauptet, wenn $\frac{b}{c}$ keine ganze Zahl wäre, so wäre auch ihr Quadrat keine. Das gilt deshalb, weil $\frac{b}{c}$ ein Bruch zweier ganzer Zahlen, also eine „rationale Zahl“, ist. Nun kann man argumentieren: Wenn es keine ganze Zahl ist, dann gibt es im Nenner einen Primfaktor, der im Zähler nicht vorkommt, und den man deshalb nicht herauskürzen kann. Nach dem Quadrieren kommt dieser Primfaktor im Nenner sogar doppelt so oft vor, im Zähler aber weiterhin nicht.

Bei einer nicht-rationalen Zahl würde dieses Argument nicht funktionieren: Beispielsweise ist $\sqrt{2}$ keine ganze Zahl, ihr Quadrat jedoch sehr wohl.

12. Wir beobachten zunächst bei kleinen Zahlen das folgende Prinzip: $101 \cdot 33 = 3333$, $10101 \cdot 33 = 333333$, $1010101 \cdot 33 = 33333333$, und so weiter.

Glücklicherweise hat eine 2026-stellige Zahl eine gerade Anzahl Ziffern, ebenso wie 33. Wir können uns die Zahl daher denken als $33 + 100 \cdot 33 + 10000 \cdot 33 + \cdots + 10^{2024} \cdot 33$. Jeder einzele Term lässt sich ohne Rest durch 33 teilen, und somit erhalten wir $1 + 100 + 10000 + \cdots + 10^{2024}$, also die Zahl 101010...10101.

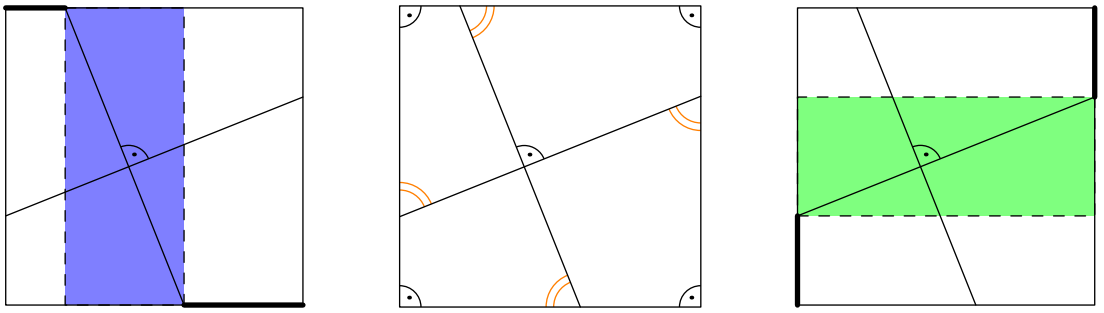
Statt 1013 Zifferngruppen „33“ besteht die Zahl nach der Division nun also aus 1013 Zifferngruppen „01“. Diese haben insgesamt eine Ziffernsumme von **1013**.

13. Jeder Punkt liegt gleich wahrscheinlich links oder rechts vom Mittelpunkt. Jede der vier Möglichkeiten „beide links“, „beide rechts“, „P links und Q rechts“, „P rechts und Q links“ hat daher eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{4}$.

    Der Mittelpunkt liegt genau dann auf der Strecke PQ, wenn P und Q auf verschiedenen Seiten vom Mittelpunkt liegen, also in den letztgenannten beiden Fällen. Diese haben zusammen eine Wahrscheinlichkeit von $\mathbf{\frac{1}{2}}$.

14. Wir überlegen, was passiert, wenn man die Strecke, die die obere und untere Seite verbindet, parallelverschiebt. Wenn man sie ein Stück nach links (oder rechts) schiebt, wird die Strecke der Länge 7,7 genau um das länger (oder kürzer), um was die Strecke mit Länge 4,8 kürzer (oder länger) wird. Die Summe der beiden letztgenannten Strecken bleibt also konstant 12,5.

    Wir können uns den Bereich, der von der Strecke „herausgeschnitten“ wird, auch als (blaues) Rechteck vorstellen, siehe linke Skizze. Auch daraus folgt leicht, dass für die beiden abgemessenen (und hier fett eingezeichneten) Strecken in Summe genau die Seitenlänge des Quadrats abzüglich der Breite des Rechtecks übrig bleibt, egal, wie weit links oder rechts dieses Rechteck sich befindet.



    Die darauf normal stehende Strecke schließt mit den anderen beiden Quadratseiten genau denselben Winkel ein, siehe mittlere Skizze. Dies lässt sich auf mehrere Arten argumentieren, beispielsweise über die Winkelsumme in den Vierecken, oder über die Rotation um genau denselben Winkel von 90°, den auch die Quadratseiten miteinander einschließen.

    Auch der Abstand der von dieser Strecke verbundenen gegenüberliegenden Quadratseiten ist genau gleich groß wie bei der anderen Strecke. Daher ist das von dieser Strecke gebildete (grüne) Rechteck deckungsgleich zum anderen (blauen) Rechteck, siehe rechte Skizze.

    Auch die von der anderen Strecke verbundenen Seiten des Quadrats sind gleich lang, und wieder ergibt sich, dass die zwei fett eingezeichneten Strecken gleich der Seitenlänge des Quadrats abzüglich der Breite des Rechtecks sein müssen. Daher haben 6,2 und die unbekannte Strecke x zusammen dieselbe Länge 12,5, die wir auch als Summe der zuvor betrachteten beiden Strecken erhalten haben. Daher ist $x = \mathbf{6{,}3}$ lang.

