

COMPENDIUM CFGS

Proves d'accés a CFGS 2000-2023

Amb totes les solucions oficials

Gerard Romo Garrido

Toomates Colección vol. 64



Toomates Colección

Los libros de **Toomates** son materiales digitales y gratuitos. Son digitales porque están pensados para ser consultados mediante un ordenador, tablet o móvil. Son gratuitos porque se ofrecen a la comunidad educativa sin coste alguno. Los libros de texto pueden ser digitales o en papel, gratuitos o en venta, y ninguna de estas opciones es necesariamente mejor o peor que las otras. Es más: Suele suceder que los mejores docentes son los que piden a sus alumnos la compra de un libro de texto en papel, esto es un hecho. Lo que no es aceptable, por inmoral y mezquino, es el modelo de las llamadas "**licencias digitales**" con las que las editoriales pretenden cobrar a los estudiantes, una y otra vez, por acceder a los mismos contenidos (unos contenidos que, además, son de una bajísima calidad). Este modelo de negocio es miserable, pues impide el compartir un mismo libro, incluso entre dos hermanos, pretende convertir a los estudiantes en un mercado cautivo, exige a los estudiantes y a las escuelas costosísimas líneas de Internet, pretende pervertir el conocimiento, que es algo social, público, convirtiéndolo en un producto de propiedad privada, accesible solo a aquellos que se lo puedan permitir, y solo de una manera encapsulada, fragmentada, impidiendo el derecho del alumno de poseer todo el libro, de acceder a todo el libro, de moverse libremente por todo el libro.

Nadie puede pretender ser neutral ante esto: Mirar para otro lado y aceptar el modelo de licencias digitales es admitir un mundo más injusto, es participar en la denegación del acceso al conocimiento a aquellos que no disponen de medios económicos, y esto en un mundo en el que las modernas tecnologías actuales permiten, por primera vez en la historia de la Humanidad, poder compartir el conocimiento sin coste alguno, con algo tan simple como es un archivo "pdf". **El conocimiento no es una mercancía.**

El proyecto Toomates tiene como objetivo la promoción y difusión entre el profesorado y el colectivo de estudiantes de unos materiales didácticos libres, gratuitos y de calidad, que fuerce a las editoriales a competir ofreciendo alternativas de pago atractivas aumentando la calidad de unos libros de texto que actualmente son muy mediocres, y no mediante retorcidas técnicas comerciales.

Estos libros se comparten bajo una licencia "**Creative Commons 4.0 (Attribution Non Commercial)**": Se permite, se promueve y se fomenta cualquier uso, reproducción y edición de todos estos materiales siempre que sea sin ánimo de lucro y se cite su procedencia. Todos los libros se ofrecen en dos versiones: En formato "**pdf**" para una cómoda lectura y en el formato "**doc**" de MSWord para permitir y facilitar su edición y generar versiones parcial o totalmente modificadas.

¡Libérate de la tiranía y mediocridad de las editoriales! Crea, utiliza y comparte tus propios materiales didácticos

Toomates Colección **Problem Solving** (en español):

[Geometría Axiomática](#) , [Problemas de Geometría 1](#) , [Problemas de Geometría 2](#)
[Introducción a la Geometría](#) , [Álgebra](#) , [Teoría de números](#) , [Combinatoria](#) , [Probabilidad](#)
[Trigonometría](#) , [Desigualdades](#) , [Números complejos](#) , [Funciones](#)

Toomates Colección **Llibres de Text** (en catalán):

[Nombres \(Preàlgebra\)](#) , [Àlgebra](#) , [Proporcionalitat](#) , [Mesures geomètriques](#) , [Geometria analítica](#)
[Combinatòria i Probabilitat](#) , [Estadística](#) , [Trigonometria](#) , [Funcions](#) , [Nombres Complexos](#) ,
[Àlgebra Lineal](#) , [Geometria Lineal](#) , [Càlcul Infinitesimal](#) , [Programació Lineal](#) , [Mates amb Excel](#)

Toomates Colección **Compendiums**:

PAU España: [Cataluña TEC](#) [Cataluña CCSS](#) [Valencia](#) [Galicia](#) [País Vasco](#) [Balears](#)
PAU Internacional: [Portugal A](#) [Portugal B](#) [Italia](#) [UK \(A Level\)](#) [IB](#) [Francia \(BAC\)](#)
Canguro: [ESP](#) [CAT](#) [FR](#) [USA](#) [UK](#) [AUS](#)
USA: [Mathcounts](#) [AMC 8](#) [10](#) [12](#) [AIME](#) [USAJMO](#) [USAMO](#) [TSTST](#) [TST](#) [ELMO](#) [Putnam](#)
España: [OME](#) [OMEFL](#) [OMEC](#) [OMEA](#) [OMEM](#) [CDP](#)
Internacional: [IMO](#) [OMI](#) [IGO](#) [SMT](#) [INMO](#) [CMO](#) [REOIM](#) [Arquimede](#) [HMMT](#) [BMO](#)
Pruebas acceso: [ACM4](#) , [CFG5](#) , [PAP](#)
Pizzazz!: [Book A](#) [Book B](#) [Book C](#) [Book D](#) [Book E](#) [Pre-Algebra](#) [Algebra](#)
AHSME: [Book 1](#) [Book 2](#) [Book 3](#) [Book 4](#) [Book 5](#) [Book 6](#) [Book 7](#) [Book 8](#) [Book 9](#)

¡Genera tus propias versiones de este documento! Siempre que es posible se ofrecen las versiones editables "MS Word" de todos los materiales, para facilitar su edición. Descarga en los siguientes enlaces la versión ".doc" de este documento:

¡Ayuda a mejorar! Envía cualquier duda, observación, comentario o sugerencia a toomates@gmail.com

¡No utilices una versión anticuada! Todos estos libros se revisan y amplían constantemente. Descarga totalmente gratis la última versión de estos documentos en los correspondientes enlaces superiores, en los que siempre encontrarás la versión más actualizada.

Versión de este documento: **06/04/2024**

Consulta el **Catálogo de libros** Toomates Colección en <http://www.toomates.net/biblioteca.htm>

Visita mi **Canal de Youtube**: <https://www.youtube.com/c/GerardRomo> 

Encontrarás muchos más materiales para el aprendizaje de las matemáticas en www.toomates.net ¡Matemáticas patós!

Índex.

	Enunciats	Solucions
2000	7	
2001	10	13
2002	17	
2003	20	23
2004	27	29
2005	33	36
2006	41	45
2007	49	53
2008	59	67
2009	75	83
2010	95	101
2011	107	115
2012	123	131
2013	139	147
2014	155	163
2015	171	175
2016	179	187
2017	195	201
2018	209	213
2019	217	221
2020	225	230
2021	235	242
2022	249	255
2023	261	266

Temari.

1 Aritmètica i algebra.

1.1 Conjunts numèrics: classificació, representació i càlcul. Criteris d'avaluació:

Classifica nombres en els diferents camps numèrics. Representa nombres reals sobre la recta graduada.

Relaciona les expressions decimals amb els diferents tipus de nombres.

Identifica els símbols dels nombres irracionals més usuals i la seva aproximació decimal.

Opera amb radicals senzills, incloent la racionalització.

Opera amb potències. Interpreta les propietats i les aplicacions.

Opera amb nombres "molt grans" o "molt petits" utilitzant la notació científica.

Realitza l'aproximació de quantitats per truncament o arrodoniment. Determina les fites d'error absolut i relatiu comeses.

Identifica la utilitat dels nombres complexos, i la notació. Opera amb nombres complexos com a solucions d'equacions de segon grau.

Fa càlculs amb nombres complexos en forma polar i en forma binòmica.

1.2 Polinomis: transformació d'expressions algebraiques. Criteris d'avaluació:

Efectua operacions de suma, resta, producte i divisió amb polinomis, incloent-hi el desenvolupament de binomis mitjançant el binomi de Newton.

Aplica l'algoritme de Ruffini i el teorema del residu en la resolució de problemes.

Factoritza polinomis amb diverses arrels enteres o polinomis que puguin ser expressat com a productes notables.

Simplifica i opera amb fraccionàries senzilles.

1.3 Equacions. Criteris d'avaluació:

Resol equacions de segon grau i biquadrades.

Resol equacions senzilles amb radicals quadràtics.

Utilitza la factorització de polinomis en la resolució d'equacions.

Resol equacions exponencials senzilles i logarítmiques per resoldre $ax=b$.

Aplica les equacions exponencials i logarítmiques en el plantejament i la resolució de problemes d'interès simple i compost.

Resol sistemes d'equacions de primer i segon grau.

Resol de sistemes d'equacions de dues tres incògnites mitjançant el mètode de Gauss, classificant-lo en funció de les solucions que tingui.

Resol problemes mitjançant el plantejament de sistemes d'equacions lineals i interpreta el resultat obtingut.

Interpreta geomètricament les solucions de les equacions i els sistemes d'equacions.

1.4 Successions. Progressions aritmètiques i geomètriques. Comportament al infinit d'una successió. Criteris d'avaluació:

Identifica regles de recurrència i termes generals en col·leccions ordenades de nombres.

Identifica successions que varien amb progressió aritmètica o geomètriques, creixents o decreixents.

Resol problemes senzills de situacions reals i quotidianes utilitzant les progressions aritmètiques o geomètriques.

Resol problemes en què calgui encadenar variacions percentuals successives.

Identifica el comportament a l'infinit en casos elementals.

2 Geometria.

2.1 Trigonometria. Criteris d'avaluació:

Obté les equacions d'una recta a partir d'unes dades donades, que poden ser relacions de perpendicularitat o paral·lelisme.

Analitza la posició relativa de dues rectes, i determina, si és el cas, el punt de tall. Calcula l'angle que formen dues rectes.

Calcula la distància entre dos punts o entre un punt i una recta.

Calcula àrees de figures planes i volums de cossos elementals.

Reconeix l'angle com a gir, i les unitats de mesura dels angles: graus i radians.

Utilitza raons trigonomètriques (sinus, cosinus i tangent) dels angles en la resolució de problemes.

Resol problemes a partir de triangles rectangles i no rectangles.

Resolució de problemes a partir de la triangulació.

Utilitza procediments de càlcul en la topografia i en situacions on es necessitin escales.

2.2 Vectors al pla. Criteris d'avaluació:

Calcula les components d'un vector a partir de dos punts i del seu mòdul i argument.

Opera amb vectors de manera gràfica i analítica.

Aplicació dels angles entre vectors. Paral·lelisme i perpendicularitat.

Determina l'equació d'una recta a partir de les condicions geomètriques que la determinen, i a l'inrevés.

Identifica la posició relativa de dues rectes del pla.

Dibuixa angles, vectors, nombres complexos i rectes sobre un sistema de referència cartesià.

3 Anàlisi

3.1 Funcions. Criteris d'avaluació:

Obté l'expressió analítica d'una funció donada per un enunciat. Utilitza diferents formes d'expressar una funció: taula de valors, equació i gràfica.

Relaciona les funcions amb aplicacions tecnològiques, científiques i empresarials.

Identifica la imatge, antiimatge, domini i recorregut d'una funció expressada analíticament o gràficament.

Representa gràficament funcions en els eixos de coordenades a partir de la seva expressió analítica.

Obté l'expressió analítica d'una funció lineal o afí a partir de la seva gràfica o d'alguns dels seus elements.

Diferencia funcions lineals, quadràtiques, algebraiques i exponencials. Calcula equacions polinòmiques a partir dels elements que la determinen.

Càlcul de límits senzills que només requereixen conèixer els resultats operatius i/o la comparació d'infinits.

Reconeix la continuïtat d'una funció en un punt o, si no ho és, el tipus de discontinuïtat que presenta.

Determina el valor d'un paràmetre per tal que una funció definida a trossos sigui contínua en els punts d'entroncament.

3.2 Derivades. Criteris d'avaluació:

Determina taxes de variació mitjana. Determina la derivada d'una funció en la qual intervenen productes i quocients, la derivada d'una funció composta.

Calcula derivades de funcions elementals.

Determina l'equació de la recta tangent en un dels seus punts.

Determina, donada una funció, si és creixent o decreixent, còncava o convexa, en un punt o en un interval i obtenció dels màxims i mínims relatius i dels punts d'inflexió.

Representa gràficament una funció (polinòmica, racional, exponencial, logarítmica, etc.) a partir de l'aplicació de la derivada i de l'estudi analític del domini, les asímptotes, els talls amb els eixos, els intervals de creixement i decreixement i els extrems relatius.

- Determina el màxim o mínim d'una funció donada mitjançant la seva expressió analítica o mitjançant un enunciat senzill (problemes d'optimització).

4 Estadística i probabilitat

4.1 Estadística descriptiva unidimensional i bidimensional. Criteris d'avaluació:

Identifica i aplica a situacions senzilles els conceptes elementals d'estadística: població, mostra, freqüència relativa, paràmetres de centralització i dispersió, en una situació real.

Construeix taules de freqüències de dades aïllades o de dades agrupades i en fa la representació mitjançant un diagrama de barres o un histograma.

Calcula i interpreta de paràmetres de centralització (mitjana aritmètica, moda i mediana), de dispersió (recorregut i desviació estàndard) i de posició (quartils i centils).

Interpreta distribucions estadístiques a partir de l'anàlisi de les dades, dels gràfics o dels paràmetres.

Calcula i usa el coeficient de variació per comparar les dispersions de dues distribucions de dades.

Representa mitjançant un núvol de punt una distribució bidimensional i valora el grau de correlació que hi ha entre les variables.

Calcula i interpreta el coeficient de correuarelació d'una distribució bidimensional.

Calcular la recta de regressió de Y sobre X i utilitzar-la per fer estimacions si s'escau.

4.2 Probabilitat. Criteris d'avaluació:

Describeix successos en experiments aleatoris simples i compostos.

Calcula probabilitats de successos a partir de diagrames en arbre, aplicant la regla de Laplace o regles de pas al contrari.

CONVOCATÒRIA ORDINÀRIA

Proves d'accés a Cicles Formatius ;Error! Marcador no definido.de Grau Superior 2000

Part específica

Matemàtiques

Per accedir a cicles formatius de grau superior:

- Desplegament d'aplicacions informàtiques.
- Administració de sistemes informàtics.

La prova consta de 4 exercicis dels quals se n'han d'escollir 3.

Cada un dels exercicis escollits té una puntuació màxima de 3 punts, i es reserva un màxim d'1 punt suplementari, tot dependent de la netedat i de les explicacions.

1.- En un pla ens donen la recta r d'equació $4x + 3y - 24 = 0$. Calculeu:

- L'equació general de la recta s que passa pel punt $(1, -2)$ i és perpendicular a la recta r .
- Les coordenades del simètric del punt $(1, -2)$ respecte a la recta r .

2.- Donada la corba que té per equació la funció $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$, calculeu:

- L'equació general de la recta tangent a aquesta corba en el punt d'abscissa $x = 2$.
- Les coordenades d'un altre punt de la corba (si existeix), per al qual la recta tangent sigui paral·lela a l'anterior.

3.- Dos cotxes surten del mateix punt i en el mateix moment per sengles carreteres que formen un angle de 50° . El primer va a una velocitat constant de 100 km/h, i el segon a 120 km/h. Quina és la distància que els separa al cap d'1 h i quart?

4.- En un quadrat d'1 m de costat unim els punts mitjos de cada 2 costats consecutius, i així obtenim un altre quadrat. En aquest últim tornem a fer la mateixa construcció, i així successivament i indefinida. Calculeu:

- El límit de la suma dels perímetres de tots els quadrats.
- El límit de la suma de les àrees de tots el quadrats.

CONVOCATÒRIA ORDINÀRIA

Proves d'accés a Cicles Formatius de Grau Superior 2001

Part específica

Matemàtiques

Per accedir a cicles formatius de grau superior:

- Desplegament d'aplicacions informàtiques.
- Administració de sistemes informàtics.

Prova d'accés a CFGS. Part específica: Matemàtiques. Convocatòria ordinària 2001.

1.- (4 punts) Donada la circumferència d'equació $x^2 + y^2 - 12x + 6y + 20 = 0$, calculeu:

- a) Les coordenades del seu centre **C**, i la longitud del seu radi **r**.
 - b) Les coordenades dels punts **P₁** i **P₂** de la circumferència que tenen per abscissa **x = 3**.
 - c) L'equació general de la recta tangent a la circumferència en el punt de major ordenada dels 2 punts anteriors.
- Recordeu que la recta tangent en un punt d'una circumferència és perpendicular al radi que uneix el centre amb el punt de tangència.

2.- (3 punts) D'un triangle de costats **a**, **b**, **c** i angles respectivament oposats **A**, **B**, **C**, coneixem **a = 10 cm**, **b = 15 cm** i **A = 38°**. Calculeu:

- a) Els possibles valors de l'angle **B**.
- b) Les possibles longituds del costat **c**.

3.- (3 punts) Donat el polinomi $P(x) = x^3 + ax^2 + 15x + b$:

- a) Calculeu els valors dels paràmetres **a** i **b** per tal que tingui un extrem relatiu en el punt (1, 12).
- b) Digueu si aquest extrem és un màxim o un mínim.
- c) Calculeu l'altre extrem relatiu.

CONVOCATÒRIA ORDINÀRIA

**Proves d'accés a Cicles Formatius de Grau Superior
2001**

Part específica

Matemàtiques

SOLUCIONS

Per accedir a cicles formatius de grau superior:

- Desplegament d'aplicacions informàtiques.
- Administració de sistemes informàtics.

**Proves d'accés a CFGS. Part específica: Matemàtiques. Convocatòria ordinària.
2001. Solucions i pautes de correcció.**

1.- Solució (4 punts) :

- a) Si comparem l'equació donada amb $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$, obtenim un sistema de 3 equacions amb 3 incògnites, la solució del qual és: **a = 6, b = -3, per tant C(6, -3) i r = 5.**
- b) Si substituïm $x = 3$ en l'equació de la circumferència, obtenim l'equació de 2n grau $y^2 + 6y - 7 = 0$, que té per solucions $y_1 = 1, y_2 = -7$, per tant els punts demanats són **P₁(3, 1) i P₂(3, -7).**
- c) D'aquests 2 punt, el que té l'ordenada major és P₁(3, 1). El radi vector en el punt de tangència és el vector (-3, 4), per tant un vector director de la recta demanada és el vector (4, 3). Així doncs, l'equació de la recta la podem trobar, entre d'altres, de la següent manera: $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{3}$, o sigui:
3x - 4y - 5 = 0.

Pautes:

- a) doneu **0,5 punts** per trobar **C** i **0,5 punts** per trobar **r**.
- b) Doneu **1 punt** per trobar **P₁** i **P₂**. Si hi ha algun error, disminuïu aquesta puntuació segons la importància de l'error.
- c) Doneu **2 punts** per trobar la **recta correcta**. Si troba la tangent en l'altre punt, doneu només 1 punt.

2.- Solució (3 punts):

- a) Es tracta de resoldre un triangle pel teorema dels sinus: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$,
en el nostre cas $\frac{10}{\sin 38^\circ} = \frac{15}{\sin B}$. D'aquí obtenim que $B = \arcsin \frac{15 \cdot \sin 38^\circ}{10}$,
que té 2 solucions: **B₁ = 67° 26' 31,49'' i B₂ = 112° 33' 28,51''.**
- b) Per calcular les possibles longituds del costat c, podem fer-ho de diferents formes. Una és calculant els angles C₁ i C₂ i tornant a aplicar el teorema dels sinus, o bé el teorema del cosinus. En qualsevol cas C₁ = 74° 33' 28,51'' i C₂ = 29° 26' 31,49'', i llavors **c₁ = 15,66 cm i c₂ = 5,94 cm.**

Pautes

- a) doneu **1,5 punts** per calcular correctament els **2 valors** de l'angle **B**. Si només diu **1 solució**, doneu **0,75 punts**.
- b) Doneu **1,5 punts** per calcular correctament els **2 valors** del costat **c**. Si només diu **1 solució**, doneu **0,75 punts**.

3.- Solució (3 punts): a) La condició de tenir un extrem relatiu en el punt (1, 12) vol dir que aquest és un punt del polinomi i que la derivada de la funció en el punt d'abscissa $x = 1$ és zero.

La primera condició es tradueix en l'equació $1 + a + 15 + b = 12$, o sigui **$a + b = -4$** .

La segona condició és: $P'(x) = 3x^2 + 2ax + 15 = 0$ si $x = 1$, o sigui **$3 + 2a + 15 = 0$** .

D'aquesta darrera condició obtenim que **$a = -9$** , i substituint en l'anterior, és **$b = 5$** .

Així doncs, $P(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 5$

$$P'(x) = 3x^2 - 18x + 15$$

$$P''(x) = 6x - 18$$

b) $P''(1) = -12$, per tant el punt (1, 12) és un **màxim relatiu**.

c) Per obtenir l'altre extrem relatiu, cal resoldre l'equació $P'(x) = 0$, les solucions de la qual són $x = 1$ (ja coneguda) i **$x = 5$** , i llavors **$P(5) = -20$** .

Pautes:

- Doneu **2 punts** per resoldre aquest apartat correctament. Doneu únicament 1 punt si només es posa una de les dues condicions i no s'arriba a resoldre el sistema.
- Doneu **0,5 punts** per contestar correctament.
- Doneu **0,5 punts** per contestar correctament.

CONVOCATÒRIA ORDINÀRIA

Proves d'accés a Cicles Formatius de Grau Superior 2002

Part específica

Matemàtiques

Per accedir a cicles formatius de grau superior:

- **Desenvolupament d'aplicacions informàtiques.**
- **Administració de sistemes informàtics.**

Nom i cognoms:.....

Prova d'accés a CFGS. Part específica: Matemàtiques. Convocatòria ordinària 2002.

La prova consta de 3 exercicis. El primer té una puntuació màxima de 4 punts, i els altres 2, una puntuació màxima de 3 punts cadascun.

1.- Donada la funció $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 15$, calculeu

- a) Màxims i mínims relatius.
- b) Punts d'inflexió.
- c) L'equació general de la recta tangent a la funció en el punt d'abscissa $x = 2$.

2.- D'un triangle de costats a , b , c , i angles respectivament oposats A , B , C , coneixem

$b = 12 \text{ cm}$, $c = 17 \text{ cm}$, $A = 42^\circ$. Calculeu

- a) El costat a .
- b) Els altres 2 angles.

3.- En el pla ens donen els punts $A(2, 5)$ i $B(4, -3)$. Calculeu

- a) L'equació general de la recta r que passa pels punts A i B .
- b) La distància del punt $C(3, 4)$ a aquesta recta r .
- c) L'angle que forma la recta r amb la recta d'equació $2x - y + 5 = 0$.

CONVOCATÒRIA ORDINÀRIA

Proves d'accés a Cicles Formatius de Grau Superior 2003

Part específica

Matemàtiques

Per accedir a cicles formatius de grau superior:

- Desenvolupament d'aplicacions informàtiques.
- Administració de sistemes informàtics.

Nom i cognoms:.....

Prova d'accés a CFGS. Part específica: Matemàtiques. Convocatòria ordinària 2003.

La prova consta de 3 exercicis. El primer té una puntuació de 4 punts i els altres dos, la tenen de 3 punts.

1.- Els punts del pla de coordenades **A(1 ; -1)**, **B(2 ; 2)** i **C(6 ; 1)** són 3 vèrtexs consecutius d'un paral·lelogram. Calculeu:

- a) Les coordenades del quart vèrtex D
- b) L'equació general de la recta **r** que passa pels punts **A** i **B**.
- c) La distància del punt **C** a la recta **r**.

2.- Donada la funció $y = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$, calculeu:

- a) Les abscisses dels punts en què la primera derivada s'anul·la
- b) L'equació general de la recta tangent a la corba en el punt d'abscissa $x = 1$.
- c) L'equació general de l'asíptota obliqua.

3.- D'un triangle de vèrtexs **A**, **B** i **C** i costats respectivament oposats **a**, **b** i **c**, sabem que **a = 12 cm**, **b = 15 cm** i l'angle de vèrtex **C = 105°**. Calculeu la longitud del costat **c** i les amplituds dels angles de vèrtexs **A** i **B**.

CONVOCATÒRIA ORDINÀRIA

Proves d'accés a Cicles Formatius de Grau Superior 2003

Part específica

Matemàtiques

SOLUCIONS

Per accedir a cicles formatius de grau superior:

- Desenvolupament d'aplicacions informàtiques.
- Administració de sistemes informàtics.

Prova d'accés a CFGS. Part específica: Matemàtiques. Convocatòria ordinària 2003. Solucions i pautes de correcció.

1.- a) Els vectors \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{DC} han de ser equipolents, per tant:
(2-1 ; 2+1) = (6-x ; 1-y), o sigui (1 ; 3) = (6-x ; 1-y). D'aquí x = 5 i y = -2, per tant la solució és D(5 ; -2)

b) En la seva forma contínua, l'equació de la recta r és:
 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{3}$, d'on s'obté l'equació general: $3x - y - 4 = 0$.

c) Només cal aplicar la fórmula $d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, que en el nostre cas és: $d = \frac{|3 \cdot 6 - 1 - 4|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{13}{\sqrt{10}}$

Les puntuacions màximes són:

Apartat a): 1 punt

Apartat b): 1,5 punts

Apartat c): 1,5 punts

2.- a) La primera derivada d'aquesta equació és $y' = \frac{x^2 + 4x + 1}{(x+2)^2}$, i resolent

l'equació $y' = 0$, obtenim les solucions: $x_1 = -2 + \sqrt{3}$ i $x_2 = -2 - \sqrt{3}$.

b) Si $x = 1$, $y = 0$ i $y' = \frac{2}{3}$, per tant $y = \frac{2}{3}(x-1)$ que dona com a equació general: $2x - 3y - 2 = 0$.

c) El pendent de l'asíptota obliqua el podem calcular per qualsevol de les fórmules $a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} y'$, obtenint-se $a = 1$. L'ordenada a l'origen la podem calcular per la fórmula $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (y - ax)$, límit que en el nostre cas val -2, per tant l'equació de l'asíptota obliqua és: $y = x - 2$.

Les puntuacions màximes són d'1 punt per cada apartat.

3.- Per calcular la longitud del costat c , cal aplicar el teorema del cosinus, o sigui: $c = \sqrt{12^2 + 15^2 - 2 \cdot 12 \cdot 15 \cdot \cos 105^\circ} = 21,498... \text{ cm}$.

Si ara apliquem el teorema del sinus resulta:

$$\hat{A} = \arcsin \frac{12 \cdot \sin 105^\circ}{21,498\dots} = 32^\circ 37' 36,59''$$

$$\hat{B} = \arcsin \frac{15 \cdot \sin 105^\circ}{21,498\dots} = 42^\circ 22' 23,41''$$

Si com a valor del costat c , s'agafa 21,5 cm, llavors els valors dels angles varien una mica, però no es tindrà en compte.

Les puntuacions màximes són 1 punt per cada resultat correcte dels demanats.

CONVOCATÒRIA ORDINÀRIA

Proves d'accés a Cicles Formatius de Grau Superior 2004

Part específica

Matemàtiques

Per accedir a cicles formatius de grau superior:

- Desenvolupament d'aplicacions informàtiques.
- Administració de sistemes informàtics.

**Prova d'accés a CFGS. Part específica: Matemàtiques.
Convocatòria ordinària 2004.**

1.- Discussiu el sistema següent, segons els valors del paràmetre λ :

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y - z = 1 \\ x + y + \lambda z = -4 \\ 3x + 4y + z = -3 \end{array} \right\}$$

2.- Des d'un punt d'un carrer horitzontal, veiem el punt més alt d'un edifici sota un angle de $20^\circ 15'$. Si ens apropem 40 m, el veiem sota un angle de $33^\circ 45'$. A quina altura sobre el nivell del carrer es troba el punt més alt de l'edifici?

3.- Donada la funció d'equació $f(x) = \frac{2x^2 + 7x + 5}{x + 3}$ digueu:

- El seu domini.
- Les coordenades dels punts d'intersecció amb els eixos.
- La seva primera derivada.

CONVOCATÒRIA ORDINÀRIA

Proves d'accés a Cicles Formatius de Grau Superior 2004

Part específica

Matemàtiques

SOLUCIONS

Per accedir a cicles formatius de grau superior:

- Desenvolupament d'aplicacions informàtiques.
- Administració de sistemes informàtics.

**Prova d'accés a CFGS. Part específica: Matemàtiques.
Solucions i pautes de correcció.
Convocatòria ordinària 2004.**

1.- Per poder trobar el valor de λ per al que el sistema no és compatible determinat, cal resoldre l'equació següent:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & \lambda \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0, \text{ que té com a solució } \lambda = 2$$

Per a qualsevol valor de λ diferent de 2, el sistema és compatible determinat, ja que els rangs de la matriu del sistema i de la matriu ampliada són 3, que també és el nombre d'incògnites.

Si $\lambda = 2$, fàcilment es veu que la tercera equació és la suma de les 2 primeres, i per tant el sistema és compatible indeterminat.

De tota manera es pot veure, per exemple, pel mètode de Gauss.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -4 \\ 3 & 4 & 1 & -3 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & -4 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & -3 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -5 & 9 \\ 0 & 1 & -5 & 9 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -5 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \text{ on es}$$

veu que el sistema és compatible determinat.

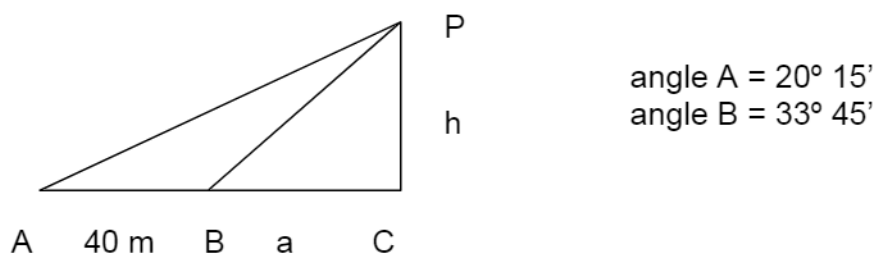
A aquesta mateixa conclusió es pot arribar per altres mètodes.

Pauta de correcció:

1 punt per dir correctament quan el sistema és compatible determinat.

2 punts per fer correctament l'estudi quan $\lambda = 2$.

2.- Un petit dibuix pot servir per plantejar fàcilment el problema.



**Prova d'accés a CFGS. Part específica: Matemàtiques.
Solucions i pautes de correcció.
Convocatòria ordinària 2004.**

Ara podem resoldre'l de diferents maneres:

a) Resolent el sistema
$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} 33^{\circ} 45' &= \frac{h}{a} \\ \operatorname{tg} 20^{\circ} 15' &= \frac{h}{40+a} \end{aligned} \right\} , \text{ la solució del qual és}$$

$$a = \frac{40 \cdot \operatorname{tg} 20^{\circ} 15'}{\operatorname{tg} 33^{\circ} 45' - \operatorname{tg} 20^{\circ} 15'} = 49,31 \text{ m}$$

$$h = a \cdot \operatorname{tg} 33^{\circ} 45' = 32,95 \text{ m}$$

realment només ens interessa el valor **$h = 32,95 \text{ m}$**

b) Calculant prèviament la distància AP (o BP) mitjançant el teorema dels sinus i després **h** per la definició de sinus.

$$\frac{AP}{\operatorname{syn} 146^{\circ} 15'} = \frac{BP}{\operatorname{syn} 20^{\circ} 15'} = \frac{40}{\operatorname{syn} 13^{\circ} 30'}, \quad AP = 95,195 \text{ m} \quad BP = 59,306 \text{ m}, \text{ i a partir de qualsevol, el valor } \mathbf{h}.$$

Pauta de correcció:

Si es planteja correctament el sistema o el teorema dels sinus, 1 punt.

Per a arribar a la solució correcta, 2 punts més. Si hi ha errors en la resolució, treure part d'aquesta puntuació, dependent del tipus de l'error.

3.- a) La funció $f(x) = \frac{2x^2 + 7x + 5}{x + 3}$, com és un quocient de 2 polinomis, té

com a domini el conjunt dels nombres real menys els valors que fan que el denominador sigui 0, o sigui **$D = \mathbf{R} - \{-3\}$**

b) Les abscisses dels punts d'intersecció amb l'eix d'abscisses es troben

resolent l'equació $f(x) = \frac{2x^2 + 7x + 5}{x + 3} = 0$, les solucions de la qual són $x_1 = -1$, i

$x_2 = -5/2 = -2,5$. Per tant els punts d'intersecció amb l'eix d'abscisses són els punts: **$A(-1, 0)$ i $B(-5/2, 0)$** .

L'ordenada del punt d'intersecció amb l'eix de les ordenades es troba fent $x=0$ a la funció, o sigui, aquest punt és **$C(0, 5/3)$** .

c) Es tracta de la derivada d'un quocient, per tant

$$f'(x) = \frac{(4x + 7) \cdot (x + 3) - (2x^2 + 7x + 5) \cdot 1}{(x + 3)^2}, \text{ que reduïda al màxim és:}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 12x + 16}{(x+3)^2}$$

**Prova d'accés a CFGS. Part específica: Matemàtiques.
Solucions i pautes de correcció.
Convocatòria ordinària 2004.**

Pauta de correcció

Apartat a): 0,5 punts

Apartat b): 1,5 punts (0,5 per a cada punt d'intersecció)

Apartat c): 2 punts si dóna l'expressió reduïda i 1 punt si dóna l'expressió sense reduir.



CONVOCATÒRIA ORDINÀRIA

Proves d'accés a Cicles Formatius de Grau Superior 2005

Part específica

Matemàtiques

Per accedir a cicles formatius de grau superior:

- **Desenvolupament d'aplicacions informàtiques.**
- **Administració de sistemes informàtics.**
- **Desenvolupament i aplicació de projectes de construcció**
- **Desenvolupament de projectes mecànics**
- **Producció per mecanització**



**Prova d'accés a CFGS. Part específica: Matemàtiques.
Convocatòria ordinària 2005.**

A continuació trobareu l'enunciat de 7 exercicis. Heu de respondre només a 5 dels 7 exercicis (podeu triar els que vulgueu, però no en feu més de 5)

Cada exercici té una puntuació de 2 punts.

1. Calculeu de manera exacta i, si es pot, simplifiqueu el resultat:
 - a) $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - \sqrt{3} =$
 - b) $10\sqrt{2} - 3\sqrt{8} =$
 - c) $\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{3} =$
 - d) $(2 + \sqrt{3})^2 =$

2. Des de dos punts separats per una distància de 200 m, dos observadors encarats A i B observen un helicòpter H situat en llur mateix pla vertical amb angles d'elevació de 35° i 55° respectivament. A quina alçada sobre el terra es troba l'helicòpter?

3. Donada la funció $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$, trobeu:
 - a) El seu domini.
 - b) Els punts d'intersecció amb els eixos de coordenades.
 - c) Els extrems relatius (màxims i/o mínims).
 - d) Els intervals de creixement i decreixement.

4. Donada la funció $f(x) = (x - 2)^3$
 - a) Calculeu $f(4)$.
 - b) Trobeu la funció derivada $f'(x)$.
 - c) Calculeu $f'(4)$.
 - d) Trobeu l'equació de la recta tangent a corba $f(x)$ en el punt d'abscissa $x=4$.

5. En una festa hi ha homes dones i nens. En total són 144 persones. El nombre d'homes és superior en 10 al nombre de dones. Hi ha tants nens com homes i dones junts. Resoleu una equació o un sistema d'equacions per trobar el nombre de persones de cada tipus.



6. Calculeu i, si es pot, simplifiqueu:

a) $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+1} =$

b) $\frac{x-1}{x-3} : \frac{x^2-1}{x^2-9} =$

7. Donats els punts $A=(-2,1,5)$, $B=(2, -1,1)$ i $C=(-1,5, -2)$, trobeu:

- La distància entre els punts A i B.
- L'equació de la recta r que passa pels punts A i B.
- L'equació del pla que conté els punts A, B i C.



CONVOCATÒRIA ORDINÀRIA

Proves d'accés a Cicles Formatius de Grau Superior 2005

Part específica

Matemàtiques

SOLUCIONS

Per accedir a cicles formatius de grau superior:

- Desenvolupament d'aplicacions informàtiques.
- Administració de sistemes informàtics.
- Desenvolupament i aplicació de projectes de construcció
- Desenvolupament de projectes mecànics
- Producció per mecanització



**Prova d'accés a CFGS. Part específica: Matemàtiques.
Solucions i pautes de correcció.
Convocatòria ordinària 2005.**

Cada exercici té una puntuació de 2 punts.

El temps necessari per a la resolució de cada exercici s'estima en uns 15-18 minuts.

1. Calculeu de manera exacta i, si es pot, simplifiqueu el resultat:

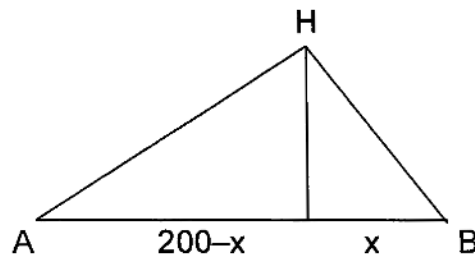
a) $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \boxed{6\sqrt{3}}$

b) $10\sqrt{2} - 3\sqrt{8} = 10\sqrt{2} - 3\sqrt{2^3} = 10\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = \boxed{4\sqrt{2}}$

c) $\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3^4} - \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} + \sqrt[3]{3} = 3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3} = \boxed{2\sqrt[3]{3}}$

d) $(2 + \sqrt{3})^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 = \boxed{7 + 4\sqrt{3}}$

2. Des de dos punts separats per una distància de 200 m, dos observadors encarats A i B observen un helicòpter H situat en llur mateix pla vertical amb angles d'elevació de 35° i 55° respectivament. A quina alçada sobre el terra es troba l'helicòpter?



