

COMPENDIUM BRAGUT

The “Psychometric” Exam (La Selectividad Israelí)



Gerard Romo Garrido

Toomates Colección vol. 98



Toomates Colección

Los libros de **Toomates** son materiales digitales y gratuitos. Son digitales porque están pensados para ser consultados mediante un ordenador, tablet o móvil. Son gratuitos porque se ofrecen a la comunidad educativa sin coste alguno. Los libros de texto pueden ser digitales o en papel, gratuitos o en venta, y ninguna de estas opciones es necesariamente mejor o peor que las otras. Es más: Suele suceder que los mejores docentes son los que piden a sus alumnos la compra de un libro de texto en papel, esto es un hecho. Lo que no es aceptable, por inmoral y mezquino, es el modelo de las llamadas "licencias digitales", "licencias de uso" y en general cualquier forma de "pago por el acceso a los materiales didácticos", con las que algunas empresas pretenden cobrar a los estudiantes, una y otra vez, por acceder a los mismos contenidos (unos contenidos que, además, son de una bajísima calidad). Este modelo de negocio es miserable, pues impide el compartir un mismo material, incluso entre dos hermanos, pretende convertir a los estudiantes en un mercado cautivo, exige a los estudiantes y a las escuelas costosísimas líneas de Internet, pretende pervertir el conocimiento, que es algo social, público, convirtiéndolo en un producto de propiedad privada, accesible solo a aquellos que se lo puedan permitir, y solo de una manera encapsulada, fragmentada, impidiendo el derecho del alumno de poseer todo el libro, de acceder a todo el libro, de moverse libremente por todo el libro.

Nadie puede pretender ser neutral ante esto: Mirar para otro lado y aceptar el modelo de pago por acceso a los materiales es admitir un mundo más injusto, es participar en la denegación del acceso al conocimiento a aquellos que no disponen de medios económicos, y esto en un mundo en el que las modernas tecnologías actuales permiten, por primera vez en la historia de la Humanidad, poder compartir el conocimiento sin coste alguno, con algo tan simple como es un archivo "pdf". **El conocimiento no es una mercancía.** El proyecto Toomates tiene como objetivo la promoción y difusión entre el profesorado y el colectivo de estudiantes de unos materiales didácticos libres, gratuitos y de calidad, que fuerce a las empresas comerciales a competir ofreciendo alternativas de pago atractivas aumentando la calidad de los materiales que ofrecen, (que son muy mediocres) y no mediante retorcidas técnicas comerciales.

Estos libros se comparten bajo una licencia "**Creative Commons 4.0 (Attribution Non Commercial)**": Se permite, se promueve y se fomenta cualquier uso, reproducción y edición de todos estos materiales siempre que sea sin ánimo de lucro y se cite su procedencia. Todos los libros se ofrecen en dos versiones: En formato "**pdf**" para una cómoda lectura y en el formato "**doc**" de MSWord para permitir y facilitar su edición y generar versiones parcial o totalmente modificadas. **¡Libérate de la tiranía y mediocridad de los productos comerciales! Crea, utiliza y comparte tus propios materiales didácticos.**

Problem Solving (en español):

[Geometría Axiomática](#) [Problemas de Geometría Vol. 1](#) [Vol. 2](#) [Vol. 3](#)
[Introducción a la Geometría](#) [Álgebra](#) [Teoría de números Vol. 1](#) [Vol. 2](#) [Combinatoria](#)
[Probabilidad](#) [Trigonometría](#) [Desigualdades](#) [Números complejos](#) [Calculus & Precalculus](#)

Libros de texto para ESO y bachillerato (en español y en catalán):

[Cálculo infinitesimal ESP](#) [CAT](#) [Álgebra Lineal ESP](#) [CAT](#) [Geometría Lineal ESP](#) [CAT](#)
[Números Complejos ESP](#) [CAT](#) [Combinatoria y probabilidad ESP](#) [CAT](#) [Estadística ESP](#) [CAT](#)
[Programación Lineal ESP](#) [CAT](#) [Álgebra ESP](#) [CAT](#) [Trigonometría ESP](#) [CAT](#)
[Geometría analítica ESP](#) [CAT](#) [Funciones ESP](#) [CAT](#) [Números \(Preálgebra\) ESP](#) [CAT](#)
[Proporcionalidad ESP](#) [CAT](#) [Medidas geométricas ESP](#) [CAT](#) [Mates amb Excel](#)

PAU españolas:

[Cataluña TEC](#) [Cataluña CCSS](#) [Valencia](#) [Galicia](#) [País Vasco](#) [Balears](#)

Reválidas internacionales:

[Portugal](#) [Italia](#) [Francia](#) [Rumanía](#) [Hungría](#) [Polonia](#) [Pearson Edexcel International A Level](#)
[China-Gaokao](#) [China-Zhongkao](#) [Corea-Suneung](#) [Israel-Bagrut](#) [Cambridge Int A Level](#)
[Cambridge IGCSE](#) [AQA GCSE](#) [International Baccalaureate \(IB\)](#) [Pearson Edexcel IGCSE](#)

Evaluación diagnóstica y pruebas de acceso:

[ACM6EP](#) [ACM4](#) [CFGS](#) [PAP](#)

Competiciones matemáticas:

Canguro: [España](#) [Cataluña](#) [Francia](#) [USA](#) [Reino Unido](#) [Austria](#)
USA: [Mathcounts](#) [AMC 8](#) [10](#) [12](#) [AIME](#) [USAJMO](#) [USAMO](#) [TSTST](#) [TST](#) [ELMO](#) [Putnam](#) [HMMT](#)
España: [OME](#) [OMEFL](#) [OMEEX](#) [OMC](#) [OMEA](#) [OMEM](#) [OMA](#) [CDP](#) [OFEM](#)
Europa: [OMI](#) [Arquimede](#) [BMO](#) [BalkanMO](#) [JBMO](#) [OPM](#) [OMP](#) [OMJ](#)
Internacional: [IMO](#) [IGO](#) [SMT](#) [INMO](#) [CMO](#) [EGMO](#) [KMO](#) [KJMO](#)
AHSME: [Book 1](#) [2](#) [3](#) [4](#) [5](#) [6](#) [7](#) [8](#) [9](#)

Otros materiales:

Pizzazz! ([Book A](#) [B](#) [C](#) [D](#) [E](#) [Pre-Algebra](#) [Algebra](#)), [REOIM](#) , [Llibre3r](#) , [Excalibur](#)

¡Genera tus propias versiones de este documento! Siempre que es posible se ofrecen las versiones editables "MS Word" de todos los materiales para facilitar su edición.

¡Ayuda a mejorar! Envía cualquier duda, observación, comentario o sugerencia a toomates@gmail.com

¡No utilices una versión anticuada! Todos estos libros se revisan y amplían constantemente. Descarga totalmente gratis la última versión de estos documentos en los correspondientes enlaces superiores, en los que siempre encontrarás la versión más actualizada.

Consulta el **catálogo de libros** completo en <http://www.toomates.net>

¿Problemas para descargar algún documento? Descarga toda la biblioteca Toomates [Aquí](#) 

Visita mi **Canal de Youtube**: <https://www.youtube.com/c/GerardRomo> 

Visita mi **blog**: <https://toomatesbloc.blogspot.com/>

Versión de este documento: 28/01/2026

Presentación.

Estructura del sistema educativo en Israel: Hativa & Tichon (3+3).

Grades 7-9: Hativat Beinayim (Middle School)

The Vibe: This is often a “holding pen.” The grades here largely do not count for university admission.

The Goal: Social integration and sorting. This is where students fight for placement in the high-level Math and English tracks for High School.

The Risk: Because grades “don’t count,” kids often slack off. However, the placement tests for High School (conducted in 9th grade) determine their future trajectory.

Parental Action: Ensure your child gets into the highest Math/English groups (Hkbatzot) in 8th/9th grade. This is the gatekeeper.

Grades 10-12: Tichon (High School)

The Vibe: The pressure cooker. Everything counts.

The Structure: Students are no longer just in “classes”; they are in “Megamot” (Majors).

The Exams: Standardized testing (Bagruyot) begins in 10th or 11th grade.

What is a “Yechida” (Unit)?

Think of a “Yechida” as a credit hour or a difficulty multiplier.

1 Unit: Basic level.

3 Units: Standard level (required for passing).

4 Units: Advanced / College Prep.

5 Units: Honors / AP Level.

The “5 Points” Math Obsession.

You will hear Israeli parents ask: “Is he doing 5 units?”

In Israel, 5 Units Math is a status symbol. It is the “Golden Ticket.”

Why? It opens the door to the elite Army units (8200, Talpiot) and the high-tech sector.

University Bonus: Universities give massive bonuses to 5-unit Math grades (we will discuss this in Part 3).

The American Equivalent: 5 Units Math covers material that includes AP Calculus BC and Linear Algebra. It is extremely rigorous.

Bagrut.

El certificado Bagrut (en hebreo: תורגב תדועת) (transliterado: Teudat Bagrut) es un certificado que demuestra que un estudiante ha aprobado con éxito los exámenes de la escuela secundaria en Israel. Obtener el certificado Bagrut es un requisito previo para acceder a la educación superior en Israel. El certificado Bagrut se concede a los estudiantes que aprueban los exámenes escritos y orales requeridos, y consiguen una nota del 56% de por ciento o más en cada examen. El certificado Bagrut no debe confundirse con el diploma de la escuela secundaria (Tichon, en hebreo: תיכונ), este es un certificado otorgado por el Ministerio de Educación de Israel, y certifica que un estudiante ha completado 12 años de estudio. Los graduados de la escuela secundaria israelí deben obtener el certificado Bagrut si quieren continuar sus estudios y tener acceso a la

universidad. El término Bagrut, que significa madurez, hace referencia a la madurez académica del alumno o titular.

Cada estudiante que quiere obtener el título tiene que demostrar conocimientos en materias básicas en las ciencias y las humanidades. Los exámenes se administran entre 2 y 5 años de estudio, dependiendo del tema, y de acuerdo a las capacidades y habilidades del estudiante. Las pruebas exigidas son las siguientes:

- Gramática hebreo o árabe (en función de la lengua materna del alumno.
- Disertación hebreo o árabe
- La Biblia o escrituras (dependiendo del grupo de étnicos del estudiante). En este asunto con los aspectos científicos de la Biblia y no a los aspectos religiosos.
- Idioma Inglés - gramática, ensayo, literatura y la conversación.
- Literatura hebrea y la literatura mundial
- Matemáticas
- Ciencias Políticas y el conocimiento de las minorías étnicas
- Historia del Mundo
- Historia de Israel
- Gimnasia
- Al menos un curso electivo. Los estudiantes que deseen unirse a la ciencia de estudio o de ingeniería deben pasar exámenes en los niveles altos de las materias científicas. Hay una gran variedad de materias que se imparten en las diversas ramas de la ciencia, las humanidades, idiomas, artes y tecnología.

En general, la calificación final en cada asignatura se calcula promediando la nota en el examen externo de los nacionales bagrut sí misma en cada sujeto y el fin interna de la estudiante de la escuela en este ámbito, evaluadas por los profesores sobre la base de su rendimiento académico y su dar lugar a un enfrentamiento dentro de la escuela, en el sentido de tomar bagrut el mismo tema. Si la nota de la escuela (con un peso de 50% en promedio) es significativamente mayor que la nota fuera del Ministerio de Educación, el Ministerio podrá exigir que el estudiante tome de nuevo la legislación bagrut, e incluso decide cancelar la nota internos e incluir en la nota de la medida que el estudiante recibió en el examen externo, sin hacer la media con la ley. Sin embargo, la tendencia general de las escuelas es la gestión de los estudiantes evidencia interna más difícil que el examen externo típico.

The “Psychometric” Exam (The Israeli SAT) aka “La Prueba Bagrut”.

While the Bagrut is the High School Diploma, the Psychometric Entrance Test (Psychometri) is the University Entrance Exam.

When do they take it? Unlike the SATs (11th grade), most Israelis take this after the army (age 21+), just before university.

Can you take it in English? YES. There is a “Combined/English” version of the test.

The Structure: Three sections: Quantitative (Math), Verbal (Logic), and English (Proficiency).

The Score: Ranges from 200 to 800.

600+: Good.

700+: Elite (required for Medicine, Law, Computer Science at top universities).

For High Schoolers: Some ambitious students take it in 11th/12th grade to get it out of the way (especially for the “Atuda” academic reserve army track), but it is not mandatory for high school graduation.

Here is the final part (Part 3 of 3) for the comprehensive guide: “Bagrut vs. SATs.”

This section cracks the code on how these grades actually get your child into university (whether in Tel Aviv or Harvard) and provides the final strategic verdict for parents.

Niveles de dificultad de la prueba de matemáticas.

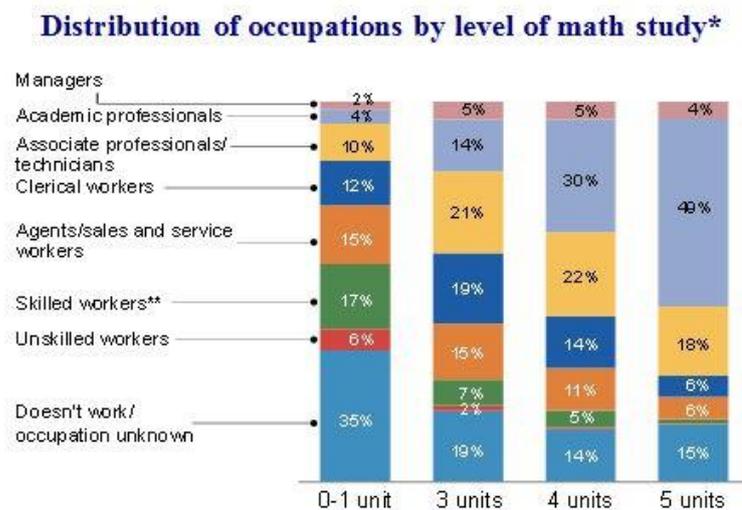
Israel's Bagrut matriculation exam in mathematics is structured into three main levels of difficulty, known as "units of study" (לימוד יחידות), ranging from 3 to 5 units. These levels (3, 4, or 5) represent the intensity of the curriculum, with 5 units being the highest level required for STEM fields in university.

Key Levels of Mathematics Bagrut

3 Units (3 יחידות): The basic level, covering foundational, standard math topics.

4 Units (4 יחידות): An intermediate-to-advanced level, often considered honors level.

5 Units (5 יחידות): The advanced level, crucial for engineering, computer science, and exact sciences.



* The value of unlabeled portions of the columns are 1% or less.

** Agriculture, manufacturing, construction and the like.

Source: Ayal Kimhi and Arik Horovitz, Taub Center

Data: Central Bureau of Statistics

Estructura de la prueba para obtener el nivel “5 study units”.

Prueba 581/806.

In the Israeli education system, 581 (formerly 806) refers to the first of two exams for students completing the highest level (5 study units) of the Mathematics Bagrut (matriculation).

Exam Structure and Topics

The 581/806 exam typically covers the following core areas of mathematics:
Algebra: Problems involving sequences (arithmetic and geometric) and word problems.

Euclidean Geometry: Proofs and complex calculations in plane geometry.

Trigonometry: Advanced applications in triangles and circles.

Calculus: Comprehensive analysis of functions, including rational, radical, trigonometric, and composite functions, as well as optimization (minimum/maximum) problems.

Probability: Advanced probability theory, often including Bernoulli trials and tree diagrams.

Key Characteristics

Level: It is the primary exam for the 5-unit track, widely considered the most rigorous high school math curriculum in Israel.

Duration: The exam usually lasts 3.5 hours.

Grading: It constitutes 60% of the final 5-unit grade, with the second exam (582/807) making up the remaining 40%.

Resources: Students are permitted to use a scientific calculator and an approved formula sheet.

Prueba 582/807.

The second exam required to complete the 5 study units in Mathematics is Exam 582 (formerly 807). This exam is typically taken in the 12th grade and carries 40% of the total weight for the 5-unit math grade.

The 582 exam is generally shorter than the first, lasting 2 hours and 15 minutes.

It focuses on advanced mathematical concepts, including:

Analytic Geometry: Lines, circles, and conic sections (parabola, ellipse, and hyperbola) in a coordinate plane.

Vectors: Geometric and algebraic vectors, including applications in 3D space.

Complex Numbers: Arithmetic, polar form, and De Moivre's theorem.

Advanced Calculus: Includes exponential and logarithmic functions (e^x) and $\ln x$ and advanced integration techniques.

Scoring Breakdown The final 5-unit grade is composed of:

Exam 581 (806): 60% of the external grade.

Exam 582 (807): 40% of the external grade.

Both exams, along with a school-based internal assessment component (the "magen" or protective grade), determine the final matriculation score. For further resources, the Ministry of Education's official archive provides past exams and formula sheets.

Índice.

| | | Invierno A | | Invierno B | | Verano A | | Verano B | | Verano C | |
|-----|------|------------|-----|------------|-----|----------|-----|----------|-----|----------|-----|
| | | Enun | Sol | Enun | Sol | Enun | Sol | Enun | Sol | Enun | Sol |
| 581 | 2022 | 8 | 14 | 16 | 23 | | 25 | 52 | 58 | | |
| | 2023 | 85 | 91 | | | 93 | 99 | 101 | 107 | 109 | 115 |
| | 2024 | 135 | 141 | | | 143 | 149 | 151 | 157 | | |
| | 2025 | 193 | 199 | | | 221 | 233 | 234 | 238 | | |
| 582 | 2022 | 228 | 233 | 234 | 238 | | 240 | 263 | 269 | | |
| | 2023 | 295 | 300 | | | 317 | 321 | 337 | 341 | 342 | 347 |
| | 2024 | 348 | 353 | | | 369 | 373 | 381 | 386 | | |
| | 2025 | 402 | 407 | | | 429 | 434 | 459 | 464 | | |

Fuente.

<https://www.melumad.co.il/%D7%9E%D7%91%D7%97%D7%A0%D7%99-%D7%91%D7%92%D7%A8%D7%95%D7%AA-%D7%91%D7%9E%D7%AA%D7%9E%D7%98%D7%99%D7%A7%D7%94-%D7%A9%D7%90%D7%9C%D7%95%D7%9F-806/>

<https://www.melumad.co.il/%D7%9E%D7%91%D7%97%D7%A0%D7%99-%D7%91%D7%92%D7%A8%D7%95%D7%AA-%D7%9E%D7%AA%D7%9E%D7%98%D7%99%D7%A7%D7%94-807/>

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד, רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/ המשך מעבר לדף /

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. שלושה שחיינים – איתן, גל ויעקב – מתאמנים בשחייה בבריכה שאורכה 50 מטרים. כל שחיין מתחיל את שחייתו בתחילת הבריכה, שוחה עד סוף הבריכה, ומייד מסתובב ושוחה חזרה לתחילת הבריכה. מהירות השחייה של כל אחד מן השחינים היא קבועה. ביום א' התחיל כל אחד משלושת השחינים את שחייתו בזמן אחר. גל התחיל לשחות 10 שניות אחרי איתן. יעקב התחיל לשחות 15 שניות אחרי איתן. 15 שניות אחרי שהתחיל יעקב לשחות, עברו כל השחינים את אותו המרחק מתחילת הבריכה, אך עדיין לא הגיעו לסוף הבריכה. מייד לאחר שהגיע גל לסוף הבריכה, הוא הסתובב והתחיל לשחות חזרה לתחילת הבריכה. בדרכו חזרה, הוא פגש את איתן במרחק של 4 מטרים מסוף הבריכה. א. חשב את המהירות של כל אחד משלושת השחינים. ב. במרחק של כמה מטרים מסוף הבריכה נפגשו איתן ויעקב בפעם השנייה? ביום ב' התחילו גל ויעקב את שחייתם באותו זמן בתחילת הבריכה, וכל אחד מהם שחה באותה מהירות שבה שחה ביום א'. כשהגיע כל אחד משני השחינים לסוף הבריכה, הוא הסתובב מייד ושחה לכיוון תחילת הבריכה, וכשהגיע לשם, הסתובב שוב ושחה לכיוון סוף הבריכה, וחוזר חלילה. שני השחינים הפסיקו לשחות ברגע שהם נפגשו בתחילת הבריכה. ג. כמה מטרים שחה יעקב ביום זה?

2. נתונה סדרה חשבונית A עולה שאיבריה הם a_1, a_2, a_3, \dots , והפרשה d . מסמנים ב- S_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה A, לכל n טבעי. מגדירים סדרה נוספת, B, שאיבריה הם b_1, b_2, b_3, \dots . איברי הסדרה B מקיימים $b_n = S_{n+1} - S_n$, לכל n טבעי.

א. (1) האם הסדרה B היא סדרה חשבונית? נמק.

(2) האם הסדרה B זהה לסדרה A? נמק.

מסמנים ב- T_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה B, לכל n טבעי.

ב. הוכח כי לכל n טבעי זוגי מתקיים:

$$T_n = \frac{(b_1 + b_2)(b_1 - b_2) + (b_3 + b_4)(b_3 - b_4) + \dots + (b_{n-1} + b_n)(b_{n-1} - b_n)}{-d}$$

$$\text{נתון: } b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \dots + b_{39}^2 - b_{40}^2 = -95$$

$$T_5 = -20$$

ג. חשב את b_1 ואת d (אפשר להיעזר בסעיף ב).

מחברים בזה אחר זה את איברי הסדרה A הנמצאים במקומות האי-זוגיים, החל באיבר הראשון.

ד. מהו המספר המינימלי של איברים שיש לחבר באופן זה כדי שהסכום שיתקבל יהיה מספר חיובי שלם? נמק.

3. בקופסה יש שלוש סוכריות בטעם תות ושתי סוכריות בטעם מנטה. ליאור מוציא באקראי סוכרייה מן הקופסה.

אם הסוכרייה היא בטעם מנטה – הוא מחזיר אותה לקופסה, ואם היא בטעם תות – הוא אוכל אותה מייד.

א. ליאור מוציא מן הקופסה שלוש סוכריות בזו אחר זו באופן המתואר בתחילת השאלה.

(1) חשב את ההסתברות שליאור יאכל בדיוק סוכרייה אחת.

(2) חשב את ההסתברות שליאור אכל את הסוכרייה השנייה שהוא הוציא, אם ידוע כי ליאור אכל בדיוק

סוכרייה אחת.

