

COMPENDIUM CANGURO

Volumen 3: Año 2026

Con todas las soluciones desarrolladas paso a paso



Gerard Romo Garrido

Toomates Colección vol. 35.3



Toomates Colección

Los libros de **Toomates** son materiales digitales y gratuitos. Son digitales porque están pensados para ser consultados mediante un ordenador, tablet o móvil. Son gratuitos porque se ofrecen a la comunidad educativa sin coste alguno. Los libros de texto pueden ser digitales o en papel, gratuitos o en venta, y ninguna de estas opciones es necesariamente mejor o peor que las otras. Es más: Suele suceder que los mejores docentes son los que piden a sus alumnos la compra de un libro de texto en papel, esto es un hecho. Lo que no es aceptable, por inmoral y mezquino, es el modelo de las llamadas "licencias digitales", "licencias de uso" y en general cualquier forma de "pago por el acceso a los materiales didácticos", con las que algunas empresas pretenden cobrar a los estudiantes, una y otra vez, por acceder a los mismos contenidos (unos contenidos que, además, son de una bajísima calidad). Este modelo de negocio es miserable, pues impide el compartir un mismo material, incluso entre dos hermanos, pretende convertir a los estudiantes en un mercado cautivo, exige a los estudiantes y a las escuelas costosísimas líneas de Internet, pretende pervertir el conocimiento, que es algo social, público, convirtiéndolo en un producto de propiedad privada, accesible solo a aquellos que se lo puedan permitir, y solo de una manera encapsulada, fragmentada, impidiendo el derecho del alumno de poseer todo el libro, de acceder a todo el libro, de moverse libremente por todo el libro.

Nadie puede pretender ser neutral ante esto: Mirar para otro lado y aceptar el modelo de pago por acceso a los materiales es admitir un mundo más injusto, es participar en la denegación del acceso al conocimiento a aquellos que no disponen de medios económicos, y esto en un mundo en el que las modernas tecnologías actuales permiten, por primera vez en la historia de la Humanidad, poder compartir el conocimiento sin coste alguno, con algo tan simple como es un archivo "pdf". **El conocimiento no es una mercancía.** El proyecto Toomates tiene como objetivo la promoción y difusión entre el profesorado y el colectivo de estudiantes de unos materiales didácticos libres, gratuitos y de calidad, que fuerce a las empresas comerciales a competir ofreciendo alternativas de pago atractivas aumentando la calidad de los materiales que ofrecen, (que son muy mediocres) y no mediante retorcidas técnicas comerciales.

Estos libros se comparten bajo una licencia "**Creative Commons 4.0 (Attribution Non Commercial)**": Se permite, se promueve y se fomenta cualquier uso, reproducción y edición de todos estos materiales siempre que sea sin ánimo de lucro y se cite su procedencia. Todos los libros se ofrecen en dos versiones: En formato "**pdf**" para una cómoda lectura y en el formato "**doc**" de MSWord para permitir y facilitar su edición y generar versiones parcial o totalmente modificadas. **¡Libérate de la tiranía y mediocridad de los productos comerciales! Crea, utiliza y comparte tus propios materiales didácticos.**

Problem Solving (en español):

[Geometría Axiomática](#) [Problemas de Geometría Vol. 1](#) [Vol. 2](#) [Vol. 3](#)
[Introducción a la Geometría](#) [Álgebra](#) [Teoría de números Vol. 1](#) [Vol. 2](#) [Combinatoria](#)
[Probabilidad](#) [Trigonometría](#) [Desigualdades](#) [Números complejos](#) [Calculus & Precalculus](#)

Libros de texto para ESO y bachillerato (en español y en catalán):

[Cálculo infinitesimal ESP](#) [CAT](#) [Álgebra Lineal ESP](#) [CAT](#) [Geometría Lineal ESP](#) [CAT](#)
[Números Complejos ESP](#) [CAT](#) [Combinatoria y probabilidad ESP](#) [CAT](#) [Estadística ESP](#) [CAT](#)
[Programación Lineal ESP](#) [CAT](#) [Álgebra ESP](#) [CAT](#) [Trigonometría ESP](#) [CAT](#)
[Geometría analítica ESP](#) [CAT](#) [Funciones ESP](#) [CAT](#) [Números \(Preálgebra\) ESP](#) [CAT](#)
[Proporcionalidad ESP](#) [CAT](#) [Medidas geométricas ESP](#) [CAT](#) [Mates amb Excel](#)

PAU españolas:

[Cataluña TEC](#) [Cataluña CCSS](#) [Valencia](#) [Galicia](#) [País Vasco](#) [Balears](#)

Reválidas internacionales:

[Portugal](#) [Italia](#) [Francia](#) [Rumanía](#) [Hungría](#) [Polonia](#) [Pearson Edexcel Int A Level](#)
[China-Gaokao](#) [China-Zhongkao](#) [Corea-Suneung](#) [Israel-Bagrut](#) [Cambridge Int A Level](#)
[Cambridge IGCSE](#) [AQA GCSE](#) [International Baccalaureate \(IB\)](#) [Pearson Edexcel IGCSE](#)

Evaluación diagnóstica y pruebas de acceso:

[ACM6EP](#) [ACM4](#) [CFGS](#) [PAP](#)

Competiciones matemáticas:

Canguro: [España](#) [Cataluña](#) [Francia](#) [USA](#) [Reino Unido](#) [Austria](#)
USA: [Mathcounts](#) [AMC 8](#) [10](#) [12](#) [AIME](#) [USAJMO](#) [USAMO](#) [TSTST](#) [TST](#) [ELMO](#) [Putnam](#) [HMMT](#)
España: [OME](#) [OMEFL](#) [OMEEX](#) [OMC](#) [OMEA](#) [OMEM](#) [OMA](#) [CDP](#) [OFEM](#)
Europa: [OMI](#) [Arquimede](#) [BMO](#) [BalkanMO](#) [JBMO](#) [OPM](#) [OMP](#) [OMJ](#) [ONM](#)
Internacional: [IMO](#) [IGO](#) [SMT](#) [INMO](#) [CMO](#) [EGMO](#) [KMO](#) [KJMO](#) [AMC Australia](#)
AHSME: [Book 1](#) [2](#) [3](#) [4](#) [5](#) [6](#) [7](#) [8](#) [9](#)

Otros materiales:

Pizzazz! ([Book A](#) [B](#) [C](#) [D](#) [E](#) [Pre-Algebra](#) [Algebra](#)), [REOIM](#) , [Llibre3r](#) , [Excalibur](#)

¡Genera tus propias versiones de este documento! Siempre que es posible se ofrecen las versiones editables "MS Word" de todos los materiales para facilitar su edición. Descarga en el siguiente enlace la versión ".docx" de este documento:

<http://www.toomates.net/biblioteca/Canguro3.docx>

¡Ayuda a mejorar! Envía cualquier duda, observación, comentario o sugerencia a toomates@gmail.com

¡No utilices una versión anticuada! Todos estos libros se revisan y amplían constantemente. Descarga totalmente gratis la última versión de estos documentos en los correspondientes enlaces superiores, en los que siempre encontrarás la versión más actualizada.

Consulta el **catálogo de libros** completo en <http://www.toomates.net>

¿Problemas para descargar algún documento? Descarga toda la biblioteca Toomates Aquí 

Visita mi **Canal de Youtube**: <https://www.youtube.com/c/GerardRomo> 

Visita mi **blog**: <https://toomatesbloc.blogspot.com/>

Versión de este documento: 27/04/2026

Proyecto CanguroLibre

Este proyecto tiene como objetivo el ofrecer a la comunidad las soluciones desarrolladas paso a paso de las pruebas “Canguro español” y “Cangur català”, de forma comunitaria, libre de todo interés comercial, abierta a cualquiera que quiera participar con observaciones, soluciones o correcciones a estos materiales.

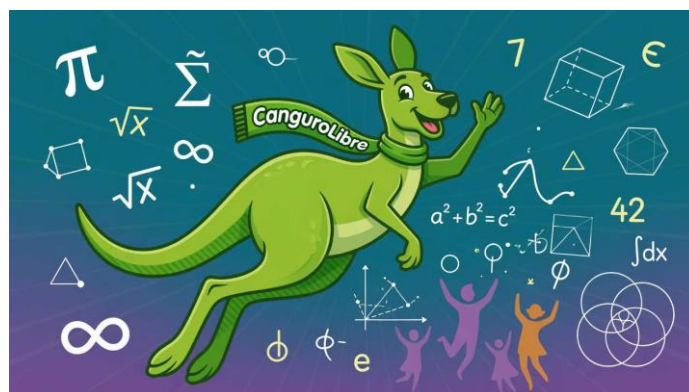
Todo este material es y será siempre 100% descargable libremente sin ningún tipo de interés económico, tanto en formato “docx” editable como en formato “pdf”, siguiendo una licencia “Creative Commons 4.0 (Atribution Non Commercial)”.

Se permite generar y compartir cualquier tipo de documento derivado de este, sin modificar o modificado en parte o totalmente, siempre que se citen y se respeten las referencias a las autorías y se mantenga su carácter libre y no comercial.

Añadiré la correspondientes referencias de autoría a todas aquellas personas que aporten algo a este material, mi dirección de correo es toomates@gmail.com.

Observaciones (trabajo pendiente de realizar):

Nivel 1:	OK
Nivel 2:	15 No concuerda con la solución oficial 30 Falta
Nivel 3:	OK
Nivel 4:	2 No concuerda con la solución oficial 7 No concuerda con la solución oficial 11 No concuerda con la solución oficial
Nivel 5:	30 Falta
Nivel 6:	OK



Colección Competiciones Canguro y similares.

Canguro (España)

2000-2021 <http://www.toomates.net/biblioteca/Canguro2.pdf>

2022-2025 <http://www.toomates.net/biblioteca/Canguro.pdf>

2026 <http://www.toomates.net/biblioteca/Canguro3.pdf>

(Con todas las soluciones desarrolladas paso a paso)

Cangur (Cataluña)

1999-2015 <http://www.toomates.net/biblioteca/Cangur2.pdf>

2016-2025 <http://www.toomates.net/biblioteca/Cangur.pdf>

2026 <http://www.toomates.net/biblioteca/Cangur3.pdf>

(Con todos los enunciados traducidos al español y todas las soluciones desarrolladas paso a paso)

Concurso de Primavera (Madrid)

<http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumCDP.pdf>

Kangourou (Francia)

<http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKangourou.pdf>

Kangaroo (USA)

<http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKangaroo.pdf>

Kangaroo (Reino Unido)

Kangaroo Pink & Grey

<http://www.toomates.net/biblioteca/KangarooUK.pdf>

Kangaroo Junior

<http://www.toomates.net/biblioteca/KangarooUK2.pdf>

Kangaroo Senior

<http://www.toomates.net/biblioteca/KangarooUK3.pdf>

Kangaroo Senior Mathematical Challenge

<http://www.toomates.net/biblioteca/KangarooUK4.pdf>

Kanguru (Austria)

<http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumKanguru.pdf>

Australian Mathematics Competition (Australia)

<http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumAMC.pdf>

Giochi di Archimede (Italia)

<http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumArchimede.pdf>

AMC (USA)

Las pruebas AMC 8, AMC 10 y AMC 12 USA también siguen el formato de respuesta multiopción, pero con una dificultad mucho más elevada que las anteriores:

AMC 8 <http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumAMC8.pdf>

AMC 10 <http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumAMC10.pdf>

AMC 12 <http://www.toomates.net/biblioteca/CompendiumAMC8.pdf>

Índice.

	Enunciados	Soluciones	Soluciones desarrolladas
5º Educación Primaria	6	14	
6º Educación Primaria	15	24	
Nivel 1 (1º ESO)	25	34	35
Nivel 2 (2º ESO)	48	56	57
Nivel 3 (3º ESO)	70	78	79
Nivel 4 (4º ESO)	91	101	102
Nivel 5 (1º Bachillerato)	117	125	126
Nivel 6 (2º Bachillerato)	142	151	152

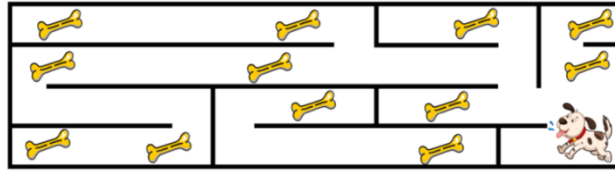
Tabla de correspondencia Canguro/Cangur/Kangaroo/Kangourou.

EDAD	ESPAÑA			UK (England & Wales)		USA		FRANCIA	
	CURSO	CANGURO	CANGUR (Catalunya)	YEAR	KANGAROO	GRADE	KANGAROO	Curso	KANGOUROU
6/7	1º Prim.			2		1th			
7/8	2º Prim.			3		2nd	Felix		
8/9	3º Prim.			4		3th		CE2	
9/10	4º Prim.			5		4th	Ecolier	CM1	
10/11	5º Prim.		P5	6		5th		CM2	E Écoliers
11/12	6º Prim.		P6	7		6th	Benjamin	6ème	
12/13	1º ESO	N1	E1	8		7th		5ème	B Benjamins
13/14	2º ESO	N2	E2	9	Grey	8th	Cadet	4ème	
14/15	3º ESO	N3	E3	10		9th		3ème	C Cadets
15/16	4º ESO	N4	E4	11	Pink	10th	Junior	2ème	
16/17	1º BAT	N5	B1	12		11th		1ème	Juniors: Lycées G. et T. Étudiants: TS, Bac+
17/18	2º BAT	N6	B2	13		12th	Student	T	

5º Educación Primaria Enunciados.

1

El perro corre a través del laberinto de la imagen:

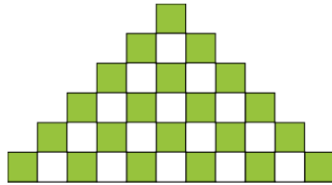


¿Cuántos huesos puede comerse el perro?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

2

En la figura hay cuadrados verdes y blancos.



¿Cuántos cuadrados verdes más que blancos hay?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

3

Abigail escribe las primeras tres letras del abecedario seguidas de un corazón en una ventana

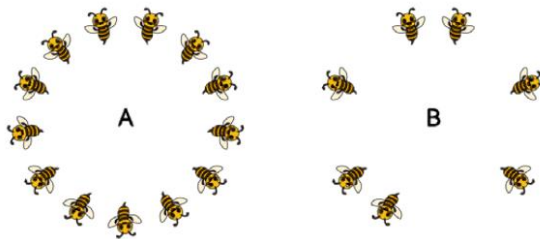
A B C ♥

¿Qué puede verse desde el otro lado de la ventana?

- A) ♥ B A C B) ♥ B C A C) ♥ A B C
D) C B A ♥ E) ♥ C B A

4

Algunas abejas están formando dos círculos.

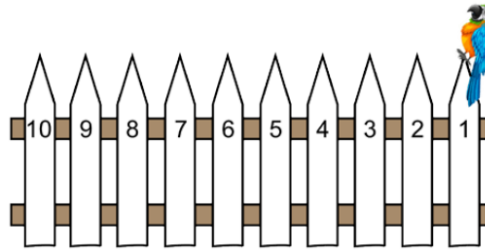


¿Cuántas abejas deben pasar del círculo A al círculo B para que haya el mismo número de abejas en cada círculo?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5

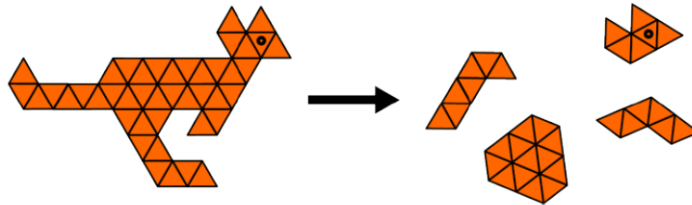
Pedro el loro tarda 2 segundos en saltar de un poste al siguiente. Pedro salta desde el primer poste hasta el décimo, un poste cada vez. ¿Cuántos segundos tardará Pedro en llegar al décimo poste?



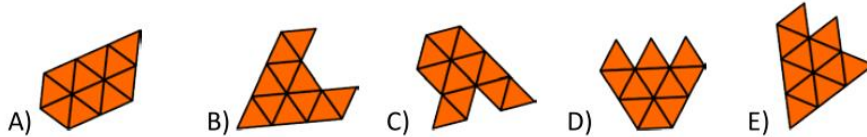
- (A) 10 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 22

6

Un rompecabezas de un canguro se rompe en cinco piezas. Cuatro de las piezas se muestran en la imagen.

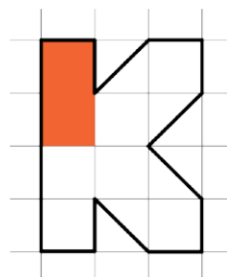


¿Qué pieza es la que falta?



7

Bernardo el castor está pintando la letra K que se muestra en la imagen. Si ya ha utilizado un bote de pintura, ¿cuántos botes más necesita para terminar de pintar la letra K?



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

8

Estefanía tiene tres libros: uno azul, uno amarillo y uno rojo.

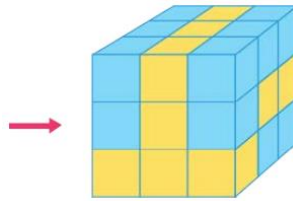


- El libro amarillo tiene 4 páginas más que el libro rojo.
 - El libro amarillo tiene 7 páginas más que el libro azul.
- ¿Cuántas páginas menos que el libro rojo tiene el libro azul?

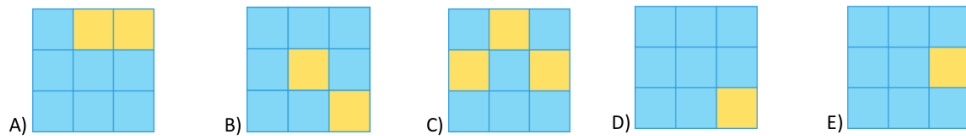
(A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 10 (E) 11

9

El cubo grande que se muestra en la imagen está compuesto por 18 cubos azules y 9 cubos amarillos.

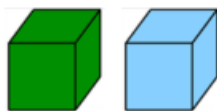


Daniel mira la cara izquierda, como indica la flecha. ¿Qué ve?

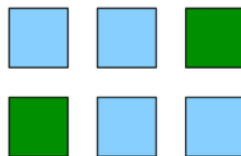


10

Felipe ha construido seis torres usando bloques verdes y azules.



Cada torre está formada por cinco bloques y, en cada torre, los bloques del mismo color no se tocan. Vistas desde arriba las torres se ven como se muestra en la imagen:

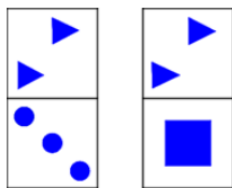


¿Cuántos bloques azules ha usado Felipe en total para construir las seis torres?

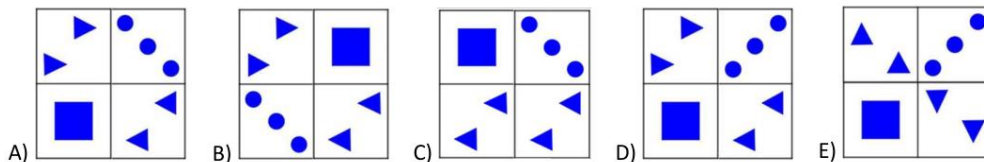
(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 20

11

Usando las dos piezas de la derecha, girándolas si es necesario,



¿qué figura es imposible construir?

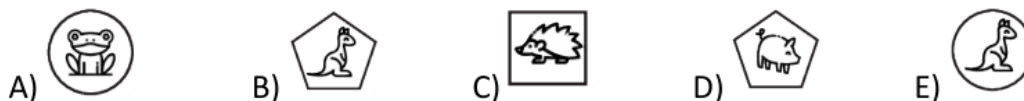


12

La tabla de la imagen se ha completado combinando la forma que aparece a la izquierda de cada fila con el animal que aparece en la parte superior de cada columna.



No pueden verse todas las casillas porque a Francisco se le ha derramado tinta sobre algunas de ellas. ¿Qué debería haber debajo de la X de la imagen?

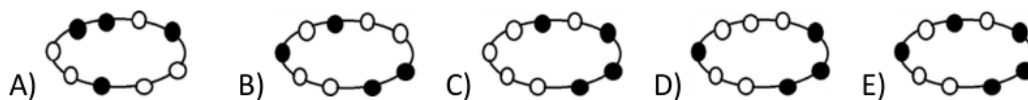


13

Ania está haciendo una pulsera ensartando cuentas blancas y negras en un hilo.

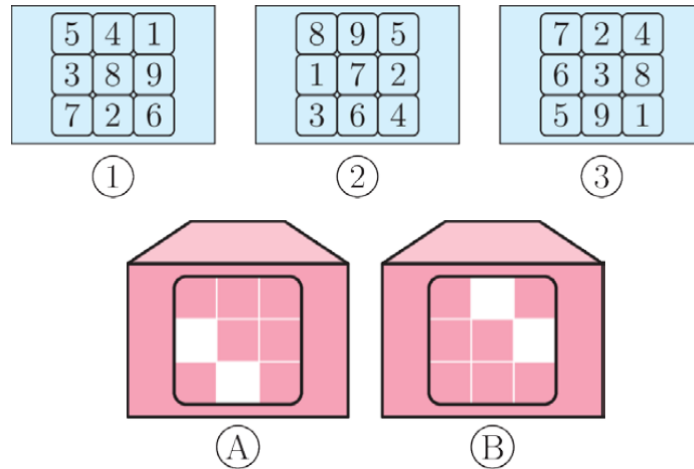


Primero, ensarta 2 cuentas blancas por el lado izquierdo del hilo, luego 1 cuenta negra por el lado izquierdo del hilo, luego 2 cuentas negras por el lado derecho, luego 2 cuentas blancas por el lado izquierdo, luego 1 blanca por el lado derecho y 1 negra por el lado izquierdo. ¿Cuál de las siguientes imágenes muestra como quedó la pulsera de Ania una vez terminada?



14

Ramón tiene 3 tarjetas y 2 sobres. Introduce una tarjeta en cada sobre, sin girarla. Puede ver dos números a través de las ventanas de cada sobre.



La suma de los cuatro números visibles es 26.

¿Qué tarjeta ha puesto en cada sobre?

- (A) La tarjeta 1 en el sobre A y la tarjeta 3 en el sobre B.
- (B) La tarjeta 2 en el sobre A y la tarjeta 1 en el sobre B.
- (C) La tarjeta 3 en el sobre A y la tarjeta 1 en el sobre B.
- (D) La tarjeta 3 en el sobre A y la tarjeta 2 en el sobre B.
- (E) La tarjeta 2 en el sobre A y la tarjeta 3 en el sobre B.

15

Antonio, David y Mario llegaron al gimnasio en diferentes momentos.

Antonio dice: «Yo llegué primero».

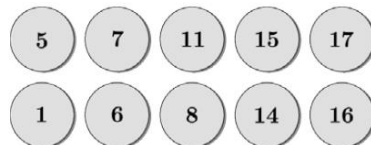
Mario dice: «Yo llegué antes que Antonio».

Si sabemos que los dos chicos mienten. ¿En qué orden llegaron al gimnasio?

- (A) Antonio, después Mario y el último David.
- (B) Mario, después David y el último Antonio.
- (C) David, después Mario y el último Antonio.
- (D) Mario, después Antonio y el último David
- (E) David, después Antonio y el último Mario.

16

Martina ha colocado diez fichas numeradas en dos filas, como se muestra en la imagen.



Quiere intercambiar una ficha de la primera fila por una de la segunda fila, de modo que, después del cambio, los números de las dos filas sumen lo mismo. ¿Qué ficha debe coger de la primera fila?

(A) 5 (B) 7 (C) 11 (D) 15 (E) 17

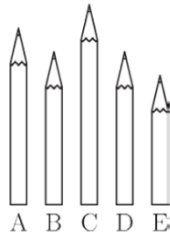
17

Mamá gata tiene siete cachorros entre gatitos macho y hembra. Uno de los gatitos macho se llama Alberto y una de las gatitas hembra se llama Estrella. Estrella tiene el doble de hermanos que Alberto. ¿Cuántas hermanas tiene Estrella?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

18

Fernando tiene 5 lápices: el más corto es azul, el verde y el rojo tienen la misma longitud y el lápiz morado es más corto que el amarillo.

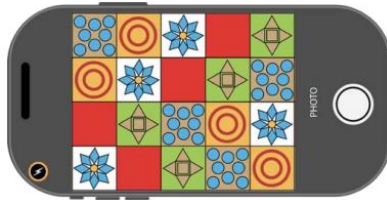


¿Qué lápiz es el morado?

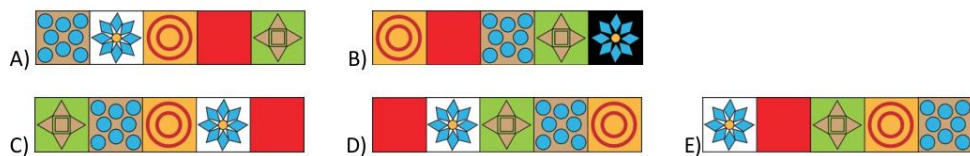
(A) El A (B) El B (C) El C (D) El D (E) El E

19

Eva hace una foto, con su móvil, a un suelo de baldosas que se ha formado repitiendo el mismo patrón en todas sus filas.

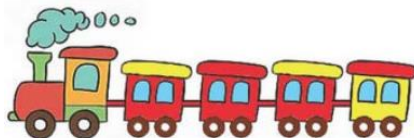


¿Cuál de los siguientes se corresponde con el patrón que sigue el suelo?



20

Un tren tiene 18 vagones, pero en la figura solo pueden verse los 4 primeros.



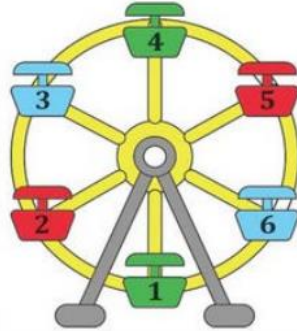
El color de los vagones sigue un patrón repetitivo: rojo, rojo, rojo, amarillo, amarillo, azul,...

Los colores de los techos también siguen un patrón regular: amarillo, rojo... ¿Cuántos de los 18 vagones son rojos y tienen techo rojo?

- (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

21

En la imagen puedes ver una noria que tiene 6 cabinas. En la feria de mi ciudad había una noria que tenía muchas más cabinas, numeradas consecutivamente a partir del 1.



Cuando la cabina número 3 estaba en el punto más bajo, la cabina superior tenía el número 12. ¿Cuántas cabinas tenía la noria de mi ciudad?

- (A) 12 (B) 15 (C) 18 (D) 20 (E) 26

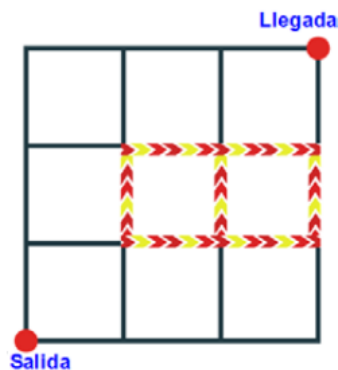
22

Un hotel tiene 6 habitaciones libres. Cada habitación tiene capacidad para 3 o 4 personas. Un grupo de 20 personas se va a alojar en el hotel. Si se ocupan todas las habitaciones libres, ¿cuántas tienen capacidad para 4 personas?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

23

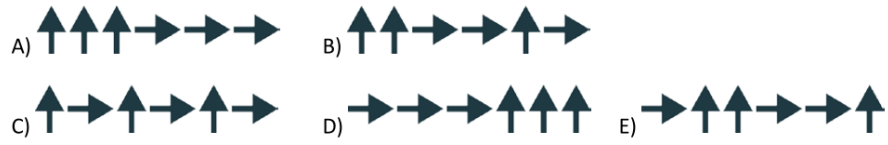
Un robot se desplaza por los bordes de la cuadrícula desde la esquina inferior izquierda hasta la esquina superior derecha, moviéndose solo un paso hacia la derecha o un paso hacia arriba cada vez.



Cada paso le permite avanzar desde un vértice al siguiente y en hacerlo tarda 3 segundos, pero en los pasos que pasan por una de las casillas de aceleración

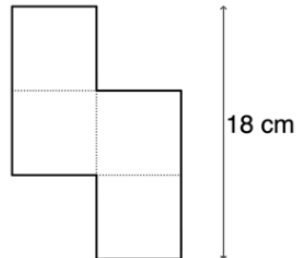


solo tarda un segundo. ¿Qué ruta llevará al robot a la esquina superior derecha en el menor tiempo posible?



24

La figura está formada por cuatro cuadrados iguales.



¿Cuál es la longitud del borde de la figura?

- (A) 40 (B) 48 (C) 50 (D) 60 (E) 64

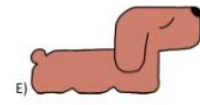
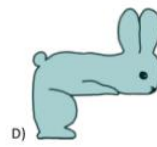
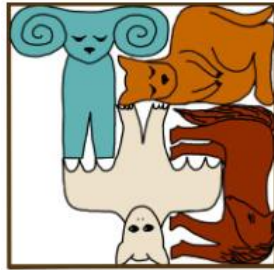
5° Educación Primaria Soluciones

1	C
2	C
3	E
4	C
5	C
6	E
7	C
8	A
9	D
10	D
11	D
12	E
13	A
14	D
15	E
16	C
17	D
18	A
19	C
20	B
21	C
22	B
23	E
24	D

6.º Educación Primaria Enunciados.

1

¿Qué animal debe colocar Lisa para rellenar el cuadrado?



2

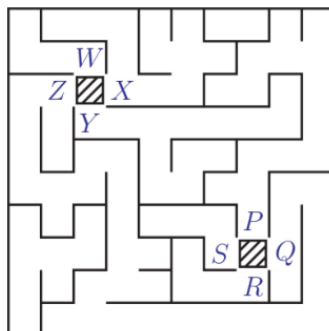
Anita quiere hacer varias cajitas que contengan un lápiz y un pincel de cada uno de los dos tipos. ¿Cuántas cajitas puede hacer Anita con la caja grande que se muestra en la imagen?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

3

Verónica se encuentra en la casilla sombreada entre W, X, Y y Z. Cristina se encuentra en la casilla sombreada entre P, Q, R y S.

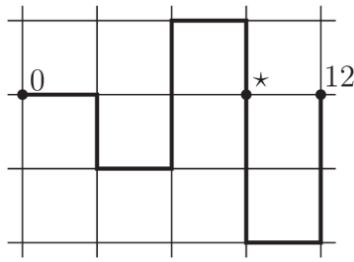


¿Qué ruta debe seguir Verónica para encontrarse con Cristina?

(A) X a P (B) Y a P (C) Z a P (D) X a Q (E) Z a Q

4

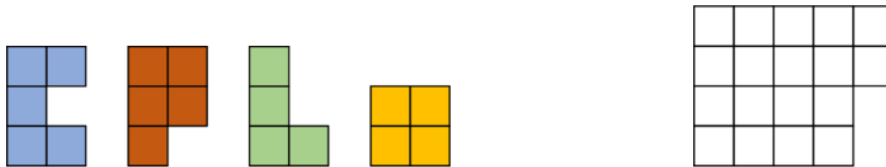
Andrea dobla una cinta métrica de 12 cm en varios lugares, como se muestra a continuación. ¿Qué número hay en la cinta en el lugar marcado con el símbolo * ?



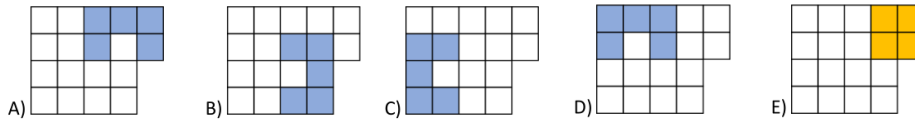
- (A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

5

Alicia quiere construir un puzle usando las cuatro piezas de la imagen en la plantilla que se ve a la derecha. Las piezas pueden girarse si es necesario.

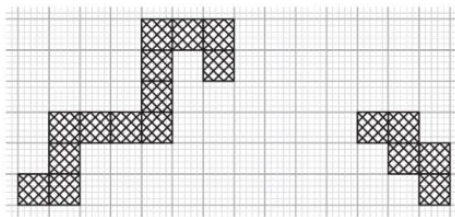


¿Cuál de las siguientes formas de empezar el puzle hace que sea imposible completarlo?

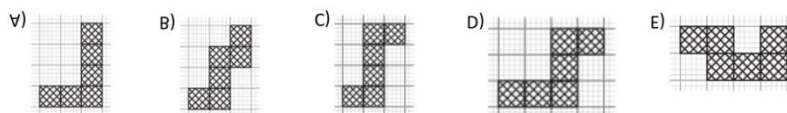


6

El camino mostrado necesita una pieza para unir las dos partes:

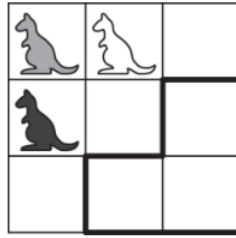


Si las piezas no pueden girarse ¿qué pieza completará el camino?

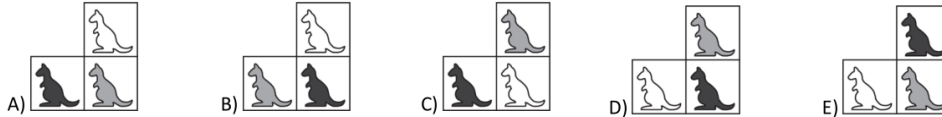


7

Daniel quiere dibujar canguros blancos, grises y negros en las casillas de la cuadrícula de la imagen, de manera que en cada fila horizontal y en cada columna vertical haya exactamente un canguro blanco, uno gris y uno negro.

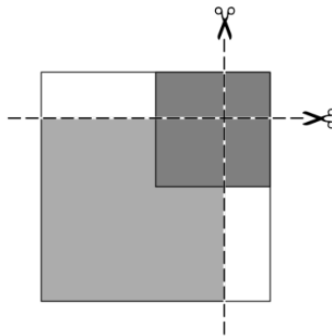


¿Cuál de las siguientes piezas debe colocarse en la esquina inferior derecha de la imagen?



8

Ana coloca un cuadrado blanco en la mesa. Después coloca sobre él un cuadrado gris y uno negro encima, tal y como se puede ver en la imagen. Después corta el grupo de cuadrados siguiendo las dos líneas. ¿Cuántos cuadrados obtiene en total?



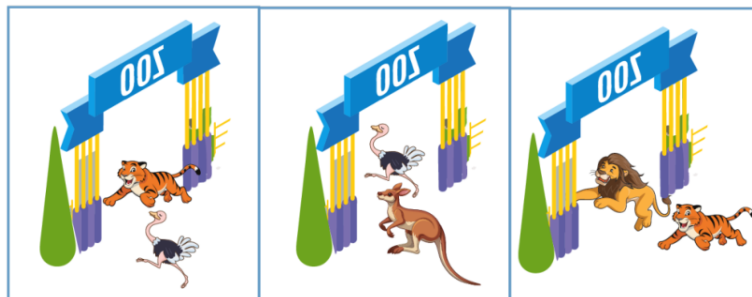
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 9

9

Las tres fotografías muestran a un tigre , un canguro , un león y un avestruz



escapando de un zoo.

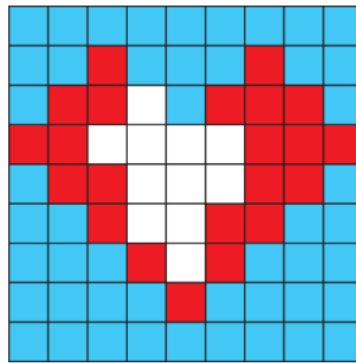


¿En qué orden se escaparon por la puerta?

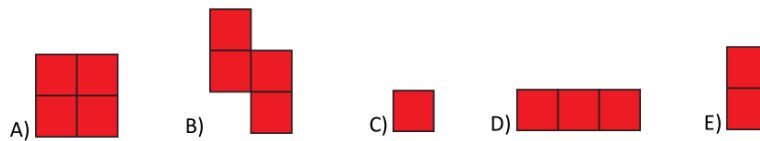
- (A) León, avestruz, tigre, canguro.
- (B) León, tigre, avestruz, canguro.
- (C) Tigre, avestruz, canguro, león.
- (D) Avestruz, canguro, león, tigre.
- (E) Tigre, canguro, león, avestruz.

10

Bella está haciendo un rompecabezas con forma de corazón para su amiga.

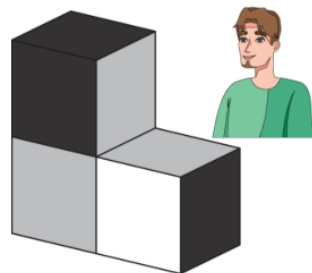


Tiene la intención de usar cuatro de las siguientes piezas para terminarlo.
¿Cuál será la pieza que no utilice?

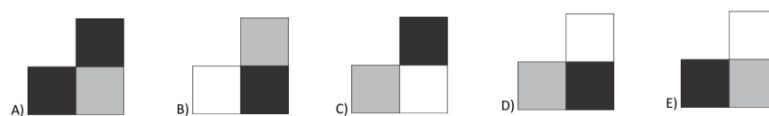


11

Julio ha juntado tres bloques idénticos, tal y como se muestra en la siguiente imagen:

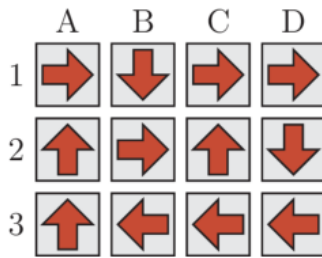


En cada bloque, cada cara negra tiene en su lado opuesto una cara blanca, y cada cara gris tiene en su lado opuesto una cara gris. Julio mira la construcción, tal y como se muestra. ¿Qué ve?



12

Cada flecha muestra cómo debe moverse Indira de una casilla a la siguiente.

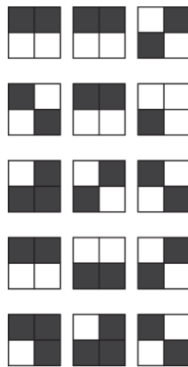


¿En qué casilla debe empezar Indira para visitar todas las casillas exactamente una vez?

- (A) A1 (B) B1 (C) C2 (D) D2 (E) A3

13

Cada una de las cinco filas que se muestran en la imagen representa uno de los siguientes números de tres dígitos: 183, 451, 521, 872 y 882 (pero no sabemos en qué orden).

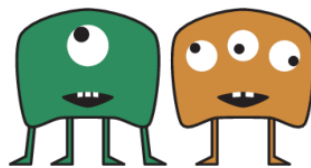


Cada uno de los dígitos del 0 al 9 tiene una representación diferente. ¿Cuál es el número que representa la última fila?

- (A) 183 (B) 451 (C) 521 (D) 872 (E) 882

14

En un pueblo hay dos tipos de monstruos:



Monstruos con 1 ojo y 4 piernas.

Monstruos con 3 ojos y 2 piernas.

Si entre todos los monstruos tienen 9 ojos y 16 piernas en total ¿cuántos de los monstruos tienen 1 ojo?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

15

Celina ha construido torres con cubos sobre una cuadrícula. Si se mira desde arriba, el número que aparece en cada torre indica su altura.

4	8	8	6
2	6	6	8
6	4	2	4
2	2	4	6

↑ ↑ ↑ ↑

Si se mira desde delante, en la dirección de las flechas, Celina no puede ver las torres que están detrás de otra más alta. ¿Cuántas torres puede ver en total?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

16

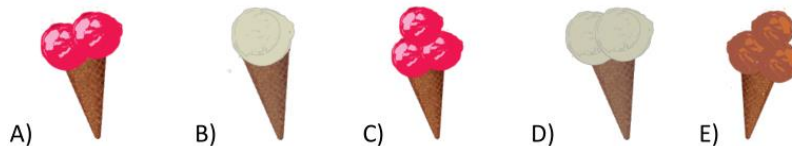
Celia, Elena y Ángela van a una heladería. Una de las chicas compra un helado de fresa, otra de ellas compra un helado de vainilla y otra compra un helado de chocolate.



Cada una de las chicas compra un número diferente de bolas en su helado: 1, 2 o 3. Sabemos que:

- Celia no compra el helado de fresa y escoge el más pequeño.
- Elena no compra el helado de chocolate.
- El helado más grande que se ha comprado es de chocolate.

¿Qué helado compra Ángela?



17

Rosa quiere escribir los números 2, 0, 2 y 6 en la cuadrícula que se muestra, de modo que en cada fila y en cada columna haya exactamente un 0, un 6 y dos 2. Ya ha escrito algunos de los números.

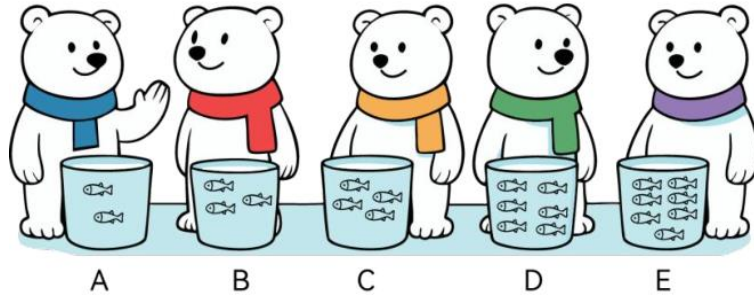
2			
	0		?
		2	
	?		6

Cuando haya terminado, ¿cuál será la suma de los números de las casillas con signos de interrogación?