15. Alle Vielfachen von 4 können offensichtlich mit kleinen Würfeln gebaut werden. Danach kann man ein, zwei oder drei dieser Würfel – natürlich nur, wenn überhaupt so viele verwendet wurden – durch große ersetzen und damit um 1 cm, 2 cm oder 3 cm höhere Türme bauen. Den 4 cm höheren Turm kann man bereits wieder als Vielfaches von 4 mit lauter kleinen Würfeln bauen.

    Dieses Prinzip funktioniert immer, solange man mindestens drei kleine Würfel hat, die man durch große ersetzen kann. Man kann so also $12 = 4+4+4$, dann $13 = 5+4+4$, dann $14 = 5+5+4$, dann $15 = 5+5+5$, und als nächstes wieder $16 = 4+4+4+4$ bauen.

    Für höhere Zahlen funktioniert das auch, zum Beispiel $40 = 4+4+4+4+\cdots+4$ (bestehend aus 10 kleinen Würfeln), dann $41 = 5+4+4+4+\cdots+4$, dann $42 = 5+5+4+4+\cdots+4$, dann $43 = 5+5+5+4+\cdots+4$, und als nächstes wieder $44 = 4+4+\cdots+4$ (bestehend aus 11 kleinen Würfeln).

    Für **11 cm** können wir mit etwas Herumprobieren feststellen, dass es tatsächlich nicht möglich ist, einen Turm dieser Höhe zu bauen.

    Alternativlösungen und Anmerkungen:

    Hungrige Mathematikbegeisterte haben dieses Prinzip das „Chicken McNugget Theorem“ getauft. Ursprünglich verkaufte McDonalds die Chicken McNuggets in Packungen von 9 und 20, und findige Leute haben sich gefragt, welche Anzahlen man durch passende Kombinationen dieser Packungen kaufen kann.

    Falls die beiden Packungsgrößen einen gemeinsamen Primteiler haben, beispielsweise Packungen der Größe

6 und 9 mit dem gemeinsamen Teiler 3, so werden alle Kombinationen Vielfache dieses Teilers sein; man könnte also nie 1000 Stück kaufen, weil 1000 nicht durch 3 teilbar ist.

Sind die Packungsgrößen m und n jedoch relativ prim (besitzen also keinen gemeinsamen Teiler), so ist $mn - m - n$ die größte Zahl, die nicht aus solchen Packungen zusammengestellt werden kann (oder, mathematisch formuliert, die nicht in der Form $am + bn$ mit nicht-negativen ganzen Zahlen a und b dargestellt werden kann). In unserem Fall ist das $4 \cdot 5 - 4 - 5 = 11$, und im Fall der Chicken McNuggets ist es $20 \cdot 9 - 20 - 9 = 151$.

16. Zum leichteren Rechnen gehen wir davon aus, dass der Abstand zwischen den beiden parallelen Linien genau 1 beträgt.

    Dass der Halbkreis am größten ist, ist mit freiem Auge relativ leicht ersichtlich. Quadrat und Kreis haben dieselbe Höhe und folglich auch dieselbe Breite, daher kann man den Kreis aus dem Quadrat enthalten, indem man die Ecken wegschneidet.

    Das gleichseitige Dreieck „4“ hat eine Höhe von 1. In einem gleichseitigen Dreieck ist die Höhe ein kleines bisschen kleiner als die Seitenlänge, daher ist umgekehrt die untere Seite ein kleines bisschen breiter als die Höhe, also breiter als das Quadrat. Allerdings fällt auf Grund der Formel „Grundlinie mal Höhe Halbe“ die Hälfte wieder weg, was nach Augenmaß deutlich mehr scheint als die etwas größere Breite. Auch dieses Dreieck ist daher kleiner als das Quadrat.

    Zwischen den beiden gleichseitigen Dreiecken „4“ und „5“ sehen wir, dass „5“ die geringere Seitenlänge hat, da der Winkel zu den parallelen Linien steiler ist. Daher ist „5“ kleiner als „4“.

    Die einzigen beiden, zwischen denen man nun wirklich rechnen muss, sind der Kreis und das gleichseitige Dreieck „4“.

    Der Kreis hat einen Radius von $r = \frac{1}{2}$ und somit eine Fläche von $r^2\pi = \frac{1}{4}\pi \approx \frac{3{,}14}{4} \approx 0{,}785$.

    Im gleichseitigen Dreieck „4“ mit Seitenlänge s beträgt die Höhe $h = \frac{\sqrt{3}}{2}s$ und die Fläche $A = \frac{\sqrt{3}}{4}s^2$. Von der Höhe zur Fläche kommt man daher mit $A = h^2/\sqrt{3}$. Wir wissen, dass die Höhe genau 1 beträgt, daher erhalten wir eine Fläche von $1/\sqrt{3} \approx 1/1{,}73 \approx 0{,}58$.

    Somit lautet die Reihenfolge, von groß nach klein: **Halbkreis > Quadrat > Kreis > Dreieck „4“ > Dreieck „5“**.