ב. ליאור מוציא מן הקופסה n סוכריות בזו אחר זו באופן המתואר בתחילת השאלה.

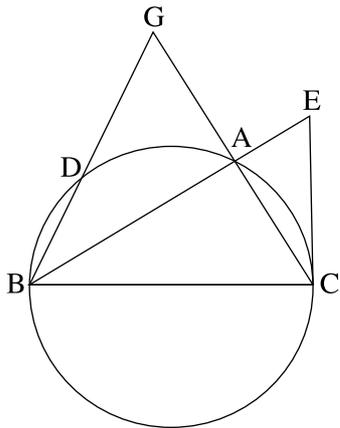
הבע בעזרת n את ההסתברות שליאור יאכל סוכרייה אחת לפחות.

ג. ליאור קיבל שתי קופסאות סוכריות, כל אחת מהן זהה לקופסה המתוארת בתחילת השאלה.

ליאור מוציא שלוש סוכריות מכל אחת משתי הקופסאות, באופן המתואר בתחילת השאלה.

חשב את ההסתברות שליאור יאכל בדיוק שלוש סוכריות, שלושתן מאותה קופסה.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. משולש ABC חסום במעגל שרדיוסו R (ראה סרטוט).

הצלע BC היא קוטר במעגל.

AG הוא המשך הצלע CA.

הקטע GB חותך את המעגל בנקודה D.

נתון: $GA = AC$.

א. הוכח כי הישר AB חוצה את $\angle GBC$.

ב. הוכח כי $\triangle GBC \sim \triangle GAD$.

נתון כי $\frac{S_{DBCA}}{S_{GAD}} = 15$.

ג. הבע באמצעות R את אורך הצלע AC.

דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל שחותך את המשך הקטע BA בנקודה E.

ד. חשב פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש ABC.

5. AB הוא קוטר במעגל שרדיוסו R ומרכזו O. המיתר CD חותך את הקוטר AB בנקודה F.

המשיק למעגל בנקודה D חותך את המשך הקוטר AB בנקודה E (ראה סרטוט).

נסמן: $\angle ADE = \alpha$.

א. הראה כי $\angle BAD = 90^\circ - \alpha$.

נתון כי $ED = FD$.

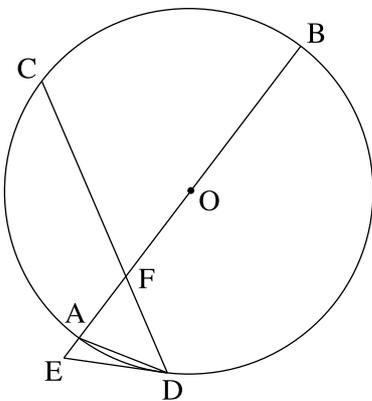
ב. הבע באמצעות α את גודל $\angle CDA$.

ג. הבע באמצעות R ו- α את שטח המשולש AFD.

ד. (1) הבע באמצעות α את יחס השטחים $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}}$.

(2) נתון כי $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}} = 1 + \sqrt{3}$.

מצא את α .



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות
ושל פונקציות טריגונומטריות**

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{(x^3 - m)^2}$, m הוא פרמטר חיובי.

א. הבע את תשובותיך באמצעות m , אם יש צורך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -1$.

ב. מצא את הערך של m .

הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של m שמצאת, וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = k \cdot f(x)$, k הוא פרמטר שלילי.

(1) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $g(x)$.

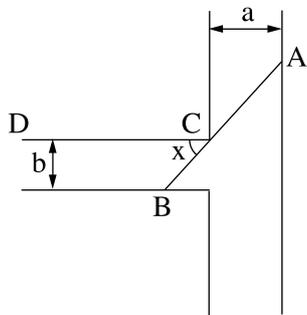
(2) דרך נקודת הקיצון השמאלית של $g(x)$ מעבירים אנך לציר ה- x .

נתון כי השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x הוא 1 (השטח שמימין לאנך).

מצא את הערך של k .

7. נתונה הפונקציה $f(x) = 3x + 2 \cdot \sqrt{x^2 - 2x}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 (3) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 (4) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם ציר ה- x .
 בתשובתך דייק שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
 (5) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, אם ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון.
 ב. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. האם ייתכן שישר שמשוואתו $y = 4x + c$ (פרמטר c) ישיק לגרף הפונקציה $f(x)$? נמק.



8. תעלת מים ראשית ברוחב קבוע a מחוברת בניצב לתעלה משנית ברוחב קבוע b . הנקודה C היא נקודת המפגש בין דופן של התעלה הראשית ובין דופן של התעלה המשנית (ראה סרטוט). מהנדסת מתכננת סכר ישר, שיצא מן הנקודה A שבדופן התעלה הראשית, יעבור דרך הנקודה C ויגיע עד הנקודה B שבדופן התעלה המשנית. הסכר ייצור זווית שגודלה x עם הדופן CD של התעלה המשנית, כמתואר בסרטוט.
 א. הבע באמצעות a , b ו- x את אורך הסכר AB .
 נתון כי $a = 2b$.
 ב. מצא את x שבעבורו אורך הסכר AB יהיה מינימלי.
 ג. ידוע כי האורך המינימלי של הסכר הוא 8. מצא את b .

בהצלחה!

תשובות סופיות

בגרות חורף 2022 מועד ינואר, שאלון 035581 (סמל ישן 035806)

שאלה 1

פתרון: א. איתן: 1 מ"/שנייה, גל: 1.5 מ"/שנייה, יעקב: 2 מ"/שנייה ב. $6\frac{2}{3}$ מ' ג. 400 מ'

שאלה 2

פתרון: א. 1. כן א. 2. לא ב. הוכחה ג. $d = \frac{1}{2}$, $b = -5$ ד. 14 איברים

שאלה 3

פתרון: א. 0.366 א. 0.32787 ב. $1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n$ ג. 0.0128

שאלה 4

פתרון: א. הוכחה ב. הוכחה ג. $0.5R$ ד. $1\frac{1}{15}$

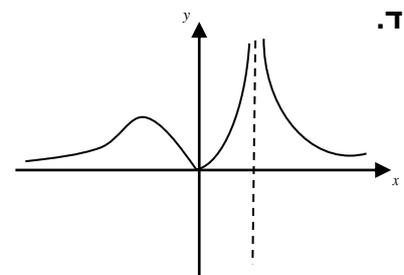
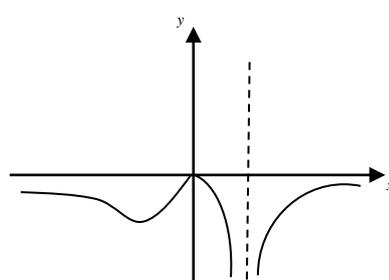
שאלה 5

פתרון: א. הוכחה ב. 3α ג. $\frac{R^2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin 3\alpha \cdot \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}$ ד. 15° ד. $\frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha}$

שאלה 6

פתרון: א. $x \neq \sqrt[3]{m}$ א. 2. $x = \sqrt[3]{m}, y = 0$ ב. $m = 2$ ג. $\min(0,0), \max\left(-1, \frac{1}{9}\right)$

ה. 2. $k = -18$

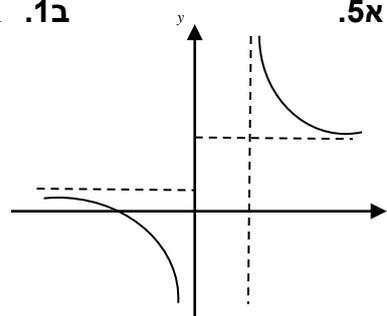




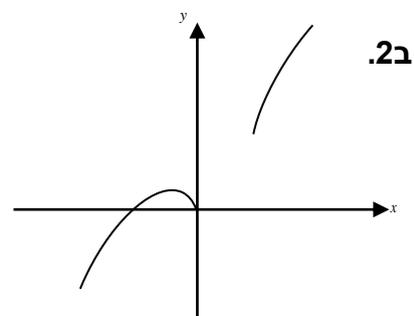
שאלה 7

פתרון: א.1 $x \leq 0$ או $x \geq 2$. א.2 $x < 0$ או $x > 2$. א.3 $x = 2, x = 0, y = 1, y = 5$. א.4 $(-0.34, 0)$

א.5 ב.1 $(0, 0) \min, (-0.34, 0.76) \max, (2, 6) \min$



ג. לא



ב.2

שאלה 8

פתרון: א. $\frac{b}{\sin x} + \frac{a}{\cos x}$. ב. $x = 0.214\pi$ (38.44°). ג. 1.922

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

Melumad

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על חמש מן השאלות 1–8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. בין הבית של תמר ויואב לבין ביתו של דן יש שביל אופניים.

לאורך שביל האופניים, בין שני הבתים, נמצא חדר כושר. המרחק בין חדר הכושר ובין הבית של תמר ויואב הוא 24 ק"מ.

תמר יצאה מן הבית בשעה 6:00 ורכבה על אופניים במהירות קבועה לעבר ביתו של דן.

בשעה 7:00 יצא יואב גם הוא מן הבית ורכב על אופניו לעבר ביתו של דן במהירות שגבוהה ב-5 קמ"ש ממהירות

הרכיבה של תמר.

בשעה 7:30 יצא דן מחדר הכושר ורכב על אופניו במהירות קבועה לעבר ביתו.

תמר, יואב ודן רכבו שלושתם על אותו שביל אופניים.

תמר השיגה את דן וחלפה על פניו בשעה 8:00.

יואב ודן הגיעו שניהם לביתו של דן בשעה 9:15.

א. מצא את המהירות של כל אחד משלושת הרוכבים.

ב. מה היה המרחק בין יואב ובין דן כאשר תמר הגיעה לביתו של דן?

2. נתונה סדרה הנדסית A שאיבריה הם a_1, a_2, a_3, \dots ומנתה היא q. כל איברי הסדרה A שונים מאפס.

א. האם הסדרה $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \dots$ היא סדרה הנדסית? הוכח את תשובתך.

ב. (1) מסמנים ב- S_n את הסכום של n האיברים הראשונים של הסדרה A (n טבעי).

$$\frac{S_n}{a_1 \cdot a_n} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n} \quad \text{הוכח כי לכל } n \text{ מתקיים:}$$

(2) נתון: $a_1 = 1, q = 3$.

סכום n האיברים הראשונים בסדרה A גדול פי 6561 מן הסכום: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}$. מצא את n.

הסדרה B מתקבלת מן הסדרה A על ידי הפיכת הסימנים של האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה A.

איברי הסדרה B הם b_1, b_2, b_3, \dots .

נסמן ב- T_m את הסכום של m האיברים הראשונים של הסדרה B. נתון כי m הוא מספר טבעי אי-זוגי.

ג. נתונה נוסחה: $\frac{T_m}{b_1 \cdot b_m} = \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} - \dots + \frac{1}{a_m}$

קבע אם הנוסחה הנתונה נכונה. הוכח את תשובתך.

3.

כדי להתקבל ללימודים במכללה מסוימת יש לעבור מבחן קבלה.

כל השאלות במבחן הן מתוך מאגר שיש בו n שאלות שונות. לנבחנים יש גישה למאגר והם יכולים להתכונן למבחן באמצעותו. ביום הבחינה, כל נבחן מוציא באקראי מתוך קופסה מלאה בפתקים שלושה פתקים בזה אחר זה, ללא החזרה. בכל אחד מן הפתקים כתובה שאלה אחת מתוך מאגר השאלות. מספר הפתקים שבקופסה שווה למספר השאלות שבמאגר, ובכל פתק כתובה שאלה אחרת. לאחר שהוציא הנבחן שלושה פתקים מן הקופסה וקרא את שלוש השאלות, הוא מחזיר את שלושת הפתקים לקופסה.

הנבחן יתקבל למכללה אם הוא יענה נכון על שתי שאלות לפחות מתוך שלוש השאלות שבפתקים שהוא הוציא. נתנאל התכונן למבחן באמצעות מאגר השאלות. הוא ידע לענות נכון רק על 20 שאלות מתוך n השאלות שבמאגר. על שאר השאלות הוא לא ידע לענות נכון.

ידוע כי ההסתברות של נתנאל לענות נכון על שאלה אחת לפחות מבין שתי השאלות שבשני הפתקים הראשונים שהוא הוציא היא $\frac{34}{69}$.

א. (1) מצא את n .

(2) מהי ההסתברות שנתנאל יתקבל למכללה?

ב. אם ידוע כי נתנאל התקבל למכללה, מהי ההסתברות שהוא לא ענה נכון על השאלה שבפתק הראשון שהוא הוציא?

רמי התכונן גם הוא למבחן באמצעות מאגר השאלות. הוא ידע לענות נכון על 40 שאלות מתוך n השאלות שבמאגר. על שאר השאלות הוא לא ידע לענות נכון.

ג. האם ההסתברות שרמי יענה נכון על כל שלוש השאלות שבפתקים שהוא הוציא באקראי גדולה פי 2 מן ההסתברות שנתנאל יענה נכון על כל שלוש השאלות שבפתקים שהוא הוציא באקראי? נמק את תשובתך.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. בצוור שלפניך מתואר משולש שווה-שוקיים ABC , $BA = BC$.

מנקודה D הנמצאת על השוק BC הורידו אנך לבסיס, והוא חותך אותו בנקודה K .

מנקודה E הנמצאת על השוק BA הורידו אנך לבסיס, והוא חותך אותו בנקודה L .

נתון: $AL = LK = KC$.

א. חשב את $\frac{BD}{DC}$.

הקטעים DL ו- EK נפגשים בנקודה G .

ב. הוכח כי המרובע $BDGE$ הוא דלתון.

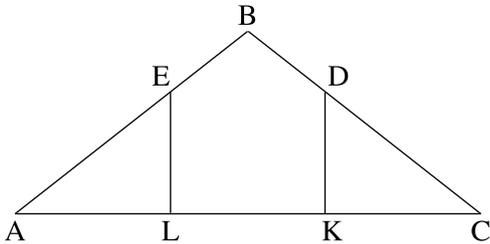
נתון: $AC = 45$.

היקף המרובע $EDKL$ הוא 54.

ג. חשב את אורך הקטע BG .

ד. האם קיימת נקודה F שנמצאת על הישר BG שעבורה המרובע $BDFE$ הוא בר-חסימה במעגל?

נמק את תשובתך.



5. בצוור שלפניך מתואר משולש שווה-שוקיים ABC , $AB = AC$,

שחסום במעגל שרדיוסו R .

האריכו את הבסיס BC עד לנקודה D והעבירו ישר מנקודה D

לנקודה A .

נתון: $\angle BAC = 2\alpha$, $\angle CAD = \alpha$.

א. הוכח כי רדיוס המעגל החוסם את משולש ABD

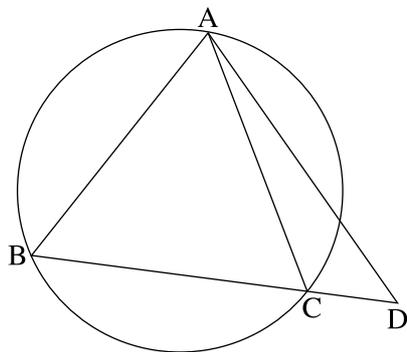
שווה לרדיוס המעגל החוסם את משולש ACD .

ב. הבע את שטח משולש ACD באמצעות R ו- α .

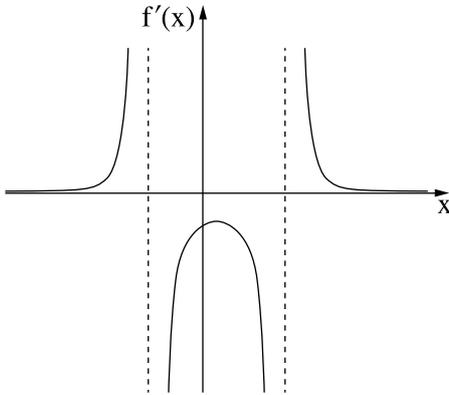
נסמן ב- m את היחס בין שטח המשולש ACD לבין שטח המשולש ABC .

ג. (1) האם ייתכן כי $m = 0.5$? נמק את תשובתך.

(2) נתון כי $m = 0.6$. מצא את גודלי זוויות המשולש ABC .



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות
ושל פונקציות טריגונומטריות**



6. נתונה פונקציה $f(x)$ המוגדרת בתחום $x < b$, $b < x < c$, $c < x$ וגזירה בכל תחום הגדרתה.

בסרטוט שלפניך מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד

ושלוש אסימפטוטות המאונכות לצירים: $x = c$, $x = b$, $y = 0$.

שיעור ה- x של נקודת הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ הוא a .
 a , b ו- c הם פרמטרים.

א. הבע את תשובותיך באמצעות a , b ו- c , אם יש צורך.

(1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה (\cup) ואת תחומי הקעירות כלפי מטה (\cap) של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(a, 0)$.

ב. סרטוט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.

$$\text{נתון גם כי } f(x) = \frac{18 - 36x}{(x^2 - x - 6)^2}$$

ג. מצא את a , b ו- c .

ד. (1) הראה כי בתחום $b < x < c$ מתקיים: $f'(x) \cdot (f(x))^2 \leq 0$.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f'(x) \cdot (f(x))^2$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישרים $x = 0$ ו- $x = 2a$.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \tan(x) + \frac{1}{x}$.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור התחום $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בתחום הנתון בנקודה אחת בלבד ששיעוריה $(0, 2.798)$ בקירוב.

ב. מצא את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של הפונקציה $f(x)$.

נתונה גם הפונקציה $g(x) = \frac{\cos(x)}{x}$, המוגדרת לכל $x \neq 0$.

ג. האם הפונקציה $g(x)$ היא זוגית, אי-זוגית, או לא זוגית ולא אי-זוגית? הוכח את תשובתך.

ד. (1) הראה כי בתחום $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ שיעור ה- x של אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ שווה לשיעור

ה- x של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x , וקבע את סוגה של נקודת קיצון זו.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

8. חותכים חוט שאורכו k לשני חלקים.

מחלק אחד של החוט יוצרים משולש שווה-צלעות ומן החלק האחר יוצרים מעגל.

נסמן ב- x את אורך צלע המשולש.

א. הבע באמצעות k את תחום ההגדרה של x .

ב. הבע באמצעות k את אורך צלע המשולש, שעבורו סכום השטחים של שתי הצורות הוא מינימלי.

ג. הראה כי כאשר סכום השטחים של שתי הצורות הוא מינימלי, אי אפשר לחסום את המשולש שהתקבל

במעגל שהתקבל.

בהצלחה!



תשובות סופיות

בגרות חורף 2022 מועד פברואר נבצרים, שאלון 035581 (סמל ישן 035806)

שאלה 1

פתרון: א. תמר - 15 קמ"ש. יואב - 20 קמ"ש. דן - 12 קמ"ש. ב. 2 ק"מ.

שאלה 2

פתרון: א. כן. ב.1. הוכחה. ב.2. $n=9$. ג. הנוסחה נכונה.

שאלה 3

פתרון: א.1. $n=70$. א.2. $\frac{76}{391}$. ב. $\frac{25}{84}$. ג. ההסתברות אינה גדולה פי 2.

שאלה 4

פתרון: א. 0.5. ב. הוכחה. ג. 12. ד. כן

שאלה 5

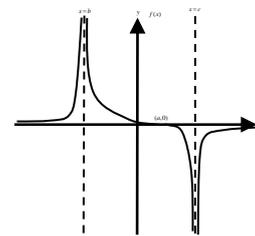
פתרון: א. הוכחה. ב. $R^2 \cos^2 \alpha \tan 2\alpha$. ג.1. לא יתכן. ד.1. $33.56^\circ, 73.22^\circ$

שאלה 6

פתרון: א.1. עלייה: $x > c$ או $x < b$, ירידה: $b < x < c$

א.2. קעירות כלפי מעלה: $b < x < a$ או $x < b$, קעירות כלפי מטה: $x > c$ או $a < x < c$

ג. $a=0.5, b=-2, c=3$. ד.1. הוכחה. ד.2. $\frac{1}{12}$



ב.

ג. $a=0.5, b=-2, c=3$. ד.1. הוכחה. ד.2. $\frac{1}{12}$

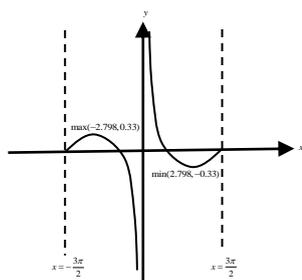
Melumad



שאלה 7

פתרון: א. $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$. ב. $x=0, x=\frac{\pi}{2}, x=\frac{3\pi}{2}$. ג. חיוביות: $0 < x < \frac{\pi}{2}$ או

$\frac{\pi}{2} < x < 2.798$, שלילית: $2.798 < x < \frac{3\pi}{2}$.
ג. הוכחה ד.1. הוכחה, מינימום ד.2.