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

18

Los cinco osos polares, Karen, Lisa, María, Nadia y Pedro, guardan el pescado que han capturado en un cubo.



Karen le dice a Lisa: «Dame dos peces y tendremos el mismo número de peces». María les dice a Karen y Lisa: «Tengo la mitad del número de peces que tenéis vosotras dos en total». ¿Cuál es el cubo de Lisa?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

19

Cinco niñas, Helena, María, Teresa, Luisa y Charo, se cogen de las manos para formar un círculo, mirando hacia arriba.



Helena coge la mano izquierda de María, Luisa no coge la mano de Teresa, Teresa coge la mano derecha de Charo.

¿A quién coge Luisa de la mano?

- (A) Helena y Charo.
- (B) Helena y María.
- (C) Teresa y María.
- (D) Charo y María.
- (E) Teresa y Charo.

20

Álex tiene 13 cartas con cifras y símbolos aritméticos:



Usando algunas de estas cartas, sin girarlas, forma una operación correcta y, después, tapa su parte superior:



¿Cuál es la suma de las cuatro cifras que ha usado Álex?

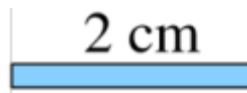
- (A) 19 (B) 21 (C) 23 (D) 25 (E) 32

21

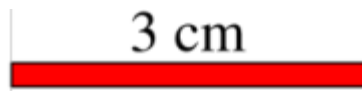
Tres niñas tienen, cada una, una caja de palitos. Una de las niñas tiene palitos de



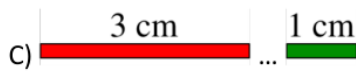
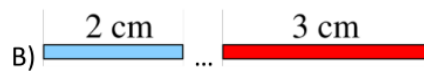
otra de ellas tiene palitos de



y la otra de

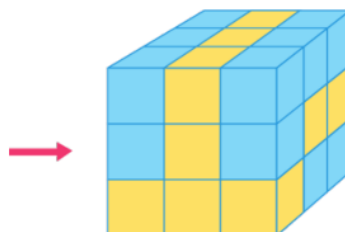


pero no sabemos cuál de las niñas tiene cada una de las cajas. Las niñas colocan, por turnos, uno de sus palitos en el suelo por orden y continúan en el mismo orden hasta que consiguen una línea recta de 50 cm. ¿Qué dos palitos habrá al principio y al final de la línea?

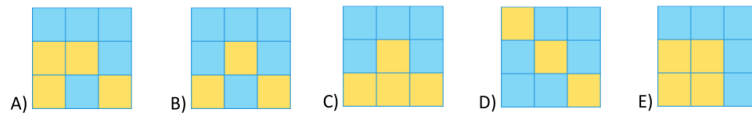


22

El cubo grande de la imagen está formado por 16 cubos azules y 11 cubos amarillos, todos del mismo tamaño. Liliana está mirando hacia el cubo en la dirección que señala la flecha.



¿Qué podría ver?



23

Hay cuatro botones en fila en una pantalla, dos de ellos muestran círculos y dos muestran triángulos.



Cuando se pulsa un botón, su forma y las formas de los botones que estén justo a su lado cambian. Un círculo se convierte en un triángulo y un triángulo se convierte en un círculo. ¿Cuál es el menor número de pulsaciones de botones necesarias para que la pantalla muestre cuatro círculos?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

24

Cada cuadradito de una cuadrícula contiene al menos un caramelo. La cuadrícula de la figura muestra, para cada cuadradito, cuantos caramelos hay en total en los cuadraditos vecinos (sin incluirse a sí mismo), sabiendo que dos cuadraditos son vecinos si comparten un lado.

2	4	3
7	7	3
4	6	5

¿Cuántos caramelos hay en total en los nueve cuadraditos?

- (A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 20 (E) 21

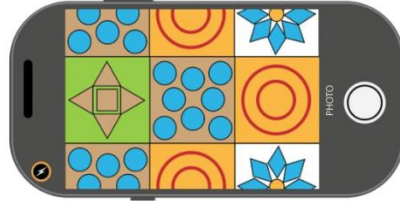
6.º Educación Primaria Soluciones

1	A
2	B
3	E
4	D
5	D
6	D
7	A
8	C
9	B
10	D
11	E
12	D
13	B
14	C
15	D
16	E
17	C
18	D
19	D
20	C
21	E
22	B
23	B
24	A

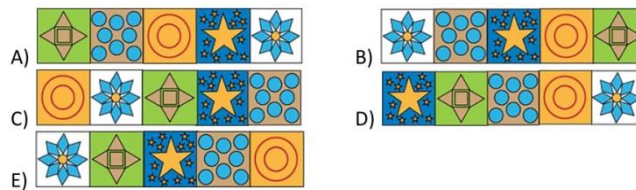
Nivel 1 (1.º de Educación Secundaria Obligatoria) Enunciados.

1

El suelo está compuesto por cinco baldosas diferentes. Las baldosas están colocadas siguiendo un patrón repetitivo. Eva hace una foto del suelo con su teléfono.

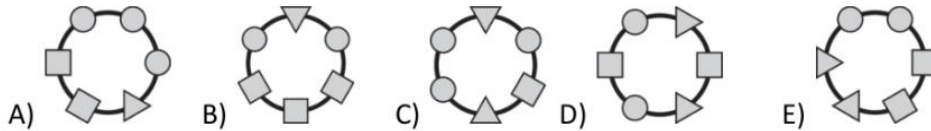


¿Cuál es el patrón repetitivo de las cinco baldosas?



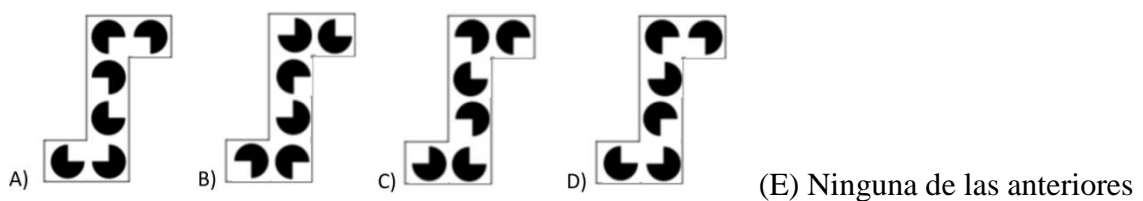
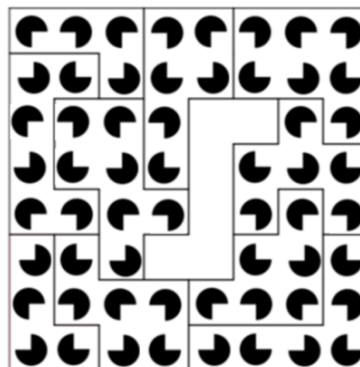
2

La pulsera de Luna está hecha con tres tipos diferentes de cuentas. Hay dos cuentas esféricas una al lado de la otra. No hay dos cuentas cúbicas una al lado de la otra. ¿Cuál de las siguientes podría ser la pulsera de Luna?



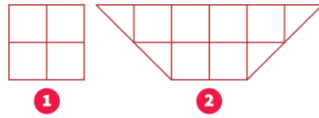
3

¿Qué pieza falta para completar el patrón?

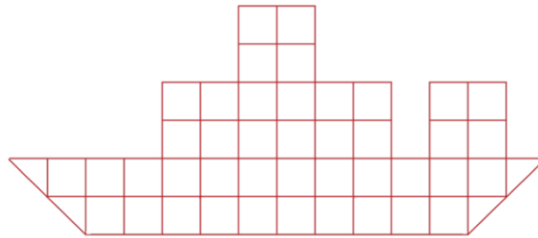


4

Serafín tiene dos tipos de trozos de papel:



¿Cuántos trozos necesita para crear un barco con la siguiente forma?



(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

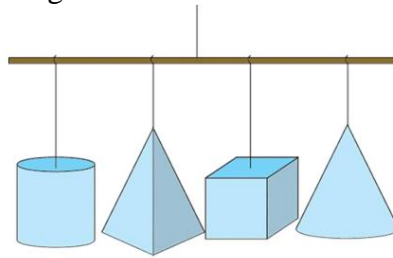
5

Un dado tiene seis caras numeradas del 1 al 6. La suma de los números de las caras opuestas es siempre 7. Los números de las tres caras que comparten un vértice común suman un total de 14. ¿Cuáles son los números de las otras tres caras?

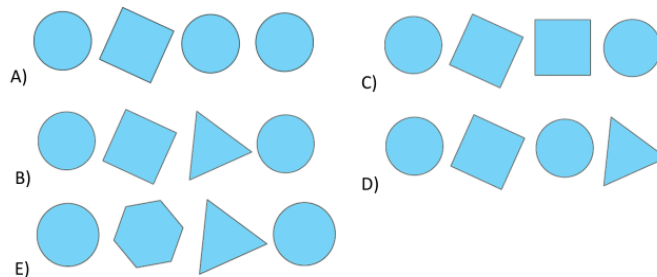
(A) 1, 2 y 4 (B) 3, 5 y 6 (C) 2, 5 y 6 (D) 1, 2 y 6 (E) 2, 3 y 4

6

Hay cuatro sólidos (cilindro, pirámide cuadrangular, cubo y un cono) colgados en el aula, como se muestra en la imagen.

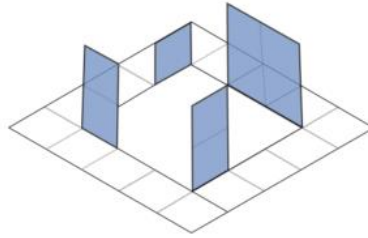


Beatriz los está mirando desde abajo. ¿Qué puede ver?

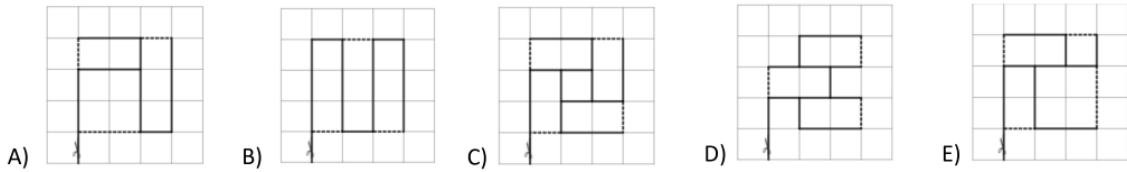


7

En una plantilla, las líneas discontinuas indican dónde doblar y las líneas continuas dónde cortar.



¿Cuál de las siguientes plantillas utilizó Eduardo para crear la siguiente figura?

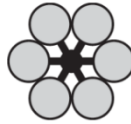


8

Andrea quiere colocar varias plantillas con la siguiente forma



, una encima de otra para formar una flor como esta:



Las plantillas pueden superponerse. ¿Cuál es el número mínimo de plantillas que necesita?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

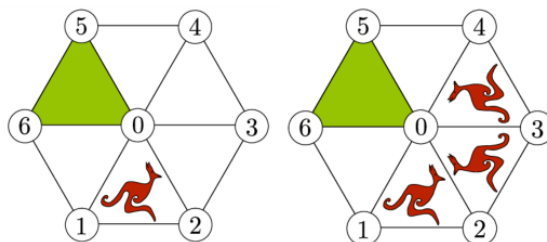
9

Una pizza se corta en 8 porciones iguales. Manuel se come $\frac{1}{4}$ de las porciones de la pizza y Encarni se come $\frac{1}{2}$ de lo que queda. ¿Cuántas porciones quedan?

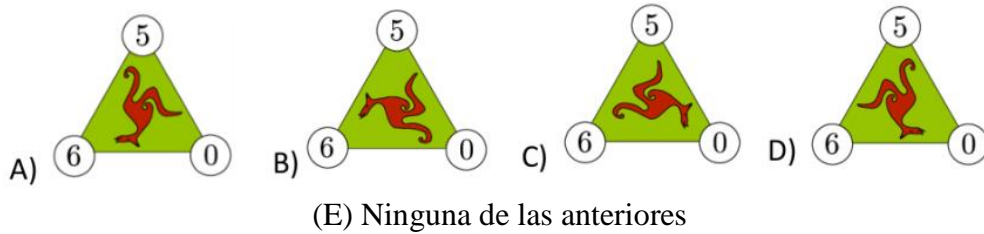
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

10

En la primera figura se puede ver la imagen de un canguro. La imagen del canguro se refleja dos veces, como se muestra en la segunda figura.



El reflejo continúa de la misma manera. ¿Cómo se verá la imagen del canguro en el triángulo que aparece sombreado?



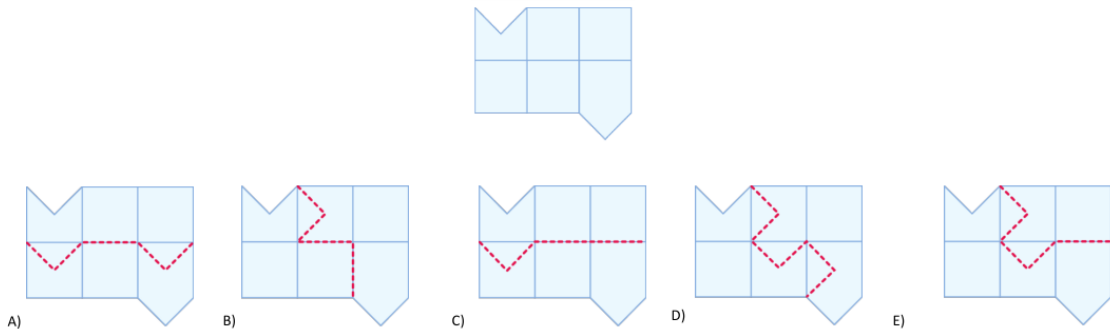
11

La visita a la Cueva de las Imaginaciones se realiza en vehículos de tres plazas. Los vehículos salen cada dos minutos y el trayecto dura 10 minutos. El primer trío de un grupo de 30 personas comenzó la visita a las 13:00. ¿A qué hora bajó el último trío del vehículo?

- (A) 13:18 (B) 13:20 (C) 13:28 (D) 13:30 (E) 14:40

12

¿Qué opción muestra un corte que divide la figura en dos partes idénticas? Las partes pueden estar invertidas.



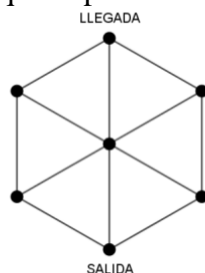
13

Un reloj digital de 24 horas funciona correctamente, pero dos de sus posiciones numéricas están intercambiadas. En este momento, marca las 15:69. ¿Qué marcará dentro de un minuto?

- (A) 10:70 (B) 15:70 (C) 16:69 (D) 16:70 (E) 25:69

14

En la siguiente figura solo te puedes desplazar de un punto a otro si el segundo se encuentra en una posición más alta que el primero.

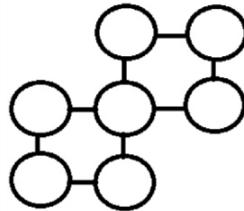


En estas condiciones, ¿cuántos caminos hay en total desde el punto de salida hasta el de llegada?

- (A) 13 (B) 11 (C) 9 (D) 7 (E) 5

15

Los números 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6 están escritos en los círculos de la imagen. Cada número está colocado en un círculo diferente, de modo que la suma de los números de cada fila es la misma.

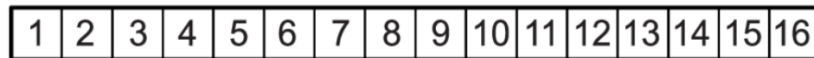


¿Cuál es el producto de los números escritos en la fila del medio?

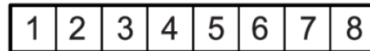
- (A) 0 (B) 15 (C) 18 (D) 24 (E) 30

16

Inés escribió los números del 1 al 16 en las casillas de una tira de papel, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



Luego dobló la tira por la mitad, como se muestra en esta imagen:



Continuó doblándola por la mitad y terminó solo con las dos casillas siguientes:

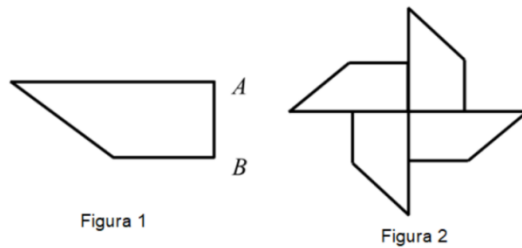


Después, atravesó con una aguja toda la tira por la casilla en la que estaba escrito el número 1, desdobló la tira y sumó todos los números de las casillas perforadas. ¿Cuál es el valor de la suma que obtuvo?

- (A) 64 (B) 68 (C) 99 (D) 128 (E) 136

17

En la figura 1, aparece un trapecio que tiene un perímetro de 22 cm. En la figura 2, hay cuatro trapecios iguales al trapecio de la figura 1, que se unen sin superponerse para formar un molinete. El perímetro del molinete es de 56 cm.



¿Cuál será la longitud del lado AB del trapecio de la figura 1?

- (A) 8 cm (B) 6 cm (C) 3 cm (D) 4 cm (E) 5 cm

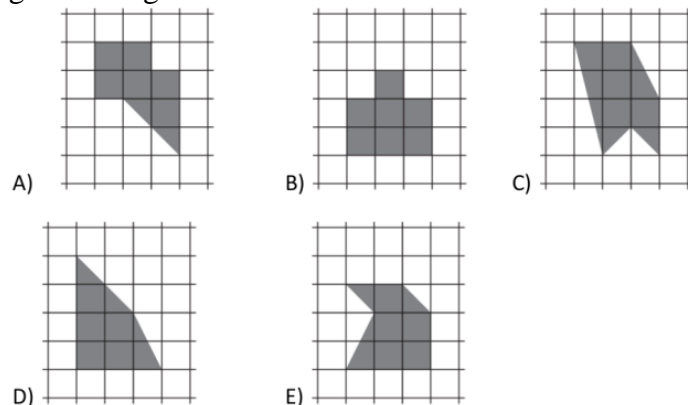
18

En una caja hay caramelos. Carlos, Pablo y Simón cogen caramelos por turnos: Carlos coge 1, luego Pablo 2, luego Simón 3, luego otra vez Carlos 4, Pablo 5 y así sucesivamente. Cuando no quedan suficientes caramelos para respetar esta regla, el que le toca coge todos los que quedan. Al final, Pablo tiene 25 caramelos. ¿Cuántos caramelos había en la caja al principio?

- (A) 48 (B) 50 (C) 55 (D) 56 (E) 65

19

¿En cuál de las siguientes figuras el área tiene un tamaño diferente al de las demás?



20

Un grupo de estudiantes tiene una caja de manzanas. Quieren repartirlas equitativamente entre todos. Observan que:

- Si hubiera 80 manzanas más, cada estudiante recibiría 4 manzanas más.
- Si hubiera 8 estudiantes menos, cada uno recibiría 6 manzanas más.

¿Cuántas manzanas hay en la caja?

- (A) 240 (B) 180 (C) 160 (D) 120 (E) No es posible determinar el número de manzanas

21

Un detective está tratando de determinar la ruta que tomó el sospechoso. El sospechoso da tres declaraciones diferentes:

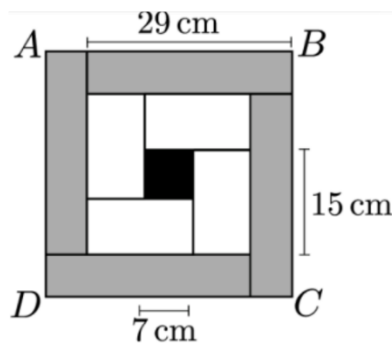
- «Fui de Nueva York a Omaha pasando por Chicago».
- «Fui de Nueva York a Kansas City pasando por Miami».
- «Fui de San Francisco a Omaha pasando por Miami».

En cada declaración, solo uno de los destinos y su posición en esa declaración es correcto.

¿Cuál es la ruta que tomó el sospechoso?

- (A) Nueva York → Chicago → Omaha
- (B) San Francisco → Chicago → Kansas City
- (C) Nueva York → Miami → Kansas City
- (D) San Francisco → Miami → Omaha
- (E) Chicago → San Francisco → Kansas City

22 El cuadrado ABCD está dividido en cuatro rectángulos grises iguales, cuatro rectángulos blancos iguales y un cuadrado negro. La longitud del lado del cuadrado negro es de 7 cm. La medida del lado más largo de cada rectángulo blanco es de 15 cm y la medida del lado más largo de cada rectángulo gris es de 29 cm.



¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado ABCD?

- (A) 33 cm
- (B) 34 cm
- (C) 35 cm
- (D) 36 cm
- (E) 37 cm

23

Cinco hermanos han plantado flores en macetas. Ahora están empezando a brotar las primeras flores. En las macetas de Jaime y Federico juntas hay tres veces más brotes que en la maceta de Zoe. En las macetas de Federico y Carlos juntas hay dos veces más brotes que en la maceta de René. ¿Cuál es la maceta de Federico?



24

Julia tiene 9 bolas con pesos de 1 kg, 2 kg, ..., hasta 9 kg. Coloca siete de las bolas en una balanza para que quede equilibrada. Dos de ellas se colocan en el plato izquierdo y cinco en el derecho. ¿Cuál es el peso total mínimo posible de las dos bolas que no se utilizan?

- (A) 5 kg
- (B) 7 Kg
- (C) 9 Kg
- (D) 11 Kg
- (E) 17 Kg

25

Tenemos siete cartas idénticas:



Sara elige tres cartas y luego Tania elige dos cartas. Se dan cuenta de que la suma de las cartas de Sara es cinco veces la suma de las cartas de Tania. ¿Cuál es la suma de los números de las cartas no elegidas?

- (A) 14 (B) 12 (C) 10 (D) 8 (E) 6

26

Hay que eliminar varios números de la tabla siguiente de modo que la suma de cada fila y cada columna sea igual a 15.

4	7	7	4
6	4	4	5
5	5	4	6
5	8	7	4

¿Cuál será la suma de los números eliminados?

- (A) 31 (B) 29 (C) 27 (D) 25 (E) 24

27

Cada círculo contiene un número para que los cálculos sean correctos.

$$\begin{array}{r}
 \bullet + \circ = 10 \\
 + \quad + \\
 \circ - \bullet = 4 \\
 \parallel \quad \parallel \\
 16 \quad 10
 \end{array}$$

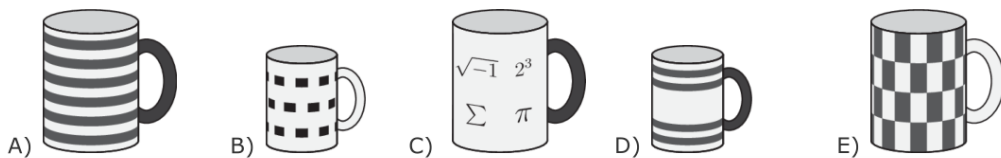
¿Cuál es la suma de los números de los círculos grises?

- (A) 10 (B) 12 (C) 27 (D) 25 (E) 24

28

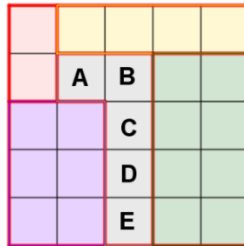
Las siguientes cinco tazas pertenecen a Leonardo, Ramón, Ana, Pedro y Sara, en algún orden. Todas las asas de las tazas son blancas o negras. La taza de Leonardo y la de Ramón son del mismo tamaño, pero las asas son de colores diferentes. La taza de Ana y la de Pedro son de diferentes tamaños, pero las asas son del mismo color.

¿Qué taza pertenece a Sara?



29

Un parque infantil cuadrado está dividido en 25 cuadrados pequeños que forman cinco regiones. Las regiones están marcadas en la imagen con una línea gruesa y con diferentes colores. Cristina coloca cinco columpios en el parque infantil. Cada fila, cada columna y cada región tienen exactamente un columpio. No hay dos columpios que puedan ocupar cuadrados adyacentes (adyacentes significa que comparten un lado o una esquina).



¿En cuál de los cuadrados marcados con una letra puede Cristina colocar uno de los columpios?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

30

Francisco escribió todos los números del 1 al 7000 en orden sin separarlos con espacios, comas, ni ningún otro símbolo. ¿Cuántas veces aparece la secuencia de dígitos «2026» en la cadena resultante?

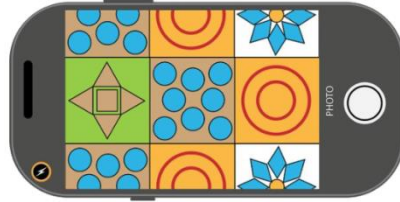
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Nivel 1 Soluciones

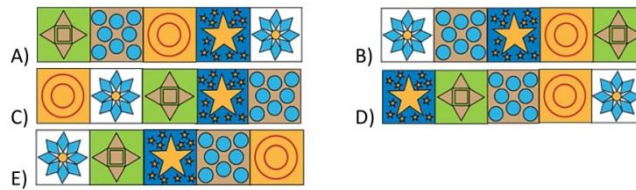
1	D
2	C
3	D
4	E
5	A
6	C
7	E
8	C
9	C
10	D
11	C
12	D
13	A
14	B
15	A
16	B
17	D
18	E
19	C
20	B
21	B
22	C
23	E
24	D
25	C
26	D
27	B
28	B
29	C
30	C

Nivel 1 Soluciones desarrolladas.

1 El suelo está compuesto por cinco baldosas diferentes. Las baldosas están colocadas siguiendo un patrón repetitivo. Eva hace una foto del suelo con su teléfono.

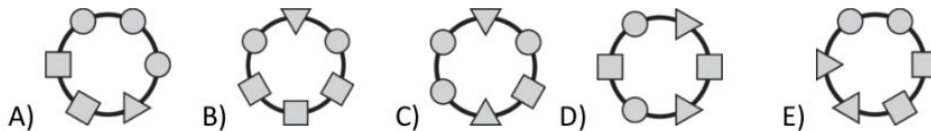


¿Cuál es el patrón repetitivo de las cinco baldosas?



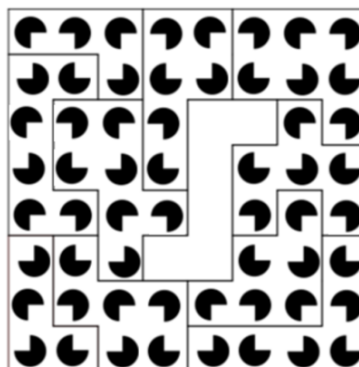
Vemos que el patrón es compatible en horizontal con la opción (D).

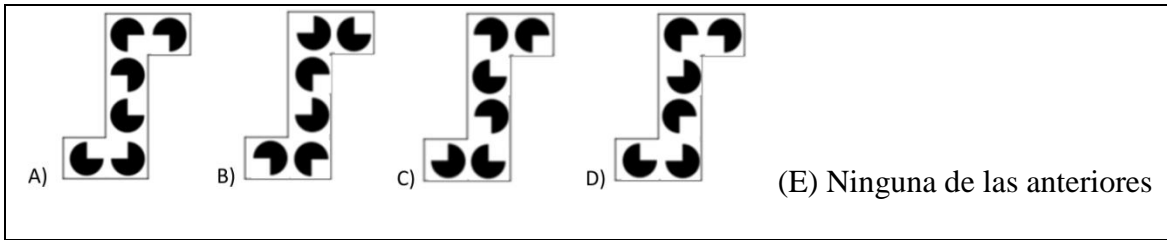
2 La pulsera de Luna está hecha con tres tipos diferentes de cuentas. Hay dos cuentas esféricas una al lado de la otra. No hay dos cuentas cúbicas una al lado de la otra. ¿Cuál de las siguientes podría ser la pulsera de Luna?



La única opción aceptable es (C).

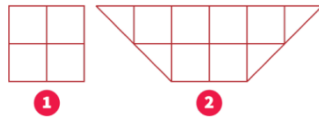
3 ¿Qué pieza falta para completar el patrón?



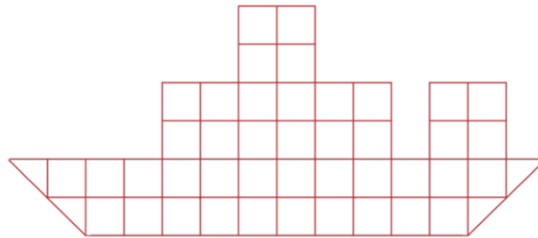


Observando detenidamente las figuras, (D)

4 Serafín tiene dos tipos de trozos de papel:

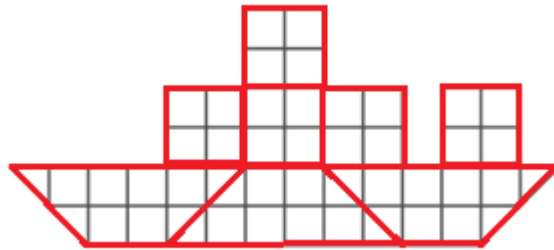


¿Cuántos trozos necesita para crear un barco con la siguiente forma?



(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Solo hay una manera aceptable de hacerlo, con 8 piezas: (E)

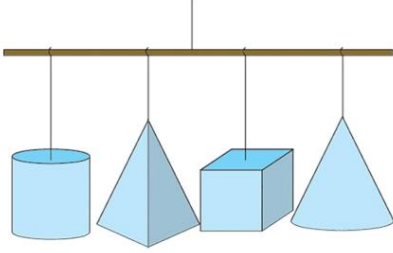


5 Un dado tiene seis caras numeradas del 1 al 6. La suma de los números de las caras opuestas es siempre 7. Los números de las tres caras que comparten un vértice común suman un total de 14. ¿Cuáles son los números de las otras tres caras?

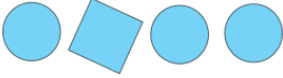

(A) 1, 2 y 4 (B) 3, 5 y 6 (C) 2, 5 y 6 (D) 1, 2 y 6 (E) 2, 3 y 4



Por tanteo llegamos a la siguiente configuración de caras opuestas: 6-1, 5-2, 3-4, con la que, efectivamente, $6+5+3=14$, luego las caras opuestas correspondientes son 1,2,4 (A)


6 Hay cuatro sólidos (cilindro, pirámide cuadrangular, cubo y un cono) colgados en el aula, como se muestra en la imagen.



Beatriz los está mirando desde abajo. ¿Qué puede ver?

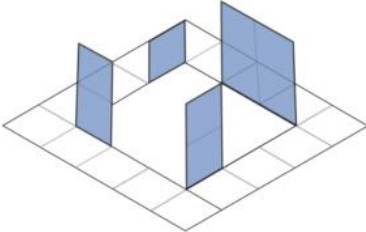
A)  C) 

B)  D) 

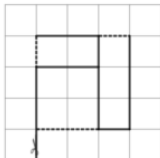
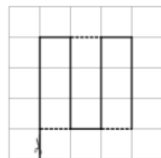
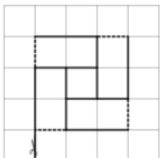
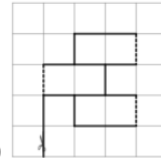
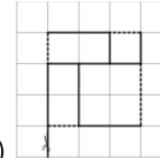
E) 

Observando las opciones, (C).

7 En una plantilla, las líneas discontinuas indican dónde doblar y las líneas continuas dónde cortar.




¿Cuál de las siguientes plantillas utilizó Eduardo para crear la siguiente figura?

A)  B)  C)  D)  E) 

Observando las opciones, (E).

8 Andrea quiere colocar varias plantillas con la siguiente forma



, una encima de otra para formar una flor como esta:



Las plantillas pueden superponerse. ¿Cuál es el número mínimo de plantillas que necesita?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

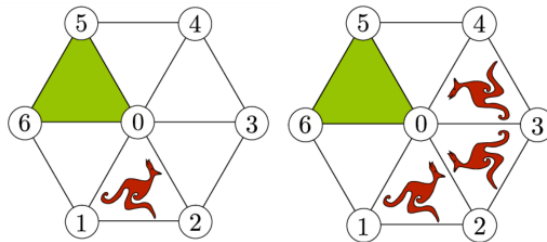
Está claro que con 3 no se puede, se necesita uno más, 4 en total (C).

9 Una pizza se corta en 8 porciones iguales. Manuel se come $\frac{1}{4}$ de las porciones de la pizza y Encarni se come $\frac{1}{2}$ de lo que queda. ¿Cuántas porciones quedan?

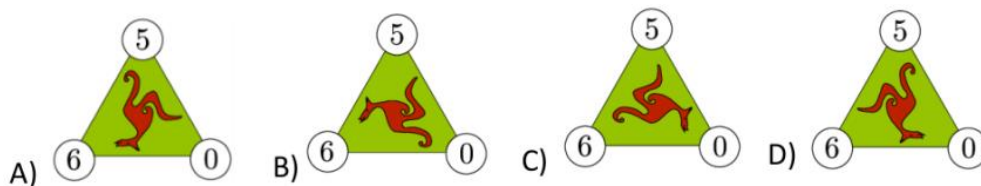
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

La cuarta parte de 8 son 2. Quedan 6 trozos. La mitad de 6 son 3. Quedan 3 trozos (C).

10 En la primera figura se puede ver la imagen de un canguro. La imagen del canguro se refleja dos veces, como se muestra en la segunda figura.



El reflejo continúa de la misma manera. ¿Cómo se verá la imagen del canguro en el triángulo que aparece sombreado?



- (E) Ninguna de las anteriores

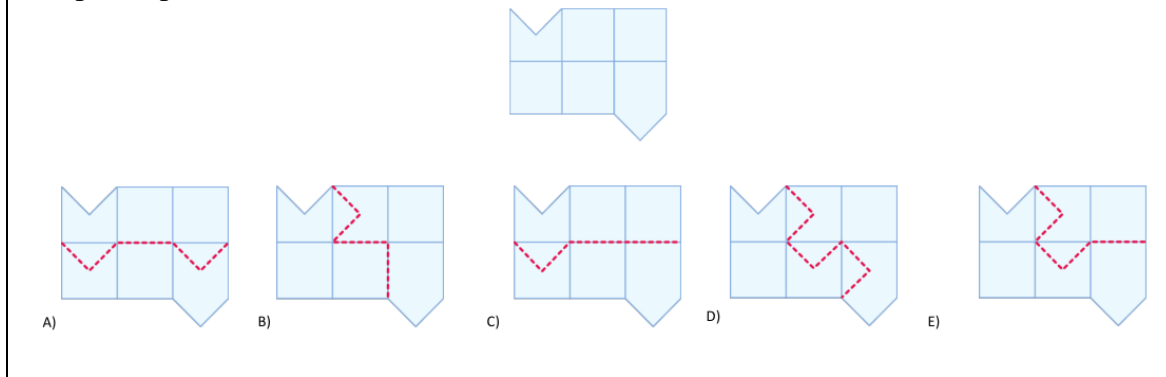
Observando detenidamente las figuras, es la opción (D).

11 La visita a la Cueva de las Imaginaciones se realiza en vehículos de tres plazas. Los vehículos salen cada dos minutos y el trayecto dura 10 minutos. El primer trío de un grupo de 30 personas comenzó la visita a las 13:00. ¿A qué hora bajó el último trío del vehículo?

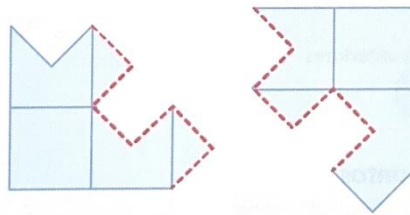
- (A) 13:18 (B) 13:20 (C) 13:28 (D) 13:30 (E) 14:40

30/3=10 viajes. El último sale 18 minutos después, y llegará 10 minutos más tarde, es decir, 28 minutos después, a las 13.28 (C).

12 ¿Qué opción muestra un corte que divide la figura en dos partes idénticas? Las partes pueden estar invertidas.



Es la opción (D).

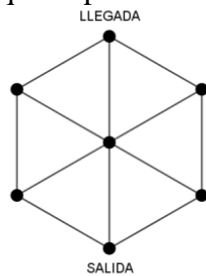


13 Un reloj digital de 24 horas funciona correctamente, pero dos de sus posiciones numéricas están intercambiadas. En este momento, marca las 15:69. ¿Qué marcará dentro de un minuto?

- (A) 10:70 (B) 15:70 (C) 16:69 (D) 16:70 (E) 25:69

Está claro que el “6” no puede estar ahí, y que la única posición aceptable para intercambiarlo es el “5”, es decir, que la hora correcta es 16:59, luego dentro de un minuto serán las 17:00, que en el reloj aparecerá como 10:70 (A).

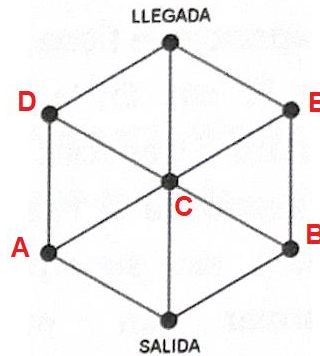
14 En la siguiente figura solo te puedes desplazar de un punto a otro si el segundo se encuentra en una posición más alta que el primero.



En estas condiciones, ¿cuántos caminos hay en total desde el punto de salida hasta el de llegada?

- (A) 13 (B) 11 (C) 9 (D) 7 (E) 5

Ponemos letras a las posiciones intermedias:

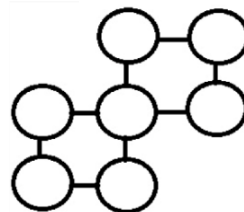


Por A:

- SALIDA→A→D→LLEGADA
- SALIDA→A→C→LLEGADA
- SALIDA→A→C→D→LLEGADA
- SALIDA→A→C→E→LLEGADA
- SALIDA→C→D→LLEGADA
- SALIDA→C→LLEGADA
- SALIDA→C→E→LLEGADA
- SALIDA→B→C→D→LLEGADA
- SALIDA→B→C→E→LLEGADA
- SALIDA→B→C→LLEGADA
- SALIDA→B→E→LLEGADA

hay 11 en total, (B).

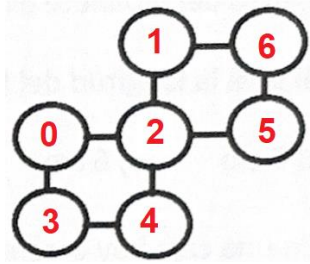
15 Los números 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6 están escritos en los círculos de la imagen. Cada número está colocado en un círculo diferente, de modo que la suma de los números de cada fila es la misma.



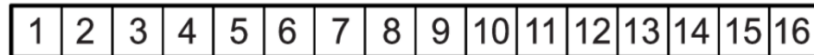
¿Cuál es el producto de los números escritos en la fila del medio?

- (A) 0 (B) 15 (C) 18 (D) 24 (E) 30

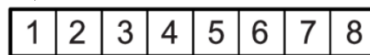
Una combinación aceptable es la siguiente, con suma $0 \times 2 \times 5 = 0$ (A).



16 Inés escribió los números del 1 al 16 en las casillas de una tira de papel, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



Luego dobló la tira por la mitad, como se muestra en esta imagen:



Continuó doblándola por la mitad y terminó solo con las dos casillas siguientes:

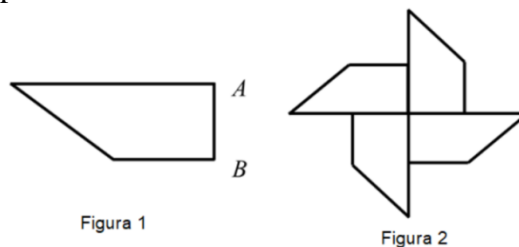


Después, atravesó con una aguja toda la tira por la casilla en la que estaba escrito el número 1, desdobló la tira y sumó todos los números de las casillas perforadas. ¿Cuál es el valor de la suma que obtuvo?

- (A) 64 (B) 68 (C) 99 (D) 128 (E) 136

Observando detalladamente la figura vemos que son los números 1, 4, 5, 8, 9, 12, 13 y 16, y suman 68 (B).

17 En la figura 1, aparece un trapecio que tiene un perímetro de 22 cm. En la figura 2, hay cuatro trapecios iguales al trapecio de la figura 1, que se unen sin superponerse para formar un molinete. El perímetro del molinete es de 56 cm.



¿Cuál será la longitud del lado AB del trapecio de la figura 1?

- (A) 8 cm (B) 6 cm (C) 3 cm (D) 4 cm (E) 5 cm

Sea $a=AB$ y sea b la suma del resto de lados del trapecio de la figura 1. Luego $a+b=22$, y $4b-4a=56$, luego $a=4$, $b=18$, y por tanto $AB=a=4$ cm. (D).

18 En una caja hay caramelos. Carlos, Pablo y Simón cogen caramelos por turnos: Carlos coge 1, luego Pablo 2, luego Simón 3, luego otra vez Carlos 4, Pablo 5 y así sucesivamente. Cuando no quedan suficientes caramelos para respetar esta regla, el que le toca coge todos los que quedan. Al final, Pablo tiene 25 caramelos. ¿Cuántos caramelos había en la caja al principio?