    Alternativlösungen und Anmerkungen:

    Der Vollständigkeit halber: Das Quadrat hat eine Fläche von 1. Die Fläche des Halbkreises mit Radius 1 beträgt $1^2 \cdot \pi/2 \approx 1{,}57$. Die Fläche des gleichseitigen Dreiecks „5“ ist etwas trickreich mit der Hand auszurechnen. Sie beträgt $2 \cdot \sqrt{3} - 3 \approx 0{,}464$; genauere Ausführungen dazu, wie man auch mit der Hand auf diese Zahl kommen kann, führen hier zu weit und finden sich daher im Anhang.

17. Mindestens ein Würfelergebnis muss durch 3 teilbar, also 3 oder 6 sein. Zeigt der eine Würfel 3, so muss der andere 4 zeigen, andernfalls ist die Teilbarkeit des Produkts durch 4 nicht mehr möglich. Zeigt ein Würfel 6, so muss der andere gerade sein, um die Teilbarkeit durch 4 sicherzustellen. Möglich sind also die Paare $(3,4), (4,3), (6,2), (2,6), (6,4), (4,6), (6,6)$. Das sind 7 von 36 Möglichkeiten, wie die Würfel fallen können, also eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{7}{36}$.

18. Um die Querschnittsfläche eines Astes mit Durchmesser a zu berechnen, halbieren wir zunächst a, um den Radius zu erhalten, und wenden dann die Formel für eine Kreisfläche an. Die Querschnittsfläche beträgt also $\left(\frac{a}{2}\right)^2 \pi$.

    Eine Vorüberlegung: Wenn ein Ast mit Durchmesser c sich in zwei Äste mit Durchmessern a und b verzweigt, dann gilt

    $$\left(\frac{c}{2}\right)^2 \pi = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \pi + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \pi.$$

    Hier können wir zunächst beide Seiten durch π dividieren und mit 4 multiplizieren, sodass wir diese viel einfachere Formel erhalten:

    $$c^2 = a^2 + b^2.$$

    Zu Beginn teilt der Baumstamm mit Durchmesser x sich in einen Ast mit Durchmesser 8 und einen, dessen Durchmesser in der Skizze keinen Namen hat. Als Zwischenergebnis bezeichnen wir diesen Durchmesser mit y.

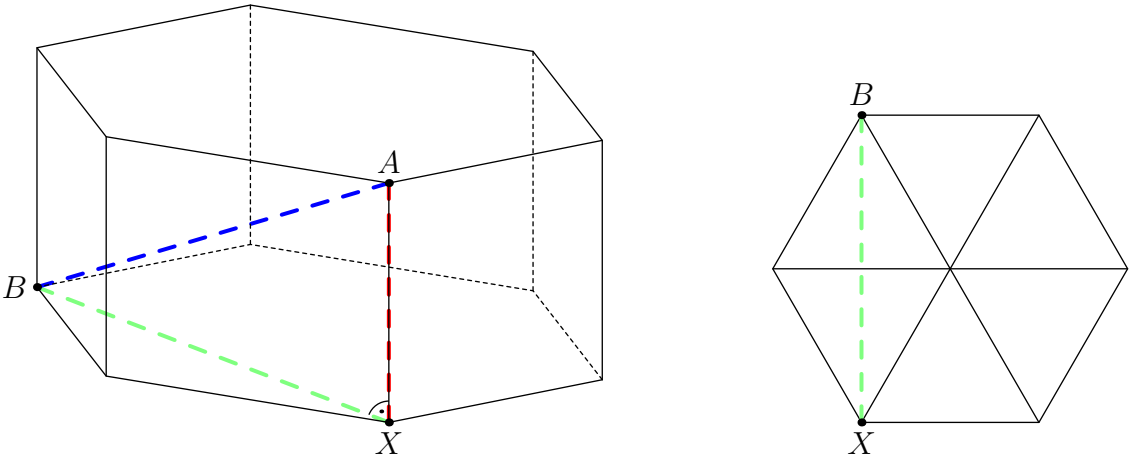
Aus den beiden dünnen Ästen, in die dieser Ast sich später verzweigt, folgt $y^2 = 1^2 + 4^2 = 17$.

Bei der unteren Astgabel folgt $x^2 = 8^2 + y^2 = 64 + 17 = 81$, und somit $x = 9$.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Statt die Brüche und Pis aus der Formel in der Vorüberlegung explizit herauszukürzen, sagen Mathe-Profis manchmal auch einfach: „Die Flächen verhalten sich zueinander wie die Quadrate ihrer Durchmesser.“ Das heißt: Es wird schon irgendeinen Faktor geben – in unserem Fall $\pi/4$ –, aber eigentlich interessiert uns der gar nicht, weil wir wissen, dass er sich am Anfang und am Ende der Rechnung wieder aufhebt. Man kann daher einfach direkt mit den Quadraten der gegebenen Zahlen rechnen, solange man am Ende wieder die Wurzel zieht.