שאלה 8

פתרון: א. $0 < x < \frac{k}{3}$. ב. $0.207k$. ג. הוכחה

פתרון מלא ומודרך - ראו באתר מלומד

Melumad



תשובות סופיות

בגרות קיץ 2022 מועד א', שאלון 035581, גרסה 2 (סמל ישן 035806)

שאלה 1

פתרון: א. $\frac{112}{v_1 + v_2}$ ב. 1.4 ג. מכונית: 98 קמ"ש, משאית: 70 קמ"ש

שאלה 2

פתרון: א. $3r$ ב. הסבר ב. $\frac{1}{3}$ ג. $\frac{60}{121}$ ד. 2 ה. הוכחה

שאלה 3

פתרון: א. $\frac{1}{6}$ ב. $\frac{1}{2}$ ג. $\frac{1}{8}$ ד. 0.401 ד. 0.011

שאלה 4

פתרון: א. $\angle BAG = 2\alpha$, $\angle ABG = 90^\circ - \alpha$, $\angle AGB = 90^\circ - \alpha$ ב. הוכחה ג. $\frac{7}{\sqrt{3}}$ ד. הוכחה

ד. 3S

שאלה 5

פתרון: א. $2R \sin \alpha$ ב. 75° ג. 45° ד. $3 + \sqrt{3} = 4.732$

שאלה 6

פתרון: א. $x \neq 0$ ב. אי זוגית א. 3. תחומי עלייה: $x > 1$ או $x < -1$, תחומי ירידה: $0 < x < 1$ או

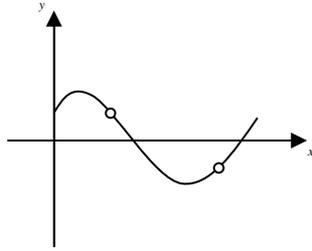
$-1 < x < 0$ ב. $f(x)$: גרף II, $f'(x)$: גרף III, $g(x)$: גרף I ג. $(-1, 0)$, $(1, 0)$ ד. 20.25

ה. 0 ו. $\min(1, 0)$



שאלה 7

פתרון: א. $0 \leq x \leq 2\pi$, $x \neq \frac{\pi}{2}$, $x \neq \frac{3\pi}{2}$. א.2 הסבר. א.3 $(\frac{7\pi}{4}, 0)$, $(\frac{3\pi}{4}, 0)$, $(0, 1)$. ב.1 הוכחה



ב.2 $(2\pi, 1)$ max, $(\frac{5\pi}{4}, -\sqrt{2})$ min, $(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2})$ max, $(0, 1)$ min. ג.1

ג.2 $t = -\sqrt{2}$, $t = -1$, $t = \sqrt{2}$. ד. $\sqrt{2}$

שאלה 8

פתרון: א.1 $f(x)$: כל x , $g(x)$: $x \geq 0$. א.2 $(1, 1)$, $(0, 0)$. ב. $p - p^2$. ג. 0.04096. ד. לא

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

Melumad

בקובץ זה מופיעות שלושת הגרסאות לשאלון 581, קיץ מועד א', מאי 2022

- 1- שאלון 581, גרסה א', מאי 2022, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 2- שאלון 581, גרסה ב', מאי 2022, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 3- שאלון 581, גרסה ג', מאי 2022, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.



דגשים בנוגע לפרסום הצעה לפתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

1. בהצעה לפתרון שאלוני בחינת הבגרות במתמטיקה **מובאת התוצאה הסופית בלבד**, בלי פירוט דרכי הפתרון או בלי הסבר לפתרון.
2. אם יתברר שנפלה טעות בהצעת הפתרון, תפורסם בתוך זמן סביר הצעה מתוקנת, והצעת הפתרון המתוקנת תהיה המחייבת. **ט"ח** (טעות לעולם חוזר) – בהצעת הפתרון עלולות ליפול טעויות, ואין בה כדי לחייב את מעריכי הבחינה לקבל תשובה שגויה.
3. נבהיר כי לפי חוזר מנכ"ל טוהר הבחינות – תשע"ה/ד9, נבחן בבחינת בגרות מחויב לפעול על פי נוהלי טוהר הבחינות כדי להבטיח הליך בחינות אמין, הוגן ושוויוני.
נבחן נדרש לכתוב במחברת הבחינה פתרון מלא, מפורט ומנומק.
אם נבחן יכתוב תשובות סופיות נכונות במחברת הבחינה בלי פירוט של שלבי הפתרון או בלי הסבר מפורט או אם יתעורר חשד שהנבחן הפר את טוהר הבחינות, יחל הליך של החשדת הבחינה כמפורט בחוזר. [קישור לחוזר המנכ"ל](#)

בהצלחה לנבחנים ולנבחנות!



מדינת ישראל
משרד החינוךסוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: 035581
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפניעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אך על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035581 + נספח

- 2 -

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפניעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. מכונית יצאה מבאר שבע לחיפה במהירות קבועה v_1 . באותו הזמן בדיוק יצאה משאית מחיפה לבאר שבע במהירות קבועה v_2 . המרחק בין חיפה לבאר שבע הוא 210 ק"מ. המשאית נעצרה בצד הדרך עקב תקלה, לפני שחלפה המכונית על פניה. באותו הזמן המרחק בין המשאית לבין המכונית היה 96 ק"מ.
 - א. הביעו באמצעות v_1 ו- v_2 את הזמן שחלף מרגע תחילת הנסיעה ועד שנעצרה המשאית בצד הדרך. זמן שהיית המשאית בצד הדרך היה גדול פי 1.5 מן הזמן שחלף מרגע יציאתה מחיפה עד לרגע עצירתה. המשאית יצאה שוב לדרך באותה המהירות, v_2 , בדיוק ברגע שבו חלפה המכונית על פניה.
 - ב. מצאו את היחס בין מהירות המכונית לבין מהירות המשאית.
 - ג. 128 דקות לאחר שיצאה המשאית שוב לדרך, היא הגיעה לבאר שבע.
 - ד. מצאו את מהירות המכונית ואת מהירות המשאית.

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035581 - נספח

- 3 -

2. סדרה I היא סדרה הנדסית איך-סופית שאיבריה הם a_1, a_2, a_3, \dots ומנתה היא $9 \cdot r^2$. נתון: $0 < r < \frac{1}{3}$.

בין כל שני איברים בסדרה I הכניסו איבר נוסף, ונוצרה סדרה הנדסית חדשה יורדת, סדרה II, שאיבריה הם b_1, b_2, b_3, \dots ומנתה היא q.

א. (1) הביעו את q באמצעות r.

(2) הסבירו מדוע שתי הסדרות I ו-II מתכנסות.

נתון כי סכום סדרה II גדול פי $\frac{4}{3}$ מסכום סדרה I.

ב. חשבו את q.

נתון כי סכום האיברים במקומות האוגיים בסדרה II הוא 12.

ג. מצאו את סכום כל האיברים של סדרה II במקומות שמתחלקים ב-5 ($b_5, b_{10}, b_{15}, \dots$).

ד. מצאו בסדרה II את היחס בין האיבר החמישי לבין סכום כל האיברים שאחרי איבר זה.

ה. הוכיחו כי בכל סדרה הנדסית מתכנסת היחס בין איבר כלשהו לבין סכום כל האיברים שאחריו אינו תלוי במיקום של האיבר בסדרה.

3. נטע משחקת במשחק מסוים. במשחק זה יש בדיוק שלוש תוצאות אפשריות: ניצחון, תיקו והפסד.

ההסתברות שנטע תנצח במשחק גדולה פי 3 מן ההסתברות שהיא תפסיד במשחק.

נסמן ב-p את ההסתברות שנטע תפסיד במשחק ($p > 0$).

בשאלה כולה תוצאות המשחקים אינן תלויות זו בזו.

נתון שאם נטע משחקת 2 משחקים בזה אחר זה, ההסתברות שהיא תנצח במשחק אחד לפחות היא $4.5p$.

א. מצאו את הערך של p.

נטע שיחקה 5 משחקים בזה אחר זה.

ב. מצאו את ההסתברות שנטע תנצח ב-3 משחקים לפחות.

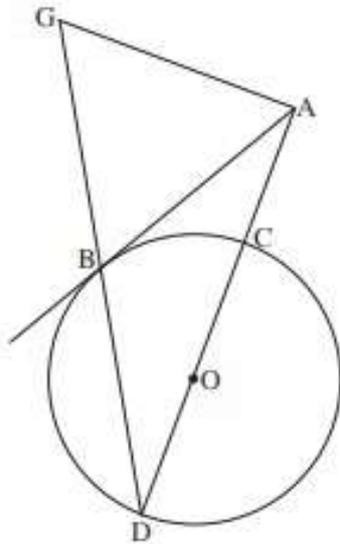
ג. מצאו את ההסתברות שנטע תנצח בשלושת המשחקים הראשונים לפחות.

ד. (1) מצאו את ההסתברות שנטע לא תפסיד בשום משחק.

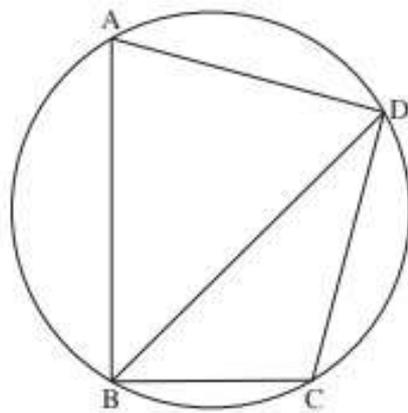
(2) ידוע כי נטע הפסידה במשחק אחד לפחות. מהי ההסתברות שהיא ניצחה בשלושת המשחקים הראשונים

וקיבלה תוצאת תיקו במשחק האחרון?

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. נתון מעגל שרדיוסו R ומרכזו O, מנקודה A שמחוץ למעגל יוצאים שלושה ישרים: הישר AB משיק למעגל בנקודה B, הישר AD עובר דרך מרכז המעגל O וחותך את המעגל בנקודות C ו-D, והישר AG מאונך לישר AD (ראו סרטוט). הנקודות B, D ו-G נמצאות על ישר אחד, כמתואר בסרטוט. נסמן: $\angle ADB = \alpha$.
- א. הביעו את כל זוויות המשולש ABG באמצעות α .
- ב. הוכיחו: $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{BC}$.
- נתון: $AG = 8$, $AC = \frac{1}{2}DC$.
- ג. חשבו את R.
- נסמן ב-S את שטח המשולש BDC.
- ד. (1) הוכיחו: $\Delta ADG \sim \Delta BDC$.
- (2) הביעו את שטח המשולש ADG באמצעות S.



5. מרובע ABCD חסום במעגל שרדיוסו R ומרכזו O (ראו סרטוט). נסמן: $\angle DAB = \alpha$, היא זווית חדה.
- א. הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות α ו-R.
- נתון: $CD = R\sqrt{2}$, $BC = R$.
- ב. חשבו את α .
- נתון: BD הוא חוצה זווית ABC.
- ג. חשבו את גודל הזווית ABD.
- נסמן ב- h_1 את הגובה שיורד מקודקוד A במשולש ABD, וב- h_2 את הגובה שיורד מקודקוד O במשולש BOD.
- ד. חשבו את $\frac{h_1}{h_2}$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = 2x + \frac{2}{x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית, אי־זוגית או לא זוגית ולא אי־זוגית? הוכיחו את התשובה.

(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

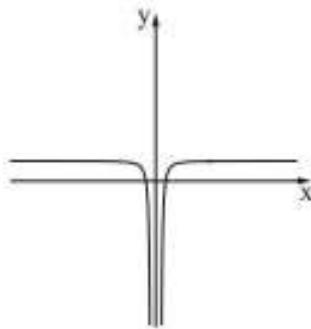
נתונות שתי פונקציות: $f'(x)$ ו- $g(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של $f(x)$, ו- $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$.

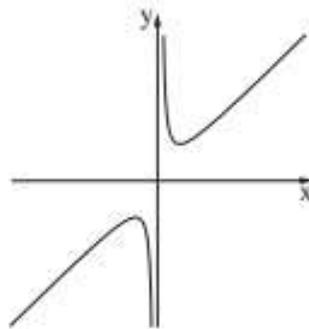
הפונקציות $f'(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.

ב. כל אחד מן הגרפים III-I שלפניכם מתאר את אחת הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $g(x)$.

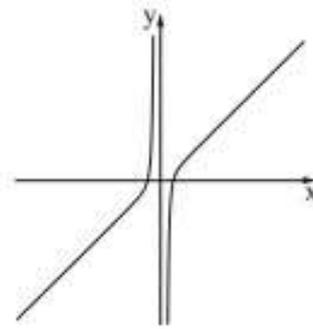
לכל אחת מן הפונקציות כתבו איזה גרף מתאר אותה. נמקו את התשובה.



גרף III



גרף II



גרף I

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = \frac{1}{4}$ ו- $x = 4$.

ה. נתון: $1 < a$ הוא פרמטר. חשבו את $\int_{\frac{1}{a}}^a g(x) dx$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = \int_1^x f'(t) dt$. נתון כי הפונקצייה $h(x)$ מוגדרת בתחום $1 \leq x$.

ו. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $h(x)$, וקבעו את סוגה.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2(\cos x)^2 + \sin 2x}{2 \cos x}$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) הסבירו מדוע לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות המאונכות לציר ה- x .
 (3) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- ב. (1) הראו כי לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$ מתקיים: $f'(x) = \cos x - \sin x$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ג. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 (2) k הוא מספר. מצאו את כל ערכי k שבעבורם יש למשוואה $f(x) = k$ פתרון יחיד (בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$).
- ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי שני הישרים $x = \frac{3}{4}\pi$ ו- $x = \frac{5}{4}\pi$.

8. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^3$, $g(x) = \sqrt{f(x)}$.
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.
- הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$, והנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- x .
- נתון כי שיעור ה- x של הנקודה A נמצא בין שיעורי ה- x של נקודות החיתוך של הפונקצייה $f(x)$ עם הפונקצייה $g(x)$. נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A . t הוא פרמטר.
- ב. הביעו באמצעות t את אורך הקטע AB .
 ג. הנקודה O היא ראשית הצירים. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OAB .
 ד. האם השטח המקסימלי של המשולש OAB מתקבל כאשר אורך הקטע AB הוא מקסימלי? נמקו את התשובה.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך



משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון, מס' 035581, גרסה א, קיץ תשפ"ב

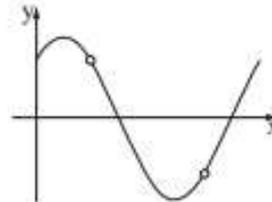
יש לענות על חמש מן השאלות 1-8.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|------------|--|
| 1. | א. $t = \frac{114}{v_1 + v_2}$ ב. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{32}{25}$ ג. מהירות המכונית (v_1): 96 קמ"ש מהירות המשאית (v_2): 75 קמ"ש | 4. | א. $\sphericalangle AGB = \sphericalangle ABG = 90 - \alpha$ $\sphericalangle BAG = 2\alpha$ להוכיח ב. $R = \frac{8}{\sqrt{3}} \approx 4.62$ ג. להוכיח ד. (1) $S_{ADG} = 3S$ (2) |
| 2. | א. (1) $q = 3r$ להסביר (2) ב. $q = \frac{1}{3}$ ג. $S = \frac{48}{121} \approx 0.4$ ד. 2 ה. להוכיח | 5. | א. $BD = 2R \sin(\alpha)$ ב. $\alpha = 75^\circ$ ג. $\sphericalangle ABD = 45^\circ$ ד. $\frac{h_1}{h_2} = 3 + \sqrt{3} \approx 4.73$ |
| 3. | א. $\frac{1}{6}$ ב. $\frac{1}{2}$ ג. $\frac{1}{8}$ ד. (1) $\frac{3125}{7776} \approx 0.4$ (2) $\frac{54}{4651} \approx 0.01$ | 6. | א. (1) $x \neq 0$ אזוגית (2) תחומי עלייה: (3) $x < -1, 1 < x$ תחומי ירידה: $-1 < x < 0, 0 < x < 1$ ב. II גרף - $f(x)$ III גרף - $f'(x)$ I גרף - $g(x)$ ג. $(-1, 0), (1, 0)$ ד. 56.25 ה. 0 ו. מינימום: $(1, 0)$ |



הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"ב

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| 8. | |
| א. (1) | תחום של $f(x)$: כל x תחום של $g(x)$: $0 \leq x$ |
| ב. (2) | $(0, 0), (1, 1)$ |
| ג. (3) | $AB = 1 - t^2$ |
| ד. (4) | $S_{OAB} = \frac{128}{3125} \approx 0.04$ לא |

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 7. | |
| א. (1) | $0 \leq x < \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi$ |
| ב. (2) | להסביר |
| ג. (3) | $(0, 1), (\frac{3\pi}{4}, 0), (\frac{7\pi}{4}, 0)$ |
| ד. (1) | להראות |
| ה. (2) | מינימום: $(0, 1)$ מקסימום: $(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2})$ מינימום: $(\frac{5\pi}{4}, -\sqrt{2})$ מקסימום: $(2\pi, 1)$ |
| ו. (1) |  |
| ז. (2) | $k = \sqrt{2}, k = -\sqrt{2}, k = -1$ |
| ח. (3) | $\sqrt{2}$ |



שאלון 581, **גרסה ב'**, מאי 2022- השאלון

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: 035581
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
 - פרק ראשון – אלגברה והסתברות
 - פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
 יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 - (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 - (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, כפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה. כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

02

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. מכונית יצאה מבאר שבע לחיפה במהירות קבועה v_1 . באותו הזמן בדיוק יצאה משאית מחיפה לבאר שבע במהירות קבועה v_2 . המרחק בין חיפה לבאר שבע הוא 210 ק"מ. המשאית נעצרה בצד הדרך עקב תקלה, לפני שחלפה המכונית על פניה. באותו הזמן המרחק בין המשאית לבין המכונית היה 98 ק"מ.
 - א. הביעו באמצעות v_1 ו- v_2 את הזמן שחלף מרגע תחילת הנסיעה ועד שנעצרה המשאית בצד הדרך. זמן שהיית המשאית בצד הדרך היה גדול פי 1.5 מן הזמן שחלף מרגע יציאתה מחיפה עד לרגע עצירתה. המשאית יצאה שוב לדרך באותה המהירות, v_2 , בדיוק ברגע שבו חלפה המכונית על פניה.
 - ב. מצאו את היחס בין מהירות המכונית לבין מהירות המשאית.
 - ג. 140 דקות לאחר שיצאה המשאית שוב לדרך, היא הגיעה לבאר שבע.
 - ד. מצאו את מהירות המכונית ואת מהירות המשאית.

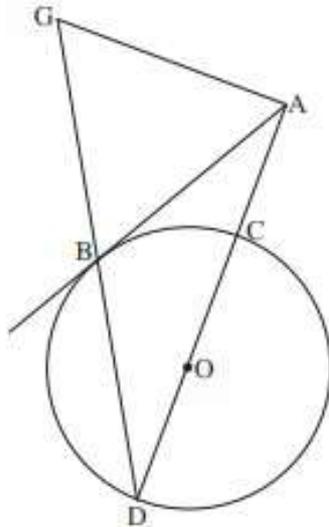
מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035581 - נספח

- 3 -

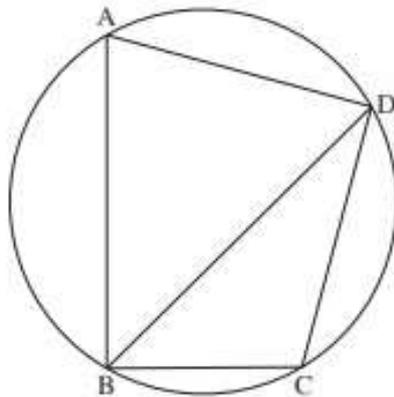
2. סדרה I היא סדרה הנדסית אינסופית שאיבריה הם a_1, a_2, a_3, \dots ומנתה היא $9 \cdot r^2$. נתון: $0 < r < \frac{1}{3}$.
- בין כל שני איברים בסדרה I הכניסו איבר נוסף, ונוצרה סדרה הנדסית חדשה יורדת, סדרה II, שאיבריה הם b_1, b_2, b_3, \dots ומנתה היא q.
- א. (1) הביעו את q באמצעות r.
 (2) הסבירו מדוע שתי הסדרות I ו-II מתכנסות.
 נתון כי סכום סדרה II גדול פי $\frac{4}{3}$ מסכום סדרה I.
 ב. חשבו את q.
 נתון כי סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה II הוא 15.
- ג. מצאו את סכום כל האיברים של סדרה II במקומות שמתחלקים ב-5 ($b_5, b_{10}, b_{15}, \dots$).
 ד. מצאו בסדרה II את היחס בין האיבר החמישי לבין סכום כל האיברים שאחריו איבר זה.
 ה. הוכיחו כי בכל סדרה הנדסית מתכנסת היחס בין איבר כלשהו לבין סכום כל האיברים שאחריו אינו תלוי במיקום של האיבר בסדרה.

3. נטע משחקת במשחק מסוים. במשחק זה יש בדיוק שלוש תוצאות אפשריות: ניצחון, תיקו והפסד. ההסתברות שנטע תנצח במשחק גדולה פי 3 מן ההסתברות שהיא תפסיד במשחק. נסמן ב- p את ההסתברות שנטע תפסיד במשחק ($p > 0$). בשאלה כולה תוצאות המשחקים אינן תלויות זו בזו.
- נתון שאם נטע משחקת 2 משחקים בזה אחר זה, ההסתברות שהיא תנצח במשחק אחד לפחות היא $4.5p$.
- א. מצאו את הערך של p .
 נטע שיחקה 5 משחקים בזה אחר זה.
- ב. מצאו את ההסתברות שנטע תנצח ב-3 משחקים לפחות.
 ג. מצאו את ההסתברות שנטע תנצח בשלושת המשחקים הראשונים לפחות.
 ד. (1) מצאו את ההסתברות שנטע לא תפסיד בשום משחק.
 (2) ידוע כי נטע הפסידה במשחק אחד לפחות. מהי ההסתברות שהיא ניצחה בשלושת המשחקים הראשונים וקיבלה תוצאות תיקו במשחק האחרון?

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. נתון מעגל שרדיוסו R ומרכזו O, מנקודה A שמחוץ למעגל יוצאים שלושה ישרים: הישר AB משיק למעגל בנקודה B, הישר AD עובר דרך מרכז המעגל O וחותך את המעגל בנקודות C ו-D, והישר AG נאונך לישר AD (ראו סרטוט). הנקודות B, D ו-G נמצאות על ישר אחד, כמתואר בסרטוט. נסמן: $\angle ADB = \alpha$.
- א. הביעו את כל זוויות המשולש ABG באמצעות α .
- ב. הוכיחו: $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{BC}$.
- נתון: $AG = 7$, $AC = \frac{1}{2}DC$.
- ג. חשבו את R.
- נסמן ב-S את שטח המשולש BDC.
- ד. (1) הוכיחו: $\triangle ADG \sim \triangle BDC$.
- (2) הביעו את שטח המשולש ADG באמצעות S.