- (A) 48 (B) 50 (C) 55 (D) 56 (E) 65

Las condiciones del enunciado son compatibles con la siguiente situación:

C: 1 4 7 10
P: 2 5 8 no puede tomar 11
S: 3 6 9

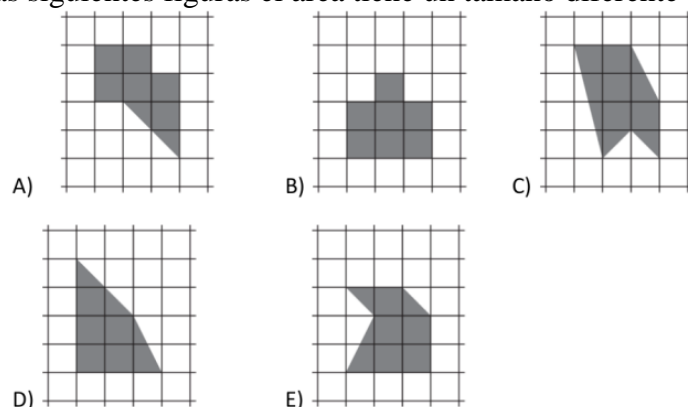
En este momento llevan cogidos

$$1+3+5+\dots+10 = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55 \text{ caramelos}$$

y Pablo ha cogido $2+5+8=15$ caramelos

Puesto que acaba con 25, quedarán 10 en la bolsa, luego el total es $55+10=65$ caramelos (E).

19 ¿En cuál de las siguientes figuras el área tiene un tamaño diferente al de las demás?



La opción (C), pues es la única que tiene 8, el resto tiene 7.

20 Un grupo de estudiantes tiene una caja de manzanas. Quieren repartirlas equitativamente entre todos. Observan que:

- Si hubiera 80 manzanas más, cada estudiante recibiría 4 manzanas más.
- Si hubiera 8 estudiantes menos, cada uno recibiría 6 manzanas más.

¿Cuántas manzanas hay en la caja?

- (A) 240 (B) 180 (C) 160 (D) 120 (E) No es posible determinar el número de manzanas

Sea x el número de fresas y n el número de personas

Las ecuaciones del enunciado son:

$$\frac{x}{n} + 4 = \frac{x+80}{n}, \quad \frac{x}{n-8} = \frac{x}{n} + 6$$

luego

$$\frac{x}{n} + 4 = \frac{x+80}{n} = \frac{x}{n} + \frac{80}{n} \Rightarrow 4 = \frac{x+80}{n} = \frac{80}{n} \Rightarrow n = 20$$

$$\frac{x}{20-8} = \frac{x}{20} + 6 \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{x}{20} + 6 = \frac{x+120}{20} \Rightarrow 20x = 12(x+120) = 12x + 12 \cdot 120$$

$$\Rightarrow 8x = 12 \cdot 120 \Rightarrow x = 3 \cdot 60 = 180$$

y la respuesta correcta es (B).

21 Un detective está tratando de determinar la ruta que tomó el sospechoso. El sospechoso da tres declaraciones diferentes:

«Fui de Nueva York a Omaha pasando por Chicago».

«Fui de Nueva York a Kansas City pasando por Miami».

«Fui de San Francisco a Omaha pasando por Miami».

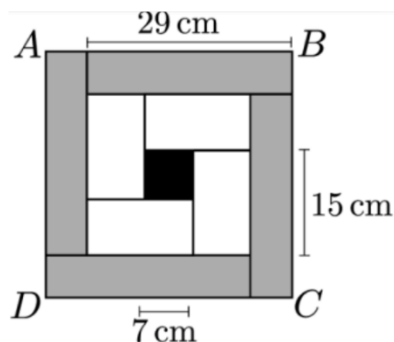
En cada declaración, solo uno de los destinos y su posición en esa declaración es correcto.

¿Cuál es la ruta que tomó el sospechoso?

- (A) Nueva York → Chicago → Omaha
- (B) San Francisco → Chicago → Kansas City
- (C) Nueva York → Miami → Kansas City
- (D) San Francisco → Miami → Omaha
- (E) Chicago → San Francisco → Kansas City

Observamos las opciones propuestas y vemos que la (B) se adapta a las condiciones del enunciado.

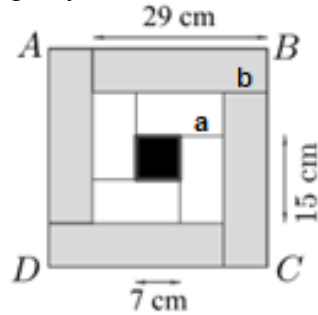
22 El cuadrado ABCD está dividido en cuatro rectángulos grises iguales, cuatro rectángulos blancos iguales y un cuadrado negro. La longitud del lado del cuadrado negro es de 7 cm. La medida del lado más largo de cada rectángulo blanco es de 15 cm y la medida del lado más largo de cada rectángulo gris es de 29 cm.



¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado ABCD?

- (A) 33 cm
- (B) 34 cm
- (C) 35 cm
- (D) 36 cm
- (E) 37 cm

Sea a la anchura del rectángulo gris y b la anchura del rectángulo blanco.

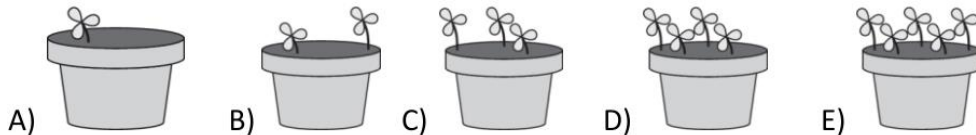


$$7 + a = 15 \Rightarrow a = 8$$

$$\text{Luego } 29 = 8 + 15 + b \Rightarrow b = 6$$

$$\text{Finalmente } AB = 29 + b = 29 + 6 = 35 \quad (\text{C}).$$

23 Cinco hermanos han plantado flores en macetas. Ahora están empezando a brotar las primeras flores. En las macetas de Jaime y Federico juntas hay tres veces más brotes que en la maceta de Zoe. En las macetas de Federico y Carlos juntas hay dos veces más brotes que en la maceta de René. ¿Cuál es la maceta de Federico?



Z solo puede ser 2 o 3. Probando distintas combinaciones llegamos a una aceptable: $J=1, Z=2, C=3, R=4, F=5$. (E).

24 Julia tiene 9 bolas con pesos de 1 kg, 2 kg, ..., hasta 9 kg. Coloca siete de las bolas en una balanza para que quede equilibrada. Dos de ellas se colocan en el plato izquierdo y cinco en el derecho. ¿Cuál es el peso total mínimo posible de las dos bolas que no se utilizan?

- (A) 5 kg (B) 7 Kg (C) 9 Kg (D) 11 Kg (E) 17 Kg

Para obtener el mínimo peso de las bolas no utilizadas, intentaremos tomar las más pesadas.

$$17 = 8 + 9 = 1 + 2 + 3 + 4 + 7$$

y quedan sin utilizar $5 + 6 = 11$ (D).

25 Tenemos siete cartas idénticas:



Sara elige tres cartas y luego Tania elige dos cartas. Se dan cuenta de que la suma de las cartas de Sara es cinco veces la suma de las cartas de Tania. ¿Cuál es la suma de los números de las cartas no elegidas?

(A) 14 (B) 12 (C) 10 (D) 8 (E) 6

Vemos que las condiciones del enunciado son compatibles con la configuración

$$4+5+6=5(1+2)$$

quedando como cartas no elegidas 3 y 7, luego la solución es $3+7=10$ (C).

26 Hay que eliminar varios números de la tabla siguiente de modo que la suma de cada fila y cada columna sea igual a 15.

4	7	7	4
6	4	4	5
5	5	4	6
5	8	7	4

¿Cuál será la suma de los números eliminados?

(A) 31 (B) 29 (C) 27 (D) 25 (E) 24

Una solución aceptable es la siguiente:

4	7	7	4
6	4	4	5
5	5	4	6
5	8	7	4

En la que hemos tachado $7+4+5+5+4=25$ (D).

27 Cada círculo contiene un número para que los cálculos sean correctos.

$$\begin{array}{r} \text{●} + \text{○} = 10 \\ + \quad + \\ \text{○} - \text{●} = 4 \\ \parallel \quad \parallel \\ 16 \quad 10 \end{array}$$

¿Cuál es la suma de los números de los círculos grises?

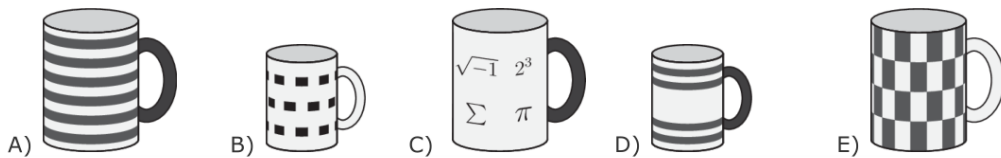
(A) 10 (B) 12 (C) 27 (D) 25 (E) 24

Vemos que las condiciones del problema son compatibles con la siguiente configuración:

$$\begin{array}{r} \textcircled{6} + \textcircled{4} = 10 \\ + \quad + \\ \textcircled{10} - \textcircled{6} = 4 \\ \parallel \quad \parallel \\ 16 \quad 10 \end{array}$$

Por lo tanto la respuesta correcta es $6+6=12$ (B).

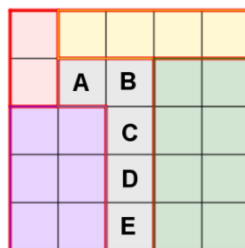
28 Las siguientes cinco tazas pertenecen a Leonardo, Ramón, Ana, Pedro y Sara, en algún orden. Todas las asas de las tazas son blancas o negras. La taza de Leonardo y la de Ramón son del mismo tamaño, pero las asas son de colores diferentes. La taza de Ana y la de Pedro son de diferentes tamaños, pero las asas son del mismo color. ¿Qué taza pertenece a Sara?



Probando diferentes combinaciones con Ana y Pedro llegamos a una combinación aceptable:

Leonardo A, Ana C, Pedro D y Ramón E, luego queda la B para Sara. (B)

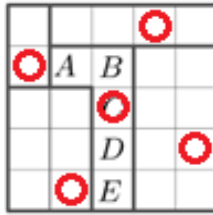
29 Un parque infantil cuadrado está dividido en 25 cuadrados pequeños que forman cinco regiones. Las regiones están marcadas en la imagen con una línea gruesa y con diferentes colores. Cristina coloca cinco columpios en el parque infantil. Cada fila, cada columna y cada región tienen exactamente un columpio. No hay dos columpios que puedan ocupar cuadrados adyacentes (adyacentes significa que comparten un lado o una esquina).



¿En cuál de los cuadrados marcados con una letra puede Cristina colocar uno de los columpios?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

Mediante tanteo llegamos a la siguiente configuración aceptable:



Luego la solución es (C).

30 Francisco escribió todos los números del 1 al 7000 en orden sin separarlos con espacios, comas, ni ningún otro símbolo. ¿Cuántas veces aparece la secuencia de dígitos «2026» en la cadena resultante?

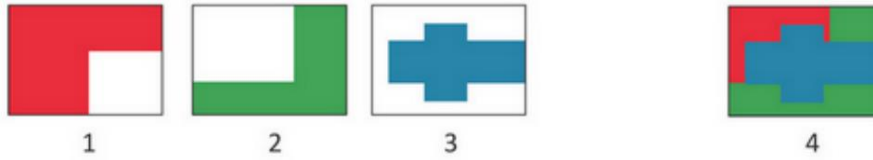
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Vemos que aparecerá en ...6202|6203..., en ...2620|2621... y en ...2025|2026..., tres veces en total (C).

Nivel 2 (2.º de Educación Secundaria Obligatoria) Enunciados.

1

Nieves tenía tres láminas transparentes. En cada una pintó una imagen de color sólido, no transparente. Luego, colocó las láminas una encima de otra en el orden 1 - 2 - 3, para crear la imagen 4.



¿Qué imagen obtendría cuando coloque las hojas en el orden 3 - 2 - 1?



2

Sara tiene un teléfono con varias aplicaciones instaladas. Cada aplicación ocupa un espacio en la memoria del dispositivo (en unidades), como se muestra en la imagen.

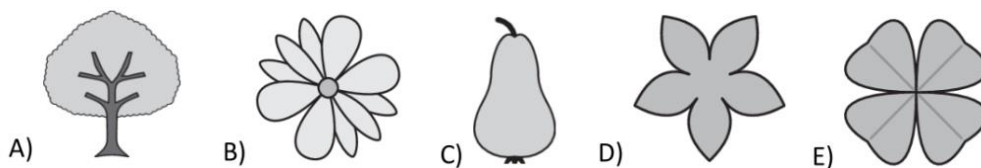
	Mathsapp	10
	Funcbook	25
	DeltaTube	20
	Geostagram	6
	EpsilonTok	16
	Pitch	12
	Mathflix	9
	Impostor	8

La capacidad máxima de almacenamiento del teléfono es de 128 unidades. Sara quiere instalar una nueva aplicación que ocupa 32 unidades de memoria. Para ello, necesita eliminar exactamente una aplicación. ¿Qué aplicación debe eliminar Sara para poder instalar la nueva y dejar su teléfono lo más lleno posible (sin desperdiciar espacio)?

(A) Mathapp (B) Funcbook (C) Pitch (D) Mathflix (E) Impostor

3

¿Cuál de estas imágenes tiene más ejes de simetría?



4

Entre las cifras del número 2026, en ese orden, se insertan un símbolo de suma, uno de resta y uno de multiplicación,

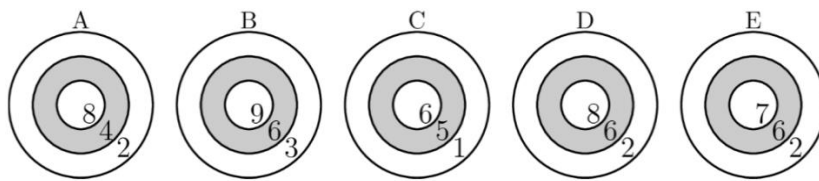
2 □ 0 □ 2 □ 6

¿cuál es el mayor resultado que puede obtenerse?

- (A) 0 (B) 6 (C) 10 (D) 14 (E) 2026

5

Marta anotó 17 puntos con tres dardos. ¿A qué diana lanzó los dardos?



- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

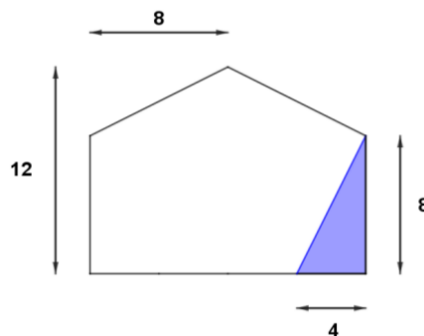
6

Sofía comenzó a leer un libro de cuentos de 240 páginas a las 2:15 p.m. A las 2:45 p.m., había leído 40 páginas. Si sigue leyendo al mismo ritmo, ¿cuánto tiempo tardará en terminar las páginas restantes?

- (A) 1 hora (B) 1 hora y media (C) 2 horas (D) 2 horas y media
(E) 2 horas y 40 minutos

7

¿Cuántas copias del triángulo coloreado se necesitarían para rellenar todo el pentágono?



- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

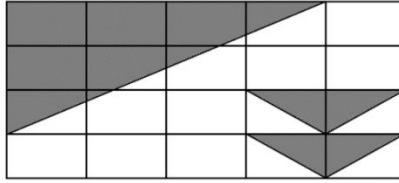
8

El número de cuatro dígitos A tiene todos los dígitos diferentes. El número de cuatro dígitos B se obtuvo a partir del número A escribiéndolo en orden inverso. La suma de los números $A + B = 3773$. ¿Cuál es el valor más pequeño posible del número A?

(A) 1002 (B) 1072 (C) 1162 (D) 1252 (E) 1342

9

La siguiente figura es una cuadrícula de 4×5 (20 rectángulos iguales). Algunas partes están sombreadas con triángulos.



¿Qué fracción de la figura completa no está sombreada?

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{7}{10}$ (E) $\frac{5}{9}$

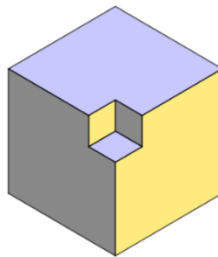
10

Hay cuatro pueblos situados a lo largo de una carretera recta en el siguiente orden: A, B, C, D. La distancia entre pueblos vecinos es de 10 kilómetros. Hay 10 escolares en el pueblo A, 20 en el B, 30 en el C y 40 en el D. ¿Dónde se debería construir una escuela para que la distancia total recorrida por todos los escolares hasta la escuela sea la más corta posible?

(A) En A (B) En B (C) Entre B y C (D) En C (E) En D

11

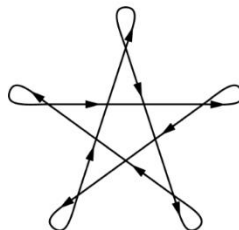
De un cubo de madera con lados de 4 cm, cortamos en cada esquina un pequeño cubo de 1 cm de lado. Una vez eliminados los 8 cubos de las esquinas, ¿cuántas caras tendrá el sólido resultante?



(A) 18 (B) 24 (C) 26 (D) 30 (E) 32

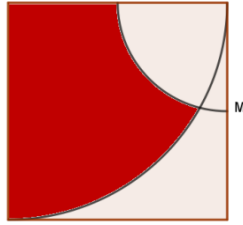
12

Juani patina una vez alrededor de este camino estrellado y vuelve al punto de partida. Mientras patina, su dirección sigue girando hacia la izquierda. ¿Cuántas vueltas completas da?



18

En un cuadrado de lado 4 cm, ¿cuál es el área del recinto coloreado de rojo, en el que M es el punto medio del lado?



- (A) 2π (B) 3π (C) Menos de 3π (D) Más de 3π (E) Es imposible calcular el área

19

Un profesor colocó cuatro cajas cerradas, cada una con un número entero de bolas. Dio las siguientes pistas:

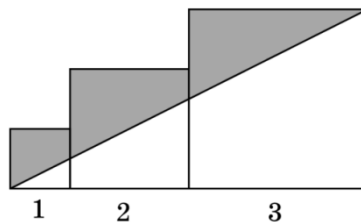
- El número total de bolas en las cuatro cajas es 39.
- La caja 1 contiene un número par.
- La caja 2 contiene tres veces el número de la caja 3.
- La caja 4 es impar e igual a la caja 1 menos 5 bolas.
- El número de la caja 2 es primo.

¿Qué orden (caja 1, caja 2, caja 3, caja 4) cumple todas las condiciones?

- (A) (22, 3, 1, 17) (B) (18, 3, 1, 13) (C) (20, 3, 1, 15) (D) (18, 6, 2, 13)
(E) (20, 6, 3, 13)

20

Tres cuadrados con lados 1, 2 y 3 están dispuestos como se muestra en la figura.



¿Cuál es el área de la zona marcada en gris?

- (A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 9

21

En la fábrica de galletas hay tres tarros que contienen galletas de jengibre.

- El tarro A tiene 9 galletas menos que los otros dos tarros juntos.
 - El tarro B tiene 15 galletas menos que el tarro A y el tarro C juntos.
- ¿Cuántas galletas hay en el tarro C?

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

22

Durante la temporada de gripe, varios alumnos de una clase enfermaban cada día. El lunes, acudieron a clase 11 niños y 12 niñas. El martes, el número de niños disminuyó en 3 con respecto al lunes, y el número de niñas disminuyó en 5. El profesor observó que el 40 % de los alumnos estaban ausentes. ¿Cuántos alumnos hay en esta clase?

- (A) 15 (B) 25 (C) 27 (D) 33 (E) 38

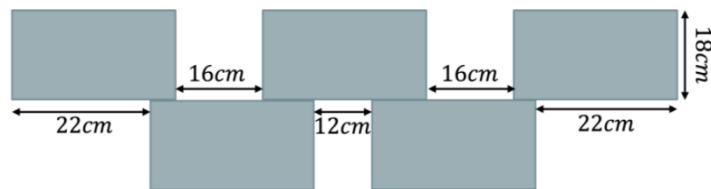
23

Hay varios lápices en una caja. Los niños intentaron adivinar cuántos. Helena dijo que había 33, Boris que eran 54 y Valeria dijo que 58. Nadie adivinó correctamente, pero se sabe que uno de ellos se equivocó por 11, otro por 14 y el otro por 7. Al enterarse de esto, Helena calculó el número exacto de lápices y escribió en la caja un número igual a la suma de los dígitos de ese número. ¿Qué número escribió Helena?

- (A) 3 (B) 4 (C) 8 (D) 11 (E) 12

24

La imagen muestra 5 rectángulos idénticos dispuestos por Cristina.

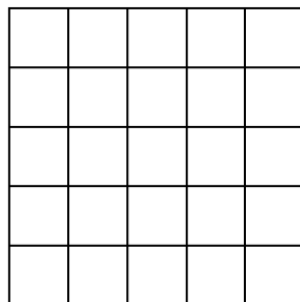


¿Cuál es el área de cada rectángulo?

- (A) 80 cm^2 (B) 396 cm^2 (C) 432 cm^2 (D) 352 cm^2 (E) 84 cm^2

25

Melisa tiene un cartón de 5×5 . Quiere cortar 8 cuadrados unitarios y mantener la parte restante como una sola pieza, con el perímetro de esta pieza lo más grande posible.

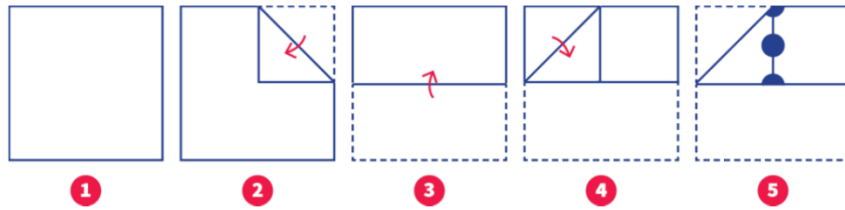


¿Cuál es el perímetro máximo posible?

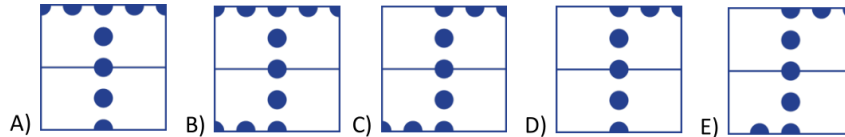
- (A) 28 (B) 30 (C) 34 (D) 36 (E) 38

26

Se dobla una hoja de papel siguiendo los pasos que se indican en el siguiente esquema y se perforan tres agujeros en los puntos marcados.



Si desplegamos el papel, ¿qué imagen se verá?



27

Hay cuatro sabores de helado: vainilla, fresa, chocolate y menta. Ana, Miguel y Vera compraron cada uno un helado de dos bolas, cada uno con dos sabores diferentes.

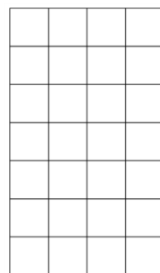
- Ana nunca comió el sabor menta.
- Miguel fue el único que eligió el sabor fresa.
- El helado de dos bolas de Vera tenía un sabor que ninguno de los otros dos eligió.
- Ninguno de los tres eligió los sabores vainilla y fresa.
- Hubo un sabor que los tres eligieron.

¿Cuáles son los dos sabores que eligió Vera?

- (A) Vainilla y chocolate
- (B) Chocolate y menta
- (C) Vainilla y menta
- (D) Fresa y chocolate
- (E) Fresa y menta

28

Miguel tiene un botellero con capacidad para 28 botellas dispuestas en una cuadrícula de 4×7 , como se muestra en la imagen.

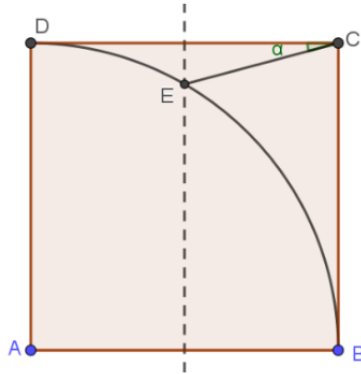


Quiere colocar tantas botellas como sea posible en el botellero, sin que ninguna botella esté adyacente a más de otras dos botellas. ¿Cuál es el mayor número de botellas que puede colocar en el botellero?

- (A) 16
- (B) 18
- (C) 20
- (D) 22
- (E) 24

29

ABCD es un cuadrado. La mediatriz del lado CD interseca el arco de la circunferencia con centro en A y que pasa por B en un punto E.



¿Cuál es la medida del ángulo $\angle DCE$?

- (A) 10° (B) 15° (C) 20° (D) 25° (E) 30°

30

Cuatro mensajeras, Ana, Bárbara, Clara y Diana, llegan a un almacén con sacos sellados. Debido a errores en el embalaje, es posible que algunos sacos estén vacíos. Un saco vacío pesa 0 kg. La báscula del almacén solo pesa tres sacos a la vez, y el empleado registra lo siguiente:

- Los sacos de Ana, Bárbara y Clara pesan en conjunto al menos 100 kg.
- Las bolsas de Ana, Bárbara y Diana juntas pesan como máximo 80 kg.
- Las bolsas de Ana, Clara y Diana juntas pesan como máximo 70 kg.
- Las bolsas de Bárbara, Clara y Diana juntas pesan como máximo 50 kg.

¿Cuál es el peso de la bolsa de Bárbara?

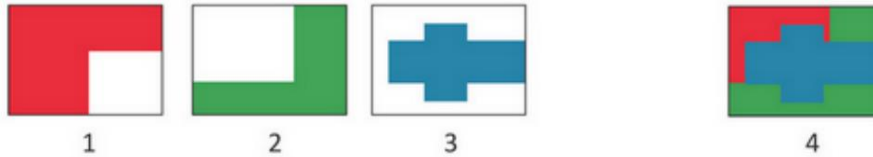
- (A) 0 Kg (B) 20 Kg (C) 30 Kg (D) 40 Kg (E) 50 Kg

Nivel 2 Soluciones

1	A
2	A
3	D
4	D
5	C
6	D
7	C
8	B
9	A
10	D
11	D
12	C
13	A
14	B
15	B
16	D
17	C
18	D
19	C
20	C
21	D
22	B
23	D
24	C
25	D
26	B
27	B
28	C
29	B
30	C

Nivel 2 Soluciones desarrolladas.

1 Nieves tenía tres láminas transparentes. En cada una pintó una imagen de color sólido, no transparente. Luego, colocó las láminas una encima de otra en el orden 1 - 2 - 3, para crear la imagen 4.



¿Qué imagen obtendría cuando coloque las hojas en el orden 3 - 2 - 1?



Observando detenidamente las opciones, es la A.

2 Sara tiene un teléfono con varias aplicaciones instaladas. Cada aplicación ocupa un espacio en la memoria del dispositivo (en unidades), como se muestra en la imagen.

	Mathsapp	10
	Funcbook	25
	DeltaTube	20
	Geostagram	6
	EpsilonTok	16
	Pitch	12
	Mathflix	9
	Impostor	8

La capacidad máxima de almacenamiento del teléfono es de 128 unidades. Sara quiere instalar una nueva aplicación que ocupa 32 unidades de memoria. Para ello, necesita eliminar exactamente una aplicación. ¿Qué aplicación debe eliminar Sara para poder instalar la nueva y dejar su teléfono lo más lleno posible (sin desperdiciar espacio)?

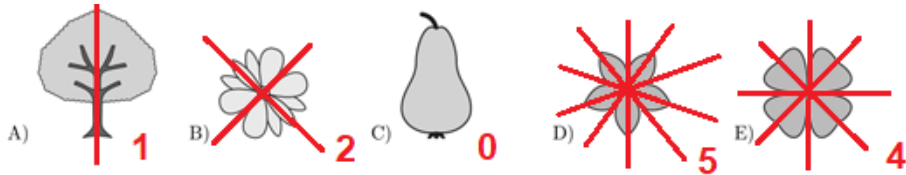
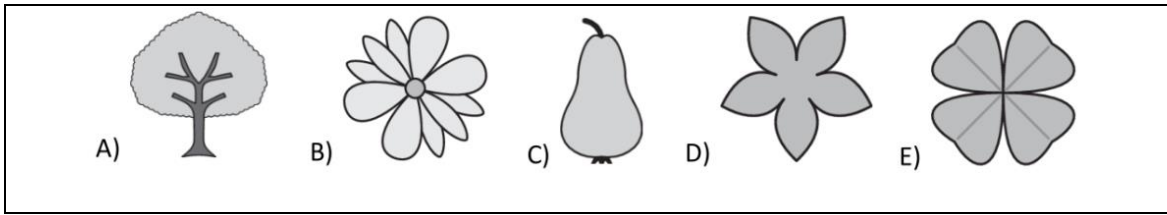
(A) Mathapp (B) Funcbook (C) Pitch (D) Mathflix (E) Impostor

$$10+25+20+6+16+12+9+8=106$$

Le sobran $128-106=22$ unidades y por lo tanto necesita liberar como mínimo $32-22=10$ unidades.

Luego debe eliminar Mathsapp (A).

3 ¿Cuál de estas imágenes tiene más ejes de simetría?



La opción D.

4 Entre las cifras del número 2026, en ese orden, se insertan un símbolo de suma, uno de resta y uno de multiplicación,

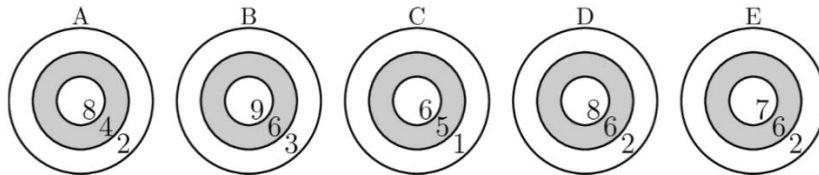
2 □ 0 □ 2 □ 6

¿cuál es el mayor resultado que puede obtenerse?

- (A) 0 (B) 6 (C) 10 (D) 14 (E) 2026

$$2-0+2\times 6=14 \text{ (D)}$$

5 Marta anotó 17 puntos con tres dardos. ¿A qué diana lanzó los dardos?



- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

$17=6\times 2+1\times 5$ y la opción (C) es compatible.

6 Sofía comenzó a leer un libro de cuentos de 240 páginas a las 2:15 p.m. A las 2:45 p.m., había leído 40 páginas. Si sigue leyendo al mismo ritmo, ¿cuánto tiempo tardará en terminar las páginas restantes?

- (A) 1 hora (B) 1 hora y media (C) 2 horas (D) 2 horas y media
(E) 2 horas y 40 minutos

$$2:40 - 2:15 = 30 \text{ minutos}$$

Planteamos una regla de tres:

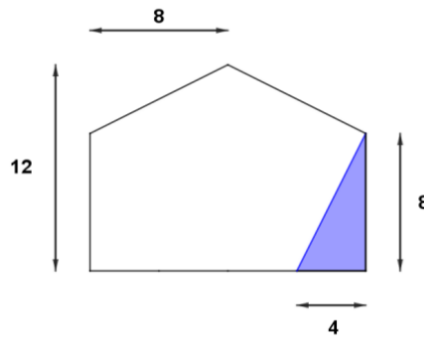
40 páginas → 30 minutos

240 páginas → x minutos

$$x = \frac{240 \cdot 30}{40} = 60 \cdot 3 = 180 \text{ minutos} = 3 \text{ horas}$$

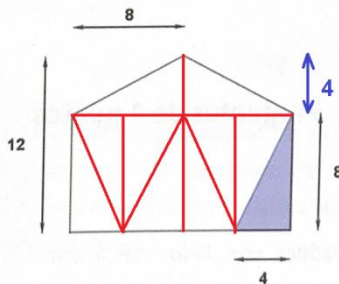
Luego necesitará 2 horas y media más (D).

7 ¿Cuántas copias del triángulo coloreado se necesitarían para rellenar todo el pentágono?



- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

Podemos dividir la figura en 10 triángulos rectángulos iguales al azul:



Luego se necesitarán 9 copias más, 10 en total (C)

8 El número de cuatro dígitos A tiene todos los dígitos diferentes. El número de cuatro dígitos B se obtuvo a partir del número A escribiéndolo en orden inverso. La suma de los números $A + B = 3773$. ¿Cuál es el valor más pequeño posible del número A?

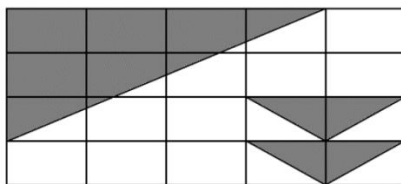
- (A) 1002 (B) 1072 (C) 1162 (D) 1252 (E) 1342

Tenemos que hacer una suma

$$\begin{array}{r} a b c d \\ + d c b a \\ \hline 3 7 7 3 \end{array}$$

La opción B satisface la condición, y es la opción más pequeña. Luego la respuesta es (B).

9 La siguiente figura es una cuadrícula de 4×5 (20 rectángulos iguales). Algunas partes están sombreadas con triángulos.



¿Qué fracción de la figura completa no está sombreada?

- (A) $3/5$ (B) $2/5$ (C) $1/2$ (D) $7/10$ (E) $5/9$

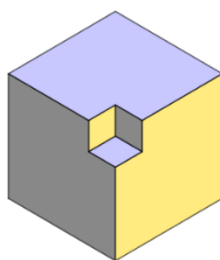
Vemos que hay sombreada la mitad de 12 piezas, que son 6, más 2 piezas completas. En total 8 piezas de 20, luego no están sombreadas 12 de 20, es decir $12/20 = 3/5$ (A).

10 Hay cuatro pueblos situados a lo largo de una carretera recta en el siguiente orden: A, B, C, D. La distancia entre pueblos vecinos es de 10 kilómetros. Hay 10 escolares en el pueblo A, 20 en el B, 30 en el C y 40 en el D. ¿Dónde se debería construir una escuela para que la distancia total recorrida por todos los escolares hasta la escuela sea la más corta posible?

- (A) En A (B) En B (C) Entre B y C (D) En C (E) En D

Está claro que debe estar próximo a C y D, pues en esos pueblos hay muchos vecinos. En C, la distancia total será $10 \times 20 + 20 \times 10 + 30 \times 0 + 40 \times 10 = 800$ km
 En D, la distancia total será $10 \times 30 + 20 \times 20 + 30 \times 10 + 40 \times 0 = 1000$ km
 La respuesta correcta es (D).

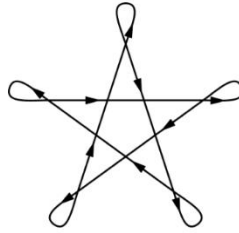
11 De un cubo de madera con lados de 4 cm, cortamos en cada esquina un pequeño cubo de 1 cm de lado. Una vez eliminados los 8 cubos de las esquinas, ¿cuántas caras tendrá el sólido resultante?



- (A) 18 (B) 24 (C) 26 (D) 30 (E) 32

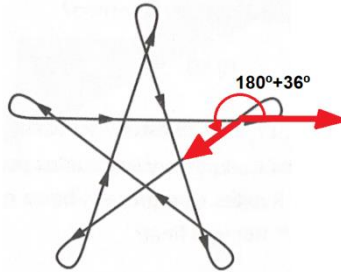
Teníamos 6 caras y ahora añadimos 3 en cada uno de los 8 vértices, luego tendremos $6 + 3 \times 8 = 30$ caras en total. (D).

12 Juani patina una vez alrededor de este camino estrellado y vuelve al punto de partida. Mientras patina, su dirección sigue girando hacia la izquierda. ¿Cuántas vueltas completas da?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Suponiendo que los ángulos internos de un pentágono son de 36° , vemos que en cada una de las vueltas que hace en los vértices genera $180^\circ + 36^\circ$

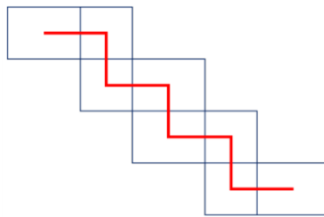


Luego, en total, genera

$$5(180^\circ + 36^\circ) = 5 \cdot 180^\circ + 5 \cdot 36^\circ = 5 \cdot 180^\circ + 180^\circ = 6 \cdot 180^\circ = 3 \cdot 360^\circ$$

es decir, tres vueltas completas (C).

13 La siguiente figura está formada por celdas cuadradas de perímetro 20 cm y celdas rectangulares de perímetro 24 cm.



Cada segmento rojo conecta los centros de dos celdas adyacentes. ¿Cuál es la longitud total, en centímetros, de los segmentos rojos?

- (A) 39 (B) 42 (C) 48 (D) 52 (E) 54

El perímetro del cuadrado es 20, luego su lado es 5.

El perímetro del rectángulo es $24 = 2a + 2 \cdot 5$, luego los rectángulos hacen 5×7 .

Los segmentos rojos suman en los cuadrados, $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

En los rectángulos centrales, $7 + 5 = 12$

En los rectángulos de los extremos, 7

En total, $20 + 12 + 7 = 39$ (A).

14 Pedro ha olvidado el código de cuatro dígitos de su teléfono. Pero recuerda claramente tres datos: el primer dígito es un tercio del tercer dígito; el segundo dígito es seis veces el cuarto dígito; y todos los dígitos son diferentes. ¿Cuál es la suma de los dígitos del código de Pedro?

(A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21 (E) 22

Si el código es ABCD, se cumple $A=C/3$ y $B=6D$, una combinación aceptable es $D=1$, $B=6$, luego $C=9$ y $A=3$ y con esta combinación tenemos $3+6+9+1=19$ (B).

15 El profesor quiere comprar entradas para él y sus alumnos para ir a un parque de atracciones. Descubre que el número de alumnos es exactamente el mismo que la cantidad de números distintos de cuatro dígitos que se pueden formar con los dígitos de 2026. ¿Cuántas entradas comprará?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

La cifra de los miles solo puede ser 2 o 6.

Si es un 2, las tres restantes pueden ser cualquier permutación de 0, 2 y 6.

Si es un 6, tenemos 6202, 6220 y 6022.

En total $3!+3=9$ combinaciones diferentes (A).

No concuerda con la solución oficial B

16 Antonio está participando en un torneo de tenis en el que cada jugador juega contra todos los demás exactamente una vez, y ningún partido termina en empate. Antonio ganó 6 partidos y perdió 4. ¿Cuál es el número total de victorias acumuladas por todos los jugadores en el torneo?

(A) 40 (B) 45 (C) 50 (D) 55 (E) 60

Si ganó 6 partidos y perdió 4, jugó 10 partidos, luego son 11 jugadores.

El número de partidas es $10+9+8+\dots+2+1=10 \times 11 / 2 = 55$ partidas.

En cada partida aparece un ganador y un perdedor, luego hay 55 victorias acumuladas (D).

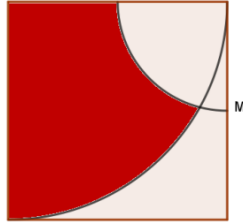
17 Los números 9, 11, 13, 15, 17 y 19 están escritos en una pizarra. En cada paso, puedes borrar dos números cualquiera y sustituirlos por un nuevo número igual a uno menos que su suma. Repites este proceso hasta que solo quede un número en la pizarra. ¿Cuál será ese número final?

(A) 66 (B) 75 (C) 79 (D) 80 (E) 83

$T=9+11+13+15+17+19=84$

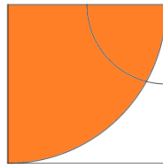
En cada paso la suma total decrece en 1. En 5 pasos se habrá reducido en 5, luego será $84 - 5 = 79$ (C).

18 En un cuadrado de lado 4 cm, ¿cuál es el área del recinto coloreado de rojo, en el que M es el punto medio del lado?

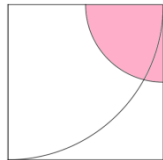


(A) 2π (B) 3π (C) Menos de 3π (D) Más de 3π (E) Es imposible calcular el área

El área de un cuarto de un círculo de lado 4 es $\frac{1}{4}\pi \cdot 4^2 = 4\pi$



El área de un cuarto de un círculo de lado 2 es $\frac{1}{4}\pi \cdot 2^2 = \pi$



Luego el área de la imagen es un poco más de $4\pi - \pi = 3\pi$ y por tanto la respuesta correcta es (D).

19 Un profesor colocó cuatro cajas cerradas, cada una con un número entero de bolas. Dio las siguientes pistas:

- El número total de bolas en las cuatro cajas es 39.
- La caja 1 contiene un número par.
- La caja 2 contiene tres veces el número de la caja 3.
- La caja 4 es impar e igual a la caja 1 menos 5 bolas.
- El número de la caja 2 es primo.

¿Qué orden (caja 1, caja 2, caja 3, caja 4) cumple todas las condiciones?