$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg}35^\circ = \frac{h}{200-x} \\ \operatorname{tg}55^\circ = \frac{h}{x} \end{array} \right\} ; \quad \left. \begin{array}{l} h = (200-x)\operatorname{tg}35^\circ \\ h = x\operatorname{tg}55^\circ \end{array} \right\} ; \quad x\operatorname{tg}55^\circ = (200-x)\operatorname{tg}35^\circ$$

$$x\operatorname{tg}55^\circ = 200\operatorname{tg}35^\circ - x\operatorname{tg}35^\circ ; \quad x(\operatorname{tg}55^\circ + \operatorname{tg}35^\circ) = 200\operatorname{tg}35^\circ$$

$$x = \frac{200\operatorname{tg}35^\circ}{\operatorname{tg}55^\circ + \operatorname{tg}35^\circ} = 65,80 ; \quad h = 65,80\operatorname{tg}55^\circ = \boxed{93,97 \text{ m}}$$



3. Donada la funció $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$, trobeu:

a) Domini: $D(f) = R$

b) Punts de tall amb eixos:

$$f(0) = 0$$

$$f^{-1}(0): x^3 - 2x^2 + x = 0 ; x(x^2 - 2x + 1) = 0 ; x(x-1)^2 = 0 ; \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

Els punts de tall són: $(0,0)$ i $(1,0)$

c) $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$; $3x^2 - 4x + 1 = 0$; $\begin{cases} x=1 \\ x=\frac{1}{3} \end{cases}$

$$f'(0) = 1 > 0 \rightarrow \text{creixent en } \left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$$

$$f'(0,5) = 0,75 - 2 + 1 < 0 \rightarrow \text{decreixent en } \left(\frac{1}{3}, 1\right)$$

$$f'(2) = 12 - 8 + 1 > 0 \rightarrow \text{creixent en } (1, +\infty)$$

$$f(1) = 0 ; f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{4}{27}\right)$$

Mínim relatiu en $(1,0)$ i màxim relatiu en $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{27}\right)$

Una altra forma de resoldre seria:

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \begin{cases} 1 \\ 1/3 \end{cases} ; \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(1/3) = 4/27 \end{cases}$$

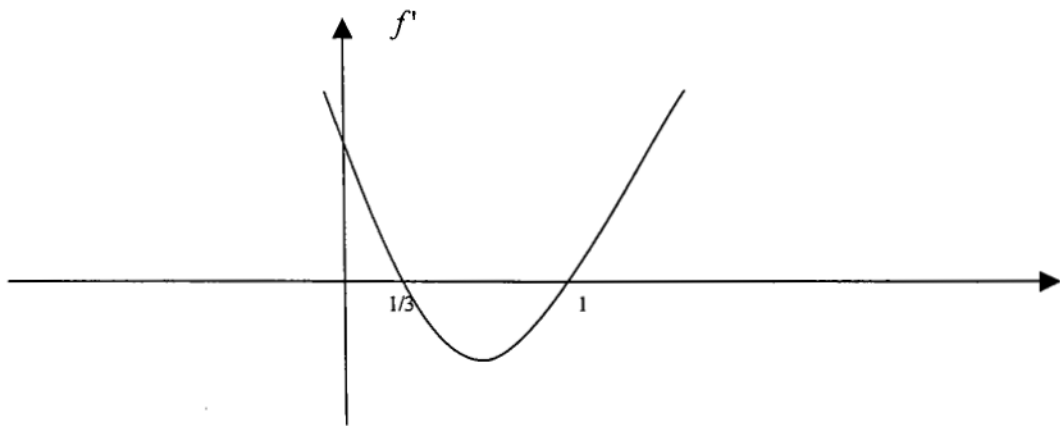
$$f''(x) = 6x - 4; \begin{cases} f''(1) = 2 > 0 \Leftrightarrow \text{min} \\ f''(1/3) = -2 < 0 \Leftrightarrow \text{MAX} \end{cases}$$

$(1,0)$ min ; $(1/3, 4/27)$ MAX

d) Creixent en $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$ i en $(1, +\infty)$. Decreixent en $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$



Una altra forma de resoldre seria:



$$f' > 0 \Leftrightarrow f \text{ creixent} : (-\infty, 1/3) \cup (1, \infty)$$

$$f' < 0 \Leftrightarrow f \text{ decreixent} : (1/3, 1)$$

4. Donada la funció $f(x) = (x-2)^3$

a) $f(4) = (4-2)^3 = 2^3 = \boxed{8}$

b) $f'(x) = \boxed{3(x-2)^2}$

c) $f'(4) = 3(4-2)^2 = 3 \cdot 4 = \boxed{12}$

d) $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$; $\boxed{y - 8 = 12(x - 4)}$

5. En una festa hi ha homes dones i nens. En total són 144 persones. El nombre d'homes és superior en 10 al nombre de dones. Hi ha tants nens com homes i dones junts. Resoleu una equació o un sistema d'equacions per trobar el nombre de persones de cada tipus.

homes	dones	nens	
$(x+10)$	$+ x$	$+ (2x+10)$	$= 144$

$$4x + 20 = 144$$

$$4x = 124$$

$$x = 31$$

Hi ha 41 homes, 31 dones i 72 nens



6. Calculeu i, si es pot, simplifiqueu:

$$\text{a) } \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+1} = \frac{x+1+x+2}{(x+2)(x+1)} = \frac{2x+3}{(x+2)(x+1)}$$

$$\text{b) } \frac{x-1}{x-3} \cdot \frac{x^2-1}{x^2-9} = \frac{(x-1)(x+3)(x-3)}{(x-3)(x+1)(x-1)} = \frac{x+3}{x+1}$$

7. Donats els punts $A=(-2,1,5)$, $B=(2,-1,1)$ i $C=(-1,5,-2)$, trobeu:

a) La distància entre els punts A i B.

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (2,-1,1) - (-2,1,5) = (4,-2,-4)$$

$$d(A, B) = \sqrt{16 + 4 + 16} = \sqrt{36} = \boxed{6 \text{ u}}$$

b) L'equació de la recta r que passa pels punts A i B.

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (2,-1,1) - (-2,1,5) = (4,-2,-4) \equiv (2,-1,-2)$$

$$\boxed{\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{-2}}$$

c) L'equació del pla que conté els punts A, B i C.

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (-1,5,-2) - (-2,1,5) = (1,4,-7)$$

$$\boxed{(x, y, z) = (-2, 1, 5) + \lambda(2, -1, -2) + \mu(1, 4, -7)}$$



PROVA D'ACCÉS A CICLES FORMATIUS DE GRAU SUPERIOR FPE
Convocatòria ordinària 2006
MATEMÀTIQUES

DADES DE LA PERSONA ASPIRANT	Qualificació
Cognoms i nom:	
DNI:	

La prova consta de dues parts.

PRIMERA PART: TEST

- 10 preguntes tipus test amb una puntuació total de 4 punts (0,40 punts per cada exercici)
- Cada pregunta té una única resposta. Si es marquen dues o més respostes es considerarà la pregunta mal contestada.
- Per marcar una resposta s'encerclarà l'opció elegida. En cas de voler anul·lar o corregir una resposta ja marcada, cal tatxar-la.
- Les respostes incorrectes resten $\frac{1}{4}$ de la puntuació de cada pregunta.
- Les preguntes no contestades no puntuen.

SEGONA PART: EXERCICIS

- Cal triar i resoldre tres dels quatre exercicis que es proposen.
- Aquesta part puntuarà en total 6 punts (2 punts per cada exercici).
- Cal indicar clarament quins són els exercicis elegits. Només es puntuaran tres exercicis.

PRIMERA PART: TEST

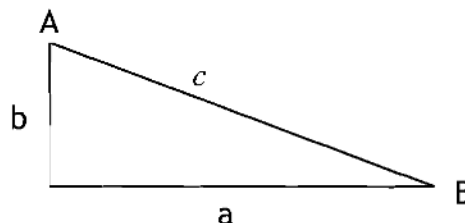
1.-Al triangle rectangle de la figura $b < a$. Podem assegurar que:

a) $\hat{B} > 45^\circ$

b) $\sin \hat{A} = \frac{a}{b}$

c) $\tan \hat{B} = \frac{b}{a}$

d) $\hat{A} < \hat{B}$





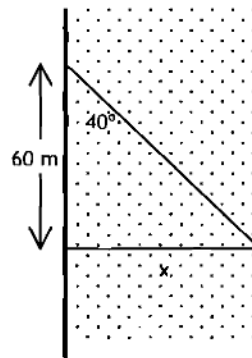
PROVA D'ACCÉS A CICLES FORMATIUS DE GRAU SUPERIOR FPE
Convocatòria ordinària 2006
MATEMÀTIQUES

2.- Si $\cos \alpha < 0$ i $\tan \alpha > 0$, podem assegurar que:

- a) α és un angle del segon quadrant
- b) $180^\circ < \alpha < 270^\circ$
- c) $\sin \alpha > 0$
- d) α pertany al quart quadrant

3.- Per determinar l'amplada x d'un riu es realitzen les mesures del dibuix. Amb aquestes dades podem assegurar que l'amplada del riu serà:

- a) $x = 60 \cdot \cos 40$
- b) $x = 60 \cdot \tan 40$
- c) $x = \frac{60}{\cos 50}$
- d) $x = 60 \cdot \tan 50$



4.- El determinant de la matriu $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 2 & k & 3 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ val:

- a) 0 si $k = 1$
- b) 0 si $k = 0$
- c) 2 per $k \neq 1$
- d) $\neq 0$ per qualsevol valor de k

5.- Donat el sistema d'equacions $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$

- a) $(2, 1, -2)$ és una solució
- b) $x = 0; y = 0; z = 0$ és solució
- c) El sistema no té solucions
- d) $(-1, 1, 1)$ és una solució però en té més



PROVA D'ACCÉS A CICLES FORMATIUS DE GRAU SUPERIOR FPE
Convocatòria ordinària 2008
MATEMÀTIQUES

6.- Donada la següent equació $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{3}$, podem dir que:

- a) La seva gràfica és una recta del pla amb pendent $\frac{2}{3}$
- b) És una recta que té pendent $\frac{-3}{2}$
- c) L'ordenada a l'origen de la seva gràfica és el punt $(0,-1)$
- d) Talla a l'eix d'ordenades pel punt $x = 0; y = 1$

7.- Si dues rectes del pla es tallen en un punt podem assegurar que

- a) Les rectes tenen el mateix pendent
- b) Els pendents són nombres de signe diferent
- c) Els vectors directors no són paral·lels
- d) Tallen l'eix d'ordenades pel mateix punt

8.- Els vectors $\vec{u} = (1,-1,2); \vec{v} = (-2,2,-4)$

- a) Són perpendiculars
- b) Tenen la mateixa direcció però sentit oposat
- c) Tenen la mateixa direcció i sentit
- d) Totes són incorrectes

9.- L'equació d'una recta a l'espai és $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-2}$

- a) Passa pel punt $(-1,-1,1)$
- b) Passa pel punt $(2,3,-2)$
- c) Un vector director d'aquesta recta és $\vec{v} = (2,3,-2)$
- d) Un vector director d'aquesta recta és $\vec{v} = (1,1,-1)$

10.- Donada la funció $f(x) = x^2 + x - 2$, podem assegurar que:

- a) No talla l'eix d'ordenades (eix Y)
- b) Talla l'eix d'abscisses (eix X) en els punts $(1,0)$ y $(-2,0)$
- c) No talla l'eix d'abscisses
- d) Té una asímptota vertical en $x = 1$



PROVA D'ACCÉS A CICLES FORMATIUS DE GRAU SUPERIOR FPE
Convocatòria ordinària 2006
MATEMÀTIQUES

SEGONA PART: EXERCICIS

Heu de resoldre 3 dels 4 exercicis proposats. Cada exercici val 2 punts. Total 6 punts

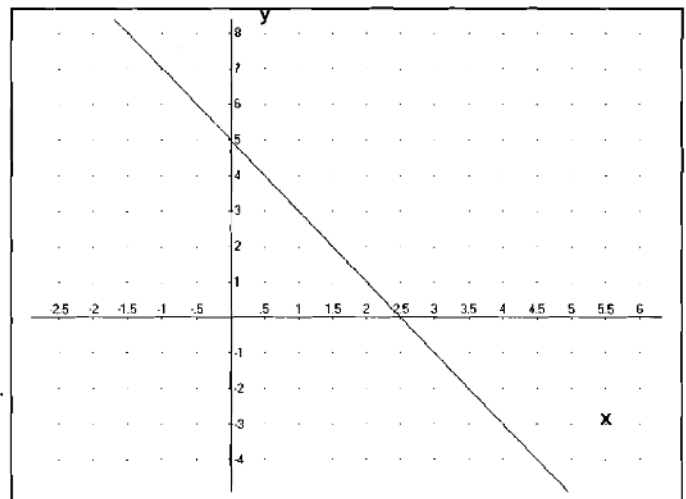
1.- a) Trobeu el valor de k perquè el sistema sigui compatible determinat:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ 4x + 3y + 3z = k \end{cases}$$

b) Resoleu el sistema per $k = 4$

2.- a) Escriviu l'equació de la recta de la figura

b) Donada l'equació vectorial del pla $(x, y, z) = (1, 0, 1) + \lambda(2, 1, 0) + \mu(0, 1, 1)$ escriviu la seva equació general



3.- Dibuixeu la gràfica de la funció $f(x) = \frac{x-2}{x-1}$ trobant el seu domini, punts de tall amb els eixos i asíptotes

4.- Donada la funció $y = \frac{ax}{x+1}$, es demana:

a) Per $a = 1$, trobeu l'equació de la recta tangent en $x = 1$

b) Trobeu els valors de a perquè el pendent de la recta tangent a la corba en $x = 1$ sigui negatiu



PROVA D'ACCÉS A CICLES FORMATIUS DE GRAU SUPERIOR FPE
Solucions, criteris de correcció i puntuació de la convocatòria ordinària 2006
MATEMÀTIQUES

La prova consta de dues parts.

PRIMERA PART: TEST

- **10 preguntes tipus test amb una puntuació total de 4 punts (0,40 punts per cada exercici)**
- **Cada pregunta té una única resposta. Si es marquen dues o més respostes es considerarà la pregunta mal contestada.**
- **Per marcar una resposta s'encerclarà l'opció elegida. En cas de voler anul·lar o corregir una resposta ja marcada, cal tatxar-la.**
- **Les respostes incorrectes resten ¼ de la puntuació de cada pregunta.**
- **Les preguntes no contestades no puntuen.**

SEGONA PART: EXERCICIS

- **Cal triar i resoldre tres dels quatre exercicis que es proposen.**
- **Aquesta part puntuarà en total 6 punts (2 punts per cada exercici).**
- **Cal indicar clarament quins són els exercicis elegits. Només es puntuaran tres exercicis.**

PRIMERA PART: TEST

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c	b	b	d	d	c	c	b	c	b

SEGONA PART: EXERCICIS

$$1.- \begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ 4x + 3y + 3z = k \end{cases}$$

a) GAUSS:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 3 & k \end{array} \right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & 4-k \end{array} \right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4-k \end{array} \right)$$



Si $\left\{ \begin{array}{l} k = 4 \longrightarrow SCI \\ k \neq 4 \longrightarrow SI \end{array} \right\}$. Per tant no hi ha cap valor de k que faci el sistema compatible determinat.

(AVALUACIÓ: es puntuarà 0,5 punts si es fa la reducció del sistema i la discussió; si s'explicita la resposta 0,5 punts)

b) $\left\{ \begin{array}{l} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ 4x + 3y + 3z = 4 \end{array} \right\}$. Es pot resoldre de diferents maneres. La solució general que té les següents possibilitats:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 1 + 3y \\ y = y \\ z = -5y \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} x = x \\ y = -1/3 + 1/3 x \\ z = 5/3 - 5/3 x \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} x = 1 - 3/5 z \\ y = -1/5 z \\ z = z \end{array} \right\}$$

(AVALUACIÓ: Es puntuarà 1 punt només si s'arriba al resultat final. Es pot puntuar fins a 0,5 punts la manipulació correcta del sistema d'equacions)

2.- a) La recta passa pels punts (2,1);(0,5)

Ordenada a l'origen : (0,5) \longrightarrow $b = 5$

Pendent: $m = \frac{5-1}{0-2} = -2$

Equació: $y = -2x + 5$

(AVALUACIÓ: 1 punt. Es dona per bona qualsevol altra equació correcta d'aquesta recta)

$$b) \left| \begin{array}{ccc|c} x-1 & y & z-1 & \\ \hline 2 & 1 & 0 & \\ 0 & 1 & 1 & \end{array} \right| = 0 \Leftrightarrow (x-1) - 2y + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z - 3 = 0$$

(AVALUACIÓ: 1 punt)



PROVA D'ACCÉS A CICLES FORMATIUS DE GRAU SUPERIOR FPB
Solucions, i criteris de correcció i puntuació de la convocatòria ordinària 2006
MATEMÀTIQUES

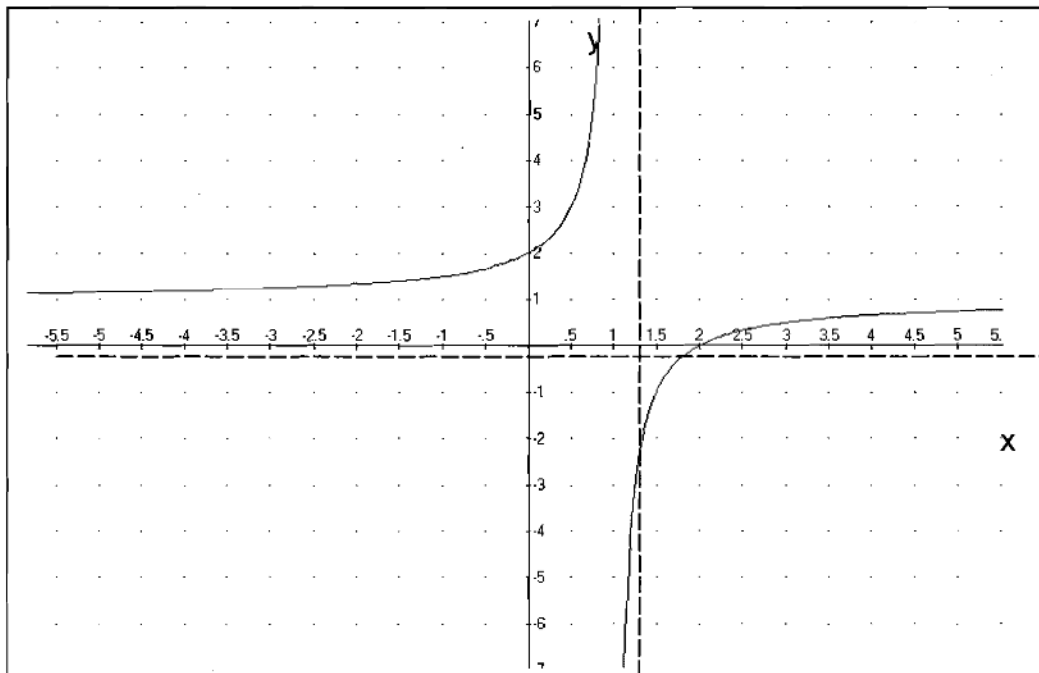
3.- $f(x) = \frac{x-2}{x-1}$; Domini: $R - \{1\}$

Punts de tall amb els eixos: $\left\{ \begin{array}{l} x=0 \longrightarrow y=f(0)=2 \longrightarrow (0,2) \\ y=0 \longrightarrow \frac{x-2}{x-1}=0 \longrightarrow x=2 \longrightarrow (2,0) \end{array} \right\}$

Asímtotes verticals: $x-1=0 \longrightarrow x=1$

Asímtota horitzontal: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{x-1} = 1 \longrightarrow y=1$

Gràfica:



(AVALUACIÓ: 1 punt pel domini, 0,5 punts pels punts de tall i les asímtotes; i 0,5 punts per la gràfica. Si s'han calculat malament els punts de tall i les asímtotes però la gràfica es correspon amb els resultats, puntuen amb 0,5 punts)

4.- $y = \frac{ax}{x+1}$

a) $a=1 \longrightarrow y = \frac{x}{x+1}$; recta tangent en $x=1$



PROVA D'ACCÉS A TÍTOLS FORMATIUS DE GRAU SUPERIOR I DE
Solucions, criteris de correcció i puntuació de la convocatòria ordinària 2006
MATEMÀTIQUES

$$y' = \frac{x+1-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2} \quad ; \quad y'(1) = \frac{1}{4} \quad : \text{pendent de la recta tangent}$$

$$y(1) = \frac{1}{2} \longrightarrow (1, 1/2); \quad \text{equació de la recta tangent: } y - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}(x - 1)$$

(AVALUACIÓ: es dóna per correcta qualsevol altra forma d'equació de la recta. 0,5 punts si fan la derivada i 0,5 punts si es troba correctament la recta tangent. Si es deriva malament però es troba la recta tangent: 0,5 punts)

$$\text{b) } y' = \frac{a(x+1) - ax}{(x+1)^2} = \frac{a}{(x+1)^2} \quad ; \quad m = y'(1) = \frac{a}{4} < 0 \Leftrightarrow a < 0$$

a : qualsevol nombre negatiu

(AVALUACIÓ: 1 punt)



PROVA D'ACCÉS A CICLES FORMATIUS
DE GRAU SUPERIOR DE FORMACIÓ PROFESSIONAL
I DELS ENSENYAMENTS D'ESPORTS 2007

MATEMÀTIQUES
SÈRIE 3

S3_13_1

DADES DE LA PERSONA ASPIRANT

QUALIFICACIÓ

COGNOMS I NOM:

DNI:

INSTRUCCIONS:

- Cal triar i resoldre 5 dels 7 exercicis que es proposen.
- Cal indicar clarament quins són els exercicis elegits.
Només es puntuaran 5 exercicis.
- Cada exercici té una puntuació de 2 punts.

3

1. Digueu si és cert o fals i escriviu per què.

a) $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$ (nombres racionals)

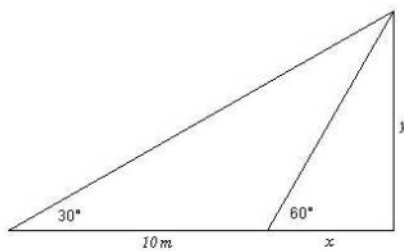
b) $[2,3] = \{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 3\}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{8}} = \sqrt[5]{8}$

d) $\log 1 = \ln 1$

2. En una reunió familiar hi ha homes, dones i nens. En total sumen 30 persones. El doble del nombre de dones és igual a la suma del nombre d'homes i nens. El triple del nombre d'homes coincideix amb el doble del nombre de nens. Resoleu un sistema de tres equacions amb tres incògnites per a trobar el nombre d'homes, dones i nens.

3. Des d'una certa distància, l'angle amb l'horitzontal de la visual cap al punt més alt d'un edifici és de 60° . Si ens n'allunyem 10 metres, l'angle anterior és ara de 30° . Trobeu l'alçada de l'edifici.



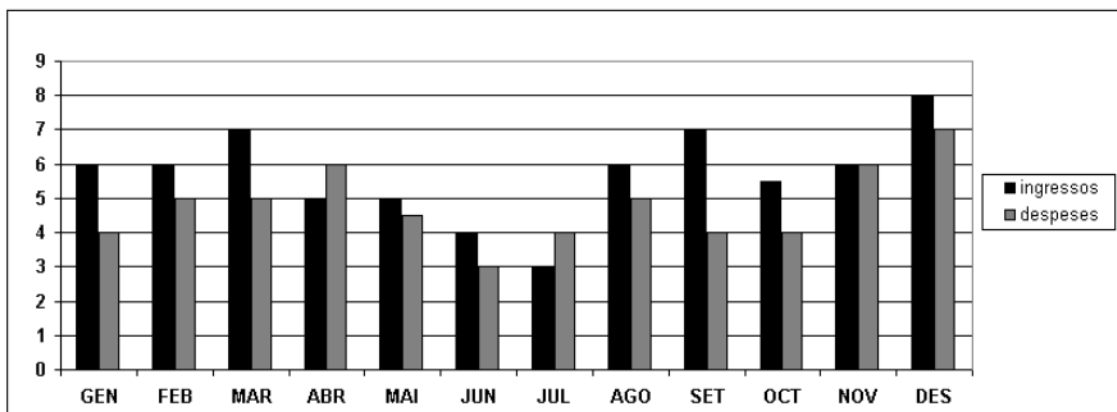
4. Donades les rectes del pla: $r: 2x+y+5=0$, $s: 4x+3y-22=0$ i $t: 4x+3y+3=0$, trobeu raonadament:

- a) La posició relativa de les rectes r i s
- b) La posició relativa de les rectes s i t
- c) El punt de tall de les rectes r i t
- d) La distància entre les rectes s i t

5. Donada la funció $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 2x - 3}$, calculeu:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- b) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$
- c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$
- d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

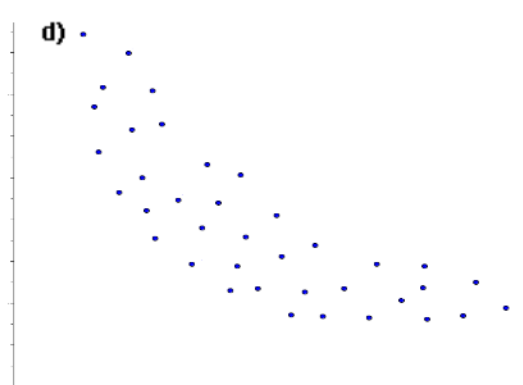
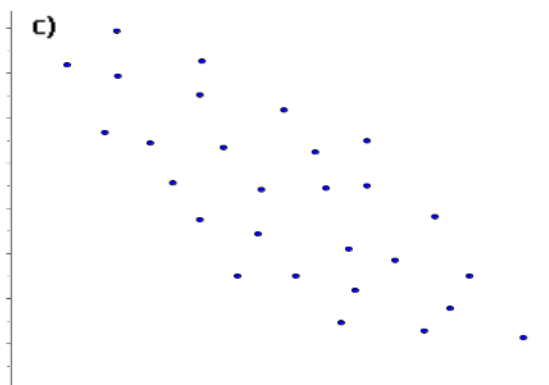
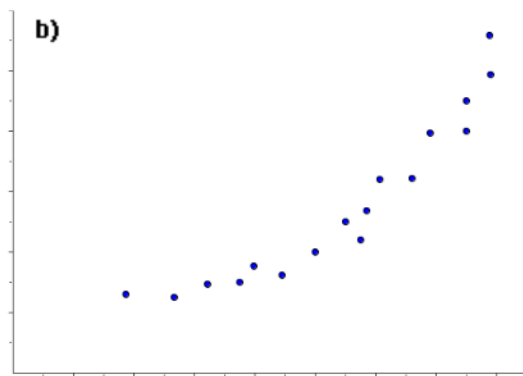
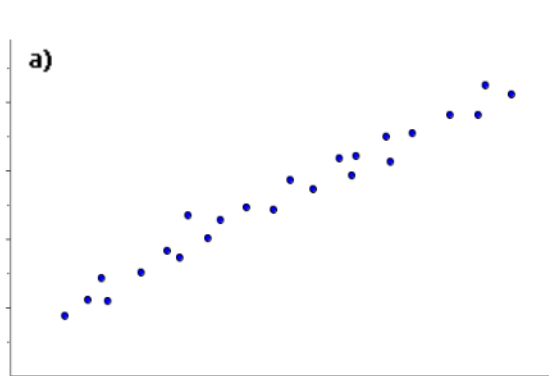
6. El gràfic següent mostra els ingressos i despeses, en milions d'euros, d'una empresa al llarg del darrer any.



- a) Quin mes ha obtingut un major benefici?. Quin ha estat aquest benefici?
- b) Quins mesos ha tingut pèrdues?
- c) Construïu el gràfic evolutiu que reflecteixi els guanys corresponents a cada mes.

7. Els següents núvols de punts corresponen a diverses distribucions bidimensionals. En cada cas, indiqueu si es tracta d'una correlació:

- Lineal o curvilínia
- Positiva o negativa
- Forta o dèbil.





PROVA D'ACCÉS A CICLES FORMATIUS
DE GRAU SUPERIOR DE FORMACIÓ PROFESSIONAL
I DELS ENSENYAMENTS D'ESPORTS 2007

**SOLUCIONS, CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ DE MATEMÀTIQUES
SÈRIE 3**

S3_13_3

INSTRUCCIONS:

- Cal triar i resoldre 5 dels 7 exercicis que es proposen.
- Cal indicar clarament quins són els exercicis elegits.
Només es puntuaran 5 exercicis.
- Cada exercici té una puntuació de 2 punts.

3

1. Digueu si és cert o fals i escriviu per què.

a) $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$ (nombres racionals) **FALS, ja que $\sqrt{3}$ és irracional.**

b) $[2,3] = \{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 3\}$ **FALS, ja que $[2,3] = \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x \leq 3\}$**

c) $\sqrt[3]{\sqrt{8}} = \sqrt[5]{8}$ **FALS, ja que $\sqrt[3]{\sqrt{8}} = \sqrt[6]{8}$**

d) $\log 1 = \ln 1$ **CERT, ja que tots dos són iguals a 0.**

Compteu 0,5 punts per cada apartat (0,25 per la resposta i 0,25 per la justificació).

2. En una reunió familiar hi ha homes, dones i nens. En total sumen 30 persones. El doble del nombre de dones és igual a la suma del nombre d'homes i nens. El triple del nombre d'homes coincideix amb el doble del nombre de nens. Resoleu un sistema de tres equacions amb tres incògnites per a trobar el nombre d'homes, dones i nens.

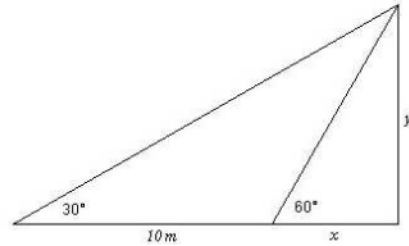
homes: x dones: y nens: z

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 30 \\ 2y = x + z \\ 3x = 2z \end{array} \right\} \rightarrow z = 2y - x$$
$$\left. \begin{array}{l} x + y + 2y - x = 30 \\ 3x = 2(2y - x) \end{array} \right\} \rightarrow 3y = 30 \rightarrow y = 10$$
$$\begin{array}{l} z = 20 - 8 \\ z = 12 \end{array}$$
$$\begin{array}{l} 3x = 4y - 2x \\ 5x = 4y \\ 5x = 40 \\ x = 8 \end{array}$$

8 homes, 10 dones i 12 nens

Compteu 0,5 punts pel plantejament correcte del problema. Descompteu 0,5 punts per cada error de càlcul.

3. Des d'una certa distància, l'angle amb l'horitzontal de la visual cap al punt més alt d'un edifici és de 60° . Si ens n'allunyem 10 metres, l'angle anterior és ara de 30° . Trobeu l'alçada de l'edifici.



$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{y}{x} \\ \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{y}{10+x} \end{array} \right\} \begin{array}{l} y = x \operatorname{tg} 60^\circ \\ y = (10+x) \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \end{array} \rightarrow x \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = (10+x) \cdot \operatorname{tg} 30^\circ$$

$$x \operatorname{tg} 60^\circ = 10 \operatorname{tg} 30^\circ + x \operatorname{tg} 30^\circ ; x \operatorname{tg} 60^\circ - x \operatorname{tg} 30^\circ = 10 \operatorname{tg} 30^\circ ; x(\operatorname{tg} 60^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ) = 10 \operatorname{tg} 30^\circ$$

$$x = \frac{10 \operatorname{tg} 30^\circ}{\operatorname{tg} 60^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ} = 5 \text{ m} ; y = x \operatorname{tg} 60^\circ = 5 \cdot \sqrt{3} = \boxed{5\sqrt{3} \text{ m}} \cong \boxed{8,66 \text{ m}}$$

Compteu 0,5 punts pel plantejament correcte del problema. Descompteu 0,5 punts per cada error de càlcul.

4. Donades les rectes del pla: $r: 2x+y+5=0$, $s: 4x+3y-22=0$ i $t: 4x+3y+3=0$, trobeu raonadament:

a) La posició relativa de les rectes r i s

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{4} \neq \frac{1}{3} \quad \text{No paral·leles ni coincidents} \\ (-1,2) \cdot (-3,4) = 3 + 8 = 11 \neq 0 \quad \text{No perpendiculars} \end{array} \right\} \boxed{\text{Secants}}$$

b) La posició relativa de les rectes s i t

$$\frac{4}{4} = \frac{3}{3} \neq \frac{-22}{3} \quad \boxed{\text{Paral·leles}}$$

c) El punt de tall de les rectes r i t

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y + 5 = 0 \\ 4x + 3y + 3 = 0 \end{array} \right\} ; \left. \begin{array}{l} -4x - 2y - 10 = 0 \\ 4x + 3y + 3 = 0 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{l} 2x + 7 + 5 = 0 \\ 2x = -12 \\ x = -6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y - 7 = 0 \\ y = 7 \end{array}$$

Punt de tall: $(-6, 7)$

d) La distància entre les rectes s i t

$$(0, -1) \in t ; d = \frac{|4 \cdot 0 + 3 \cdot (-1) - 22|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|-25|}{5} = \boxed{5 u}$$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.

5. Donada la funció $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 2x - 3}$, calculeu:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x^2 - 2x - 3} = \frac{0+1}{0-0-3} = \boxed{-\frac{1}{3}}$

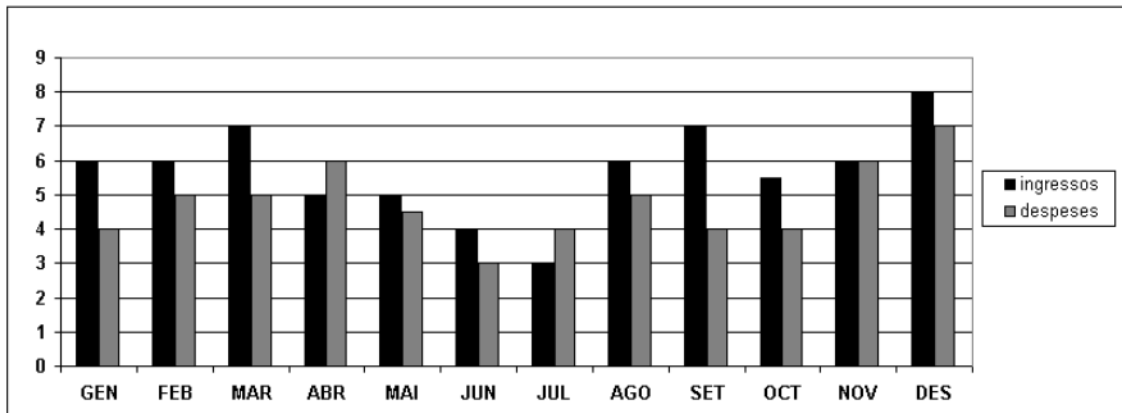
b) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2 - 2x - 3} = \frac{-1+1}{1+2-3} = \frac{0}{0} = \text{Indet.}$
 \downarrow
 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)}{(x+1)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x-3} = \frac{1}{-1-3} = \boxed{-\frac{1}{4}}$

c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+1}{x^2 - 2x - 3} = \frac{3+1}{9-6-3} = \frac{4}{0} = \infty$
 \downarrow
 $= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x+1)}{(x+1)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x-3} = \frac{1}{3^- - 3} = \frac{1}{0^-} = \boxed{-\infty}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x^2 - 2x - 3} = \frac{\infty+1}{\infty^2 - 2\infty - 3} = \frac{\infty}{\infty} = \text{Indet.}$
 \downarrow
 $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{+\infty} = \boxed{0}$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.

6. El gràfic següent mostra els ingressos i despeses, en milions d'euros, d'una empresa al llarg del darrer any.



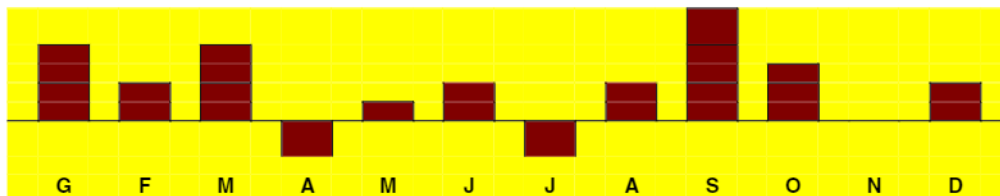
a) Quin més ha obtingut un major benefici?. Quin ha estat aquest benefici?

El major benefici ha estat en el mes de setembre.
Aquest benefici ha estat de 3 milions d'euros.

b) Quins mesos ha tingut pèrdues?

Ha tingut pèrdues en els mesos d'Abril i de Juliol.

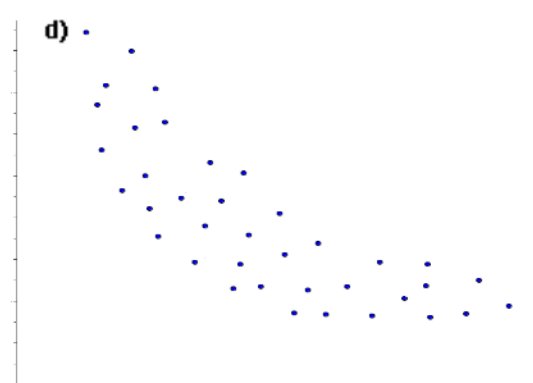
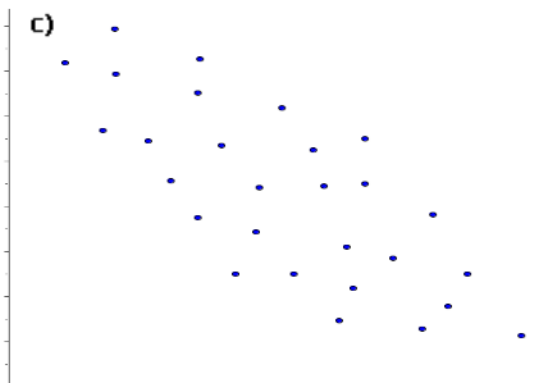
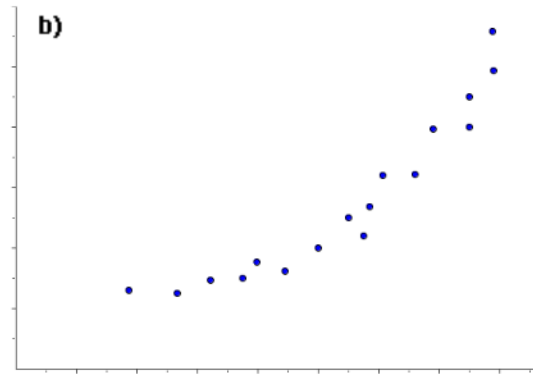
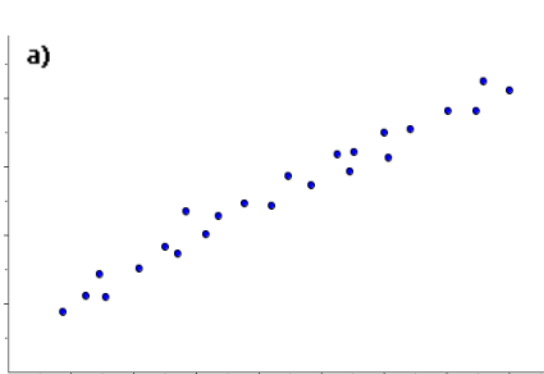
c) Construïu el gràfic evolutiu que reflecteixi els guanys corresponents a cada mes.