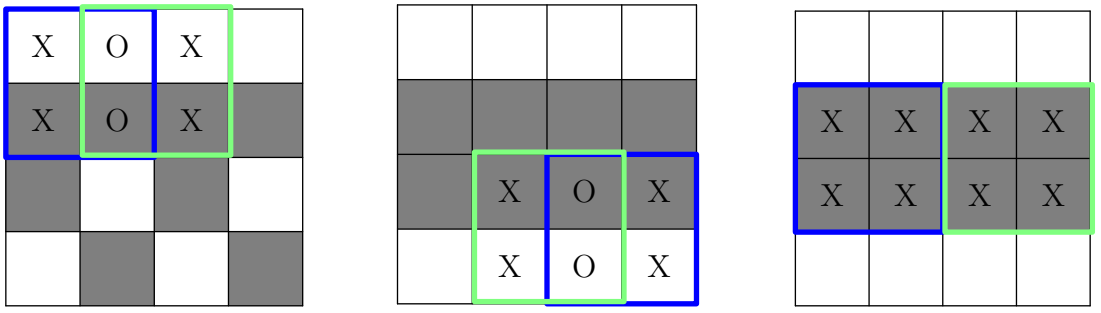
19. Sei X der Fußpunkt von A auf der unteren Fläche.



Zuerst betrachten wir die Grundfläche des Prismas und berechnen dort die Länge BX. In der rechten Skizze sind die sechs gleichseitigen Dreiecke mit Seitenlänge 1 eingezeichnet, aus denen das regelmäßige Sechseck sich zusammensetzt. Es ist bekannt, dass diese eine Höhe von $\sqrt{3}/2$ haben. Die Strecke BX setzt sich aus zwei solchen Höhen zusammen und hat daher eine Länge von $\sqrt{3}$.

Nun betrachten wir das rechtwinklige Dreieck BXA mit rechtem Winkel in X. Nach Satz von Pythagoras gilt $\overline{BA}^2 = \overline{BX}^2 + \overline{XA}^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2 = 3 + 1 = 4$, und damit $\overline{BA} = \sqrt{4}$.

20. Wenn wir zuerst die in der linken Skizze grün und blau dargestellten Quadrate wählen, dann werden die vier mit X markierten Felder genau einmal umgefärbt, während die beiden mit O markierten Felder doppelt umgefärbt werden, also wieder ihre ursprüngliche Farbe erhalten:



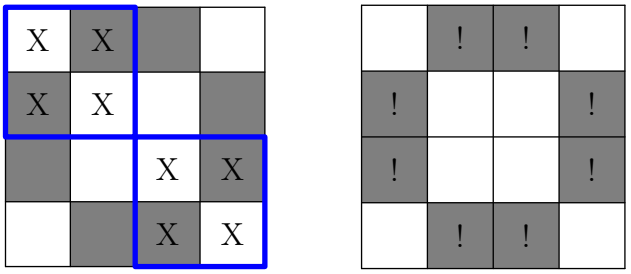
Dasselbe machen wir nun mit den zwei in der mittleren Skizze dargestellten Quadraten. Am Ende wählen wir wie in der rechten Skizze zu sehen noch zwei Quadrate in den mittleren beiden Zeilen.

Insgesamt haben wir **6** Quadrate wählen müssen.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

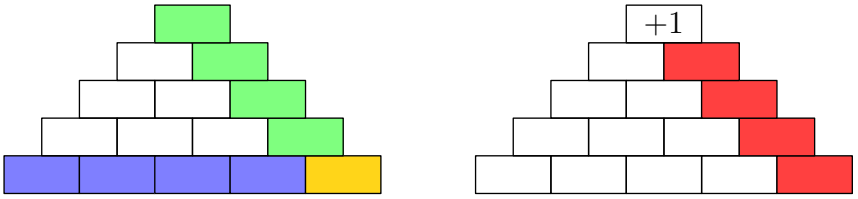
Mathematisch präzise bleibt zu zeigen, dass es nicht mit weniger als 6 geht.

Es macht keinen Sinn, dasselbe Quadrat öfter als einmal zu wählen. Die grauen Felder links oben und rechts unten müssen auf jeden Fall umgedreht werden, und es gibt jeweils nur ein mögliches Quadrat, das diese erreicht. Daher müssen die beiden links eingezeichneten blauen Quadrate auf jeden Fall gewählt werden:



Nun müssen noch die acht mit Rufzeichen markierten Felder umgefärbt werden. Mit keiner Lage eines Quadrates kann man mehr als zwei davon auf einmal erwischen, daher benötigt man mindestens vier weitere Quadrate. Tatsächlich zeigt sich dabei sogar, dass die gefundene Lösung die einzige optimale Lösung (bis auf Vertauschung der Reihenfolge) ist.

21. Alle Zahlen auf den Ziegeln bestimmen sich eindeutig aus der untersten Zeile. Wenn wir das Vorzeichen der Zahl im gelben Feld tauschen (+1 zu −1 oder umgekehrt), dann ändern auch alle grün markierten Felder das Vorzeichen, insbesondere die Zahl auf dem obersten Ziegel.



Wenn wir die vier blauen Ziegel auf eine beliebige Art befüllen, und auf den gelben Ziegel vorerst +1 schreiben, dann gibt es zwei Möglichkeiten: Entweder, auf der Spitze steht −1. Dann ändern wir den gelben Ziegel zu −1 und erhalten eine gültige Beschriftung. Oder aber auf der Spitze steht bereits +1 wie gewünscht. Dann würde die Zahl auf dem gelben Ziegel zu ändern das zerstören.