5. מרובע ABCD חסום במעגל שרדיוסו R ומרכזו O (ראו סרטוט). נסמן: $\angle DAB = \alpha$, היא זווית חדה.
- א. הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות α ו-R.
- נתון: $CD = R\sqrt{2}$, $BC = R$.
- ב. חשבו את α .
- נתון: BD הוא חוצה זווית ABC.
- ג. חשבו את גודל הזווית ABD.
- נסמן ב- h_1 את הגובה שיורד מקודקד A במשולש ABD, וב- h_2 את הגובה שיורד מקודקד O במשולש BOD.
- ד. חשבו את $\frac{h_1}{h_2}$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

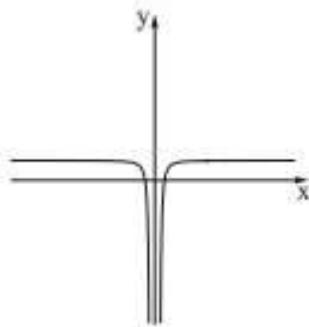
6. נתונה הפונקצייה $f(x) = 3x + \frac{3}{x}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית, אי־זוגית או לא זוגית ולא אי־זוגית? הוכיחו את התשובה.
 (3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

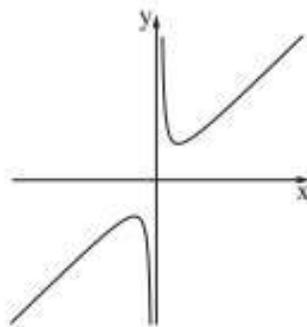
נתונות שתי פונקציות: $f'(x)$ ו- $g(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של $f(x)$, ו- $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$.
 הפונקציות $f'(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.

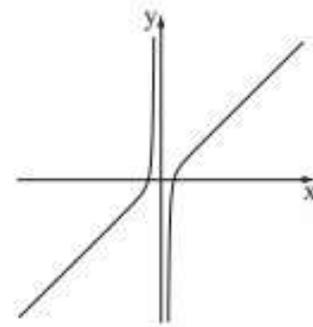
- ב. כל אחד מן הגרפים III-I, שלפניכם מתאר את אחת הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $g(x)$.
 לכל אחת מן הפונקציות כתבו איזה גרף מתאר אותה. נמקו את התשובה.



גרף III



גרף II



גרף I

- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .
 ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = \frac{1}{2}$ ו- $x = 2$.
 ה. נתון: $1 < a$ הוא פרמטר. חשבו את $\int_{\frac{1}{a}}^a g(x) dx$.
 נתונה הפונקצייה $h(x) = \int_1^x f'(t) dt$. נתון כי הפונקצייה $h(x)$ מוגדרת בתחום $1 \leq x$.
 ו. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $h(x)$, וקבעו את סוגה.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2(\cos x)^2 + \sin 2x}{2 \cos x}$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) הסבירו מדוע לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות המאונכות לציר ה- x .
 (3) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- ב. (1) הראו כי לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$ מתקיים: $f'(x) = \cos x - \sin x$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ג. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 (2) t הוא מספר, מצאו את כל ערכי t שבעבורם יש למשוואה $f(x) = t$ פתרון יחיד (בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$).
- ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי שני הישרים $x = \frac{3}{4}\pi$ ו- $x = \frac{5}{4}\pi$.

8. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^3$, $g(x) = \sqrt{f(x)}$.
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.
- הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$, והנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- x .
- נתון כי שיעור ה- x של הנקודה A נמצא בין שיעורי ה- x של נקודות החיתוך של הפונקצייה $f(x)$ עם הפונקצייה $g(x)$. נסמן ב- p את שיעור ה- x של הנקודה A . p הוא פרמטר.
- ב. הביעו באמצעות p את אורך הקטע AB .
 ג. הנקודה O היא ראשית הצירים. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OAB .
 ד. האם השטח המקסימלי של המשולש OAB מתקבל כאשר אורך הקטע AB הוא מקסימלי? נמקו את התשובה.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך



פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון ראשון, מס' 035581, גרסה ב', קיץ תשפ"ב

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 4. | <p>א. $\sphericalangle AGB = \sphericalangle ABG = 90 - \alpha$</p> <p>ב. $\sphericalangle BAG = 2\alpha$</p> <p>ג. להוכיח</p> <p>ד. $R = \frac{7}{\sqrt{3}} \approx 4.04$</p> <p>ה. להוכיח</p> <p>ו. $S_{ADG} = 3S$</p> |
| 5. | <p>א. $BD = 2R \sin(\alpha)$</p> <p>ב. $\alpha = 75^\circ$</p> <p>ג. $\sphericalangle ABD = 45^\circ$</p> <p>ד. $\frac{h_1}{h_2} = 3 + \sqrt{3} \approx 4.73$</p> |
| 6. | <p>א. $x \neq 0$</p> <p>ב. אי זוגית</p> <p>ג. תחומי עלייה:</p> <p>ד. $x < -1, 1 < x$</p> <p>ה. תחומי ירידה:</p> <p>ו. $-1 < x < 0, 0 < x < 1$</p> <p>ז. II גרף - $f(x)$</p> <p>ח. III גרף - $f'(x)$</p> <p>ט. I גרף - $g(x)$</p> <p>י. $(-1, 0), (1, 0)$</p> <p>יא. 20.25</p> <p>יב. 0</p> <p>יג. מניימום: $(1, 0)$</p> |

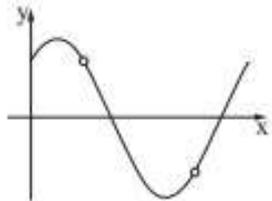
| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 1. | <p>א. $t = \frac{112}{v_1 + v_2}$</p> <p>ב. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{7}{5}$</p> <p>ג. מהירות המכונית (v_1): 98 קמ"ש</p> <p>ד. מהירות המשאית (v_2): 70 קמ"ש</p> |
| 2. | <p>א. $q = 3r$</p> <p>ב. להסביר</p> <p>ג. $q = \frac{1}{3}$</p> <p>ד. $S = \frac{60}{121}$</p> <p>ה. 2</p> <p>ו. להוכיח</p> |
| 3. | <p>א. $\frac{1}{6}$</p> <p>ב. $\frac{1}{2}$</p> <p>ג. $\frac{1}{8}$</p> <p>ד. $\frac{3125}{7776} \approx 0.4$</p> <p>ה. $\frac{54}{4651} \approx 0.01$</p> |



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"ב

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|--|------------|
| תחום של $f(x)$: כל x תחום של $g(x)$: $0 \leq x$ | 8. |
| $(0, 0), (1, 1)$ | א. (1) |
| $AB = p - p^2$ | ב. (2) |
| $S_{OAB} = \frac{128}{3125} \approx 0.04$ | ג. (3) |
| לא | ד. (4) |

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|--|------------|
| $0 \leq x < \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi$ | 7. |
| להסביר | א. (1) |
| $(0, 1), (\frac{3\pi}{4}, 0), (\frac{7\pi}{4}, 0)$ | ב. (2) |
| להראות | ג. (3) |
| מינימום: $(0, 1)$ | א. (1) |
| מקסימום: $(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2})$ | ב. (2) |
| מינימום: $(\frac{5\pi}{4}, -\sqrt{2})$ | ג. (3) |
| מקסימום: $(2\pi, 1)$ | ד. (4) |
|  | א. (1) |
| $t = \sqrt{2}, t = -\sqrt{2}, t = -1$ | ב. (2) |
| $\sqrt{2}$ | ג. (3) |
| | ד. (4) |



מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: 03558 I
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
 - פרק ראשון – אלגברה והסתברות
 - פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
 יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 - (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 - (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה. כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

03

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום למגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. משאית יצאה מבאר שבע לחיפה במהירות קבועה v_1 . באותו הזמן בדיוק יצאה מכונית מחיפה לבאר שבע במהירות קבועה v_2 . המרחק בין חיפה לבאר שבע הוא 210 ק"מ. המשאית נעצרה בצד הדרך עקב תקלה, לפני שחלפה המכונית על פניה. באותו הזמן המרחק בין המשאית לבין המכונית היה 96 ק"מ.
 - א. הביעו באמצעות v_1 ו- v_2 את הזמן שחלף מרגע תחילת הנסיעה ועד שנעצרה המשאית בצד הדרך. זמן שהיית המשאית בצד הדרך היה גדול פי 1.5 מן הזמן שחלף מרגע יציאתה מבאר שבע עד לרגע עצירתה. המשאית יצאה שוב לדרך באותה המהירות, v_1 , בדיוק ברגע שבו חלפה המכונית על פניה.
 - ב. מצאו את היחס בין מהירות המכונית לבין מהירות המשאית.
 - ג. דקות לאחר שיצאה המשאית שוב לדרך, היא הגיעה לחיפה.
 - ד. מצאו את מהירות המכונית ואת מהירות המשאית.

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035581 - נספח

- 3 -

2. סדרה I היא סדרה הנדסית אינסופית שאיבריה הם a_1, a_2, a_3, \dots ומנתה היא $9 \cdot r^2$.

נתון: $0 < r < \frac{1}{3}$.

בין כל שני איברים בסדרה I הכניסו איבר נוסף, ונוצרה סדרה הנדסית חדשה יורדת, סדרה II, שאיבריה הם

b_1, b_2, b_3, \dots ומנתה היא q .

א. (1) הביעו את q באמצעות r .

(2) הסבירו מדוע שתי הסדרות I ו-II מתכנסות.

נתון כי סכום סדרה II גדול פי $\frac{4}{3}$ מסכום סדרה I.

ב. חשבו את q .

נתון כי סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה II הוא 18.

ג. מצאו את סכום כל האיברים של סדרה II במקומות שמתחלקים ב-5 ($b_5, b_{10}, b_{15}, \dots$).

ד. מצאו בסדרה II את היחס בין האיבר החמישי לבין סכום כל האיברים שאחריו איבר זה.

ה. הוכיחו כי בכל סדרה הנדסית מתכנסת היחס בין איבר כלשהו לבין סכום כל האיברים שאחריו

אינו תלוי במיקום של האיבר בסדרה.

3. נטע משחקת במשחק מסוים. במשחק זה יש בדיוק שלוש תוצאות אפשריות: ניצחון, תיקו והפסד.

ההסתברות שנטע תנצח במשחק גדולה פי 3 מן ההסתברות שהיא תפסיד במשחק.

נסמן ב- p את ההסתברות שנטע תפסיד במשחק ($p > 0$).

בשאלה כולה תוצאות המשחקים אינן תלויות זו בזו.

נתון שאם נטע משחקת 2 משחקים בזה אחר זה, ההסתברות שהיא תנצח במשחק אחד לפחות היא $4.5p$.

א. מצאו את הערך של p .

נטע שיחקה 5 משחקים בזה אחר זה.

ב. מצאו את ההסתברות שנטע תנצח ב-3 משחקים לפחות.

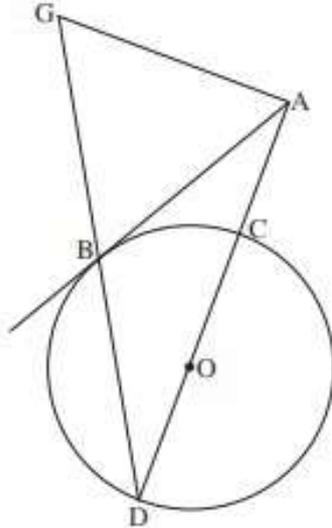
ג. מצאו את ההסתברות שנטע תנצח בשלושת המשחקים הראשונים לפחות.

ד. (1) מצאו את ההסתברות שנטע לא תפסיד בשום משחק.

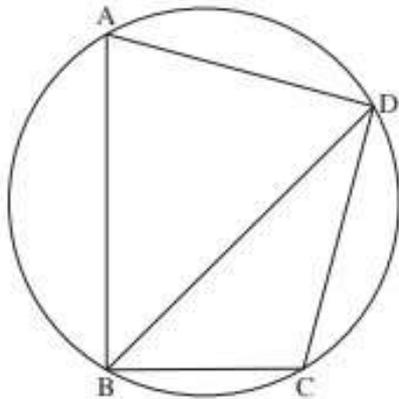
(2) ידוע כי נטע הפסידה במשחק אחד לפחות. מהי ההסתברות שהיא ניצחה בשלושת המשחקים הראשונים

וקיבלה תוצאת תיקו במשחק האחרון?

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. נתון מעגל שרדיוסו R ומרכזו O, מנקודה A שמחוץ למעגל יוצאים שלושה ישרים: הישר AB משיק למעגל בנקודה B, הישר AD עובר דרך מרכז המעגל O וחותך את המעגל בנקודות C ו-D, והישר AG מאונך לישר AD (ראו סרטוט). הנקודות B, D ו-G נמצאות על ישר אחד, כמתואר בסרטוט. נסמן: $\angle ADB = \alpha$.
- א. הביעו את כל זוויות המשולש ABG באמצעות α .
- ב. הוכיחו: $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{BC}$.
- נתון: $AG = 5$, $AC = \frac{1}{2}DC$.
- ג. חשבו את R.
- נסמן ב-S את שטח המשולש BDC.
- ד. (1) הוכיחו: $\triangle ADG \sim \triangle BDC$.
(2) הביעו את שטח המשולש ADG באמצעות S.



5. מרובע ABCD חסום במעגל שרדיוסו R ומרכזו O (ראו סרטוט). נסמן: $\angle DAB = \alpha$, היא זווית חדה.
- א. הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות α ו-R.
- נתון: $CD = R\sqrt{2}$, $BC = R$.
- ב. חשבו את α .
- נתון: BD הוא חוצה זווית ABC.
- ג. חשבו את נדל הזווית ABD.
- נסמן ב- h_1 את הגובה שיורד מקודקוד A במשולש ABD, וב- h_2 את הגובה שיורד מקודקוד O במשולש BOD.
- ד. חשבו את $\frac{h_1}{h_2}$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

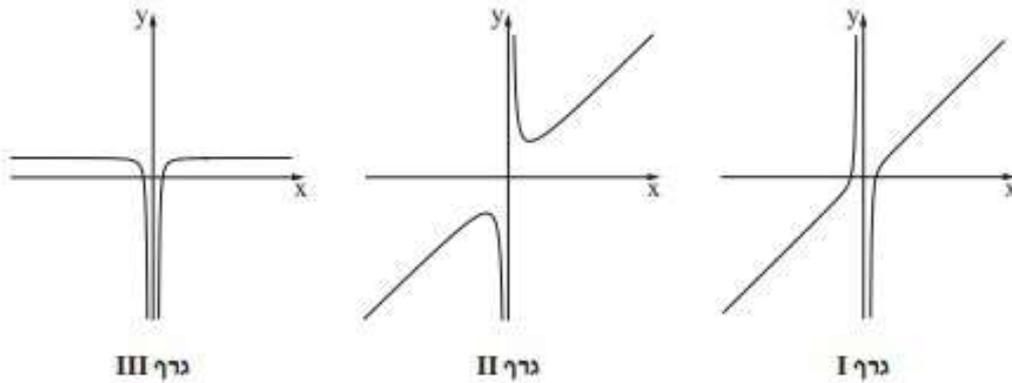
6. נתונה הפונקצייה $f(x) = 3x + \frac{3}{x}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית? הוכיחו את התשובה.
 (3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתונות שתי פונקציות: $f'(x)$ ו- $g(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של $f(x)$, ו- $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$.
 הפונקציות $f'(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.

- ב. כל אחד מן הגרפים III-I שלפניכם מתאר את אחת הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $g(x)$.
 לכל אחת מן הפונקציות כתבו איזה גרף מתאר אותה. נמקו את התשובה.



- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .
 ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = \frac{1}{6}$ ו- $x = 6$.

ה. נתון: $a < 1$ הוא פרמטר. חשבו את $\int_{\frac{1}{a}}^a g(x) dx$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = \int_1^x f'(t) dt$. נתון כי הפונקצייה $h(x)$ מוגדרת בתחום $1 \leq x$.

- ו. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $h(x)$, וקבעו את סוגה.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2(\cos x)^2 + \sin 2x}{2 \cos x}$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) הסבירו מדוע לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות המאונכות לציר ה- x .
 (3) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- ב. (1) הראו כי לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$ מתקיים: $f'(x) = \cos x - \sin x$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ג. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 (2) a הוא מספר, מצאו את כל ערכי a שבעבורם יש למשוואה $f(x) = a$ פתרון יחיד (בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$).
- ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי שני הישרים $x = \frac{3}{4}\pi$ ו- $x = \frac{5}{4}\pi$.

8. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^3$, $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.
- הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$, והנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- x .
- נתון כי שיעור ה- x של הנקודה A נמצא בין שיעורי ה- x של נקודות החיתוך של הפונקצייה $f(x)$ עם הפונקצייה $g(x)$. נסמן ב- c את שיעור ה- x של הנקודה A . c הוא פרמטר.
- ב. קביעו באמצעות c את אורך הקטע AB .
- ג. הנקודה O היא ראשית הצירים. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OAB .
- ד. האם השטח המקסימלי של המשולש OAB מתקבל כאשר אורך הקטע AB הוא מקסימלי? נמקו את התשובה.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך



פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון, מס' 035581, גרסה ג', קיץ תשפ"ב

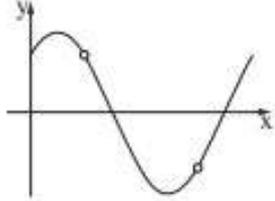
יש לענות על חמש מן השאלות 1-8.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|------------|---|
| 4. | <p>א. $\sphericalangle AGB = \sphericalangle ABG = 90 - \alpha$</p> <p>ב. $\sphericalangle BAG = 2\alpha$</p> <p>ג. להוכיח</p> <p>ד. $R = \frac{5}{\sqrt{3}} \approx 2.89$</p> <p>ה. להוכיח</p> <p>ו. $S_{ADG} = 3S$</p> | 1. | <p>א. $t = \frac{114}{v_1 + v_2}$</p> <p>ב. $\frac{v_2}{v_1} = \frac{32}{25}$</p> <p>ג. מהירות המשאית (v_1): 75 קמ"ש מהירות המכונית (v_2): 96 קמ"ש</p> |
| 5. | <p>א. $BD = 2R \sin(\alpha)$</p> <p>ב. $\alpha = 75^\circ$</p> <p>ג. $\sphericalangle ABD = 45^\circ$</p> <p>ד. $\frac{h_1}{h_2} = 3 + \sqrt{3} \approx 4.73$</p> | 2. | <p>א. (1) $q = 3r$</p> <p>ב. להסביר</p> <p>ג. $q = \frac{1}{3}$</p> <p>ד. $S = \frac{72}{121} \approx 0.6$</p> <p>ה. 2</p> <p>ו. להוכיח</p> |
| 6. | <p>א. (1) $x \neq 0$</p> <p>ב. (2) אי זוגית</p> <p>ג. (3) תחומי עלייה: $x < -1, 1 < x$</p> <p>ד. תחומי ירידה: $-1 < x < 0, 0 < x < 1$</p> <p>ה. ב. II גרף - $f(x)$</p> <p>ו. III גרף - $f'(x)$</p> <p>ז. I גרף - $g(x)$</p> <p>ח. ג. $(-1, 0), (1, 0)$</p> <p>ט. ד. 306.25</p> <p>י. ה. 0</p> <p>יא. ו. מינימום: $(1, 0)$</p> | 3. | <p>א. $\frac{1}{6}$</p> <p>ב. $\frac{1}{2}$</p> <p>ג. $\frac{1}{8}$</p> <p>ד. (1) $\frac{3125}{7776} \approx 0.4$</p> <p>ה. (2) $\frac{54}{4651} \approx 0.01$</p> |



הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"ב

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| 8. | |
| א. (1) | תחום של $f(x)$: כל x תחום של $g(x)$: $0 \leq x$ |
| ב. (2) | $(0, 0), (1, 1)$ |
| ג. (3) | $AB = c - c^2$ |
| ד. (4) | $S_{OAB} = \frac{128}{3125} \approx 0.04$ |
| ה. (5) | לא |

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 7. | |
| א. (1) | $0 \leq x < \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi$ |
| ב. (2) | להסביר |
| ג. (3) | $(0, 1), (\frac{3\pi}{4}, 0), (\frac{7\pi}{4}, 0)$ |
| ד. (4) | להראות |
| ה. (5) | מינימום: $(0, 1)$ מקסימום: $(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2})$ מינימום: $(\frac{5\pi}{4}, -\sqrt{2})$ מקסימום: $(2\pi, 1)$ |
| ו. (6) |  |
| ז. (7) | $a = \sqrt{2}, a = -\sqrt{2}, a = -1$ $\sqrt{2}$ |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד, יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתובת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

- 1.** ארבעה רצים משתתפים במרוץ שליחים במסלול שאורכו 1,440 מטר. המסלול מחולק ל-4 מקטעים שווים ובתחילת כל מקטע עומד אחד מן הרצים.
- כאשר נשמעת יריית הזינוק הרץ הראשון יוצא לדרך. מייד כשהוא מגיע לסוף המקטע הראשון, הרץ השני יוצא לדרך, וכך הלאה עד שהרץ הרביעי מגיע לסוף המקטע שלו.
- מהירות הרץ השני גדולה פי 1.5 ממהירות הרץ הראשון. מהירות הרץ השלישי קטנה פי 2 ממהירות הרץ השני, ומהירות הרץ הרביעי שווה למהירות הרץ השלישי. המהירות של כל אחד מן הרצים קבועה לאורך המקטע שלו.
- ארבעת הרצים השלימו יחד את המסלול כולו בשלוש דקות ו-54 שניות סך הכול.
- א.** מצאו את מהירות הריצה של כל אחד מן הרצים.
- הרץ השלישי והרץ הרביעי התאמנו כדי להגדיל את מהירות הריצה שלהם.
- כעבור זמן שוב השתתפו ארבעת הרצים במרוץ שליחים, באותו המסלול. כל אחד מהם רץ באותו מקטע שבו רץ בפעם הקודמת. סך זמן הריצה של הרץ השלישי והרץ הרביעי היה גדול פי 1.4 מסך זמן הריצה של שני הרצים הראשונים.
- הרץ הראשון והרץ השני רצו באותה המהירות שבה רצו בפעם הקודמת.
- הרץ השלישי עבר כל 100 מטר ב-5 שניות פחות מן הרץ הרביעי.
- ב.** (1) מצאו בכמה שניות זמן הריצה של הרץ השלישי קטן מזמן הריצה של הרץ הרביעי.
- (2) האם כל אחד משני הרצים האלה, השלישי והרביעי, הגדיל את מהירות הריצה שלו? נמקו את התשובה.

2. נתונה סדרה הנדסית אינ-סופית A שהאיבר הכללי שלה הוא a_n ומנתה היא q .

א. הוכיחו כי לכל n טבעי מתקיים $a_1 \cdot a_{2n} = a_n \cdot a_{n+1}$.

בעבור $2k$ האיברים הראשונים בסדרה A מתקיים כי מכפלת שני האיברים האמצעיים בסדרה שווה $12,288 \cdot a_1$.