Compteu 0,5 punts per cadascun dels apartats a) i b) i 1 punt per l'apartat c).

7. Els següents núvols de punts corresponen a diverses distribucions bidimensionals. En cada cas, indiqueu si es tracta d'una correlació:

- Lineal o curvilínia
- Positiva o negativa
- Forta o dèbil.



- a) Correlació lineal positiva forta.
- b) Correlació curvilínia positiva forta.
- c) Correlació lineal negativa dèbil.
- d) Correlació curvilínia negativa dèbil.

Compteu 0,5 punts per cada apartat.



PROVA D'ACCÉS A CICLES FORMATIUS DE GRAU SUPERIOR
DE FORMACIÓ PROFESSIONAL, ENSENYAMENTS D'ESPORTS
I ENSENYAMENTS D'ARTS PLÀSTIQUES I DISSENY 2008

S1_13_1

MATEMÀTIQUES

SÈRIE 1

1

DADES DE LA PERSONA ASPIRANT

QUALIFICACIÓ

COGNOMS I NOM:

.....

DNI:

.....

INSTRUCCIONS

- Cal triar i resoldre 5 dels 7 exercicis que es proposen.
- Cal indicar clarament quins són els exercicis elegits.
- Només es puntuaran 5 exercicis.
- Cada exercici té una puntuació de 2 punts.

1. Calculeu de manera exacta i, si es pot, simplifiqueu el resultat:

a) $5(\sqrt{2} - \sqrt{3}) - 3(\sqrt{3} + \sqrt{2}) =$

b) $\sqrt{18} - \sqrt{50} + \sqrt{8} =$

c) $(3 + \sqrt{5}) \cdot (3 - \sqrt{5}) =$

d) $\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} =$

2. Resoleu:

a) $\frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{6} = \frac{7}{6}$

b) $\begin{cases} 2x - 5y = 9 \\ 3x + 4y = 2 \end{cases}$

3. Des de la riba d'un riu, observem el punt més alt d'un arbre situat a la riba oposada sota un angle de $34^{\circ} 10'$. Reculem 6 metres i observem el mateix punt sota un angle de $22^{\circ} 40'$.

a) Feu un esquema del problema.

b) Calculeu l'amplada del riu.

c) Calculeu l'alçada de l'arbre.

4. Donats els punts del pla $A = (-1, -4)$, $B = (-3, 0)$ i $C = (3, 2)$, trobeu:

a) Les components dels vectors \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{AC} .

b) L'equació de la recta r , que passa per A i C .

c) L'angle que formen els vectors \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{AC} .

d) La distància del punt B a la recta r .

5.

Donada la funció $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+4} & \text{si } x < -2 \\ \frac{6}{x} & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ x+1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Estudieu la continuïtat en els punts:

a) $x_1 = -4$

b) $x_2 = -2$

c) $x_3 = 0$

d) $x_4 = 2$

6. Donada la funció $f(x) = 2x^3 - 24x + 7$

a) Trobeu les imatges dels punts 2, 0 i -2.

b) Deriveu la funció.

c) Trobeu els extrems relatius de la funció (màxims i mínims).

d) Dibuixeu un esquema de la gràfica.

7. Es fa una enquesta sobre el nombre de llibres llegits durant el darrer any per cada persona i s'obtenen els resultats següents:
 1 0 0 2 0 1 2 1 4 5 0 3 2 4 1 2 0 0 2 2 1 3 0 1 2 4 1 1 0 1

a) Completeu les tres primeres columnes de la taula de freqüències següent:

X_i	n_i	$X_i \cdot n_i$
Total:		

b) Calculeu la mitjana aritmètica, la moda i la mediana.

c) Dibuixeu el gràfic de sectors.

PROVA D'ACCÉS A CICLES FORMATIUS DE GRAU SUPERIOR
DE FORMACIÓ PROFESSIONAL, ENSENYAMENTS D'ESPORTS
I ENSENYAMENTS D'ARTS PLÀSTIQUES I DISSENY 2008

S1_13_3

MATEMÀTIQUES

SÈRIE 1

1

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

INSTRUCCIONS

- Cal triar i resoldre 5 dels 7 exercicis que es proposen.
- Cal indicar clarament quins són els exercicis elegits.
- Només es puntuaran 5 exercicis.
- Cada exercici té una puntuació de 2 punts.

1. Calculeu de manera exacta i, si es pot, simplifiqueu el resultat:

a) $5(\sqrt{2} - \sqrt{3}) - 3(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 5\sqrt{2} - 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 8\sqrt{3}$

b) $\sqrt{18} - \sqrt{50} + \sqrt{8} = 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 0$

c) $(3 + \sqrt{5}) \cdot (3 - \sqrt{5}) = 9 - 5 = 4$

d) $\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Compteu **0,5 punts** per cada apartat.

2. Resoleu:

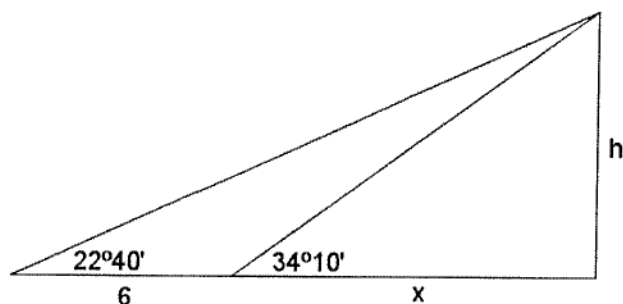
a) $\frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{6} = \frac{7}{6}$; $2x + 2 - x + 2 = 7$; $x = 3$

b) $\begin{cases} 2x - 5y = 9 \\ 3x + 4y = 2 \end{cases}$; ; $x = 2$
 $y = -1$

Compteu **1 punt** per cada apartat.

3. Des de la riba d'un riu, observem el punt més alt d'un arbre situat a la riba oposada sota un angle de $34^\circ 10'$. Reculem 6 metres i observem el mateix punt sota un angle de $22^\circ 40'$.

a) Feu un esquema del problema.



b) Calculeu l'amplada del riu.

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 34^\circ 10' = \frac{h}{x} \\ \operatorname{tg} 22^\circ 40' = \frac{h}{x+6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = x \cdot \operatorname{tg} 34^\circ 10' \\ h = (x+6) \cdot \operatorname{tg} 22^\circ 40' = x \cdot \operatorname{tg} 22^\circ 40' + 6 \cdot \operatorname{tg} 22^\circ 40' \end{cases}$$

$$x \cdot \operatorname{tg} 34^\circ 10' = x \cdot \operatorname{tg} 22^\circ 40' + 6 \cdot \operatorname{tg} 22^\circ 40';$$

$$x \cdot (\operatorname{tg} 34^\circ 10' - \operatorname{tg} 22^\circ 40') = 6 \cdot \operatorname{tg} 22^\circ 40' ; \quad x = \frac{6 \cdot \operatorname{tg} 22^\circ 40'}{\operatorname{tg} 34^\circ 10' - \operatorname{tg} 22^\circ 40'} = \mathbf{9,60 \text{ m}}$$

c) Calculeu l'alçada de l'arbre.

$$h = 9,60 \cdot \operatorname{tg} 34^\circ 10' = \mathbf{6,51 \text{ m}}$$

Compteu **0,5 punts** per l'apartat a) i **0,75** per cadascun dels apartats b) i c).

4. Donats els punts del pla: $A = (-1, -4)$, $B = (-3, 0)$ i $C = (3, 2)$, trobeu:

a) Les components dels vectors \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{AC} .

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (-3, 0) - (-1, -4) = (-2, 4)$$

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (3, 2) - (-1, -4) = (4, 6)$$

b) L'equació de la recta r , que passa per A i C .

$$\frac{x+1}{4} = \frac{y+4}{6}; 6x + 6 = 4y + 16; \mathbf{6x-4y-10=0}; \mathbf{3x-2y-5=0}$$

c) L'angle que formen els vectors \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{AC} .

$$\cos \alpha = \frac{(-2) \cdot 4 + 4 \cdot 6}{\sqrt{(-2)^2 + 4^2} \cdot \sqrt{4^2 + 6^2}} = \frac{16}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{52}} = 0,496$$

$$\alpha = \text{arc cos } 0,496 = \mathbf{60,26^\circ} = \mathbf{60^\circ 15' 18''}$$

d) La distància del punt B a la recta r .

$$d = \frac{|3 \cdot (-3) - 2 \cdot 0 - 5|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{14}{\sqrt{13}} \mathbf{u} = \mathbf{3,88 u}$$

Compteu **0,5 punts** per cada apartat.

5.

Donada la funció $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+4} & \text{si } x < -2 \\ \frac{6}{x} & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ x+1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Estudieu la continuïtat en els punts:

a) $x_1 = -4$

En $x_1 = -4$ hi ha un punt de discontinuïtat asimptòtica.

b) $x_2 = -2$

En $x_2 = -2$ hi ha un punt de discontinuïtat de salt finit.

c) $x_3 = 0$

En $x_3 = 0$ hi ha un punt de discontinuïtat asimptòtica.

d) $x_4 = 2$

En $x_4 = 2$ la funció és contínua.

Compteu **0,5 punts** per cada apartat, tant si arriben a la conclusió mitjançant el càlcul de límits, com si ho fan a partir de la gràfica de la funció. Descompteu **0,25 punts** de cada apartat si el raonament no és prou correcte.

6. Donada la funció $f(x) = 2x^3 - 24x + 7$

a) Trobeu les imatges dels punts 2, 0 i -2.

$$f(2) = 2 \cdot 2^3 - 24 \cdot 2 + 7 = 16 - 48 + 7 = -25$$

$$f(0) = 2 \cdot 0 - 24 \cdot 0 + 7 = 0 - 0 + 7 = 7$$

$$f(-2) = 2 \cdot (-2)^3 - 24 \cdot (-2) + 7 = -16 + 48 + 7 = 39$$

b) Deriveu la funció.

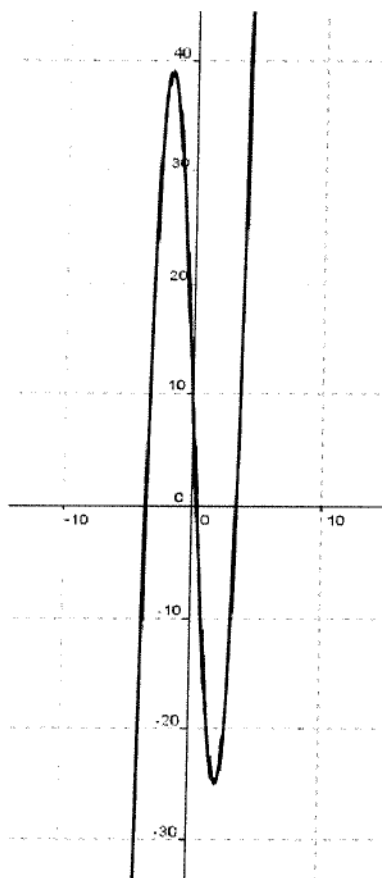
$$f'(x) = 6x^2 - 24$$

c) Trobeu els extrems relatius de la funció (màxims i mínims).

$$6x^2 - 24 = 0 ; 6x^2 = 24 ; x^2 = 4 ; x = \pm 2$$

Hi ha un mínim al punt (+2, -25) i un màxim al punt (-2, +39)

d) Dibuixeu un esquema de la gràfica.



Compteu **0,5 punts** per cada apartat. A l'apartat c) descompteu **0,25** si la resposta no es prou completa i a l'apartat d) descompteu **0,25 punts** si hi ha algun error apreciable.

7. Es fa una enquesta sobre el nombre de llibres llegits durant el darrer any per cada persona i s'obtenen els resultats següents:
 1 0 0 2 0 1 2 1 4 5 0 3 2 4 1 2 0 0 2 2 1 3 0 1 2 4 1 1 0 1

a) Completeu les tres primeres columnes de la taula de freqüències següent:

X_i	n_i	$X_i \cdot n_i$
0	8	0
1	9	9
2	7	14
3	3	9
4	2	8
5	1	5
Total:	30	45

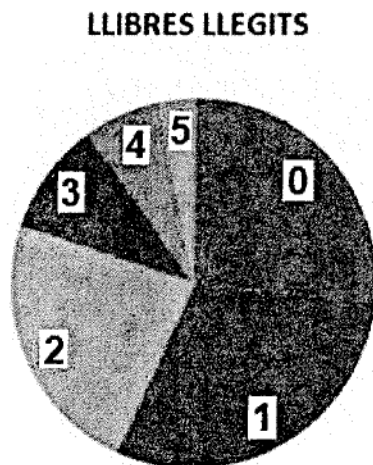
b) Calculeu la mitjana aritmètica, la moda i la mediana.

$$\text{Mitjana} = \frac{45}{30} = 1,5 \text{ llibres per persona}$$

$$\text{Moda} = 1 \text{ llibre per persona}$$

$$\text{Mediana} = 1 \text{ llibre per persona}$$

c) Dibuixeu el gràfic de sectors.



L'apartat a) val **0,5 punts** i els apartats b) i c), **0,75 punts** cadascun.



Prova d'accés a Cicles formatius de grau superior de formació professional,
Ensenyaments d'esports i Ensenyaments d'arts plàstiques i disseny 2009

Matemàtiques Sèrie 4

Dades de la persona aspirant

Cognoms i nom

DNI

Qualificació

Instruccions

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que us proposem.
- Indiqueu clarament quins exercicis heu triat. Només se n'avaluaran cinc.
- Cada exercici val 2 punts.

1. Digueu si és cert o fals i escriviu el perquè.

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) $\sqrt{81} \in \mathbb{Q}$ (nombres racionals)

b) $3,515515551... \in \mathbb{Q}$ (nombres racionals)

c) $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

d) $\sqrt{\frac{3}{4}} = 2\sqrt{3}$

2. El perímetre d'un triangle rectangle fa 60 m, un dels catets, 10 m, i la superfície, 120 m². Volem saber les mides dels altres costats del triangle. Per a això:

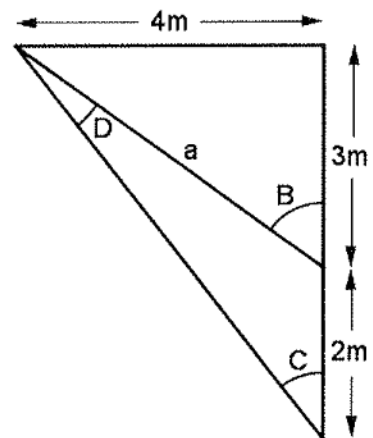
[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

- a)* Feu un esquema del problema i assigneu les incògnites adients als tres costats.
- b)* Plantegeu una equació (o un sistema d'equacions) adient per a resoldre el problema.
- c)* Resoleu l'equació (o el sistema d'equacions) de l'apartat anterior.
- d)* Quines són les mides dels altres costats del triangle?

3. Amb les dades de la figura adjunta, calculeu:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

- a) El costat a .
- b) L'angle B .
- c) L'angle C .
- d) L'angle D .



4. Donades les rectes $r: 2x + y - 2 = 0$ i $s: 3x - 4y - 25 = 0$. Determineu:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

- a) El punt de tall de les rectes r i s .
- b) L'equació de la recta paral·lela a r que passa per l'origen de coordenades.
- c) La distància de la recta s a l'origen de coordenades.
- d) L'angle que formen les rectes r i s .

5. Calculeu els límits de funcions següents:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) $\lim_{x \rightarrow -2} (x^3 + 2x^2 - 3x - 4) =$

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} (2x^2 - 3x - \frac{1}{3}) =$

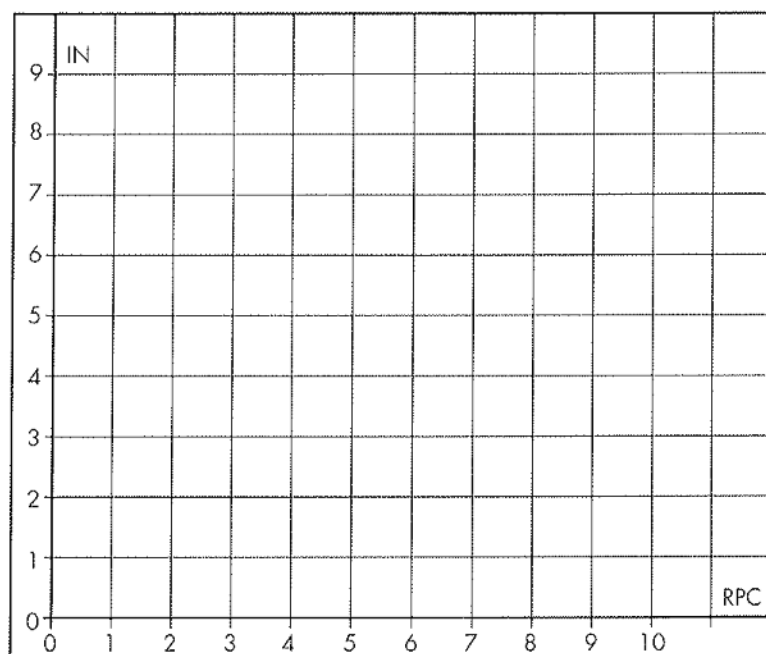
c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 5x + 2}{6x^2 + 3x - 5} =$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 9} =$

6. La taula següent mostra la renda per capita (RPC) i l'índex de natalitat (IN) de dotze països:
 [2 punts: 1 punt pel núvol de punts i 0,5 punts per la recta de regressió, a l'apartat a, i 0,5 punts per l'apartat b]

PAÏSOS	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
RPC	3	3	4	5	6	5	7	7	8	9	9	10
IN	8	7	7	6	6	5	6	4	5	4	3	3

- a) Representeu els resultats mitjançant un núvol de punts i traceu-ne aproximadament una recta de regressió.



- b) Digueu com és la correlació entre les dues variables (lineal o curvilínia, positiva o negativa, forta o dèbil).

7. En l'experiment aleatori de llançar dos daus, calculeu les probabilitats següents:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

- a)* Treure dos cincs.
- b)* Treure dues puntuacions iguals.
- c)* Treure almenys un cinc.
- d)* Treure una suma superior a tres.





Prova d'accés a Cicles formatius de grau superior de formació professional,
Ensenyaments d'esports i Ensenyaments d'arts plàstiques i disseny 2009

Matemàtiques Sèrie 4

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

Instruccions

- Trieu i resolcu CINC dels set exercicis que us proposem.
- Indiqueu clarament quins exercicis heu triat. Només se n'avaluaran cinc.
- Cada exercici val 2 punts.

1. Digueu si és cert o fals i escriviu el perquè.

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat: 0,25 per la resposta i 0,25 per la justificació]

a) $\sqrt{81} \in \mathbb{Q}$ (nombres racionals)

CERT, ja que $\sqrt{81} = 9$ és racional.

b) $3,515515551... \in \mathbb{Q}$ (nombres racionals)

FALS, ja que és un decimal no periòdic.

c) $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

CERT, ja que $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

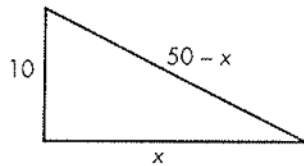
d) $\sqrt{\frac{3}{4}} = 2\sqrt{3}$

FALS, ja que $\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

2. El perímetre d'un triangle rectangle fa 60 m, un dels catets, 10 m, i la superfície, 120 m². Volem saber les mides dels altres costats del triangle. Per a això:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

- a) Feu un esquema del problema i assigneu les incògnites adients als tres costats.



- b) Plantegeu una equació (o un sistema d'equacions) adient per a resoldre el problema.

$$\frac{10 \cdot x}{2} = 120$$

- c) Resoleu l'equació (o el sistema d'equacions) de l'apartat anterior.

$$10x = 240; x = \frac{240}{10} = 24$$

- d) Quines són les mides dels altres costats del triangle?

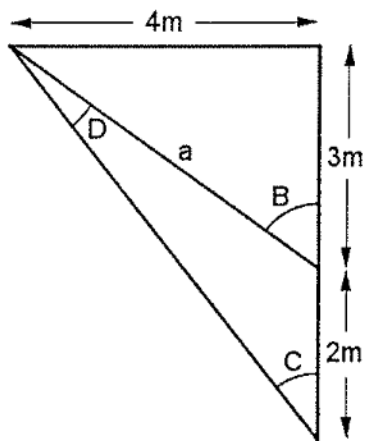
$$50 - 24 = 26$$

Els altres costats fan 24 cm i 26 cm.

Considerem el problema també correcte si el resolen mitjançant un sistema de dues equacions amb dues incògnites.

3. Amb les dades de la figura adjunta, calculeu:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]



a) El costat a .

$$a = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

b) L'angle B .

$$\operatorname{tg} B = \frac{4}{3} = 1,33; \quad B = \operatorname{arctg} 1,33 = 53,13^\circ = 53^\circ 7' 48''$$

c) L'angle C .

$$\operatorname{tg} C = \frac{4}{5} = 0,8; \quad C = \operatorname{arctg} 0,8 = 38,66^\circ = 38^\circ 39' 35''$$

d) L'angle D .

$$\text{Suplementari de } B = 180^\circ - 53,13^\circ = 126,87^\circ$$

$$D = 180^\circ - 38,66^\circ - 126,87^\circ = 14,47^\circ = 14^\circ 28' 13''$$

4. Donades les rectes $r: 2x + y - 2 = 0$ i $s: 3x - 4y - 25 = 0$. Determineu:
[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) El punt de tall de les rectes r i s .

$$y = 2 - 2x; 3x - 4(2 - 2x) - 25 = 0; 11x = 25 + 8; x = \frac{33}{11} = 3; x = 3; y = -4;$$

punt de tall: $(3, -4)$

b) L'equació de la recta paral·lela a r que passa per l'origen de coordenades.

$$2x + y + C = 0; (2 \cdot 0) + 0 + C = 0; C = 0; 2x + y = 0$$

c) La distància de la recta s a l'origen de coordenades.

$$d = \frac{|(3 \cdot 0) - (4 \cdot 0) - 25|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|0 - 0 - 25|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{25}{5} = 5 \text{ u}$$

d) L'angle que formen les rectes r i s .

$$\vec{v} = (-1, 2); \vec{u} = (4, 3)$$

$$\cos \alpha = \frac{|(-1, 2) \cdot (4, 3)|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|-4 + 6|}{\sqrt{5} \cdot 5} = \frac{2}{5\sqrt{5}} = 0,178885$$

$$\alpha = \arccos 0,178885 = 79,70^\circ = 79^\circ 41' 43''$$

5. Calculeu els límits de funcions següents:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

$$\begin{aligned} a) \quad \lim_{x \rightarrow -2} (x^3 + 2x^2 - 3x - 4) &= (-2)^3 + 2(-2)^2 - 3(-2) - 4 = \\ &= -8 + 8 + 6 - 4 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} (2x^2 - 3x - \frac{1}{3}) &= 2\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 3\left(-\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{3} = \\ &= \frac{18}{4} + \frac{9}{2} - \frac{1}{3} = \frac{9}{2} + \frac{9}{2} - \frac{1}{3} = \frac{27 + 27 - 2}{6} = \frac{52}{6} = \frac{26}{3} \end{aligned}$$

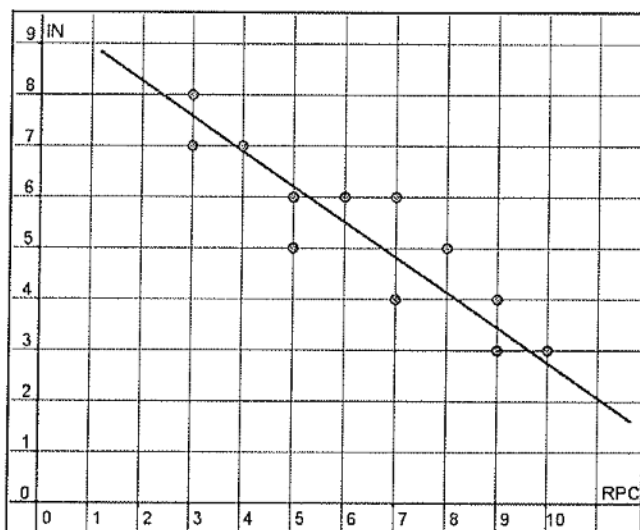
$$\begin{aligned} c) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 5x + 2}{6x^2 + 3x - 5} &= \frac{\infty}{\infty} = \text{Indet.} \\ &\downarrow \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{6x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-9} &= \frac{3-3}{9-9} = \frac{0}{0} = \text{Indet.} \\ &\downarrow \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cancel{x-3}}{(x+3)(\cancel{x-3})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x+3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

6. La taula següent mostra la renda per capita (RPC) i l'índex de natalitat (IN) de dotze països:
[2 punts: 1 punt pel núvol de punts i 0,5 punts per la recta de regressió, a l'apartat a, i 0,5 punts per l'apartat b]

PAÏSOS	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
RPC	3	3	4	5	6	5	7	7	8	9	9	10
IN	8	7	7	6	6	5	6	4	5	4	3	3

- a) Representeu els resultats mitjançant un núvol de punts i traceu-ne aproximadament una recta de regressió.



- b) Diguen com és la correlació entre les dues variables (lineal o curvilínia, positiva o negativa, forta o dèbil).

La correlació que hi ha entre les dues variables és lineal, negativa i tirant a forta.

7. En l'experiment aleatori de llançar dos daus, calculeu les probabilitats següents:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) Treure dos cincs.

$$P = \frac{CF}{CP} = \frac{1}{36}$$

b) Treure dues puntuacions iguals.

$$P = \frac{CF}{CP} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

c) Treure almenys un cinc.

$$P = \frac{CF}{CP} = \frac{11}{36}$$

d) Treure una suma superior a tres.

$$P_{(2)} + P_{(3)} = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \qquad P_{(>3)} = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$$



**Prova d'accés a Cicles formatius de grau superior de formació professional,
Ensenyaments d'esports i Ensenyaments d'arts plàstiques i disseny 2010**

**Matemàtiques
Sèrie 1**

Dades de la persona aspirant

Cognoms i nom

DNI

Qualificació

Instruccions

- Trieu i resolcu CINC dels set exercicis que us proposem.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Només se n'avaluaran cinc.
- Cada exercici val dos punts.

Material que han de portar les persones aspirants el dia de la prova:

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis, regle, etc.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre les persones aspirants.



1. Indiqueu si les igualtats següents són vertaderes o falses. Justifiqueu la resposta.

a) $\sqrt{16+9} = 4+3$

b) $5\sqrt{2} = \sqrt{10}$

c) $\sqrt{a^2-2ab+b^2} = a-b$

d) $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

2.

a) Aplicant el mètode de Ruffini, dividiu: $(3x^3-8x^2+5):(x-2)$. Indiqueu clarament el quocient i el residu obtinguts.

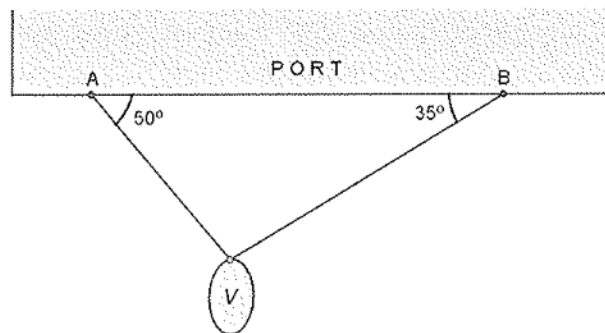
b) Utilitzeu el teorema del residu per a saber si la divisió següent és exacta o no:
 $(x^8-2x^5-3x^2+1):(x+1)$.

3. Resoleu les equacions següents. Expressiu les solucions de manera exacta.

a) $\frac{3x+4}{2} - \frac{6x-5}{3} = 4$

b) $2^x - 3 = 10$

4. El vaixell *V* està amarrat al port amb dues cordes subjectades en els punts *A* i *B*, separats 20 metres l'un de l'altre. Les dues cordes estan tensades i formen un angle de 50° i un altre de 35° , respectivament, amb la paret del port.



a) Calculeu l'angle que formen les dues cordes entre si.
[0,5 punts]

b) Calculeu la suma de la longitud de les dues cordes.
[1,5 punts]

5. El benefici net mensual, en euros, d'una empresa que fabrica autobusos és determinat per la funció $B(x) = 675x - x^3$, en què x és el nombre d'autobusos fabricats en un mes.

a) Determineu la producció mensual d'autobusos que fa que el benefici sigui màxim.

[1,5 punts]

b) Calculeu el benefici màxim mensual corresponent a aquesta producció.

[0,5 punts]

6. Disposem d'unes quantes monedes trucades de tal manera que, en llançar-les enlaire, la probabilitat d'obtenir cara és $3/5$.

a) En l'experiment aleatori de llançar UNA d'aquestes monedes, calculeu la probabilitat d'obtenir creu.

En l'experiment aleatori de llançar simultàniament DUES d'aquestes monedes, calculeu la probabilitat d'obtenir:

b) Dues cares.

c) Dues creus.

d) Una cara i una creu.

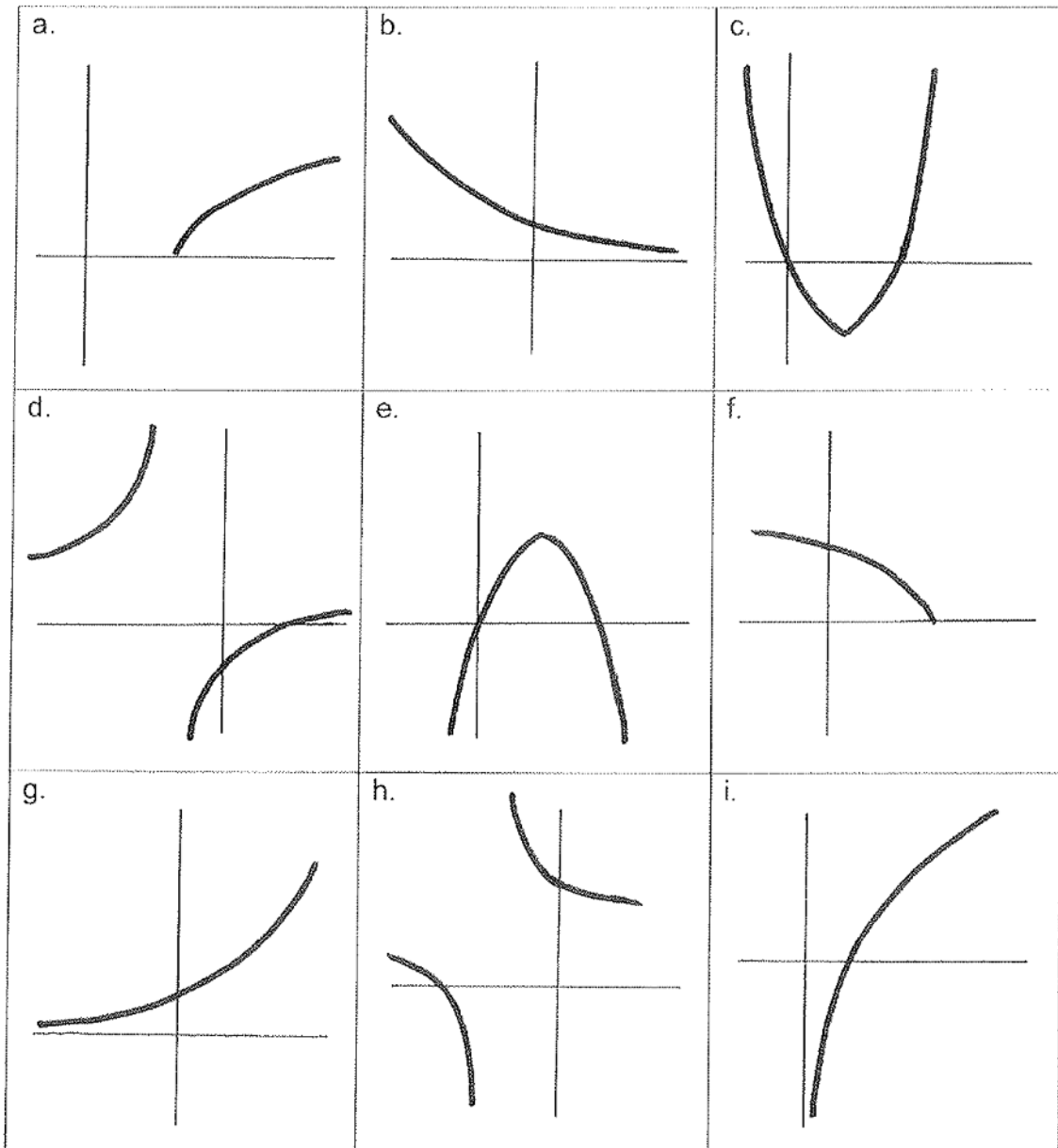
7. Relacioneu cadascuna de les quatre funcions següents amb l'esbós de la gràfica que li correspon. Justifiqueu la resposta.

1. $f(x) = +\sqrt{x-5}$

2. $f(x) = 3x - x^2$

3. $f(x) = \frac{x-3}{x+3}$

4. $f(x) = 3^x$





**Prova d'accés a Cicles formatius de grau superior de formació professional,
Ensenyaments d'esports i Ensenyaments d'arts plàstiques i disseny 2010**

**Matemàtiques
Sèrie 1**

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

Instruccions

- Trieu i resolau CINC dels set exercicis que us proposem.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Només se n'avaluaran cinc.
- Cada exercici val dos punts.

Material que han de portar les persones aspirants el dia de la prova:

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis, regle, etc.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre les persones aspirants.



1. Indiqueu si les igualtats següents són vertaderes o falses. Justifiqueu la resposta.

a) $\sqrt{16+9} = 4+3$

Falsa, ja que l'arrel d'una suma no és igual a la suma de les arrels dels sumands (a més, 5 és diferent de 7).

b) $5\sqrt{2} = \sqrt{10}$

Falsa, ja que el resultat correcte és l'arrel quadrada de 50.

c) $\sqrt{a^2-2ab+b^2} = a-b$

Vertadera, ja que el radicand és igual a $(a-b)^2$ i, per tant, es pot simplificar.

d) $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

Vertadera, ja que multiplicant en creu el resultat sempre és 5 (a més, racionalitzant la primera fracció s'obté la segona).

Compteu 0,5 punts per cada apartat ben contestat, sempre que justifiquin la resposta. Si no la justifiquen, compteu només 0,25 punts per cada apartat.

2.

a) Aplicant el mètode de Ruffini, dividiu: $(3x^3-8x^2+5):(x-2)$. Indiqueu clarament el quocient i el residu obtinguts.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & -8 & 0 & 5 \\ 2 & & 6 & -4 & -8 \\ \hline & 3 & -2 & -4 & -3 \end{array}$$

Quocient = $3x^2 - 2x - 4$; residu = -3

b) Utilitzeu el teorema del residu per a saber si la divisió següent és exacta o no: $(x^8-2x^5-3x^2+1):(x+1)$.

$$\text{Residu} = P(-1) = (-1)^8 - 2(-1)^5 - 3(-1)^2 + 1 = 1 + 2 - 3 + 1 = 1$$

Per tant, la divisió no és exacta.

Compteu 1 punt per cada apartat ben contestat, sempre que obtinguin el resultat pel procediment que se'ls demana. En cas contrari, compteu només 0,5 punts per cada apartat.

3. Resoleu les equacions següents. Expressiu les solucions de manera exacta.

a) $\frac{3x+4}{2} - \frac{6x-5}{3} = 4$

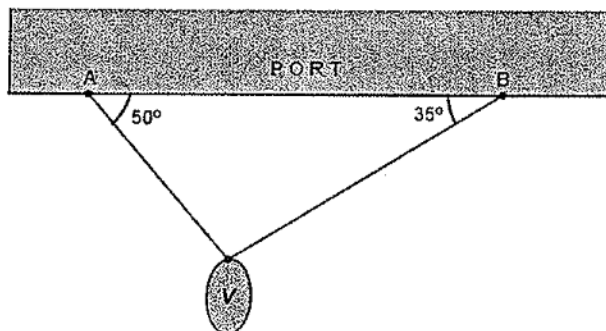
$$3(3x+4) - 2(6x-5) = 4 \cdot 6; 9x+12-12x+10=24; -3x=2; x = -\frac{2}{3}$$

b) $2^x - 3 = 10$

$$2^x = 13; \ln 2^x = \ln 13; x \ln 2 = \ln 13; x = \frac{\ln 13}{\ln 2}$$

Compteu 1 punt per cada apartat.

4. El vaixell V està amarrat al port amb dues cordes subjectades en els punts A i B , separats 20 metres l'un de l'altre. Les dues cordes estan tensades i formen un angle de 50° i un altre de 35° , respectivament, amb la paret del port.



a) Calculeu l'angle que formen les dues cordes entre si.

[0,5 punts]

$$\alpha = 180^\circ - 50^\circ - 35^\circ = 95^\circ$$

L'angle fa 95° .

b) Calculeu la suma de la longitud de les dues cordes.

[1,5 punts]

$$\frac{a}{\sin 50^\circ} = \frac{20}{\sin 95^\circ} ; a = \frac{20 \cdot \sin 50^\circ}{\sin 95^\circ} = 15,38 \text{ m}$$

$$\frac{b}{\sin 35^\circ} = \frac{20}{\sin 95^\circ} ; b = \frac{20 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 95^\circ} = 11,52 \text{ m}$$

$$15,38 + 11,52 = 26,89 \text{ m}$$

Les dues cordes fan 26,89 metres en total.

Compteu 0,5 punts per l'apartat a i 1,5 punts per l'apartat b.

5. El benefici net mensual, en euros, d'una empresa que fabrica autobusos és determinat per la funció $B(x) = 675x - x^3$, en què x és el nombre d'autobusos fabricats en un mes.

a) Determineu la producció mensual d'autobusos que fa que el benefici sigui màxim.

[1,5 punts]

$$B'(x) = 675 - 3x^2; 675 - 3x^2 = 0; 3x^2 = 675; x^2 = \frac{675}{3} = 225; x = \sqrt{225} = 15 \text{ autobusos}$$

b) Calculeu el benefici màxim mensual corresponent a aquesta producció.

[0,5 punts]

$$B(15) = 675 \cdot 15 - 15^3 = 10125 - 3375 = 6750 \text{ euros}$$

Compteu 1,5 punts per l'apartat a i 0,5 punts per l'apartat b. Valoreu que facin alguna cosa bé, encara que no resolguin correctament tot l'apartat.