Daraus folgt: Für jede mögliche Art, die blauen Ziegel zu beschriften, ist genau eine Beschriftung vom gelben Ziegel richtig und genau eine falsch. Es gibt $2^4 = \mathbf{16}$ Arten, die blauen Ziegel zu beschriften.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Alternativ können wir auch argumentieren, dass mit jeder beliebigen Wahl der Zahlen auf den roten Ziegeln alle weiteren Ziegeln eindeutig festgelegt sind, und jede solche Wahl gültig ist.

22. Wenn wir 10 Sechser, 30 Vierer und 60 Dreier würfeln, so erhalten wir das gewünschte Produkt $6^{10} \cdot 4^{30} \cdot 3^{60} = 6^{70}$. Zum Glück ist **10** die kleinste angebotene Lösung, sodass wir nicht überprüfen brauchen, ob es besser geht.

Alternativlösungen und Anmerkungen:

Geht es wirklich nicht besser? Es gilt $6^{70} = 2^{70} \cdot 3^{70}$. Die Faktoren müssen daher genau 70 Mal einen Primfaktor 2 und 70 Mal einen Primfaktor 3 enthalten. Von den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 enthalten nur 3 und 6 einen Primfaktor 3, und auch jeweils nur einen davon. Um auf die 70 Dreier zu kommen, müssen daher genau 70 der 100 Ergebnisse entweder 3 oder 6 sein. Die restlichen 30 Würfe können 1, 2 oder 4 ergeben haben, aber nie 5.

Unter den 70 Würfen mit einem Primfaktor 3 hätten wir gerne so viele Dreier und so wenig Sechser wie möglich. Deswegen sollten die Primfaktoren 2 möglichst aus den anderen 30 Würfen kommen. Wenn diese alle 4 waren, so haben wir pro solchem Wurf zwei Zweier erhalten, insgesamt also 60 Stück. Das ist die höchstmögliche Anzahl an Primfaktoren 2, die aus diesen 30 Würfen kommen können. Die noch fehlenden 10 Zweier müssen dann aus **10** Sechsern kommen.

23. Wir ändern, weil wir rechenfaul sind, unsere Berechnung ein wenig ab. In jeder Operation wählen wir zwei Zahlen a und b, löschen sie und ersetzen sie durch die Zahl $a+b-1$, und zwar unabhängig davon, ob k durch 7 teilbar ist oder nicht. Falls k ein Vielfaches von 7 ist, machen wir aber außerdem einen kleinen Strich auf einer Stricherliste um zu zählen, wie oft wir die falsche Rechenmethode gewählt haben.

    Am Ende wissen wir, dass wir für jeden solchen Strich um 6 zu wenig auf die Tafel geschrieben haben, weil wir -1 statt $+5$ gerechnet haben. Also addieren wir am Ende noch 6 Mal die Anzahl der Striche zur verbliebenen Zahl. Von 39 Operationen sind genau 5 durch 7 teilbar, also haben wir am Ende 5 Striche, addieren also 30.

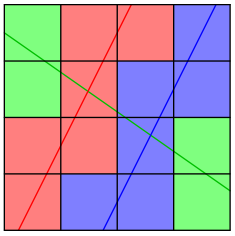
    Nun betrachten wir die 39 so vereinfachten Operationen: Bei jeder davon sinkt die Summe der Zahlen auf der Tafel um 1. Das passiert genau 39 Mal.

    Wir können die letzte Zahl also berechnen aus der Summe der ursprünglichen Zahlen, abzüglich 39 für die 39 Operationen, plus 30 für die Striche.

    Wenn wir noch die Summenformel für $1+2+\cdots+n=\frac{n\cdot(n+1)}{2}$ anwenden, erhalten wir

$$1+2+\cdots+40-39+30=\frac{40\cdot 41}{2}-39+30=20\cdot 41-9=820-9=\mathbf{811}.$$

24. Eine Möglichkeit mit **3** Linien sieht so aus:



    Alternativlösungen und Anmerkungen:

    Geht es besser? Wenn wir eine beliebige gerade Linie auf einem karierten Papier zeichnen, und alle Kästchen ausmalen, durch die die Linie verläuft, so sehen wir, dass wir auf jeden Fall eine Art Treppe erhalten: Nehmen wir ohne Beschränkung der Allgemeinheit an, die Linie verläuft nach rechts oben. Dann kann sie in jedem Schritt, wenn sie ein Kästchen verlässt, entweder in das Kästchen darüber oder rechts daneben gehen. Sie kann aber nie zurück nach links oder nach unten verlaufen

    Wenn wir eine einzelne solche Linie im gegebenen 4×4 Raster betrachten, erhalten wir daher allerhöchstens eine Treppe von einem Eck in ein gegenüberliegendes Eck, und jede solche Treppe hat höchstens 7 Felder. Daher kann es mit 2 Linien nicht gehen, weil diese allerhöchstens 14 Felder durchqueren könnten (und selbst das geht nicht ohne Überlappungen, also ohne dasselbe Feld mehrfach zu erwischen).

25. Sei x die gesuchte kleinste Zahl. Die Summe $x+(x+1)+\cdots+(x+14)$ können wir vereinfachen zu $15\cdot x+0+1+\cdots+14$. Ebenso können wir die Summe $(x+15)+(x+16)+\cdots+(x+23)$ vereinfachen zu $9\cdot(x+15)+0+1+\cdots+8$.

    Außerdem erinnern wir uns ein weiteres Mal an die Summenformel für $1+2+\cdots+n=\frac{n\cdot(n+1)}{2}$. (Das „0+“ am Anfang kann man einfach weglassen.)