נתון: $a_{2k-2} = 3,072$.

ב. מצאו את q (שתי אפשרויות).

נתון: $a_1 = 6$.

ג. (1) קבעו אם הסדרה A היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה לא עולה ולא יורדת. נמקו את התשובה.

(2) מצאו את k .

ד. מן הסדרה A בונים את הסדרה האינ-סופית B באופן הזה: $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$.

הוכיחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית.

בסדרה B מחליפים את הסימן של כל האיברים במקומות האי-זוגיים

כך שמתקבלת הסדרה C שלפניכם: $-\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, -\frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$.

ה. מצאו את סכום הסדרה C.

3. בעיר גדולה בישראל נערך סקר ובו נבדקה רמת השליטה בשפה האנגלית בקרב תושבי העיר.

בסקר השתתפו אנשים רבים – מבוגרים וצעירים.

בסקר נמצא שמספר המבוגרים ששולטים באנגלית גדול פי 3 ממספר הצעירים ששולטים בה,

ומספר המבוגרים שלא שולטים באנגלית גדול פי $3\frac{1}{3}$ ממספר המבוגרים ששולטים בה.

נסמן ב- p את ההסתברות לבחור באקראי צעיר ששולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.

א. מצאו את ההסתברות לבחור באקראי מבוגר ששולט באנגלית מבין כלל המבוגרים שהשתתפו בסקר.

ב. בחרים באקראי שלושה מבוגרים מבין המבוגרים שהשתתפו בסקר. מצאו את ההסתברות שבדיוק שניים מהם

שולטים באנגלית.

ג. (1) הביעו באמצעות p את ההסתברות לבחור באקראי צעיר שלא שולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.

(2) הראו כי תחום הערכים האפשרי בעבור p הוא $0 < p < \frac{1}{14}$.

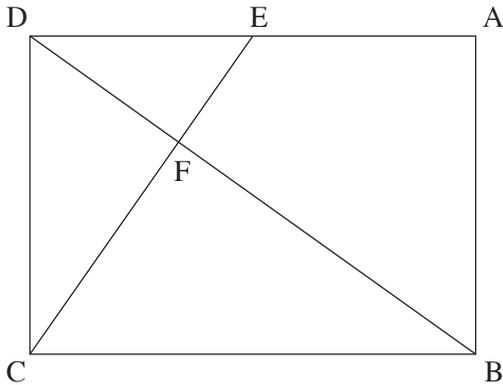
ידוע כי ההסתברות לבחור באקראי מבוגר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית שווה

להסתברות לבחור באקראי צעיר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית.

ד. מצאו את הערך של p .

ה. האם המאורעות "לשלוט באנגלית" ו"להיות מבוגר" תלויים זה בזה? נמקו את תשובתכם.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. במלבן ABCD, הנקודה E נמצאת על הצלע AD.

הקטע CE חותך את האלכסון BD בנקודה F.

המרובע EABF הוא בר חסימה במעגל.

א. הוכיחו: $\triangle DAB \sim \triangle BFC$.

נתון: $DE = EA$.

ב. חשבו את היחס $\frac{EF}{FC}$.

נסמן את שטח המשולש DEF ב-S.

ג. הביעו את שטחי המשולשים DFC ו-BFC באמצעות S.

ד. חשבו את יחס הדמיון בין המשולש DAB ובין המשולש BFC.

נסמן: $DE = a$.

ה. (1) הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות a.

(2) הביעו את קוטר המעגל החוסם את המרובע EABF באמצעות a.

5. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.

מנקודה A, שמחוץ למעגל, העבירו ישר שמשיק למעגל בנקודה D

וישר אחר, שחותך את המעגל בנקודה B כמתואר בסרטוט.

נסמן: $\angle AOD = \alpha$, $\angle AOB = \beta$.

א. הביעו באמצעות α , β ו-R, אם יש צורך, את:

(1) אורך הקטע AO.

(2) אורך הקטע AB.

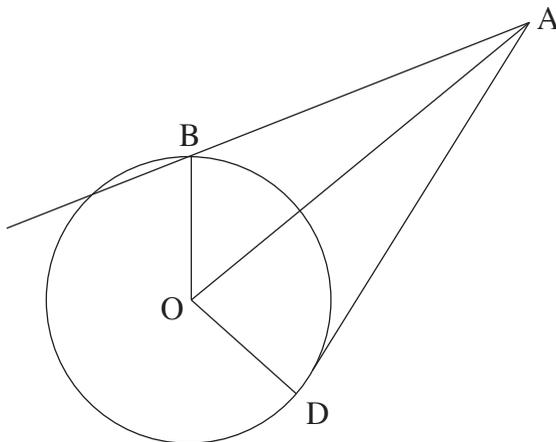
נתון: $AB = \sqrt{2} R$.

ב. הוכיחו כי $\cos \beta = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha}$.

משולש ADO חסום במעגל אחר, שרדיוסו r.

נתון: $\frac{R}{r} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$.

ג. מצאו את גודלי הזוויות α ו- β .



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - 36}{\sqrt{x + a}}$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות מאונכות לצירים.

ב. (1) מצאו את a .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונות הפונקציות $g(x) = -f(x + 2)$, $h(x) = |f(x)|$.

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

(2) האם שיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $g(x)$ גדול משיעור ה- y של נקודת המקסימום

של הפונקצייה $h(x)$, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את התשובה.

נתון כי $k > -4$, $\int_{-2}^6 h(x) dx = \int_{-4}^k g(x) dx$.

ד. מצאו את k . הסבירו את התשובה.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \sin^2(x) - \cos^2(x) - 1$, המוגדרת לכל x .

- א. האם הפונקצייה $f(x)$ זוגית? נמקו.
- ב. הוכיחו כי לכל x מתקיים: $-2 \leq f(x) \leq 0$.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(2x)$, המוגדרת לכל x .

ה. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, וקבעו את סוגן.

ו. נתון כי $\int_0^{\frac{\pi}{8}} (g'(x) - f'(x)) dx = S$.

הביעו באמצעות S את $\int_{-\frac{\pi}{8}}^0 (g'(x) - f'(x)) dx$. הסבירו את התשובה.

8. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^3 + 6x^2$, המוגדרת לכל x .

הנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע השני (ראו סרטוט).

מן הנקודה B מעבירים משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.

המשיק חותך את ציר ה- y בנקודה C .

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה B .

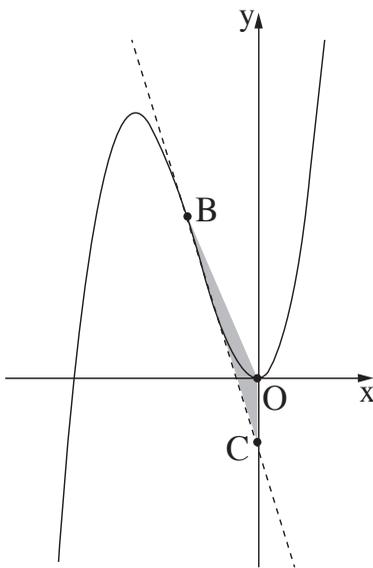
א. הביעו באמצעות t את משוואת המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה B .

ידוע כי הנקודה C נמצאת מתחת לציר ה- x .

ב. מהו תחום הערכים של t ?

הנקודה O היא ראשית הצירים.

ג. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OBC .



בהצלחה!

תשובות סופיות

בגרות קיץ 2022 מועד ב', שאלון 035581, גרסה ב' (סמל ישן 035806)

שאלה 1

פתרון: א. רץ 1 : $6\frac{2}{3}$ מ' לשנייה, רץ 2 : 10 מ' לשנייה, רץ 3 : 5 מ' לשנייה, רץ 4 : 5 מ' לשנייה

ב. 18 שניות ב. רץ 3 : הגדיל את המהירות שלו, רץ 4 : לא הגדיל את המהירות שלו

שאלה 2

פתרון: א. הוכחה ב. $q=2$ או $q=-2$ ג. עולה ג. $k=6$ ד. הוכחה ה. $S_c = -\frac{1}{9}$

שאלה 3

פתרון: א. $\frac{3}{13}$ ב. $\frac{270}{2197}$ ג. $1-14p$ ד. הוכחה ה. תלויים

שאלה 4

פתרון: א. הוכחה ב. $\frac{1}{2}$ ג. $\Delta DFC = 2S$, $\Delta BFC = 4S$ ד. $\sqrt{1.5}$ ה. $\sqrt{6}a$ ה. $\sqrt{3}a$

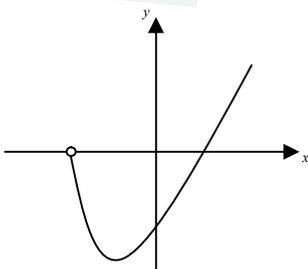
שאלה 5

פתרון: א. $AO = \frac{R}{\cos \alpha}$ ב. הוכחה ג. $\alpha = 60.66^\circ$, $\beta = 39.13^\circ$ ד. $AB = R \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1 - \frac{2 \cos \beta}{\cos \alpha}}$

שאלה 6

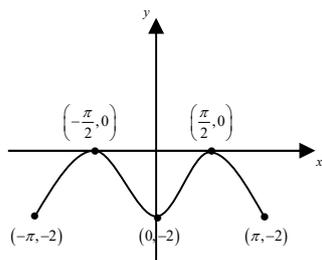
פתרון: א. $x > -a$ ב. $a=6$ ג. $(0, -6\sqrt{6})$, $(6, 0)$ ד. $\min(-2, -16)$

ג. $h(x): x > -6$, $g(x): x > -8$ ד. $k=4$





שאלה 7



- פתרון: א. כן ב. הוכחה ג. $(0, -2), \left(\frac{\pi}{2}, 0\right), \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ד.
- ה. $(0, -2) \min, \left(\frac{\pi}{4}, 0\right) \max, \left(-\frac{\pi}{4}, 0\right) \max, \left(\frac{\pi}{2}, -2\right) \min, \left(-\frac{\pi}{2}, -2\right) \min$ ו. $-S$

שאלה 8

- פתרון: א. $(3t^2 + 12t)x - 2t^3 - 6t^2$ ב. $-3 < t < 0$ ג. $\frac{2187}{256}$

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

Melumad

בקובץ זה מופיעות שלושת הגרסאות לשאלון 581, קיץ מועד ב', יולי 2022

- 1- שאלון 581, גרסה א', יולי 2022, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 2- שאלון 581, גרסה ב', יולי 2022, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 3- שאלון 581, גרסה ג', יולי 2022, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.



דגשים בנוגע לפרסום הצעה לפתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

1. בהצעה לפתרון שאלוני בחינת הבגרות במתמטיקה **מובאת התוצאה הסופית בלבד**, בלי פירוט דרכי הפתרון או בלי הסבר לפתרון.
2. אם יתברר שנפלה טעות בהצעת הפתרון, תפורסם בתוך זמן סביר הצעה מתוקנת, והצעת הפתרון המתוקנת תהיה המחייבת. **ט"ח** (טעות לעולם חוזר) – בהצעת הפתרון עלולות ליפול טעויות, ואין בה כדי לחייב את מעריכי הבחינה לקבל תשובה שגויה.
3. נבהיר כי לפי חוזר מנכ"ל טוהר הבחינות – תשע"ה/ד9, נבחן בבחינת בגרות מחויב לפעול על פי נוהלי טוהר הבחינות כדי להבטיח הליך בחינות אמין, הוגן ושוויוני.
נבחן נדרש לכתוב במחברת הבחינה פתרון מלא, מפורט ומנומק.
אם נבחן יכתוב תשובות סופיות נכונות במחברת הבחינה בלי פירוט של שלבי הפתרון או בלי הסבר מפורט או אם יתעורר חשד שהנבחן הפר את טוהר הבחינות, יחל הליך של החשדת הבחינה כמפורט בחוזר. [קישור לחוזר המנכ"ל](#)

בהצלחה לנבחנים ולנבחנות!



מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב'
מספר השאלון: 035581
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. ארבעה רצים משתתפים במרוץ שליחים במסלול שאורכו 1,440 מטר. המסלול מחולק ל-4 מקטעים שווים ובתחילת כל מקטע עומד אחד מן הרצים.

כאשר נשמעת ידיית הזינוק הרץ הראשון יוצא לדרך. מייד כשהוא מגיע לסוף המקטע הראשון, הרץ השני יוצא לדרך, וכך הלאה עד שהרץ הרביעי מגיע לסוף המקטע שלו.

מהירות הרץ השני גדולה פי 1.5 ממהירות הרץ הראשון. מהירות הרץ השלישי קטנה פי 2 ממהירות הרץ השני, ומהירות הרץ הרביעי שווה למהירות הרץ השלישי. המהירות של כל אחד מן הרצים קבועה לאורך המקטע שלו.
ארבעת הרצים השלימו יחד את המסלול כולו בשלוש דקות ו-54 שניות סך הכול.
א. מצאו את מהירות הריצה של כל אחד מן הרצים.

הרץ השלישי והרץ הרביעי התאמנו כדי להגדיל את מהירות הריצה שלהם.
כעבור זמן שוב השתתפו ארבעת הרצים במרוץ שליחים, באותו המסלול. כל אחד מהם רץ באותו מקטע שבו רץ בפעם הקודמת. סך זמן הריצה של הרץ השלישי והרץ הרביעי היה גדול פי 1.5 מסך זמן הריצה של שני הרצים הראשונים.
הרץ הראשון והרץ השני רצו באותה המהירות שבה רצו בפעם הקודמת.
הרץ השלישי עבר כל 100 מטר ב-2.5 שניות פחות מן הרץ הרביעי.

ב. (1) מצאו בכמה שניות זמן הריצה של הרץ השלישי קטן מזמן הריצה של הרץ הרביעי.

(2) האם כל אחד משני הרצים האלה, השלישי והרביעי, הגדיל את מהירות הריצה שלו? נמקו את התשובה.

- 3 -

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מועד ב, מס' 035581 + נספח!

2. נתונה סדרה הנדסית איך-סופית A שהאיבר הכללי שלה הוא a_n ומנתה היא q .
- א. הוכיחו כי לכל n טבעי מתקיים $a_1 \cdot a_{2n} = a_n \cdot a_{n+1}$.
- ב. עבור $2k$ האיברים הראשונים בסדרה A מתקיים כי מכפלת שני האיברים האמצעיים בסדרה שווה $10,935 \cdot a_1$.
נתון: $a_{2k-2} = 1,215$.
- ג. מצאו את q (שתי אפשרויות).
נתון: $a_1 = 5$.
- ג. (1) קבעו אם הסדרה A היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה לא עולה ולא יורדת. נמקו את התשובה.
(2) מצאו את k .
- ד. מן הסדרה A בונים את הסדרה האיך-סופית B באופן הזה: $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$.
הוכיחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית.
- ה. בסדרה B מחליפים את הסימן של כל האיברים במקומות הארזוגיים כך שמתקבלת הסדרה C שלפניכם: $-\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, -\frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$.
מצאו את סכום הסדרה C .

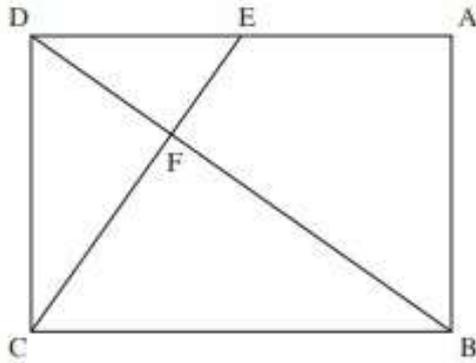
3. בעיר גדולה בישראל נערך סקר ובו נבדקה רמת השליטה בשפה האנגלית בקרב תושבי העיר. בסקר השתתפו אנשים רבים – מבוגרים וצעירים.
- בסקר נמצא שמספר המבוגרים ששולטים באנגלית גדול פי 3 ממספר הצעירים ששולטים בה, ומספר המבוגרים שלא שולטים באנגלית גדול פי $2\frac{2}{3}$ ממספר המבוגרים ששולטים בה.
- נסמן ב- p את ההסתברות לבחור באקראי צעיר ששולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.
- א. מצאו את ההסתברות לבחור באקראי מבוגר ששולט באנגלית מבין כלל המבוגרים שהשתתפו בסקר.
- ב. בחרים באקראי שלושה מבוגרים מבין המבוגרים שהשתתפו בסקר. מצאו את ההסתברות שבדיוק שניים מהם שולטים באנגלית.
- ג. (1) הביעו באמצעות p את ההסתברות לבחור באקראי צעיר שלא שולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.
(2) הראו כי תחום הערכים האפשרי בעבור p הוא $0 < p < \frac{1}{12}$.
- ידוע כי ההסתברות לבחור באקראי מבוגר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית שווה להסתברות לבחור באקראי צעיר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית.
- ד. מצאו את הערך של p .
- ה. האם המאורעות "לשולט באנגלית" ו"להיות מבוגר" תלויים זה בזה? נמקו את תשובתכם.

/המשך בעמוד 4/

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מועד ב, מס' 035581 + נספח!

- 4 -

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. במלבן ABCD, הנקודה E נמצאת על הצלע AD.

הקטע CE חותך את האלכסון BD בנקודה F.

המרובע EABF הוא בר חסימה במעגל.

א. הוכיחו: $\triangle DAB \sim \triangle BFC$.

נתון: $DE = EA$.

ב. חשבו את היחס $\frac{EF}{FC}$.

נסמן את שטח המשולש DEF ב- S.

ג. הביעו את שטחי המשולשים DFC ו- BFC באמצעות S.

ד. חשבו את יחס הדמיון בין המשולש DAB ובין המשולש BFC.

נסמן: $DE = a$.

ה. (1) הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות a.

(2) הביעו את קוטר המעגל החוסם את המרובע EABF באמצעות a.

5. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.

מנקודה A, שמחוץ למעגל, העבירו ישר שמושיק למעגל בנקודה D

וישר אחר, שחותך את המעגל בנקודה B כמתואר בסרטוט.

נסמן: $\angle AOB = \beta$, $\angle AOD = \alpha$.

א. הביעו באמצעות α , β ו- R, אם יש צורך, את:

(1) אורך הקטע AO.

(2) אורך הקטע AB.

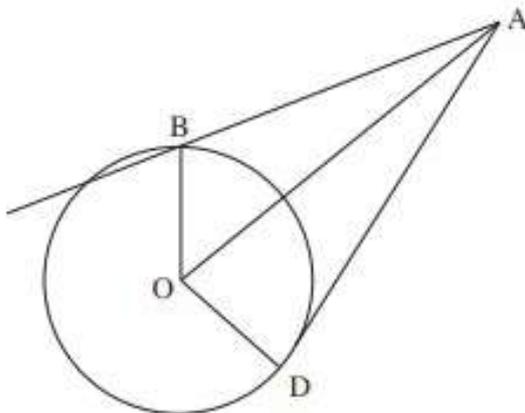
נתון: $AB = \sqrt{2} R$.

ב. הוכיחו כי $\cos \beta = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha}$.

משולש ADO חסום במעגל אחר, שרדיוסו r.

נתון: $\frac{R}{r} = \frac{2\sqrt{7}}{5}$.

ג. מצאו את גודלי הזוויות α ו- β .



/המשך בעמוד 5/

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x + a}}$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות מאונכות לצירים.

ב. (1) מצאו את a .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונות הפונקציות $g(x) = -f(x + 2)$, $h(x) = |f(x)|$.

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

(2) האם שיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $g(x)$ גדול משיעור ה- y של נקודת המקסימום

של הפונקצייה $h(x)$, קטן ממנו או שווה לזו? נמקו את התשובה.

נתון כי $\int_{-1}^3 h(x) dx = \int_{-3}^k g(x) dx$, $k > -3$.

ד. מצאו את k . הסבירו את התשובה.

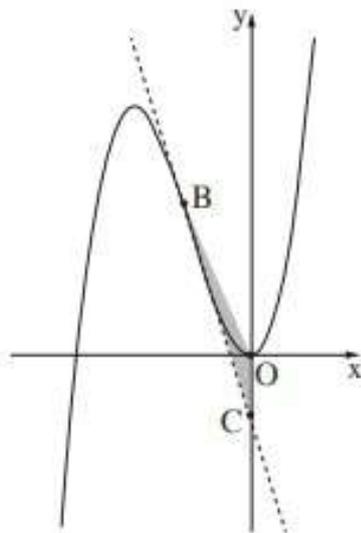
מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מועד ב', מס' 035581 + נספח!

- 6 -

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \sin^2(x) - \cos^2(x) - 1$, המוגדרת לכל x .
- האם הפונקצייה $f(x)$ זוגית? נמקו.
 - הוכיחו כי לכל x מתקיים: $-2 \leq f(x) \leq 0$.
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = f(2x)$, המוגדרת לכל x .
- מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, וקבעו את סוגן.

ג. נתון כי $\int_0^{\frac{\pi}{8}} (g'(x) - f'(x)) dx = S$

הביעו באמצעות S את $\int_{-\frac{\pi}{8}}^0 (g'(x) - f'(x)) dx$. הסבירו את התשובה.



8. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^3 + 4x^2$, המוגדרת לכל x .
- הנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע השני (ראו סרטוט).
 - מן הנקודה B מעבירים משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.
 - המשיק חותך את ציר ה- y בנקודה C .
 - נסמן ב- z את שיעור ה- x של הנקודה B .
- הביעו באמצעות z את משוואת המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה B .
 - ידוע כי הנקודה C נמצאת מתחת לציר ה- x .
 - מהו תחום הערכים של z ?
 - הנקודה O היא ראשית הצירים.
 - מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OBC .