6. Disposem d'unes quantes monedes trucades de tal manera que, en llançar-les enlaire, la probabilitat d'obtenir cara és $3/5$.

a) En l'experiment aleatori de llançar UNA d'aquestes monedes, calculeu la probabilitat d'obtenir creu.

$$P(x) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

En l'experiment aleatori de llançar simultàniament DUES d'aquestes monedes, calculeu la probabilitat d'obtenir:

b) Dues cares.

$$P(2c) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

c) Dues creus.

$$P(2x) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

d) Una cara i una creu.

$$P(1c, 1x) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25} \text{ o bé } P(1c, 1x) = 1 - \frac{9}{25} - \frac{4}{25} = \frac{12}{25}$$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.

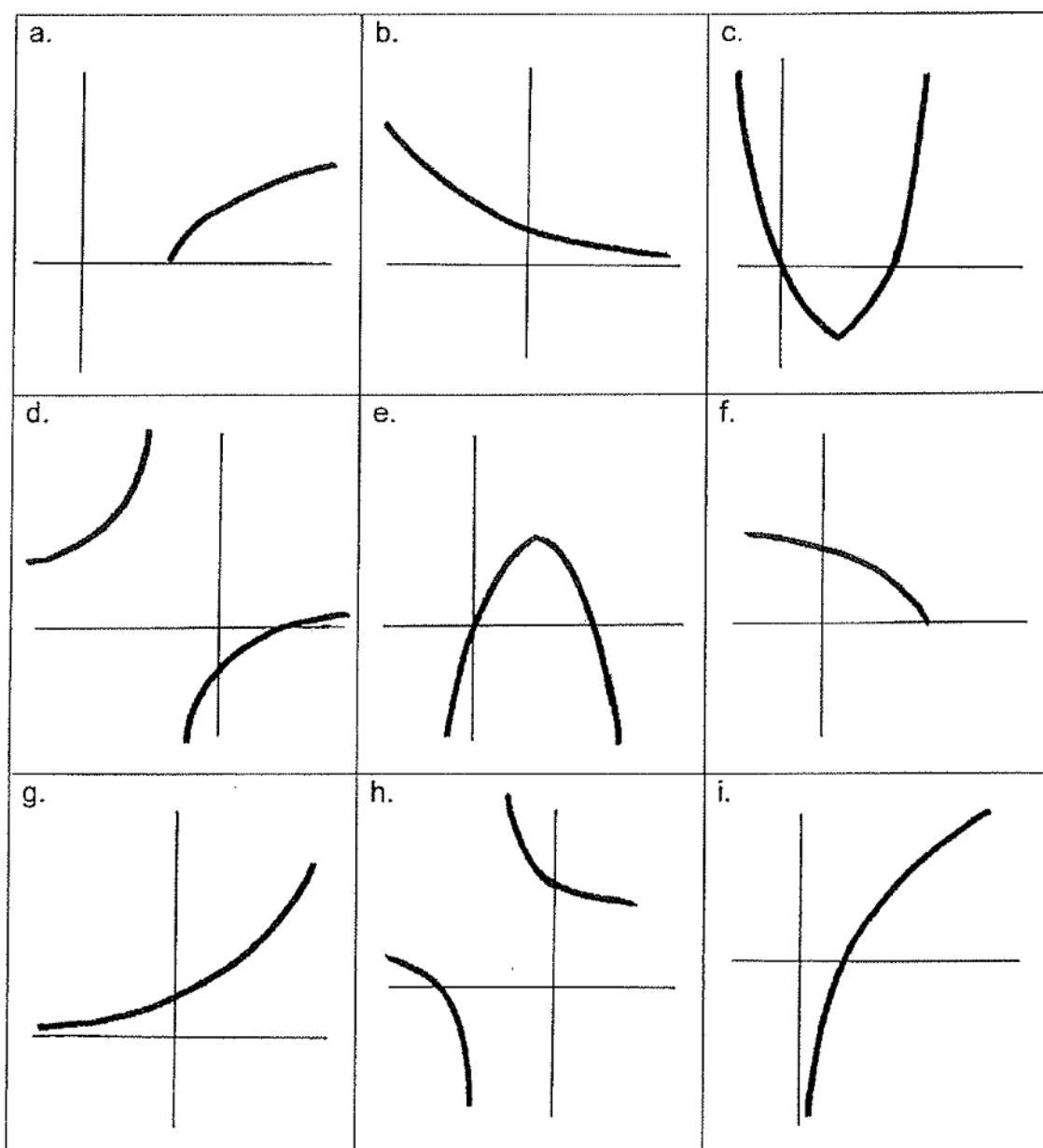
7. Relacioneu cadascuna de les quatre funcions següents amb l'esbós de la gràfica que li correspon. Justifiqueu la resposta.

1. $f(x) = +\sqrt{x-5} \rightarrow a$

2. $f(x) = 3x - x^2 \rightarrow e$

3. $f(x) = \frac{x-3}{x+3} \rightarrow d$

4. $f(x) = 3^x \rightarrow g$



La resposta es pot justificar de dues maneres:

Elaborant una taula de valors per a cada funció i indicant a quina gràfica correspon.

O bé:

Efectuant un raonament específic per a cada funció:

1. $f(x) = +\sqrt{x-5}$

És una funció irracional, i sabem que té una gràfica en forma de mitja paràbola amb l'eix de simetria en l'eix x . Per tant, només pot ser la gràfica a o f . Atès que el domini de la funció és $[5, +\infty)$, ha de ser la a .

2. $f(x) = 3x - x^2$

És una funció polinòmica de segon grau, i sabem que la gràfica corresponent és una paràbola. Per tant, només pot ser la c o la e . Atès que el coeficient del terme de grau més alt és negatiu, les branques de la paràbola van cap avall. Així doncs, ha de ser la e .

3. $f(x) = \frac{x-3}{x+3}$

És una funció racional que té un punt de discontinuïtat. Per tant, hi ha un punt del domini que no té imatge. Aleshores, només pot ser la gràfica d o h . Si calculem una imatge, per exemple $f(0) = -1$, ens adonem que ha de ser la d .

4. $f(x) = 3^x$

És una funció exponencial, per la qual cosa només pot ser la gràfica b o g . Atès que la base de la funció exponencial és un nombre més gran que 1, la gràfica ha de ser creixent. Per tant, només pot ser la g .

Compteu 0,5 punts per cada apartat, sempre que justifiquin la resposta. A més de les justificacions que us proposem, n'hi pot haver alguna altra, global o parcial, per a cada funció.

**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2011**

Matemàtiques

Sèrie 1

Dades de la persona aspirant

Cognoms i nom

DNI

Qualificació

Instruccions

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Només se n'avaluaran cinc.
- Cada exercici val 2 punts.

Material necessari

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regle, etc.
- Compàs i semicercle graduat.
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre les persones aspirants.



1. Indiqueu si les afirmacions següents són certes o falses. Expliqueu-ne el perquè.

[2 punts]

a) $\sqrt{20+5}$ és un nombre irracional.

b) 3,261261... és un nombre racional.

c) $\sqrt{4+a}=2\sqrt{a}$

d) $3\sqrt{7}=\frac{21}{\sqrt{7}}$

2. Calculeu i, si és possible, simplifiqueu les operacions següents:

[2 punts]

a) $2x(3x^2 - x + 5) - (2x - 3)(2x + 3) =$

b) $\frac{x+2}{5x-25} \cdot \frac{10}{x^2+4x+4} =$

3. Volem fer una imposició de 40000€ en una entitat financera durant el temps que calgui per a obtenir un capital acumulat (capital més interessos) de 60000€. Si ens ofereixen un 4% de rèdit anual, calculeu el temps necessari per a obtenir aquest capital final:

[2 punts]

a) Amb un interès simple (recordeu que $I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$)

b) Amb un interès compost (recordeu que $C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$)

4. Donats els punts del pla $A = (-1, 3)$ i $B = (2, -4)$ i els vectors $\vec{v} = (-10, 4)$ i $\vec{u} = (5, -2)$, calculeu:

[2 punts]

a) El mòdul del vector \vec{v} .

b) L'equació de la recta r que passa pel punt A i té la direcció del vector \vec{v} .

c) L'equació de la recta s que passa pel punt B i té la direcció d'un vector perpendicular a \vec{u} .

d) La posició relativa de les rectes r i s calculades en els apartats b i c . Expliqueu raonadament la resposta.

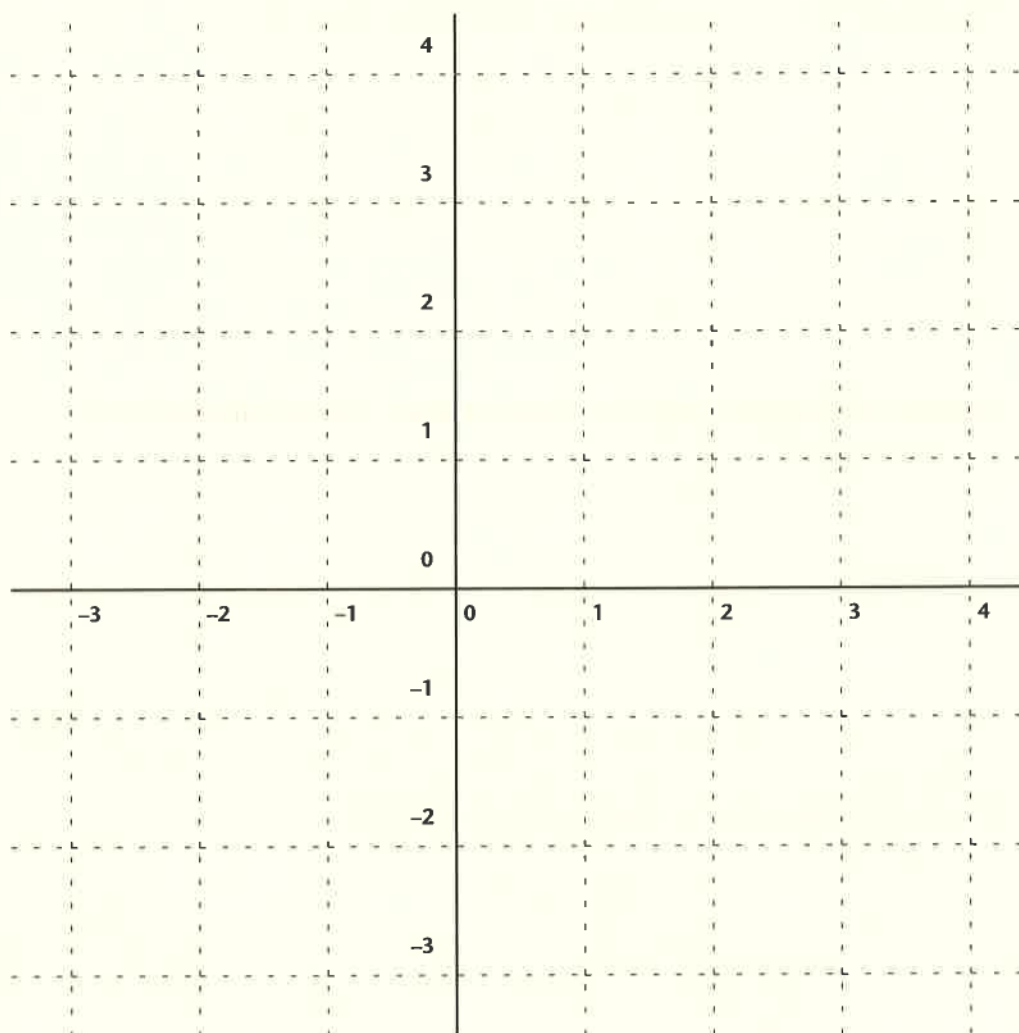
5. Donada la funció, definida a trossos, $f(x) = \begin{cases} 2x+m & \text{si } x < 1 \\ -x^2+4x-3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$, resoleu les qüestions següents.
[2 punts]

a) Calculeu $f(1)$, $f(2)$ i $f(3)$ (imatges d'1, 2 i 3).

b) Determineu el valor que ha de tenir m perquè $f(x)$ sigui contínua en tot el seu domini.

c) Per a $m=1$, representeu gràficament la funció $f(x)$ següent en un sistema de coordenades:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x < 1 \\ -x^2 + 4x - 3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$



d) Sobre la funció representada gràficament en l'apartat c, digueu quins són els extrems relatius i els punts de discontinuïtat, i especifiqueu-ne el tipus de cadascun.

6. Donada la funció $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x - \frac{1}{3}$, calculeu:
[2 punts]

a) $f(1)$ (imatge d'1) i les funcions derivades $f'(x)$ i $f''(x)$.

b) L'equació de la recta tangent a la funció $f(x)$ en el punt d'abscissa $x=1$.

c) Les abscisses dels extrems relatius de la funció $f(x)$.

d) Els intervals de creixement i decreixement.

7. Disposem de dues urnes: l'urna A conté cinc boles numerades de l'1 al 5 i l'urna B conté set boles numerades de l'1 al 7.

[2 punts]

a) Si escollim a l'atzar una bola de l'urna A, quina probabilitat hi ha que sigui de nombre parell?

b) Si escollim a l'atzar una bola de l'urna B, quina probabilitat hi ha que **NO** sigui de nombre parell?

A continuació tirem enlaire una moneda equilibrada (quan caigui hi ha la mateixa probabilitat que surti cara o que surti creu). Si surt cara, escollim a l'atzar una bola de l'urna A i, si surt creu, n'escollim una de l'urna B.

c) Quina probabilitat hi ha que surti una bola de nombre parell?

d) Si sabem que la bola obtinguda és de nombre parell, quina probabilitat hi ha que hagi sortit de l'urna A?





Matemàtiques

Sèrie 1

SOLUCIONS, CRITERIS DE CORRECCIÓ I PUNTUACIÓ

Instruccions

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Només se n'avaluaran cinc.
- Cada exercici val 2 punts.

Material necessari

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regla, etc.
- Compàs i semicercle graduat.
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre les persones aspirants.



1. Indiqueu si les afirmacions següents són certes o falses. Expliqueu-ne el perquè.
[2 punts]

a) $\sqrt{20+5}$ és un nombre irracional.

Falsa, ja que l'arrel de 25 és 5, que és un nombre racional (natural).

b) 3,261261... és un nombre racional.

Certa, ja que és un nombre decimal periòdic.

c) $\sqrt{4+a} = 2\sqrt{a}$

Falsa, ja que només es poden extreure del radical nombres que siguin factors.

d) $3\sqrt{7} = \frac{21}{\sqrt{7}}$

Certa. Si racionalitzem el membre de la dreta o bé eliminem els denominadors es pot comprovar fàcilment la igualtat.

Compteu 0,5 punts per cada apartat, sempre que justifiquin la resposta. En cas contrari, compteu només 0,25 punts per cada apartat.

2. Calculeu i, si és possible, simplifiqueu les operacions següents:
[2 punts]

a) $2x(3x^2 - x + 5) - (2x - 3)(2x + 3) = 6x^3 - 2x^2 + 10x - (4x^2 - 9) = 6x^3 - 6x^2 + 10x + 9$

b) $\frac{x+2}{5x-25} \cdot \frac{10}{x^2+4x+4} = \frac{x+2}{5(x-5)} \cdot \frac{10}{(x+2)^2} = \frac{10 \cdot \cancel{(x+2)}}{5(x-5)(x+2)} = \frac{2}{(x-5)(x+2)}$

Compteu 1 punt per cada apartat ben respost. En l'apartat b, si no ho simplifiquen, compteu només 0,5 punts. Si calculen el darrer denominador, també doneu per bo el resultat.

3. Volem fer una imposició de 40000€ en una entitat financera durant el temps que calgui per a obtenir un capital acumulat (capital més interessos) de 60000€. Si ens ofereixen un 4% de rèdit anual, calculeu el temps necessari per a obtenir aquest capital final:
[2 punts]

a) Amb un interès simple (recordeu que $I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$)

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}; 20000 = \frac{40000 \cdot 4 \cdot t}{100}; t = \frac{20000 \cdot 100}{40000 \cdot 4} = 12,5$$

El temps necessari és 12,5 anys.

b) Amb un interès compost (recordeu que $C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$)

$$60000 = 40000 \cdot (1 + 0,04)^n; \frac{60000}{40000} = 1,04^n; 1,5 = 1,04^n$$

$$\ln 1,5 = \ln 1,04^n = n \ln 1,04; n = \frac{\ln 1,5}{\ln 1,04} = \frac{0,4055}{0,392} = 10,34$$

El temps necessari és 10,34 anys.

Compteu 1 punt per cada apartat ben respost.

4. Donats els punts del pla $A = (-1, 3)$ i $B = (2, -4)$ i els vectors $\vec{v} = (-10, 4)$ i $\vec{u} = (5, -2)$, calculeu:
[2 punts]

a) El mòdul del vector \vec{v} .

$$|\vec{v}| = \sqrt{100 + 16} = \sqrt{116} \text{ u} = 2\sqrt{29} \text{ u}$$

b) L'equació de la recta r que passa pel punt A i té la direcció del vector \vec{v} .

$$\frac{x+1}{-10} = \frac{y-3}{4}; 2x+5y-13=0; y = -\frac{2}{5}x + \frac{13}{5}; \text{ etc.}$$

c) L'equació de la recta s que passa pel punt B i té la direcció d'un vector perpendicular a \vec{u} .

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{5}; 5x-2y-18=0; y = \frac{5}{2}x-9; \text{ etc.}$$

d) La posició relativa de les rectes r i s calculades en els apartats b i c . Expliqueu raonadament la resposta.

Les rectes són perpendiculars, ja que el producte escalar dels vectors directors és zero.

Compteu 0,5 punts per cada apartat ben respost. En els apartats a i b , accepteu qualsevol de les equacions de la recta; en l'apartat d , accepteu altres raonaments que siguin correctes.

5. Donada la funció, definida a trossos, $f(x) = \begin{cases} 2x+m & \text{si } x < 1 \\ -x^2+4x-3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$, resol·eu les qüestions següents.
[2 punts]

a) Calculeu $f(1)$, $f(2)$ i $f(3)$ (imatges d'1, 2 i 3).

$$f(1) = -1^2 + 4 \cdot 1 - 3 = -1 + 4 - 3 = 0$$

$$f(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 - 3 = -4 + 8 - 3 = 1$$

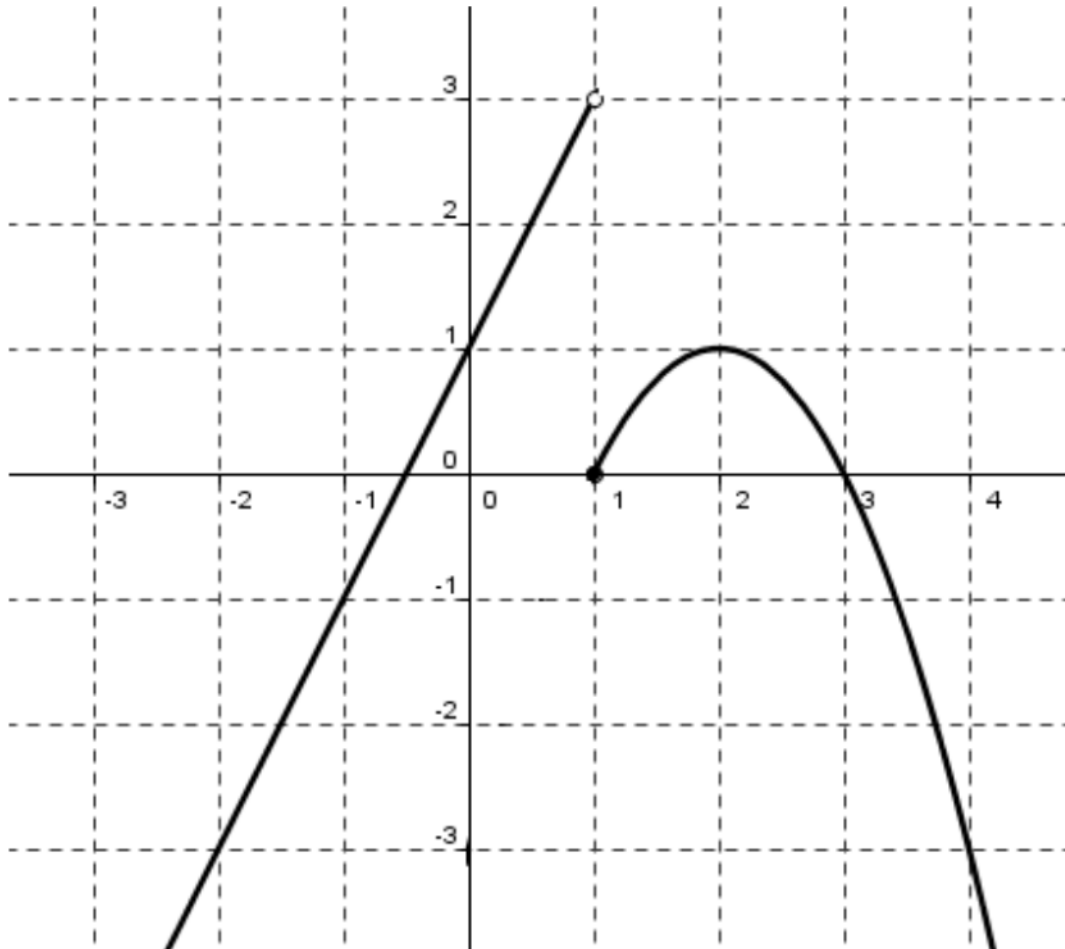
$$f(3) = -3^2 + 4 \cdot 3 - 3 = -9 + 12 - 3 = 0$$

b) Determineu el valor que ha de tenir m perquè $f(x)$ sigui contínua en tot el seu domini.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (2x+m) = 2 \cdot 1 + m = 2+m; 2+m=0; m=-2$$

c) Per a $m=1$, representeu gràficament la funció $f(x)$ següent en un sistema de coordenades:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x < 1 \\ -x^2+4x-3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$



d) Sobre la funció representada gràficament en l'apartat c, digueu quins són els extrems relatius i els punts de discontinuïtat, i especifiqueu-ne el tipus de cadascun.

Només té un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x=2$. És un màxim relatiu.

Té un punt de discontinuïtat no evitable (de salt finit) en el punt d'abscissa $x=1$.

Compteu 0,5 punts per cada apartat ben respost.

6. Donada la funció $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x - \frac{1}{3}$, calculeu:
[2 punts]

a) $f(1)$ (imatge d'1) i les funcions derivades $f'(x)$ i $f''(x)$.

$$f(1) = \frac{1}{3} \cdot 1^3 - 1^2 - 3 \cdot 1 - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} - 1 - 3 - \frac{1}{3} = -4$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x - 3$$

$$f''(x) = 2x - 2$$

b) L'equació de la recta tangent a la funció $f(x)$ en el punt d'abscissa $x=1$.

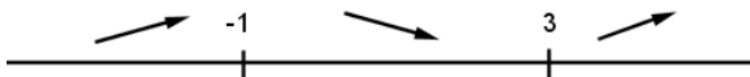
$$f'(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = 1 - 2 - 3 = -4; y + 4 = -4(x - 1)$$

c) Les abscisses dels extrems relatius de la funció $f(x)$.

$$x^2 - 2x - 3 = 0; x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} = 3 \\ = -1 \end{cases}; x = 3 \text{ i } x = -1$$

d) Els intervals de creixement i decreixement.

$$f'(-2) = 5 > 0 \quad f'(0) = -3 < 0 \quad f'(4) = 5 > 0$$



La funció és creixent en $(-\infty, -1)$ i en $(3, +\infty)$, i és decreixent en $(-1, 3)$.

Compteu 0,5 punts per cada apartat ben respost.

7. Disposem de dues urnes: l'urna A conté cinc boles numerades de l'1 al 5 i l'urna B conté set boles numerades de l'1 al 7.

[2 punts]

- a) Si escollim a l'atzar una bola de l'urna A, quina probabilitat hi ha que sigui de nombre parell?

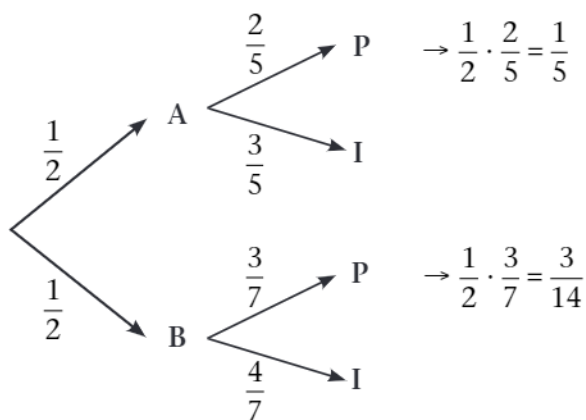
$$P(\text{parell}) = \frac{2}{5} = 0,4$$

- b) Si escollim a l'atzar una bola de l'urna B, quina probabilitat hi ha que NO sigui de nombre parell?

$$P(\text{imparell}) = \frac{4}{7} = 0,5714$$

A continuació tirem enlaire una moneda equilibrada (quan caigui hi ha la mateixa probabilitat que surti cara o que surti creu). Si surt cara, escollim a l'atzar una bola de l'urna A i, si surt creu, n'escollim una de l'urna B.

- c) Quina probabilitat hi ha que surti una bola de nombre parell?



$$P(\text{parell}) = \frac{1}{5} + \frac{3}{14} = \frac{29}{70} = 0,4143$$

- d) Si sabem que la bola obtinguda és de nombre parell, quina probabilitat hi ha que hagi sortit de l'urna A?

$$P(A/\text{parell}) = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{5} + \frac{3}{14}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{29}{70}} = \frac{14}{29} = 0,4828$$

Compteu 0,5 punts per cada apartat ben respost.





**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2012**

**Matemàtiques
Serie 2**

Datos de la persona aspirante

Apellidos y nombre

DNI

Calificación

INSTRUCCIONES

- Elija y resuelva CINCO de los siete ejercicios propuestos.
- Indique claramente cuáles ha elegido. Solo se evaluarán cinco ejercicios.
- Cada ejercicio vale 2 puntos.
- Conteste todos los ejercicios en la misma hoja de enunciados.

Material necesario

- Material de uso habitual: bolígrafo, lápiz y goma, regla, etcétera.
- Compás y semicírculo graduado.
- Calculadora científica.

Cada uno debe traer su propio material. En ningún caso se permitirá la cesión de calculadoras ni de otros materiales entre las personas aspirantes.



1. Indique si las afirmaciones siguientes son ciertas o falsas. Explique el porqué.

[2 puntos]

a) $\pi \geq \sqrt{10}$

b) $4,363\ 636\ 36\dots \in \mathbb{Q}$ (números racionales)

c) $\sqrt{6^2 + 8^2} = 14$

d) $\frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

2. Solucione los ejercicios siguientes:

[2 puntos]

a) Factorice el polinomio $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$. Utilice el resultado para resolver la ecuación siguiente: $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$

b) Resuelva el sistema de ecuaciones siguiente:

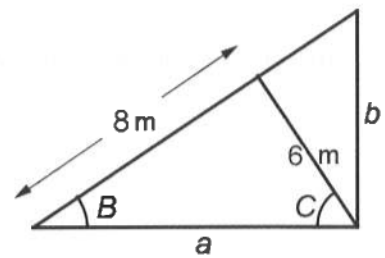
$$\left. \begin{array}{l} 5x + 2y = 4 \\ x - \frac{y-2}{5} = 3 \end{array} \right\}$$

3. Los tres triángulos de la figura adjunta son rectángulos.

[2 puntos]

Calcule:

a) La medida del lado a .



b) El ángulo B .

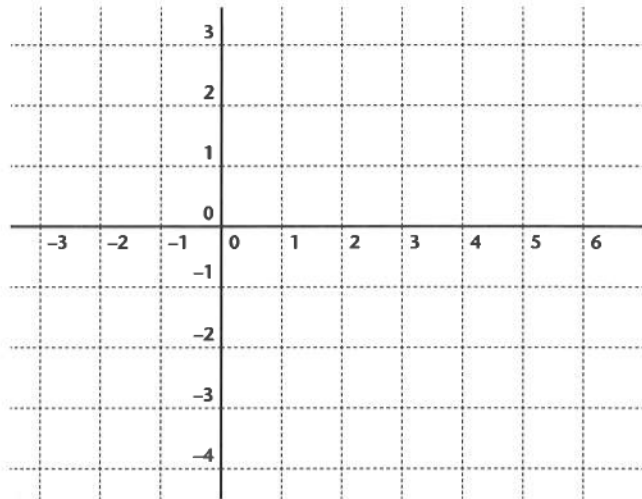
c) El ángulo C .

d) El lado b .

4. Dadas las rectas $r: 3x - 4y - 6 = 0$, $s: 6x - 8y + 12 = 0$, $t: 3x + 4y + 6 = 0$ y $v: 4x - 3y - 12 = 0$.
[2 puntos]

Responda a las cuestiones siguientes:

- a) Represente gráficamente la recta r .



- b) ¿Cuáles de las cuatro rectas son paralelas? Justifique la respuesta.

- c) ¿Cuáles de las cuatro rectas son perpendiculares? Justifique la respuesta.

- d) Calcule la distancia entre la recta r y el punto $P = (-1, 4)$.

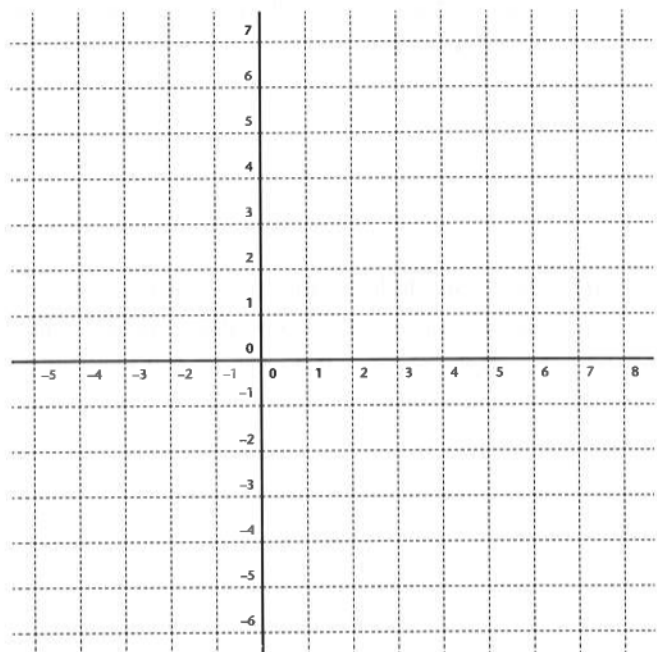
5. Dada la función racional $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$, responda a las siguientes cuestiones:
[2 puntos]

a) Halle las imágenes de 0, -1, 1 y 3.

b) Halle el dominio de la función y, si tiene, las asíntotas verticales.

c) Halle las asíntotas horizontales de la función.

d) Teniendo en cuenta que esta función no tiene extremos relativos, haga un esbozo de la gráfica (si lo desea, puede construir una tabla de valores).

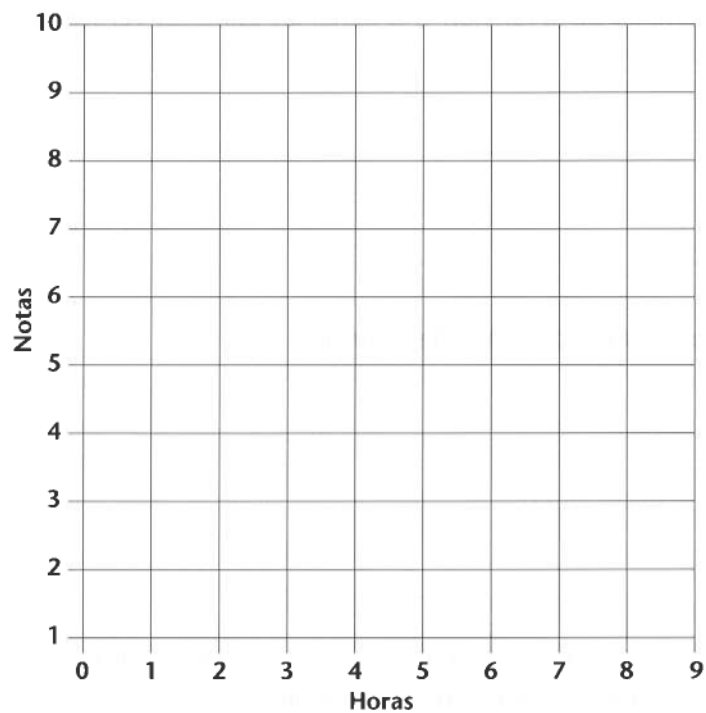


6. La tabla siguiente muestra el número de horas que doce personas diferentes han estado estudiando y la nota que han obtenido en un examen.

[2 puntos]

Personas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Horas	3	6	1	7	4	8	2	5	7	3	8	5
Notas	5	6	3	6	4	9	2	5	8	4	7	6

- a) Represente los resultados en una nube de puntos en la siguiente cuadrícula.
- b) Trace, aproximadamente, la recta de regresión.



- c) Diga cómo es la correlación entre las dos variables (lineal o curvilínea, positiva o negativa, fuerte o débil).
- d) Diga cuál de los siguientes coeficientes de correlación de Pearson es el que más se corresponde con estas dos variables. Señale con un círculo la respuesta correcta.
 $r = -0,8$; $r = -0,4$; $r = 0,3$; $r = 0,9$

7. Se sortean 1 000 boletos, numerados del 000 al 999.

[2 puntos]

Calcule la probabilidad de que salga

a) un número par.

b) un número acabado en cero.

c) un número con las tres cifras iguales.

d) el número 123.





**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2012**

Matemàtiques
Sèrie 2

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

INSTRUCCIONS

- Trieu i resolau CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Només se n'avaluaran cinc.
- Cada exercici val 2 punts.
- Contesteu tots els exercicis en el mateix full d'enunciats.

Material necessari

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regla, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat.
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre les persones aspirants.

1. Indiqueu si les afirmacions següents són certes o falses. Expliqueu-ne el perquè.

[2 punts]

a) $\pi \geq \sqrt{10}$

FALSA, ja que $3,14 \cong \pi < \sqrt{10} \cong 3,16$

b) $4,363\ 636\ 36\dots \in Q$ (nombres racionals)

CERTA, ja que és un nombre decimal periòdic.

c) $\sqrt{6^2 + 8^2} = 14$

FALSA, ja que $\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$

d) $\frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

CERTA, ja que $5 \cdot 2 = 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$. També es pot comprovar si es racionalitza.

Compteu 0,5 punts per cada apartat (0,25 per la resposta i 0,25 per la justificació).

2. Solucioneu els exercicis següents:

[2 punts]

a) Factoritzeu el polinomi $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$. Utilitzeu el resultat per a resoldre l'equació següent: $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$

$P(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 3)$

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0; \quad (x - 1)(x + 2)(x - 3) = 0; \quad \left. \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \\ x = 3 \end{array} \right\}$$

b) Resoleu el sistema d'equacions següent: $\left. \begin{array}{l} 5x + 2y = 4 \\ x - \frac{y - 2}{5} = 3 \end{array} \right\}$

..... ; $\left. \begin{array}{l} x = 2 \\ y = -3 \end{array} \right\}$

Compteu 1 punt per cada apartat.

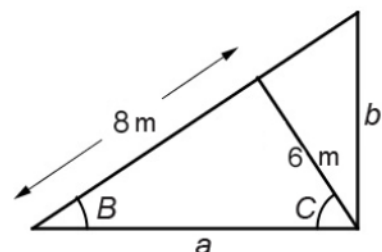
3. Els tres triangles de la figura adjunta són rectangles.

[2 punts]

Calculeu:

a) La mida del costat a .

$a = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$



b) L'angle B .

$$\tan B = \frac{6}{8} = 0,75; \quad B = \arctan 0,75 = 36,87^\circ$$

c) L'angle C .

$$C = 90^\circ - 36,87^\circ = 53,13^\circ$$

d) El costat b .

$$\tan B = \frac{b}{a}; \quad \tan 36,87 = \frac{b}{10}; \quad b = 10 \cdot \tan 36,87 = 7,5 \text{ m}$$

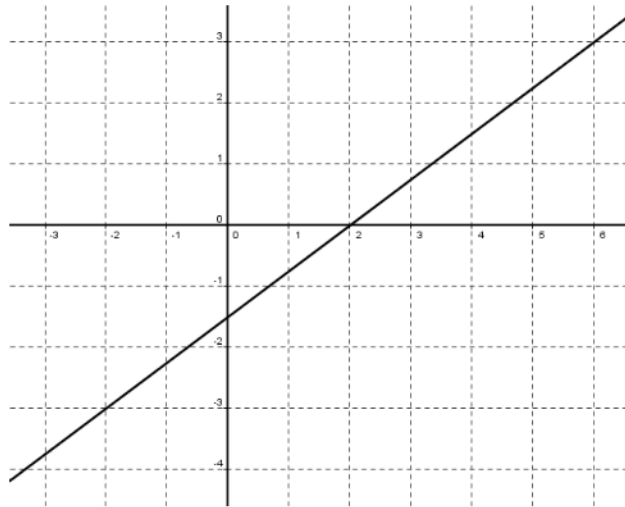
Compteu 0,5 punts per cada apartat.

4. Donades les rectes $r: 3x - 4y - 6 = 0$, $s: 6x - 8y + 12 = 0$, $t: 3x + 4y + 6 = 0$ i $v: 4x - 3y - 12 = 0$.

[2 punts]

Responen a les qüestions següents:

a) Representeu gràficament la recta r .



b) Quines de les quatre rectes són paral·leles? Justifiqueu la resposta.

Són paral·leles les rectes r i s , ja que els coeficients de les incògnites són proporcionals.

c) Quines de les quatre rectes són perpendiculars? Justifiqueu la resposta.

Són perpendiculars les rectes t i v , ja que el producte escalar dels seus vectors directors és zero.

d) Quina és la distància entre la recta r i el punt $P = (-1, 4)$?

$$d[(-1, 4), 3x - 4y - 6 = 0] = \frac{|3 \cdot (-1) - 4 \cdot 4 - 6|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-3 - 16 - 6|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|-25|}{\sqrt{25}} = \frac{25}{5} = 5 \text{ u}$$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.