    Nun setzen wir die beiden Ausdrücke gleich und lösen die Gleichung (wobei wir so weit wie möglich kürzen und vereinfachen, bevor wir etwas wirklich ausrechnen):

$$\begin{aligned}
& 15\cdot x+0+1+\cdots+14=9\cdot(x+15)+0+1+\cdots+8 \\
\iff\quad & 15x+\frac{14\cdot 15}{2}=9x+9\cdot 15+\frac{8\cdot 9}{2} && \mid -9x \\
\iff\quad & 6x+7\cdot 15=9\cdot 15+4\cdot 9 && \mid -7\cdot 15 \\
\iff\quad & 6x=2\cdot 15+4\cdot 9 && \mid :2 \\
\iff\quad & 3x=15+2\cdot 9 && \mid :3 \\
\iff\quad & x=5+2\cdot 3=5+6=\mathbf{11}
\end{aligned}$$

26. Wir übersetzen zunächst die beiden Bedingungen in eine etwas bildlichere Sprache. Die Eigenschaft $f(x+10) = f(x)$ bedeutet, dass die Funktionskurve sich mit einer Periodenlänge von 10 wiederholt.

    Wenn wir die andere Bedingung ein Stück verschieben, indem wir x durch $y+3$ ersetzen, so erhalten wir $f(3-y) = -f(3+y)$ für alle reellen Zahlen y. Das heißt, die Funktion ist punktsymmetrisch um den Punkt $(3,0)$. Insbesondere folgt dann $f(3) = 0$. Das können wir auch in der ursprünglichen Bedingung sehen, wenn wir $x = 3$ einsetzen: $f(6-3) = -f(3)$, also $f(3) = -f(3)$, und die einzige Zahl, die gleich ihrem Negativen ist, ist 0. Verschieben wir das noch um 10, so erhalten wir einmal $f(13) = f(3) = 0$.

    Um $f(9)$ zu finden, beginnen wir mit dem bekannten Wert $f(27)$ und wenden die bekannten Eigenschaften auf ihn an. Zunächst erhalten wir durch Verschiebung $9 = f(27) = f(17) = f(7)$. Dann versuchen wir einmal, $x = 7$ in die zweite Bedingung einzusetzen: $f(6-7) = -f(7)$, also $f(-1) = -f(7) = -9$. Das entspricht genau der Spiegelung von $(7,9)$ um $(3,0)$. Verschieben wir noch einmal um 10, so erhalten wir $f(9) = f(-1) = -9$.

    Für die Summe gilt daher $f(9) + f(13) = -9 + 0 = \mathbf{-9}$.

    Alternativlösungen und Anmerkungen:

    Aus der Punktsymmetrie in Kombination mit der Periodizität folgt außerdem noch $f(-2) = f(8) = -f(-2)$, wobei die linke Gleichheit aus der Verschiebung und die rechte aus der Punktspiegelung folgt. Zusammen gilt also auch $f(-2) = 0$.

    Insgesamt können wir alle Funktionen, die die beiden Eigenschaften erfüllen, daher wie folgt generieren: Wir setzen $f(3) = f(8) = 0$ und definieren die Werte $f(x)$ für $3 < x < 8$ nach Belieben. Dann erhalten wir den Bereich für $-2 < x < 3$ durch Punktspiegelung, und alle anderen Funktionswerte durch Wiederholung dieses Abschnitts der Länge 10. Man kann durch Einsetzen leicht überprüfen, dass alle so generierten Funktionen beide Eigenschaften erfüllen.

    Der Wert $f(9)$ hängt daher direkt zusammen mit $f(-3)$ (Punktspiegelung) sowie mit allen Werten $f(9+10a)$ und $f(-3+10a)$ für alle ganzen Zahlen a: Sobald ein einziger dieser Werte definiert ist, sind es auch alle anderen. Der Wert $f(27) = f(-3+10\cdot 3)$ ist dabei einer dieser Werte.

    Wir sehen dabei auch, dass wir statt dem „Herumprobieren“, bei dem wir letztlich zwei Mal verschoben, dann gespiegelt, und dann noch einmal verschoben haben, auch bis $f(-3) = f(27)$ verschieben hätten können und danach nach dem Spiegeln direkt fertig gewesen wären.

27. Wir werden auf einer der Achsen zwei Punkte und auf den anderen jeweils einen Punkt auswählen müssen, andernfalls wäre unsere Pyramide ein flaches Viereck.

    Auf der y-Achse gibt es nur eine Möglichkeit, 2 Punkte auszuwählen. Diese Auswahl kann mit jedem Punkt auf der x-Achse (4 Möglichkeiten) und jedem auf der z-Achse (3 Möglichkeiten) kombiniert werden, das ergibt $1\cdot 4\cdot 3 = 12$ Möglichkeiten.

    Auf der z-Achse können auf drei Arten zwei der drei Punkte ausgewählt werden. (Leichter ist hier zu überlegen, dass es drei Arten gibt, einen Punkt wegzulassen.) Kombiniert mit 4 bzw. 2 möglichen Auswahlen auf der x- bzw. y-Achse ergibt das $3\cdot 4\cdot 2 = 24$ Möglichkeiten.