(A) (22, 3, 1, 17) (B) (18, 3, 1, 13) (C) (20, 3, 1, 15) (D) (18, 6, 2, 13)
(E) (20, 6, 3, 13)

$$A+B+C+D=39$$

A par

$$B=3C$$

D impar, $D=A-5$

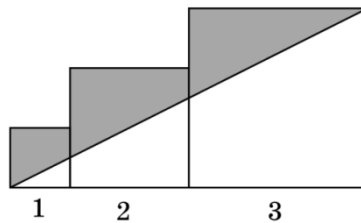
B primo

El único primo múltiplo de 3 es el propio 3, luego $C=1$, $B=3$. Reconstruimos las condiciones:

$$\left. \begin{array}{l} A + B = 39 - 1 - 3 = 35 \\ D = A - 5 \end{array} \right\} \Rightarrow A = 20, D = 15$$

Así pues, la solución es $(20, 3, 1, 15)$ (C).

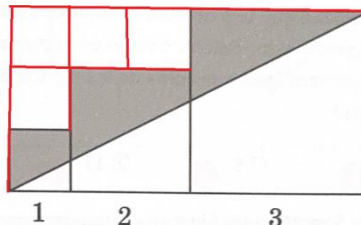
20 Tres cuadrados con lados 1, 2 y 3 están dispuestos como se muestra en la figura.



¿Cuál es el área de la zona marcada en gris?

- (A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 9

Completando el rectángulo:



Vemos que es la mitad de un rectángulo de 6×3 menos cuatro cuadrados de área 1, es decir:

$$6 \times 3 / 2 - 4 \times 1 = 5 \quad (\text{C})$$

21 En la fábrica de galletas hay tres tarros que contienen galletas de jengibre.

- El tarro A tiene 9 galletas menos que los otros dos tarros juntos.

- El tarro B tiene 15 galletas menos que el tarro A y el tarro C juntos.

¿Cuántas galletas hay en el tarro C?

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

$$\left. \begin{array}{l} A = B + C - 9 \\ B = A + C - 15 \end{array} \right\} \Rightarrow A + B = B + C - 9 + A + C - 15 \Rightarrow 0 = 2C - 24 \Rightarrow C = 12 \quad (\text{D})$$

22 Durante la temporada de gripe, varios alumnos de una clase enfermaban cada día. El lunes, acudieron a clase 11 niños y 12 niñas. El martes, el número de niños disminuyó en 3 con respecto al lunes, y el número de niñas disminuyó en 5. El profesor observó que el 40 % de los alumnos estaban ausentes. ¿Cuántos alumnos hay en esta clase?

(A) 15 (B) 25 (C) 27 (D) 33 (E) 38

niños: $x \rightarrow 11 \rightarrow 8$

niñas: $y \rightarrow 12 \rightarrow 7$

Ausentes: $x - 8 + y - 7 = x + y - 15$

$$\frac{40}{100}(x + y) = x + y - 15 \Leftrightarrow \frac{40}{100}t = t - 15 \Rightarrow t = x + y = 25 \quad (\text{B})$$

23 Hay varios lápices en una caja. Los niños intentaron adivinar cuántos. Helena dijo que había 33, Boris que eran 54 y Valeria dijo que 58. Nadie adivinó correctamente, pero se sabe que uno de ellos se equivocó por 11, otro por 14 y el otro por 7. Al enterarse de esto, Helena calculó el número exacto de lápices y escribió en la caja un número igual a la suma de los dígitos de ese número. ¿Qué número escribió Helena?

(A) 3 (B) 4 (C) 8 (D) 11 (E) 12

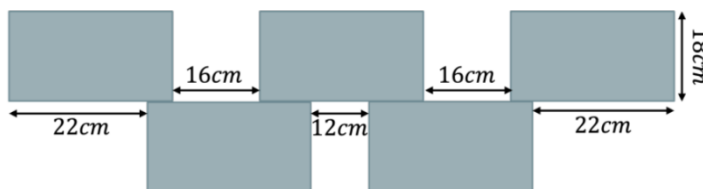
Vemos que hay dos números, 54 y 58, que están relativamente próximos, mientras que el tercero, 33, está, digamos, más alejado. Por otro lado tenemos dos errores, 11 y 14 que son semejantes y uno, 7, digamos diferente. Luego los errores, 11 o 14, al menos uno de ellos corresponderá a los números 54 y 58.

Esto nos induce a pensar que el número que buscamos estará entre 33 y 54. Probando diferentes alternativas llegamos al número 47 que satisface todas las condiciones del enunciado:

$$33 + 14 = 47, 54 - 7 = 47, 58 - 11 = 47.$$

La respuesta correcta es $4 + 7 = 11$ (D).

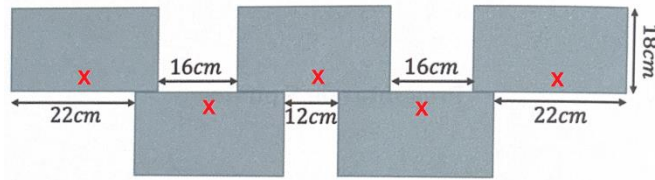
24 La imagen muestra 5 rectángulos idénticos dispuestos por Cristina.



¿Cuál es el área de cada rectángulo?

(A) 80 cm^2 (B) 396 cm^2 (C) 432 cm^2 (D) 352 cm^2 (E) 84 cm^2

Sea x la longitud de este rectángulo.

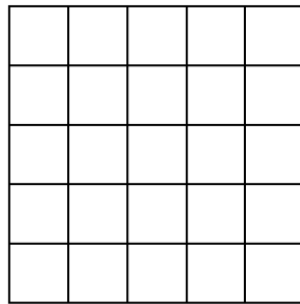


Se cumplirá

$$3x + 2 \cdot 16 = 2x + 2 \cdot 22 + 12 \Rightarrow x = 24$$

y por tanto el área es $24 \times 18 = 432 \text{ cm}^2$ (C)

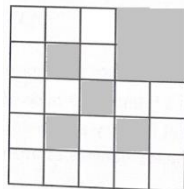
25 Melisa tiene un cartón de 5×5 . Quiere cortar 8 cuadrados unitarios y mantener la parte restante como una sola pieza, con el perímetro de esta pieza lo más grande posible.



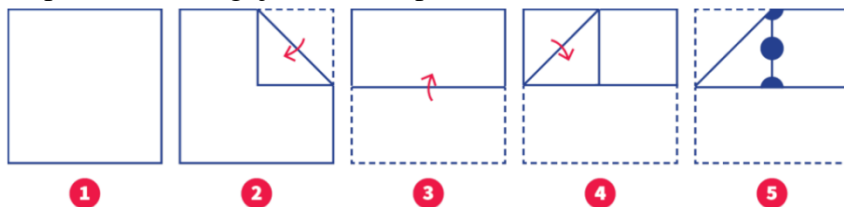
¿Cuál es el perímetro máximo posible?

- (A) 28 (B) 30 (C) 34 (D) 36 (E) 38

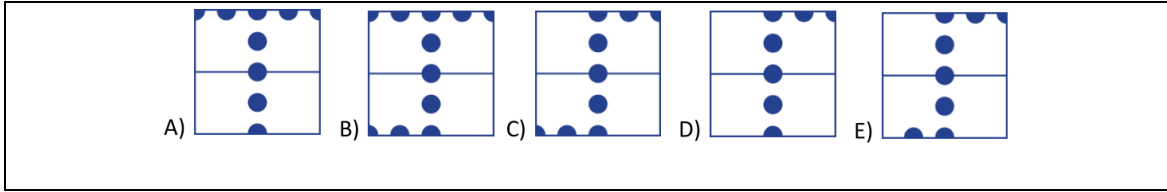
Con la siguiente propuesta se consigue un perímetro de $20 + 4 \times 4 = 36$. No veo como se podría mejorar. (D).



26 Se dobla una hoja de papel siguiendo los pasos que se indican en el siguiente esquema y se perforan tres agujeros en los puntos marcados.



Si desplegamos el papel, ¿qué imagen se verá?



Haciendo esta figura en papel, y siguiendo los pasos indicados, vemos que llegamos a la opción (B).

27 Hay cuatro sabores de helado: vainilla, fresa, chocolate y menta. Ana, Miguel y Vera compraron cada uno un helado de dos bolas, cada uno con dos sabores diferentes.

- Ana nunca comió el sabor menta.
 - Miguel fue el único que eligió el sabor fresa.
 - El helado de dos bolas de Vera tenía un sabor que ninguno de los otros dos eligió.
 - Ninguno de los tres eligió los sabores vainilla y fresa.
 - Hubo un sabor que los tres eligieron.
- ¿Cuáles son los dos sabores que eligió Vera?

- (A) Vainilla y chocolate
- (B) Chocolate y menta
- (C) Vainilla y menta
- (D) Fresa y chocolate
- (E) Fresa y menta

Se afirma que hubo un sabor que los tres eligieron. No puede ser M, pues no lo eligió Ana. Tampoco V, pues ninguno lo eligió. Tampoco F pues solo lo eligió Miguel. Así pues el sabor común es C.

Puesto que Miguel fue el único que eligió F, Miguel debe ser F & C.

Vera eligió C y otro sabor que ninguno más lo eligió.

El segundo sabor de Ana no fue M, luego una configuración aceptable sería

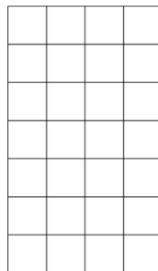
Ana: C & V.

Miguel: C & F.

Vera: C & M.

Luego la respuesta correcta es (B).

28 Miguel tiene un botellero con capacidad para 28 botellas dispuestas en una cuadrícula de 4×7 , como se muestra en la imagen.



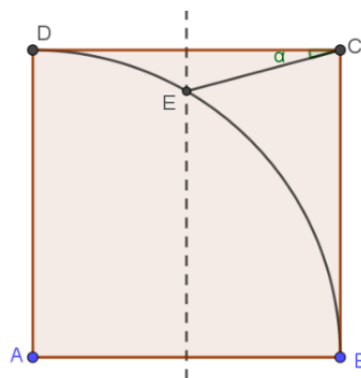
Quiere colocar tantas botellas como sea posible en el botellero, sin que ninguna botella esté adyacente a más de otras dos botellas. ¿Cuál es el mayor número de botellas que puede colocar en el botellero?

- (A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 22 (E) 24

Vamos eliminando casillas y encontramos esta configuración con 20 botellas. No parece mejorable (C).



29 ABCD es un cuadrado. La mediatriz del lado CD interseca el arco de la circunferencia con centro en A y que pasa por B en un punto E.



¿Cuál es la medida del ángulo $\angle DCE$?

- (A) 10° (B) 15° (C) 20° (D) 25° (E) 30°

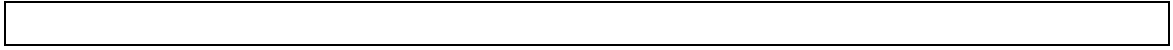
(Oculto momentáneamente)

30 Cuatro mensajeras, Ana, Bárbara, Clara y Diana, llegan a un almacén con sacos sellados. Debido a errores en el embalaje, es posible que algunos sacos estén vacíos. Un saco vacío pesa 0 kg. La báscula del almacén solo pesa tres sacos a la vez, y el empleado registra lo siguiente:

- Los sacos de Ana, Bárbara y Clara pesan en conjunto al menos 100 kg.
- Las bolsas de Ana, Bárbara y Diana juntas pesan como máximo 80 kg.
- Las bolsas de Ana, Clara y Diana juntas pesan como máximo 70 kg.
- Las bolsas de Bárbara, Clara y Diana juntas pesan como máximo 50 kg.

¿Cuál es el peso de la bolsa de Bárbara?

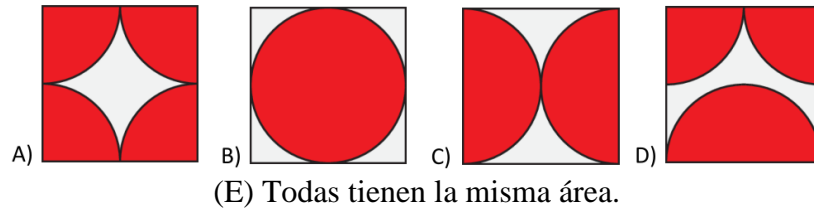
- (A) 0 Kg (B) 20 Kg (C) 30 Kg (D) 40 Kg (E) 50 Kg



Nivel 3 (3.º de Educación Secundaria Obligatoria) Enunciados.

1

¿En qué imagen tiene la parte sombreada el área mayor?



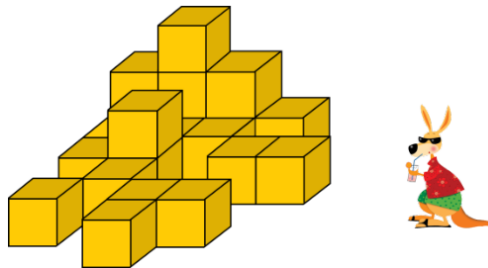
2

El año 2026 se denomina «todo par» porque 2026 solo contiene dígitos pares. ¿Cuántos años pasarán antes de que haya un año «todo par» en el que todos los dígitos sean diferentes?

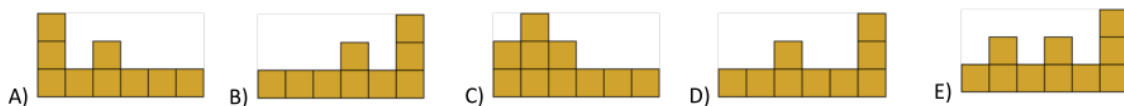
(A) 2 (B) 20 (C) 22 (D) 38 (E) 42

3

Carla, la canguro, está mirando la pila de veinte cajas, como se muestra en la imagen.



¿Qué ve?



4

Hay tres rutas diferentes desde la ciudad A a la ciudad B. Hay cinco rutas diferentes desde la ciudad B a la ciudad C. Adrián viaja desde la ciudad A a la ciudad C, pasando por la ciudad B. Desea regresar a la ciudad A por una ruta diferente. ¿Cuántas rutas posibles puede elegir para su viaje de regreso?

(A) 5 (B) 6 (C) 10 (D) 12 (E) 14

5

Los números en un reloj digital tienen la forma mostrada en la imagen siguiente:

1234567890

Martín sostuvo un reloj digital frente a un espejo y observó que los números reflejados en el espejo mostraban una hora diferente. ¿Cuál de las siguientes horas podría estar mostrando el reloj de Martín?

- A)  B)  C)  D)  E) 

6

José quiere colocar los números 2, 0, 2 y 6 en las casillas

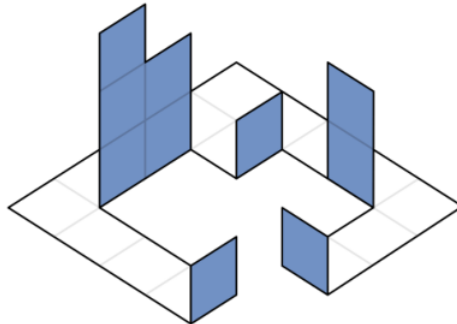
$$\begin{array}{r} \square + \square \\ \hline \square - \square \end{array}$$

con un número en cada casilla y calcular el resultado. ¿Cuál es el valor positivo más pequeño que puede obtener?

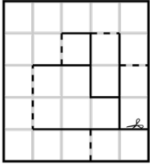
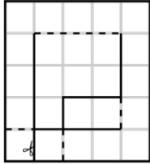
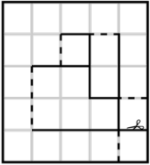
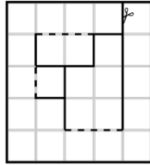
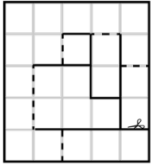
- (A) 1/6 (B) 1/4 (C) 1/3 (D) 1/2 (E) 2/3

7

Alba ha utilizado una plantilla de papel para hacer la figura que se muestra.



Las líneas discontinuas de la plantilla son líneas de plegado y las líneas continuas son líneas de corte. ¿Qué plantilla utilizó Alba?

- A) 
- B) 
- C) 
- D) 
- E) 

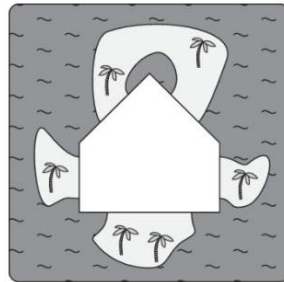
8

¿Cuál de los siguientes números no es la suma de dos o más números enteros positivos consecutivos?

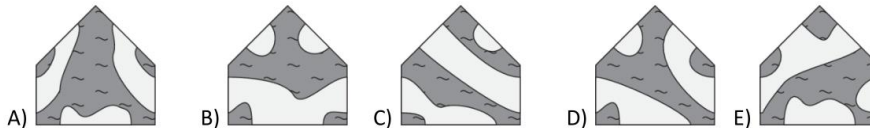
- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

9

El rompecabezas de la derecha se puede completar con cualquiera de las siguientes cinco piezas.



¿Con qué pieza se pueden ver más islas en el rompecabezas una vez completado?



10

Cuatro asientos en fila numerados del 1 al 4, de izquierda a derecha están ocupados por Andrés, Bartolomé, Cristina y Diana, pero no en ese orden, con las siguientes condiciones:

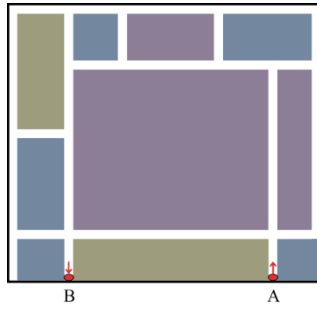
- Andrés no está en el asiento 1.
- Bartolomé está a la derecha de Andrés.
- Diana no está en ninguno de los extremos.
- Cristina no está en el asiento 3.

¿En qué orden están sentados de izquierda a derecha?

- (A) Bartolomé, Diana, Andrés, Cristina.
(B) Cristina, Andrés, Diana, Bartolomé.
(C) Cristina, Diana, Andrés, Bartolomé.
(D) Cristina, Diana, Bartolomé, Andrés.
(E) Diana, Cristina, Bartolomé, Andrés.

11

En la imagen se muestra un mapa de parte de Kangarooville, donde las zonas blancas representan carreteras.

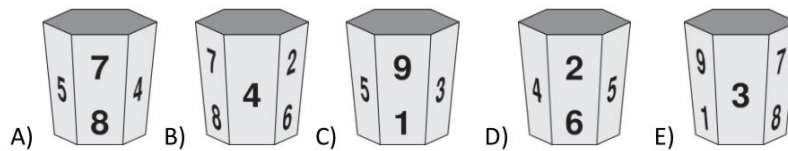


Las normas de Kangaroolville especifican que, en cada cruce, los vehículos solo pueden seguir recto o girar a la derecha. Ana quiere viajar del punto A al punto B. ¿Cuál es el número mínimo de veces que debe girar a la derecha?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

12

Mi taza tiene impresos los números del 1 al 9, como se puede observar en las imágenes. ¿Qué imagen muestra una taza que no corresponde a la mía?



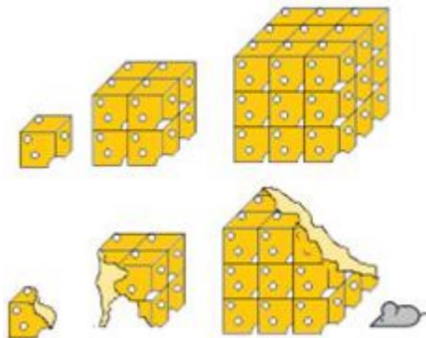
13

María tiene 13 euros menos que la cantidad total que tienen Rosa y Emma. Rosa tiene 5 euros más que la cantidad total que tienen Emma y María. ¿Cuántos euros tiene Emma?

- (A) 18 (B) 17 (C) 8 (D) 7 (E) 4

14

Marco, el ratón, tiene tres bloques de queso de diferentes tamaños, cada uno compuesto por cubos del mismo tamaño, como se muestra en la figura.



Se comió el 40 % del primer bloque de queso, el 40 % del segundo y el 20 % del tercero. ¿Qué porcentaje del total de queso se comió Marco?

- (A) 18% (B) 20% (C) 23% (D) 24% (E) 25%

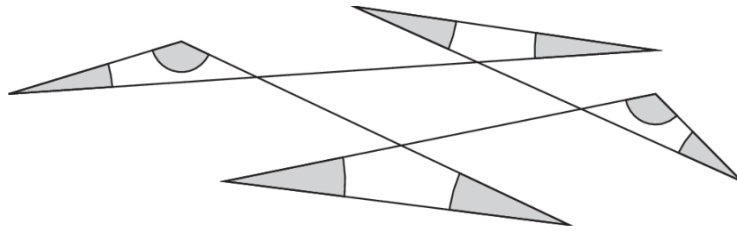
15

Cinco elfos jóvenes y un elfo mayor viven en un bosque mágico. Cada elfo joven come seis cerezas azules al día. Cada día, el elfo mayor come cinco cerezas azules más que la media de cerezas azules que comen los seis elfos. ¿Cuántas cerezas azules come el elfo mayor cada día?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

16

¿Cuál es la suma de todos los ángulos que aparecen en la imagen sombreados?



- (A) 180° (B) 240° (C) 270° (D) 360° (E) 450°

17

En mi clase hay más de 23 personas y menos de 29 personas. A todos les gusta al menos una de las asignaturas, matemáticas o francés. El doble de personas prefieren las matemáticas que el francés. El mismo número de personas prefieren tanto las matemáticas como el francés, que solo el francés. ¿Cuál de estas opciones es el número total de personas de mi clase?

- (A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27 (E) 28

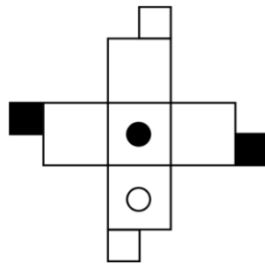
18

El dígito de las unidades de un número es 1. Julio elimina este dígito para obtener un nuevo número que es 2026 menor que el número original. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número original?

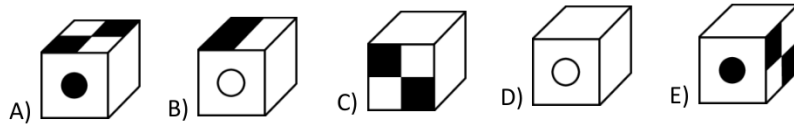
- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 18

19

La figura de la derecha muestra una plantilla con la que se puede hacer un cubo.



¿Cuál de las siguientes imágenes muestra el cubo terminado?



20

En el problema de suma dado, cada letra utilizada representa un solo dígito, y las diferentes letras representan diferentes dígitos.

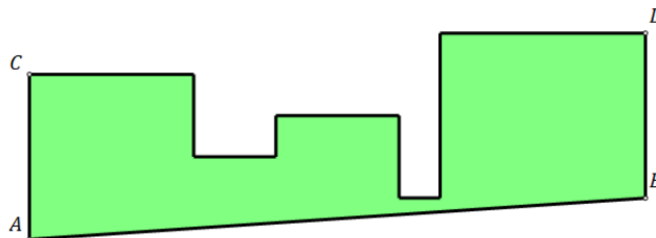
$$\begin{array}{r}
 ABC \\
 + ACB \\
 \hline
 C4A
 \end{array}$$

¿Cuál es el valor de $A+B+C$?

- (A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 (E) 20

21

Una figura está formada por cinco cuadrados contiguos con áreas de 1 m^2 , 4 m^2 , 9 m^2 , 16 m^2 y 25 m^2 en algún orden, cuyas bases se encuentran todas en una línea común. El punto A es un vértice del cuadrado de la izquierda. Valeria corta la figura a lo largo de la línea AB, que es paralela a CD. ¿Cuál es el área de la figura restante que se muestra?



- (A) $44,5 \text{ m}^2$ (B) $45,5 \text{ m}^2$ (C) $46,5 \text{ m}^2$ (D) $47,5 \text{ m}^2$ (E) $48,5 \text{ m}^2$

22

Tengo dos relojes antiguos: el reloj de mi abuelo y el reloj de mi padre. El reloj de mi abuelo se retrasa 5 minutos cada hora, y el reloj de mi padre se adelanta 5 minutos cada hora. Ayer los puse a la hora correcta a las 09:00 p.m. Cuando me desperté a la mañana siguiente, el reloj de mi abuelo marcaba las 08:00 a.m. ¿Qué hora marcaba el reloj de mi padre en ese momento?

- (A) 9:00 a.m. (B) 9:30 a.m. (C) 10:00 a.m. (D) 10:30 a.m. (E) 11:00 a.m.

23

El rectángulo que se muestra en la imagen está dividido en seis rectángulos. Se conocen las áreas de cinco de estos rectángulos. ¿Cuál es el área del rectángulo gris?

24	42	
	9	?
12	18	

(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 18 (E) 20

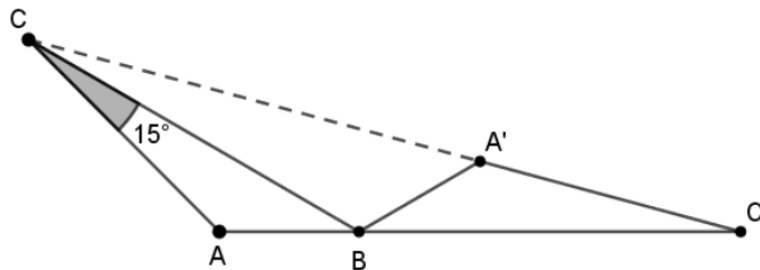
24

Ana, Beatriz y Carmen fueron a una papelería a comprar bolígrafos y reglas. Cada una compró exactamente 10 artículos en total. La cantidad de bolígrafos que compró Ana es el doble de la cantidad de reglas que compró Carmen. La cantidad de bolígrafos que compró Beatriz es el doble de la cantidad de reglas que compró Ana. En total, las chicas compraron un número par de reglas. ¿Cuántos bolígrafos compró Beatriz?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8

25

El triángulo $A'BC'$ se obtiene girando el triángulo ABC alrededor del vértice B . Los puntos C , A' y C' se encuentran en una línea recta. El tamaño de $\angle BCA$ es 15° . ¿Cuál es la medida del ángulo $\angle BAC$?



(A) 105° (B) 115° (C) 120° (D) 135° (E) 140°

26

Un cubo grande de lado 4 unidades está formado por cubos pequeños con un lado de 1 unidad. ¿Cuál es el número mínimo de cubos pequeños que hay que quitar del cubo grande para que la superficie de la nueva forma que quede sea 1,5 veces mayor que la superficie del cubo grande?

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 18

27

¿Cuántas de las cuatro afirmaciones siguientes son verdaderas?

- Exactamente dos de las afirmaciones son falsas.
- Esta afirmación es verdadera.
- La afirmación anterior es verdadera.
- Las tres afirmaciones anteriores son falsas.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

28

Delia quiere ordenar los cinco números 1, 2, 3, 4 y 5 en una fila de tal manera que el último número sea impar y la suma de cualesquiera tres números consecutivos sea divisible por el primer número de los tres. ¿Cuántas combinaciones de este tipo podría hacer?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

29

En una estantería hay cajas de regalo rojas y azules, cuyo número total no supera las 100. Cada caja de regalo contiene un osito de peluche o un paquete de caramelos. El número de cajas azules que contienen ositos de peluche es tres veces mayor que el número de cajas azules que contienen caramelos. El número de cajas rojas que contienen ositos de peluche es dos veces mayor que el número de cajas rojas que contienen caramelos. Además, el número total de cajas rojas es cuatro veces mayor que el número total de cajas azules. ¿Cuántas cajas de regalo hay en total?

(A) 30 (B) 40 (C) 50 (D) 60 (E) 100

30

Amalia, Elena y su madre están jugando a un juego de razonamiento. Su madre elige un caramelo de entre las opciones que se muestran a continuación. Le dice a Amalia el dibujo que hay en el envoltorio y a Elena la forma del caramelo. La madre pregunta primero: «¿Sabéis qué caramelo he elegido?». Tanto Amalia como Elena responden «no». La madre pregunta por segunda vez: «¿Ahora lo sabéis?». De nuevo, ambas responden «no». Sin embargo, cuando la madre pregunta por tercera vez, tanto Amalia como Elena responden correctamente al mismo tiempo. ¿Qué caramelo ha elegido su madre?

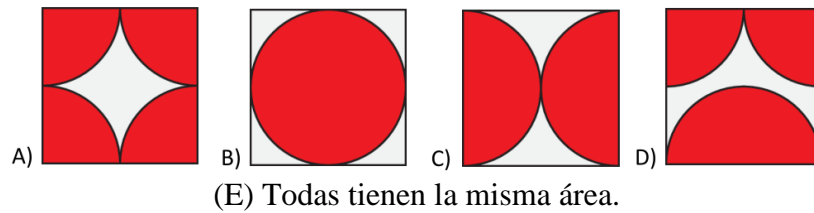


Nivel 3 Soluciones

1	E
2	B
3	B
4	E
5	A
6	D
7	C
8	D
9	E
10	C
11	C
12	A
13	E
14	E
15	C
16	D
17	B
18	A
19	C
20	A
21	D
22	C
23	B
24	B
25	D
26	D
27	B
28	D
29	D
30	E

Nivel 3 Soluciones desarrolladas.

1 ¿En qué imagen tiene la parte sombreada el área mayor?



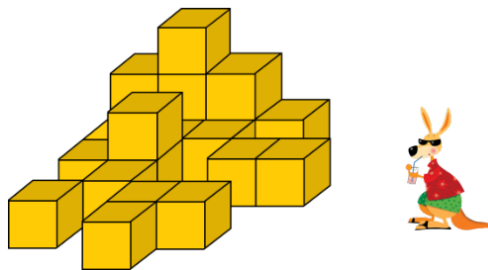
Observando detenidamente las figuras, todas tienen el mismo área (E).

2 El año 2026 se denomina «todo par» porque 2026 solo contiene dígitos pares. ¿Cuántos años pasarán antes de que haya un año «todo par» en el que todos los dígitos sean diferentes?

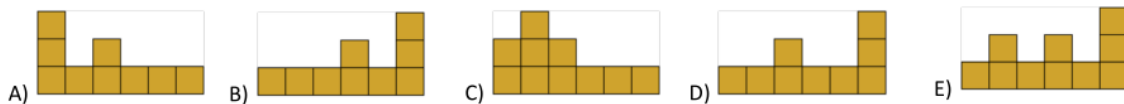
(A) 2 (B) 20 (C) 22 (D) 38 (E) 42

El siguiente año con esta característica es el 2046, y habrán pasado 20 años (B).

3 Carla, la canguro, está mirando la pila de veinte cajas, como se muestra en la imagen.



¿Qué ve?



Observando detenidamente las figuras, (B).

4 Hay tres rutas diferentes desde la ciudad A a la ciudad B. Hay cinco rutas diferentes desde la ciudad B a la ciudad C. Adrián viaja desde la ciudad A a la ciudad C, pasando por la ciudad B. Desea regresar a la ciudad A por una ruta diferente. ¿Cuántas rutas posibles puede elegir para su viaje de regreso?

(A) 5 (B) 6 (C) 10 (D) 12 (E) 14

Son las mismas que $A \rightarrow B \rightarrow C$, es decir $5 \times 3 = 15$ menos la ruta que hizo de ida, es decir, $15 - 1 = 14$ (E)

5 Los números en un reloj digital tienen la forma mostrada en la imagen siguiente:

1234567890

Martín sostuvo un reloj digital frente a un espejo y observó que los números reflejados en el espejo mostraban una hora diferente. ¿Cuál de las siguientes horas podría estar mostrando el reloj de Martín?



Las 02:15 son las 21:50 (A)

6 José quiere colocar los números 2, 0, 2 y 6 en las casillas

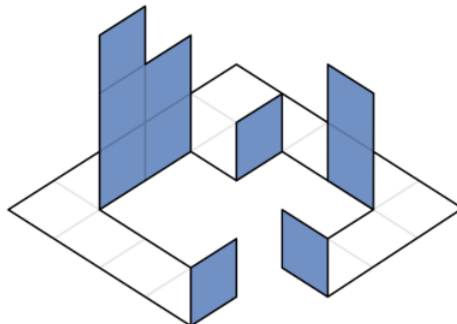
$$\begin{array}{r} \square + \square \\ \hline \square - \square \end{array}$$

con un número en cada casilla y calcular el resultado. ¿Cuál es el valor positivo más pequeño que puede obtener?

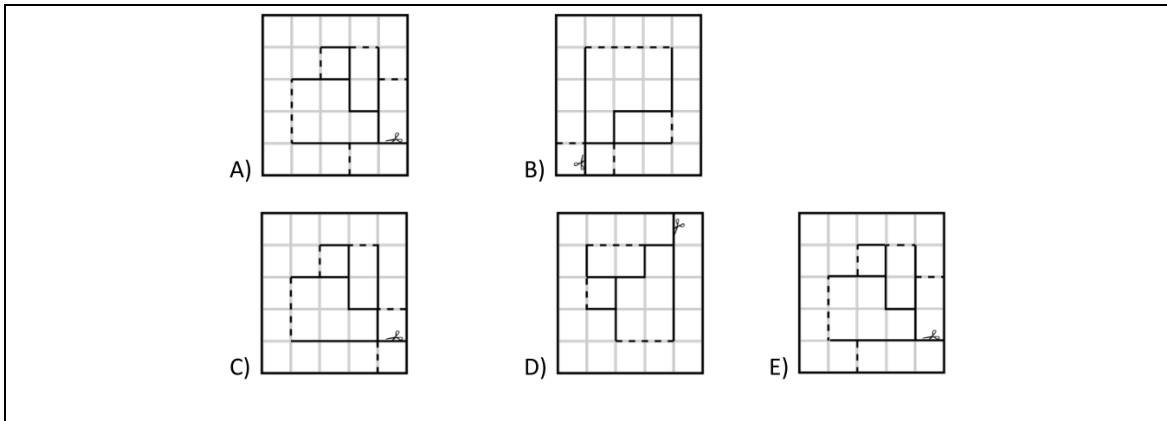
(A) $1/6$ (B) $1/4$ (C) $1/3$ (D) $1/2$ (E) $2/3$

Necesitamos maximizar el denominador y minimizar el numerador. Se obtendrá con la combinación $(2+0) / (6-2) = 2/4 = 1/2$ (D)

7 Alba ha utilizado una plantilla de papel para hacer la figura que se muestra.



Las líneas discontinuas de la plantilla son líneas de plegado y las líneas continuas son líneas de corte. ¿Qué plantilla utilizó Alba?



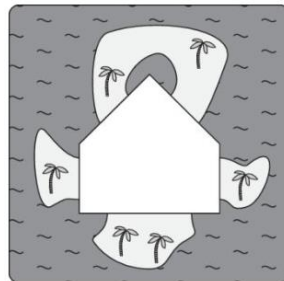
Observando detenidamente las opciones, (C).

8 ¿Cuál de los siguientes números no es la suma de dos o más números enteros positivos consecutivos?

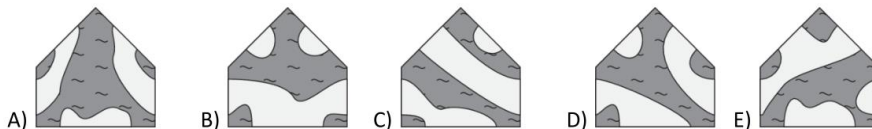
- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

$9=4+5$, $7=3+4$, $6=1+2+3$, $5=2+3$. El único número que no cumple la condición es el 8 (D).

9 El rompecabezas de la derecha se puede completar con cualquiera de las siguientes cinco piezas.



¿Con qué pieza se pueden ver más islas en el rompecabezas una vez completado?



Observando detenidamente las opciones, (E).

10 Cuatro asientos en fila numerados del 1 al 4, de izquierda a derecha están ocupados por Andrés, Bartolomé, Cristina y Diana, pero no en ese orden, con las siguientes condiciones:

- Andrés no está en el asiento 1.
- Bartolomé está a la derecha de Andrés.
- Diana no está en ninguno de los extremos.

La (A) y la (E) son incompatibles. Si eliminamos la (A) nos queda una configuración aceptable:

9 1 – 3 – 7 8 – 4 – 2 6 – 5

Luego la respuesta correcta es (A).

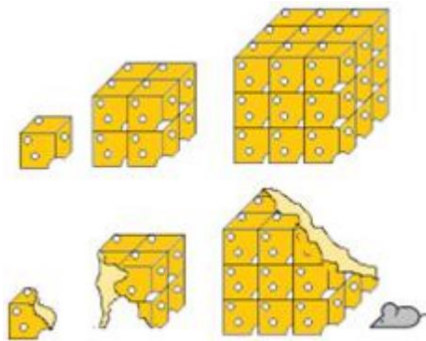
13 María tiene 13 euros menos que la cantidad total que tienen Rosa y Emma. Rosa tiene 5 euros más que la cantidad total que tienen Emma y María. ¿Cuántos euros tiene Emma?

(A) 18 (B) 17 (C) 8 (D) 7 (E) 4

$$\left. \begin{array}{l} M = R + E - 13 \\ R = E + M + 5 \end{array} \right\} \Rightarrow M + R = 2E + M + R - 8 \Rightarrow 0 = 2E - 8 \Rightarrow E = 4$$

y la respuesta correcta es (E).

14 Marco, el ratón, tiene tres bloques de queso de diferentes tamaños, cada uno compuesto por cubos del mismo tamaño, como se muestra en la figura.



Se comió el 40 % del primer bloque de queso, el 40 % del segundo y el 20 % del tercero. ¿Qué porcentaje del total de queso se comió Marco?

(A) 18% (B) 20% (C) 23% (D) 24% (E) 25%

$$\frac{40}{100} \cdot 1 + \frac{40}{100} \cdot 8 + \frac{20}{100} \cdot 27 = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot 8 + \frac{1}{5} \cdot 27 = \frac{2+16+27}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

Se comió 9 piezas completas de un total de $1+8+27=36$ piezas, esto es un porcentaje del

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4} \text{ del total, es decir, un 25\% (E).}$$

15 Cinco elfos jóvenes y un elfo mayor viven en un bosque mágico. Cada elfo joven come seis cerezas azules al día. Cada día, el elfo mayor come cinco cerezas azules más que la media de cerezas azules que comen los seis elfos. ¿Cuántas cerezas azules come el elfo mayor cada día?

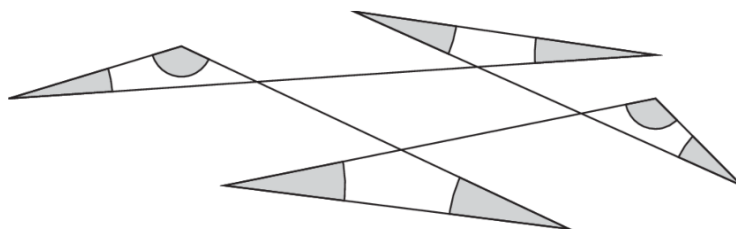
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

Sea x la cantidad de cerezas que come el elfo sénior. La ecuación del enunciado es

$$x - 5 = \frac{5 \cdot 6 + 1 \cdot x}{6} \Rightarrow 6x - 30 = 30 + x \Rightarrow 5x = 60 \Rightarrow x = 12$$

y la respuesta correcta es (C)

16 ¿Cuál es la suma de todos los ángulos que aparecen en la imagen sombreados?



- (A) 180° (B) 240° (C) 270° (D) 360° (E) 450°

La suma de dos ángulos internos de un triángulo es el suplementario del tercero, luego la suma que buscamos será igual a la suma de los cuatro ángulos internos del cuadrilátero central, es decir, 360° (D).

17 En mi clase hay más de 23 personas y menos de 29 personas. A todos les gusta al menos una de las asignaturas, matemáticas o francés. El doble de personas prefieren las matemáticas que el francés. El mismo número de personas prefieren tanto las matemáticas como el francés, que solo el francés. ¿Cuál de estas opciones es el número total de personas de mi clase?

- (A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27 (E) 28

Sean M y F el número de alumnos a los que les gusta solo las matemáticas y solo el francés, respectivamente. Sea MF el número de alumnos a los que les gusta las dos materias.

Las ecuaciones son:

$$M + MF = 2(F + MF)$$

$$MF = F$$

Luego

$$M + MF = 2(F + MF) = 2F + 2MF \Rightarrow M = 2F + MF = 2F + F = 3F$$

Nos piden determinar $T = M + F + MF = 3F + F + F = 5F$

Así pues, T es un múltiplo de 5, y puesto que está entre 23 y 29, solo puede ser 25 (B).

18 El dígito de las unidades de un número es 1. Julio elimina este dígito para obtener un nuevo número que es 2026 menor que el número original. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número original?

- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 18

Podemos suponer que nuestro número tiene cuatro cifras, es decir, es un número de la forma

$$1000a + 100b + 10c + d$$

y por tanto tenemos que resolver la ecuación

$$1000a + 100b + 10c + d = 100a + 10b + c + 2026 \Leftrightarrow$$

$$1000a - 100a + 100b - 10b + 10c - c + d = 2026 \Leftrightarrow$$

$$900a + 90b + 9c + d = 2026$$

Podemos suponer que $a=2$, luego

$$900 \cdot 2 + 90b + 9c + d = 2026 \Leftrightarrow$$

$$90b + 9c + d = 2026 - 1800 = 226$$

Podemos suponer que $b=2$, luego

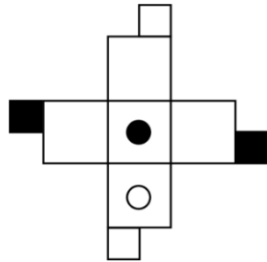
$$90 \cdot 2 + 9c + d = 226 \Leftrightarrow$$

$$9c + d = 226 - 180 = 46$$

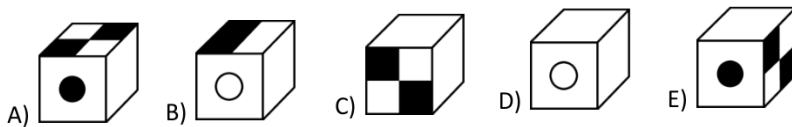
Finalmente podemos suponer que $c=5$ y $d=1$, con lo que llegamos al número 2251, y efectivamente, $2251=225+2026$.

La solución es $2+2+5+1=10$ (A).

19 La figura de la derecha muestra una plantilla con la que se puede hacer un cubo.



¿Cuál de las siguientes imágenes muestra el cubo terminado?



Observando detenidamente las figuras, C.

20 En el problema de suma dado, cada letra utilizada representa un solo dígito, y las diferentes letras representan diferentes dígitos.

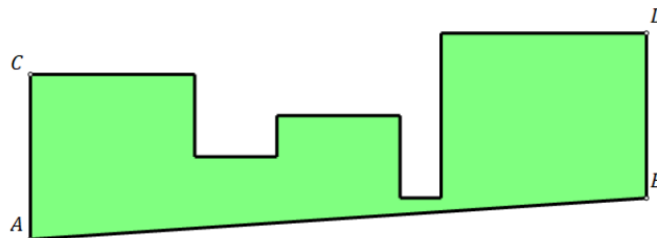
$$\begin{array}{r} ABC \\ + ACB \\ \hline C4A \end{array}$$

¿Cuál es el valor de $A+B+C$?

- (A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 (E) 20

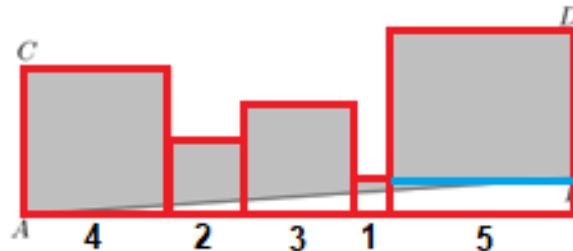
Una combinación aceptable es $367+376=743$ para la cual $A=3$, $B=6$ y $C=7$, con lo que $A+B+C=3+6+7=16$ (A).

21 Una figura está formada por cinco cuadrados contiguos con áreas de 1 m^2 , 4 m^2 , 9 m^2 , 16 m^2 y 25 m^2 en algún orden, cuyas bases se encuentran todas en una línea común. El punto A es un vértice del cuadrado de la izquierda. Valeria corta la figura a lo largo de la línea AB, que es paralela a CD. ¿Cuál es el área de la figura restante que se muestra?



- (A) $44,5\text{ m}^2$ (B) $45,5\text{ m}^2$ (C) $46,5\text{ m}^2$ (D) $47,5\text{ m}^2$ (E) $48,5\text{ m}^2$

Dibujando encima de la figura podemos ver que hemos eliminado un triángulo inferior de altura 1, y base $4+2+3+1+5=15$:



luego el área resultante es $16 + 4 + 9 + 1 + 25 - 7.5 = 47.5$ (D).

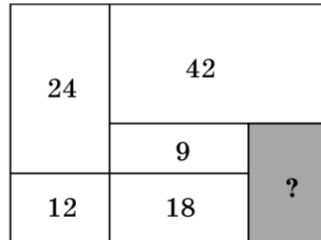
22 Tengo dos relojes antiguos: el reloj de mi abuelo y el reloj de mi padre. El reloj de mi abuelo se retrasa 5 minutos cada hora, y el reloj de mi padre se adelanta 5 minutos cada hora. Ayer los puse a la hora correcta a las 09:00 p.m. Cuando me desperté a la mañana siguiente, el reloj de mi abuelo marcaba las 08:00 a.m. ¿Qué hora marcaba el reloj de mi padre en ese momento?

- (A) 9:00 a.m. (B) 9:30 a.m. (C) 10:00 a.m. (D) 10:30 a.m. (E) 11:00 a.m.

Cada hora que pasa en el reloj del abuelo, son 1 hora y 5 minutos en la realidad. Luego de las 21:00 hasta las 8:00 han marcado 11 horas, luego han pasado 11 horas y 55 minutos en la realidad.

En el reloj del padre, por cada hora que marca, han pasado 55 minutos en la realidad. 11 horas son 660 minutos, que son 12 bloques de 55 minutos, más otro bloque de 55 minutos, serán 13 bloques de 55 minutos, 13 “horas” marcadas. Luego marcará las 10:00 (C).

23 El rectángulo que se muestra en la imagen está dividido en seis rectángulos. Se conocen las áreas de cinco de estos rectángulos. ¿Cuál es el área del rectángulo gris?



- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 18 (E) 20

Podemos especular que la figura central mide $9=9 \times 1$, luego la figura que está debajo mide $18=9 \times 2$, luego $12=6 \times 2$, $24=6 \times 4$, $42=3 \times 14$, luego el rectángulo sombreado tiene una base de $14-9=5$, y una altura de $1+2=3$, con un área de $5 \times 3=15$ (B)

24 Ana, Beatriz y Carmen fueron a una papelería a comprar bolígrafos y reglas. Cada una compró exactamente 10 artículos en total. La cantidad de bolígrafos que compró Ana es el doble de la cantidad de reglas que compró Carmen. La cantidad de bolígrafos que compró Beatriz es el doble de la cantidad de reglas que compró Ana. En total, las chicas compraron un número par de reglas. ¿Cuántos bolígrafos compró Beatriz?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Si llamamos A, B y C a las personas, X a los bolígrafos y Y a las reglas, tenemos una tabla

AX	BX	CX
AY	BY	CY
10	10	10

con $AY+BY+CY$ par. Está claro que $AX+BX+CX+AY+BY+CY=30$, luego $AX+BX+CX=30-(AY+BY+CY)$ es también par.

$AX=2CY$ es par, y $BX=2AY$ también es par, luego CX debe ser par, y por tanto $CY=10-CX$ también debe ser par.

De lo anterior deducimos que $AX=2CY$, luego AX debe ser múltiplo de 4.

Vamos probando candidatos:

$$AX=8$$

8	4	6
2	6	4
10	10	10

satisface las condiciones del enunciado.

$$AX=4$$

4	12	
6		
10	10	10

No es aceptable

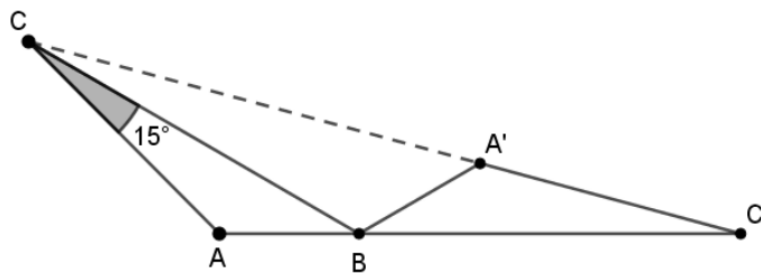
$$AX=0$$

0	20	
10		
10	10	10

No es aceptable.

El único candidato aceptable es $AX=4$ que implica $BX=4$ (B).

25 El triángulo $A'BC'$ se obtiene girando el triángulo ABC alrededor del vértice B . Los puntos C , A' y C' se encuentran en una línea recta. El tamaño de $\angle BCA$ es 15° . ¿Cuál es la medida del ángulo $\angle BAC$?



- (A) 105° (B) 115° (C) 120° (D) 135° (E) 140°

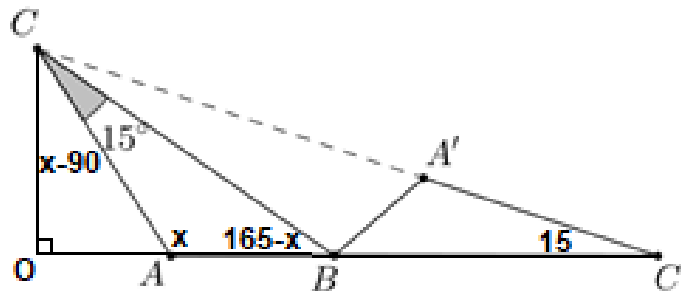
Sea $x = \angle CAB$.

Completamos la figura del enunciado con la perpendicular OC a AB .

Luego $\angle OCC' = 180^\circ - 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$.

$\angle OCA = 90^\circ - x$

Luego $\angle BCC' = 75^\circ - (x - 90^\circ) - 15^\circ = 150^\circ - x$



Pero se cumple $CB=BC'$, es decir, el triángulo $\triangle CBC'$ es isósceles, luego $150^\circ - x = 15^\circ$ y por tanto $x = 135^\circ$ (D).

26 Un cubo grande de lado 4 unidades está formado por cubos pequeños con un lado de 1 unidad. ¿Cuál es el número mínimo de cubos pequeños que hay que quitar del cubo grande para que la superficie de la nueva forma que quede sea 1,5 veces mayor que la superficie del cubo grande?

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 18

La superficie del cubo grande es 6×16 , luego queremos aumentar en la mitad, $3 \times 16 = 48$. Cada cubo pequeño que quitamos de la parte central de los laterales aumenta en 4 unidades la superficie de la figura, luego quitando dos de cada cara, llegamos a $6 \times 2 \times 4 = 48$ cubitos, que es lo que necesitamos. En total hemos quitado $6 \times 2 = 12$ cubitos (D).

Fuente: Cortesía de Francisco Javier García Capitán, Ignacio Larrosa Cañestro

27 ¿Cuántas de las cuatro afirmaciones siguientes son verdaderas?

- Exactamente dos de las afirmaciones son falsas.
- Esta afirmación es verdadera.
- La afirmación anterior es verdadera.
- Las tres afirmaciones anteriores son falsas.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Probando todas las combinaciones posibles vemos que la única aceptable es F-F-F-C, y en este caso el número de correctas es 1 (B).

28 Delia quiere ordenar los cinco números 1, 2, 3, 4 y 5 en una fila de tal manera que el último número sea impar y la suma de cualesquiera tres números consecutivos sea divisible por el primer número de los tres. ¿Cuántas combinaciones de este tipo podría hacer?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Sabemos que $a \mid a + b + c \Leftrightarrow a \mid b + c$

Ordenando las combinaciones por la última casilla, que puede ser 5, 3 o 1, llegamos a las siguientes combinaciones aceptables:

2-1-3-4-5

4-3-1-2-5

2-5-1-4-3

4-5-3-2-1

2-3-5-4-1

Hay un total de 5 (D).

29 En una estantería hay cajas de regalo rojas y azules, cuyo número total no supera las 100. Cada caja de regalo contiene un osito de peluche o un paquete de caramelos. El número de cajas azules que contienen ositos de peluche es tres veces mayor que el número de cajas azules que contienen caramelos. El número de cajas rojas que contienen ositos de peluche es dos veces mayor que el número de cajas rojas que contienen caramelos. Además, el número total de cajas rojas es cuatro veces mayor que el número total de cajas azules. ¿Cuántas cajas de regalo hay en total?

(A) 30 (B) 40 (C) 50 (D) 60 (E) 100

Las ecuaciones son

$$\begin{cases} AO = 3AC \\ RO = 2RC \\ RO + RC = 4(AO + AC) \end{cases}$$

Luego

$$2RC + RC = 4(3AC + AC) \Leftrightarrow 3RC = 16AC \Rightarrow RC = \frac{16AC}{3}$$

Luego

$$RO = 2RC = \frac{32AC}{3}$$

Luego RO es un múltiplo de 32

$$RO = 32 \Rightarrow AC = 3 \Rightarrow AO = 3 \cdot 3 = 9, RC = 16$$

Esta configuración satisface todas las condiciones del enunciado, luego no necesitamos continuar. El número de cajas es $32+3+9+16=60$ (D).

30 Amalia, Elena y su madre están jugando a un juego de razonamiento. Su madre elige un caramelo de entre las opciones que se muestran a continuación. Le dice a Amalia el dibujo que hay en el envoltorio y a Elena la forma del caramelo. La madre pregunta primero: «¿Sabéis qué caramelo he elegido?». Tanto Amalia como Elena responden «no». La madre pregunta por segunda vez: «¿Ahora lo sabéis?». De nuevo, ambas responden «no». Sin embargo, cuando la madre pregunta por tercera vez, tanto Amalia como Elena responden correctamente al mismo tiempo. ¿Qué caramelo ha elegido su madre?



Los candidatos posibles son

	Rectángulo	Bastón	Redondo
Puntos	■		■
Rayas	■	■	
Liso			■

Como en la primera vez ambas no lo saben, no puede ser el bastón rayado.

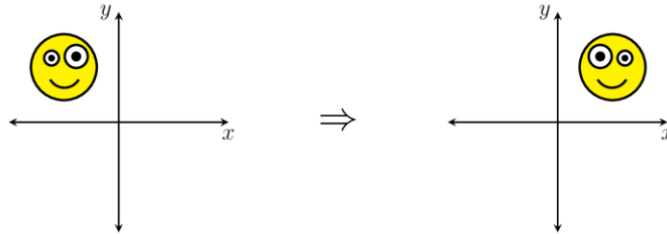
Como en la segunda vez ambas tampoco lo saben, no puede ser rectángulo rayado ni caramelo redondo.

Luego, finalmente, solo puede quedar el rectángulo con puntos (E).

Nivel 4 (4.º de Educación Secundaria Obligatoria) Enunciados.

1

Julia tiene la imagen de un rostro en un sistema de coordenadas. Quiere realizar la siguiente transformación:



Para realizarla dispone de dos botones: uno gira la imagen 90° en sentido horario alrededor del origen y con el otro realiza una simetría con respecto al eje X.



¿Cuántas veces como mínimo debe pulsar Julia un botón?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

2

Lidia tiene 7 canicas: 5 blancas y 2 rojas. Quiere colocarlas en círculo. ¿De cuántas formas diferentes puede disponer las 7 canicas para que las dos rojas no estén una al lado de la otra?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

3

Hay seis puntos, equidistantes entre sí, marcados en una recta numérica. El primer punto está en el número 3 y el sexto punto está en el número 7.

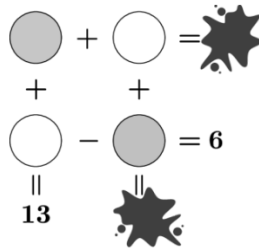


¿Qué número está en el tercer punto?

- (A) 4,5 (B) 4,6 (C) 4,7 (D) 4,8 (E) 4,9

4

Queremos escribir un número dentro de cada círculo de manera que se cumplan la suma de la primera columna y la resta de la segunda fila de la imagen, sin importar los resultados de las otras dos operaciones indicadas. ¿Cuál es el valor de la suma de los dos números que escribiremos en los círculos grises?



- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 13
 (E) La suma de los números de los círculos grises puede tener distintas soluciones.

5

El Sr. Pérez tiene dos cestas de manzanas. Cuando se sacan dos manzanas de la primera cesta, las dos cestas contienen el mismo número de manzanas. Por otro lado, cuando se añaden diez manzanas a la primera cesta, esta pasa a tener cinco veces más manzanas que la segunda cesta. ¿Cuántas manzanas hay en total en las dos cestas?

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) 20

6

Un artista talló todas las esquinas de una piedra con forma de pirámide de base cuadrada.

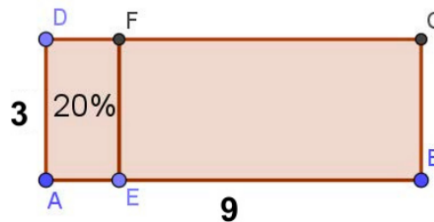


¿Cuántas caras más tiene la nueva escultura mostrada en la imagen con respecto a la piedra original?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

7

En un rectángulo ABCD con lados $AB = 9$ cm y $AD = 3$ cm, ¿cuál deberá ser la distancia AE para que el rectángulo AEFD tenga un área igual al 20 % del área del rectángulo EBCF?



- (A) 0,6 cm (B) 0,9 cm (C) 1,5 cm (D) 1,8 cm (E) 2,7 cm

8

La construcción que se muestra en la imagen está compuesta por baldosas hexagonales. Cada baldosa está formada por dos triángulos



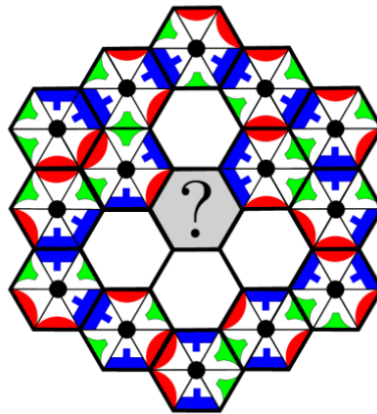
, dos triángulos



y dos triángulos



, pegados entre sí de tal manera que se forma un disco negro en el centro. Cuando dos baldosas se tocan por uno de sus lados, los triángulos de esos lados tienen el mismo diseño. Cinco de las baldosas interiores se cayeron.



¿Cómo es la baldosa del centro?



9

Tenemos un cuadrado dividido en 25 celdas. Cada celda contiene exactamente uno de los números 1, 2, 3, 4 o 5, dispuestos de manera que en cada fila, cada columna y ambas diagonales principales del cuadrado, cada uno de estos números aparezca exactamente una vez.

				2
	1			5
		5		
	4		2	
				3

¿Qué número habrá en la celda sombreada?

- (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) Hay más de una solución.

10

Las áreas de tres de las caras de un prisma rectangular son 6 m^2 , 10 m^2 y 15 m^2 .

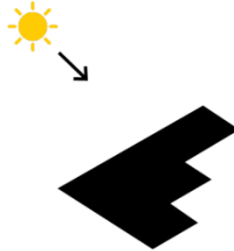


¿Cuál será el volumen del paralelepípedo?

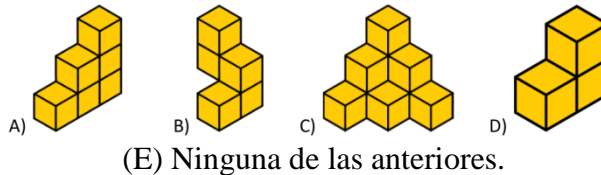
- (A) $10\sqrt{10} \text{ m}^3$ (B) $15\sqrt{10} \text{ m}^3$ (C) 25 m^3 (D) 30 m^3 (E) 45 m^3

11

Cada una de las siguientes estructuras está iluminada desde arriba y desde la izquierda. La sombra de una de ellas aparece como se muestra en la figura.

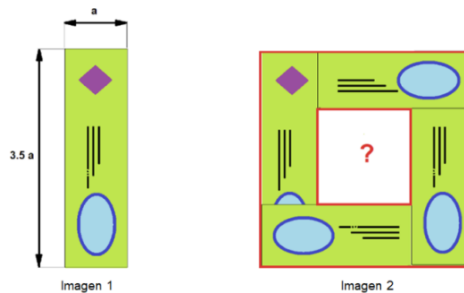


¿A qué estructura pertenece esta sombra?



12

Ana tiene cuatro tarjetas rectangulares idénticas, cuya longitud es 3,5 veces mayor que su anchura, tal y como se muestra en la imagen 1. Superpone algunos pares de tarjetas como muestra la imagen 2, de modo que los bordes adyacentes a las esquinas superpuestas quedan perfectamente alineados.

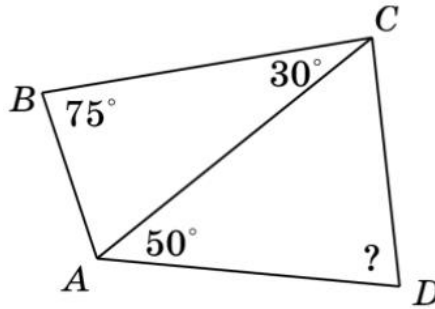


¿Cuántas veces es mayor el perímetro de la estructura nueva en comparación con el de una de las tarjetas? (Por perímetro de la estructura nos referimos a la longitud de las líneas rojas de la imagen 2).

- (A) 20/9 (B) 2,5 (C) 24/9 (D) 3,5 (E) 4

13

Se conocen algunos ángulos del cuadrilátero ABCD de la imagen. Si $BC=AD$, ¿cuál es la medida del ángulo ADC?



- (A) 30° (B) 50° (C) 55° (D) 65° (E) 70°

14

Daniel ideó un método de cifrado que utiliza números y formas, y escribió dos ecuaciones correctas utilizando este método:

$$\begin{array}{c} \triangle 5 + \bigcirc 3 = \square 7 \\ \hexagon 6 - \triangle 1 = ? \end{array}$$

¿Qué debería colocarse en lugar del signo de interrogación?

- A) B) C) D) E)

15

Hay tres cerraduras cerradas, y cada una tiene una sola llave que la abre. Si las tres llaves se colocan al azar en las tres cerraduras, ¿qué situación es imposible en este caso?

- (A) Ninguna cerradura se abre.
 (B) Solo se abre una cerradura.
 (C) Solo se abren dos cerraduras.
 (D) Se abren las tres cerraduras.
 (E) No se puede determinar.

16

Utilizando los dígitos $\{0, 2, 3, 4, 5, 8\}$, ¿cuántos números de tres dígitos se pueden

formar de manera que no se repita ningún dígito y el número sea realmente de tres dígitos (es decir, el dígito de las centenas no puede ser cero)?

- (A) 120 (B) 110 (C) 100 (D) 80 (E) No es posible calcularlo.

17

¿Cuántos números enteros positivos de dos dígitos hay tal que, si se elimina el dígito de las decenas, el número se convierte en una sexta parte del original?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

18

Es posible doblar una hoja de papel con forma de triángulo rectángulo isósceles a lo largo de una línea recta para obtener diferentes formas poligonales externas. ¿Cuántos de los siguientes tipos de polígonos se pueden obtener: triángulo, cuadrilátero, pentágono, hexágono, heptágono?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

19

El número de dos dígitos AB (A no es 0) es tal que, cuando se invierte (BA), el número aumenta en 27 unidades. Para el mayor de los números de dos cifras que cumplen la condición anterior, ¿cuál es el valor de $A + B$?

- (A) 15 (B) 11 (C) 9 (D) 7 (E) 4

20

Pablo está mirando las valoraciones de un libro que quiere comprar, que muestran la imagen. Todos los porcentajes son exactos.

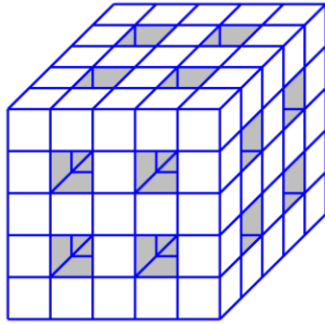
★ ★ ★ ★ ★	55.0 %
★ ★ ★ ★ ☆	22.5 %
★ ★ ★ ☆ ☆	12.5 %
★ ★ ☆ ☆ ☆	7.5 %
★ ☆ ☆ ☆ ☆	0.0 %
☆ ☆ ☆ ☆ ☆	2.5 %

¿Cuál es el número mínimo de valoraciones que podría haber tenido este libro?

- (A) 250 (B) 200 (C) 125 (D) 40 (E) 20

21

Se retiraron algunos bloques de un cubo formado por 125 bloques cúbicos idénticos, pero solo los suficientes para formar cuatro túneles idénticos que conectan cada par de paredes opuestas del cubo, tal y como se muestra en la figura.



¿Cuántos bloques se retiraron?

- (A) 36 (B) 44 (C) 48 (D) 52 (E) 60

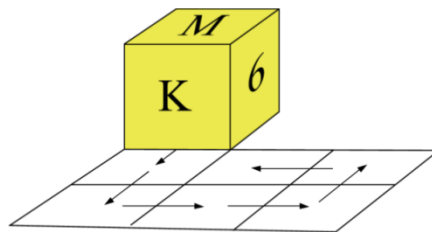
22

Alicia está ordenando sus libros en las estanterías. Coloca la mitad de ellos en el estante inferior y luego coloca dos tercios de los libros restantes en el segundo estante. Por último, reparte los libros que quedan entre los otros dos estantes, de modo que el tercer estante tiene cuatro libros más que el estante superior, que tiene tres libros. ¿Cuál es el número total de libros que hay en el estante inferior?

- (A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50 (E) 60

23

Se coloca un dado no trucado cuyas caras contienen las letras y números M, K, 2, 0, 2 y 6, tal y como se muestra en la figura.

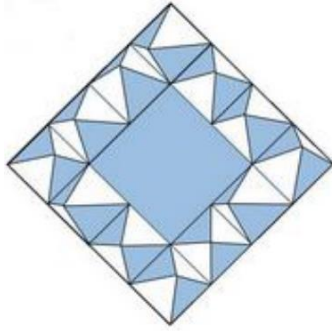


La cara opuesta a la M es el número 2, la cara opuesta a la K es el número 0 y la cara opuesta al número 6 es el otro número 2. Según las indicaciones de las flechas en la cuadrícula, hace rodar el dado sobre un borde cada vez, pasando por los seis cuadrados secuencialmente. ¿Qué letra o dígito queda hacia arriba al final?

- (A) M (B) K (C) 2 (D) 0 (E) 6

24

El cuadro de la imagen cuyo título es “Cuadrado” se encuentra en el museo. Hay 12 cuadrados pequeños idénticos a lo largo de su borde. Cada uno de ellos contiene dos triángulos azules que comparten un vértice común.

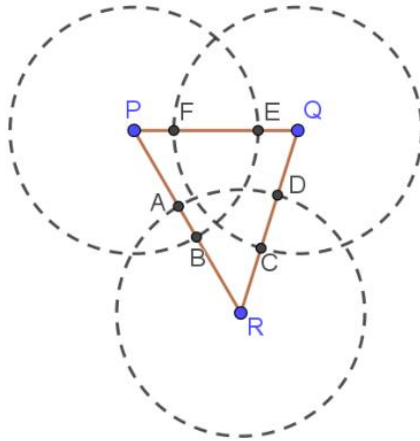


¿Qué fracción del cuadro es azul?

- (A) $1/2$ (B) $2/3$ (C) $3/4$ (D) $3/8$ (E) $5/8$

25

Tres círculos, cada uno con un radio de 20 cm, tienen sus centros en P, Q y R. Los círculos están dispuestos de manera que $AB = 5$ cm, $CD = 10$ cm y $EF = 12$ cm.

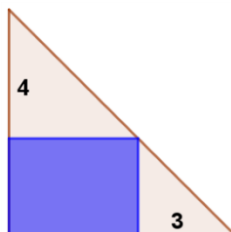


¿Cuál es el perímetro del triángulo PQR?

- (A) 66 cm (B) 87 cm (C) 92 cm (D) 93 cm (E) 120 cm

26

Se construye un rectángulo dentro de un triángulo rectángulo, como se muestra en la figura.



¿Cuál es el área del rectángulo?

- (A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 16 (E) No es posible calcular la medida del área.

27

Una escuela secundaria organizó un torneo amistoso de fútbol con un formato de liga simple. En los partidos con un ganador, el equipo ganador obtenía 3 puntos y el perdedor ningún punto. En caso de empate, cada equipo obtenía 1 punto. Al final del torneo, los organizadores observaron que el número de partidos con un ganador era 5 veces mayor que el número de partidos empatados, y que el total de puntos obtenidos por todos los equipos era 187. ¿Cuántos equipos participaron en el torneo?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

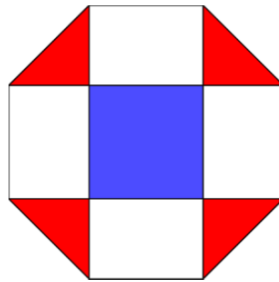
28

El número 2026 aparece escrito en la pantalla del monitor. Cada minuto, el ordenador suma o resta al número la suma de sus dígitos. ¿Cuál de los siguientes números puede aparecer en la pantalla al cabo de un tiempo?

- (A) 2026 (B) 2022 (C) 5037 (D) 12345 (E) 2223

29

Un octágono regular se divide en rectángulos, triángulos y un cuadrado central, tal y como se muestra en la imagen.

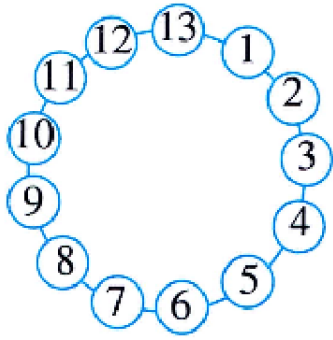


La relación entre el área sombreada en azul y el área sombreada en rojo es:

- (A) $\sqrt{2}:1$ (B) $\sqrt{3}:1$ (C) $\sqrt{3}:\sqrt{2}$ (D) $1:1$ (E) $2:1$

30

Como se muestra en la figura, trece niños se sientan en círculo para jugar a un juego. La regla es la siguiente: empezando por un niño determinado, cuentan en el sentido de las agujas del reloj desde el 1. El niño que dice «13» abandona el círculo. A continuación, el siguiente niño continúa contando en el mismo sentido desde el 1, y el niño que dice «13» también abandona el círculo. Este proceso se repite hasta que solo queda un niño. Mateo es el número 1. Para asegurarse de que Mateo sea el último en quedarse, ¿a partir de qué niño debería sugerir que comience el juego?



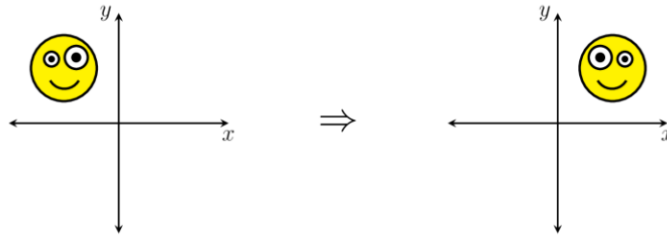
- (A) 2 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Nivel 4 Soluciones

1	C
2	A
3	B
4	B
5	A
6	A
7	C
8	B
9	D
10	D
11	C
12	A
13	D
14	A
15	C
16	C
17	C
18	E
19	A
20	D
21	B
22	B
23	C
24	E
25	D
26	C
27	C
28	E
29	D
30	D

Nivel 4 Soluciones desarrolladas.

1 Julia tiene la imagen de un rostro en un sistema de coordenadas. Quiere realizar la siguiente transformación:

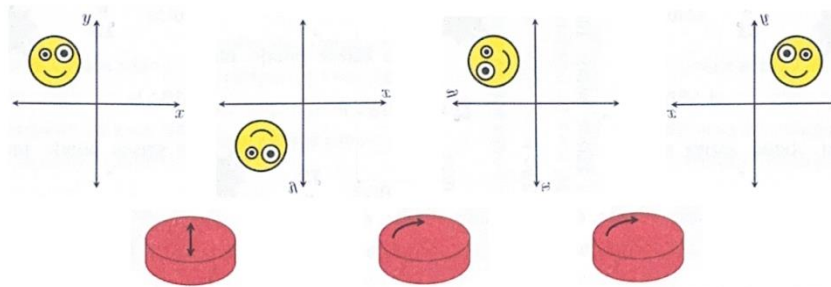


Para realizarla dispone de dos botones: uno gira la imagen 90° en sentido horario alrededor del origen y con el otro realiza una simetría con respecto al eje X.



¿Cuántas veces como mínimo debe pulsar Julia un botón?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

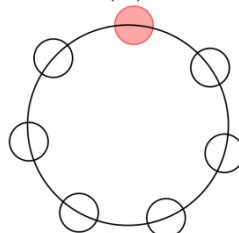


Con tres pulsaciones se puede realizar. Cuesta creer que se pueda hacer con menos (C).

2 Lidia tiene 7 canicas: 5 blancas y 2 rojas. Quiere colocarlas en círculo. ¿De cuántas formas diferentes puede disponer las 7 canicas para que las dos rojas no estén una al lado de la otra?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

Vemos que, una vez fijada una posición para una de las canicas rojas, la otra solo puede estar en 4 posiciones. luego la solución es (B)



No concuerda con la solución oficial A

3 Hay seis puntos, equidistantes entre sí, marcados en una recta numérica. El primer punto está en el número 3 y el sexto punto está en el número 7.



¿Qué número está en el tercer punto?

- (A) 4,5 (B) 4,6 (C) 4,7 (D) 4,8 (E) 4,9

$$d = 7 - 3 = 4 \rightarrow d/5 = 4/5 = 0.8 \rightarrow 3 + 2 \cdot 0.8 = 3 + 1.6 = 4.6 \quad (\text{B}).$$

4 Queremos escribir un número dentro de cada círculo de manera que se cumplan la suma de la primera columna y la resta de la segunda fila de la imagen, sin importar los resultados de las otras dos operaciones indicadas. ¿Cuál es el valor de la suma de los dos números que escribiremos en los círculos grises?

$$\begin{array}{ccc} \text{gris} & + & \text{blanco} = \text{estrella} \\ + & & + \\ \text{blanco} & - & \text{gris} = 6 \\ \parallel & & \parallel \\ 13 & & \text{estrella} \end{array}$$

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 13
(E) La suma de los números de los círculos grises puede tener distintas soluciones.

Si llamamos x al segundo número, se cumple

$$\begin{array}{ccc} 7-x & + & \text{blanco} = \text{estrella} \\ + & & + \\ x+6 & - & x = 6 \\ \parallel & & \parallel \\ 13 & & \text{estrella} \end{array}$$

y por lo tanto la suma siempre será $7 - x + x = 7$ (B).

5 El Sr. Pérez tiene dos cestas de manzanas. Cuando se sacan dos manzanas de la primera cesta, las dos cestas contienen el mismo número de manzanas. Por otro lado, cuando se añaden diez manzanas a la primera cesta, esta pasa a tener cinco veces más manzanas que la segunda cesta. ¿Cuántas manzanas hay en total en las dos cestas?

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) 20

Sean a y b las manzanas de cada cesta. Se cumple el sistema

$$\begin{cases} a - 2 = b \\ a + 10 = 5b \end{cases} \Rightarrow 12 = 4b \Rightarrow b = 3, a = b + 2 = 5 \Rightarrow a + b = 8 \quad (\text{A})$$

6 Un artista talló todas las esquinas de una piedra con forma de pirámide de base cuadrada.

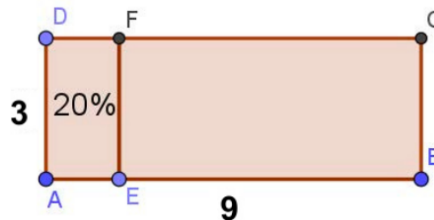


¿Cuántas caras más tiene la nueva escultura mostrada en la imagen con respecto a la piedra original?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Antes tenía 5 caras y ahora tiene 5 más (A).

7 En un rectángulo ABCD con lados $AB = 9$ cm y $AD = 3$ cm, ¿cuál deberá ser la distancia AE para que el rectángulo AEFD tenga un área igual al 20 % del área del rectángulo EBCF?



- (A) 0,6 cm (B) 0,9 cm (C) 1,5 cm (D) 1,8 cm (E) 2,7 cm

El área es proporcional a las longitudes de las bases, luego si queremos un área $1/5$, necesitamos una base $1/5$, es decir $1/5$ de $9 = 9/5 = 1.8$ cm (D).

No concuerda con la solución oficial C

8 La construcción que se muestra en la imagen está compuesta por baldosas hexagonales. Cada baldosa está formada por dos triángulos

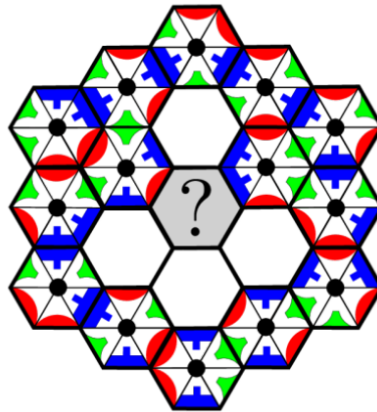


, dos triángulos

y dos triángulos



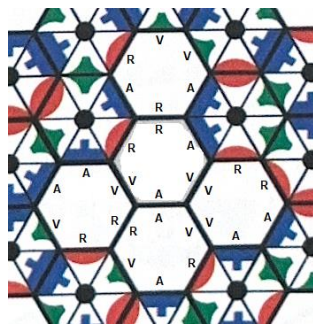
, pegados entre sí de tal manera que se forma un disco negro en el centro. Cuando dos baldosas se tocan por uno de sus lados, los triángulos de esos lados tienen el mismo diseño. Cinco de las baldosas interiores se cayeron.



¿Cómo es la baldosa del centro?



Deduciendo por color (R, V, A) llegamos a la siguiente configuración aceptable:



y por tanto la solución aceptable es (B).

9 Tenemos un cuadrado dividido en 25 celdas. Cada celda contiene exactamente uno de los números 1, 2, 3, 4 o 5, dispuestos de manera que en cada fila, cada columna y ambas diagonales principales del cuadrado, cada uno de estos números aparezca exactamente una vez.

				2
	1			5
		5		
	4		2	
				3

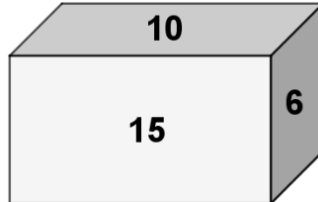
¿Qué número habrá en la celda sombreada?

- (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) Hay más de una solución.

Completando este pequeño “sudoku” vemos que solo puede ir el “5” (D).

4			5	2
	1		3	5
		5	1	4
	4		2	1
1				3

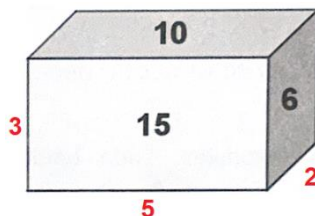
10 Las áreas de tres de las caras de un prisma rectangular son 6 m^2 , 10 m^2 y 15 m^2 .



¿Cuál será el volumen del paralelepípedo?

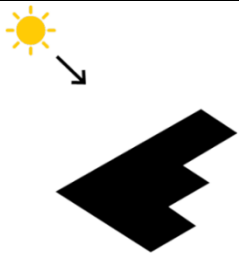
- (A) $10\sqrt{10} \text{ m}^3$ (B) $15\sqrt{10} \text{ m}^3$ (C) 25 m^3 (D) 30 m^3 (E) 45 m^3

Las medidas son compatibles con las dimensiones




y por tanto el volumen será $3 \times 5 \times 2 = 30$ (D).

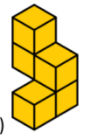
11 Cada una de las siguientes estructuras está iluminada desde arriba y desde la izquierda. La sombra de una de ellas aparece como se muestra en la figura.




¿A qué estructura pertenece esta sombra?




A)



B)



C)



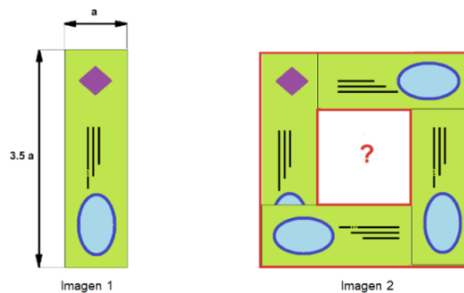
D)

(E) Ninguna de las anteriores.

Observando detenidamente las figuras, ninguna de las que aparecen (E).

No concuerda con la solución oficial C

12 Ana tiene cuatro tarjetas rectangulares idénticas, cuya longitud es 3,5 veces mayor que su anchura, tal y como se muestra en la imagen 1. Superpone algunos pares de tarjetas como muestra la imagen 2, de modo que los bordes adyacentes a las esquinas superpuestas quedan perfectamente alineados.



¿Cuántas veces es mayor el perímetro de la estructura nueva en comparación con el de una de las tarjetas? (Por perímetro de la estructura nos referimos a la longitud de las líneas rojas de la imagen 2).

- (A) $20/9$ (B) 2,5 (C) $24/9$ (D) 3,5 (E) 4

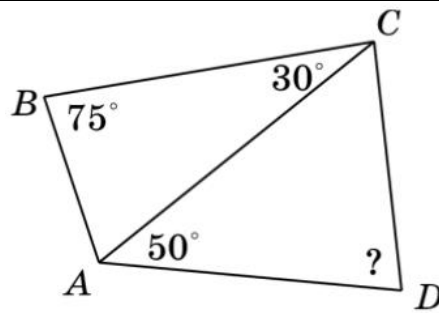
El perímetro de una de las tarjetas es $2(a + 3.5a) = 2a + 7a = 9a$

La estructura nueva tiene perímetro

$$4 \cdot 3.5a + 4(3.5a - 2a) = 20a$$

y la razón es $20a/9a$ (A).