5. Donada la funció racional $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$, responeu a les qüestions següents:
[2 punts]

a) Determineu les imatges de 0, -1, 1 i 3.

$$f(0) = \frac{0+1}{0-2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2} \quad f(-1) = \frac{-1+1}{-1-2} = \frac{0}{-3} = 0$$

$$f(1) = \frac{1+1}{1-2} = \frac{2}{-1} = -2 \quad f(3) = \frac{3+1}{3-2} = \frac{4}{1} = 4$$

b) Determineu el domini de la funció i, si en té, les asímptotes verticals.

$$x-2=0; \quad x=2; \quad \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x-2} = \frac{2+1}{2-2} = \frac{3}{0} = \infty \Rightarrow \text{Té una asímptota vertical a } x=2.$$

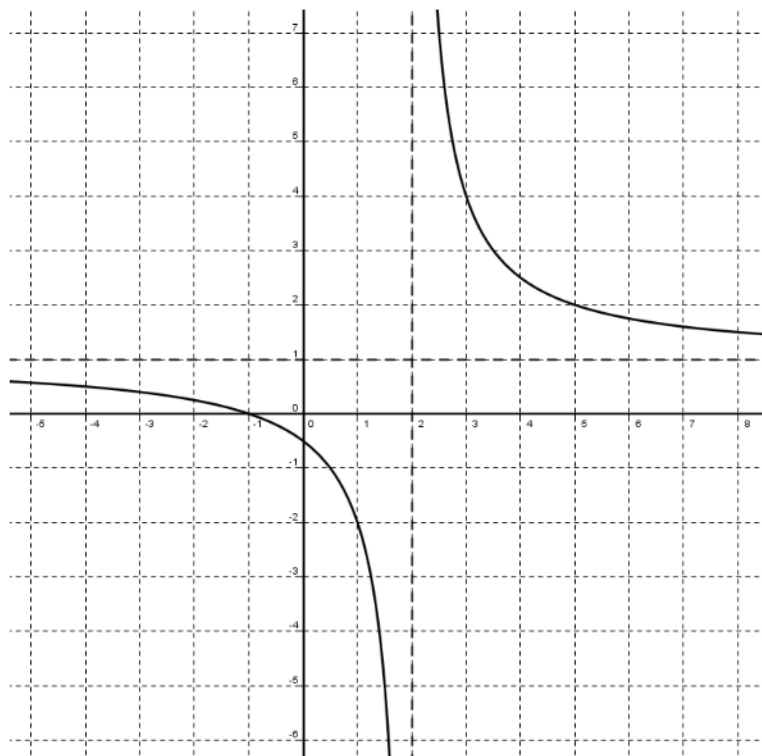
c) Determineu les asímptotes horitzontals de la funció.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x-2} = \frac{\infty+1}{\infty-2} = \frac{\infty}{\infty} = \text{Indeterminat}$$

$$\downarrow$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{x}+1}{\cancel{x}-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow \text{Té una asímptota horitzontal a } y=1.$$

d) Tenint en compte que aquesta funció no té extrems relatius, feu un esbós de la gràfica (si voleu, podeu construir una taula de valors).



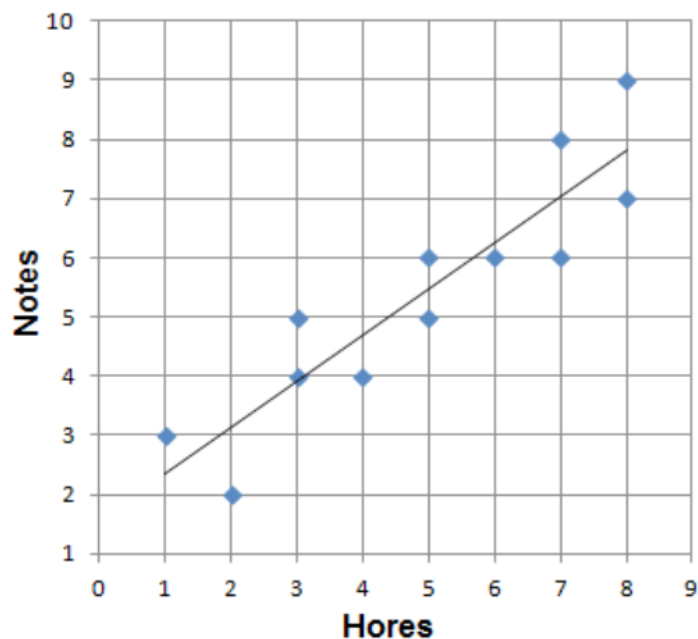
Compteu 0,5 punts per cada apartat.

6. La taula següent mostra el nombre d'hores que dotze persones diferents han estat estudiant i la nota que han obtingut en un examen.

[2 punts]

Persones	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Hores	3	6	1	7	4	8	2	5	7	3	8	5
Notes	5	6	3	6	4	9	2	5	8	4	7	6

- a) Representeu els resultats en un núvol de punts en la quadrícula següent.
b) Traceu-ne, aproximadament, la recta de regressió.



- c) Diguen com és la correlació entre les dues variables (lineal o curvilínia, positiva o negativa, forta o dèbil).

La correlació que hi ha entre les dues variables és lineal, positiva i forta.

- d) Diguen quin dels coeficients de correlació de Pearson següents és el que més es correspon amb aquestes dues variables. Encerleu la resposta correcta.

$r = -0,8$; $r = -0,4$; $r = 0,3$; $r = 0,9$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.

7. Se sortegen 1000 butlletes, numerades del 000 al 999.

[2 punts]

Calculeu la probabilitat que surti

- a) un nombre parell.

$$P(\text{parell}) = \frac{500}{1000} = \frac{1}{2}$$

b) un nombre acabat en zero.

$$P(\text{acaba en zero}) = \frac{100}{1000} = \frac{1}{10}$$

c) un nombre amb les tres xifres iguals.

$$P(\text{tres xifres iguals}) = \frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$$

d) el nombre 123.

$$P(123) = \frac{1}{1000}$$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.



**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2013**

**Matemàtiques
Sèrie 1**

Dades de la persona aspirant

Cognoms i nom

DNI

Qualificació

INSTRUCCIONS

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Només se n'avaluaran cinc. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

Material necessari

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regle, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre les persones aspirants.



1. Escriviu les expressions següents en forma d'una sola potència, amb l'exponent diferent d'1.
[2 punts]

a) $3^2 + 4^2 =$

b) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 6^2 =$

c) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2} =$

d) $\frac{5}{\sqrt[3]{5}} =$

2. Calculeu el resultat de les operacions següents i, si és possible, simplifiqueu-lo:
[2 punts]

a) $(x-2)^3 + 6x^2 - 8x =$

b) $\frac{x-1}{x+5} - \frac{2(x+2)}{x^2+7x+10} =$

3. Dos exploradors surten d'un mateix punt, al mig del desert. L'explorador A es dirigeix, en línia recta, cap al nord i l'explorador B se'n va cap al sud-est, també en línia recta, de manera que les dues trajectòries formen un angle de 135° . Al final de la jornada, l'explorador A ha recorregut 15 km i l'explorador B n'ha recorregut 20. Responen a les qüestions següents:
[2 punts]

a) Feu un esquema amb tots els elements del problema.

b) Calculeu a quina distància es troben, un explorador de l'altre, al final de la jornada.

4. Donats els punts del pla $A = (-3, 2)$ i $B = (5, 8)$ i la recta $r: 3x - 2y + 1 = 0$, responeu a les qüestions següents:

[2 punts]

a) Justifiqueu si la recta r conté algun dels punts A o B .

b) Trobeu un vector director de la recta r i un altre vector que sigui perpendicular a r .

c) Trobeu l'equació de la recta que passa per A i per B .

d) Trobeu l'equació de la recta perpendicular a r que passa per A .

5. Considereu la funció a trossos $f(x) = \begin{cases} \frac{10}{x+2} & \text{si } x < 0 \\ \frac{5x+10}{2} & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ a^2x-8 & \text{si } x > 2 \end{cases}$
[2 punts]

a) Estudieu la continuïtat en els punts $x_1 = -2$ i $x_2 = 0$.

b) Trobeu els valors del paràmetre a que fan que la funció $f(x)$ sigui contínua en $x_3 = 2$.

6. En un institut hi ha 1 200 alumnes distribuïts, segons el sexe i el tipus d'estudi, de la manera següent.

[2 punts]

	<i>ESO</i>	<i>Batxillerat</i>	<i>Cicles formatius</i>
Nois	190	120	280
Noies	230	180	200

- a) Representeu gràficament aquestes dades en un diagrama de barres, de manera que es distingeixi clarament el tipus d'estudi i el sexe dels alumnes.

- b) Es vol fer una enquesta a un centenar d'aquests alumnes sobre diversos aspectes de l'institut. A quants nois i noies de cada tipus d'estudi caldria enquestar per tal que la mostra fos proporcional?

	<i>ESO</i>	<i>Batxillerat</i>	<i>Cicles formatius</i>
Nois			
Noies			

7. En un examen de literatura, un alumne ha estudiat quinze dels vint temes que conté el temari.

[2 punts]

Si l'examen consisteix a contestar un tema, extret a l'atzar, del total de temes, calculeu la probabilitat que

- a)* el tema estigui entre els que l'alumne ha estudiat.

Si l'examen consisteix a contestar dos temes, extrets a l'atzar, del total de temes, calculeu la probabilitat que

- b)* els dos temes estiguin entre els que l'alumne ha estudiat.

- c)* l'alumne no hagi estudiat cap dels dos temes extrets.

- d)* l'alumne hagi estudiat un dels temes i no hagi estudiat l'altre.





**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2013**

Matemàtiques
Sèrie 1

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

INSTRUCCIONS

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Només se n'avaluaran cinc. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

Material necessari

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regle, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre les persones aspirants.

1. Escriviu les expressions següents en forma d'una sola potència, amb l'exponent diferent d'1.
[2 punts]

a) $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$

b) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 6^2 = 6^3 \cdot 6^2 = 6^5$

c) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{3^2} \cdot \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{108} = 108^{\frac{1}{6}}$

d) $\frac{5}{\sqrt[3]{5}} = 5 : 5^{\frac{1}{3}} = 5^{1-\frac{1}{3}} = 5^{\frac{2}{3}}$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.

2. Calculeu el resultat de les operacions següents i, si és possible, simplifiqueu-lo:
[2 punts]

a) $(x-2)^3 + 6x^2 - 8x = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 6x^2 - 8x = x^3 + 4x - 8$

b) $\frac{x-1}{x+5} - \frac{2(x+2)}{x^2+7x+10} = \frac{x-1}{x+5} - \frac{2\cancel{(x+2)}}{(x+5)\cancel{(x+2)}} = \frac{x-1-2}{x+5} = \frac{x-3}{x+5}$

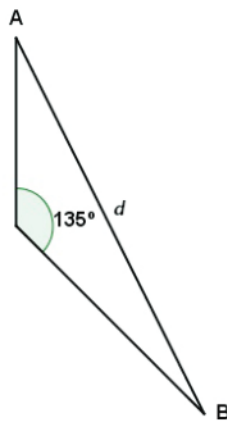
Compteu 1 punt per cada apartat.

3. Dos exploradors surten d'un mateix punt, al mig del desert. L'explorador A es dirigeix, en línia recta, cap al nord i l'explorador B se'n va cap al sud-est, també en línia recta, de manera que les dues trajectòries formen un angle de 135° . Al final de la jornada, l'explorador A ha recorregut 15 km i l'explorador B n'ha recorregut 20.

[2 punts]

Responen a les qüestions següents:

- a) Feu un esquema amb tots els elements del problema.



- b) Calculeu a quina distància es troben, un explorador de l'altre, al final de la jornada.

$$d^2 = 15^2 + 20^2 - (2 \cdot 15 \cdot 20 \cdot \cos 135) = 1\,049,26$$

$$d = \sqrt{1\,049,26} = 32,39 \text{ km}$$

Compteu 0,5 punts per l'apartat a i 1,5 punts per l'apartat b.

4. Donats els punts del pla $A = (-3, 2)$ i $B = (5, 8)$ i la recta $r: 3x - 2y + 1 = 0$, responeu a les qüestions següents:

[2 punts]

- a) Justifiqueu si la recta r conté algun dels punts A o B .

$$[3 \cdot (-3)] - [2 \cdot 2] + 1 = 0 \quad ; \quad -9 - 4 + 1 = 0 \quad ; \quad -12 \neq 0 \quad ; \quad A \notin r$$

$$[3 \cdot (5)] - [2 \cdot 8] + 1 = 0 \quad ; \quad 15 - 16 + 1 = 0 \quad ; \quad 0 = 0 \quad ; \quad B \in r$$

- b) Trobeu un vector director de la recta r i un altre vector que sigui perpendicular a r .

Vector director: $\vec{v} = (2, 3)$ o bé: $\vec{v} = (-2, -3)$

Vector perpendicular: Per exemple $\vec{v}_\perp = (-3, 2)$ o bé: $\vec{v}_\perp = (3, -2)$

- c) Trobeu l'equació de la recta que passa per A i per B .

$$\vec{AB} = B - A = (5, 8) - (-3, 2) = (8, 6) = (4, 3)$$

$$\frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{3} \quad ; \quad 3x+9=4y-8 \quad ; \quad 3x-4y+17=0$$

- d) Trobeu l'equació de la recta perpendicular a r que passa per A .

$$\frac{x+3}{-3} = \frac{y-2}{2} \quad ; \quad 2x+6=-3y+6 \quad ; \quad 2x+3y=0$$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.

5. Considereu la funció a trossos $f(x) = \begin{cases} \frac{10}{x+2} & \text{si } x < 0 \\ \frac{5x+10}{2} & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ a^2x-8 & \text{si } x > 2 \end{cases}$
 [2 punts]

a) Estudieu la continuïtat en els punts $x_1 = -2$ i $x_2 = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{10}{x+2} = \frac{10}{-2+2} = \frac{10}{0} = \infty$$

A $x_1 = -2$, hi ha un punt de discontinuïtat asimptòtica

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{10}{x+2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5x+10}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$f(0) = \frac{10}{2} = 5$$

A $x_2 = 0$, la funció és contínua.

b) Trobeu els valors del paràmetre a que fan que la funció $f(x)$ sigui contínua en $x_3 = 2$.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x+10}{2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} a^2x-8$$

$$\frac{(5 \cdot 2) + 10}{2} = (a^2 \cdot 2) - 8$$

$$\frac{20}{2} = 2a^2 - 8$$

$$10 = 2a^2 - 8$$

$$18 = 2a^2$$

$$a^2 = 9$$

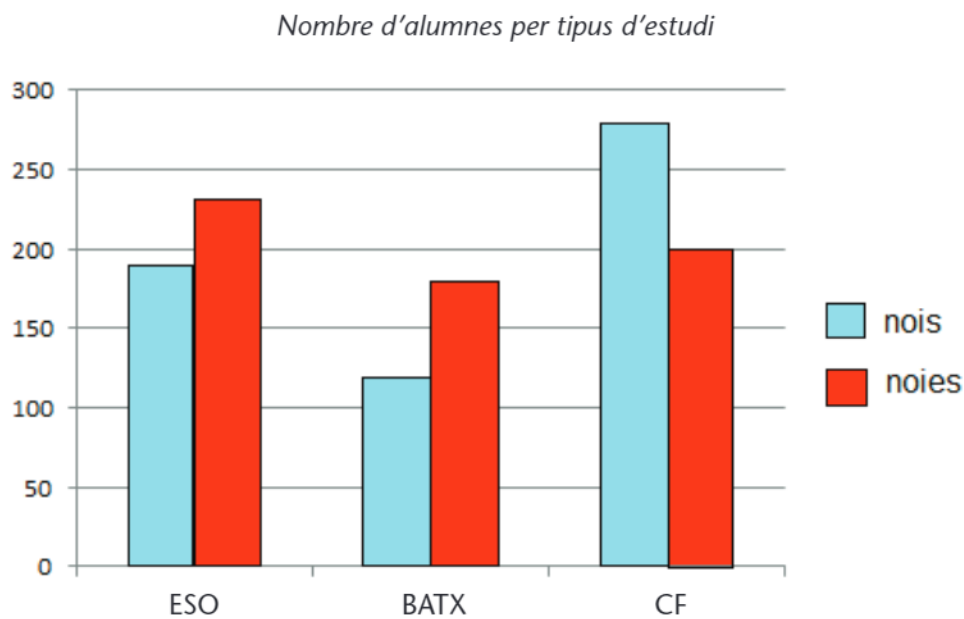
$$a = \pm 3$$

Compteu 1 punt per cada apartat.

6. En un institut hi ha 1 200 alumnes distribuïts segons el sexe i el tipus d'estudi, de la manera següent:
[2 punts]

	<i>ESO</i>	<i>Batxillerat</i>	<i>Cicles formatius</i>
Nois	190	120	280
Noies	230	180	200

- a) Representeu gràficament aquestes dades en un diagrama de barres, de manera que es distingeixi clarament el tipus d'estudi i el sexe dels alumnes.



- b) Es vol fer una enquesta a un centenar d'aquests alumnes sobre diversos aspectes de l'institut. A quants nois i noies de cada tipus d'estudi caldria enquestar per tal que la mostra fos proporcional?

Dividim per 12 cada nombre d'alumnes i arrodonim el resultat:

	<i>ESO</i>	<i>Batxillerat</i>	<i>Cicles formatius</i>
Nois	16	10	23
Noies	19	15	17

Compteu 1 punt per cada apartat. A l'apartat b, descompteu 0,5 punts si no arrodoneixen.

7. En un examen de literatura, un alumne ha estudiat quinze dels vint temes que conté el temari.

[2 punts]

Si l'examen consisteix a contestar un tema, extret a l'atzar, del total de temes, calculeu la probabilitat que

- a) el tema estigui entre els que l'alumne ha estudiat.

$$P = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Si l'examen consisteix a contestar dos temes, extrets a l'atzar, del total de temes, calculeu la probabilitat que

- b) els dos temes estiguin entre els que l'alumne ha estudiat.

$$P = \frac{15}{20} \cdot \frac{14}{19} = \frac{3}{4} \cdot \frac{14}{19} = \frac{42}{76} = \frac{21}{38} \approx 0,55$$

- c) l'alumne no hagi estudiat cap dels dos temes extrets.

$$P = \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{19} = \frac{4}{76} = \frac{1}{19} \approx 0,05$$

- d) l'alumne hagi estudiat un dels temes i no hagi estudiat l'altre.

$$P = \left(\frac{15}{20} \cdot \frac{5}{19} \right) + \left(\frac{5}{20} \cdot \frac{15}{19} \right) = \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{19} \right) + \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{15}{19} \right) = \frac{15}{76} + \frac{15}{76} = \frac{30}{76} = \frac{15}{38} \approx 0,39$$

$$\left(\text{o bé: } 1 - \frac{21}{38} - \frac{1}{19} = \frac{38}{38} - \frac{21}{38} - \frac{2}{38} = \frac{15}{38} \approx 0,39 \right)$$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.





**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2014**

**Matemàtiques
Sèrie 1**

Dades de la persona aspirant

Cognoms i nom

DNI

Qualificació

INSTRUCCIONS

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat.
- Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regle, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.



1. Feu les operacions amb potències següents i expresseu-ne el resultat com una sola potència:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) $3^5 \cdot 3^3 : 3^4 =$

b) $(8^3)^2 : 8^5 =$

c) $(2^3)^4 \cdot 2^{-5} : 2^{-4} =$

d) $\frac{3^{-4} \cdot 3^5}{3^{-2}} =$

2. Feu les operacions amb radicals següents:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) $7\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} =$

b) $\sqrt{18} + 2\sqrt{50} - 3\sqrt{8} =$

c) $(4 + \sqrt{5})^2 =$

d) $(2\sqrt{3} + 7)(2\sqrt{3} - 7) =$

3. **a)** Comproveu si els punts $(2, -1)$, $(7, 3)$ i $(-1, -7)$ formen part de la recta $r: y = 3x - 4$.
[0,75 punts]

b) Calculeu l'equació de la recta paral·lela a r que passa pel punt $(5, 12)$.
[0,5 punts]

c) Calculeu la distància del punt $A(1, 5)$ a la recta r .
[0,75 punts]

4. Considereu el triangle isòsceles que té per costat desigual un segment de 10 cm i per costats iguals dos segments de 13 cm. Calculeu:

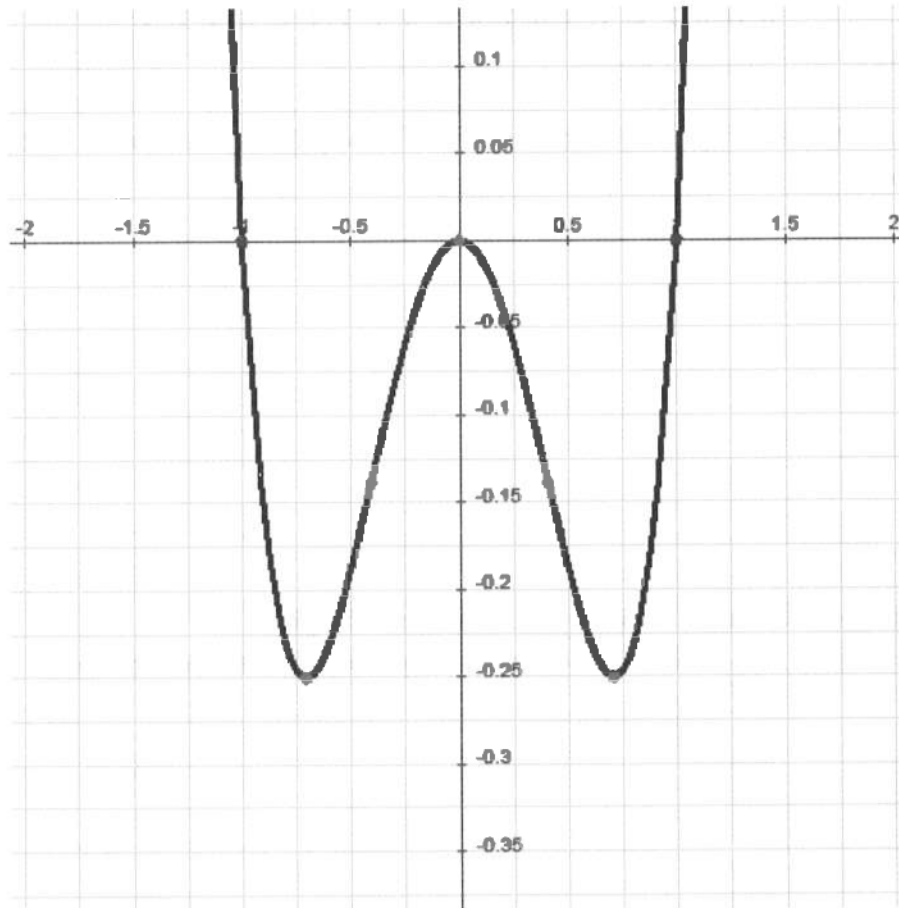
[2 punts: 1 punt per cada apartat]

a) L'altura respecte del costat desigual.

b) Els angles del triangle.

5. Observeu el gràfic d'una funció polinòmica de quart grau i indiqueu, aproximadament, les qüestions següents.

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]



a) Els intervals de creixement i de decreixement.

b) Els intervals de concavitat i de convexitat.

c) El màxim (relatiu) i els mínims.

d) Els punts d'inflexió.

✓

6. Fem una enquesta sobre el nombre de llibres llegits per cada persona entrevistada durant l'últim any, i obtenim els resultats següents:

0, 2, 1, 1, 1, 2, 3, 0, 0, 1, 2, 1, 4, 5, 0, 3, 2, 4, 3, 2,
0, 0, 2, 2, 2, 1, 3, 0, 1, 4, 2, 3, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 1, 3

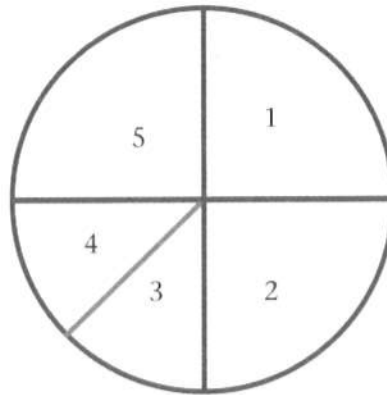
- a) Feu una taula amb la freqüència absoluta, la freqüència relativa i el tant per cent.
[1 punt]

- b) Calculeu-ne la mitjana aritmètica i la desviació típica.
[0,75 punts: 0,5 punts pel càlcul de la mitjana i 0,25 punts pel càlcul de la desviació típica]

- c) Quin tant per cent de persones llegeixen tres o més llibres anualment?
[0,25 punts]

7. Considereu la ruleta següent:

[2 punts en total]



a) Calculeu la probabilitat de cada esdeveniment elemental.

[1 punt]

b) Calculeu la probabilitat que surti un nombre parell.

[0,5 punts]

c) Calculeu la probabilitat que surti un nombre més petit que 4.

[0,5 punts]





**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2014**

Matemàtiques
Sèrie 1

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

INSTRUCCIONS

- Trieu i resolau CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat.
- Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regle, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. Feu les operacions amb potències següents i expresseu-ne el resultat com una sola potència:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) $3^5 \cdot 3^3 : 3^4 = 3^{5+3-4} = 3^4$

b) $(8^3)^2 : 8^5 = 8^{6-5} = 8^1 = 8$

c) $(2^3)^4 \cdot 2^{-5} : 2^{-4} = 2^{12+(-5)-(-4)} = 2^{11}$

d) $\frac{3^{-4} \cdot 3^5}{3^{-2}} = 3^{-4+5-(-2)} = 3^3$

2. Feu les operacions amb radicals següents:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) $7\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} = 8\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$

b) $\sqrt{18} + 2\sqrt{50} - 3\sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 3^2} + 2\sqrt{2 \cdot 5^2} - 3\sqrt{2^3} = 3\sqrt{2} + 10\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

c) $(4 + \sqrt{5})^2 = 4^2 + 2 \cdot 4\sqrt{5} + \sqrt{5}^2 = 16 + 8\sqrt{5} + 5 = 21 + 8\sqrt{5}$

d) $(2\sqrt{3} + 7)(2\sqrt{3} - 7) = (2\sqrt{3})^2 - 7^2 = 4 \cdot 3 - 49 = 12 - 49 = -37$

3. **a)** Comproveu si els punts $(2, -1)$, $(7, 3)$ i $(-1, -7)$ formen part de la recta $r: y = 3x - 4$.
[0,75 punts]

$$\begin{array}{ll} (2, -1): y(2) = 3 \cdot 2 - 4 = 2 \neq -1 & \text{No pertany a } r. \\ (7, 3): y(7) = 3 \cdot 7 - 4 = 17 \neq 3 & \text{No pertany a } r. \\ (-1, -7): y(-1) = 3 \cdot (-1) - 4 = -7 = -7 & \text{Sí que pertany a } r. \end{array}$$

- b)** Calculeu l'equació de la recta paral·lela a r que passa pel punt $(5, 12)$.
[0,5 punts]

$$y = 3x + n \quad 12 = 3 \cdot 5 + n \quad n = 12 - 15 = -3 \quad y = 3x - 3$$

- c)** Calculeu la distància del punt $A(1, 5)$ a la recta r .
[0,75 punts]

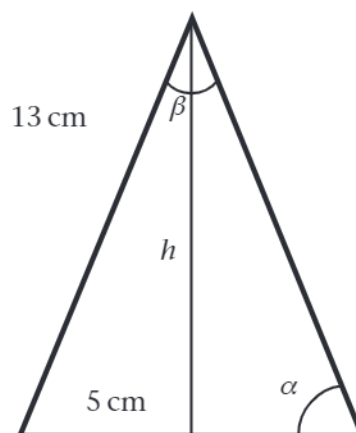
$$r: 0 = 3x - y - 4$$

$$d(A, r) = \frac{|3 \cdot 1 - 5 - 4|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{6}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$$

4. Considereu el triangle isòsceles que té per costat desigual un segment de 10 cm i per costats iguals dos segments de 13 cm. Calculeu:

[2 punts: 1 punt per cada apartat]

- a)** L'altura respecte del costat desigual.



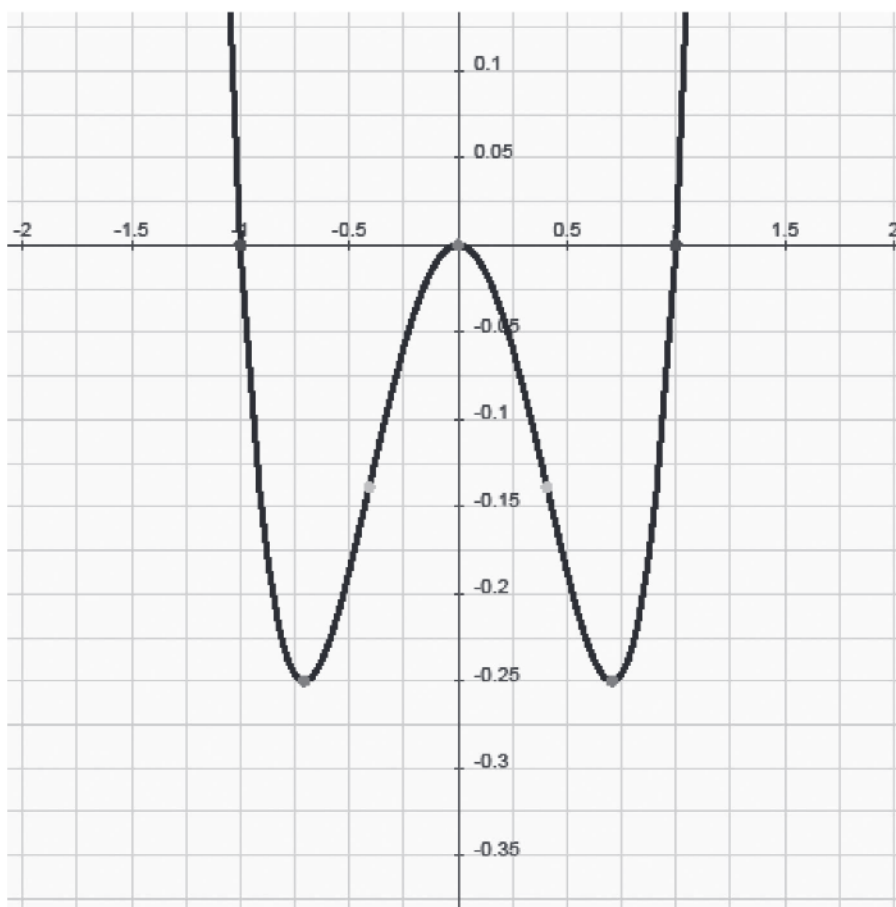
$$h = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$$

b) Els angles del triangle.

$$\cos \alpha = \frac{5}{13} \quad \alpha = 67,38^\circ = 67^\circ 22' 48'' \quad \beta = 180 - 2\alpha = 45,24^\circ = 45^\circ 14' 23''$$

5. Observeu el gràfic d'una funció polinòmica de quart grau i indiqueu, aproximadament, les qüestions següents.

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]



a) Els intervals de creixement i de decreixement.

Funció decreixent: $(-\infty, -0,7) \cup (0, 0,7)$

Funció creixent: $(-0,7, 0) \cup (0,7, +\infty)$

b) Els intervals de concavitat i de convexitat.

Funció còncava: $(-\infty, -0,4) \cup (0,4, +\infty)$

Funció convexa: $(-0,4, 0,4)$

c) El màxim (relatiu) i els mínims.

Mínims en $(-0,7, -0,25)$ i $(0,7, -0,25)$

Màxim en $(0, 0)$

d) Els punts d'inflexió.

$(-0,4, -0,14)$ i $(0,4, -0,14)$

6. Fem una enquesta sobre el nombre de llibres llegits per cada persona entrevistada durant l'últim any, i obtenim els resultats següents:

0, 2, 1, 1, 1, 2, 3, 0, 0, 1, 2, 1, 4, 5, 0, 3, 2, 4, 3, 2,
0, 0, 2, 2, 2, 1, 3, 0, 1, 4, 2, 3, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 1, 3

a) Feu una taula amb la freqüència absoluta, la freqüència relativa i el tant per cent.

[1 punt]

<i>Nombre de llibres</i>	<i>Freqüència absoluta</i>	<i>Freqüència relativa</i>	<i>Tant per cent</i>
0	7	0,175	17,5
1	11	0,275	27,5
2	11	0,275	27,5
3	7	0,175	17,5
4	3	0,075	7,5
5	1	0,025	2,5

b) Calculeu-ne la mitjana aritmètica i la desviació típica.

[0,75 punts: 0,5 punts pel càlcul de la mitjana i 0,25 punts pel càlcul de la desviació típica]

$$\bar{x} = 1,775 \quad \sigma = 1,274$$

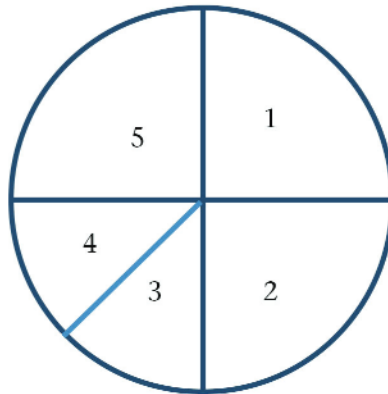
c) Quin tant per cent de persones llegeixen tres o més llibres anualment?

[0,25 punts]

$$17,5\% + 7,5\% + 2,5\% = 27,5\%$$

7. Considereu la ruleta següent:

[2 punts en total]



a) Calculeu la probabilitat de cada esdeveniment elemental.

[1 punt]

$$P(1) = \frac{1}{4} \quad P(2) = \frac{1}{4} \quad P(3) = \frac{1}{8} \quad P(4) = \frac{1}{8} \quad P(5) = \frac{1}{4}$$

b) Calculeu la probabilitat que surti un nombre parell.

[0,5 punts]

$$P(\text{parell}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

c) Calculeu la probabilitat que surti un nombre més petit que 4.

[0,5 punts]

$$P(\text{més petit que 4}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$





**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2015**

Matemàtiques
Sèrie 1

Dades de la persona aspirant

Cognoms i nom

DNI

Qualificació

INSTRUCCIONS

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regle, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat.
- Calculadora científica.

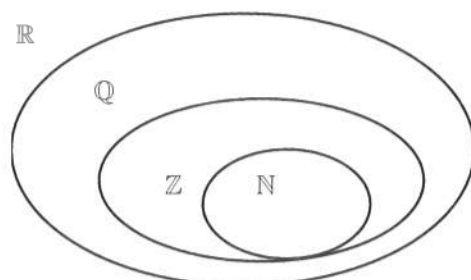
Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.



1. a) Colloqueu els nombres següents en el lloc corresponent del diagrama de sota:

[1,25 punts: 0,25 punts per cada cas]

$$2\pi; 3,14; \sqrt{6}; \sqrt[3]{27}; \frac{-63}{9}$$



- b) Trobeu la fracció generatriu simplificada dels nombres decimals $1,25$ i $3,2\bar{7}$.

[0,75 punts: 0,25 punts pel primer cas i 0,5 punts pel segon]

2. Determineu l'exponent que falta en les operacions amb potències següents:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) $5^x : 5^3 = 5^3$

b) $3^2 \cdot 3^5 \cdot 3^x = 3^{14}$

c) $(-7)^3 \cdot (-7)^x : (-7)^2 = (-7)^{-1}$

d) $32 \cdot 2^x = 2^9$

3. Trobeu el polinomi $P(x)$ en cadascuna de les igualtats següents:

a) $3x^2 + 2x - 5 - P(x) = x + 7 - x^3$

[0,75 punts]

b) $(x^2 - 7x + 2) \cdot P(x) + 5x - 3 = x^5 - 5x^4 - 17x^3 + 40x^2 - 12x - 1$

[1,25 punts]

4. Sabem que entre dos nombres enters hi ha una diferència de 8 unitats, i que el producte de tots dos és 105. Quins nombres poden ser?

[2 punts: 0,5 punts pel plantejament i 1,5 punts per la resolució]

5. **a)** Trobeu l'equació explícita de la recta que passa pels punts $A(3, -2)$ i $B(1, 6)$.
[1,25 punts]

b) Quina és l'equació de la recta paral·lela a la recta de l'apartat *a* que passa pel punt $(2, 7)$?
[0,75 punts]

6. **a)** Considereu la funció de segon grau $f(x) = ax^2 + bx + c$. Determineu els paràmetres a , b i c tenint en compte les dades següents:
[1 punt]

$$f'(1) = 8$$

$$f(3) = 24$$

$$f(0) = -6$$

b) Trobeu els punts de tall amb els eixos i el vèrtex, i representeu gràficament la funció.
[1 punt]

7. Considereu l'experiment següent: agafem aleatòriament 3 cartes consecutives d'una baralla espanyola de 48 cartes, sense retornar-ne cap a la baralla, i observem si hem agafat cartes amb figura (10, 11 i 12) o no.

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) Feu el diagrama d'arbre dels resultats possibles.

b) Quina és la probabilitat que surtin tres figures?

c) Quina és la probabilitat que surti una sola figura?

d) Quina és la probabilitat que no surti cap figura?