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או למסמס אלא ברשות משרד החינוך



פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון, מס' 035581, גרסה א, כיץ תשפ"ב, מועד ב

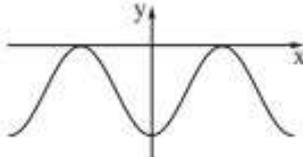
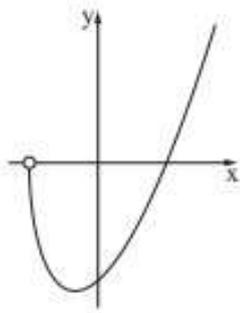
יש לענות על חמש מן השאלות 1-8.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|------------|--|
| 1. | א. מהירות רץ 1: $6\frac{2}{3}$ מטר לשנייה מהירות רץ 2: 10 מטר לשנייה מהירות רץ 3: 5 מטר לשנייה מהירות רץ 4: 5 מטר לשנייה ב. (1) 9 (2) רץ 3: הגדיל את המהירות שלו רץ 4: לא הגדיל את המהירות שלו | 4. | א. להוכיח $\frac{1}{2}$ $S_{\Delta DFC} = 2S$ $S_{\Delta BFC} = 4S$ ד. $\sqrt{1.5}$ ה. (1) $\sqrt{6}a$ (2) $\sqrt{3}a$ |
| 2. | א. להוכיח ב. $q_1 = -3, q_2 = 3$ ג. (1) הסדרה עולה (2) $k = 4$ ד. להוכיח ה. $S_C = -\frac{3}{20}$ | 5. | א. (1) $AO = \frac{R}{\cos \alpha}$ (2) $AB = R \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1 - \frac{2 \cos \beta}{\cos \alpha}}$ ב. להוכיח ג. $\alpha = 58.05^\circ$ $\beta = 47.13^\circ$ |
| 3. | א. $\frac{3}{11}$ ב. $\frac{216}{1331}$ ג. (1) $1 - 12p$ (2) להוכיח ד. $\frac{1}{20}$ ה. תלויים | | |



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, שאלון 035581, גרסה א, קיץ תשפ"ב, מועד ב

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 7. | <p>א. כן</p> <p>ב. להוכיח</p> <p>ג. $(0, -2), (-\frac{\pi}{2}, 0), (\frac{\pi}{2}, 0)$</p>  <p>ד. מינימום: $(-\frac{\pi}{2}, -2)$</p> <p>ה. מקסימום: $(-\frac{\pi}{4}, 0)$</p> <p>מינימום: $(0, -2)$</p> <p>מקסימום: $(\frac{\pi}{4}, 0)$</p> <p>מינימום: $(\frac{\pi}{2}, -2)$</p> <p>ג. -5</p> |
| 6. | <p>א. $x > -a$</p> <p>ב. $a = 3$</p> <p>(1) $(0, -3\sqrt{3}), (3, 0)$</p> <p>(2) מינימום: $(-1, -4\sqrt{2})$</p>  <p>(3) תחום של $g(x)$: $x > -5$</p> <p>(4) תחום של $h(x)$: $x > -3$</p> <p>ג. שווה</p> <p>ד. $k = 1$</p> |
| 8. | <p>א. $y = (3t^2 + 8t)x - 2t^3 - 4t^2$</p> <p>ב. $-2 < t < 0$</p> <p>ג. $S_{OBC} = \frac{27}{16}$</p> |

מדינת ישראל
משרד החינוךסוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב'
מספר השאלון: 035581
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון - אלגברה והסתברות
 - פרק שני - גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
 - פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
- יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם - $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
 - שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 - יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
 - חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

05

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפניעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. ארבעה רצים משתתפים במרוץ שליחים במסלול שאורכו 1,440 מטר. המסלול מחולק ל-4 מקטעים שווים ובתחילת כל מקטע עומד אחד מן הרצים.
כאשר נשמעת ידיית הזינוק הרץ הראשון יוצא לדרך. מייד כשהוא מגיע לסוף המקטע הראשון, הרץ השני יוצא לדרך, וכך הלאה עד שהרץ הרביעי מגיע לסוף המקטע שלו.
מהירות הרץ השני גדולה פי 1.5 ממהירות הרץ הראשון. מהירות הרץ השלישי קטנה פי 2 ממהירות הרץ השני, ומהירות הרץ הרביעי שווה למהירות הרץ השלישי. המהירות של כל אחד מן הרצים קבועה לאורך המקטע שלו.
ארבעת הרצים השלימו יחד את המסלול כולו בשלוש דקות ו-54 שניות סך הכול.
א. מצאו את מהירות הריצה של כל אחד מן הרצים.
הרץ השלישי והרץ הרביעי התאמנו כדי להגדיל את מהירות הריצה שלהם.
כעבור זמן שוב השתתפו ארבעת הרצים במרוץ שליחים, באותו המסלול. כל אחד מהם רץ באותו מקטע שבו רץ בפעם הקודמת. סך זמן הריצה של הרץ השלישי והרץ הרביעי היה גדול פי 1.4 מסך זמן הריצה של שני הרצים הראשונים.
הרץ הראשון והרץ השני רצו באותה המהירות שבה רצו בפעם הקודמת.
הרץ השלישי עבר כל 100 מטר ב-5 שניות פחות מן הרץ הרביעי.
ב. (1) מצאו בכמה שניות זמן הריצה של הרץ השלישי קטן מזמן הריצה של הרץ הרביעי.
(2) האם כל אחד משני הרצים האלה, השלישי והרביעי, הגדיל את מהירות הריצה שלו? נמקו את התשובה.

/המשך בעמוד 3/

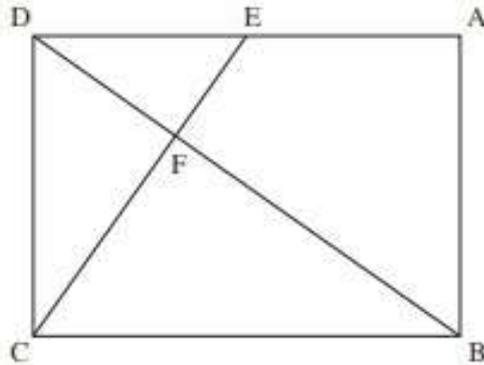
מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מועד ב, מס' 035581 + נספח !!

- 3 -

2. נתונה סדרה הנדסית איך-סופית A שהאיבר הכללי שלה הוא a_n ומנתה היא q .
- א. הוכיחו כי לכל n טבעי מתקיים $a_1 \cdot a_{2n} = a_n \cdot a_{n+1}$.
- בעבור $2k$ האיברים הראשונים בסדרה A מתקיים כי מכפלת שני האיברים האמצעיים בסדרה שווה $12,288 \cdot a_1$.
נתון: $a_{2k-2} = 3,072$.
- ב. מצאו את q (שתי אפשרויות).
נתון: $a_1 = 6$.
- ג. (1) קבעו אם הסדרה A היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה לא עולה ולא יורדת. נמקו את התשובה.
(2) מצאו את k .
- ד. מן הסדרה A בונים את הסדרה האיך-סופית B באופן הזה: $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$.
הוכיחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית.
- בסדרה B מחליפים את הסימן של כל האיברים במקומות האי-זוגיים
כך שמתקבלת הסדרה C שלפניכם: $-\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, -\frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$.
- ה. מצאו את סכום הסדרה C .
3. בעיד גדולה בישראל נערך סקר ובו נבדקה רמת השליטה בשפה האנגלית בקרב תושבי העיר.
בסקר השתתפו אנשים רבים – מבוגרים וצעירים.
בסקר נמצא שמספר המבוגרים ששולטים באנגלית גדול פי 3 ממספר הצעירים ששולטים בה,
ומספר המבוגרים שלא שולטים באנגלית גדול פי $3\frac{1}{3}$ ממספר המבוגרים ששולטים בה.
נסמן ב- p את ההסתברות לבחור באקראי צעיר ששולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.
- א. מצאו את ההסתברות לבחור באקראי מבוגר ששולט באנגלית מבין כלל המבוגרים שהשתתפו בסקר.
ב. בחרים באקראי שלושה מבוגרים מבין המבוגרים שהשתתפו בסקר. מצאו את ההסתברות שבדיוק שניים מהם שולטים באנגלית.
ג. (1) הביעו באמצעות p את ההסתברות לבחור באקראי צעיר שלא שולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.
(2) הראו כי תחום הערכים האפשרי בעבור p הוא $0 < p < \frac{1}{14}$.
- ידוע כי ההסתברות לבחור באקראי מבוגר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית שווה
להסתברות לבחור באקראי צעיר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית.
- ד. מצאו את הערך של p .
- ה. האם המאורעות "לשלוט באנגלית" ו"להיות מבוגר" תלויים זה בזה? נמקו את תשובתכם.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. במלבן ABCD, הנקודה E נמצאת על הצלע AD.

הקטע CE חותך את האלכסון BD בנקודה F.

המרובע EABF הוא בר חסימה במעגל.

א. הוכיח: $\triangle DAB \sim \triangle BFC$.

נתון: $DE = EA$.

ב. חשבו את היחס $\frac{EF}{FC}$.

נסמן את שטח המשולש DEF ב- S.

ג. הביעו את שטחי המשולשים DFC ו- BFC באמצעות S.

ד. חשבו את יחס הדמיון בין המשולש DAB ובין המשולש BFC.

נסמן: $DE = a$.

ה. (1) הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות a.

(2) הביעו את קוטר המעגל החוסם את המרובע EABF באמצעות a.

5. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.

מנקודה A, שמחוץ למעגל, העבירו ישר ששיק למעגל בנקודה D.

וישר אחר, שחותך את המעגל בנקודה B כמתואר בסרטוט.

נסמן: $\angle AOD = \alpha$, $\angle AOB = \beta$.

א. הביעו באמצעות α , β ו- R, אם יש צורך, את:

(1) אורך הקטע AO.

(2) אורך הקטע AB.

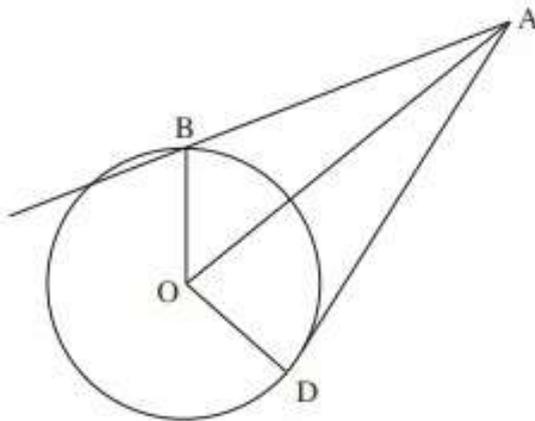
נתון: $AB = \sqrt{2} R$.

ב. הוכיחו כי $\cos \beta = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha}$.

משולש ADO חסום במעגל אחר, שרדיוסו r.

נתון: $\frac{R}{r} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$.

ג. מצאו את גודלי הזוויות α ו- β .



/המשך בעמוד 5/

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - 36}{\sqrt{x + a}}$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות מאונכות לצירים.

ב. (1) מצאו את a .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונות הפונקציות $h(x) = |f(x)|$, $g(x) = -f(x + 2)$.

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

(2) האם שיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $g(x)$ גדול משיעור ה- y של נקודת המקסימום

של הפונקצייה $h(x)$, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את התשובה.

נתון כי $\int_{-2}^6 h(x) dx = \int_{-4}^k g(x) dx$, $k > -4$.

ד. מצאו את k . הסבירו את התשובה.

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מועד ב, מס' 035581 + נספח !!

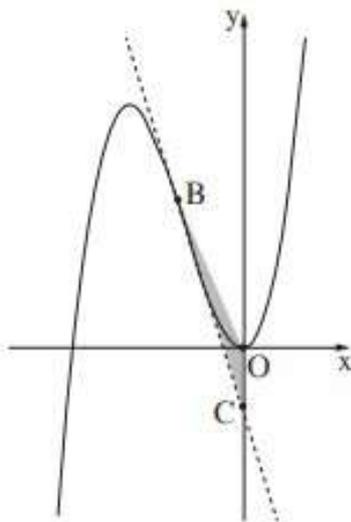
- 6 -

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \sin^2(x) - \cos^2(x) - 1$, המוגדרת לכל x .

- האם הפונקצייה $f(x)$ זוגית? נמקו.
 - הוכיחו כי לכל x מתקיים: $-2 \leq f(x) \leq 0$.
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = f(2x)$, המוגדרת לכל x .
- מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, וקבעו את סוגן.

ג. נתון כי $\int_0^{\frac{\pi}{8}} (g'(x) - f'(x)) dx = S$

הביעו באמצעות S את $\int_{-\frac{\pi}{8}}^0 (g'(x) - f'(x)) dx$. הסבירו את התשובה.



8. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^3 + 6x^2$, המוגדרת לכל x .

- הנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע השני (ראו סרטוט).
 מן הנקודה B מעבירים משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.
 המשיק חותך את ציר ה- y בנקודה C.
 נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה B.
- הביעו באמצעות t את משוואת המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה B.
 - ידוע כי הנקודה C נמצאת מתחת לציר ה- x . מהו תחום הערכים של t ?
 - הנקודה O היא ראשית הצירים. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OBC.

בהצלחה!

מבית היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך



פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון, מס' 035581, גרסה ב', קיץ תשפ"ב, מועד ב'

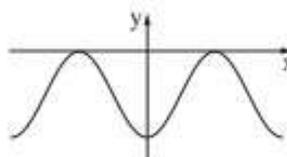
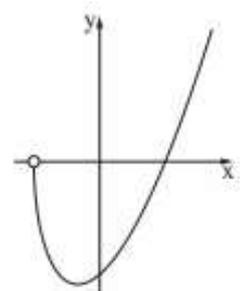
יש לענות על חמש מן השאלות 1-8.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|------------|---|
| 4. | <p>א. להוכיח</p> <p>ב. $\frac{1}{2}$</p> <p>ג. $S_{\Delta DFC} = 2S$</p> <p>$S_{\Delta BFC} = 4S$</p> <p>ד. $\sqrt{15}$</p> <p>ה. (1) $\sqrt{6}a$</p> <p>(2) $\sqrt{3}a$</p> | 1. | <p>א. מהירות רץ 1: $6\frac{2}{3}$ מטר לשנייה</p> <p>מהירות רץ 2: 10 מטר לשנייה</p> <p>מהירות רץ 3: 5 מטר לשנייה</p> <p>מהירות רץ 4: 5 מטר לשנייה</p> <p>ב. (1) 18</p> <p>(2) רץ 3: הגדיל את המהירות שלו</p> <p>רץ 4: לא הגדיל את המהירות שלו</p> |
| 5. | <p>א. (1) $AO = \frac{R}{\cos \alpha}$</p> <p>(2) $AB = R \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1 - \frac{2 \cos \beta}{\cos \alpha}}$</p> <p>ב. להוכיח</p> <p>ג. $\alpha = 60.67^\circ$</p> <p>$\beta = 39.13^\circ$</p> | 2. | <p>א. להוכיח</p> <p>ב. $q_1 = -2, q_2 = 2$</p> <p>ג. (1) הסדרה עולה</p> <p>(2) $k = 6$</p> <p>ד. להוכיח</p> <p>ה. $S_C = -\frac{1}{9}$</p> |
| | | 3. | <p>א. $\frac{3}{13}$</p> <p>ב. $\frac{270}{2197}$</p> <p>ג. (1) $1 - 14p$</p> <p>(2) להוכיח</p> <p>ד. $\frac{1}{24}$</p> <p>ה. תלויים</p> |



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, שאלון 035581, גרסה ב', קיץ תשפ"ב, מועד ב'

| התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|--|------------|--|------------|
| <p>7.</p> <p>א. π</p> <p>ב. להוכיח</p> <p>ג. $(0, -2), (-\frac{\pi}{2}, 0), (\frac{\pi}{2}, 0)$</p>  <p>ד. מינימום: $(-\frac{\pi}{2}, -2)$</p> <p>ה. מקסימום: $(-\frac{\pi}{4}, 0)$</p> <p>מינימום: $(0, -2)$</p> <p>מקסימום: $(\frac{\pi}{4}, 0)$</p> <p>מינימום: $(\frac{\pi}{2}, -2)$</p> <p>ו. -5</p> | 7. | <p>6.</p> <p>א. $x > -a$</p> <p>ב. (1) $a = 6$</p> <p>ג. (2) $(0, -6\sqrt{6}), (6, 0)$</p> <p>ד. (3) מינימום: $(-2, -16)$</p>  <p>ה. (4) תחום של $g(x)$: $x > -8$</p> <p>ו. (1) תחום של $h(x)$: $x > -6$</p> <p>ז. (2) שווה</p> <p>ח. (2) $k = 4$</p> | 6. |
| <p>8.</p> <p>א. $y = (3t^2 + 12t)x - 2t^3 - 6t^2$</p> <p>ב. $-3 < t < 0$</p> <p>ג. $S_{OBC} = \frac{2187}{256}$</p> | 8. | | |

מדינת ישראל
משרד החינוךסוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב'
מספר השאלון: 035581
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!!!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפניעה בציון או לפסילת הבחינה.
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

05

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה, חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. ארבעה רצים משתתפים במרוץ שליחים במסלול שאורכו 1,440 מטר. המסלול מחולק ל-4 מקטעים שווים ובתחילת כל מקטע עומד אחד מן הרצים.

כאשר נשמעת ידיית הזינוק הרץ הראשון יוצא לדרך. מייד כשהוא מגיע לסוף המקטע הראשון, הרץ השני יוצא לדרך, וכך הלאה עד שהרץ הרביעי מגיע לסוף המקטע שלו.

מהירות הרץ השני גדולה פי 1.5 ממהירות הרץ הראשון. מהירות הרץ השלישי קטנה פי 2 ממהירות הרץ השני, ומהירות הרץ הרביעי שווה למהירות הרץ השלישי. המהירות של כל אחד מן הרצים קבועה לאורך המקטע שלו. ארבעת הרצים השלימו יחד את המסלול כולו בשלוש דקות ו-54 שניות סך הכול.

א. מצאו את מהירות הריצה של כל אחד מן הרצים.

הרץ השלישי והרץ הרביעי התאמנו כדי להגדיל את מהירות הריצה שלהם. כעבור זמן שוב השתתפו ארבעת הרצים במרוץ שליחים, באותו המסלול. כל אחד מהם רץ באותו מקטע שבו רץ בפעם הקודמת. סך זמן הריצה של הרץ השלישי והרץ הרביעי היה גדול פי 1.5 מסך זמן הריצה של שני הרצים הראשונים. הרץ הראשון והרץ השני רצו באותה המהירות שבה רצו בפעם הקודמת. הרץ השלישי עבר כל 100 מטר ב-2.5 שניות פחות מן הרץ הרביעי.

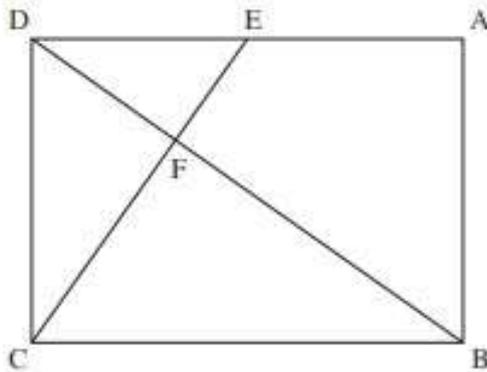
ב. (1) מצאו בכמה שניות זמן הריצה של הרץ השלישי קטן מזמן הריצה של הרץ הרביעי.

(2) האם כל אחד משני הרצים האלה, השלישי והרביעי, הגדיל את מהירות הריצה שלו? נמקו את התשובה.



2. נתונה סדרה הנדסית איך-סופית A שהאיבר הכללי שלה הוא a_n ומנתה היא q .
- א. הוכיחו כי לכל n טבעי מתקיים $a_1 \cdot a_{2n} = a_n \cdot a_{n+1}$.
- בעבור $2k$ האיברים הראשונים בסדרה A מתקיים כי מכפלת שני האיברים האמצעיים בסדרה שווה $10,240 \cdot a_1$.
נתון: $a_{2k-2} = 2,560$.
- ב. מצאו את q (שתי אפשרויות).
נתון: $a_1 = 5$.
- ג. (1) קבעו אם הסדרה A היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה לא עולה ולא יורדת. נמקו את התשובה.
(2) מצאו את k .
- ד. מן הסדרה A בונים את הסדרה האיך-סופית B באופן הזה: $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$.
הוכיחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית.
- ה. בסדרה B מחליפים את הסימן של כל האיברים במקומות האיזוגיים.
כך שמתקבלת הסדרה C שלפניהם: $-\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, -\frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$.
- ה. מצאו את סכום הסדרה C.
3. בעיר גדולה בישראל נערך סקר ובו נבדקה רמת השליטה בשפה האנגלית בקרב תושבי העיר. בסקר השתתפו אנשים רבים – מבוגרים וצעירים.
- בסקר נמצא שמספר המבוגרים ששולטים באנגלית גדול פי 3 ממספר הצעירים ששולטים בה, ומספר המבוגרים שלא שולטים באנגלית גדול פי $3\frac{2}{3}$ ממספר המבוגרים ששולטים בה.
- נסמן ב- p את ההסתברות לבחור באקראי צעיר ששולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.
- א. מצאו את ההסתברות לבחור באקראי מבוגר ששולט באנגלית מבין כלל המבוגרים שהשתתפו בסקר.
- ב. בחרים באקראי שלושה מבוגרים מבין המבוגרים שהשתתפו בסקר. מצאו את ההסתברות שבדיוק שניים מהם שולטים באנגלית.
- ג. (1) הביעו באמצעות p את ההסתברות לבחור באקראי צעיר שלא שולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.
(2) הראו כי תחום הערכים האפשרי בעבור p הוא $0 < p < \frac{1}{15}$.
- ידוע כי ההסתברות לבחור באקראי מבוגר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית שווה להסתברות לבחור באקראי צעיר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית.
- ד. מצאו את הערך של p .
- ה. האם המאורעות "לשולט באנגלית" ו"להיות מבוגר" תלויים זה בזה? נמקו את תשובתכם.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. במלבן ABCD, הנקודה E נמצאת על הצלע AD.

הקטע CE חותך את האלכסון BD בנקודה F.

המרובע EABF הוא בר חסימה במעגל.

א. הוכיח: $\triangle DAB \sim \triangle BFC$.

נתון: $DE = EA$.

ב. חשבו את היחס $\frac{EF}{FC}$.

נסמן את שטח המשולש DEF ב- S.

ג. הביעו את שטחי המשולשים DFC ו- BFC באמצעות S.

ד. חשבו את יחס הדמיון בין המשולש DAB ובין המשולש BFC.

נסמן: $DE = a$.

ה. (1) הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות a.

(2) הביעו את קוטר המעגל החוסם את המרובע EABF באמצעות a.

5. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.

מנקודה A, שמחוץ למעגל, העבירו ישר שמשיק למעגל בנקודה D

וישר אחר, שחותך את המעגל בנקודה B כמתואר בסרטוט.