13 Se conocen algunos ángulos del cuadrilátero ABCD de la imagen. Si $BC=AD$, ¿cuál es la medida del ángulo ADC?



- (A) 30° (B) 50° (C) 55° (D) 65° (E) 70°

$\angle BAC = 180^\circ - \angle BCA - \angle CBA = 180^\circ - 30^\circ - 75^\circ = 75^\circ = \angle ABC$, luego $\triangle ABC$ es isósceles, por lo tanto $AC=BC=AD$, así pues, $AC=AD$, y por tanto $\triangle ACD$ también es isósceles, luego

$$\triangle ADC = \triangle ACD = (180^\circ - \angle CAD) / 2 = 130^\circ / 2 = 65^\circ \quad (D).$$

14 Daniel ideó un método de cifrado que utiliza números y formas, y escribió dos ecuaciones correctas utilizando este método:

$$\begin{array}{c} \triangle 5 \\ + \quad \circ 3 \\ \hline \square 7 \end{array} \quad \begin{array}{c} \hexagon 6 \\ - \quad \triangle 1 \\ \hline ? \end{array}$$

¿Qué debería colocarse en lugar del signo de interrogación?

- A) $\hexagon 2$ B) $\square 3$ C) $\circ 5$ D) $\triangle 6$ E) $\square 8$

Suponiendo que el valor de cada símbolo es la suma del número interior y del número de lados de la figura que lo rodea:

$$(5+3)+(3+1)=(7+4)$$

la segunda "ecuación" significa $(6+6) - (1+3) = 8$

y por tanto la respuesta correcta es $2+6$ (A)

15 Hay tres cerraduras cerradas, y cada una tiene una sola llave que la abre. Si las tres llaves se colocan al azar en las tres cerraduras, ¿qué situación es imposible en este caso?

- (A) Ninguna cerradura se abre.
 (B) Solo se abre una cerradura.
 (C) Solo se abren dos cerraduras.
 (D) Se abren las tres cerraduras.
 (E) No se puede determinar.

Claramente la (C), pues si se abren dos cerraduras, también se abrirá la tercera.

16 Utilizando los dígitos {0, 2, 3, 4, 5, 8}, ¿cuántos números de tres dígitos se pueden formar de manera que no se repita ningún dígito y el número sea realmente de tres dígitos (es decir, el dígito de las centenas no puede ser cero)?

- (A) 120 (B) 110 (C) 100 (D) 80 (E) No es posible calcularlo.

Para el dígito de las centenas tenemos cinco opciones: 2,3,4,5,8, luego para el de las decenas tenemos cinco, pues añadimos el cero, y para las unidades cuatro. Así pues, $5 \times 5 \times 4 = 100$ (C).

17 ¿Cuántos números enteros positivos de dos dígitos hay tal que, si se elimina el dígito de las decenas, el número se convierte en una sexta parte del original?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Sea $n = \overline{ab} = 10a + b$ uno de estos números.

La condición del enunciado es

$$n = \overline{ab} = 10a + b = 6b \Rightarrow 10a = 5b \Rightarrow 2a = b$$

$$a = 1 \Rightarrow b = 2$$

$$a = 2 \Rightarrow b = 4$$

$$a = 3 \Rightarrow b = 6$$

$$a = 4 \Rightarrow b = 8$$

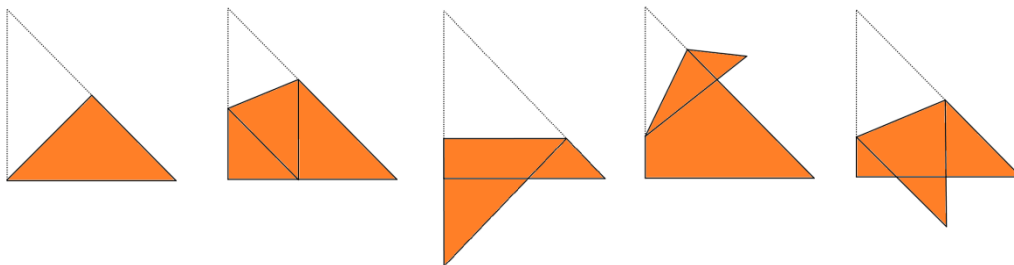
$a = 5 \Rightarrow b = 10$ ya no es aceptable.

Hay 4 combinaciones posibles (C).

18 Es posible doblar una hoja de papel con forma de triángulo rectángulo isósceles a lo largo de una línea recta para obtener diferentes formas poligonales externas. ¿Cuántos de los siguientes tipos de polígonos se pueden obtener: triángulo, cuadrilátero, pentágono, hexágono, heptágono?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Vemos que es posible construir todas las figuras (E).



19 El número de dos dígitos AB (A no es 0) es tal que, cuando se invierte (BA), el número aumenta en 27 unidades. Para el mayor de los números de dos cifras que cumplen la condición anterior, ¿cuál es el valor de A + B?

- (A) 15 (B) 11 (C) 9 (D) 7 (E) 4

$$n = AB = 10A + B \rightarrow BA = 10B + A$$

Se cumple

$$10B + A = 10A + B + 27 \Leftrightarrow 9B = 9A + 27 \Leftrightarrow B = A + 3$$

El mayor número posible con esta condición es tomando B=9 y A=6, es decir, el 69.

En efecto, $96 = 69 + 27$, luego $A+B = 9+6 = 15$ (A).

20 Pablo está mirando las valoraciones de un libro que quiere comprar, que muestran la imagen. Todos los porcentajes son exactos.

★ ★ ★ ★ ★	55.0 %
★ ★ ★ ★ ☆	22.5 %
★ ★ ★ ☆ ☆	12.5 %
★ ★ ☆ ☆ ☆	7.5 %
★ ☆ ☆ ☆ ☆	0.0 %
☆ ☆ ☆ ☆ ☆	2.5 %

¿Cuál es el número mínimo de valoraciones que podría haber tenido este libro?

- (A) 250 (B) 200 (C) 125 (D) 40 (E) 20

Sean a, b, c, d, e y f el número de valoraciones efectuadas en cada nivel.

Sea $n = a + b + c + d + e + f$.

$$\frac{a}{n} = \frac{2.5}{100} = \frac{25}{1000} = \frac{1}{40} \Leftrightarrow 40a = n$$

$$\frac{b}{n} = 0 \Leftrightarrow b = 0$$

$$\frac{c}{n} = \frac{7.5}{100} = \frac{75}{1000} = \frac{3}{40} \Leftrightarrow 40c = 3n$$

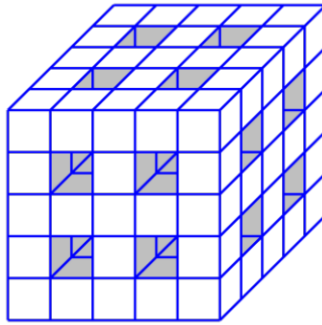
$$\frac{d}{n} = \frac{12.5}{100} = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 8d = n$$

$$\frac{e}{n} = \frac{22.5}{100} = \frac{225}{1000} = \frac{9}{40} \Leftrightarrow 40e = 9n$$

$$\frac{f}{n} = \frac{55}{100} = \frac{11}{20} \Leftrightarrow 20f = 11n$$

Vemos que las condiciones obligan a que n sea un múltiplo de 40. Esto reduce las opciones a 200 (opción B) o 40 (Opción D). Tomamos la opción menor (D).

21 Se retiraron algunos bloques de un cubo formado por 125 bloques cúbicos idénticos, pero solo los suficientes para formar cuatro túneles idénticos que conectan cada par de paredes opuestas del cubo, tal y como se muestra en la figura.



¿Cuántos bloques se retiraron?

- (A) 36 (B) 44 (C) 48 (D) 52 (E) 60

Observando detenidamente la figura, de delante hacia atrás,
 $4+16+4+16+4=44$ (B)

22 Alicia está ordenando sus libros en las estanterías. Coloca la mitad de ellos en el estante inferior y luego coloca dos tercios de los libros restantes en el segundo estante. Por último, reparte los libros que quedan entre los otros dos estantes, de modo que el tercer estante tiene cuatro libros más que el estante superior, que tiene tres libros. ¿Cuál es el número total de libros que hay en el estante inferior?

- (A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50 (E) 60

Sea n el número de libros que tiene Alicia.

Estante inferior: $\frac{n}{2} \rightarrow$ Quedan $n - \frac{n}{2} = \frac{n}{2}$

Estante segundo: $\frac{2}{3} \frac{n}{2} = \frac{n}{3} \rightarrow$ Quedan $n - \frac{n}{2} - \frac{n}{3} = \frac{n}{6}$ libros

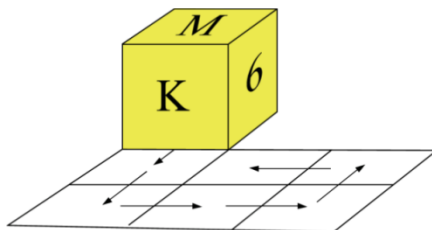
Estante superior (cuarto): 3

Estante tercero: $3 + 4 = 7$

Ecuación: $\frac{n}{6} = 3 + 7 = 10 \Rightarrow n = 60$

Finalmente, al estante inferior van $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$ (B)

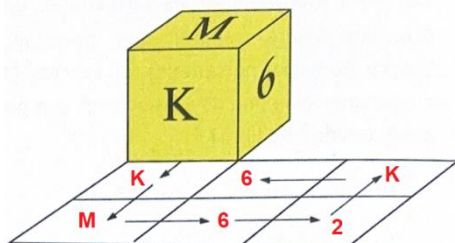
23 Se coloca un dado no trucado cuyas caras contienen las letras y números M, K, 2, 0, 2 y 6, tal y como se muestra en la figura.



La cara opuesta a la M es el número 2, la cara opuesta a la K es el número 0 y la cara opuesta al número 6 es el otro número 2. Según las indicaciones de las flechas en la cuadrícula, hace rodar el dado sobre un borde cada vez, pasando por los seis cuadrados secuencialmente. ¿Qué letra o dígito queda hacia arriba al final?

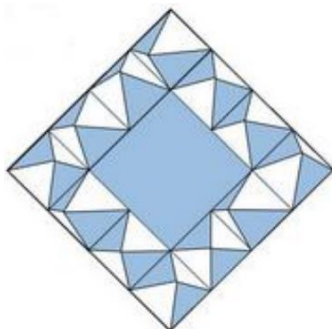
- (A) M (B) K (C) 2 (D) 0 (E) 6

Para no perder tiempo, tomamos algún modelo físico en el que se puedan escribir las letras y números (una goma de borrar cúbica es ideal) y hacemos los pasos:



Llegando al número “6” abajo, y por tanto al “2” arriba (C).

24 El cuadro de la imagen cuyo título es “Cuadrado” se encuentra en el museo. Hay 12 cuadrados pequeños idénticos a lo largo de su borde. Cada uno de ellos contiene dos triángulos azules que comparten un vértice común.

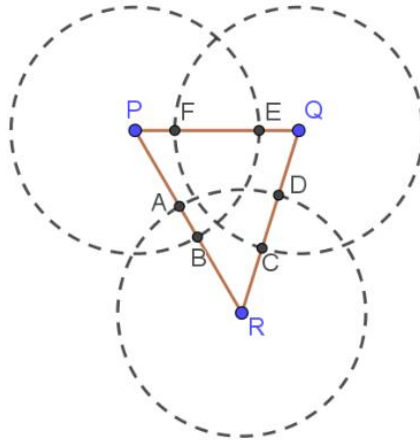


¿Qué fracción del cuadro es azul?

- (A) $1/2$ (B) $2/3$ (C) $3/4$ (D) $3/8$ (E) $5/8$

Vemos que en todos los cuadrados pequeños el área azul siempre es la mitad, luego tenemos 4 cuadros pequeños azules y $1/2$ de 12 cuadros pequeños azules, en total $4+6=10$ cuadros azules de un total de 16, es decir $10/16=5/8$ (E).

25 Tres círculos, cada uno con un radio de 20 cm, tienen sus centros en P, Q y R. Los círculos están dispuestos de manera que $AB = 5$ cm, $CD = 10$ cm y $EF = 12$ cm.



¿Cuál es el perímetro del triángulo PQR?

- (A) 66 cm (B) 87 cm (C) 92 cm (D) 93 cm (E) 120 cm

$$20 = PA + AB = PA + 5 \Rightarrow PA = 15$$

$$PR = PA + AR = 15 + 20 = 35$$

$$20 = QF = QE + EF = QE + 12 \Rightarrow QE = 8$$

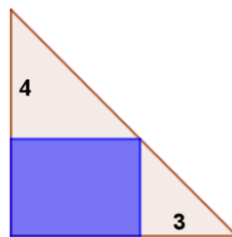
$$PQ = PE + EQ = 20 + 8 = 28$$

$$20 = QC = QD + DC = QD + 10 \Rightarrow QD = 10$$

$$QR = QD + DR = 10 + 20 = 30$$

Finalmente, el perímetro será $PR + RQ + QR = 35 + 28 + 30 = 93$ (D).

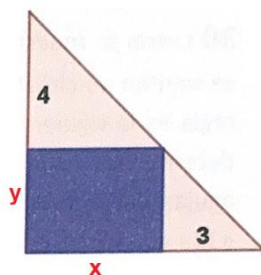
26 Se construye un rectángulo dentro de un triángulo rectángulo, como se muestra en la figura.



¿Cuál es el área del rectángulo?

- (A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 16 (E) No es posible calcular la medida del área.

Llamando x a la base del rectángulo y y a su altura, vemos que en el triángulo superior y el triángulo de la derecha deben tener la misma proporción altura/base, luego



$$\frac{4}{x} = \frac{y}{3} \Leftrightarrow xy = 12$$

luego el área del rectángulo es siempre $xy = 12$ (C).

27 Una escuela secundaria organizó un torneo amistoso de fútbol con un formato de liga simple. En los partidos con un ganador, el equipo ganador obtenía 3 puntos y el perdedor ningún punto. En caso de empate, cada equipo obtenía 1 punto. Al final del torneo, los organizadores observaron que el número de partidos con un ganador era 5 veces mayor que el número de partidos empatados, y que el total de puntos obtenidos por todos los equipos era 187. ¿Cuántos equipos participaron en el torneo?

(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

Sea V el número de partidos con un vencedor, y E el número de partidos que acaban en empate.

Del enunciado sacamos dos ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} V = 5E \\ 187 = 3V + 2E \end{array} \right\} \Rightarrow V = 55, E = 11$$

Así pues, el número de partidos es $V + E = 55 + 11 = 66$.

Si n es el número de equipos, el número de partidos es $C_n^2 = \binom{n}{2} = \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2} = \frac{n(n-1)}{2}$

$$\text{Luego } \frac{n(n-1)}{2} = 66 \Rightarrow n(n-1) = 132 = 11 \cdot 12 \Rightarrow n = 12 \quad (\text{C}).$$

28 El número 2026 aparece escrito en la pantalla del monitor. Cada minuto, el ordenador suma o resta al número la suma de sus dígitos. ¿Cuál de los siguientes números puede aparecer en la pantalla al cabo de un tiempo?

(A) 2026 (B) 2022 (C) 5037 (D) 12345 (E) 2223

Dado un número n , definimos por $s(n)$ el número obtenido sumando las cifras de n .

La clave para resolver este problema es observar que un número n y $s(n)$ tienen el mismo residuo módulo 3 y también módulo 9.

Luego:

Y por tanto:

a) Partiendo de cualquier múltiplo de 3, siempre pasamos a un múltiplo de 3.

$$n \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow s(n) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow n \pm s(n) \equiv 0 + 0 = 0 \pmod{3}$$

b) Partiendo de cualquier múltiplo de 9, siempre pasamos sumando o restando a un múltiplo de 9:

$$n \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow s(n) \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow n \pm s(n) \equiv 0 \pm 0 = 0 \pmod{9}$$

c) Partiendo de cualquier número no múltiplo de 3, si sumamos, intercambiamos la congruencia: $1 \leftrightarrow 2$.

$$n \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow s(n) \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow n + s(n) \equiv 1 + 1 = 2 \pmod{3}$$

$$n \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow s(n) \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow n + s(n) \equiv 2 + 2 = 4 \equiv 1 \pmod{3}$$

Partimos de...

$$2026 \equiv 1 \pmod{9}$$

y queremos llegar a...

Opción A: $2026 \equiv 1 \pmod{9}$, $2026 \equiv 1 \pmod{3}$

Opción B: $2022 \equiv 6 \pmod{9}$, $2022 \equiv 0 \pmod{3}$

Opción C: $5037 \equiv 6 \pmod{9}$, $5037 \equiv 0 \pmod{3}$

Opción D: $12345 \equiv 6 \pmod{9}$, $12345 \equiv 0 \pmod{3}$

Opción E: $2223 \equiv 0 \pmod{9}$, $2223 \equiv 0 \pmod{3}$

Si restamos, aunque sea una única vez, después siempre obtendremos múltiplos de 9, luego el único candidato aceptable es (E).

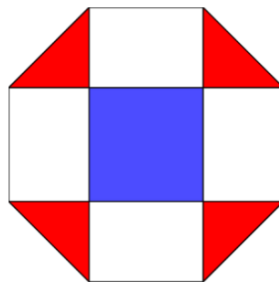
Si solo sumamos, puesto que partimos de un número que no es múltiplo de 3, nunca llegaremos a un múltiplo de 3, luego el único candidato aceptable es el propio 2026, pero puesto que estamos sumando valores no nulos, esto es imposible.

Así pues, el único candidato aceptable es 2223, y llegaremos haciendo alguna resta. En efecto, primero restando y después siempre sumando:

$$2026 \rightarrow 2016 \rightarrow 2025 \rightarrow 2034 \rightarrow 2043 \rightarrow 2052 \rightarrow 2061 \rightarrow 2070 \rightarrow 2079 \rightarrow 2097 \rightarrow 2115 \rightarrow 2124 \rightarrow 2133 \rightarrow 2142 \rightarrow 2151 \rightarrow 2160 \rightarrow 2169 \rightarrow 2187 \rightarrow 2205 \rightarrow 2214 \rightarrow 2223$$

Fuente: Gentileza de Eduardo

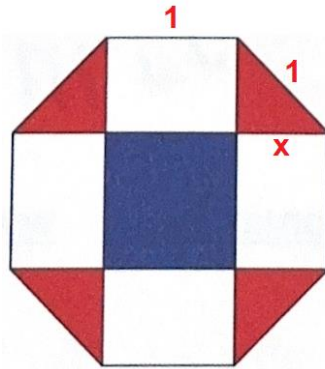
29 Un octágono regular se divide en rectángulos, triángulos y un cuadrado central, tal y como se muestra en la imagen.



La relación entre el área sombreada en azul y el área sombreada en rojo es:

(A) $\sqrt{2}:1$ (B) $\sqrt{3}:1$ (C) $\sqrt{3}:\sqrt{2}$ (D) $1:1$ (E) $2:1$

Supongamos que el octágono tiene lados de longitud 1. El cuadrado azul es un cuadrado de lado 1, luego su área es 1.



Sea x la longitud de la base de los triángulos rojos.

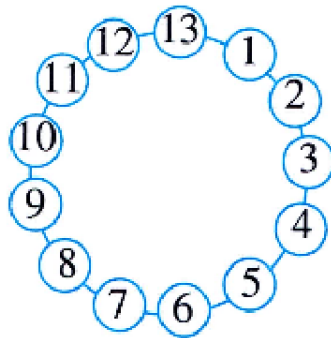
$$1 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow x = \sqrt{1/2}$$

La suma de las áreas de los cuatro triángulos rojos es igual al área de 2 cuadrados de

lado x , luego su área será $2x^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$.

Así pues, la razón pedida es 1:1 (D).

30 Como se muestra en la figura, trece niños se sientan en círculo para jugar a un juego. La regla es la siguiente: empezando por un niño determinado, cuentan en el sentido de las agujas del reloj desde el 1. El niño que dice «13» abandona el círculo. A continuación, el siguiente niño continúa contando en el mismo sentido desde el 1, y el niño que dice «13» también abandona el círculo. Este proceso se repite hasta que solo queda un niño. Mateo es el número 1. Para asegurarse de que Mateo sea el último en quedarse, ¿a partir de qué niño debería sugerir que comience el juego?



- (A) 2 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Probando las opciones vemos que la correcta es empezar con el 7 (D).

(Observando que si hemos empezado con el 8 (opción E) se casi se alcanza el resultado, luego nos indica que la correcta está al lado).

Nivel 5 (1.º de Bachillerato) Enunciados.

1

Emilia rellena las casillas vacías del siguiente término con un signo +, un signo – y un signo \times , en cualquier orden:

$$2 \square 0 \square 2 \square 6 =$$

¿Qué número no se puede obtener como resultado?

(A) -10 (B) -4 (C) 4 (D) 5 (E) 8

2

Un número capicúa es un número que se lee igual tanto hacia adelante como hacia atrás. La fecha de cumpleaños de Vega, cuando se escribe en el formato DD.MM.AAAA, es un número capicúa. ¿En qué mes nació Vega?

(A) Enero (B) Febrero (C) Septiembre (D) Octubre (E) Noviembre

3

Eugenia tiene 19 ciruelas. Durante la cena, cada uno de los cinco miembros de su familia come 3 o 4 ciruelas. ¿Cuántas personas comieron 4 ciruelas?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

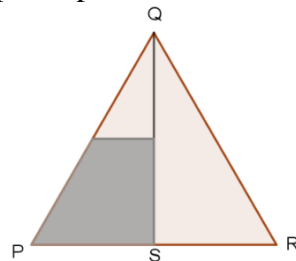
4

El año 2026 tiene dos propiedades. Exactamente dos de sus cuatro dígitos son iguales y la suma de sus dígitos es 10. ¿Cuántos años del siglo XXI tienen las mismas dos propiedades?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5

Alex dibuja un triángulo equilátero PQR. S es el punto medio de PR. Se traza una línea paralela a la base, PR, pasando por el punto medio de QS.



¿Qué fracción del triángulo es la parte sombreada?

(A) $1/8$ (B) $3/10$ (C) $1/4$ (D) $3/8$ (E) $1/3$

6

Agustín escribe un número de siete cifras 193391a. Si este número es divisible por 6, ¿Cuál es el valor de la cifra a?

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

7

Cuál es el valor de la siguiente expresión:

$$(1 - 2) - (3 - 4) - (5 - 6) - \dots - (2025 - 2026)$$

- (A) -1013 (B) -1011 (C) 1011 (D) 1013 (E) 2024

8

Cristina está colocando los números 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7. En las casillas ya se han colocado dos números como se muestra en la imagen.

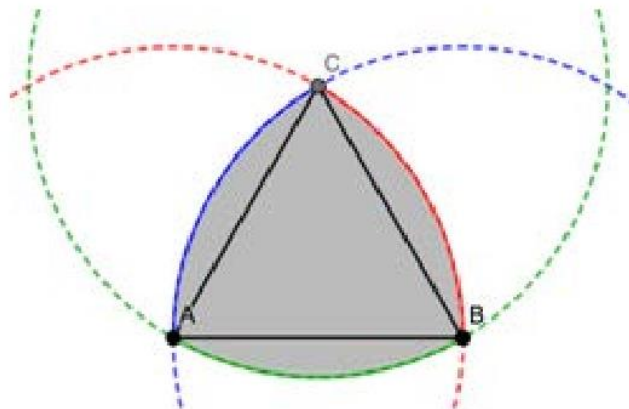
	2		X	X		5
--	---	--	---	---	--	---

Quiere que la suma de los números de cada par de casillas contiguas sea impar y que la suma de los números de tres casillas consecutivas no sea múltiplo de 3. ¿Cuál es la suma de los números de las casillas marcadas con una X?

- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 13

9

En la imagen aparece un triángulo equilátero y tres arcos de circunferencia, cada uno centrado en uno de los vértices, cuyo radio es igual a la longitud del lado del triángulo.



Si el lado del triángulo equilátero mide 2 cm, ¿cuál es el perímetro de la figura sombreada?

- (A) π cm (B) 6 cm (C) 2π cm (D) 8 cm (E) 4π cm

10

Una granjera tiene perros, ovejas, cabras, cerdos y gallinas en su granja. Hay más gallinas que cerdos, más cerdos que cabras, más cabras que ovejas y más ovejas que

perros. Hay la mitad de perros que de gallinas. El número total de animales es el menor posible. ¿Cuántos animales hay en su granja?

- (A) 28 (B) 30 (C) 32 (D) 34 (E) 36

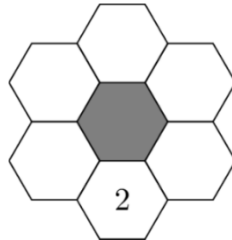
11

Después de una excursión de un día por las Montañas Blancas, cinco excursionistas están cubiertos de picaduras de mosquitos. Tienen 7, 9, 10, 13 y 14 picaduras. Antonio y Linda juntos tienen tres veces más picaduras que Carmen. María y Linda juntas tienen dos veces más picaduras que Pedro. ¿Cuántas picaduras tiene Linda?

- (A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 13 (E) 14

12

En este rompecabezas, los números primos 2, 3, 5, 7, 11 y 13 deben escribirse en los hexágonos blancos. Los números de los hexágonos adyacentes no deben sumar como resultado un número primo. El 2 ya está en su lugar.



¿De cuántas maneras se puede completar el rompecabezas?

- (A) 2 (B) 6 (C) 12 (D) 60 (E) 120

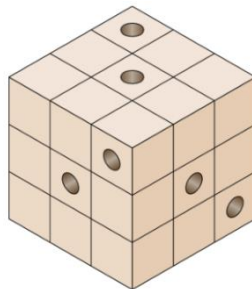
13

Quince puntos están espaciados uniformemente alrededor de un círculo. ¿Cuántos polígonos regulares se pueden dibujar seleccionando los vértices de estos puntos?

- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 13

14

Seis carcomas hicieron su hogar en un viejo cubo de madera compuesto por pequeños cubos idénticos. Cada una perforó un túnel a lo largo del cubo, paralelo a uno de sus bordes. La imagen muestra las entradas a los seis túneles.

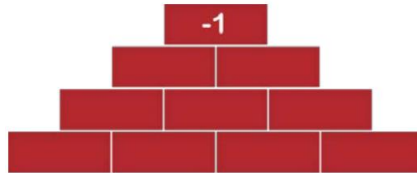


¿Cuántos cubos pequeños no tienen un túnel perforado a través de ellos?

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) 21

15

Alicia quiere rellenar cada celda con el número -1 o $+1$. Excepto en la fila inferior, el número de cada celda es igual al producto de los dos números que se encuentran justo debajo. El número de la celda superior es -1 , como se muestra en la imagen.

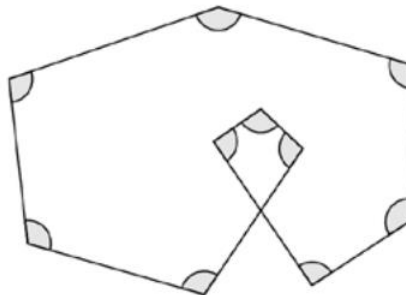


¿De cuántas maneras puede rellenar las celdas Alicia?

(A) 4 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 15

16

Se dibujan diez segmentos formando diez ángulos iguales, tal y como se muestra en la figura. ¿Cuál es la medida de cada uno de estos ángulos?



Hay que tener en cuenta que la imagen no está representada de forma exacta.

(A) 96° (B) 105° (C) 108° (D) 115° (E) 120°

17

Cinco amigos, Andrés, Bernardo, Carlos, David y Ernesto, participaron en una carrera de un kilómetro. Uno de ellos no terminó y los demás terminaron en diferentes momentos. Cuando se les preguntó sobre la carrera algún tiempo después, dijeron:

- Andrés: «Quedé segundo o tercero».
- Bernardo: «Llegué a la meta y no quedé cuarto».
- Carlos: «Fui el primero».
- David: «Fui el cuarto».
- Ernesto: «No llegué a la meta».

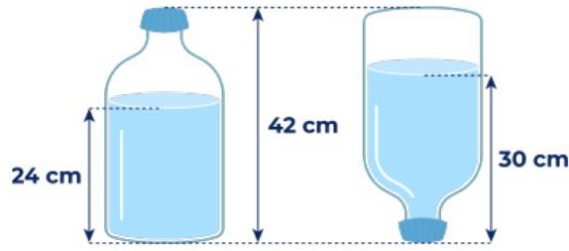
Uno de los chicos mintió y todos los demás dijeron la verdad. ¿Quién mintió?

(A) Andrés (B) Bernardo (C) Carlos (D) David (E) Ernesto

18

La imagen muestra cómo cambia la altura del agua en una botella cuando se pone boca

abajo. La capacidad de la botella es de 4,5 litros y toda la parte llena de agua de la botella de la izquierda tiene forma cilíndrica.

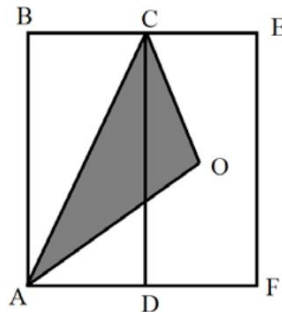


¿Cuál es el volumen de agua en litros que contiene la botella?

- (A) 2,4 litros (B) 2,5 litros (C) 2,7 litros (D) 3 litros (E) 3,5 litros

19

ABCD y DCEF son rectángulos congruentes y O es el centro del rectángulo DCEF.

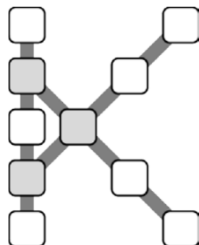


¿Qué fracción del área del rectángulo ABEF es el área del triángulo ACO?

- (A) 1/4 (B) 1/2 (C) 1/3 (D) 1/5 (E) 2/9

20

Los números del 1 al 10 deben colocarse, sin repetir, en las casillas de esta cuadrícula en forma de K. Cada fila de casillas, ya sea cinco en vertical o cuatro en diagonal, debe rellenarse con números que sumen lo mismo. Queremos que esta suma sea lo más grande posible.



¿Cuál será la suma de los números de las tres casillas sombreadas?

- (A) 13 (B) 18 (C) 23 (D) 26 (E) 27

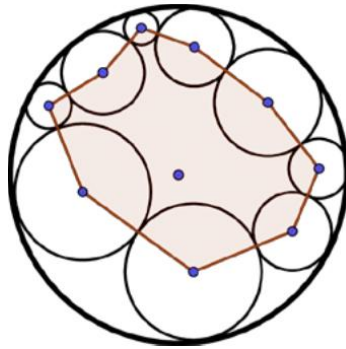
21

En la primera ronda de un torneo de ajedrez, cada jugador juega contra todos los demás jugadores exactamente una vez. Un jugador obtiene 3, 1 o -1 puntos respectivamente por ganar, empatar o perder una partida. Al final de la primera ronda, se comprueba que la suma de las puntuaciones de todos los jugadores es 90. ¿Cuántos jugadores había en el torneo?

- (A) 5 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 15

22

En la figura podemos ver un círculo grande de radio 10 y nueve círculos más pequeños tangentes entre sí y tangentes al círculo grande.



¿Cuál es el perímetro del polígono sombreado, si la suma de las distancias entre los centros de los círculos más pequeños y el centro del círculo grande es igual a d ?

- (A) $90 - 2d$ (B) $90 - d$ (C) $180 - d$ (D) $180 - 2d$ (E) $180 + 2d$

23

Para dos enteros no negativos a y b se verifica la igualdad $a^b - ab = 2026$. ¿Cuál es el valor de $a + b$?

- (A) 10 (B) 13 (C) 15 (D) 1013 (E) 1015

24

Eduardo tiene una cerradura con un código de tres dígitos.

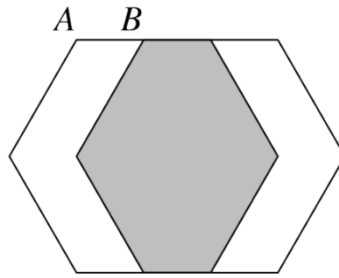


Sabe que todos los dígitos de su código son diferentes y que si divide el segundo dígito (decenas) por el tercero (unidades) y luego eleva al cuadrado el resultado, obtendrá el primer dígito (centenas). ¿Cuál es la diferencia entre el código más grande y el más pequeño posibles?

- (A) 42 (B) 399 (C) 468 (D) 499 (E) 541

25

En la imagen se muestran dos hexágonos regulares con lados de 60 unidades de longitud.



El hexágono de la derecha se ha creado desplazando horizontalmente el hexágono de la izquierda una distancia igual a la longitud del segmento AB. Esto crea tres regiones de igual área. ¿Cuál es la longitud de AB?

- (A) 30 (B) 39 (C) 40 (D) 45 (E) 52

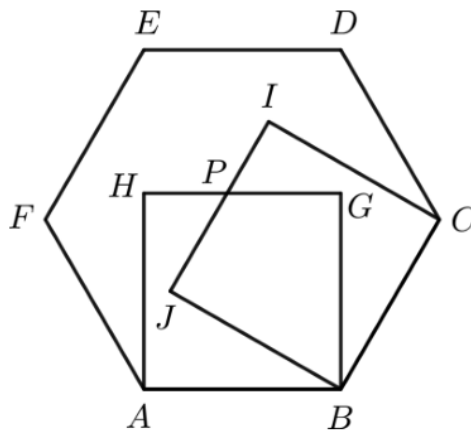
26

Roberto tiene ocho palos con longitudes enteras distintas, de los cuales ninguno puede formar un triángulo con otros dos. ¿Cuál es la longitud mínima posible del palo más largo?

- (A) 32 (B) 33 (C) 34 (D) 35 (E) 36

27

ABCDEF es un hexágono regular, ABGH y BCIJ son dos cuadrados construidos dentro del hexágono, como se muestra en la imagen.

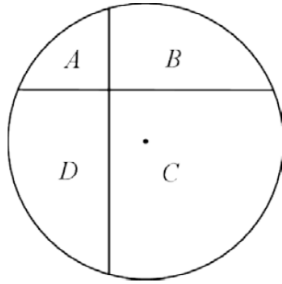


Sea P el punto de intersección de los segmentos GH e IJ. ¿Cuál es la relación entre las áreas de los triángulos JGP y BGJ?

- (A) $1/4$ (B) $\sqrt{3}/6$ (C) $1/3$ (D) $2/5$ (E) $1/2$

28

Se trazan dos cuerdas perpendiculares en un círculo de 12 cm de radio, dividiendo el círculo en cuatro regiones, tal y como se indica en la imagen.



Una cuerda se encuentra a 3 cm del centro y la otra a 4 cm del centro. ¿En cuántos centímetros cuadrados es mayor la suma de las áreas de las regiones A y C que la suma de las áreas de las regiones B y D?

- (A) 9 (B) 16 (C) 36 (D) 48 (E) 60

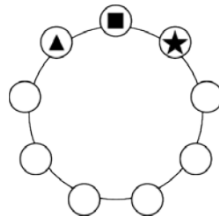
29

Carlos y Pablo se turnan para sacar caramelos de una caja: Carlos saca 1, luego Pablo saca 2, luego Carlos saca 3, luego Pablo saca 4, y así sucesivamente. Cuando no hay suficientes caramelos para seguir este patrón, al niño que le toca saca todos los que quedan. Al final, Carlos tiene 407 caramelos. ¿Cuántos caramelos había en la caja al principio?

- (A) 814 (B) 827 (C) 834 (D) 841 (E) 851

30

Ana coloca los dígitos 1, 2, ..., 9 en un círculo en algún orden. Puede leer tres dígitos adyacentes en el sentido de las agujas del reloj para formar un número de tres dígitos, como $\blacktriangle \blacksquare \blackstar$ en la imagen, y escribe los nueve números de este tipo.



Uno de estos números es a , que es un factor de la suma de los ocho números restantes. ¿Cuántos valores posibles tiene a ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4 12

Nivel 5 Soluciones

1	D
2	B
3	D
4	E
5	D
6	C
7	C
8	B
9	C
10	B
11	D
12	C
13	C
14	C
15	B
16	C
17	C
18	D
19	A
20	D
21	C
22	D
23	B
24	E
25	D
26	C
27	C
28	D
29	B
30	C

Nivel 5 Soluciones desarrolladas.

1 Emilia rellena las casillas vacías del siguiente término con un signo +, un signo – y un signo \times , en cualquier orden:

$$2 \square 0 \square 2 \square 6 =$$

¿Qué número no se puede obtener como resultado?

(A) -10 (B) -4 (C) 4 (D) 5 (E) 8

(A) $2+0-2\times 6 = -10$

(B) $2+0\times 2-6 = -4$

(C) $2+0-2+6 = 4$

(E) $2\times 0+2+6 = 8$

Por descarte, solo queda la opción D.

2 Un número capicúa es un número que se lee igual tanto hacia adelante como hacia atrás. La fecha de cumpleaños de Vega, cuando se escribe en el formato DD.MM.AAAA, es un número capicúa. ¿En qué mes nació Vega?

(A) Enero (B) Febrero (C) Septiembre (D) Octubre (E) Noviembre

Si la fecha de cumpleaños es de la forma DD.MM.20AA, al escribirlo al revés es AA.02.MMDD, y por tanto el mes es 2, es decir, febrero (B).

3 Eugenia tiene 19 ciruelas. Durante la cena, cada uno de los cinco miembros de su familia come 3 o 4 ciruelas. ¿Cuántas personas comieron 4 ciruelas?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

La única combinación aceptable es $3\cdot 1+4\cdot 4=19$ y por tanto la solución es 4 (D).

4 El año 2026 tiene dos propiedades. Exactamente dos de sus cuatro dígitos son iguales y la suma de sus dígitos es 10. ¿Cuántos años del siglo XXI tienen las mismas dos propiedades?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

El número es de la forma 20AB, con

$$2+0+A+B=10 \Leftrightarrow A+B=8$$

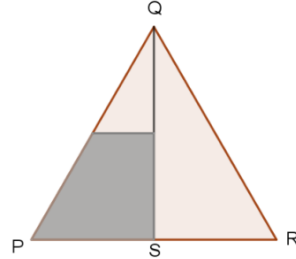
Si $A=2$, entonces $B=6 \rightarrow 2026$

Si $B=2$, entonces $A=6 \rightarrow 2062$

Si $A=0$, entonces $B=8 \rightarrow 2008$

Si $B=0$, entonces $A=8 \rightarrow 2080$
 También satisface la condición el año 2044
 Hay cinco casos en total (E).

5 Alex dibuja un triángulo equilátero PQR. S es el punto medio de PR. Se traza una línea paralela a la base, PR, pasando por el punto medio de QS.



¿Qué fracción del triángulo es la parte sombreada?

- (A) $1/8$ (B) $3/10$ (C) $1/4$ (D) $3/8$ (E) $1/3$

Basta dividirlo convenientemente para ver que son $3/8$ (D).

6 Agustín escribe un número de siete cifras 193391a. Si este número es divisible por 6, ¿Cuál es el valor de la cifra a?

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

Hacemos la división “con caja” para ver que $a=4$ (C).

7 Cuál es el valor de la siguiente expresión:

$$(1 - 2) - (3 - 4) - (5 - 6) - \dots - (2025 - 2026)$$

- (A) -1013 (B) -1011 (C) 1011 (D) 1013 (E) 2024

$$\begin{aligned} (1 - 2) - (3 - 4) - (5 - 6) - \dots - (2025 - 2026) &= \\ = 1 - 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - \dots - 2025 + 2026 &= \\ = -5 + 6 - 7 + 8 - 8 + 9 - \dots - 2025 + 2026 &= \\ = 1011 & \end{aligned}$$

8 Cristina está colocando los números 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7. En las casillas ya se han colocado dos números como se muestra en la imagen.

	2		X	X		5
--	---	--	---	---	--	---

Quiere que la suma de los números de cada par de casillas contiguas sea impar y que la suma de los números de tres casillas consecutivas no sea múltiplo de 3. ¿Cuál es la suma de los números de las casillas marcadas con una X?

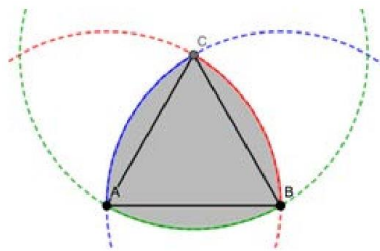
- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 13

Por tanteo llegamos a una combinación aceptable:

7 - 2 - 1 - 4 - 3 - 6 - 5

y por tanto la solución es $4 + 3 = 7$ (B).

9 En la imagen aparece un triángulo equilátero y tres arcos de circunferencia, cada uno centrado en uno de los vértices, cuyo radio es igual a la longitud del lado del triángulo.



Si el lado del triángulo equilátero mide 2 cm, ¿cuál es el perímetro de la figura sombreada?

- (A) π cm (B) 6 cm (C) 2π cm (D) 8 cm (E) 4π cm

Ver problema 20 del Nivel 6.

10 Una granjera tiene perros, ovejas, cabras, cerdos y gallinas en su granja. Hay más gallinas que cerdos, más cerdos que cabras, más cabras que ovejas y más ovejas que perros. Hay la mitad de perros que de gallinas. El número total de animales es el menor posible. ¿Cuántos animales hay en su granja?

- (A) 28 (B) 30 (C) 32 (D) 34 (E) 36

Planteada la desigualdad $G > C > P > A > O$, con $G=2O$, vamos probando valores de O, de menor a mayor, hasta encontrar el primero aceptable: $8 > 7 > 6 > 5 > 4$, con un total de $8+7+6+5+4=30$ (B).