Institut
d'Estudis
Catalans



**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2015**

Matemàtiques
Sèrie 1

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

INSTRUCCIONS

- Trieu i resolau CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

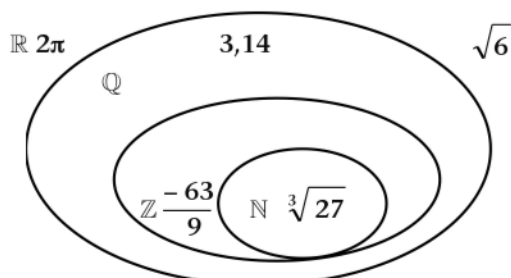
MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regla, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat.
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. a) Colloqueu els nombres següents en el lloc corresponent del diagrama de sota:
[1,25 punts: 0,25 punts per cada cas]

$$2\pi; \quad 3,14; \quad \sqrt{6}; \quad \sqrt[3]{27}; \quad \frac{-63}{9}$$



- b) Trobeu la fracció generatriu simplificada dels nombres decimals $1,25$ i $3,2\overline{7}$.
[0,75 punts: 0,25 punts pel primer cas i 0,5 punts pel segon]

$$1,25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

$$3,2\overline{7} = \frac{327 - 32}{90} = \frac{295}{90} = \frac{59}{18}$$

2. Determineu l'exponent que falta en les operacions amb potències següents:
[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) $5^x : 5^3 = 5^3$

$x - 3 = 3$

$x = 6$

b) $3^2 \cdot 3^5 \cdot 3^x = 3^{14}$

$2 + 5 + x = 14$

$x = 7$

c) $(-7)^3 \cdot (-7)^x : (-7)^2 = (-7)^{-1}$

$3 + x - 2 = -1$

$x = -2$

d) $32 \cdot 2^x = 2^9$ $2^5 \cdot 2^x = 2^9$

$5 + x = 9$

$x = 4$

3. Trobeu el polinomi $P(x)$ en cadascuna de les igualtats següents:

a) $3x^2 + 2x - 5 - P(x) = x + 7 - x^3$

[0,75 punts]

$$3x^2 + 2x - 5 - x - 7 + x^3 = P(x)$$

$$P(x) = x^3 + 3x^2 + x - 12$$

b) $(x^2 - 7x + 2) \cdot P(x) + 5x - 3 = x^5 - 5x^4 - 17x^3 + 40x^2 - 12x - 1$

[1,25 punts]

$$(x^2 - 7x + 2) \cdot P(x) = x^5 - 5x^4 - 17x^3 + 40x^2 - 12x - 1 - 5x + 3$$

$$P(x) = (x^5 - 5x^4 - 17x^3 + 40x^2 - 17x + 2) : (x^2 - 7x + 2) = x^3 + 2x^2 - 5x + 1$$

4. Sabem que entre dos nombres enters hi ha una diferència de 8 unitats, i que el producte de tots dos és 105. Quins nombres poden ser?
[2 punts: 0,5 punts pel plantejament i 1,5 punts per la resolució]

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 8 \\ x \cdot y = 105 \end{array} \right\} ; \quad \begin{array}{l} x = 8 + y \\ (8 + y)y = 105 \end{array} ; \quad y^2 + 8y - 105 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{ll} y_1 = 7 & x_1 = 15 \\ y_2 = -15 & x_2 = -7 \end{array} \right.$$

5. a) Trobeu l'equació explícita de la recta que passa pels punts $A(3, -2)$ i $B(1, 6)$.
[1,25 punts]

$$\vec{v} = \overline{AB} = (1 - 3, 6 - (-2)) = (-2, 8) \quad \frac{x-1}{-2} = \frac{y-6}{8} \quad -4(x-1) = y-6 \quad y = -4x + 10$$

- b) Quina és l'equació de la recta paral·lela a la recta de l'apartat a que passa pel punt $(2, 7)$?
[0,75 punts]

$$y = -4x + n \quad 7 = -4 \cdot 2 + n \quad n = 15 \quad y = -4x + 15$$

6. a) Considereu la funció de segon grau $f(x) = ax^2 + bx + c$. Determineu els paràmetres a , b i c tenint en compte les dades següents:
[1 punt]

$$f'(1) = 8 \quad f(3) = 24 \quad f(0) = -6$$

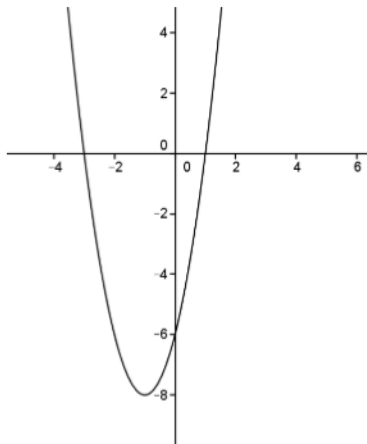
$$f'(x) = 2ax + b \quad \left. \begin{array}{l} 2a + b = 8 \\ 9a + 3b + c = 24 \\ c = -6 \end{array} \right\} \quad a = 2 \quad b = 4 \quad c = -6$$

- b) Trobeu els punts de tall amb els eixos i el vèrtex, i representeu gràficament la funció.
[1 punt]

$$\text{Punts de tall amb l'eix } x: 2x^2 + 4x - 6 = 0 \quad x_1 = -3 \quad x_2 = 1$$

$$\text{Punt de tall amb l'eix } y: x = 0 \quad y = -6$$

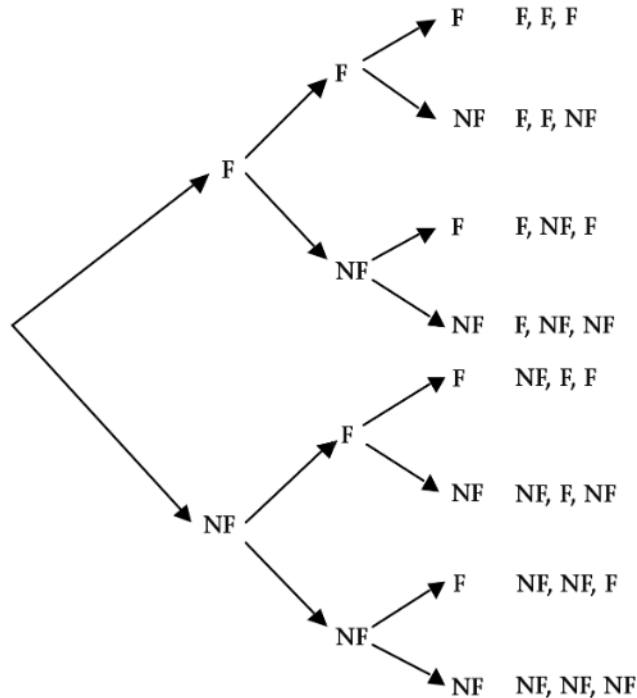
$$\text{Vèrtex: } x = \frac{-4}{2 \cdot 2} = -1 \quad y = 2(-1)^2 + 4(-1) - 6 = -8$$



7. Considereu l'experiment següent: agafem aleatòriament 3 cartes consecutives d'una baralla espanyola de 48 cartes, sense retornar-ne cap a la baralla, i observem si hem agafat cartes amb figura (10, 11 i 12) o no.

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

- a) Feu el diagrama d'arbre dels resultats possibles.



- b) Quina és la probabilitat que surtin tres figures?

$$P(\text{tres figures}) = P(F, F, F) = \frac{12}{48} \cdot \frac{11}{47} \cdot \frac{10}{46} = \frac{1320}{103776} = \mathbf{0,013}$$

- c) Quina és la probabilitat que surti una sola figura?

$$\begin{aligned} P(\text{una sola figura}) &= P(F, NF, NF) + P(NF, F, NF) + P(NF, NF, F) = \\ &= \frac{12}{48} \cdot \frac{36}{47} \cdot \frac{35}{46} + \frac{36}{48} \cdot \frac{12}{47} \cdot \frac{35}{46} + \frac{36}{48} \cdot \frac{35}{47} \cdot \frac{12}{46} = \frac{45360}{103776} = \mathbf{0,437} \end{aligned}$$

- d) Quina és la probabilitat que no surti cap figura?

$$P(\text{cap figura}) = P(NF, NF, NF) = \frac{36}{48} \cdot \frac{35}{47} \cdot \frac{34}{46} = \mathbf{0,413}$$



Institut
d'Estudis
Catalans



**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2016**

**Matemàtiques
Sèrie 2**

Dades de la persona aspirant

Cognoms i nom

DNI

Qualificació

INSTRUCCIONS

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regla, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.



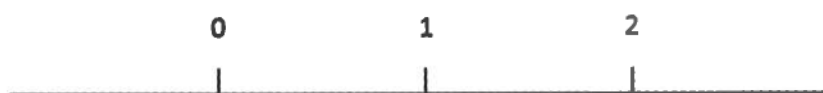
1. a) Dels nombres que hi ha a continuació, indiqueu quins es poden expressar com una fracció, i expresseu-los.

[1,25 punts]

2,3 3π $\sqrt{2}$ $5,\widehat{6}$ $\sqrt{-16}$ $7,1\widehat{4}$

- b) Representeu en la recta real, amb regla i compàs, el nombre $\sqrt{2}$.

[0,75 punts]



2. Feu les operacions amb radicals següents i simplifiqueu-ne el resultat tant com sigui possible. (A l'apartat a, cal extreure els factors possibles de dins les arrels.)

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

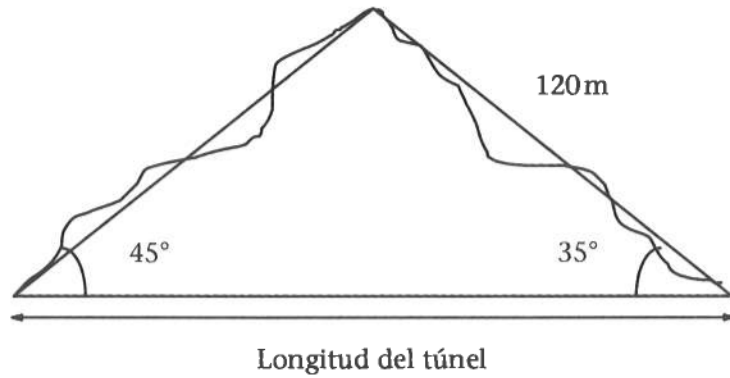
a) $2\sqrt{18} - 5\sqrt{50} + \sqrt{8} =$

b) $\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{2^5}}{\sqrt[4]{2}} =$

c) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}} =$

d) $(\sqrt[3]{3^2})^6 =$

3. Per mesurar la longitud d'un túnel que travessa una muntanya es prenen les dades que mostra la figura següent:



- a) Determineu la longitud del túnel.

[1,25 punts]

- b) Quina és l'alçària de la muntanya?

[0,75 punts]

4. Resoleu les equacions següents:

a) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

[1 punt]

b) $(2^x)^3 = 64$

[1 punt]

5. a) Determineu, en la forma $y = mx + n$, l'equació de la recta que passa pels punts (1, 3) i (2, 5).

[1 punt]

b) Determineu l'equació de la recta perpendicular a l'anterior que passa pel punt $(0, 0)$.
[0,5 punts]

c) Determineu el punt de tall entre les dues rectes.
[0,5 punts]

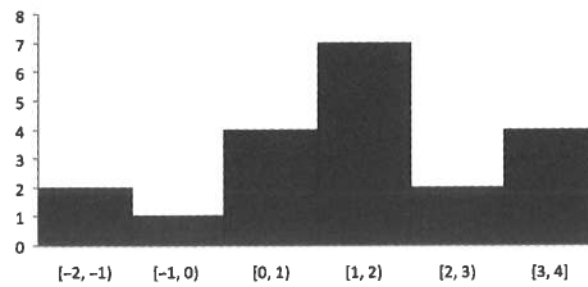
6. Donada la funció $f(x) = \sqrt{x-4}$,

a) determineu-ne el domini.
[0,5 punts]

b) calculeu la imatge del 13 i l'antiimatge del 5.
[0,75 punts]

c) representeu la funció gràficament mitjançant una taula de valors.
[0,75 punts]

7. Considereu l'histograma següent:



a) Feu una taula amb la classe, la marca de la classe, la freqüència absoluta, la freqüència relativa i el tant per cent.

[1 punt]

<i>Classe</i>	<i>Marca de la classe</i>	<i>Freqüència absoluta</i>	<i>Freqüència relativa</i>	<i>Tant per cent</i>

b) Calculeu la mitjana aritmètica, la classe de la mediana i la classe modal.

[1 punt]

Mitjana aritmètica =

Classe de la mediana =

Classe modal =





Institut
d'Estudis
Catalans

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2016**

Matemàtiques
Sèrie 2

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

INSTRUCCIONS

- Trieu i resolau CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regla, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. a) Dels nombres que hi ha a continuació, indiqueu quins es poden expressar com una fracció, i expresseu-los.

[1,25 punts]

$$2,3 \quad 3\pi \quad \sqrt{2} \quad 5,\widehat{6} \quad \sqrt{-16} \quad 7,1\widehat{4}$$

Només es poden passar a fracció els nombres següents:

$$2,3 = \frac{23}{10}$$

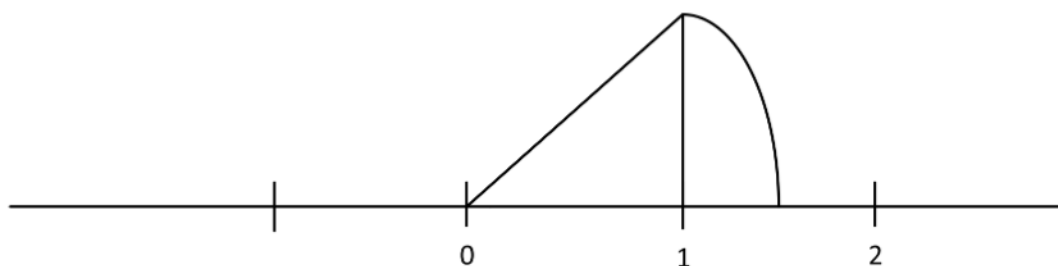
$$5,\widehat{6} = \frac{56-5}{9} = \frac{51}{9} = \frac{17}{3}$$

$$7,144\dots = \frac{714-71}{90} = \frac{643}{90}$$

Adjudiqueu 0,25 punts per la primera fracció, 0,5 punts per la segona i 0,5 punts per la tercera.

- b) Representeu en la recta real, amb regla i compàs, el nombre $\sqrt{2}$.

[0,75 punts]



2. Feu les operacions amb radicals següents i simplifiqueu-ne el resultat tant com sigui possible. (A l'apartat a, cal extreure els factors possibles de dins les arrels.)

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

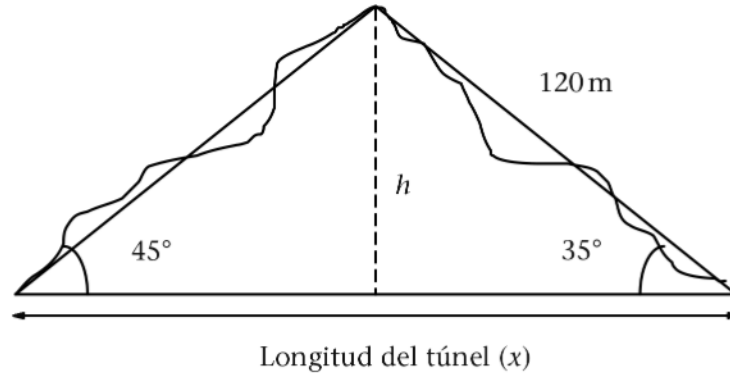
a) $2\sqrt{18} - 5\sqrt{50} + \sqrt{8} = 2\sqrt{2 \cdot 3^2} - 5\sqrt{2 \cdot 5^2} + \sqrt{2^3} = 6\sqrt{2} - 25\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = -17\sqrt{2}$

b) $\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{2^5}}{\sqrt[4]{2}} = \frac{2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{5}{3}}}{2^{\frac{1}{4}}} = 2^{\frac{3}{2} + \frac{5}{3} - \frac{1}{4}} = 2^{\frac{35}{12}} = 12\sqrt[12]{2^{35}}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[12]{5}$

d) $(\sqrt[3]{3^2})^6 = 3^{\frac{12}{3}} = 3^4$

3. Per mesurar la longitud d'un túnel que travessa una muntanya es prenen les dades que mostra la figura següent:



- a) Determineu la longitud del túnel.

[1,25 punts]

$$\frac{x}{\sin 100^\circ} = \frac{120}{\sin 45^\circ} \quad x = \frac{120 \cdot \sin 100^\circ}{\sin 45^\circ} = 167,13\text{ m}$$

- b) Quina és l'alçària de la muntanya?

[0,75 punts]

$$\sin 35^\circ = \frac{h}{120} \quad h = 120 \cdot \sin 35^\circ = 68,83\text{ m}$$

4. Resoleu les equacions següents:

- a) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

[1 punt]

$$y = x^2 \quad y^2 - 3y - 4 = 0 \quad \begin{cases} y_1 = 4 & x^2 = 4 \quad \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases} \\ y_2 = -1 & x^2 = -1 \quad \text{No té solució} \end{cases}$$

- b) $(2^x)^3 = 64$

[1 punt]

$$2^{3x} = 2^6 \quad 3x = 6 \quad x = 2$$

5. a) Determineu, en la forma $y = mx + n$, l'equació de la recta que passa pels punts (1, 3) i (2, 5).

[1 punt]

$$\vec{v} = (2 - 1, 5 - 3) = (1, 2) \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} \quad y = 2x + 1$$

b) Determineu l'equació de la recta perpendicular a l'anterior que passa pel punt (0, 0).

[0,5 punts]

$$m \cdot m_{\perp} = -1 \quad 2m_{\perp} = -1 \quad m_{\perp} = -\frac{1}{2} \quad y = -\frac{1}{2}x$$

c) Determineu el punt de tall entre les dues rectes.

[0,5 punts]

$$-\frac{1}{2}x = 2x + 1 \quad -x = 4x + 2 \quad -5x = 2 \quad x = -\frac{2}{5} \quad y = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{1}{5}$$

6. Donada la funció $f(x) = \sqrt{x-4}$,

a) determineu-ne el domini.

[0,5 punts]

$$x - 4 \geq 0 \quad x \geq 4 \quad \text{Dom } f(x) = [4, +\infty)$$

b) calculeu la imatge del 13 i l'antiimatge del 5.

[0,75 punts]

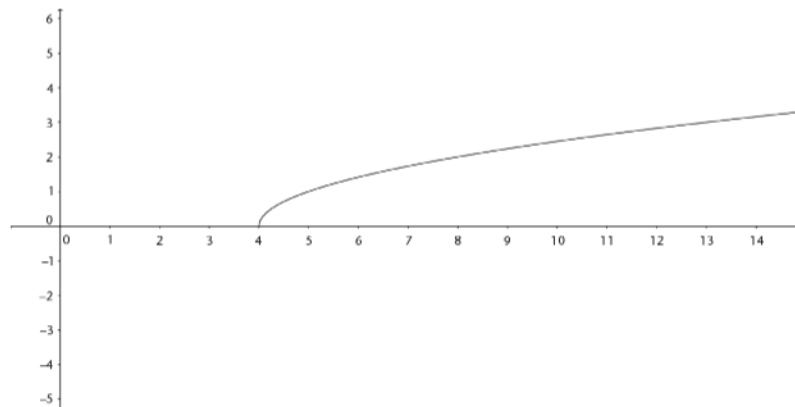
$$f(13) = \sqrt{13-4} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{x-4} = 5 \quad x - 4 = 25 \quad x = 29 \quad f^{-1}(5) = 29$$

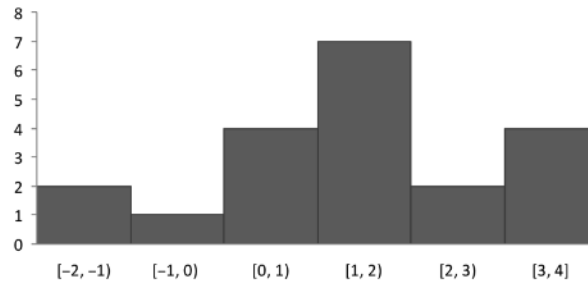
Adjudiqueu 0,25 punts per la imatge del 13 i 0,5 punts per l'antiimatge del 5.

c) representeu la funció gràficament mitjançant una taula de valors.

[0,75 punts]



7. Considereu l'histograma següent:



a) Feu una taula amb la classe, la marca de la classe, la freqüència absoluta, la freqüència relativa i el tant per cent.

[1 punt]

<i>Classe</i>	<i>Marca de la classe</i>	<i>Freqüència absoluta</i>	<i>Freqüència relativa</i>	<i>Tant per cent</i>
[-2, -1)	-1,5	2	0,1	10
[-1, 0)	-0,5	1	0,05	5
[0, 1)	0,5	4	0,2	20
[1, 2)	1,5	7	0,35	35
[2, 3)	2,5	2	0,1	10
[3, 4)	3,5	4	0,2	20

b) Calculeu la mitjana aritmètica, la classe de la mediana i la classe modal.

[1 punt]

$$\text{Mitjana aritmètica} = \bar{x} = \frac{-1,5 \cdot 2 - 0,5 \cdot 1 + 0,5 \cdot 4 + 1,5 \cdot 7 + 2,5 \cdot 2 + 3,5 \cdot 4}{20} = \frac{28}{20} = 1,4$$

Classe de la mediana = [1, 2)

Classe modal = [1, 2)

Adjudiqueu 0,5 punts per la mitjana aritmètica, 0,25 punts per la classe de la mediana i 0,25 punts per la classe modal.



Institut
d'Estudis
Catalans

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2017**

**Matemàtiques
Sèrie 1**

Dades de la persona aspirant

Cognoms i nom

DNI

Qualificació

INSTRUCCIONS

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regla, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.



1. **a)** Digueu si les afirmacions següents són vertaderes o falses.

[1 punt: 0,25 punts per cada apartat]

- El nombre -3 pertany al conjunt dels racionals:
- El nombre -8 pertany als enters i als naturals:
- $\sqrt{121}$ és un nombre natural:
- $\sqrt{2}$ és un nombre irracional:

b) Racionalitzeu els nombres $\frac{5}{\sqrt{3}}$ i $\frac{3}{\sqrt{7}-2}$.

[1 punt: 0,5 punts per cada operació]

2. **a)** Considereu un rectangle de 8 m^2 d'àrea que es divideix en dues parts iguals, que alhora es divideixen en dues altres parts iguals, i, així, successivament. Expresseu com una potència de 2 l'àrea d'una de les parts després de la cinquena divisió i determineu el terme general de la successió de les àrees de cada partició a_n , on n representa el nombre de divisions portades a terme.

[1 punt: 0,5 punts per cada operació]

b) Expresseu també com una potència de 2 el nombre de peces que hi ha després de la cinquena divisió, i, utilitzant les propietats de les potències, demostreu que aquest nombre, multiplicat per la superfície de cada peça després de la cinquena divisió, dóna la superfície inicial, és a dir, 8 m^2 .

[1 punt: 0,5 punts per cada operació]

3. a) Considereu les fórmules geomètriques següents, que són expressades per un monomi. Determineu, en cada cas, de quin grau són, i quin coeficient i quines variables tenen.

[1,5 punts: 0,25 punts per cada apartat]

$$A = 6x^2$$

$$V = x^3$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$A = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$P = 4x$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

- b) Escriviu també un polinomi de quart grau de tres termes, amb una sola variable i amb el terme independent igual a -5 .

[0,5 punts]

4. Tres socis es volen repartir 93 000 €, de manera que el primer rebi el mateix que els altres dos junts i que el segon rebi el doble que el tercer. Quants euros tocaran a cada soci?

[0,5 punts pel plantejament i 1,5 punts per la resolució]

5. Considereu els punts $A(2, -1)$, $B(-3, 4)$ i $C(5, 2)$.

- a) Determineu el vector $\vec{v} = 2\overline{AB} - 5\overline{AC}$.

[1 punt]

- b) Calculeu l'angle que formen els vectors \overline{AB} i \overline{AC} .

[1 punt]

6. Considereu la funció $f(x) = \frac{3}{x-2}$.

a) En quin punt tindrà una asímptota vertical?

[0,25 punts]

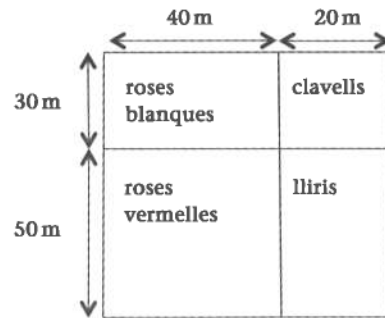
b) Calculeu els límits laterals de la funció en aquest punt i, ajudant-vos d'una taula de valors, representeu-la gràficament.

[1,5 punts]

c) Té cap altre tipus d'asímtota, aquesta funció? De quin tipus és i on es troba?

[0,25 punts]

7. Una plantació de flors està distribuïda en quatre parcel·les, tal com mostra la figura següent. Suposeu que el pugó ataca aleatòriament una zona determinada de la plantació.



- a) Quina és la probabilitat que la parcel·la atacada sigui la dels lliris?

[1 punt]

- b) Si sabem que el pugó ha atacat una de les parcel·les on hi ha roses, quina és la probabilitat que sigui la de roses blanques?

[1 punt]



**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2017**

Matemàtiques

Sèrie 1

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

INSTRUCCIONS

- Trieu i resolau CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regla, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. a) Digueu si les afirmacions següents són vertaderes o falses.

[1 punt: 0,25 punts per cada apartat]

- El nombre -3 pertany al conjunt dels racionals: **vertadera**
- El nombre -8 pertany als enters i als naturals: **falsa**
- $\sqrt{121}$ és un nombre natural: **vertadera**
- $\sqrt{2}$ és un nombre irracional: **vertadera**

- b) Racionalitzeu els nombres $\frac{5}{\sqrt{3}}$ i $\frac{3}{\sqrt{7}-2}$.

[1 punt: 0,5 punts per cada operació]

$$\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{3}{\sqrt{7}-2} = \frac{3(\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)} = \frac{3(\sqrt{7}+2)}{\sqrt{7}^2-2^2} = \frac{3(\sqrt{7}+2)}{7-4} = \frac{3(\sqrt{7}+2)}{3} = \sqrt{7}+2$$

2. a) Considereu un rectangle de 8 m^2 d'àrea que es divideix en dues parts iguals, que alhora es divideixen en dues altres parts iguals, i, així, successivament. Expresses com una potència de 2 l'àrea d'una de les parts després de la cinquena divisió i determineu el terme general de la successió de les àrees de cada partició a_n , on n representa el nombre de divisions portades a terme.

[1 punt: 0,5 punts per cada operació]

Cinquena divisió: $8/2^5 = 2^{-2}$

$$a_n = \frac{8}{2^n} = 2^{3-n}$$

- b) Expresses també com una potència de 2 el nombre de peces que hi ha després de la cinquena divisió, i, utilitzant les propietats de les potències, demostreu que aquest nombre, multiplicat per la superfície de cada peça després de la cinquena divisió, dóna la superfície inicial, és a dir, 8 m^2 .

[1 punt: 0,5 punts per cada operació]

Nombre de peces després de la cinquena divisió: 2^5

Nombre de peces x àrea = $2^5 \times 2^{-2} = 2^3 = 8$

3. a) Considereu les fórmules geomètriques següents, que són expressades per un monomi. Determineu, en cada cas, de quin grau són, i quin coeficient i quines variables tenen.

[1,5 punts: 0,25 punts per cada apartat]

$A = 6x^2$	$g = 2$	$c = 6$	$v \rightarrow x$
$V = x^3$	$g = 3$	$c = 1$	$v \rightarrow x$
$V = a \cdot b \cdot c$	$g = 3$	$c = 1$	$v \rightarrow a, b, c$
$A = \frac{b \cdot a}{2}$	$g = 2$	$c = 1/2$	$v \rightarrow b, a$
$P = 4x$	$g = 1$	$c = 4$	$v \rightarrow x$
$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	$g = 3$	$c = \frac{4}{3}\pi$	$v \rightarrow r$

- b) Escriviu també un polinomi de quart grau de tres termes, amb una sola variable i amb el terme independent igual a -5 .

[0,5 punts]

Per exemple: $5x^4 - 2x^2 - 5$

4. Tres socis es volen repartir 93 000 €, de manera que el primer rebi el mateix que els altres dos junts i que el segon rebi el doble que el tercer. Quants euros tocaran a cada soci?

[0,5 punts pel plantejament i 1,5 punts per la resolució]

$x =$ euros primer soci $y =$ euros segon soci $z =$ euros tercer soci

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 93\,000 \\ x = y + z \\ y = 2z \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 46\,500 \\ y = 31\,000 \\ z = 15\,500 \end{array}$$

5. Considereu els punts $A(2, -1)$, $B(-3, 4)$ i $C(5, 2)$.

- a) Determineu el vector $\vec{v} = 2\overline{AB} - 5\overline{AC}$.

[1 punt]

$$\overline{AB} = (-3 - 2, 4 - (-1)) = (-5, 5) \quad \overline{AC} = (5 - 2, 2 - (-1)) = (3, 3)$$

$$\vec{v} = 2(-5, 5) - 5(3, 3) = (-25, -5)$$

- b) Calculeu l'angle que formen els vectors \overline{AB} i \overline{AC} .

[1 punt]

$$\cos \alpha = \frac{-5 \times 3 + 5 \times 3}{\sqrt{50} \sqrt{18}} = 0 \quad \alpha = 90^\circ$$

6. Considereu la funció $f(x) = \frac{3}{x-2}$.

a) En quin punt tindrà una asymptota vertical?

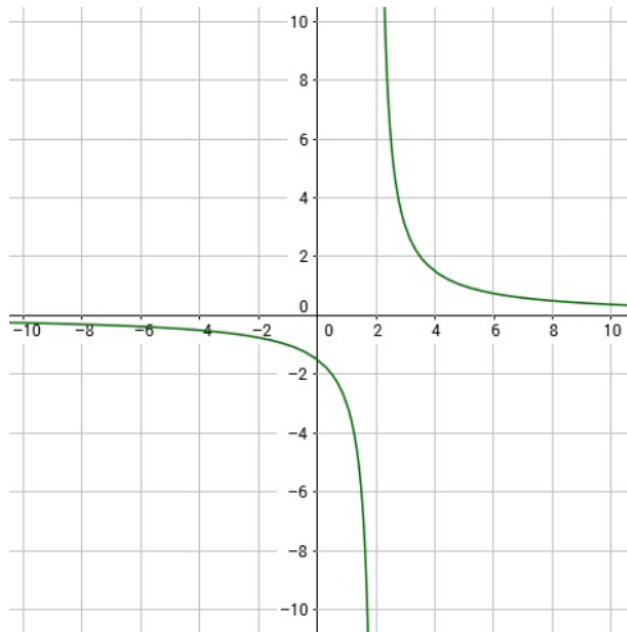
[0,25 punts]

Tindrà una asymptota vertical en la recta $x=2$.

b) Calculeu els límits laterals de la funció en aquest punt i, ajudant-vos d'una taula de valors, representeu-la gràficament.

[1,5 punts]

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

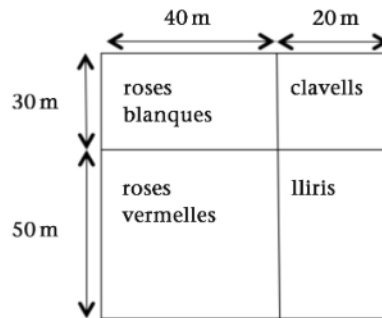


c) Té cap altre tipus d'asímtota, aquesta funció? De quin tipus és i on es troba?

[0,25 punts]

Té una asímtota horitzontal en la recta $y=0$ o en l'eix de les abscisses.

7. Una plantació de flors està distribuïda en quatre parcel·les, tal com mostra la figura següent. Suposeu que el pugó ataca aleatòriament una zona determinada de la plantació.



- a) Quina és la probabilitat que la parcel·la atacada sigui la dels lliris?
[1 punt]

$$A_{\text{total}} = 80 \times 60 = 4\,800 \quad A_{\text{lliris}} = 50 \times 20 = 1\,000 \quad P = 1\,000 / 4\,800 = 5/24 = 0,208$$

- b) Si sabem que el pugó ha atacat una de les parcel·les on hi ha roses, quina és la probabilitat que sigui la de roses blanques?
[1 punt]

$$A_{\text{roses}} = 80 \times 40 = 3\,200 \quad A_{\text{roses blanques}} = 30 \times 40 = 1\,200$$
$$P = 1\,200 / 3\,200 = 3/8 = 0,375$$



Institut
d'Estudis
Catalans

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2018**

Matemàtiques

Sèrie 1

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

INSTRUCCIONS

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regle, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. Expressiu com una sola potència les operacions següents:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) $(-3)^2 \cdot (-3)^7 =$

b) $7^5 : 7^{-3} =$

c) $6^3 \cdot 6^4 : 6^2 =$

d) $2^2 \cdot 4^3 =$

2. Considereu el polinomi $P(x) = (x^3 - x^2 + 7) \cdot (3x + 6) - (3x^4 - 5x^2 + 9)$.

a) Simplifiqueu-lo fent les operacions que corresponguin i digueu de quin grau és.

[1,5 punts: 1,25 punts per la simplificació i 0,25 punts pel grau del polinomi]

b) Un cop simplificat, determineu $P(-2)$.

[0,5 punts]

3. Considereu la funció $f(x) = x^3 - 3x + 5$.

a) Trobeu la funció derivada $f'(x)$.

[0,5 punts]

b) Determineu $f'(3)$ i digueu si la funció és creixent o decreixent en aquest punt.

[0,5 punts]

c) Per a quins valors de x tindrà aquesta funció un màxim i un mínim? Trobeu també la coordenada y d'aquests punts.

[1 punt]

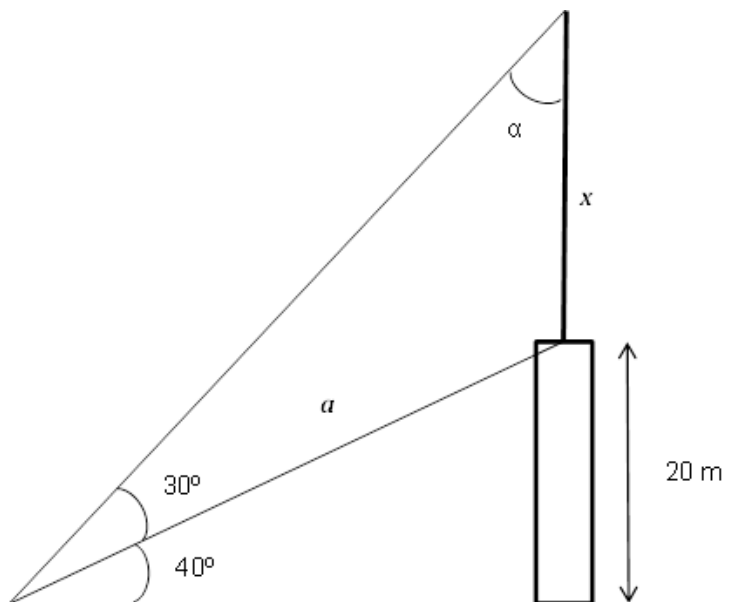
4. Resoleu les equacions següents:

[2 punts: 1 punt per cada equació]

a) $(x - 1)(x + 3) = 12$

b) $\sqrt{2x+6} - 3 = 1$

5. Damunt d'una torre se sosté una antena, tal com mostra esquemàticament la figura.



a) Determineu el valor de la distància a .

[0,75 punts]

b) Calculeu el valor de l'angle α .

[0,5 punts]

c) Determineu, aplicant el teorema del sinus, l'alçària de l'antena x .

[0,75 punts]

6. **a)** Determineu l'equació de les rectes següents en forma explícita ($y = mx + n$).

[1,5 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a₁) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{6}$

a₂) $y - 7 = 3(x + 1)$

a₃) Passa pel punt $P(2, -1)$ i té com a vector director $\vec{v} = (2, 6)$.

- b)** Dues d'aquestes rectes són paral·leles. Digueu quines són i per què.

[0,5 punts]

7. En una bossa hi ha 50 boles numerades de l'1 al 50. Les que tenen el nombre més baix estan pintades de color vermell i la resta, de color negre.

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) Si la probabilitat de treure una bola de color vermell és 0,44, quantes boles hi ha de color vermell?

b) Quina és la probabilitat, en treure una bola d'aquesta bossa, d'obtenir un nombre més gran que 35 i que sigui un nombre parell?

c) Quina és la probabilitat de treure un nombre múltiple de 5?

d) Quina és la probabilitat de treure una bola vermella amb un nombre senar?



Institut
d'Estudis
Catalans

**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2018**

Matemàtiques

Sèrie 1

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

INSTRUCCIONS

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regla, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. Expressiu com una sola potència les operacions següents:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) $(-3)^2 \cdot (-3)^7 = (-3)^{2+7} = (-3)^9$

b) $7^5 : 7^{-3} = 7^{5-(-3)} = 7^8$

c) $6^3 \cdot 6^4 : 6^2 = 6^{3+4-2} = 6^5$

d) $2^2 \cdot 4^3 = 2^2 \cdot (2^2)^3 = 2^2 \cdot 2^6 = 2^{2+6} = 2^8$

2. Considereu el polinomi $P(x) = (x^3 - x^2 + 7) \cdot (3x + 6) - (3x^4 - 5x^2 + 9)$.

- a) Simplifiqueu-lo fent les operacions que corresponguin i digueu de quin grau és.

[1,5 punts: 1,25 punts per la simplificació i 0,25 punts pel grau del polinomi]

$$P(x) = 3x^4 + 6x^3 - 3x^3 - 6x^2 + 21x + 42 - 3x^4 + 5x^2 - 9 = 3x^3 - x^2 + 21x + 33$$

És de tercer grau.

- b) Un cop simplificat, determineu $P(-2)$.

[0,5 punts]

$$P(-2) = 3 \cdot (-2)^3 - (-2)^2 + 21 \cdot (-2) + 33 = -24 - 4 - 42 + 33 = -37$$

3. Considereu la funció $f(x) = x^3 - 3x + 5$.

- a) Trobeu la funció derivada $f'(x)$.

[0,5 punts]

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

- b) Determineu $f'(3)$ i digueu si la funció és creixent o decreixent en aquest punt.

[0,5 punts]

$$f'(3) = 3 \cdot 3^2 - 3 = 24$$

És creixent.

- c) Per a quins valors de x tindrà aquesta funció un màxim i un mínim? Trobeu també la coordenada y d'aquests punts.

[1 punt]

$$3x^2 - 3 = 0 \quad 3x^2 = 3 \quad x^2 = 1 \quad x = \pm 1$$

$$x_1 = 1 \quad y_1 = 1^3 - 3 \cdot 1 + 5 = 1 - 3 + 5 = 3$$

$$x_2 = -1 \quad y_2 = (-1)^3 - 3 \cdot (-1) + 5 = -1 + 3 + 5 = 7$$

4. Resoleu les equacions següents:

[2 punts: 1 punt per cada equació]

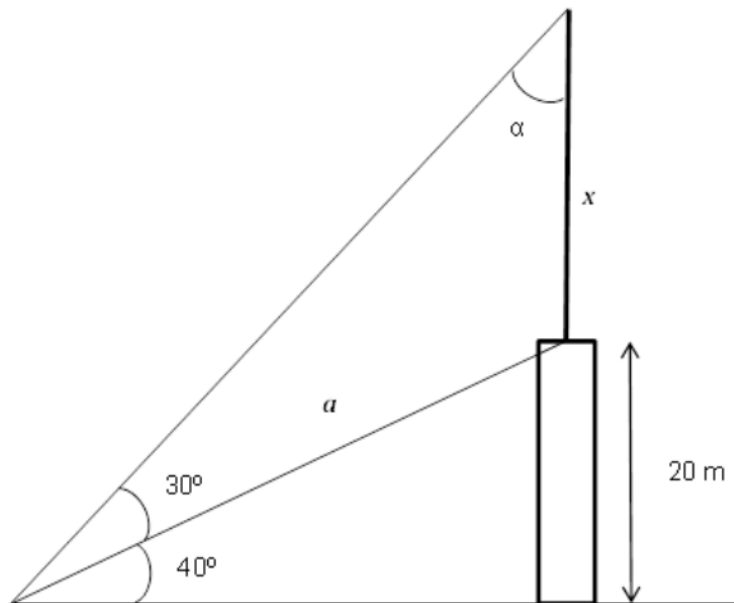
a) $(x-1)(x+3)=12$

$$x^2 + 3x - x - 3 - 12 = 0 \quad x^2 + 2x - 15 = 0 \quad x_1 = 3 \quad x_2 = -5$$

b) $\sqrt{2x+6} - 3 = 1$

$$\sqrt{2x+6} = 4 \quad 2x+6 = 16 \quad 2x = 10 \quad x = 5$$

5. Damunt d'una torre se sosté una antena, tal com mostra esquemàticament la figura.



a) Determineu el valor de la distància a .