נסמן: $\angle AOB = \beta$, $\angle AOD = \alpha$.

א. הביעו באמצעות α , β ו- R, אם יש צורך, את:

(1) אורך הקטע AO.

(2) אורך הקטע AB.

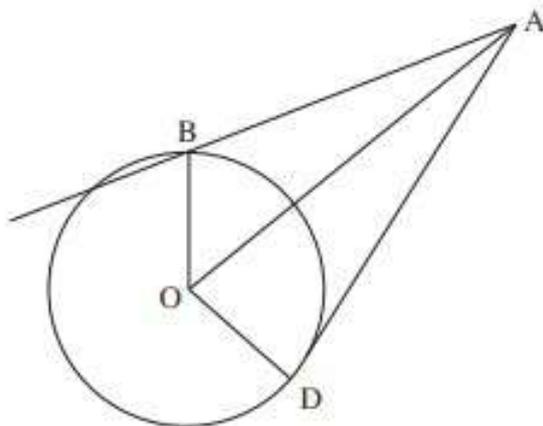
נתון: $AB = \sqrt{2} R$.

ב. הוכיחו כי $\cos \beta = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha}$.

משולש ADO חסום במעגל אחר, שרדיוסו r.

נתון: $\frac{R}{r} = \frac{2\sqrt{8}}{5}$.

ג. מצאו את גודלי הזוויות α ו- β .



/המשך בעמוד 5/

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות**

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - 36}{\sqrt{x + a}}$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות מאונכות לצירים.

ב. (1) מצאו את a .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונות הפונקציות $h(x) = |f(x)|$, $g(x) = -f(x + 3)$.

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

(2) האם שיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $g(x)$ גדול משיעור ה- y של נקודת המקסימום

של הפונקצייה $h(x)$, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את התשובה.

נתון כי $k > -5$, $\int_{-2}^6 h(x) dx = \int_{-5}^k g(x) dx$.

ד. מצאו את k . הסבירו את התשובה.

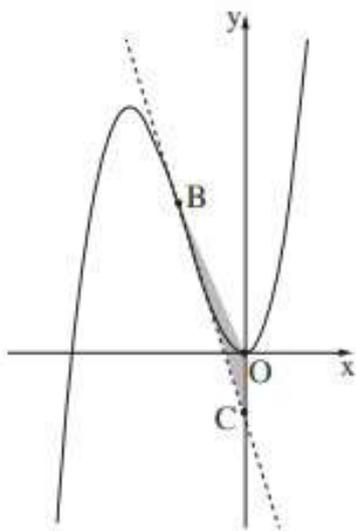
מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מועד ב', מס' 035581 + נספח !!!

- 6 -

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \sin^2(x) - \cos^2(x) - 1$, המוגדרת לכל x .
- האם הפונקצייה $f(x)$ זוגית? נמקו.
 - הוכיחו כי לכל x מתקיים: $-2 \leq f(x) \leq 0$.
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = f(2x)$, המוגדרת לכל x .
- מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, וקבעו את סוגן.

9. נתון כי $\int_0^{\frac{\pi}{8}} (g'(x) - f'(x)) dx = S$.

הביעו באמצעות S את $\int_{-\frac{\pi}{8}}^0 (g'(x) - f'(x)) dx$. הסבירו את התשובה.



8. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^3 + 12x^2$, המוגדרת לכל x .
- הנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע השני (ראו סרטוט).
 - מן הנקודה B מעבירים משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.
 - המשיק חותך את ציר ה- y בנקודה C.
 - נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה B.
 - הביעו באמצעות t את משוואת המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה B.
 - ידוע כי הנקודה C נמצאת מתחת לציר ה- x .
 - מהו תחום הערכים של t ?
 - הנקודה O היא ראשית הצירים.
 - מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OBC.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך



פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון ראשון, מס' 035581, גרסה ג, קיץ תשפ"ב, מועד ב

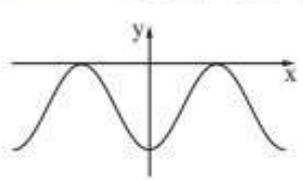
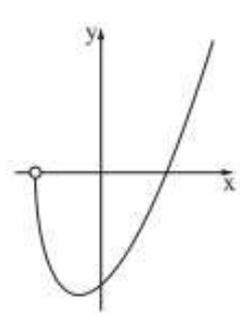
יש לענות על חמש מן השאלות 1-8.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|------------|--|
| 1. | א. מהירות רץ 1: $6\frac{2}{3}$ מטר לשנייה מהירות רץ 2: 10 מטר לשנייה מהירות רץ 3: 5 מטר לשנייה מהירות רץ 4: 5 מטר לשנייה | 4. | א. להוכיח ב. $\frac{1}{2}$ ג. $S_{\Delta DFC} = 2S$ $S_{\Delta BFC} = 4S$ ד. $\sqrt{1.5}$ ה. (1) $\sqrt{6} a$ (2) $\sqrt{3} a$ |
| 2. | א. להוכיח ב. $q_1 = -2, q_2 = 2$ ג. (1) הסדרה עולה (2) $k = 6$ ד. להוכיח ה. $S_C = -\frac{2}{15}$ | 5. | א. (1) $AO = \frac{R}{\cos \alpha}$ ב. (2) $AB = R \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1 - \frac{2 \cos \beta}{\cos \alpha}}$ ג. להוכיח ד. $\alpha = 55.55^\circ$ ה. $\beta = 53.06^\circ$ |
| 3. | א. $\frac{3}{14}$ ב. $\frac{297}{2744}$ ג. (1) $1 - 15p$ (2) להוכיח ד. $\frac{1}{26}$ ה. תלויים | | |



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, שאלון 035581 גרסה ג, קיץ תשפ"ב, מועד ב'

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 7. | <p>א. כן</p> <p>ב. להוכיח</p> <p>ג. $(0, -2), (-\frac{\pi}{2}, 0), (\frac{\pi}{2}, 0)$</p>  <p>ד. מינימום: $(-\frac{\pi}{2}, -2)$</p> <p>ה. מקסימום: $(-\frac{\pi}{4}, 0)$</p> <p>מינימום: $(0, -2)$</p> <p>מקסימום: $(\frac{\pi}{4}, 0)$</p> <p>מינימום: $(\frac{\pi}{2}, -2)$</p> <p>ו. -S</p> |
| 6. | <p>א. $x > -a$</p> <p>ב. (1) $a = 6$</p> <p>(2) $(0, -6\sqrt{6}), (6, 0)$</p> <p>(3) מינימום: $(-2, -16)$</p>  <p>ג. (1) תחום של $g(x)$: $x > -9$</p> <p>(2) תחום של $h(x)$: $x > -6$</p> <p>ד. שווה</p> <p>$k = 3$</p> |
| 8. | <p>א. $y = (3t^2 + 24t)x - 2t^3 - 12t^2$</p> <p>ב. $-6 < t < 0$</p> <p>ג. $S_{OBC} = \frac{2187}{16}$</p> |

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

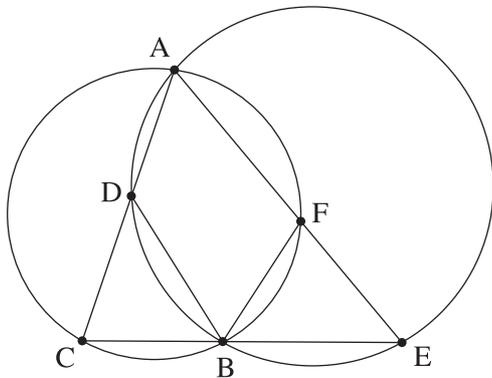
פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. לאורך גדת נהר יש שלוש תחנות: תחנה A, תחנה B ותחנה C שנמצאת בנקודה מסוימת בין תחנה A ובין תחנה B. הנהר זורם מכיוון תחנה A לכיוון תחנה B במהירות קבועה. שתי סירות, סירה I וסירה II, יצאו בשעה 8:00 מנקודה C ושטו לכיוונים הפוכים: סירה I שטה (נגד הזרם) אל תחנה A, וסירה II שטה (עם הזרם) אל תחנה B. מייד לאחר שכל אחת מן הסירות הגיעה לתחנה המתאימה, היא הסתובבה ושטה בכיוון ההפוך. נתון כי המהירות של כל אחת מן הסירות במים עומדים היא קבועה. המהירות של סירה I כאשר היא שטה עם הזרם הייתה גדולה פי 1.5 ממהירותה כאשר היא שטה נגד הזרם. המהירות של סירה II כאשר היא שטה עם הזרם הייתה גדולה פי 4 ממהירותה של **סירה I** כאשר היא שטה נגד הזרם. נסמן ב- x את מהירות הזרם בנהר.
- א. הביעו באמצעות x את המהירות של סירה I במים עומדים ואת המהירות של סירה II במים עומדים.
- סירה I הגיעה לתחנה A לאחר 3 שעות מרגע היציאה לדרך, ומייד הסתובבה ושטה לכיוון תחנה B. סירה II הגיעה לתחנה B לאחר 7 שעות מרגע היציאה לדרך, ומייד הסתובבה ושטה לכיוון תחנה A.
- ב. (1) באיזו שעה נפגשו הסירות?
(2) האם הסירות נפגשו בין תחנה A לתחנה C או בין תחנה B לתחנה C? נמקו את תשובתכם.
- ג. הסירות נפגשו במרחק של 84 ק"מ מתחנה C. מהי מהירות הזרם בנהר?

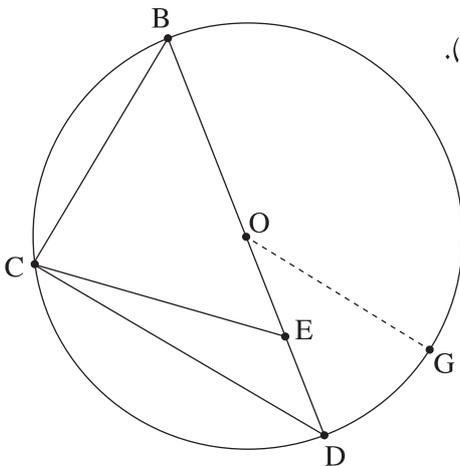
2. נתונה סדרה הנדסית אין סופית A שהאיבר הכללי שלה הוא a_n ומנתה היא q .
 בונים סדרה חדשה B שהאיבר הכללי שלה הוא $b_n = a_n \cdot q^{n-1}$.
 א. הוכיחו שגם סדרה B היא סדרה הנדסית.
 ב. בנוגע לכל אחד מן ההיגדים (1)–(2) שלפניכם קבעו אם הוא נכון או לא נכון, ונמקו את קביעתכם.
 (1) אם הסדרה A לא מתכנסת – בהכרח גם הסדרה B לא מתכנסת.
 (2) אם הסדרה A יורדת – בהכרח היא גם מתכנסת.
 נתון כי שתי הסדרות מתכנסות, וכי היחס בין הסכום של כל איברי הסדרה B לסכום של כל איברי הסדרה A הוא $\frac{3}{5}$.
 ג. מצאו את q .
 ד. נתון: n הוא מספר טבעי המקיים $\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \frac{b_3}{a_3} + \dots + \frac{b_n}{a_n} = \frac{2059}{729}$. מצאו את n .

3. בחנות פירות יש ארגזים ובתוכם פירות.
 בארגז א' יש a פירות: 3 תפוחים והשאר אגסים.
 בארגז ב' יש b פירות: 5 תפוחים והשאר אגסים.
 מוציאים באקראי פרי אחד מארגז א'. אם יצא תפוח – מעבירים אותו לארגז ב', ואם יצא אגס – מחזירים אותו לארגז א'.
 לאחר מכן מוציאים באקראי פרי אחד מארגז ב'.
 א. הביעו באמצעות a ו- b את ההסתברות שיצאו 2 תפוחים.
 נתון: ההסתברות להוציא באופן המתואר 2 תפוחים היא $\frac{9}{65}$.
 ההסתברות להוציא באופן המתואר תפוח אחד ואחר כך אגס אחד היא $\frac{21}{130}$.
 ב. מצאו את a ואת b .
 ג. חשבו את ההסתברות שמארגז ב' יצא אגס, אם ידוע כי מארגז א' יצא תפוח.
 מעבירים את כל הפירות משני הארגזים לארגז אחר שהיה ריק, ומוציאים ממנו באקראי פרי 6 פעמים, עם החזרה.
 ד. מצאו את ההסתברות שב-4 מן הפעמים בדיוק יצא תפוח או שבכל 6 הפעמים יצא אגס.
 ה. ידוע שב-4 מן הפעמים בדיוק יצא תפוח. מצאו את ההסתברות שהתפוחים יצאו ברציפות, בזה אחר זה.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B (ראו סרטוט).
 המיתר AC במעגל השמאלי חותך את המעגל הימני בנקודה D.
 המיתר AE במעגל הימני חותך את המעגל השמאלי בנקודה F.
 הקטע CE עובר דרך הנקודה B.
 א. הוכיחו כי $\triangle ACE \sim \triangle BCD$.
 נתון: $DC = FE$.
 ב. הוכיחו כי $\triangle BFE \cong \triangle BCD$.
 ג. הוכיחו כי $AC \cdot BE = AE \cdot BC$ (1).
 הוכיחו כי AB הוא חוצה זווית CAE. (2).
 ד. הוכיחו כי $\angle DEC = \angle FCE$.



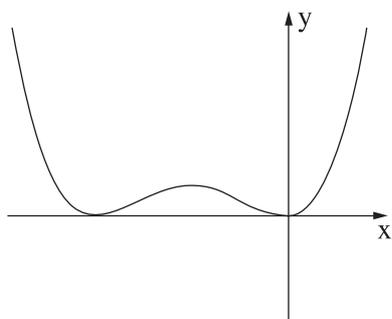
5. משולש BCD חסום במעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.
 הנקודות O ו-E נמצאות על הצלע BD כך שמתקיים $OE = ED$ (ראו סרטוט).
 נסמן: $CD = m$, $\angle CDB = \alpha$.
 א. הביעו את $\cos \alpha$ באמצעות m ו-R.
 ב. הוכיחו כי $CE = \frac{1}{2} \sqrt{2m^2 + R^2}$.
 נתון: $BC = EC$.
 ג. חשבו את α .
 מעבירים רדיוס OG המקביל לצלע CD, כמתואר בסרטוט.
 ד. חשבו את גודל הזווית OEG.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

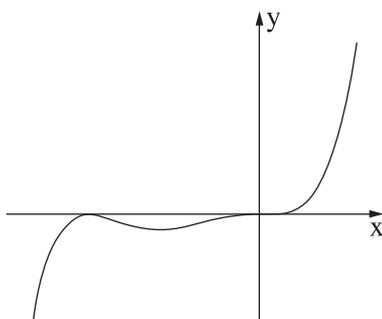
6. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^n \cdot (x + 1)^2$, $n > 1$, הוא מספר טבעי. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

- א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- ב. מצאו את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה). הבחינו בין n זוגי ובין n אי-זוגי.
- ג. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן. הביעו את תשובותיכם באמצעות n , אם יש צורך. הבחינו בין n זוגי ובין n אי-זוגי.

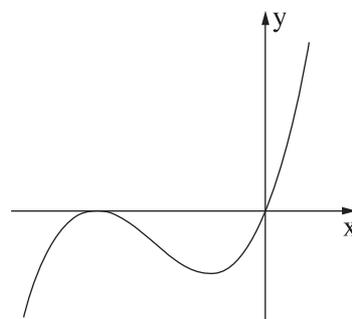
לפניכם שלושה גרפים III-I. אחד מן הגרפים מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור n זוגי, ואחד מהם מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור $n > 1$ ואי-זוגי.



III



II



I

ד. קבעו איזה גרף מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור n זוגי, ואיזה גרף מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור $n > 1$ ואי-זוגי. נמקו את קביעותיכם.

נתונה הפונקצייה $g(x) = a \cdot f(x - 2)$, a הוא פרמטר חיובי.

נסמן ב- T את השטח הכלוא בין גרף הפונקצייה $g(x)$ ובין ציר ה- x .

ה. הביעו באמצעות a ו- T את השטח הכלוא בין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין ציר ה- x . נמקו את תשובתכם.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2 \sin(x)}{\cos^2(x) - 1}$ בתחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .
 (3) האם הפונקצייה $f(x)$ זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית? הוכיחו את תשובתכם.
 ב. ענו על התת-סעיפים (1)–(2) שלפניכם בעבור התחום $0 \leq x \leq 2\pi$.
 (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ (בתחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$).
 ד. הוכיחו כי לפונקצייה $f(x)$ אין נקודות פיתול.
 ה. חשבו את השטח הכלוא בין גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ובין ציר ה- x , בתחום $1.7 \leq x \leq 2$.

8. לפניכם שלוש פונקציות שלכל אחת מהן יש שני ערכי x שבהם היא אינה מוגדרת.

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{(x + 1)(x + 2)}, \quad h(x) = \frac{x^3}{x(x + 2)}, \quad k(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2(x + 2)}$$

- ידוע כי לאחת משלוש הפונקציות יש אסימפטוטה אופקית אחת ואסימפטוטה אנכית אחת בלבד.
 א. מבין שלוש הפונקציות הנתונות, קבעו איזו פונקצייה מקיימת את כל התכונות האלה. נמקו את קביעתכם.
 ענו על סעיפים ב–ד עבור הפונקצייה שקבעתם בסעיף א.
 ב. (1) מצאו את המשוואה של האסימפטוטה האופקית ואת המשוואה של האסימפטוטה האנכית של הפונקצייה.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה עם הצירים.
 נתון כי לפונקצייה זו אין נקודות קיצון.
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה.
 נסמן נקודה A על גרף הפונקצייה, שעבורה $x = t$, $-1 < t < 1$.
 מן הנקודה A מעבירים שני ישרים, האחד מאונך לציר ה- x והאחר מאונך לאסימפטוטה האנכית של הפונקצייה, כך שנוצר מלבן על ידי שני הישרים, על ידי האסימפטוטה האנכית ועל ידי ציר ה- x .
 ד. מצאו את ערכו של t שבעבורו היקף המלבן המתקבל הוא מינימלי. תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.

בהצלחה!



תשובות סופיות

בגרות חורף 2023, שאלון 035581, גרסה א' (סמל ישן 035806)

שאלה 1

פתרון: א. סירה I - $5x$, סירה II - $15x$ ב. 20:00 ב. בין B ל- C ג. 2 קמ"ש

שאלה 2

פתרון: א. הוכחה ב. 1. נכון ב. לא נכון ג. $\frac{2}{3}$ ד. 7

שאלה 3

פתרון: א. $\frac{18}{a(b+1)}$ ב. $a=10, b=12$ ג. $\frac{7}{13}$ ד. 0.1726 ה. $\frac{1}{5}$

שאלה 4

פתרון: א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה ד. הוכחה

שאלה 5

פתרון: א. $\frac{m}{2R}$ ב. הוכחה ג. 37.76° ד. 115.84°

שאלה 6

פתרון: א. $(-1,0), (0,0)$ ב. n זוגי: חיוביות $x > 0$ או $-1 < x < 0$ או $x < -1$, שליליות אין

n אי זוגי: חיוביות $x > 0$, שליליות $-1 < x < 0$ או $x < -1$

ג. n זוגי: $x_{\min} = -\frac{n}{n+2}, x_{\max} = -1$, n אי זוגי: $x_{\min} = 0, x_{\max} = -\frac{n}{n+2}$

ד. n זוגי - גרף III, n אי זוגי: גרף II ה. $\frac{T}{a}$



Melumad



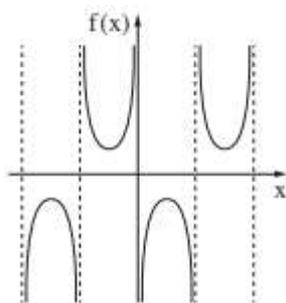
שאלה 7

פתרון: א. $0 < x < \pi$ או $\pi < x < 2\pi$ או $-\pi < x < 0$ או $-2\pi < x < -\pi$

א. $x = 0$, $x = \pi$, $x = -\pi$, $x = 2\pi$, $x = -2\pi$ ב. אין חיתוך עם הצירים,

ד. הוכחה ה. 0.182

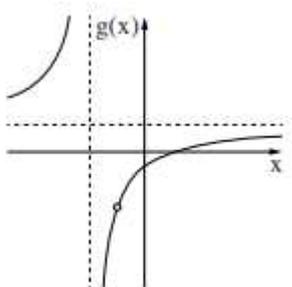
ג. $\left(\frac{\pi}{2}, -2\right)_{\max}$, $\left(\frac{3\pi}{2}, 2\right)_{\min}$



שאלה 8

פתרון: א. $g(x)$ ב. $x = -2$, $y = 1$ ב. $(1, 0)$, $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ ג.

ד. $t = \sqrt{3} - 2$



פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

Melumad

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. שני רוכבי אופניים, רוכב א' ורוכב ב', יצאו משני מקומות, A ו- B, בהתאמה, ורכבו זה לקראת זה. המרחק בין המקומות A ו- B הוא $3d$ ק"מ (d הוא פרמטר חיובי).
רוכב ב' יצא לדרך 2.5 שעות אחרי שרוכב א' יצא לדרך.
בשעה 18:30 התברר שכל אחד מן הרוכבים עבר שליש מן המרחק בין המקומות A ו- B.
המהירות של כל אחד מן הרוכבים הייתה קבועה.
למוחרת שוב יצאו הרוכבים מאותם המקומות, A ו- B, ורכבו זה לקראת זה.
כל אחד מן הרוכבים רכב באותה המהירות שבה רכב ביום הראשון. הפעם הם יצאו באותו הזמן ונפגשו כעבור 9 שעות.
- א. (1) באיזו שעה ביום הראשון יצא רוכב א' ממקום A?
(2) הביעו באמצעות d את המהירות של כל אחד מן הרוכבים.
- הזמן שנדרש לרוכב א' לעבור קילומטר אחד גדול ב- 1.5 דקות מן הזמן שנדרש לרוכב ב' לעבור קילומטר אחד.
- ב. מצאו את המרחק בין A ל- B.

2. נתונות שתי סדרות הנדסיות אינסופיות מתכנסות, A ו-B, שכל איבריהן שונים מ-0.