11 Después de una excursión de un día por las Montañas Blancas, cinco excursionistas están cubiertos de picaduras de mosquitos. Tienen 7, 9, 10, 13 y 14 picaduras. Antonio y Linda juntos tienen tres veces más picaduras que Carmen. María y Linda juntas tienen dos veces más picaduras que Pedro. ¿Cuántas picaduras tiene Linda?

- (A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 13 (E) 14

Se tienen que cumplir la ecuaciones

$$\begin{cases} T + L = 3R \\ M + L = 2P \end{cases}$$

Si vamos probando las opciones que aparecen en el enunciado, la primera que es compatible es

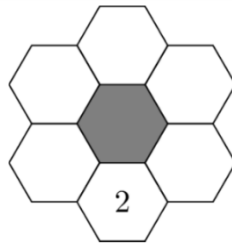
$$L=13, T=14, R=9, M=7, P=10$$

En efecto,

$$\begin{cases} 14 + 13 = 27 = 3 \cdot 9 \\ 7 + 13 = 20 = 2 \cdot 10 \end{cases}$$

Luego (teniendo en cuenta que en esta prueba solo hay un resultado aceptable) se deduce que $L=13$ (D).

12 En este rompecabezas, los números primos 2, 3, 5, 7, 11 y 13 deben escribirse en los hexágonos blancos. Los números de los hexágonos adyacentes no deben sumar como resultado un número primo. El 2 ya está en su lugar.



¿De cuántas maneras se puede completar el rompecabezas?

- (A) 2 (B) 6 (C) 12 (D) 60 (E) 120

Vemos que las únicas parejas no aceptables son 2+3, 2+5 y 2+11, luego acompañando al 2 forzosamente tenemos que poner el 7 y el 13.

Una opción es 7-2-13 en la parte inferior y 3! combinaciones para el resto.

Otra opción es 13-2-7 en la parte inferior y 3! combinaciones para el resto.

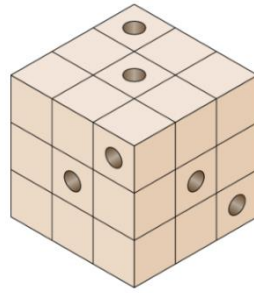
En total son $2 \times 3! = 12$ combinaciones posibles (C).

13 Quince puntos están espaciados uniformemente alrededor de un círculo. ¿Cuántos polígonos regulares se pueden dibujar seleccionando los vértices de estos puntos?

- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 13

$15=3 \cdot 5$, luego solo se pueden construir triángulos, pentágonos y un polígono regular de 15 lados. Girando estas figuras vemos que se pueden construir 5 triángulos, 3 pentágonos y un solo polígono regular de 15 lados, en total $5+3+1=9$ polígonos regulares diferentes (C).

14 Seis carcomas hicieron su hogar en un viejo cubo de madera compuesto por pequeños cubos idénticos. Cada una perforó un túnel a lo largo del cubo, paralelo a uno de sus bordes. La imagen muestra las entradas a los seis túneles.



¿Cuántos cubos pequeños no tienen un túnel perforado a través de ellos?

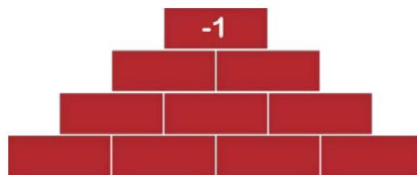
- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) 21

Con una observación detallada de la figura vemos que hay

$$27 - 3 - 3 - 3 - 2 - 2 - 2 = 12$$

cubos intactos (C).

15 Alicia quiere rellenar cada celda con el número -1 o $+1$. Excepto en la fila inferior, el número de cada celda es igual al producto de los dos números que se encuentran justo debajo. El número de la celda superior es -1 , como se muestra en la imagen.



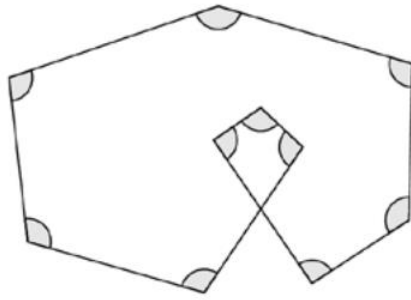
¿De cuántas maneras puede rellenar las celdas Alicia?

- (A) 4 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 15

En la segunda fila solo puede haber “+1”, “-1” o bien “-1”, “+1”.

Vamos observando que, para cada una de estas combinaciones, en la fila siguiente hay 2 formas aceptables de completar la fila, luego en total habrá $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ combinaciones aceptables (B).

16 Se dibujan diez segmentos formando diez ángulos iguales, tal y como se muestra en la figura. ¿Cuál es la medida de cada uno de estos ángulos?



Hay que tener en cuenta que la imagen no está representada de forma exacta.

- (A) 96° (B) 105° (C) 108° (D) 115° (E) 120°

Interpretando el problema en términos de giros en el plano, vemos que se realizarán dos giros completos, es decir 720° . Por lo tanto:

$$180 \cdot 10 - 10\alpha = 720 \Rightarrow 180 - \alpha = 72 \Rightarrow \alpha = 180 - 72 = 108^\circ$$

y la respuesta correcta es (C).

Fuente: Eduardo y Ignacio Larrosa Cañestro (Grupo Retos matemáticos de Telegram)

17 Cinco amigos, Andrés, Bernardo, Carlos, David y Ernesto, participaron en una carrera de un kilómetro. Uno de ellos no terminó y los demás terminaron en diferentes momentos. Cuando se les preguntó sobre la carrera algún tiempo después, dijeron:

- Andrés: «Quedé segundo o tercero».
- Bernardo: «Llegué a la meta y no quedé cuarto».
- Carlos: «Fui el primero».
- David: «Fui el cuarto».
- Ernesto: «No llegué a la meta».

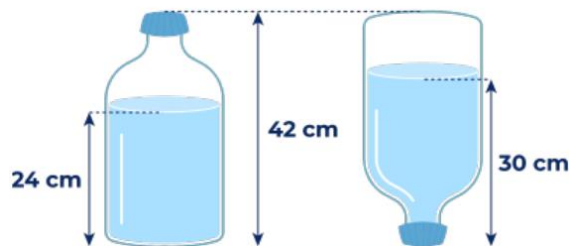
Uno de los chicos mintió y todos los demás dijeron la verdad. ¿Quién mintió?

- (A) Andrés (B) Bernardo (C) Carlos (D) David (E) Ernesto

Una combinación aceptable es

A 1, B 2, C 3, D 4, E no llega, con Carlos mintiendo (C).

18 La imagen muestra cómo cambia la altura del agua en una botella cuando se pone boca abajo. La capacidad de la botella es de 4,5 litros y toda la parte llena de agua de la botella de la izquierda tiene forma cilíndrica.



¿Cuál es el volumen de agua en litros que contiene la botella?

- (A) 2,4 litros (B) 2,5 litros (C) 2,7 litros (D) 3 litros (E) 3,5 litros

Vemos que el volumen de aire equivale a un cilindro de $42-30=12$ cm de alto.

El volumen de agua es un cilindro de 24 cm de alto, luego si la botella fuera perfectamente cilíndrica tendría $24+12=36$ cm de alto.

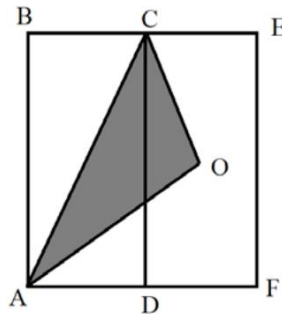
Una botella de $4.5 \text{ L} = 4500 \text{ cm}^3$ sería de un radio igual a

$$4500 = \pi \cdot r^2 \cdot 36 \Leftrightarrow 125 = \pi r^2$$

Luego el volumen de agua es $\pi \cdot r^2 \cdot h = 125 \cdot 24 = 3000 \text{ cm}^3 = 3 \text{ L}$

y la respuesta correcta es (D).

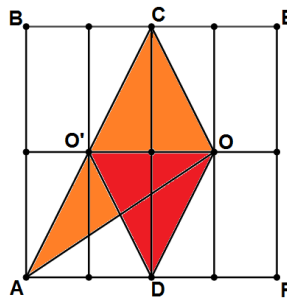
19 ABCD y DCEF son rectángulos congruentes y O es el centro del rectángulo DCEF.



¿Qué fracción del área del rectángulo ABCE es el área del triángulo ACO?

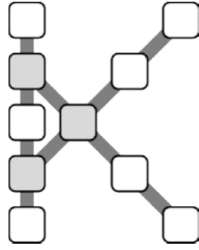
- (A) 1/4 (B) 1/2 (C) 1/3 (D) 1/5 (E) 2/9

Sea O' el centro del rectángulo BCDA. Puesto que son triángulos de la misma base OO' y misma altura, el área de OO'A es igual al área del triángulo OO'D.



Ahora es muy fácil ver que hay $4/16=1/4$ de la figura sombreada (A).

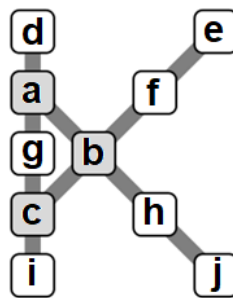
20 Los números del 1 al 10 deben colocarse, sin repetir, en las casillas de esta cuadrícula en forma de K. Cada fila de casillas, ya sea cinco en vertical o cuatro en diagonal, debe rellenarse con números que sumen lo mismo. Queremos que esta suma sea lo más grande posible.



¿Cuál será la suma de los números de las tres casillas sombreadas?

- (A) 13 (B) 18 (C) 23 (D) 26 (E) 27

Ponemos letras a las casillas:



Se debe cumplir

$$T = a + c + d + g + i = a + b + h + j = c + b + f + e$$

Es decir

$$3T = a + c + d + g + i + a + b + h + j + c + b + f + e =$$

$$= 2(a + b + c) + d + e + f + g + h + i + j$$

Sabemos que $a + b + c + \dots + h + i + j = 1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$

Luego

$$3T = a + b + c + a + b + c + d + e + f + g + h + i + j = a + b + c + 55$$

Vamos probando candidatos:

Opción A: $3T = 13 + 55 = 68$

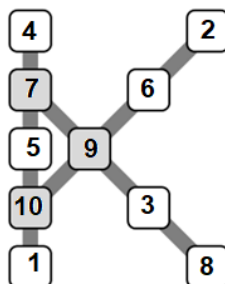
Opción B: $3T = 18 + 55 = 73$

Opción C: $3T = 23 + 55 = 78 \rightarrow T = 26$

Opción D: $3T = 26 + 55 = 81 \rightarrow T = 27$

Opción E: $3T = 27 + 55 = 82$

Solo dos opciones permiten obtener un T entero, la opción D ofrece el candidato mayor. Solo queda demostrar que existe una combinación aceptable con esta condición. Por tanteo llegamos a la siguiente solución:



y la respuesta correcta es $7+9+10 = 26$ (D).

21 En la primera ronda de un torneo de ajedrez, cada jugador juega contra todos los demás jugadores exactamente una vez. Un jugador obtiene 3, 1 o -1 puntos respectivamente por ganar, empatar o perder una partida. Al final de la primera ronda, se comprueba que la suma de las puntuaciones de todos los jugadores es 90. ¿Cuántos jugadores había en el torneo?

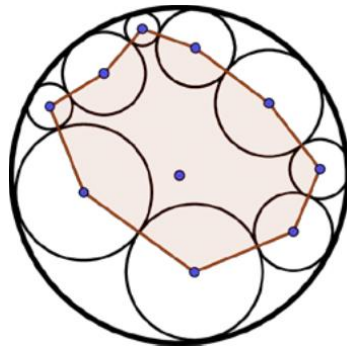
(A) 5 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 15

Sea n el número de jugadores. En un torneo donde todos juegan contra todos los demás una partida se celebrarán $n(n-1)/2$ partidas, en cada una de ellas se otorgan o bien $3+(-1)=2$ o bien $1+1=2$ puntos, es decir, siempre 2 puntos, luego

$$\frac{n(n-1)}{2} \cdot 2 = 90 \Rightarrow n(n-1) = 90 \Rightarrow n = 10$$

y la respuesta correcta es (C).

22 En la figura podemos ver un círculo grande de radio 10 y nueve círculos más pequeños tangentes entre sí y tangentes al círculo grande.



¿Cuál es el perímetro del polígono sombreado, si la suma de las distancias entre los centros de los círculos más pequeños y el centro del círculo grande es igual a d ?

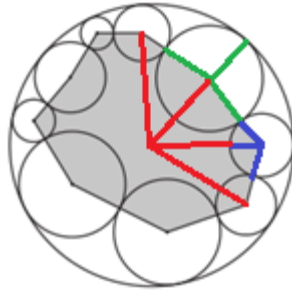
(A) $90 - 2d$ (B) $90 - d$ (C) $180 - d$ (D) $180 - 2d$ (E) $180 + 2d$

Numeramos los radios de las circunferencias internas como r_1, \dots, r_9 .

Sea $s = r_1 + \dots + r_9$

Sean d_1, \dots, d_9 las distancias del centro O de la circunferencia grande a cada centro respectivo de las circunferencias internas. Sea $d = d_1 + \dots + d_9$.

El perímetro de polígono sombreado será $2s$.



Está claro que $r_i + d_i = 10$ para todo i , luego

$$90 = 9 \cdot 10 = r_1 + d_1 + r_2 + d_2 + \dots + r_9 + d_9 = d + s \Rightarrow s = 90 - d \Rightarrow 2s = 180 - 2d$$

y la respuesta correcta es (D).

23 Para dos enteros no negativos a y b se verifica la igualdad $a^b - a \cdot b = 2026$. ¿Cuál es el valor de $a + b$?

- (A) 10 (B) 13 (C) 15 (D) 1013 (E) 1015

Si $b=1$, entonces la ecuación del enunciado es

$$a - a = 2026 \Leftrightarrow 0 = 2026 \text{ imposible.}$$

Luego $b > 1$ y podemos sacar factor común a :

$$2 \cdot 1013 = 2026 = a^b - a = a(a^{b-1} - b)$$

Luego a es un divisor de $2 \cdot 1013$. Veamos los posibles casos:

Si $a=2$, entonces

$$1013 = 2^{b-1} - b$$

Observando las potencias de 2 vemos que $b=11$ es solución de la ecuación anterior.

Luego $a=2$, $b=11$ es solución de la ecuación del enunciado, con $a + b = 2 + 11 = 13$.

(Aquí ya hubiéramos acabado el problema si tenemos en cuenta que en estos problemas la solución es única.)

Si $a=1013$, entonces

$$2 = 1013^{b-1} - b \text{ es imposible.}$$

$$\text{Pues con } b=1 \text{ tendríamos } 2 = 1013^{1-1} - 1 = 1013^0 - 1 = 0$$

Si $a=1$, entonces

$$2 \cdot 1013 = 1^{b-1} - b = 1 - b, \text{ imposible.}$$

Si $a=2 \cdot 1013$ entonces

$$1 = 2026^{b-1} - b, \text{ imposible.}$$

La única solución es $a=2$, $b=11$ y por tanto $a + b = 2 + 11 = 13$ (B).

24 Eduardo tiene una cerradura con un código de tres dígitos.



Sabe que todos los dígitos de su código son diferentes y que si divide el segundo dígito (decenas) por el tercero (unidades) y luego eleva al cuadrado el resultado, obtendrá el

primer dígito (centenas). ¿Cuál es la diferencia entre el código más grande y el más pequeño posibles?

- (A) 42 (B) 399 (C) 468 (D) 499 (E) 541

a tiene que ser un cuadrado no nulo de una cifra. Veamos casos:

$$a = 1^2 = \left(\frac{b}{c}\right)^2 \Rightarrow b = c$$

Hay 9 casos: 111, 122, 133, ... ,199

Pero ninguno cumple la condición de tener sus cifras diferentes

$$a = 2^2 = \left(\frac{b}{c}\right)^2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = 2c$$

Hay 4 casos: 421, 442, 463, 484

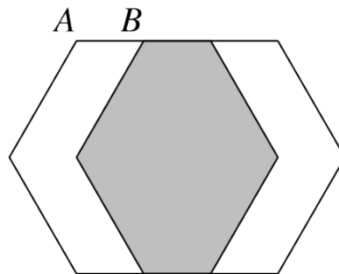
$$a = 3^2 = \left(\frac{b}{c}\right)^2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 3 \Rightarrow b = 3c$$

Hay 3 casos: 931, 962, 993

El tercero no cumple la condición de tener sus tres cifras diferentes.

La diferencia entre el mayor y el menor es $962 - 421 = 541$ (E).

25 En la imagen se muestran dos hexágonos regulares con lados de 60 unidades de longitud.



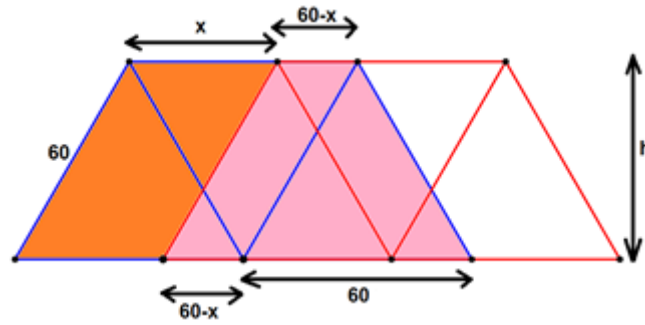
El hexágono de la derecha se ha creado desplazando horizontalmente el hexágono de la izquierda una distancia igual a la longitud del segmento AB. Esto crea tres regiones de igual área. ¿Cuál es la longitud de AB?

- (A) 30 (B) 39 (C) 40 (D) 45 (E) 52

Vemos que podemos descomponer la parte superior de la figura en un paralelogramo

naranja de área $S_1 = x \cdot h$ y un trapecio rosa de área $S_2 = (60 - x)h + \frac{1}{2} 60h$

donde h es la altura común en la figura.



Luego

$$S_1 = S_2 \Leftrightarrow xh = (60-x)h + \frac{1}{2}60h \Leftrightarrow x = (60-x) + 30$$

$$\Leftrightarrow 2x = 90 \Leftrightarrow x = 45$$

y la respuesta correcta es (D).

26 Roberto tiene ocho palos con longitudes enteras distintas, de los cuales ninguno puede formar un triángulo con otros dos. ¿Cuál es la longitud mínima posible del palo más largo?

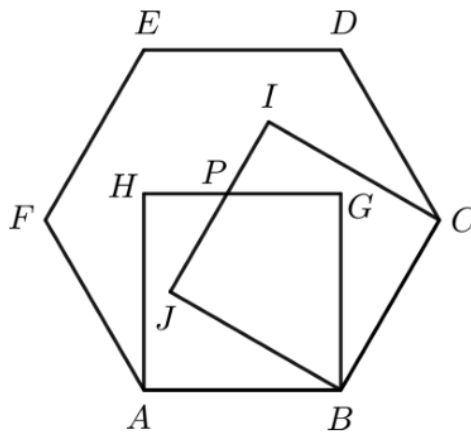
- (A) 32 (B) 33 (C) 34 (D) 35 (E) 36

Partimos de las longitudes mínimas 1 y 2 y vamos sumando las dos anteriores para que sea imposible generar un triángulo:

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34

Y es imposible obtener longitudes menores. Luego el bastón más largo tendrá 34 unidades de largo (C).

27 ABCDEF es un hexágono regular, ABGH y BCIJ son dos cuadrados construidos dentro del hexágono, como se muestra en la imagen.



Sea P el punto de intersección de los segmentos GH e IJ. ¿Cuál es la relación entre las áreas de los triángulos JGP y BGJ?

- (A) 1/4 (B) $\sqrt{3}/6$ (C) 1/3 (D) 2/5 (E) 1/2

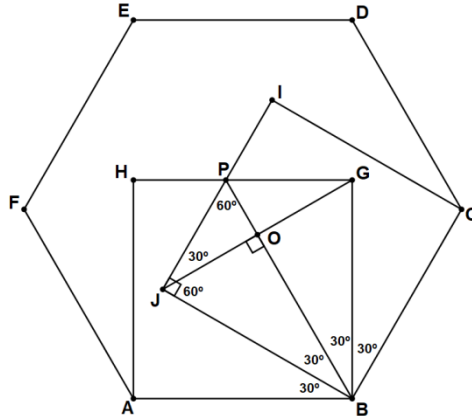
Los ángulos internos de un hexágono son de 120° .

Luego por simetría, $\angle GBC = \angle PBG = \angle JBP = \angle ABJ = 120^\circ / 4 = 30^\circ$

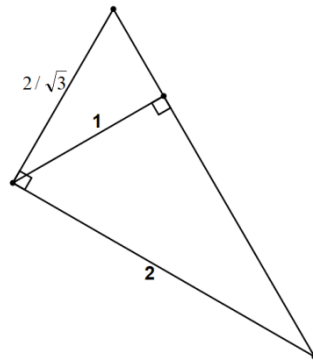
$\triangle JBG$ es isósceles, luego $\angle GJB = \angle JGB = 60^\circ$.

Finalmente, $\angle PJG = 90^\circ - \angle GJB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

Sea O el punto de corte entre las diagonales PB y JG.



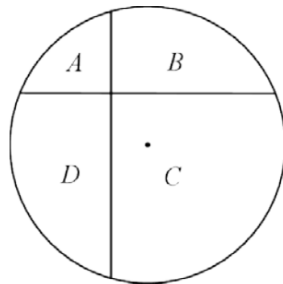
Los triángulos rectángulos $\triangle PJO$ y $\triangle JOB$ son semejantes (ambos son triángulos 30-60-90). Puesto que estos triángulos mantienen una proporcionalidad $1:2:\sqrt{3}$ en sus lados, podemos deducir la razón de proporcionalidad entre estos dos triángulos:



$$\frac{2/\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Luego las áreas mantendrán una proporcionalidad que es el cuadrado de la razón de proporcionalidad de los lados, es decir $1/3$ (C).

28 Se trazan dos cuerdas perpendiculares en un círculo de 12 cm de radio, dividiendo el círculo en cuatro regiones, tal y como se indica en la imagen.

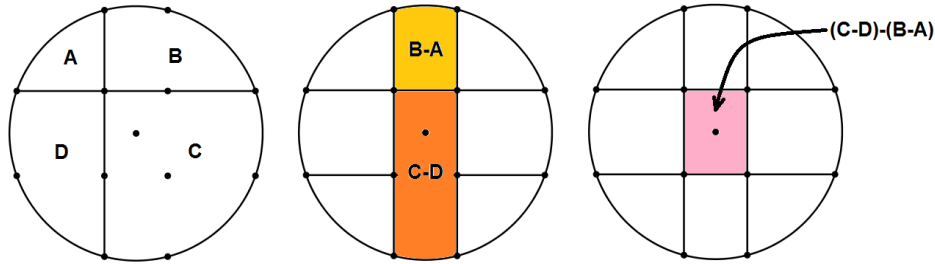


Una cuerda se encuentra a 3 cm del centro y la otra a 4 cm del centro. ¿En cuántos centímetros cuadrados es mayor la suma de las áreas de las regiones A y C que la suma de las áreas de las regiones B y D?

(A) 9 (B) 16 (C) 36 (D) 48 (E) 60

$$(A+C) - (B+D) = (C-D) - (B-A)$$

Trazamos rectas verticales y horizontales convenientemente, por simetría vemos que esta diferencia es un rectángulo de base $3 \times 2 = 6$ y altura $4 \times 2 = 8$, por lo tanto un área de $6 \times 8 = 48 \text{ cm}^2$ (D).



29 Carlos y Pablo se turnan para sacar caramelos de una caja: Carlos saca 1, luego Pablo saca 2, luego Carlos saca 3, luego Pablo saca 4, y así sucesivamente. Cuando no hay suficientes caramelos para seguir este patrón, al niño que le toca saca todos los que quedan. Al final, Carlos tiene 407 caramelos. ¿Cuántos caramelos había en la caja al principio?

(A) 814 (B) 827 (C) 834 (D) 841 (E) 851

Supongamos que es Pablo el que no puede seguir y por tanto se queda con el resto. En este caso

$$1+3+5+\dots+n = \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 = 407$$

lo cual es imposible pues 407 no es ningún cuadrado perfecto. Es un caso inaceptable. Por lo tanto es Carlos el que no puede seguir, y se quedará con el resto.

Esto sucede cuando quiere tomar cierto n impar, y no puede. En ese momento en la bolsa quedan M caramelos, con $M < n$ y Carlos lleva recogidos

$$1+3+5+\dots+n-2 = \left(\frac{n-2+1}{2}\right)^2 = \left(\frac{n-1}{2}\right)^2$$

Así pues,

$$\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 + M = 407$$

Con lo que generamos la desigualdad siguiente:

$$\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 < \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 + M = 407 < \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 + n$$

Resolvemos la parte de la izquierda:

$$\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 < 407$$

El valor de n impar con el que más nos aproximamos a 407 es

$$n = 41 \Rightarrow \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 = 20^2 = 400$$

Con este valor, Carlos lleva recogidos 400 caramelos, y quedan $407 - 400 = 7$ caramelos en la bolsa.

Se han realizado

$$\frac{n-1}{2} = \frac{41-1}{2} = 20$$

rondas, y en cada ronda Pablo ha tomado un caramelo más que Carlos, luego Pablo ha tomado $400 + 20 = 420$ caramelos.

Así pues, inicialmente había en la bolsa $407 + 420 = 827$ caramelos. (B).

Fuente: Cortesía de Zugzwang y Eduardo.

Observación.

La fórmula de los n primeros números pares es

$$2 + 4 + 6 + \dots + n = \frac{n(n+2)}{4}$$

Por lo tanto, en el momento en que Carlos intenta tomar n caramelos, con n impar, y no puede, Pablo lleva tomados

$$Pablo = 2 + 4 + 6 + \dots + n - 1 = \frac{(n-1)(n+1)}{4} = \frac{n^2 - 1}{4}$$

caramelos.

Una forma de evitar el razonamiento anterior, y aprovechar que nos dan cinco opciones posibles, es ver qué opción se adapta a este valor:

$4 \cdot Pablo + 1$ es un cuadrado perfecto.

Opción A: Total 814 \rightarrow Pablo = $814 - 407 = 407 \rightarrow 4 \cdot 407 + 1 = 1629$

Opción B: Total 827 \rightarrow Pablo = $827 - 407 = 420 \rightarrow 4 \cdot 420 + 1 = 1681 = 41^2$

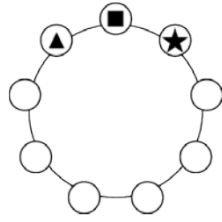
Opción C: Total 834 \rightarrow Pablo = $834 - 407 = 427 \rightarrow 4 \cdot 427 + 1 = 1709$

Opción D: Total 841 \rightarrow Pablo = $841 - 407 = 434 \rightarrow 4 \cdot 434 + 1 = 1737$

Opción E: Total 851 \rightarrow Pablo = $851 - 407 = 444 \rightarrow 4 \cdot 444 + 1 = 1777$

Y vemos que la única opción aceptable es (B).

30 Ana coloca los dígitos 1, 2, ..., 9 en un círculo en algún orden. Puede leer tres dígitos adyacentes en el sentido de las agujas del reloj para formar un número de tres dígitos, como $\blacktriangle \blacksquare \blackstar$ en la imagen, y escribe los nueve números de este tipo.



Uno de estos números es a , que es un factor de la suma de los ocho números restantes.
¿Cuántos valores posibles tiene a ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4 12

Nivel 6 (2.º de Bachillerato) Enunciados

1

Un triángulo tiene lados de longitud entera. Uno de los lados mide 9 cm y otro mide 1 cm. ¿Cuál es la longitud del tercer lado?

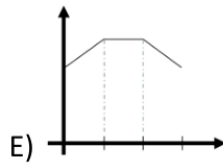
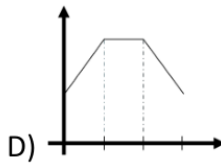
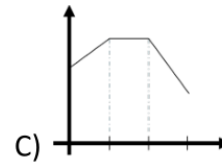
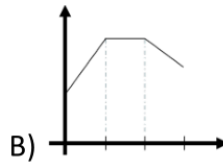
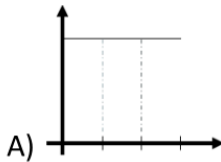
- (A) 5 cm (B) 7 cm (C) 9 cm (D) 11 cm (E) 13 cm

2

Durante una carrera de 30 minutos, el reloj inteligente de María ofrece este informe:

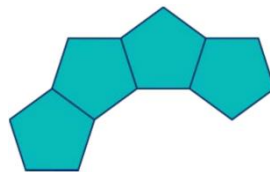
- Durante los primeros diez minutos, su frecuencia cardíaca aumentó en 4 latidos por minuto (lpm) cada minuto.
- Durante los siguientes diez minutos, su frecuencia cardíaca se mantuvo constante.
- Durante los últimos diez minutos, su frecuencia cardíaca disminuyó en 2 lpm cada minuto.

¿Cuál de las siguientes opciones muestra el gráfico de su frecuencia cardíaca?



3

Las fichas con forma de pentágonos regulares se colocan una al lado de otra, compartiendo bordes, para formar un anillo. La siguiente figura muestra cuatro de estas fichas.

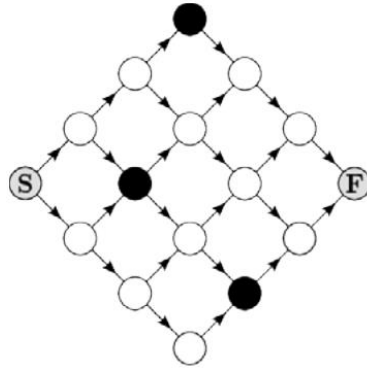


¿Cuántas fichas hay en el anillo completo?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 15 (E) 16

4

Juan debe caminar por el camino de piedras que se ve en la imagen.



Solo puede caminar por los caminos marcados en él y en la dirección indicada por las flechas, pero debe evitar las piedras negras. ¿Cuántos caminos de este tipo hay para llegar desde el inicio (S) hasta el final (F)?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

5

¿Cuál es el número más grande que se puede obtener sustituyendo los cuatro espacios en blanco de la expresión

$$(\square + \square)^{\square - \square}$$

por los cuatro dígitos 2, 0, 2 y 6?

- (A) 2^4 (B) 2^6 (C) 2^8 (D) 2^{10} (E) 2^{12}

6

Una tienda tiene la siguiente oferta especial: si compras tres artículos, te regalan el más barato. Julia selecciona seis pares de calcetines, cada uno con un precio diferente. Individualmente, cuestan 2,90; 3,10; 3,50; 4,30; 4,60 y 4,90 euros. ¿Cuál es el valor total máximo de los dos pares de calcetines que puede conseguir gratis?

- (A) 6,60 € (B) 7,20 € (C) 7,40 € (D) 7,70 € (E) 8,10 €

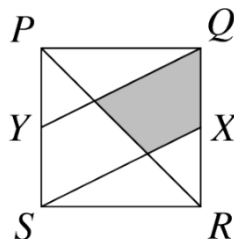
7

El producto de un número y su cuarta parte es igual a 1024. ¿Cuál es este número?

- (A) 16 (B) 32 (C) 36 (D) 48 (E) 64

8

La imagen muestra un cuadrado PQRS.



Los puntos X e Y son los puntos medios de los lados QR y PS, respectivamente. ¿Qué fracción del cuadrado está sombreada?

- (A) $1/8$ (B) $1/6$ (C) $1/5$ (D) $1/4$ (E) $1/3$

9

Un hotel tiene 9 habitaciones libres. Cada habitación tiene capacidad para 3 o 4 personas. Un grupo de 30 personas se va a alojar en el hotel. Si el grupo ocupa todas las habitaciones libres, ¿cuántas habitaciones tienen capacidad para 4 personas?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

10

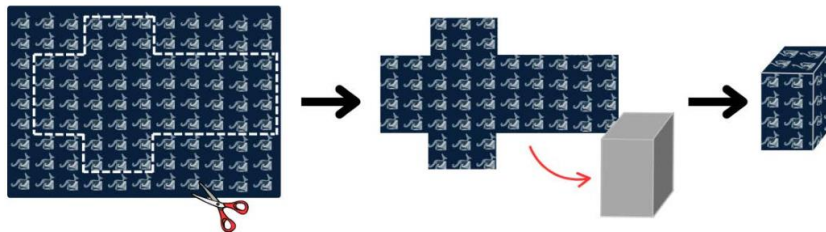
¿Cuántos números de tres cifras abc hay que cumplan la condición

$$a = \left(\frac{b}{c}\right)^2 ?$$

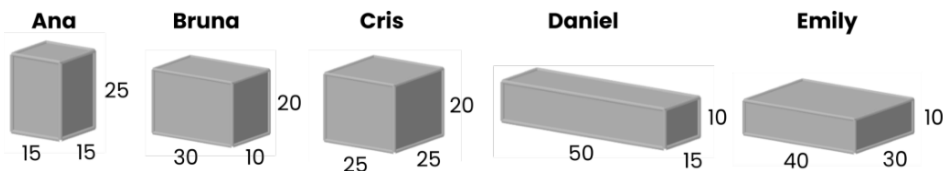
- (A) 4 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 16

11

Leo envuelve los regalos en su tienda utilizando hojas de papel de regalo que miden 80 cm x 60 cm. Para envolver una caja de regalo, corta una sola hoja de papel de regalo y la pega a los lados de la caja, como se muestra en la imagen.



A continuación se muestran las longitudes de los bordes, en centímetros, de las cajas de regalo de cinco amigos.

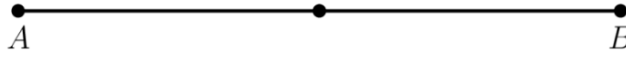


¿Quién no puede envolver completamente su caja de regalo?

- (A) Ana (B) Brunna (C) Cris (D) Daniel (E) Emily

12

Dos puntos P y Q se colocan aleatoriamente en un segmento AB, sin que ninguno de ellos sea el punto medio.

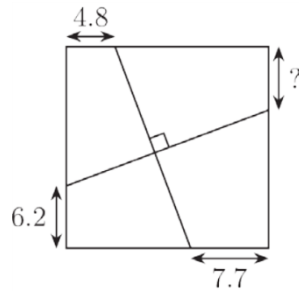


¿Cuál es la probabilidad de que el segmento de recta PQ contenga el punto medio de AB?

- (A) $1/4$ (B) $1/3$ (C) $1/2$ (D) $2/3$ (E) $3/4$

13

La imagen muestra un cuadrado y dos líneas perpendiculares. Se dan las longitudes de tres segmentos.

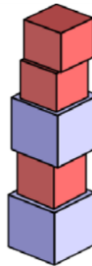


¿Cuál es la longitud del segmento con el signo de interrogación?

- (A) 5,6 (B) 5,9 (C) 6,1 (D) 6,3 (E) 6,6

14

Un pequeño canguro tiene muchos cubos de dos tipos, unos de 5 cm de alto y otros de 4 cm de alto.

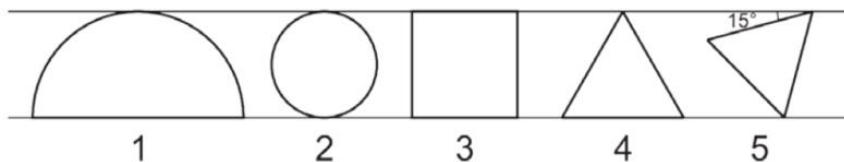


¿Cuál es el número entero más grande en centímetros que no podrá ser la altura de una torre que el canguro puede construir con los cubos?

- (A) 7 cm (B) 11 cm (C) 17 cm (D) 37 cm (E) 101 cm

15

Hay cinco figuras situadas entre dos líneas paralelas: La figura 1 es un semicírculo; la 2 es un círculo; la 3 es un cuadrado; la 4 y la 5 son triángulos equiláteros. S_1 , S_2 , S_3 , S_4 y S_5 son las áreas de las respectivas figuras.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- (A) $S_1 > S_2 > S_3 > S_4 > S_5$
- (B) $S_1 > S_4 > S_3 > S_2 > S_5$
- (C) $S_1 > S_3 > S_2 > S_4 > S_5$
- (D) $S_1 > S_3 > S_4 > S_2 > S_5$
- (E) $S_1 > S_3 > S_2 > S_5 > S_4$

16

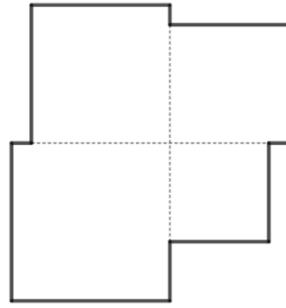
Se lanzan dos dados y se anota el producto de los números obtenidos.

- Ana obtiene un punto si el producto es divisible por 4.
 - Diego obtiene un punto si el producto es divisible por 6.
- ¿Cuál es la probabilidad de que tanto Ana como Diego obtengan un punto?

- (A) $1/18$ (B) $1/9$ (C) $5/36$ (D) $7/36$ (E) $2/9$

17

Sean cuatro cuadrados de lados cuatro números naturales consecutivos que colocaremos formando la figura adjunta.

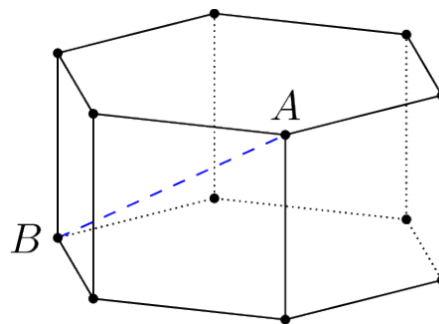


Sabiendo que la diferencia de áreas entre el cuadrado mayor y el cuadrado menor es 39 cm^2 , ¿cuál es el perímetro de la figura que forman los cuatro cuadrados?

- (A) 36 cm (B) 42 cm (C) 49 cm (D) 58 cm (E) 72 cm

18

Este prisma hexagonal tiene dos hexágonos regulares y seis cuadrados como caras.

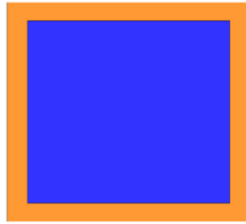


Todos los lados tienen 1 unidad de longitud. ¿Cuál es la longitud del segmento AB mostrado en la imagen?

- (A) $\sqrt{2}$ (B) 3 (C) 2 (D) $\sqrt{5}$ (E) $\sqrt{6}$

19

Se coloca un cuadrado azul en el centro de un cuadrado naranja de manera que se vea un marco naranja, como se muestra en la figura.

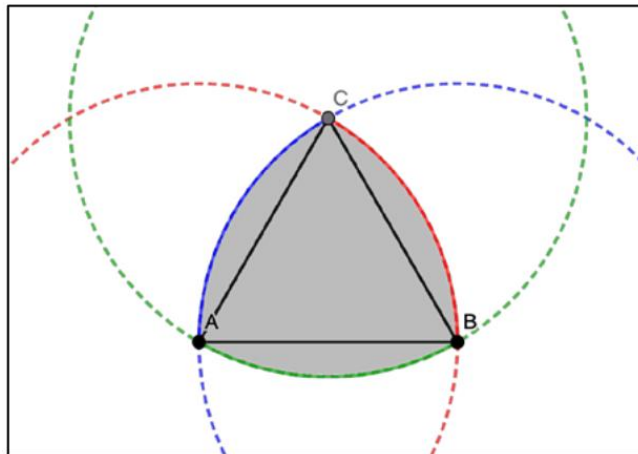


El área del marco naranja es el 44% del área del cuadrado azul. ¿Cuál es el ancho del marco naranja, expresado como porcentaje de la longitud del lado del cuadrado azul?

- (A) 10% (B) 20% (C) 2% (D) 25% (E) 30%

20

Un triángulo de Reuleaux es una curva, construida a partir de un triángulo equilátero $\triangle ABC$ mediante tres arcos de circunferencia trazados desde cada uno de los vértices y cuyo radio es el lado del triángulo.



Si el lado del triángulo equilátero es 2 cm, ¿cuál será el área en cm^2 del triángulo de Reuleaux?

- (A) 2π (B) $2\pi - 2$ (C) $2\pi - 4$ (D) $2(\pi - \sqrt{3})$ (E) 4π

21

Los números enteros 1, 2, ..., 40 están escritos en una pizarra. Realizas 39 operaciones. En la operación k -ésima: si k no es múltiplo de 7, elige dos números cualesquiera a , b , bórralos y escribe $a+b-1$; si k es múltiplo de 7, elige dos números cualesquiera a , b , bórralos y escribe $a+b+5$. Independientemente de las elecciones realizadas, ¿qué número queda al final?

- (A) 781 (B) 801 (C) 811 (D) 819 (E) 821

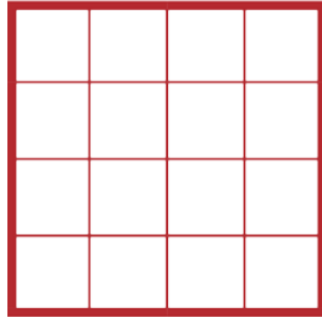
22

Los números reales a y b son tales que $9^a = 11^b = 9801$. ¿Cuál es el valor de $1/a + 1/b$?