[0,75 punts]

$$a = \frac{20}{\sin 40} = \mathbf{31,11 \text{ m}}$$

b) Calculeu el valor de l'angle α .

[0,5 punts]

$$\beta = 180 - 50 = 130^\circ \quad \alpha = 180 - 30 - 130 = 20^\circ$$

c) Determineu, aplicant el teorema del sinus, l'alçària de l'antena x .

[0,75 punts]

$$\frac{x}{\sin 30} = \frac{31,11}{\sin 20} \quad x = \frac{31,11 \cdot \sin 30}{\sin 20} = \mathbf{45,5 \text{ m}}$$

6. a) Determineu l'equació de les rectes següents en forma explícita ($y = mx + n$).

[1,5 punts: 0,5 punts per cada apartat]

$$a_1) \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{6}$$

$$\frac{6(x-2)}{3} = y+1 \quad 2x-4 = y+1 \quad y = 2x-5$$

$$a_2) y-7 = 3(x+1)$$

$$y = 3x + 3 + 7 \quad y = 3x + 10$$

$$a_3) \text{ Passa pel punt } P(2, -1) \text{ i té com a vector director } \vec{v} = (2,6).$$

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{6} \quad \frac{6(x-2)}{2} = y+1 \quad 3x-6 = y+1 \quad y = 3x-7$$

- b) Dues d'aquestes rectes són paral·leles. Digueu quines són i per què.

[0,5 punts]

Les dues rectes paral·leles són la a_2 i la a_3 , ja que tenen el mateix pendent: $m = 3$.

7. En una bossa hi ha 50 boles numerades de l'1 al 50. Les que tenen el nombre més baix estan pintades de color vermell i la resta, de color negre.

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

- a) Si la probabilitat de treure una bola de color vermell és 0,44, quantes boles hi ha de color vermell?

$$\frac{x}{50} = 0,44 \quad x = 50 \times 0,44 = 22 \text{ boles de color vermell}$$

- b) Quina és la probabilitat, en treure una bola d'aquesta bossa, d'obtenir un nombre més gran que 35 i que sigui un nombre parell?

$$P = \frac{8}{50} = 0,16$$

- c) Quina és la probabilitat de treure un nombre múltiple de 5?

$$P = \frac{10}{50} = 0,2$$

- d) Quina és la probabilitat de treure una bola vermella amb un nombre senar?

$$P = \frac{11}{50} = 0,22$$



Institut
d'Estudis
Catalans



**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2019**

Matemàtiques

Sèrie 1

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

INSTRUCCIONS

- Trieu i resolau CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regle, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permet la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. Digueu quines de les igualtats següents són vertaderes i quines són falses. En les igualtats que siguin falses, digueu quin és el resultat correcte.

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{35}$

c) $(x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$

d) $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$

2. En el disseny d'una pantalla rectangular, es vol que l'altura faci el doble que la base i que la diagonal tingui una longitud de 12 polzades. Quines seran les mesures (base i altura) d'aquesta pantalla? Doneu el resultat exacte i amb una aproximació per arrodoniment fins a les centèsimes.

[2 punts]

Adjudiqueu 0,75 punts pel plantejament de l'equació, 1 punt per la resolució i 0,25 punts per l'arrodoniment.

3. Fent ús dels productes notables, simplifiqueu tant com pugueu el polinomi següent. Determineu quin és el grau i el terme independent del polinomi, i trobeu-ne una arrel entera.

[2 punts]

$$P(x) = (x - 2)^2 - 2x(x^2 - 4) + (3x - 6)(3x + 6)$$

Adjudiqueu 1 punt per la simplificació del polinomi, 0,5 punts per l'assignació del grau i el terme independent i 0,5 punts per l'arrel entera.

4. Trobeu les solucions de les equacions següents i comproveu-ne els resultats.

[2 punts: 1 punt per cada equació]

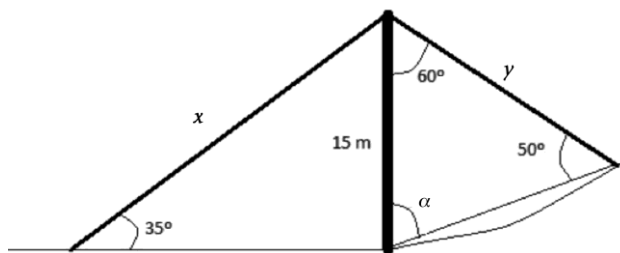
a) $\frac{10}{x-3} = x$

b) $5^x \cdot 5^{x+6} = 25$

Adjudiqueu 0,75 punts per la resolució i 0,25 punts per la comprovació.

5. Volem subjectar una torre de 15 m d'alçària amb dos cables (x i y), tal com mostra la figura. Calculeu quants metres de cable seran necessaris. Doneu els resultats arrodonits fins a les centèsimes.

[2 punts]



Adjudiqueu 0,75 punts pel càlcul de x , 1 punt pel càlcul de y i 0,25 punts per l'arrodoniment.

6. Considereu la funció $f(x) = x^3 - 9x$.

[2 punts en total]

- a) Determineu els punts de tall amb els eixos de la gràfica de la funció.

[0,5 punts]

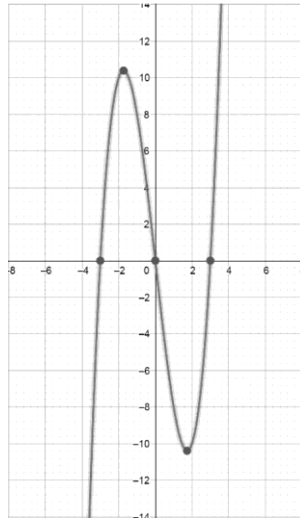
- b) Trobeu els límits $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ i $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

[0,25 punts]

- c) Calculeu $f'(x)$ i $f''(x)$ i trobeu els màxims i mínims relatius de la funció.

[0,75 punts]

- d) Amb les dades calculades en els apartats anteriors dibuixeu la gràfica de la funció.
[0,5 punts]



7. Un productor de taronges ha rebut la comanda d'una cadena de supermercats amb la condició que el pes de les peces de fruita no tingui una desviació (típica o estàndard) de més d'un 8 % de la mitjana aritmètica dels pesos. Per a la comprovació d'aquesta condició s'ha pres una mostra de 20 taronges amb els pesos, mesurats en grams, següents: 128, 132, 124, 125, 127, 134, 126, 120, 121, 124, 122, 128, 123, 126, 131, 139, 136, 116, 117, 125.
[2 punts: 1 punt per cada apartat]

- a) Empleneu la primera columna de la taula següent agrupant les dades dels pesos en cinc intervals, començant amb el pes 115 i amb una amplitud de 5 g. A continuació, escriviu la marca de la classe, la freqüència absoluta, la freqüència relativa i el tant per cent de cada interval.

<i>Interval</i>	<i>Marca de la classe</i>	<i>Freqüència absoluta</i>	<i>Freqüència relativa</i>	<i>Tant per cent</i>
[115, 120)				
[120, 125)				
[125, 130)				
[130, 135)				
[135, 140]				

- b) Calculeu la mitjana aritmètica i la desviació típica o estàndard i comproveu que es compleix la condició de la cadena de supermercats, és a dir, que la desviació típica és menor que el 8 % de la mitjana aritmètica.





Matemàtiques

Sèrie 1

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

INSTRUCCIONS

- Trieu i resolau CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regla, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permet la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. Digueu quines de les igualtats següents són vertaderes i quines són falses. En les igualtats que siguin falses, digueu quin és el resultat correcte.

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

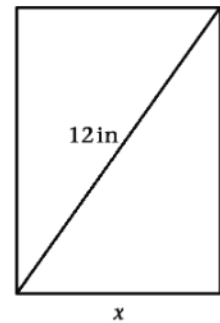
- a) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ Falsa: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{35}$ Vertadera
 c) $(x-2)(x+2) = x^2 - 4$ Vertadera
 d) $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$ Falsa: $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

2. En el disseny d'una pantalla rectangular, es vol que l'altura faci el doble que la base i que la diagonal tingui una longitud de 12 polzades. Quines seran les mesures (base i altura) d'aquesta pantalla? Doneu el resultat exacte i amb una aproximació per arrodoniment fins a les centèsimes.

[2 punts]

$$x^2 + (2x)^2 = 12^2 \quad x^2 + 4x^2 = 144 \quad 5x^2 = 144$$

$$\text{Base} = \sqrt{\frac{144}{5}} = \frac{12}{\sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5} = 5,37 \text{ in} \quad \text{Altura} = \frac{24}{\sqrt{5}} = \frac{24\sqrt{5}}{5} = 10,73 \text{ in} \quad 2x$$



Adjudiqueu 0,75 punts pel plantejament de l'equació, 1 punt per la resolució i 0,25 punts per l'arrodoniment.

3. Fent ús dels productes notables, simplifiqueu tant com pugueu el polinomi següent. Determineu quin és el grau i el terme independent del polinomi, i trobeu-ne una arrel entera.

[2 punts]

$$P(x) = (x-2)^2 - 2x(x^2-4) + (3x-6)(3x+6)$$

$$P(x) = x^2 - 4x + 4 - 2x^3 + 8x + 9x^2 - 36 = -2x^3 + 10x^2 + 4x - 32$$

Grau = 3 Terme independent = -32

	-2	10	4	-32
2		-4	12	32
	-2	6	16	0

$$x = 2$$

Adjudiqueu 1 punt per la simplificació del polinomi, 0,5 punts per l'assignació del grau i el terme independent i 0,5 punts per l'arrel entera.

4. Trobeu les solucions de les equacions següents i comproveu-ne els resultats.

[2 punts: 1 punt per cada equació]

a) $\frac{10}{x-3} = x$

$$10 = x(x-3) \quad 10 = x^2 - 3x \quad 0 = x^2 - 3x - 10 \quad \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$\frac{10}{5-3} = \frac{10}{2} = 5 \text{ Correcte}$$

$$\frac{10}{-2-3} = \frac{10}{-5} = -2 \text{ Correcte}$$

$$b) 5^x \cdot 5^{x+6} = 25$$

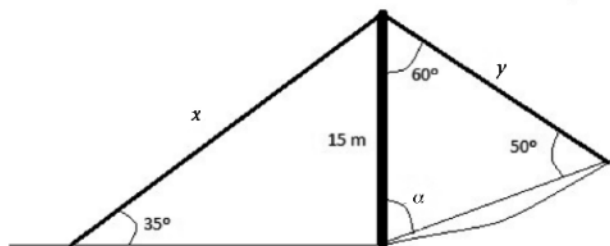
$$5^{x+x+6} = 5^2 \quad x+x+6=2 \quad 2x=-4 \quad x=-2$$

$$5^{-2} \times 5^{-2+6} = 5^{-2+4} = 5^2 = 25 \text{ Correcte}$$

Adjudiqueu 0,75 punts per la resolució i 0,25 punts per la comprovació.

5. Volem subjectar una torre de 15 m d'alçària amb dos cables (x i y), tal com mostra la figura. Calculeu quants metres de cable seran necessaris. Doneu els resultats arrodonits fins a les centèsimes.

[2 punts]



$$\frac{15}{x} = \sin 35^\circ \quad x = \frac{15}{\sin 35^\circ} = 26,15 \text{ m}$$

$$\alpha = 180 - 60 - 50 = 70^\circ \quad \frac{y}{\sin 70^\circ} = \frac{15}{\sin 50^\circ} \quad y = \frac{15 \sin 70^\circ}{\sin 50^\circ} = 18,4 \text{ m}$$

$$\text{Total} = 26,15 + 18,4 = 44,55 \text{ m}$$

Adjudiqueu 0,75 punts pel càlcul de x , 1 punt pel càlcul de y i 0,25 punts per l'arrodoniment.

6. Considereu la funció $f(x) = x^3 - 9x$.

[2 punts en total]

- a) Determineu els punts de tall amb els eixos de la gràfica de la funció.

[0,5 punts]

$$\text{Eix de les } x: x^3 - 9x = 0 \quad x(x^2 - 9) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \text{ (0,0)} \\ x^2 - 9 = 0 \quad x = \pm 3 \text{ (-3,0) i (3,0)} \end{cases}$$

$$\text{Eix de les } y: x = 0 \quad f(0) = 0 \text{ (0,0)}$$

- b) Trobeu els límits $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ i $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

[0,25 punts]

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 9x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 9x) = -\infty$$

- c) Calculeu $f'(x)$ i $f''(x)$ i trobeu els màxims i mínims relatius de la funció.

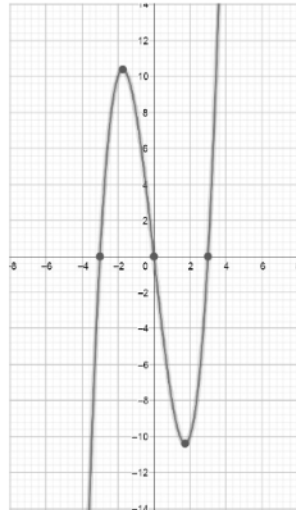
[0,75 punts]

$$f'(x) = 3x^2 - 9 = 0 \quad x^2 = 3 \quad x = \pm\sqrt{3}$$

$$f''(x) = 6x \quad f''(\sqrt{3}) = 6\sqrt{3} > 0 \quad (\sqrt{3}, -6\sqrt{3}) = (1,7, -10,4) \text{ Mínim}$$

$$f''(-\sqrt{3}) = -6\sqrt{3} < 0 \quad (-\sqrt{3}, 6\sqrt{3}) = (-1,7, 10,4) \text{ Màxim}$$

- d) Amb les dades calculades en els apartats anteriors dibuixeu la gràfica de la funció.
[0,5 punts]



7. Un productor de taronges ha rebut la comanda d'una cadena de supermercats amb la condició que el pes de les peces de fruita no tingui una desviació (típica o estàndard) de més d'un 8% de la mitjana aritmètica dels pesos. Per a la comprovació d'aquesta condició s'ha pres una mostra de 20 taronges amb els pesos, mesurats en grams, següents: 128, 132, 124, 125, 127, 134, 126, 120, 121, 124, 122, 128, 123, 126, 131, 139, 136, 116, 117, 125.
[2 punts: 1 punt per cada apartat]

- a) Empleneu la primera columna de la taula següent agrupant les dades dels pesos en cinc intervals, començant amb el pes 115 i amb una amplitud de 5 g. A continuació, escriviu la marca de la classe, la freqüència absoluta, la freqüència relativa i el tant per cent de cada interval.

<i>Interval</i>	<i>Marca de la classe</i>	<i>Freqüència absoluta</i>	<i>Freqüència relativa</i>	<i>Tant per cent</i>
[115, 120)	117,5	2	0,1	10
[120, 125)	122,5	6	0,3	30
[125, 130)	127,5	7	0,35	35
[130, 135)	132,5	3	0,15	15
[135, 140]	137,5	2	0,1	10

- b) Calculeu la mitjana aritmètica i la desviació típica o estàndard i comproveu que es compleix la condició de la cadena de supermercats, és a dir, que la desviació típica és menor que el 8% de la mitjana aritmètica.

$$\bar{x} = \frac{2 \times 117,5 + 6 \times 122,5 + 7 \times 127,5 + 3 \times 132,5 + 2 \times 137,5}{20} = \frac{2535}{20} = 126,75 \quad \sigma = 5,54$$

O bé, si fan els càlculs amb les dades sense agrupar:

$$\bar{x} = \frac{128 + 132 + \dots + 125}{20} = \frac{2524}{20} = 126,2 \quad \sigma = 5,83$$

8% de $\bar{x} \approx 10,1$ En ambdós casos, $\sigma < 8\%$ de \bar{x} .



Institut
d'Estudis
Catalans

Matemàtiques

Sèrie 2

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE PUNTUACIÓ
I CORRECCIÓ**

INSTRUCCIONS

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis, goma, regle, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu material. En cap cas no es permet la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. a) Sabent que la Terra té un radi mitjà de 6.371 km, trobeu la longitud d'un meridià (cercle que passa pels dos pols de la Terra) i de la superfície de la Terra. (Arrodoniu els resultats fins a les unitats.)
[0,5 punts]

b) Si prenem com a aproximació del radi mitjà de la Terra la quantitat de 6400 km, quant valen ara la longitud del meridià i la de la superfície de la Terra? Calculeu l'error absolut i l'error relatiu que cometem en el càlcul de la longitud del meridià i en el càlcul la superfície de la Terra si agafem aquesta aproximació, i expliqueu on creieu que cometem un error més gran.
(Superfície d'una esfera = $4\pi r^2$)
[1,5 punts]

2. Relacioneu cadascuna de les expressions algebraiques següents amb les expressions de la taula.
[0,25 punts per cada relació correcta]

$$x + 2y; \sqrt{a} \cdot b; 2(a + b); \frac{3t}{5}; x - y; (a + b)^2; \sqrt{x \cdot y}; \frac{x + y}{2}$$

El quadrat de la suma de dos nombres	
La diferència de dos nombres	
La semisuma de dos nombres	
El producte de l'arrel d'un nombre per un altre nombre	
L'arrel del producte de dos nombres	
La suma d'un nombre amb el doble d'un altre	
Les tres cinquenes parts d'un nombre	
El doble de la suma de dos nombres	

3. Trobeu, en cada apartat, els nombres que compleixen la condició que s'indica.

a) $(2x + 1)^2 = 25$
[0,75 punts]

b) El seu triple dona el mateix valor que si al seu quadrat li restem 10 unitats.
[0,75 punts]

c) $2^{3x-1} = 32$
[0,5 punts]

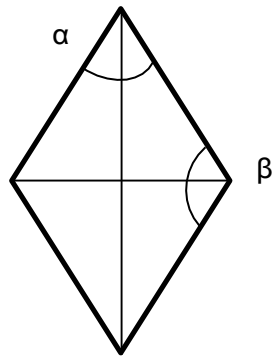
4. Considereu les rectes r: $y = -2x + 5$ i s: $\frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{2}$

a) Trobeu dos punts que pertanyin a cadascuna de les rectes.
[0,75 punts]

b) Trobeu un vector director de cadascuna de les rectes.
[0,5 punts]

c) Calculeu l'angle que formen les dues rectes.
[0,75 punts]

5. Considereu l'estel en forma de rombe representat en el dibuix.

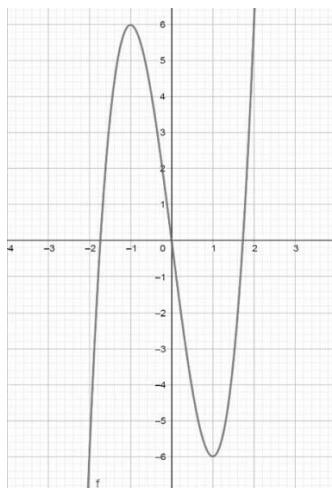


Sabent que la diagonal més llarga mesura 72 cm i la més curta, 38 cm, calculeu la mesura dels costats i la dels angles de l'estel.
[2 punts]

Adjudiqueu 0,75 punts pel càlcul del costat, 0,75 punts pel càlcul del primer angle i 0,5 punts pel càlcul del segon angle.

6. Considereu el gràfic de la funció $f(x)$

[1 punt per apartat]



a) Trobeu les solucions de les equacions $f(x) = 0$ (aproximades) i $f'(x) = 0$

- b) Sabent que $f'(2) = 27$ i $f(2) = 6$, trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció en el punt $x = 2$.

7. En una finca forestal s'han mesurat els diàmetres dels troncs dels arbres que hi ha i les dades s'han recollit en la taula de freqüències següent:

<i>Diàmetre (cm)</i>	<i>Marca de classe</i>	<i>Freqüència absoluta</i>	<i>Freqüència relativa</i>	<i>Percentatge</i>
[10 , 20)		12	0,3	30
[20 , 30)		15		
[30 , 40)			0,2	
[40 , 50]				12,5

$$N = 40$$

Acabeu d'omplir la taula, calculeu la mitjana aritmètica i representeu les dades en un histograma.

[2 punts]

Adjudiqueu 1 punt per omplir la taula, 0,5 punts pel càlcul de la mitjana i 0,5 punts per l'histograma.

Matemàtiques

Sèrie 2

SOLUCIONS,
CRITERIS DE PUNTUACIÓ
I CORRECCIÓ

INSTRUCCIONS

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis, goma, regla, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu material. En cap cas no es permet la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. a) Sabent que la Terra té un radi mitjà de 6.371 km, trobeu la longitud d'un meridià (cercle que passa pels dos pols de la Terra) i de la superfície de la Terra. (Arrodoniu els resultats fins a les unitats.)

[0,5 punts]

$$\text{Longitud meridià} = 2 \cdot \pi \cdot 6371 = 40.030 \text{ km}$$

$$\text{Superfície Terra} = 4 \cdot \pi \cdot 6371^2 = 510.064.472 \text{ km}^2$$

b) Si prenem com a aproximació del radi mitjà de la Terra la quantitat de 6400 km, quant valen ara la longitud del meridià i la de la superfície de la Terra? Calculeu l'error absolut i l'error relatiu que cometem en el càlcul de la longitud del meridià i en el càlcul la superfície de la Terra si agafem aquesta aproximació, i expliqueu on creieu que cometem un error més gran.

(Superfície d'una esfera = $4\pi r^2$)

[1,5 punts]

$$\text{Longitud meridià} = 2 \cdot \pi \cdot 6400 = 40.212 \text{ km}$$

$$\text{Superfície Terra} = 4 \cdot \pi \cdot 6400^2 = 514.718.540 \text{ km}^2$$

$$E_a \text{ longitud meridià} = 40.212 - 40.030 = 182 \text{ km}$$

$$E_r \text{ longitud meridià} = 182:40030 = 0,0045$$

$$E_a \text{ superfície Terra} = 514.718.540 - 510.064.472 = 4.654.068 \text{ km}^2$$

$$E_r \text{ superfície Terra} = 4.654.068 : 510.064.472 = 0,0091$$

Es comet un error més gran en el càlcul de la superfície de la Terra, ja que l'error relatiu d'aquest càlcul és major que el del càlcul de la longitud del meridià.

2. Relacioneu cadascuna de les expressions algebraiques següents amb les expressions de la taula.

[0,25 punts per cada relació correcta]

$$x + 2y; \sqrt{a} \cdot b; 2(a + b); \frac{3t}{5}; x - y; (a + b)^2; \sqrt{x \cdot y}; \frac{x + y}{2}$$

El quadrat de la suma de dos nombres	$(a + b)^2$
La diferència de dos nombres	$x - y$
La semisuma de dos nombres	$\frac{x + y}{2}$
El producte de l'arrel d'un nombre per un altre nombre	$\sqrt{a} \cdot b$
L'arrel del producte de dos nombres	$\sqrt{x \cdot y}$
La suma d'un nombre amb el doble d'un altre	$x + 2y$
Les tres cinquenes parts d'un nombre	$\frac{3t}{5}$
El doble de la suma de dos nombres	$2(a + b)$

3. Trobeu, en cada apartat, els nombres que compleixen la condició que s'indica.

a) $(2x + 1)^2 = 25$
[0,75 punts]

$$2x + 1 = \pm 5 \quad \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

b) El seu triple dona el mateix valor que si al seu quadrat li restem 10 unitats.
[0,75 punts]

$$3x = x^2 - 10 \quad x^2 - 3x - 10 = 0 \quad \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

c) $2^{3x-1} = 32$
[0,5 punts]

$$2^{3x-1} = 2^5 \quad 3x - 1 = 5 \quad x = 2$$

4. Considereu les rectes r: $y = -2x + 5$ i s: $\frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{2}$

a) Trobeu dos punts que pertanyin a cadascuna de les rectes.
[0,75 punts]

$$r: x_1 = 1 \quad y_1 = -2 \cdot 1 + 5 = 3 \quad x_2 = 2 \quad y_2 = -2 \cdot 2 + 5 = 1$$

Dos punts com a exemple de la recta r: (1, 3) i (2, 1)

$$s: x_1 = 2 \quad \frac{2+1}{3} = \frac{y_1-4}{2} \quad y_1 = 6 \quad x_2 = 5 \quad \frac{5+1}{3} = \frac{y_2-4}{2} \quad y_2 = 8$$

Dos punts com a exemple de la recta s: (2, 6) i (5, 8)

b) Trobeu un vector director de cadascuna de les rectes.
[0,5 punts]

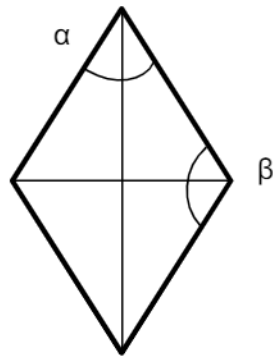
$$\vec{v}_r = (2 - 1, 1 - 3) = (1, -2) \quad \text{o qualsevol altre que hi sigui paral·lel.}$$

$$\vec{v}_s = (5 - 2, 8 - 6) = (3, 2) \quad \text{o qualsevol altre que hi sigui paral·lel.}$$

c) Calculeu l'angle que formen les dues rectes.
[0,75 punts]

$$\cos \alpha = \frac{1 \cdot 3 + (-2) \cdot 2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{13}} = \frac{-1}{\sqrt{65}} \quad \alpha = 97,125^\circ \quad \text{o} \quad \beta = 180 - 97,125 = 82,875^\circ$$

5. Considereu l'estel en forma de rombe representat en el dibuix.

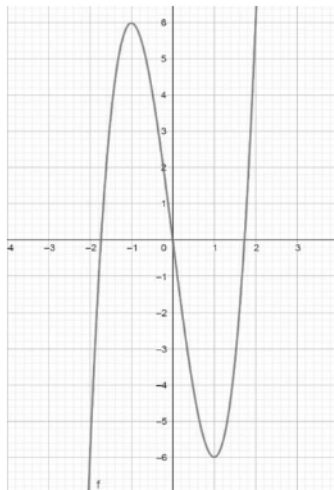


Sabent que la diagonal més llarga mesura 72 cm i la més curta, 38 cm, calculeu la mesura dels costats i la dels angles de l'estel.
[2 punts]

$$\begin{aligned} \text{Costat} &= \sqrt{36^2 + 19^2} = 40,71 \text{ cm} \\ \text{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) &= \frac{19}{36} \quad \frac{\alpha}{2} = 27,824^\circ \quad \alpha = 55,648^\circ \\ \beta &= 180 - 55,648^\circ = 124,352^\circ \end{aligned}$$

Adjudiqueu 0,75 punts pel càlcul del costat, 0,75 punts pel càlcul del primer angle i 0,5 punts pel càlcul del segon angle.

6. Considereu el gràfic de la funció $f(x)$
[1 punt per apartat]



a) Trobeu les solucions de les equacions $f(x) = 0$ (aproximades) i $f'(x) = 0$

$$\text{Solucions (aproximades) de } f(x) = 0 \quad \begin{cases} x_1 = -1,7 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 1,7 \end{cases}$$

$$\text{Solucions de } f'(x) = 0 \quad \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

b) Sabent que $f'(2) = 27$ i $f(2) = 6$, trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció en el punt $x = 2$.

$$y = mx + n \quad m = 27 \quad 6 = 27 \cdot 2 + n \quad n = -48 \quad y = 27x - 48$$

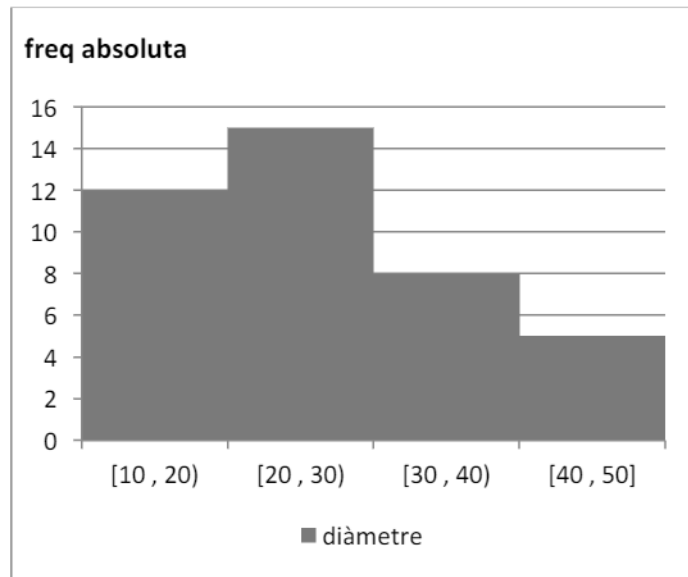
7. En una finca forestal s'han mesurat els diàmetres dels troncs dels arbres que hi ha i les dades s'han recollit en la taula de freqüències següent:

<i>Diàmetre (cm)</i>	<i>Marca de classe</i>	<i>Freqüència absoluta</i>	<i>Freqüència relativa</i>	<i>Percentatge</i>
[10 , 20)	15	12	0,3	30
[20 , 30)	25	15	0,375	37,5
[30 , 40)	35	8	0,2	20
[40 , 50]	45	5	0,125	12,5

$$N = 40$$

Acabeu d'omplir la taula, calculeu la mitjana aritmètica i representeu les dades en un histograma.
[2 punts]

$$\bar{x} = \frac{15 \cdot 12 + 25 \cdot 15 + 35 \cdot 8 + 45 \cdot 5}{40} = \frac{1060}{40} = 26,5$$



Adjudiqueu 1 punt per omplir la taula, 0,5 punts pel càlcul de la mitjana i 0,5 punts per l'histograma.



**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2021**

Matemàtiques

Sèrie 2

SOLUCIONS,

CRITERIS DE PUNTUACIÓ

I CORRECCIÓ

Instruccions

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins exercicis heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que n'heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

Material necessari

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis, goma, regle, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu material. En cap cas no es permet la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. a) Feu les operacions següents amb nombres en notació científica i expresseu el resultat en aquesta mateixa notació:
[1 punt: 0,25 punts per apartat]

- $3,2 \cdot 10^{-5} + 7,35 \cdot 10^{-4} =$

- $7,45 \cdot 10^6 \times 5,467 \cdot 10^{-7} =$

- $\frac{1,25 \cdot 10^5 - 9,1 \cdot 10^4}{4,76 \cdot 10^{-3}} =$

- $(7,4 \cdot 10^3)^2 =$

- b) Passeu a notació científica les quantitats següents:
[1 punt: 0,25 punts per apartat]

- $2.310.000.000 =$

- $0,0000000754 =$

- $32 \text{ bilions} =$

- $15 \text{ deumil·lèsimes} =$

2. Racionalitzeu les fraccions i feu les operacions indicades simplificant tant com es pugui:

3.

a) $\frac{5}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}} =$

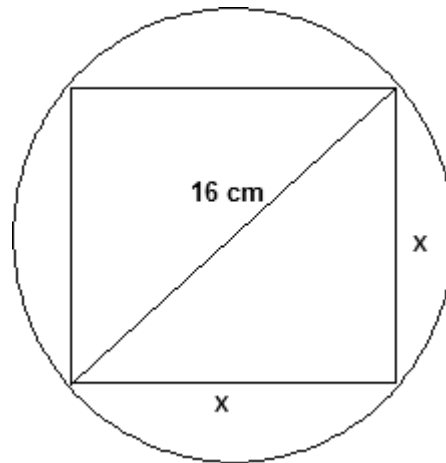
[0,75 punts]

b) $\frac{4}{7-\sqrt{5}} + \frac{6}{7+\sqrt{5}} =$

[1,25 punts]

4. Sabent que el radi de la circumferència és de 8 cm, trobeu el valor del costat del quadrat inscrit i la seva àrea. Per al valor del costat, doneu una aproximació per arrodoniment fins a les centèsimes, i per al valor de l'àrea, doneu el valor enter exacte.

Calculeu també l'àrea del cercle i l'àrea de l'espai comprès entre la circumferència i el quadrat.



Adjudiqueu 1 punt pel càlcul del costat del quadrat; 0,5 punts pel càlcul de l'àrea del quadrat, i 0,5 punts pel càlcul de l'àrea de l'espai comprès entre la circumferència i el quadrat.

4. Donats els vectors $\vec{u} = (-3,2)$, $\vec{v} = (1,4)$ i $\vec{w} = (-1,10)$, trobeu els valors x i y que compleixen que $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$.

Adjudiqueu 1 punt pel plantejament i 1 punt per la resolució.

5. Resoleu els apartats següents.

a) Relacioneu cada una de les funcions següents amb la gràfica que li correspongui:

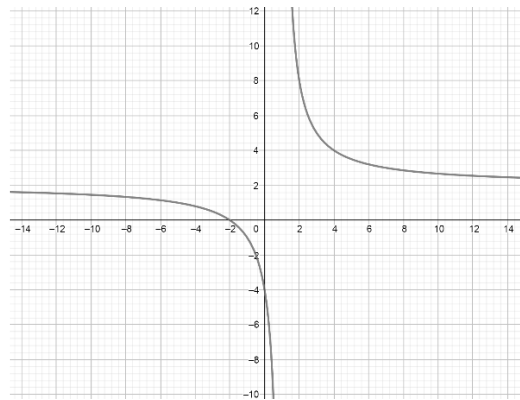
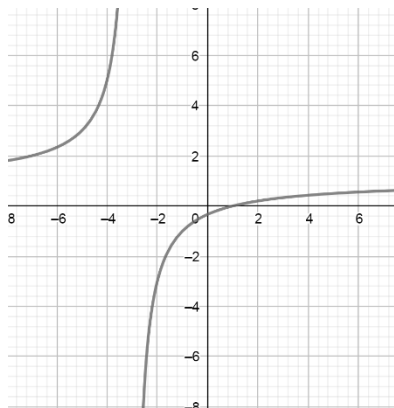
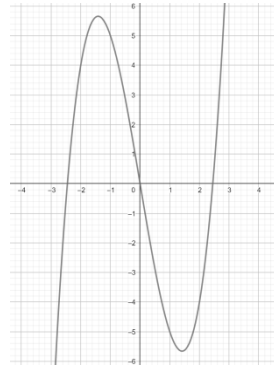
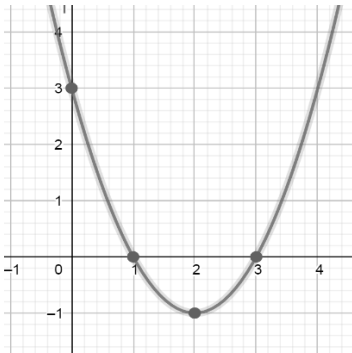
[1 punt]

A. $y = x^2 - 4x + 3$

B. $y = \frac{x-1}{x+3}$

C. $y = \frac{2x+4}{x-1}$

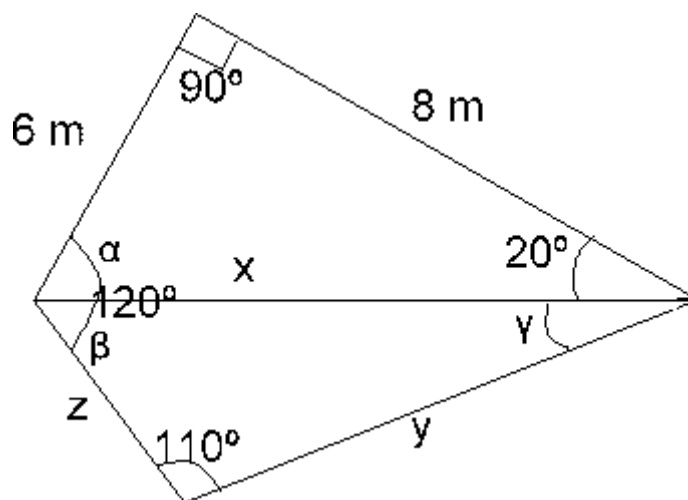
D. $y = x^3 - 6x$



b) Digueu on són i de quin tipus són les asímptotes de la funció C.
[0,25 punts]

c) Trobeu, a partir de la derivada, les coordenades x i y dels punts on es troben el màxim i el mínim de la funció D.
[0,75 punts]

6. Considereu la figura següent formada per dos triangles contigus, un dels quals és rectangle:



a) Calculeu els angles α , β i γ que falten dels dos triangles.
[0,75 punts]

- b) Calculeu els costats x (fent ús del teorema de Pitàgores), y i z (aplicant el teorema del sinus).
[1,25 punts]

7. En la taula que segueix hi ha el recull de dades de la valoració d'un venedor en què van participar 80 persones i que es puntuava de l'1 al 6. En la taula es van perdre dues de les dades.

Recull de dades						
<i>Punts</i>	1	2	3	4	5	6
<i>Nombre de persones</i>	4	4	7			9

Sabent que el nombre de persones que el van puntuar amb un 5 era el triple del nombre de persones que el van puntuar amb un 4, acabeu d'omplir la taula, trobeu la moda, la mitjana i la mediana, i representeu les dades en un diagrama de barres.

Adjudiqueu 0,75 punts per emplenar la taula, 0,75 punts pel càlcul dels paràmetres i 0,5 punts pel diagrama de barres.