    Zuletzt gibt es auf der x-Achse 6 Möglichkeiten, zwei von vier Punkten auszuwählen. Kombiniert mit 2 bzw. 3 möglichen Auswahlen auf der y- bzw. z-Achse ergibt das $6\cdot 2\cdot 3 = 36$ Möglichkeiten.

    Zusammen haben wir $12 + 24 + 36 = \mathbf{72}$ Möglichkeiten.

28. Wir betrachten, wann die abgerundete Wurzel größer wird. Für die Folgenelemente mit quadratischem Index, also $a_1, a_4, a_9, \ldots$, ist die Wurzel jeweils ganzzahlig und braucht nicht abgerundet werden.

    Die Folgenelemente zwischen zweien davon haben jeweils dieselbe abgerundete Wurzel. Zum Beispiel haben a_5, a_6, a_7, a_8 alle Wurzeln, die größer als 2, aber kleiner als 3 sind.

    Nun beachten wir noch, dass die Anzahl der Folgenelemente zwischen solchen mit quadratischen Indizes immer gerade ist: Zwischen 1 und 4 sind 2 Elemente, zwischen 4 und 9 sind 4 Elemente, zwischen 9 und 16 sind 6 Elemente, und so weiter. (Das ergibt sich aus $(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n+1$, wobei wir das „+1“ wieder abziehen, weil wir die Elemente an beiden Enden nicht mitzählen.)

    Da die Vorzeichen abwechseln und die Werte alle gleich sind, gleichen diese Bereiche der Summe sich daher jeweils auf 0 aus.

    Es gilt $2025 = 45^2$. Wenn wir die Abschnitte mit nicht quadratischen Indizes wegfallen lassen, von denen wir gerade gezeigt haben, dass sie 0 sind, dann bleibt nur noch $a_1 - a_4 + a_9 - a_{16} + \cdots + a_{2025} - a_{2026}$ zu

berechnen. Auch hier ergibt sich wieder aus der jeweils geraden Anzahl an Elementen dazwischen, dass die Vorzeichen der verbliebenen Terme sich jeweils abwechseln.

Wir haben jetzt also lauter Quadrate als Indizes, plus ein übrig gebliebenes a_{2026} am Ende. Es gilt $2025 = 45^2$, also ist $\sqrt{2025} = \sqrt{2026}$. Auch diese beiden gleichen sich auf 0 aus, somit bleibt noch $a_1 - a_4 + a_9 - a_{16} + \cdots - a_{44^2}$.

Wenn wir diese Werte einsetzen, ist $1 - 2 + 3 - 4 + \cdots - 44$ zu berechnen.

Nun fassen wir ein weiteres Mal Terme zusammen, und zwar jeweils zwei aufeinanderfolgende: $1 - 2 = -1$, $3 - 4 = -1$, …, $43 - 44 = -1$. Es bleibt also 22 Mal die Zahl -1 stehen, was in Summe **-22** ergibt.

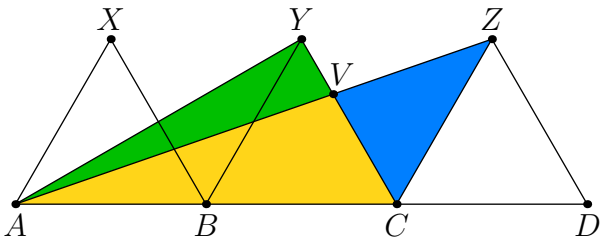
29. Wenn wir in $9^a = 9801$ die a-te Wurzel ziehen, erhalten wir $9 = 9801^{\frac{1}{a}}$. Ebenso erhalten wir aus $11^b = 9801$ durch Ziehen der b-ten Wurzel, dass $11 = 9801^{\frac{1}{b}}$ gilt.

    Da wir uns für die Summe der beiden Hochzahlen interessieren, und Hochzahlen beim Multiplizieren von Termen mit gleicher Basis addiert werden, könnte $9 \cdot 11 = 9801^{\frac{1}{a}} \cdot 9801^{\frac{1}{b}} = 9801^{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ für uns von Interesse sein.

    Nun machen wir eine Primfaktorisierung von 9801 und stellen fest, dass $9801 = (9 \cdot 11)^2$ gilt. Nach Wurzelziehen folgt $9 \cdot 11 = 9801^{\frac{1}{2}}$.

    Wenn wir diese beiden Darstellungen von $9 \cdot 11$ gleichsetzen, erhalten wir $9801^{\frac{1}{2}} = 9 \cdot 11 = 9801^{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$. Generell folgt aus $A^x = A^y$ (für $A \neq 0$), dass $x = y$. In diesem Fall erhalten wir also $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \mathbf{\frac{1}{2}}$.

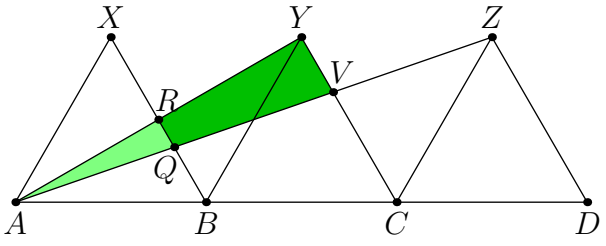
30. Zuerst beschriften wir die Punkte und färben wir einige Dreiecke wie folgt:



    Wenn wir einerseits das Dreieck AYC betrachten, das sich aus dem gelben und grünen Dreieck zusammensetzt, und andererseits das Dreick AZC, das sich aus dem gelben und blauen Dreieck zusammensetzt, so stellen wir fest, dass diese dieselbe Grundlinie AC und die gleiche Höhe haben. Daher müssen auch ihre Flächeninhalte gleich sein.