- (A) $1/2$ (B) $3/4$ (C) 1 (D) 2 (E) 3

23

Antonio tiene una cuadrícula de 4×4 formada por 16 cuadrados. Quiere utilizar un cúter para hacer cortes rectos en esta cuadrícula de manera que no quede ningún cuadrado intacto (sin cortar).



¿Cuál es el número mínimo de cortes que debe hacer?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

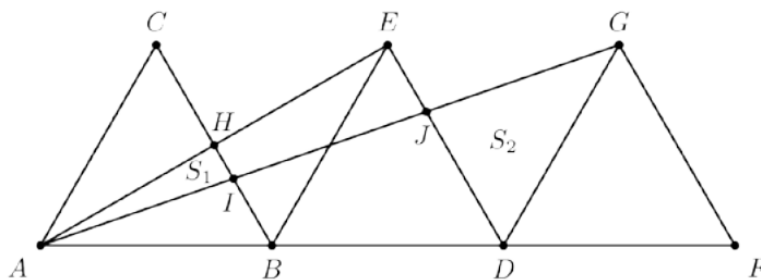
24

La suma de 15 números naturales consecutivos es igual a la suma de los siguientes 9 números naturales. ¿Cuál es el menor de estos 24 números?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

25

Se dibujan tres triángulos equiláteros congruentes en el segmento AF, tal y como se muestra en la imagen.



Llamamos el área de $\triangle AHI$ como S_1 y el área de $\triangle DGJ$ como S_2 . ¿Cuál es la relación $S_1:S_2$?

- (A) 1:3 (B) 1:4 (C) 1:5 (D) 2:3 (E) 3:5

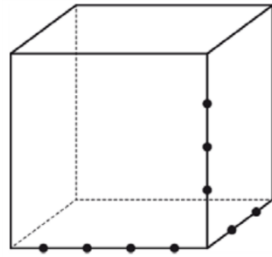
26

Una función f tiene la propiedad de que, para cada número real x , se cumple que $f(x+10)=f(x)$ y $f(6-x)=-f(x)$. Dado que $f(27)=9$, ¿cuánto vale $f(9)+f(13)$?

- (A) -27 (B) -9 (C) -3 (D) 3 (E) 9

27

Se han seleccionado nueve puntos en los bordes de un cubo, tal y como se muestra en el diagrama.



¿Cuántas pirámides triangulares hay cuyos vértices se encuentran entre estos nueve puntos?

- (A) 24 (B) 36 (C) 48 (D) 60 (E) 72

28

Para un número natural n , sea a_n el mayor entero menor o igual a \sqrt{n} . Entonces el valor de la expresión

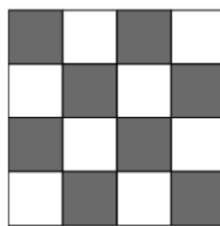
$$a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + a_{2025} - a_{2026}$$

es igual a:

- (A) 0 (B) 2026 (C) -2026 (D) 22 (E) -22

29

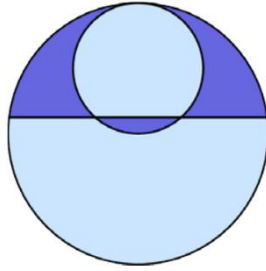
En un tablero de 4×4 , coloreado como se muestra, queremos que todos los cuadrados sean blancos realizando repetidamente la siguiente operación: elegir 4 cuadrados que formen un cuadrado de 2×2 y cambiar el color de sus cuadrados. ¿Cuál es el número mínimo de veces que se debe realizar esta operación?



- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 16 (E) No es posible determinarlo

30

Para crear el logotipo que se muestra, comience con dos círculos que son tangentes con radios de 8 cm y 4 cm.



A continuación, corte ambos círculos con una línea para crear tres segmentos de línea de igual longitud. ¿Qué longitud, en centímetros, tiene cada segmento de línea?

- (A) 5 (B) $4\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{6}$ (E) $2\sqrt{7}$

Nivel 6 Soluciones

1	C
2	B
3	A
4	A
5	E
6	B
7	E
8	D
9	C
10	E
11	C
12	C
13	D
14	B
15	C
16	D
17	D
18	C
19	A
20	D
21	C
22	A
23	B
24	B
25	B
26	B
27	E
28	E
29	B
30	E

Nivel 6 Soluciones desarrolladas.

1 Un triángulo tiene lados de longitud entera. Uno de los lados mide 9 cm y otro mide 1 cm. ¿Cuál es la longitud del tercer lado?

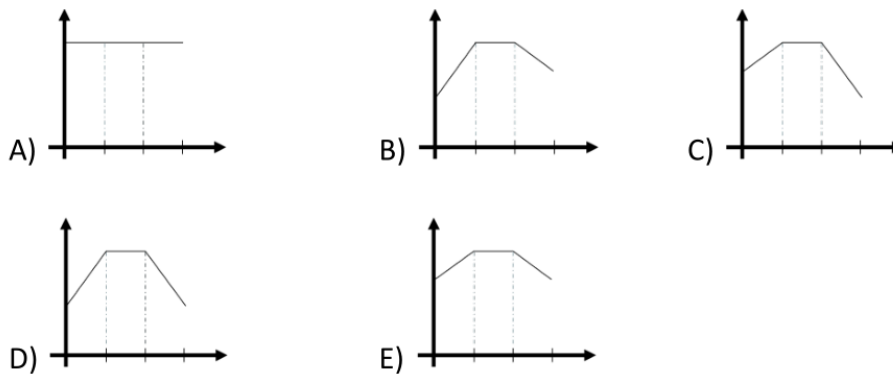
- (A) 5 cm (B) 7 cm (C) 9 cm (D) 11 cm (E) 13 cm

Por la desigualdad triangular, el tercer lado tiene que ser menor que 10 y mayor que 8, luego solo puede ser el de 9 cm, pues nos piden un resultado entero (C)

2 Durante una carrera de 30 minutos, el reloj inteligente de María ofrece este informe:

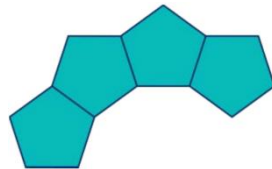
- Durante los primeros diez minutos, su frecuencia cardíaca aumentó en 4 latidos por minuto (lpm) cada minuto.
- Durante los siguientes diez minutos, su frecuencia cardíaca se mantuvo constante.
- Durante los últimos diez minutos, su frecuencia cardíaca disminuyó en 2 lpm cada minuto.

¿Cuál de las siguientes opciones muestra el gráfico de su frecuencia cardíaca?



La opción B por observación del crecimiento de las gráficas.

3 Las fichas con forma de pentágonos regulares se colocan una al lado de otra, compartiendo bordes, para formar un anillo. La siguiente figura muestra cuatro de estas fichas.

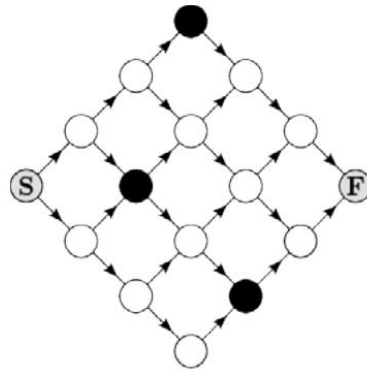


¿Cuántas fichas hay en el anillo completo?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 15 (E) 16

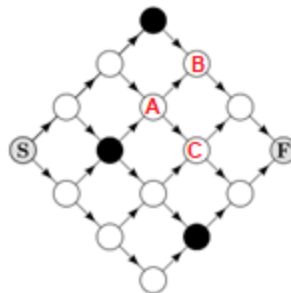
10 por simetría y observación de la figura (A)

4 Juan debe caminar por el camino de piedras que se ve en la imagen.



Solo puede caminar por los caminos marcados en él y en la dirección indicada por las flechas, pero debe evitar las piedras negras. ¿Cuántos caminos de este tipo hay para llegar desde el inicio (S) hasta el final (F)?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9



Se pueden hacer los siguientes caminos:

$S \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow F$

$S \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow F$ (dos caminos)

$S \rightarrow C \rightarrow F$ sin pasar por A, (dos caminos)

en total 5 posibilidades. (A)

5 ¿Cuál es el número más grande que se puede obtener sustituyendo los cuatro espacios en blanco de la expresión

$$(\square + \square)^{\square - \square}$$

por los cuatro dígitos 2, 0, 2 y 6?

- (A) 2^4 (B) 2^6 (C) 2^8 (D) 2^{10} (E) 2^{12}

La prioridad es poner el exponente más grande, que será $6-0=6$, luego nos queda en la base $2+2=4$, con un resultado de $(2+2)^{(6-0)} = 4^6 = 2^{12}$ (E)

6 Una tienda tiene la siguiente oferta especial: si compras tres artículos, te regalan el más barato. Julia selecciona seis pares de calcetines, cada uno con un precio diferente.

Individualmente, cuestan 2,90; 3,10; 3,50; 4,30; 4,60 y 4,90 euros. ¿Cuál es el valor total máximo de los dos pares de calcetines que puede conseguir gratis?

- (A) 6,60 € (B) 7,20 € (C) 7,40 € (D) 7,70 € (E) 8,10 €

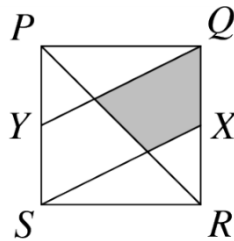
Está claro que no podremos eliminar ni el 4.60 ni el 4.90.
Tomando 4.30, 4.60 y 4.90 eliminamos el 4.30,
Tomando el resto eliminamos 2.90, ahorrando $4.30+2.90=7.20€$ (B).

7 El producto de un número y su cuarta parte es igual a 1024. ¿Cuál es este número?

- (A) 16 (B) 32 (C) 36 (D) 48 (E) 64

$$1024=n \cdot (1/4n)=n^2/4=1024 \rightarrow n=\sqrt{4096}=64 \text{ (E)}$$

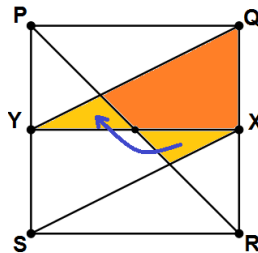
8 La imagen muestra un cuadrado PQRS.



Los puntos X e Y son los puntos medios de los lados QR y PS, respectivamente. ¿Qué fracción del cuadrado está sombreada?

- (A) 1/8 (B) 1/6 (C) 1/5 (D) 1/4 (E) 1/3

Trazando el segmento horizontal YX vemos que se generan triángulos congruentes formando un área total de 1/4 (D).



9 Un hotel tiene 9 habitaciones libres. Cada habitación tiene capacidad para 3 o 4 personas. Un grupo de 30 personas se va a alojar en el hotel. Si el grupo ocupa todas las habitaciones libres, ¿cuántas habitaciones tienen capacidad para 4 personas?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Probando diferentes combinaciones llegamos a la siguiente aceptable: $30=4 \times 3 + 3 \times 6$ por lo tanto la solución es 3 (C).

10 ¿Cuántos números de tres cifras abc hay que cumplan la condición

$$a = \left(\frac{b}{c}\right)^2 ?$$

(A) 4 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 16

a tiene que ser un cuadrado no nulo de una cifra. Veamos casos:

$$a = 1^2 = \left(\frac{b}{c}\right)^2 \Rightarrow b = c$$

Hay 9 casos: 111, 122, 133, ... ,199

$$a = 2^2 = \left(\frac{b}{c}\right)^2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = 2c$$

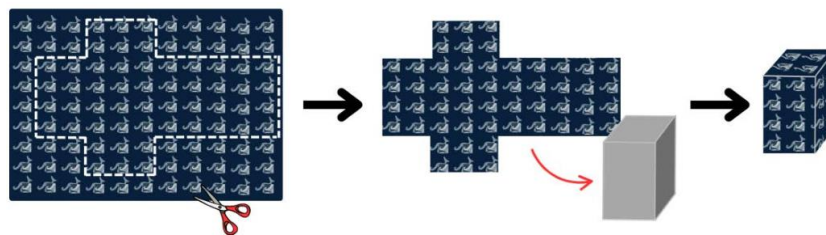
Hay 4 casos: 421, 442, 463, 484

$$a = 3^2 = \left(\frac{b}{c}\right)^2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 3 \Rightarrow b = 3c$$

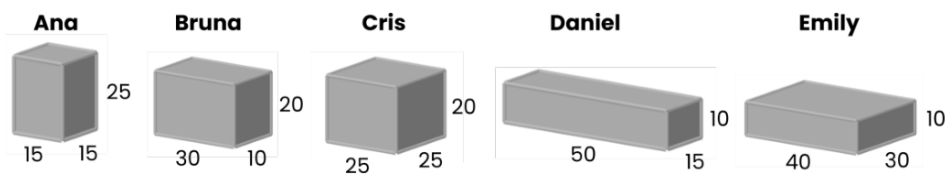
Hay 3 casos: 931, 962, 993

En total tenemos $9+4+3=16$ casos (E).

11 Leo envuelve los regalos en su tienda utilizando hojas de papel de regalo que miden 80 cm x 60 cm. Para envolver una caja de regalo, corta una sola hoja de papel de regalo y la pega a los lados de la caja, como se muestra en la imagen.



A continuación se muestran las longitudes de los bordes, en centímetros, de las cajas de regalo de cinco amigos.

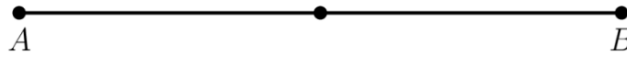


¿Quién no puede envolver completamente su caja de regalo?

(A) Ana (B) Bruna (C) Cris (D) Daniel (E) Emily

Cris (C), pues o bien necesita un largo de $20 \times 2 + 25 \times 2 = 90 > 80$
o bien necesita un largo de $25 \times 2 + 25 \times 2 = 100 > 80$
y en ambos casos excede las medidas del papel.

12 Dos puntos P y Q se colocan aleatoriamente en un segmento AB, sin que ninguno de ellos sea el punto medio.

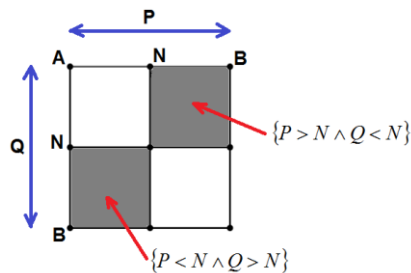


¿Cuál es la probabilidad de que el segmento de recta PQ contenga el punto medio de AB?

(A) 1/4 (B) 1/3 (C) 1/2 (D) 2/3 (E) 3/4

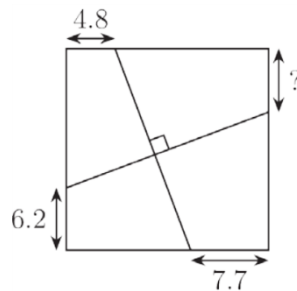
Sea N el punto medio del segmento AB. Podemos interpretar este problema como la determinación de un área en el que P se mueve en horizontal y Q se mueve en vertical, ambos entre A y B. El área buscada es la unión de dos áreas:

$\{P < N \wedge Q > N\} \cup \{P > N \wedge Q < N\}$ que visualmente vemos corresponde a la mitad el área total:



La respuesta correcta es 1/2 (C).

13 La imagen muestra un cuadrado y dos líneas perpendiculares. Se dan las longitudes de tres segmentos.

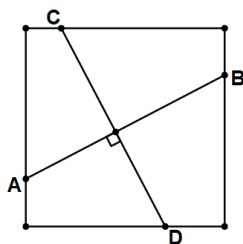


¿Cuál es la longitud del segmento con el signo de interrogación?

(A) 5,6 (B) 5,9 (C) 6,1 (D) 6,3 (E) 6,6

Sea x el lado del cuadrado. Sumergimos la figura en \mathbb{R}^2 :

$A = (0, 6.2)$, $B = (x, y)$, $C = (4.8, a)$, $D = (a - 7.7, 0)$



Pendiente de la recta CD: $p_1 = \frac{-a}{a-12.5}$

Luego por perpendicularidad, la recta AB tendrá pendiente

$$p_2 = \frac{-1}{p_1} = \frac{a-12.5}{a}$$

Sabemos que la recta AB pasa por A, luego su ecuación será

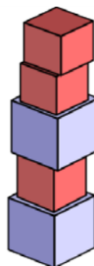
$$y = \frac{a-12.5}{a}x + 6.2$$

Determinamos el punto B evaluando para $x=a$

$$y = \frac{a-12.5}{a} \cdot a + 6.2 = a - 12.5 + 6.2 = a - 6.3$$

Luego el valor pedido es 6.3 (D).

14 Un pequeño canguro tiene muchos cubos de dos tipos, unos de 5 cm de alto y otros de 4 cm de alto.



¿Cuál es el número entero más grande en centímetros que no podrá ser la altura de una torre que el canguro puede construir con los cubos?

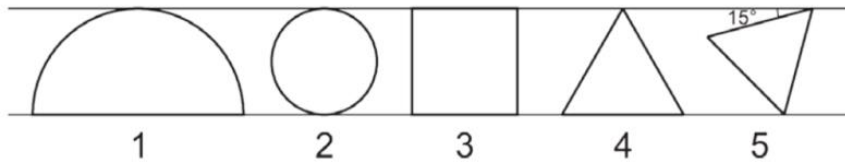
(A) 7 cm (B) 11 cm (C) 17 cm (D) 37 cm (E) 101 cm

$$5 \cdot 4 - 5 - 4 = 11 \text{ (B)}$$

Es una aplicación directa del teorema "Chicken McNugget".

Ver <http://www.toomates.net/biblioteca/Aritmetica2.pdf> (Página 133)

15 Hay cinco figuras situadas entre dos líneas paralelas: La figura 1 es un semicírculo; la 2 es un círculo; la 3 es un cuadrado; la 4 y la 5 son triángulos equiláteros. S_1, S_2, S_3, S_4 y S_5 son las áreas de las respectivas figuras.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- (A) $S1 > S2 > S3 > S4 > S5$
- (B) $S1 > S4 > S3 > S2 > S5$
- (C) $S1 > S3 > S2 > S4 > S5$
- (D) $S1 > S3 > S4 > S2 > S5$
- (E) $S1 > S3 > S2 > S5 > S4$

Por observación detenida de las figuras, (C).

16 Se lanzan dos dados y se anota el producto de los números obtenidos.

- Ana obtiene un punto si el producto es divisible por 4.
 - Diego obtiene un punto si el producto es divisible por 6.
- ¿Cuál es la probabilidad de que tanto Ana como Diego obtengan un punto?

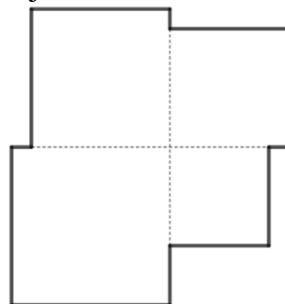
- (A) $1/18$ (B) $1/9$ (C) $5/36$ (D) $7/36$ (E) $2/9$

Hacemos una tabla de doble entrada para ver las probabilidades de que gane un punto Andrea (“A”) y de que gane un punto Damián (“D”).

	1	2	3	4	5	6
1				A		D
2		A	D	A		A,D
3		D		A,D		D
4	A	A	A,D	A	A	A,D
5				A		D
6	D	A,D	D	A,D	D	A,D

Y las probabilidades de que ambos puntúen son $7/36$ (D).

17 Sean cuatro cuadrados de lados cuatro números naturales consecutivos que colocaremos formando la figura adjunta.



Sabiendo que la diferencia de áreas entre el cuadrado mayor y el cuadrado menor es 39 cm^2 , ¿cuál es el perímetro de la figura que forman los cuatro cuadrados?

(A) 36 cm (B) 42 cm (C) 49 cm (D) 58 cm (E) 72 cm

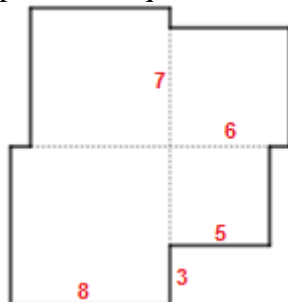
Sea x el lado del cuadrado menor y y el lado del cuadrado mayor.

Tenemos $3 \cdot 13 = y^2 - x^2 = (y - x)(y + x)$

Puesto que estamos trabajando con enteros, vamos viendo posibilidades. La más obvia por las proporciones en el dibujo es

$$\left. \begin{array}{l} y - x = 3 \\ y + x = 13 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 5, y = 8$$

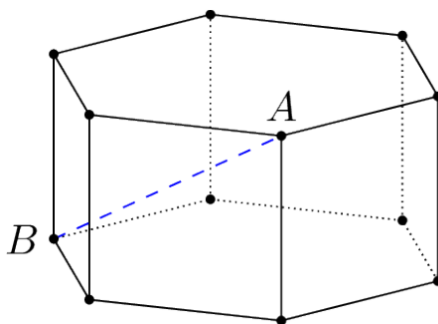
Con estos valores podemos completar el esquema:



Con un perímetro de

$$2 \times (7 + 6 + 5 + 8) + 3 + 1 + 1 + 1 = 58 \text{ (D)}$$

18 Este prisma hexagonal tiene dos hexágonos regulares y seis cuadrados como caras.



Todos los lados tienen 1 unidad de longitud. ¿Cuál es la longitud del segmento AB mostrado en la imagen?

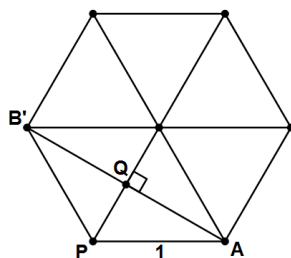
(A) $\sqrt{2}$ (B) 3 (C) 2 (D) $\sqrt{5}$ (E) $\sqrt{6}$

Sea B' el punto correspondiente a B en el hexágono superior.

Sabemos que un hexágono se descompone en seis triángulos equiláteros.

Luego el triángulo $\triangle APQ$ es un triángulo $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ con hipotenusa igual a 1.

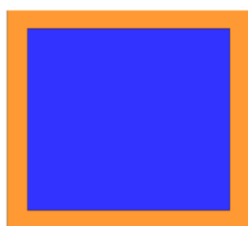
$$\text{Luego } PQ = 1/2 \text{ y } AQ = \sqrt{1^2 - (1/2)^2} = \sqrt{3/4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB' = 2AQ = \sqrt{3}$$



Ahora ya podemos determinar AB mediante Pitágoras:

$$AB = \sqrt{AB'^2 + BB'^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} \quad (C)$$

19 Se coloca un cuadrado azul en el centro de un cuadrado naranja de manera que se vea un marco naranja, como se muestra en la figura.



El área del marco naranja es el 44% del área del cuadrado azul. ¿Cuál es el ancho del marco naranja, expresado como porcentaje de la longitud del lado del cuadrado azul?

- (A) 10% (B) 20% (C) 2% (D) 25% (E) 30%

Vamos a suponer que el cuadrado azul es un cuadrado $1 \times 1 = 1$

Sea x el ancho del marco naranja.

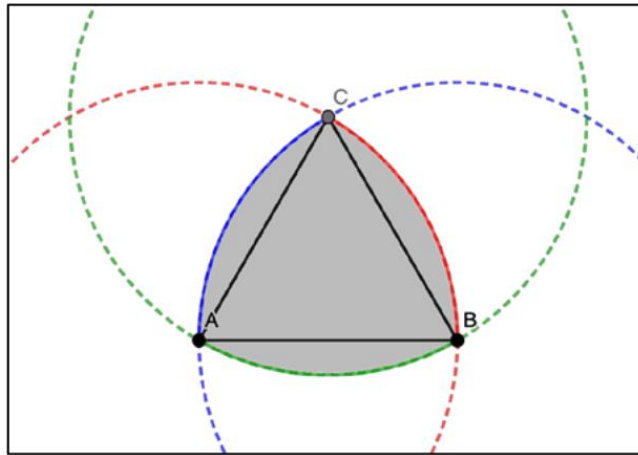
Tendremos

$$(2x+1)^2 - 1 = \frac{44}{100} \cdot 1 \Leftrightarrow (2x+1)^2 = \frac{44}{100} + 1 = \frac{36}{25} \Rightarrow 2x+1 = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{6}{5} - 1 = \frac{1}{5} \Rightarrow x = \frac{1}{10}$$

Es decir, el 10% del lado del cuadrado azul (A).

20 Un triángulo de Reuleaux es una curva, construida a partir de un triángulo equilátero $\triangle ABC$ mediante tres arcos de circunferencia trazados desde cada uno de los vértices y cuyo radio es el lado del triángulo.



Si el lado del triángulo equilátero es 2 cm, ¿cuál será el área en cm^2 del triángulo de Reuleaux?

- (A) 2π (B) $2\pi - 2$ (C) $2\pi - 4$ (D) $2(\pi - \sqrt{3})$ (E) 4π

El área de un sector circular de radio 2 y 60° de amplitud es

El área de un sector circular de radio 2 y 60° de amplitud es $\frac{60}{360} \pi r^2 = \frac{1}{6} \pi 2^2 = \frac{2}{3} \pi$

Un triángulo equilátero de lado 2 tiene altura igual a $h = \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3}$

y por tanto su área es igual a $\frac{h \cdot 2}{2} = \sqrt{3}$

La diferencia es igual a $S = \frac{2}{3} \pi - \sqrt{3}$

El área buscada es igual a

$$\frac{2}{3} \pi + 2S = \frac{2}{3} \pi + 2 \left(\frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} \right) = \frac{2}{3} \pi + \frac{4}{3} \pi - 2\sqrt{3} = 2\pi - 2\sqrt{3} = 2(\pi - \sqrt{3}) \quad (\text{D})$$

21 Los números enteros 1, 2, ..., 40 están escritos en una pizarra. Realizas 39 operaciones. En la operación k-ésima: si k no es múltiplo de 7, elige dos números cualesquiera a, b, bórralos y escribe $a+b-1$; si k es múltiplo de 7, elige dos números cualesquiera a, b, bórralos y escribe $a+b+5$. Independientemente de las elecciones realizadas, ¿qué número queda al final?

- (A) 781 (B) 801 (C) 811 (D) 819 (E) 821

El resultado será la suma $1+2+3+\dots+40=820$, más 5 por cada múltiplo de 7 en total $5 \cdot 5=25$, menos 1 por cada no múltiplo de 7, en total 34, así pues, $820+25-34=811$ (C).

22 Los números reales a y b son tales que $9^a = 11^b = 9801$.

¿Cuál es el valor de $1/a + 1/b$?

(A) 1/2 (B) 3/4 (C) 1 (D) 2 (E) 3

$$9^a = 9801 \Rightarrow a = \log_9 9801 = \frac{\log 9801}{\log 9} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{\log 9}{\log 9801}$$

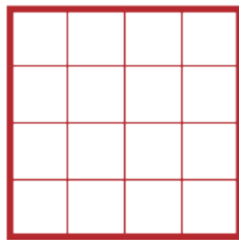
$$11^b = 9801 \Rightarrow b = \log_{11} 9801 = \frac{\log 9801}{\log 11} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{\log 11}{\log 9801}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{\log 9}{\log 9801} + \frac{\log 11}{\log 9801} = \frac{\log 9 + \log 11}{\log 9801} = \frac{\log 9 \cdot 11}{\log 9801} = \frac{\log 9 \cdot 11}{\log ((9 \cdot 11)^2)} =$$

$$= \frac{\log 9 \cdot 11}{2 \log (9 \cdot 11)} = \frac{1}{2}$$

y la respuesta correcta es (A).

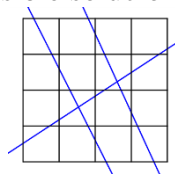
23 Antonio tiene una cuadrícula de 4×4 formada por 16 cuadrados. Quiere utilizar un cúter para hacer cortes rectos en esta cuadrícula de manera que no quede ningún cuadrado intacto (sin cortar).



¿Cuál es el número mínimo de cortes que debe hacer?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

El siguiente esquema muestra una posible solución con tres rectas:



Parece imposible hacerlo solo con dos, pues en dicho caso cada una de ellas debería cruzar al menos 8 casillas, lo cual parece imposible. (B)

24 La suma de 15 números naturales consecutivos es igual a la suma de los siguientes 9 números naturales. ¿Cuál es el menor de estos 24 números?

(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

Sea x el más pequeño de estos números.

$$x + x + 1 + x + 2 + \dots + x + 14 = x + 15 + x + 16 + \dots + x + 23 \Leftrightarrow$$

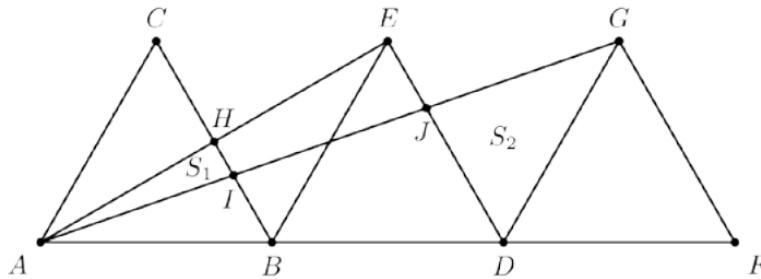
$$15x + 1 + 2 + 3 + \dots + 14 = 9x + 15 + 16 + 17 + \dots + 23 \Leftrightarrow (*)$$

$$2S_1 = 1 + 14 + 2 + 13 + 3 + 12 + \dots + 14 + 1 = 14 \cdot 15 \Rightarrow S_1 = 7 \cdot 15$$

$$2S_2 = 15 + 23 + 16 + 22 + \dots + 23 + 15 = 38 \cdot 9 \Rightarrow S_2 = 19 \cdot 9$$

$$(*) \Leftrightarrow 15x + 7 \cdot 15 = 9x + 19 \cdot 9 \Leftrightarrow 6x = 19 \cdot 9 - 7 \cdot 15 = 66 \Rightarrow x = 11 \text{ (B)}$$

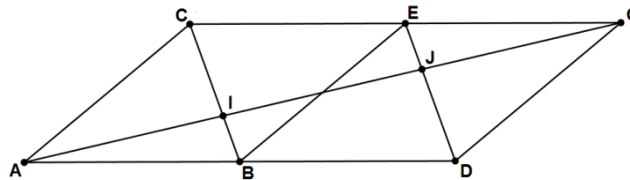
25 Se dibujan tres triángulos equiláteros congruentes en el segmento AF, tal y como se muestra en la imagen.



Llamamos el área de $\triangle AHI$ como S_1 y el área de $\triangle DGJ$ como S_2 . ¿Cuál es la relación $S_1:S_2$?

- (A) 1:3 (B) 1:4 (C) 1:5 (D) 2:3 (E) 3:5

En general, dado un paralelogramo ACGD, con $AD=2AC$ (no hace falta $\angle BAC = 60^\circ$), sean E y B puntos medios de los lados CG y AD, respectivamente, sea $I = AG \cap CB$ y $J = AG \cap ED$. Entonces $ED=3EJ$.



Puesto que $CE \parallel BD$ y $CE = CG/2 = AD/2 = BD$, CEDB es un paralelogramo, luego $CB \parallel ED \Rightarrow IB \parallel JD$

Aplicando el Teorema del Conector de Puntos Medios,

$$\left. \begin{array}{l} IB \parallel JD \\ AB = BD \end{array} \right\} \Rightarrow AI = IJ$$

De la misma forma se demuestra que $JG = IJ$. Luego $AI = IJ = JG$.

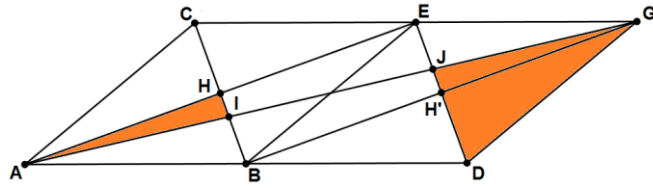
$$AD \parallel CG \Rightarrow \angle GAD = \angle CGA$$

Puesto que, además, $AI=JG$ y $AB=EG$, $\triangle AIB \cong \triangle GJE \Rightarrow IB = EJ$.

Luego, aplicando el Teorema del Conector de Puntos Medios,

$$IB \parallel JD \Rightarrow JD = 2IB = 2EJ \Rightarrow ED = 3EJ.$$

Añadimos los puntos $H = AE \cap CB$ y $H' = BG \cap ED$ al esquema,



Por ser BDGE un rombo, $EH' = H'D \Rightarrow ED = 2EH'$, luego
 $3EJ = 2EH' \Rightarrow EJ = 2EH'/3 \Rightarrow JH' = EH'/3 = ED/6$

Está claro que $\triangle AHI \cong \triangle GH'J$, y por tanto

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{[\triangle AHI]}{[\triangle DGJ]} = \frac{[\triangle JGH']}{[\triangle DGJ]} = \frac{JH'}{JD} = \frac{ED/6}{2ED/3} = \frac{3}{2 \cdot 6} = \frac{1}{4} \quad (\text{B})$$

26 Una función f tiene la propiedad de que, para cada número real x , se cumple que $f(x+10)=f(x)$ y $f(6-x)=-f(x)$. Dado que $f(27)=9$, ¿cuánto vale $f(9)+f(13)$?

- (A) -27 (B) -9 (C) -3 (D) 3 (E) 9

Tomando $x=3$

$$f(6-3) = -f(3) \Rightarrow f(3) = -f(3) \Rightarrow f(3) = 0 \Rightarrow f(13) = f(3+10) = f(3) = 0$$

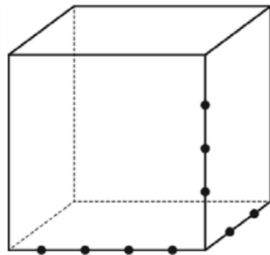
$$9 = f(27) = f(10+17) = f(17) = f(10+7) = f(7) = f(10+(-3)) = f(-3)$$

$$f(9) = f(6-(-3)) = -f(-3) = -9$$

$$f(13) + f(9) = 0 + (-9) = -9$$

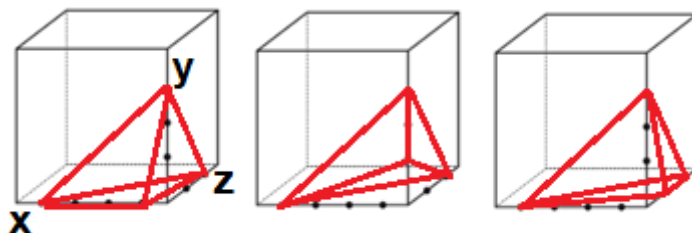
y la respuesta correcta es (B).

27 Se han seleccionado nueve puntos en los bordes de un cubo, tal y como se muestra en el diagrama.



¿Cuántas pirámides triangulares hay cuyos vértices se encuentran entre estos nueve puntos?

- (A) 24 (B) 36 (C) 48 (D) 60 (E) 72



Con dos vértices en el eje X, uno en Y y uno en Z:

$$6 \times 2 \times 3 = 36$$

Con un vértice en el eje X, dos en Y y uno en Z:

$$4 \times 3 \times 2 = 24$$

Con un vértice en el eje X, uno en Y y dos en Z:

$$4 \times 3 \times 1 = 12$$

$$\text{Total: } 36 + 24 + 12 = 72 \text{ (E).}$$

28 Para un número natural n , sea a_n el mayor entero menor o igual a \sqrt{n} . Entonces el valor de la expresión

$$a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + a_{2025} - a_{2026}$$

es igual a:

$$\text{(A) } 0 \quad \text{(B) } 2026 \quad \text{(C) } -2026 \quad \text{(D) } 22 \quad \text{(E) } -22$$

Como es habitual, denotamos por $\lfloor x \rfloor$ el mayor entero más pequeño o igual que x .

Vemos que es una sucesión creciente de números positivos:

$$\sqrt{n} < \sqrt{n+1} \Rightarrow a_n = \lfloor \sqrt{n} \rfloor < \lfloor \sqrt{n+1} \rfloor = a_{n+1}$$

Por otro lado, vemos que la sucesión $\sqrt{n} - \sqrt{n+1}$ se va haciendo más y más pequeña (en negativo), en efecto:

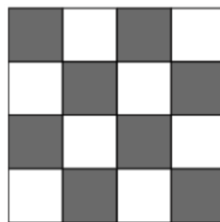
$$\sqrt{n} - \sqrt{n+1} = \frac{(\sqrt{n} - \sqrt{n+1})(\sqrt{n} + \sqrt{n+1})}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = \frac{n - (n+1)}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = \frac{-1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

Luego, al estudiar el comportamiento de la suma del enunciado, si los agrupamos de dos en dos:

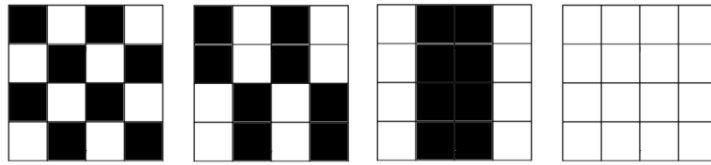
$$a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + a_{2025} - a_{2026} = (a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + (a_5 - a_6) + \dots + (a_{2025} - a_{2026})$$

Vemos que será una suma de valores negativos y muy pequeños, prácticamente todos iguales a -1 , luego la única opción aceptable es -22 (E).

29 En un tablero de 4×4 , coloreado como se muestra, queremos que todos los cuadrados sean blancos realizando repetidamente la siguiente operación: elegir 4 cuadrados que formen un cuadrado de 2×2 y cambiar el color de sus cuadrados. ¿Cuál es el número mínimo de veces que se debe realizar esta operación?

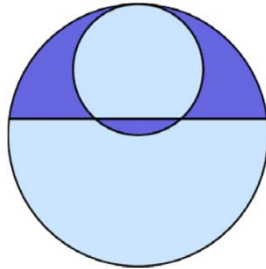


$$\text{(A) } 4 \quad \text{(B) } 6 \quad \text{(C) } 8 \quad \text{(D) } 16 \quad \text{(E) No es posible determinarlo}$$



Se puede hacer en 6 pasos, como se indica en el proceso anterior. Parece imposible hacerlo en solo 4 (B).

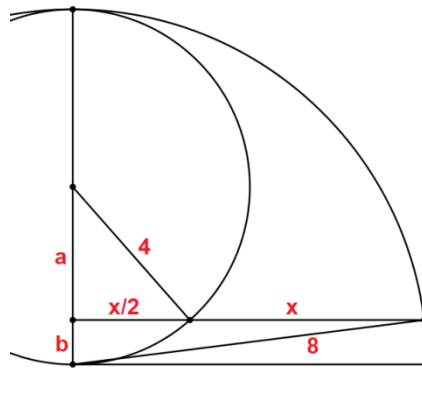
30 Para crear el logotipo que se muestra, comience con dos círculos que son tangentes con radios de 8 cm y 4 cm.



A continuación, corte ambos círculos con una línea para crear tres segmentos de línea de igual longitud. ¿Qué longitud, en centímetros, tiene cada segmento de línea?

- (A) 5 (B) $4\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{6}$ (E) $2\sqrt{7}$

Sea x la longitud a determinar. Ponemos letras adecuadas al esquema:



y aplicamos Pitágoras:

$$a = \sqrt{4^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{16 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{64 - x^2}{4}} = \frac{\sqrt{64 - x^2}}{2}$$

$$b = \sqrt{8^2 - \left(\frac{x}{2} + x\right)^2} = \sqrt{64 - \left(\frac{3x}{2}\right)^2} = \sqrt{64 - \frac{9x^2}{4}} = \sqrt{\frac{256 - 9x^2}{4}} = \frac{\sqrt{256 - 9x^2}}{2}$$

Luego se debe cumplir

$$4 = a + b = \frac{\sqrt{64 - x^2}}{2} + \frac{\sqrt{256 - 9x^2}}{2} = \frac{\sqrt{64 - x^2} + \sqrt{256 - 9x^2}}{2} \Leftrightarrow$$

$$8 = \sqrt{64 - x^2} + \sqrt{256 - 9x^2}$$

$$\begin{aligned}
8^2 &= 64 - x^2 + 256 - 9x^2 - 2\sqrt{64 - x^2}\sqrt{256 - 9x^2} \Leftrightarrow \\
0 &= -10x^2 + 256 - 2\sqrt{(64 - x^2)(256 - 9x^2)} \Leftrightarrow \\
\sqrt{(64 - x^2)(256 - 9x^2)} &= -5x^2 + 128 \Leftrightarrow \\
(64 - x^2)(256 - 9x^2) &= (-5x^2 + 128)^2 \Leftrightarrow \\
64 \cdot 256 + 64(-9x^2) - 256x^2 + 9x^4 &= 25x^4 - 2 \cdot 128 \cdot 5x^2 + 128^2 \Leftrightarrow \\
-832x^2 + 9x^4 &= 25x^4 - 1280x^2 \stackrel{x \neq 0}{\Rightarrow} \\
-832 + 9x^2 &= 25x^2 - 1280 \Rightarrow \\
448 = 16x^2 \Rightarrow 28 = x^2 \stackrel{x > 0}{\Rightarrow} x &= \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \quad (\text{E}).
\end{aligned}$$