**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2021**

Matemàtiques

Sèrie 2

SOLUCIONS,

CRITERIS DE PUNTUACIÓ

I CORRECCIÓ

Instruccions

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins exercicis heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que n'heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

Material necessari

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis, goma, regle, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu material. En cap cas no es permet la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. a) Feu les operacions següents amb nombres en notació científica i expresseu el resultat en aquesta mateixa notació:

[1 punt: 0,25 punts per apartat]

- $3,2 \cdot 10^{-5} + 7,35 \cdot 10^{-4} = 7,67 \cdot 10^{-4}$
- $7,45 \cdot 10^6 \times 5,467 \cdot 10^{-7} = 4,072915$
- $\frac{1,25 \cdot 10^5 - 9,1 \cdot 10^4}{4,76 \cdot 10^{-3}} = 7,142857 \cdot 10^6$
- $(7,4 \cdot 10^3)^2 = 5,476 \cdot 10^7$

- b) Passeu a notació científica les quantitats següents:

[1 punt: 0,25 punts per apartat]

- $2.310.000.000 = 2,31 \cdot 10^9$
- $0,0000000754 = 7,54 \cdot 10^{-8}$
- $32 \text{ bilions} = 3,2 \cdot 10^{13}$
- $15 \text{ deumil·lèsimes} = 1,5 \cdot 10^{-3}$

2. Racionalitzeu les fraccions i feu les operacions indicades simplificant tant com es pugui:

a) $\frac{5}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2} - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2} = \frac{5\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

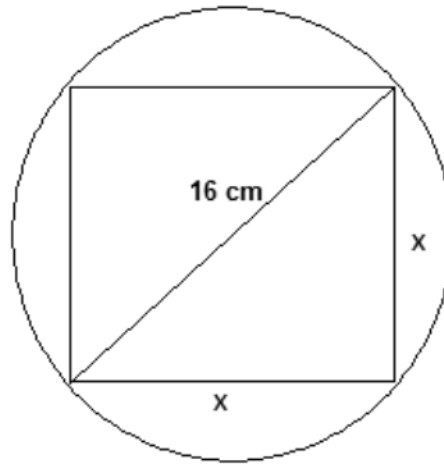
[0,75 punts]

b) $\frac{4}{7-\sqrt{5}} + \frac{6}{7+\sqrt{5}} = \frac{4(7+\sqrt{5})}{(7-\sqrt{5})(7+\sqrt{5})} + \frac{6(7-\sqrt{5})}{(7+\sqrt{5})(7-\sqrt{5})} = \frac{28+4\sqrt{5}}{7^2-\sqrt{5}^2} + \frac{42-6\sqrt{5}}{7^2-\sqrt{5}^2} = \frac{70-2\sqrt{5}}{44} = \frac{35-\sqrt{5}}{22}$

[1,25 punts]

3. Sabent que el radi de la circumferència és de 8 cm, trobeu el valor del costat del quadrat inscrit i la seva àrea. Per al valor del costat, doneu una aproximació per arrodoniment fins a les centèsimes, i per al valor de l'àrea, doneu el valor enter exacte.

Calculeu també l'àrea del cercle i l'àrea de l'espai comprès entre la circumferència i el quadrat.



$$x^2 + x^2 = 16^2 \quad 2x^2 = 256 \quad x^2 = 128 \quad x = \sqrt{128} = 11,31 \text{ cm}$$

$$\text{Àrea}_{\text{quadrat}} = \sqrt{128}^2 = 128 \text{ cm}^2$$

$$\text{Àrea}_{\text{cercle}} = \pi \cdot 8^2 = 201,06 \text{ cm}^2 \quad \text{Àrea}_{\text{espai}} = 201,06 - 128 = 73,06 \text{ cm}^2$$

Adjudiqueu 1 punt pel càlcul del costat del quadrat; 0,5 punts pel càlcul de l'àrea del quadrat, i 0,5 punts pel càlcul de l'àrea de l'espai comprès entre la circumferència i el quadrat.

4. Donats els vectors $\vec{u} = (-3,2)$, $\vec{v} = (1,4)$ i $\vec{w} = (-1,10)$, trobeu els valors x i y que compleixen que $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$.

$$\begin{aligned} (-1, 10) &= x(-3, 2) + y(1, 4) \\ \begin{cases} -1 = -3x + y \\ 10 = 2x + 4y \end{cases} &\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Adjudiqueu 1 punt pel plantejament i 1 punt per la resolució.

5. Resoleu els apartats següents.

a) Relacioneu cada una de les funcions següents amb la gràfica que li correspongui:

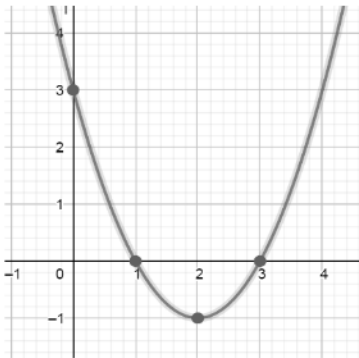
[1 punt]

A. $y = x^2 - 4x + 3$

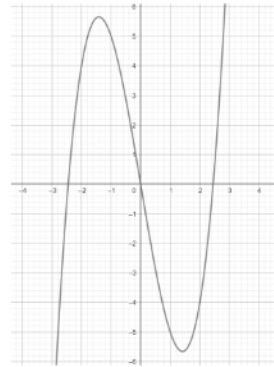
B. $y = \frac{x-1}{x+3}$

C. $y = \frac{2x+4}{x-1}$

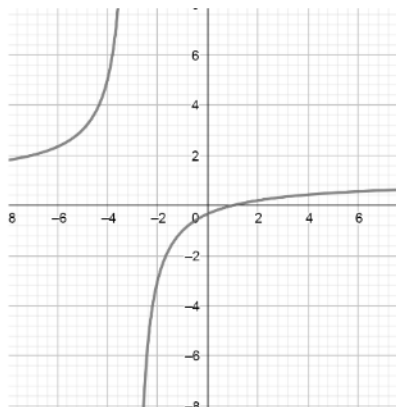
D. $y = x^3 - 6x$



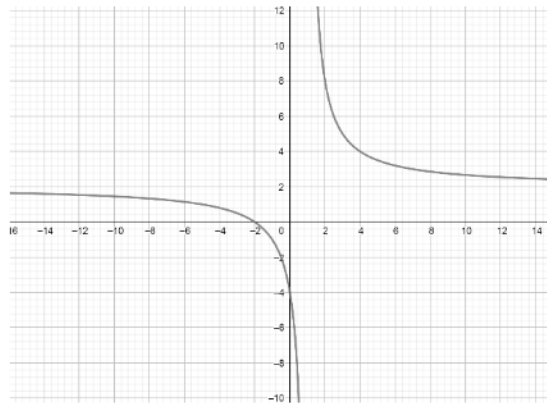
A



D



B



C

- b) Digueu on són i de quin tipus són les asímptotes de la funció C.
[0,25 punts]

Asímtota vertical en $x = 1$ i asímtota horitzontal en $y = 2$

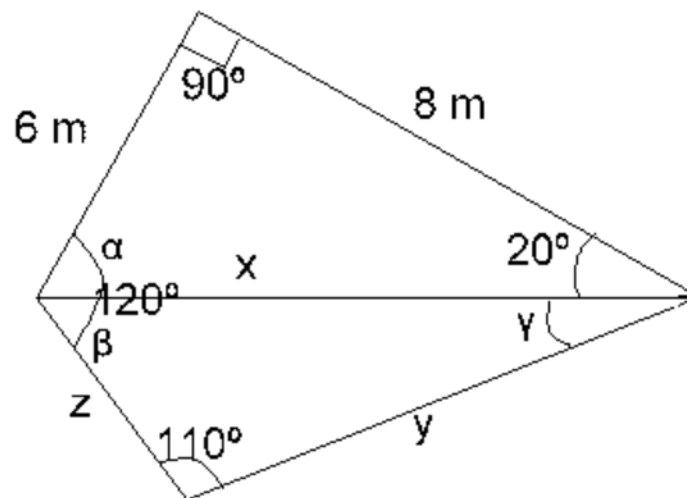
- c) Trobeu, a partir de la derivada, les coordenades x i y dels punts on es troben el màxim i el mínim de la funció D.
[0,75 punts]

$$y' = 3x^2 - 6 = 0 \quad 3x^2 = 6 \quad x^2 = 2 \quad x = \pm\sqrt{2}$$

$$\text{Màxim: } x = -\sqrt{2} \quad y = (-\sqrt{2})^3 - 6(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{Mínim: } x = \sqrt{2} \quad y = (\sqrt{2})^3 - 6(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$$

6. Considereu la figura següent formada per dos triangles contigus, un dels quals és rectangle:



- a) Calculeu els angles α , β i γ que falten dels dos triangles.
[0,75 punts]

$$\alpha = 180 - 90 - 20 = 70^\circ \quad \beta = 120 - 70 = 50^\circ \quad \gamma = 180 - 110 - 50 = 20^\circ$$

- b) Calculeu els costats x (fent ús del teorema de Pitàgores), y i z (aplicant el teorema del sinus).

[1,25 punts]

$$x = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$\frac{y}{\sin 50} = \frac{10}{\sin 110} \quad y = \frac{10 \cdot \sin 50}{\sin 110} = 8,15$$

$$\frac{z}{\sin 20} = \frac{10}{\sin 110} \quad y = \frac{10 \cdot \sin 20}{\sin 110} = 3,64$$

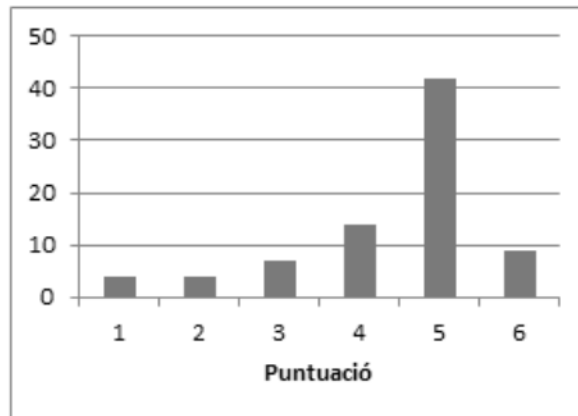
7. En la taula que segueix hi ha el recull de dades de la valoració d'un venedor en què van participar 80 persones i que es puntuava de l'1 al 6. En la taula es van perdre dues de les dades.

Recull de dades						
<i>Punts</i>	1	2	3	4	5	6
<i>Nombre de persones</i>	4	4	7	x = 14	3x = 42	9

Sabent que el nombre de persones que el van puntuar amb un 5 era el triple del nombre de persones que el van puntuar amb un 4, acabeu d'omplir la taula, trobeu la moda, la mitjana i la mediana, i representeu les dades en un diagrama de barres.

$$4 + 4 + 7 + x + 3x + 9 = 80 \quad 4x = 56 \quad x = 14$$

$$\text{Moda} = 5 \quad \text{Mediana} = \frac{5+5}{2} = 5 \quad \text{Mitjana} = \frac{1 \cdot 4 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 14 + 5 \cdot 42 + 6 \cdot 9}{80} = \frac{353}{80} = 4,41$$



Adjudiqueu 0,75 punts per emplenar la taula, 0,75 punts pel càlcul dels paràmetres i 0,5 punts pel diagrama de barres.



Matemàtiques

Sèrie 2

SOLUCIONS,
CRITERIS DE PUNTUACIÓ
I CORRECCIÓ

INSTRUCCIONS

- Trieu i resolcu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins exercicis heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

Material necessari

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis, goma, regle, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu material. En cap cas no es permet la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. Feu les operacions següents aplicant les propietats de les potències i deixeu el resultat en forma d'una sola potència.

[2 punts en total: 0,5 punts per apartat]

a) $5^3 \cdot 5^2 \cdot 5^{-4} =$

b) $\frac{7^5 \cdot 7^3}{7^{-2}} =$

c) $\frac{2 \cdot 2^5}{8} =$

d) $(3^2)^4 \cdot 3^3 \cdot 3 =$

2. Resoleu les qüestions següents:

a) De les successions següents, digueu quines són progressions aritmètiques i d'aquestes trobeu-ne el terme general.

[1,5 punts]

<i>Successió</i>	<i>Resposta</i>
1, 3, 9, 27, ...	
5, 8, 11, 14, ...	
-7, -3, 1, 5, ...	
2, -3, 4, -5, ...	

Adjudiqueu 0,25 punts per indicar si és o no progressió aritmètica (total 1 punt) i 0,25 pel terme general.

b) D'una progressió aritmètica en coneixem el terme $a_4 = 12$ i el terme $a_9 = 37$. Trobeu la diferència (d) de la progressió i el terme a_1 .

[0,5 punts]

3. Considereu els polinomis:

$$A(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

$$B(x) = 2x - 3$$

$$C(x) = 5x^3 - 9x^2 + 33x + 7$$

a) Feu l'operació $A(x) \cdot B(x) - C(x)$

[1 punt]

b) Quin és el polinomi que multiplicat per $x^2 - 2x + 7$ dona el polinomi $C(x)$?

[1 punt]

4. Donats els vectors $\vec{u} = (-3,2)$, $\vec{v} = (1,4)$ i $\vec{w} = (-1,10)$, trobeu:

a) El vector $x\vec{v} = u + 3v - 2w$.

[0,5 punts]

b) Els mòduls dels vectors \vec{u} i \vec{v} .

[0,75 punts]

c) L'angle que formen el vector \vec{u} i el vector \vec{v} .

[0,75 punts]

5. En un caixer automàtic han posat un total de 190 bitllets, entre bitllets de 10, 20 i 50 euros. Sabem que el nombre de bitllets de 20 euros és igual al nombre de bitllets de 10 i 50 euros junts, i que la quantitat total d'euros és de 4.250. Quants bitllets de cada tipus han posat en el caixer?

Adjudiqueu 1 punt pel plantejament i 1 punt per la resolució.

6. Donada la paràbola de funció $y = x^2 - 6x + 8$ i la recta de funció $y = -2x + 5$

a) Representeu-les gràficament en els mateixos eixos de coordenades. Per representar la paràbola, s'han de trobar el vèrtex i els punts de tall amb els eixos.

[1,25 punts]

Adjudiqueu 0,75 punts per la representació de la paràbola i 0,5 punts per la representació de la recta.

b) Quin és el pendent de la recta? En quin punt la recta tangent a la paràbola serà paral·lela a la recta donada?
(Del punt s'ha de trobar la coordenada x i la coordenada y).
[0,75 punts]

Adjudiqueu 0,25 punts pel pendent de la recta i 0,5 punts pel punt de la paràbola.

7. En la taula següent es mostren les capacitats totals dels pantans de la conca del riu Ter i els volums (mitjans) d'aigua assolits en hm^3 entre els anys 2015 i 2019.

<i>Embassaments</i>	<i>Capacitat total (hm^3)</i>	<i>2015</i>	<i>2016</i>	<i>2017</i>	<i>2018</i>	<i>2019</i>
<i>Sau (Ter)</i>	165	100	78	90	126	87
<i>Susqueda (Ter)</i>	233	183	131	135	184	124

a) Calculeu la mitjana aritmètica del volum d'aigua de cada pantà en aquests cinc anys, i el percentatge que correspon a aquesta mitjana respecte a la capacitat total.
[1 punt]

b) Feu un diagrama de barres del volum d'aigua al llarg d'aquests cinc anys conjunt per als dos pantans.

[1 punt]



Matemàtiques

Sèrie 2

SOLUCIONS,

CRITERIS DE PUNTUACIÓ

I CORRECCIÓ

INSTRUCCIONS

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins exercicis heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

Material necessari

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis, goma, regla, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu material. En cap cas no es permet la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. Feu les operacions següents aplicant les propietats de les potències i deixeu el resultat en forma d'una sola potència.

[2 punts en total: 0,5 punts per apartat]

a) $5^3 \cdot 5^2 \cdot 5^{-4} = 5^{3+2+(-4)} = 5^1 = 5$

b) $\frac{7^5 \cdot 7^3}{7^{-2}} = 7^{5+3-(-2)} = 7^{10}$

c) $\frac{2 \cdot 2^5}{8} = \frac{2 \cdot 2^5}{2^3} = 2^{1+5-3} = 2^3$

d) $(3^2)^4 \cdot 3^3 \cdot 3 = 3^8 \cdot 3^3 \cdot 3 = 3^{8+3+1} = 3^{12}$

2. Resoleu les qüestions següents:

a) De les successions següents, digueu quines són progressions aritmètiques i d'aquestes trobeu-ne el terme general.

[1,5 punts]

<i>Successió</i>	<i>Resposta</i>
1, 3, 9, 27, ...	No és progressió aritmètica.
5, 8, 11, 14, ...	Sí que és progressió aritmètica. $a_n = 5 + 3(n - 1) = 3n + 2$
-7, -3, 1, 5, ...	Sí que és progressió aritmètica. $a_n = -7 + 4(n - 1) = 4n - 11$
2, -3, 4, -5, ...	No és progressió aritmètica.

Adjudiqueu 0,25 punts per indicar si és o no progressió aritmètica (total 1 punt) i 0,25 pel terme general.

b) D'una progressió aritmètica en coneixem el terme $a_4 = 12$ i el terme $a_9 = 37$. Trobeu la diferència (d) de la progressió i el terme a_1 .

[0,5 punts]

$$d = \frac{37 - 12}{9 - 4} = 5 \quad a_1 = a_4 - 3 \cdot 5 = 12 - 15 = -3$$

3. Considereu els polinomis:

$$A(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

$$B(x) = 2x - 3$$

$$C(x) = 5x^3 - 9x^2 + 33x + 7$$

a) Feu l'operació $A(x) \cdot B(x) - C(x)$

[1 punt]

$$\begin{aligned} & (x^3 - 3x^2 + 1)(2x - 3) - (5x^3 - 9x^2 + 33x + 7) = \\ & = 2x^4 - 3x^3 - 6x^3 + 9x^2 + 2x - 3 - 5x^3 + 9x^2 - 33x - 7 = \\ & = 2x^4 - 14x^3 + 18x^2 - 31x - 10 \end{aligned}$$

b) Quin és el polinomi que multiplicat per $x^2 - 2x + 7$ dona el polinomi $C(x)$?

[1 punt]

$$\begin{array}{r|l} 5x^3 - 9x^2 + 33x + 7 & x^2 - 2x + 7 \\ \hline -5x^3 + 10x^2 - 35x & 5x + 1 \\ \hline x^2 - 2x + 7 & \\ \hline -x^2 + 2x - 7 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

És el $5x + 1$

4. Donats els vectors $\vec{u} = (-3, 2)$, $\vec{v} = (1, 4)$ i $\vec{w} = (-1, 10)$, trobeu:

a) El vector $\vec{x} = u + 3v - 2w$.

[0,5 punts]

$$\vec{x} = (-3, 2) + 3(1, 4) - 2(-1, 10) = (-3 + 3 + 2, 2 + 12 - 20) = (2, -6)$$

b) Els mòduls dels vectors \vec{u} i \vec{v} .

[0,75 punts]

$$|\vec{u}| = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13} \quad |\vec{v}| = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

c) L'angle que formen el vector \vec{u} i el vector \vec{v} .

[0,75 punts]

$$\cos \alpha = \frac{-3 \cdot 1 + 2 \cdot 4}{\sqrt{13}\sqrt{17}} = \frac{5}{\sqrt{221}} \quad \alpha = 70,35^\circ$$

5. En un caixer automàtic han posat un total de 190 bitllets, entre bitllets de 10, 20 i 50 euros. Sabem que el nombre de bitllets de 20 euros és igual al nombre de bitllets de 10 i 50 euros junts, i que la quantitat total d'euros és de 4.250. Quants bitllets de cada tipus han posat en el caixer?

$$\begin{cases} x + y + z = 190 \\ y = x + z \\ 10x + 20y + 50z = 4.250 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z = 190 \\ -x + y - z = 0 \\ x + 2y + 5z = 425 \end{cases} \quad x = 60 \quad y = 95 \quad z = 35$$

Adjudiqueu 1 punt pel plantejament i 1 punt per la resolució.

6. Donada la paràbola de funció $y = x^2 - 6x + 8$ i la recta de funció $y = -2x + 5$

a) Representeu-les gràficament en els mateixos eixos de coordenades. Per representar la paràbola, s'han de trobar el vèrtex i els punts de tall amb els eixos.

[1,25 punts]

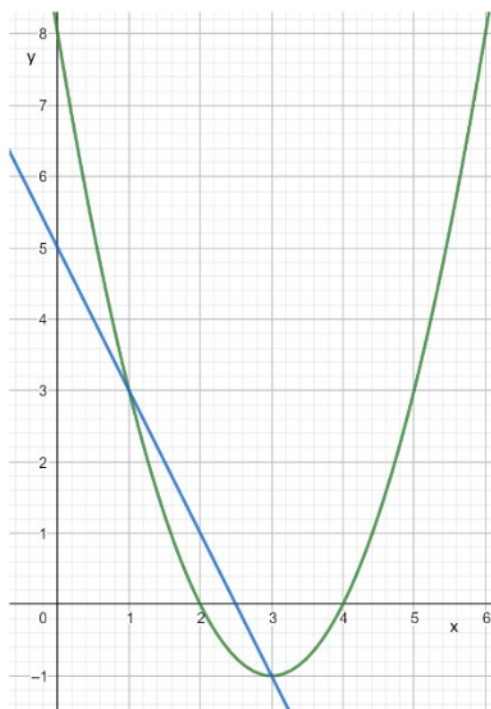
Representació de la paràbola:

$$x_v = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3 \quad y_v = 3^2 - 6 \cdot 3 + 8 = -1$$

Punts de tall eix X $x^2 - 6x + 8 = 0 \quad x_1 = 4 \quad x_2 = 2$

Punt de tall eix Y $y = f(0) = 8$

Representació de la recta: buscar un mínim de dos punts de la recta.



Adjudiqueu 0,75 punts per la representació de la paràbola i 0,5 punts per la representació de la recta.

b) Quin és el pendent de la recta? En quin punt la recta tangent a la paràbola serà paral·lela a la recta donada?

(Del punt s'ha de trobar la coordenada x i la coordenada y).

[0,75 punts]

Pendent de la recta $m = -2$

Punt de la paràbola en què la recta tangent serà paral·lela a la recta donada:

$$f'(x) = 2x - 6 \quad 2x - 6 = -2 \quad 2x = 4 \quad x = 2 \quad y = 2^2 - 6 \cdot 2 + 8 = 0$$

Adjudiqueu 0,25 punts pel pendent de la recta i 0,5 punts pel punt de la paràbola.

7. En la taula següent es mostren les capacitats totals dels pantans de la conca del riu Ter i els volums (mitjans) d'aigua assolits en hm^3 entre els anys 2015 i 2019.

<i>Embassaments</i>	<i>Capacitat total (hm^3)</i>	<i>2015</i>	<i>2016</i>	<i>2017</i>	<i>2018</i>	<i>2019</i>
<i>Sau (Ter)</i>	165	100	78	90	126	87
<i>Susqueda (Ter)</i>	233	183	131	135	184	124

a) Calculeu la mitjana aritmètica del volum d'aigua de cada pantà en aquests cinc anys, i el percentatge que correspon a aquesta mitjana respecte a la capacitat total.

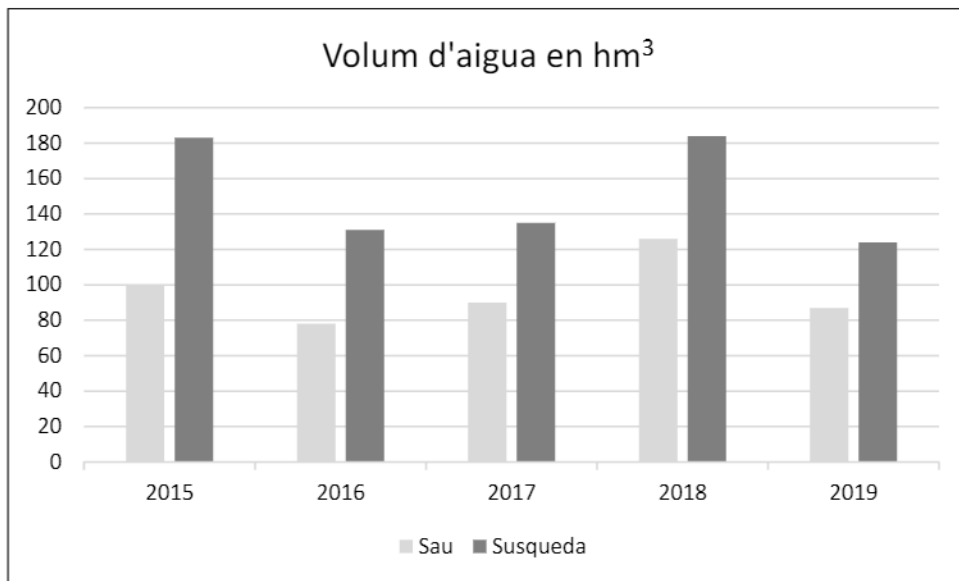
[1 punt]

$$\bar{x}_{\text{Sau}} = \frac{100 + 78 + 90 + 126 + 87}{5} = \frac{481}{5} = 96,2 \text{ hm}^3 \quad \frac{96,2}{165} \cdot 100 = 58,3 \%$$

$$\bar{x}_{\text{Susqueda}} = \frac{183 + 131 + 135 + 184 + 124}{5} = \frac{757}{5} = 151,4 \text{ hm}^3 \quad \frac{151,4}{233} \cdot 100 = 65 \%$$

b) Feu un diagrama de barres del volum d'aigua al llarg d'aquests cinc anys conjunt per als dos pantans.

[1 punt]





Matemàtiques

Sèrie 2

SOLUCIONS,

CRITERIS DE PUNTUACIÓ

I CORRECCIÓ

INSTRUCCIONS

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins exercicis heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

Material necessari

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis, goma, regla, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cada aspirant ha de portar el seu material. En cap cas no es permet la cessió de calculadores ni d'altres materials entre les persones aspirants.

1. Digueu si les afirmacions següents són vertaderes o falses:

[2 punts en total: 0,25 punts per apartat]

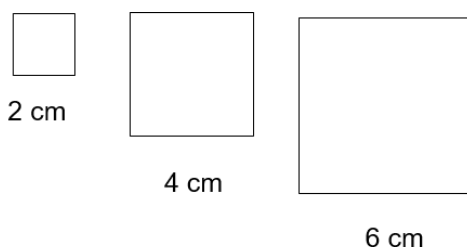
- a) 3 és un nombre racional.
- b) $\sqrt{225}$ és un nombre irracional.
- c) -25 és un nombre enter.
- d) $\sqrt{-4}$ no és un nombre real.
- e) 2^{-3} és un nombre enter.
- f) $\frac{35}{7}$ és un nombre natural.
- g) $5, \hat{3}$ és un nombre irracional.
- h) $\sqrt{7}$ és un nombre irracional.

2. Realitzeu les operacions següents amb radicals i doneu-ne el resultat amb una sola arrel:

[2 punts en total: 0,5 punts per apartat]

- a) $3\sqrt{5} + \frac{2}{3}\sqrt{5} - \sqrt{5} =$
- b) $2\sqrt{75} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{12} =$
- c) $\sqrt[5]{12} \cdot \sqrt[5]{7} = \sqrt[5]{12 \cdot 7} =$
- d) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[12]{3^3} \cdot \sqrt[12]{2^4} =$

3. Considereu la successió dels quadrats, dels quals el primer té un costat de 2 cm i cada quadrat té el costat 2 cm més gran que l'anterior.



a) Trobeu els cinc primers termes de la successió dels perímetres i els cinc primers termes de la successió de les àrees dels quadrats.

[1 punt]

b) Considereu la successió dels costats i la successió dels perímetres. Totes dues són progressions. De quin tipus? Quin és el terme general de cadascuna?

[1 punt]

Adjudiqueu 0,25 punts pel tipus de progressions i 0,75 punts pels termes generals.

4. Es vol calcular quin és el valor de la gravetat d'un planeta llunyà, i per fer-ho es llança un objecte en direcció vertical cap amunt. L'altura (h), mesurada en metres, a la qual es troba l'objecte en funció del temps (t), mesurat en segons, ve donada per una funció polinòmica de 2n grau com la següent: $h(t) = at^2 + bt + c$, on c representa l'altura inicial; b , la velocitat que es dona a l'objecte en el moment inicial; i a , la meitat de la gravetat del planeta.

S'ha mesurat l'altura en diferents moments (a l'inici, al cap d'1 segon i al cap de 2 segons), i s'han obtingut els resultats següents: $h(0) = 0$, $h(1) = 7$ i $h(2) = 8$. Amb aquestes dades, trobeu els valors dels paràmetres a , b i c .
[2 punts]

Adjudiqueu 0,75 punts pel paràmetre a , 0,75 punts pel paràmetre b i 0,5 punts pel paràmetre c .

5. Resoleu les qüestions següents:

a) Considereu els punts $A(-6, 3)$ i $B(-5, 15)$. Trobeu els components del vector \overline{AB} i la distància que separa tots dos punts.
[1 punt]

Adjudiqueu 0,5 punts pels components del vector i 0,5 punts per la distància.

b) Trobeu també l'equació de la recta que passa per aquests dos punts en forma contínua i explícita.
[1 punt]

Adjudiqueu 0,5 punts per l'equació contínua i 0,5 punts per l'equació explícita.

6. Considereu la funció $f(x) = x(x^2 - 12)$ i trobeu:

a) Els punts de tall amb els eixos.
[0,5 punts]

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ i $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
[0,25 punts]

c) El màxim i el mínim relatiu.
[0,75 punts]

d) Amb les dades que acabeu de trobar, feu un esbós de la gràfica de la funció.
[0,5 punts]

7. En una població de flamencs s'ha detectat una mortaldat superior a la normal, i per això se n'ha fet un estudi en una mostra de 80 exemplars, amb 50 femelles i 30 mascles. En el 15 % de les femelles i en el 20% dels mascles s'ha detectat un virus que podria ser el causant de l'augment de la mortalitat.

a) Trobeu la probabilitat que, en agafar un exemplar a l'atzar, sigui femella i la probabilitat que sigui mascle.
[0,5 punts]

b) Feu un diagrama d'arbre i indiqueu-hi les probabilitats de cada branca per trobar les probabilitats següents quan agafem un exemplar a l'atzar.

[1,5 punts en total: 1 punt pel diagrama i 0,25 punts per cadascuna de la probabilitats]

b1) Que sigui mascle i infectat pel virus.

b2) Que sigui femella i no infectada pel virus.



Matemàtiques

Sèrie 2

SOLUCIONS,

CRITERIS DE PUNTUACIÓ

I CORRECCIÓ

INSTRUCCIONS

- . Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- . Indiqueu clarament quins exercicis heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- . Cada exercici val 2 punts.

Material necessari

- . Material d'ús habitual: bolígraf, llapis, goma, regle, etcètera.
- . Compàs i semicercle graduat (transportador).
- . Calculadora científica.

Cada aspirant ha de portar el seu material. En cap cas no es permet la cessió de calculadores ni d'altres materials entre les persones aspirants.

1. Digueu si les afirmacions següents són vertaderes o falses:

[2 punts en total: 0,25 punts per apartat]

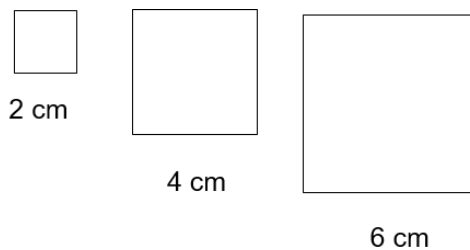
- a) 3 és un nombre racional. **Vertadera**
b) $\sqrt{225}$ és un nombre irracional. **Falsa**
c) -25 és un nombre enter. **Vertadera**
d) $\sqrt{-4}$ no és un nombre real. **Vertadera**
e) 2^{-3} és un nombre enter. **Falsa**
f) $\frac{35}{7}$ és un nombre natural. **Vertadera**
g) $5, \hat{3}$ és un nombre irracional. **Falsa**
h) $\sqrt{7}$ és un nombre irracional. **Vertadera**

2. Realitzeu les operacions següents amb radicals i doneu-ne el resultat amb una sola arrel:

[2 punts en total: 0,5 punts per apartat]

- a) $3\sqrt{5} + \frac{2}{3}\sqrt{5} - \sqrt{5} = \left(3 + \frac{2}{3} - 1\right)\sqrt{5} = \frac{8}{3}\sqrt{5}$
b) $2\sqrt{75} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{12} = 2\sqrt{3 \cdot 5^2} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{2^2 \cdot 3} =$
 $10\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 17\sqrt{3}$
c) $\sqrt[5]{12} \cdot \sqrt[5]{7} = \sqrt[5]{12 \cdot 7} = \sqrt[5]{84}$
d) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[12]{3^3} \cdot \sqrt[12]{2^4} = \sqrt[12]{3^3 \cdot 2^4} = \sqrt[12]{432}$

3. Considereu la successió dels quadrats, dels quals el primer té un costat de 2 cm i cada quadrat té el costat 2 cm més gran que l'anterior.



a) Trobeu els cinc primers termes de la successió dels perímetres i els cinc primers termes de la successió de les àrees dels quadrats.

[1 punt]

$$P_n = \{8, 16, 24, 32, 40, \dots\}$$

$$A_n = \{4, 16, 36, 64, 100, \dots\}$$

b) Considereu la successió dels costats i la successió dels perímetres. Totes dues són progressions. De quin tipus? Quin és el terme general de cadascuna?

[1 punt]

La successió dels costats i la successió dels perímetres són progressions aritmètiques.

$$C_n = 2n \quad i \quad P(n) = 8n$$

Adjudiqueu 0,25 punts pel tipus de progressions i 0,75 punts pels termes generals.

4. Es vol calcular quin és el valor de la gravetat d'un planeta llunyà, i per fer-ho es llança un objecte en direcció vertical cap amunt. L'altura (h), mesurada en metres, a la qual es troba l'objecte en funció del temps (t), mesurat en segons, ve donada per una funció polinòmica de 2n grau com la següent: $h(t) = at^2 + bt + c$, on c representa l'altura inicial; b , la velocitat que es dona a l'objecte en el moment inicial; i a , la meitat de la gravetat del planeta.

S'ha mesurat l'altura en diferents moments (a l'inici, al cap d'1 segon i al cap de 2 segons), i s'han obtingut els resultats següents: $h(0) = 0$, $h(1) = 7$ i $h(2) = 8$. Amb aquestes dades, trobeu els valors dels paràmetres a , b i c .

[2 punts]

$$h(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \quad c = 0$$

$$h(1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 = a + b = 7 \quad h(2) = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 = 4a + 2b = 8$$

$$\begin{cases} a + b = 7 \\ 2a + b = 4 \end{cases} \quad a = -3 \quad b = 10$$

Adjudiqueu 0,75 punts pel paràmetre a , 0,75 punts pel paràmetre b i 0,5 punts pel paràmetre c .

5. Resoleu les qüestions següents:

a) Considereu els punts $A(-6, 3)$ i $B(-5, 15)$. Trobeu els components del vector \overrightarrow{AB} i la distància que separa tots dos punts.

[1 punt]

$$\overrightarrow{AB} = (-5 - (-6), 15 - 3) = (1, 12)$$

$$d(A, B) = \sqrt{1^2 + 12^2} = \sqrt{145}$$

Adjudiqueu 0,5 punts pels components del vector i 0,5 punts per la distància.

b) Trobeu també l'equació de la recta que passa per aquests dos punts en forma contínua i explícita.

[1 punt]

Vector director: $\vec{v} = \overrightarrow{AB} = (1, 12)$ **Punt pel que passa:** $A(-6, 3)$ o $B(-5, 15)$

Equació contínua: $\frac{x+6}{1} = \frac{y-3}{12}$ o $\frac{x+5}{1} = \frac{y-15}{12}$

Equació explícita: $y = 12x + 75$

Adjudiqueu 0,5 punts per l'equació contínua i 0,5 punts per l'equació explícita.

6. Considereu la funció $f(x) = x(x^2 - 12)$ i trobeu:

a) Els punts de tall amb els eixos.

[0,5 punts]

Eix x: $x(x^2 - 12) = 0 \quad x_1 = 0 \quad x^2 - 12 = 0 \quad x^2 = 12 \quad x_{2,3} = \pm\sqrt{12}$

Eix y: $f(0) = 0 \quad y = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ i $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

[0,25 punts]

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

c) El màxim i el mínim relatiu.

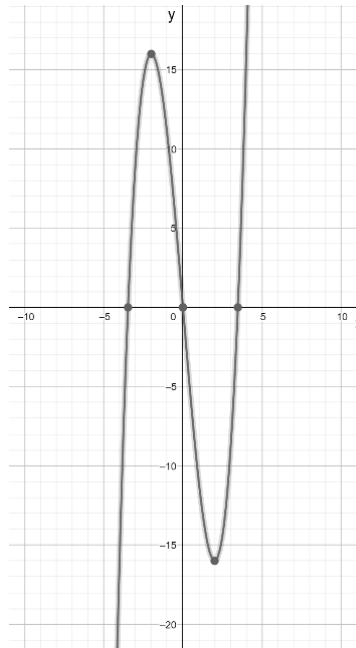
[0,75 punts]

$$f(x) = x^3 - 12x \quad f'(x) = 3x^2 - 12 \quad 3x^2 - 12 = 0 \quad x^2 = 4 \quad x_{1,2} = \pm 2$$

$$f''(x) = 6x \quad f''(2) = 12 \quad \text{mínim a } (2, -16) \quad f''(-2) = -12 \quad \text{màxim a } (-2, 16)$$

d) Amb les dades que acabeu de trobar, feu un esbós de la gràfica de la funció.

[0,5 punts]



7. En una població de flamencs s'ha detectat una mortaldat superior a la normal, i per això se n'ha fet un estudi en una mostra de 80 exemplars, amb 50 femelles i 30 mascles. En el 15 % de les femelles i en el 20% dels mascles s'ha detectat un virus que podria ser el causant de l'augment de la mortalitat.

a) Trobeu la probabilitat que, en agafar un exemplar a l'atzar, sigui femella i la probabilitat que sigui mascle.

[0,5 punts]

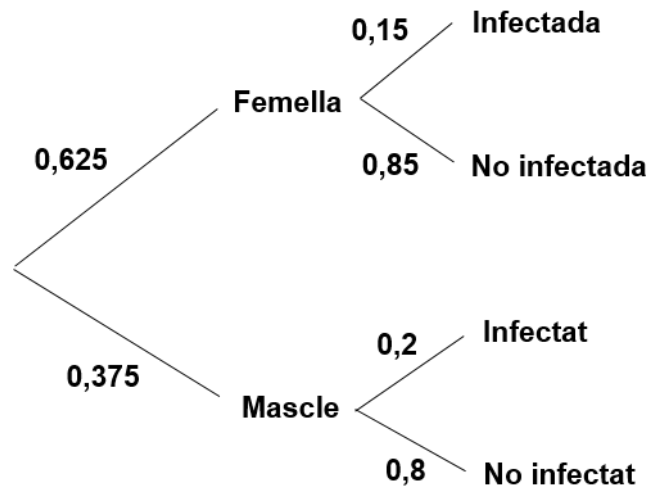
$$P(\text{Femella}) = \frac{50}{80} = 0,625 \quad P(\text{Mascle}) = \frac{30}{80} = 0,375$$

b) Feu un diagrama d'arbre i indiqueu-hi les probabilitats de cada branca per trobar les probabilitats següents quan agafem un exemplar a l'atzar.

[1,5 punts en total: 1 punt pel diagrama i 0,25 punts per cadascuna de la probabilitats]

b1) Que sigui mascle i infectat pel virus.

b2) Que sigui femella i no infectada pel virus.



$$P(\text{mascle i infectat}) = 0,375 \cdot 0,2 = 0,075$$

$$P(\text{femella i no infectada}) = 0,625 \cdot 0,85 = 0,531$$