    Zieht man nun aber den gelben Flächeninhalt AVC von beiden ab, so sieht man, dass auch das grüne Dreieck AYV und das blaue Dreieck VZC den gleichen Flächeninhalt haben müssen.

    Nun betrachten wir die beiden Dreiecke AYV und ARQ:



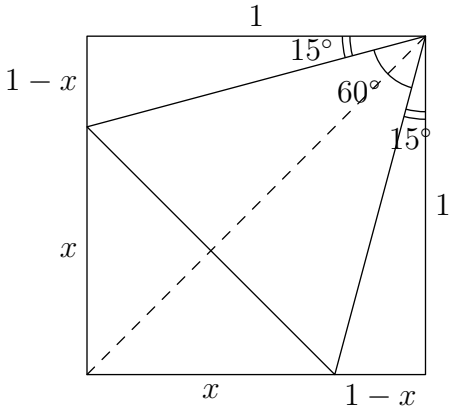
    Da BX und CY zueinander parallel sind, können wir hier den Strahlensatz anwenden. Der Faktor beträgt dabei 2, da AC doppelt so lang wie AB ist, also die parallele Gerade CY doppelt so weit vom Ausgangspunkt A entfernt ist wie die Gerade BX.

    Also entsteht AYV aus ARQ durch eine Streckung um den Faktor 2. Der Flächeninhalt verhält sich dabei wie das Quadrat der Längen, also ist der Flächeninhalt von AYV vier Mal so groß wie jener von ARQ. (Etwas langsamer können wir auch zeigen, dass $\sphericalangle ARQ = \sphericalangle AYV = 90°$, dass YV doppelt so lang wie RQ und dass AY doppelt so lang wie AR ist. Dann ergibt sich das Flächenverhältnis aus der Berechnung der Dreiecksflächen.)

    Insgesamt gilt $ARQ : VZC = ARQ : AYV = \mathbf{1 : 4}$.

Anhang: Weitere Überlegungen zu Aufgabe 16

Die Fläche des gleichseitigen Dreiecks „5“ ist etwas trickreich mit der Hand auszurechnen. Wenn wir ein paar Winkel ergänzen, sehen wir aber, dass auch der Winkel zwischen der rechten Seite und der Senkrechte genau 15° beträgt. Daher ist das Dreieck einem Quadrat mit Seitenlänge 1 wie folgt eingeschrieben:

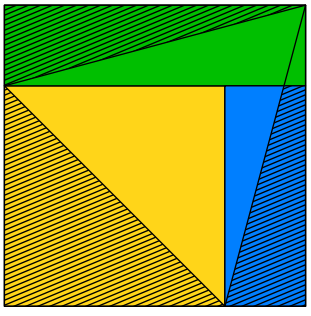


Die Figur ist dabei symmetrisch um die strichliert eingezeichnete Achse. Wenn man nun einen Abschnitt wie abgebildet mit x bezeichnet, ergibt sich für die Seitenlänge s aus dem Satz von Pythagoras, dass $\sqrt{x^2+x^2}=s$, aber auch $\sqrt{1^2+(1-x)^2}=s$. Setzt man diese beiden Darstellungen von s gleich und quadriert sie, so erhält man $2x^2=1+1-2x+x^2$, also $x^2+2x-2=0$, und damit $x_{1,2}=-1\pm\sqrt{1+2}$. Da x positiv sein muss, folgt $x=-1+\sqrt{3}$. Für die Fläche A ergibt das

$$\begin{aligned} A &= s^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\\ &= 2x^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\\ &= 2\cdot(1-2\sqrt{3}+3)\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\\ &= (8-4\cdot\sqrt{3})\cdot\frac{\sqrt{3}}{4} = (2-\sqrt{3})\cdot\sqrt{3} = 2\cdot\sqrt{3}-3\approx 0{,}464. \end{aligned}$$

Mit einem Taschenrechner und trigonometrischen Formeln gestaltet sich die Sache etwas leichter: Dann gilt $s=1/\cos(15°)\approx 1,0353$ und $A=s^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\approx 0{,}464$.

Einen weiteren Trick zum Abschätzen haben wir noch im Ärmel, da wir bereits gesehen haben, dass die nächstgrößere Figur größer als 0,5 ist. Wir zerlegen das Quadrat wie folgt in drei verschiedenfarbige Rechtecke:



Von jedem Rechteck entfernen wir den schraffierten Teil. Beim gelben und grünen Rechteck macht dieser genau die Hälfte der Fläche aus, beim blauen sogar etwas mehr als die Hälfte. Damit haben wir mehr als die Hälfte des Quadrats entfernt, aber immer noch das gesamte Dreieck übrig, das somit kleiner als 0,5 sein muss.

Wir sehen: Wir können die Fläche schon ausrechnen oder abschätzen, zur Not auch ohne Taschenrechner – schneller ist es aber, wenn wir erkennen, dass aus dem steileren Winkel zwischen Dreieckseite und Senkrechte (30° beim Dreieck „4“, 15° beim Dreieck „5“) folgt, dass die Seitenlänge kürzer, und in weiterer Folge die Fläche kleiner, ist.