האיבר הכללי של הסדרה A הוא a_n ומנתה היא q_A .

האיבר הכללי של הסדרה B הוא b_n ומנתה היא q_B .

משתי הסדרות ההנדסיות A ו-B בונים סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת חדשה, שאיבריה הם:

$$\dots, \frac{a_n}{b_n}, \dots, \frac{a_3}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_1}{b_1}, \dots$$

כל שלוש הסדרות, הסדרה A, הסדרה B והסדרה החדשה אינן קבועות.

א. הביעו את המנה של הסדרה החדשה באמצעות q_A ו- q_B .

הסדרה A אינה עולה ואינה יורדת, והסדרה B עולה.

ב. בנוגע לכל אחד משני ההיגדים (1)–(2) שלפניכם, קבעו אם הוא נכון או לא נכון ונמקו את קביעתכם.

(1) מנת הסדרה החדשה היא חיובית.

(2) כל איברי הסדרה B הם שליליים.

המספרים c_1 , c_2 ו- c_3 הם שלושה איברים ראשונים בסדרה חשבונית.

$$\text{נתון כי } c_2 \text{ שווה ל-} -c_1, \text{ ומתקיים גם: } \frac{c_1 \cdot c_2}{c_3} = -\frac{1}{24}.$$

ג. מצאו את c_1 .

נתון כי המנה של הסדרה A שווה ל- c_1 ,

$$\text{ומתקיים גם: } \frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \frac{a_3}{b_3} + \dots = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots}$$

ד. מצאו את הערך של q_B .

3. במכללה גדולה, הועלתה הצעה לקצר את הפסקת הצוהריים כדי לסיים מוקדם יותר את יום הלימודים.

בעקבות זאת ערכו משאל ובו השתתפו כל תלמידי שנה א' וכל תלמידי שנה ב'.

על פי תוצאות המשאל התברר כי 80% מן המשתתפים שבעד ההצעה הם תלמידי שנה א'. עוד התברר כי מספר תלמידי שנה א' שבעד ההצעה שווה למספר תלמידי שנה ב' שנגד ההצעה. מבין המשתתפים במשאל לא היו נמנעים.

נסמן ב- p את ההסתברות לבחור באקראי תלמיד שבעד ההצעה מבין כל התלמידים שהשתתפו במשאל.

א. בחרו באקראי אחד מתלמידי שנה ב'. מהי ההסתברות שהוא נגד ההצעה?

ידוע כי ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי מבין תלמידי שנה א' הוא בעד ההצעה, גדולה ב- $\frac{13}{35}$ מן ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי מבין תלמידי שנה ב' הוא בעד ההצעה.

ב. חשבו את הערך של p .

ג. בחרו באקראי אחד מן המשתתפים במשאל. חשבו את ההסתברות שמתקיים לפחות אחד משני התנאים האלה:

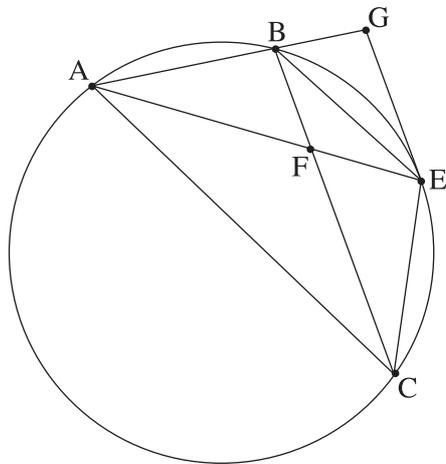
I. המשתתף שנבחר הוא תלמיד שנה ב' II. המשתתף שנבחר בעד ההצעה.

ד. בחרו באקראי 5 מן המשתתפים במשאל.

ידוע כי כל החמישה שנבחרו הם תלמידי שנה ב'.

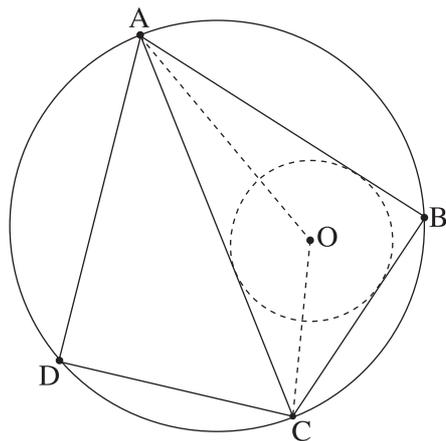
מהי ההסתברות שלפחות שניים מהם בעד ההצעה וגם לפחות שניים מהם נגד ההצעה?

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. הנקודות A, B ו-C נמצאות על מעגל.
 נקודה E היא אמצע הקשת BC, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
 נקודה E מעבירים משיק למעגל.
 המשיק חותך את המשיך המיתר AB בנקודה G.
 המיתרים AE ו-BC נחתכים בנקודה F.
 א. הוכיחו: $\triangle ACE \sim \triangle AEG$.
 נתון: $AG = 18$, $AE = 9\sqrt{6}$.
 ב. חשבו את אורך המיתר AC.
 ג. הוכיחו: $BC \parallel GE$.
 נתון: שטח המשולש ABF גדול פי 2 משטח המשולש BFE.
 ד. חשבו את אורך המיתר AB.
 ה. מהו היחס בין שטח המשולש ABF ובין שטח המשולש AFC? נמקו את תשובתכם.

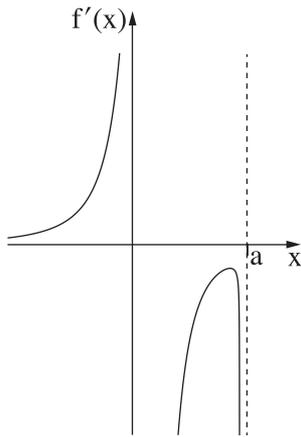
5. דלתון ABCD חסום במעגל שרדיוסו R.
 המיתר AC הוא האלכסון הראשי של הדלתון.
 הנקודה O היא מרכז המעגל החסום במשולש ABC (ראו סרטוט).
 נסמן: $\angle CAB = \alpha$.



- א. (1) מצאו את זווית המשולש AOC (הביעו באמצעות α במידת הצורך).
 (2) הביעו את אורך הקטע AO באמצעות α ו-R.
 נתון כי אורך הקטע AO הוא $R\sqrt{2}$.
 ב. מצאו את גודל הזווית α .
 נתון כי שטח הדלתון הוא $16\sqrt{3}$.
 ג. מצאו את R.
 ד. חשבו את המרחק בין מרכז המעגל החסום את הדלתון לבין מרכז המעגל החסום במשולש ABC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2a - x^2}{x}$, המוגדרת עבור $x \neq 0$. a הוא פרמטר חיובי.
- א. הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.
- (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים, אם יש כאלה.
 - (2) הראו שהפונקצייה $f(x)$ היא פונקצייה אי-זוגית.
 - (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים, אם יש כאלה.
 - (4) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$, אם יש כאלה.
 - (5) מצאו את תחום הקעירות כלפי מעלה (\cup) ואת תחום הקעירות כלפי מטה (\cap) של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה גם הפונקצייה $g(x) = |f(x)| - b$, b הוא פרמטר חיובי.
- הפונקצייה $g(x)$ מוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
- ידוע כי אחת מנקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ היא: $(3, -8)$.
- ד. מצאו את הערכים של a ו- b .
- נתונה גם הפונקצייה $s(x) = \int_1^x g(t) dt$, המוגדרת בתחום $1 < x$.
- ה. מהו סוג נקודת הקיצון של $s(x)$? נמקו את תשובתכם.



7. נתונה הפונקצייה $f(x)$ המוגדרת בתחום $x \neq 0, x \leq a$. הוא פרמטר חיובי. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום: $x < a, x \neq 0$. פונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש שלוש אסימפטוטות המאונכות לצירים שמשוואותיהן: $x = 0, x = a, y = 0$. בתחום $x < 0$ פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עולה. הישר $x = 0$ הוא אסימפטוטה גם לגרף הפונקצייה $f(x)$. $f(a) = 0$.

א. (1) מצאו את תחום העלייה ואת תחום הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(הביעו את תשובתכם באמצעות a , אם יש צורך). נמקו.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $f(x)$? נמקו.

נתון כי הישר $y = 0$ הוא אסימפטוטה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. סרטוט סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$, בהתאם לתשובתכם בתת-סעיף א(2).

נתון כי אחד מן הביטויים I-IV שלפניכם מייצג את הפונקצייה $f(x)$.

$$\text{I. } \frac{\sqrt{a-x}}{x^2} \quad \text{II. } \frac{\sqrt{x-a}}{x^2} \quad \text{III. } \frac{\sqrt{a-x}}{x} \quad \text{IV. } \frac{\sqrt{x-a}}{x}$$

ג. איזה מן הביטויים I-IV מייצג את הפונקצייה $f(x)$? נמקו.

ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x = -2$, הוא: $\frac{7}{16}$.

ד. מצאו את הערך של a .

ה. הציבו $a = 2$ וחשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $(f(x))^2$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 1$.

8. נתון מעוין ABCD. נקודה E היא אמצע הצלע BC.

נסמן: $\angle ECD = x$.

נתון: שטח המשולש ECD הוא 25.

א. הביעו באמצעות x את אורך צלע המעוין.

ב. חשבו את האורך המינימלי של הקטע DE.

בהצלחה!



תשובות סופיות
בגרות קיץ 2023 מועד א', שאלון 03581 (סמל ישן 035806)

שאלה 1

פתרון: א. 11:00. ב. 2. רוכב א': $\frac{2d}{15}$, רוכב ב': $\frac{d}{5}$. ג. 300 ק"מ

שאלה 2

פתרון: א. $\frac{q_A}{q_B}$. ב. לא נכון. ג. $C_1 = -\frac{1}{8}$. ד. $q_B = \frac{1}{4}$

שאלה 3

פתרון: א. 0.8. ב. $\frac{5}{12}$. ג. $\frac{3}{4}$. ד. $\frac{32}{125}$

שאלה 4

פתרון: א. הוכחה. ב. 27. ג. הוכחה. ד. 12. ה. $\frac{4}{9}$

שאלה 5

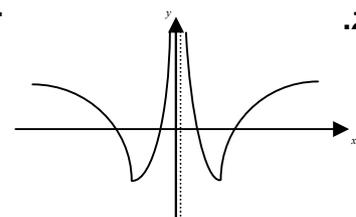
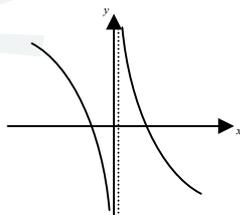
פתרון: א. $135^\circ, 45^\circ - \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2}$. ב. $2\sqrt{2}R \sin\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)$. ג. 4. ד. 2.07

שאלה 6

פתרון: א. $x=0$. ב. הוכחה. ג. $(-\sqrt{2a}, 0), (\sqrt{2a}, 0)$. ד. עלייה: אין, ירידה: $x > 0$ או

$x < 0$. ה. קעירות כלפי מעלה: $x > 0$, קעירות כלפי מטה: $x < 0$. ו. $x < 0$

ג. ד. $a = 4.5, b = -8$. ה. מינימום

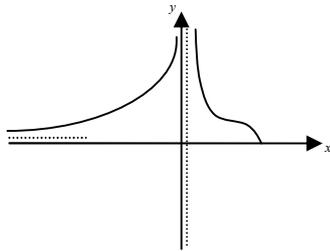




שאלה 7

פתרון: א. עלייה : $x < 0$, ירידה : $0 < x < a$ א.2. נק' אחת ב.

ג. ביטוי I ד.2 ה. $\frac{5}{24}$



שאלה 8

פתרון: א. $\frac{10}{\sqrt{\sin x}}$ ב. $5\sqrt{3}$

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

Melumad

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – אלגברה והסתברות
 - פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
- יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

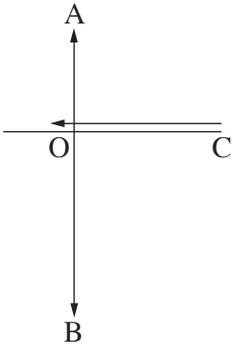
השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות



1. הנקודה A נמצאת מצפון לנקודה O והנקודה B נמצאת מדרום לנקודה O.
 הנקודה C נמצאת ממזרח לנקודה O, במרחק של 12 ק"מ ממנה, כמתואר בסרטוט.
 ביום ראשון יצא אורי להליכה מן הנקודה O לכיוון הנקודה A.
 באותו הזמן יצאה סמדר לריצה מן הנקודה C לכיוון הנקודה O.
 מהירות הריצה של סמדר גדולה פי 3 ממהירות ההליכה של אורי.
 נתון כי ברגע שהגיע אורי לנקודה A, המרחק האווירי בינו לבין סמדר היה $\sqrt{424}$ ק"מ.
 המהירויות של אורי ושל סמדר קבועות.
- א. מצאו את המרחק שהלך אורי ואת המרחק שרצה סמדר ביום ראשון, אם נתון שסמדר חלפה בריצתה על פני הנקודה O.
 באותו יום יצא בועז להליכה מן הנקודה O לכיוון הנקודה B. בועז יצא להליכה 20 דקות לאחר שיצא אורי להליכה.
 מהירות ההליכה של בועז הייתה קבועה וגדולה ב- 50% ממהירות ההליכה של אורי.
 כאשר הגיע אורי לנקודה A, המרחק בינו לבין בועז היה 23 ק"מ, ובאותו רגע שניהם עצרו.
- ב. מצאו את מהירות ההליכה של אורי ואת מהירות ההליכה של בועז.
 ביום שני יצאו אורי ובוועז להליכה באותו הזמן. כל אחד מהם יצא מאותה הנקודה שבה עצר ביום ראשון, והמשיך ללכת באותו הכיוון שהלך ביום ראשון. בועז הקטין את מהירות הליכתו ב- v קמ"ש ואורי הגדיל את מהירות הליכתו ב- v קמ"ש.
 שניהם עצרו כאשר המרחק ביניהם היה 27 ק"מ.
- ג. מצאו כמה דקות הלך אורי ביום שני.

2. נתונה סדרה חשבונית a_1, a_2, \dots, a_{3n} שבה $3n$ איברים, והפרש שלה הוא d .

נסמן ב- S_n^* את הסכום של n האיברים האמצעיים של הסדרה.

א. הוכיחו כי $S_n^* = \frac{1}{3} \cdot S_{3n}$.

נתון כי האיבר הראשון של הסדרה הוא חיובי וכי הסכום של n האיברים האמצעיים שווה ל-0.

ב. האם הפרש הסדרה הוא חיובי או שלילי? נמקו את תשובתכם.

ידוע כי מתקיים $a_1 = 19 \cdot |d|$.

ג. מצאו את מספר האיברים בסדרה.

מוחקים כמה מן האיברים בסדרה הנתונה, ונוצרת סדרה חשבונית חדשה: $a_2, a_5, a_8, \dots, a_{3n-4}$.

סכום האיברים של הסדרה החדשה הוא 54.

ד. מצאו את d .

3. עיתון יומי המופץ למנויים שגרים בחיפה או בתל אביב בלבד, אמור להישלח אל ביתם בכל יום עד השעה 6:00.

מערכת העיתון ערכה סקר בקרב המנויים, ושאלה בנוגע ליום מסוים אם הם קיבלו את העיתון בזמן.

כל המנויים השתתפו בסקר וכל אחד מהם ענה כן או לא.

מתוצאות הסקר עולה כי ההסתברות לבחור באקראי מנוי שקיבל את העיתון בזמן מבין המנויים שגרים בחיפה היא $\frac{2}{3}$,

וההסתברות לבחור באקראי מנוי שגר בחיפה מבין המנויים שקיבלו את העיתון בזמן היא $\frac{5}{7}$.

נסמן ב- p את ההסתברות שמנוי שנבחר באקראי מבין כל המנויים גר בחיפה.

בוחרים באקראי אחד מן המנויים.

א. הביעו באמצעות p את ההסתברות שהמנוי שנבחר גר בתל אביב וקיבל את העיתון בזמן.

נתון כי מספר המנויים שגרים בתל אביב ולא קיבלו את העיתון בזמן גדול פי 1.5 ממספר המנויים שגרים בתל אביב וקיבלו

את העיתון בזמן.

ב. כמה אחוזים מן המנויים קיבלו את העיתון בזמן?

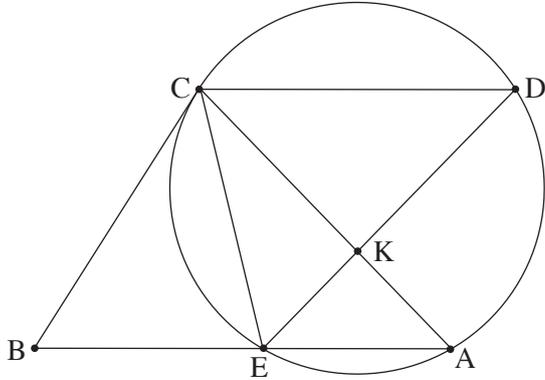
מבין המנויים שלא קיבלו את העיתון בזמן, בוחרים באקראי שני מנויים.

ג. מהי ההסתברות שהראשון שנבחר גר בתל אביב והשני שנבחר גר בחיפה?

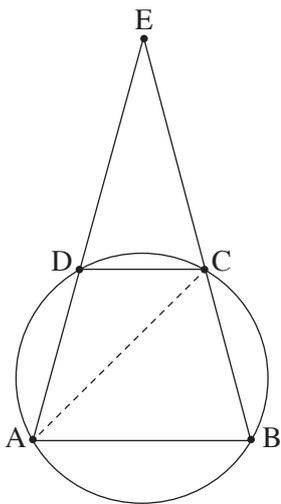
באותו היום התקשרו למערכת העיתון 6 מנויים שלא קיבלו את העיתון בזמן.

ד. מהי ההסתברות שלכל היותר 4 מהם גרים בחיפה?

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. מנקודה B, שמחוץ למעגל, העבירו ישר שמשיק למעגל בנקודה C, וישר אחר שחותך את המעגל בנקודות E ו-A, כמתואר בסרטוט. הנקודה D נמצאת על המעגל כך שהמיתר CD מקביל למיתר EA. המיתרים ED ו-AC נחתכים בנקודה K.
- א. הוכיחו: $\triangle CEB \sim \triangle DCE$.
- נתון: $ED = 7$, $AK = 3$.
- נסמן את שטח המשולש CEK ב-S.
- ב. הביעו באמצעות S את שטח המשולש CKD.
- נתון: $BC = \frac{35}{\sqrt{32}}$.
- ג. הביעו באמצעות S את שטח המשולש CEB.
- הנקודה O היא מרכז המעגל.
- ד. הוכיחו: $\angle COE = \angle CKE$.
- נתון: $\angle CAE = 45^\circ$.
- ה. הסבירו מדוע הנקודות E, C, O ו-K נמצאות על מעגל אחד.



5. נתון טרפז ABCD ($AB \parallel DC$), החסום במעגל. המשכי הצלעות AD ו-BC נפגשים בנקודה E, כמתואר בסרטוט. נתון: $\angle ACB = 60^\circ$.
- נסמן: $\angle CDE = \alpha$, $AC = k$.
- א. (1) מצאו את זוויות המשולש ACE (הביעו באמצעות α אם יש צורך).
- (2) הביעו באמצעות α ו-k את אורכי הצלעות AB ו-DC.
- נתון כי שטח המשולש ABE גדול פי 3 משטח המשולש DCE.
- ב. מצאו את גודל הזווית α .
- ג. מצאו את הערך של k שבעבורו אורך התיכון לצלע EC במשולש AEC הוא $\sqrt{63}$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{(x - 3)^2}$, $0 < a < 3$ הוא פרמטר.

א. ענו על התת-סעיפים (1)–(5). הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{x^2}{(x - 3)^2}$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

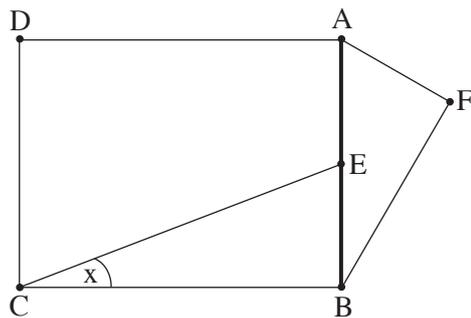
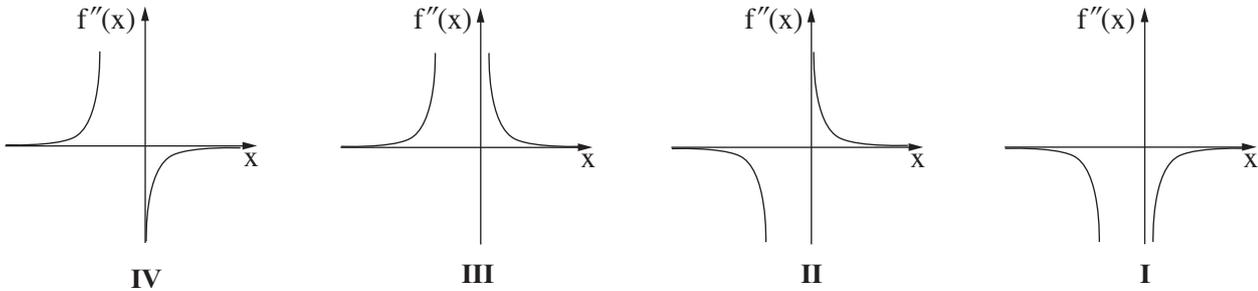
ב. (1) הוכיחו כי גרף הפונקצייה $g(x)$ נמצא כולו מעל גרף הפונקצייה $f(x)$.

(2) הביעו באמצעות a את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, על ידי הישר $x = 1$ ועל ידי

ציר ה- y .

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x^2 + x}}$

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) האם גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את הצירים? נמקו את תשובתכם.
 (3) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (4) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- נתון כי לפונקצייה $f(x)$ אין נקודות פיתול.
 ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ג. היעזרו בגרף הפונקצייה $f(x)$, וקבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הנגזרת השנייה $f''(x)$. נמקו את קביעתכם.
 ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = 2$.



8. הנקודה E היא אמצע הקטע AB. על הקטע AB בונים מלבן ABCD ומשולש ישר זווית AFB, $\angle AFB = 90^\circ$, כמתואר בסרטוט. נתון: $\angle ECB = x$, $\angle FAB = 2x$. נסמן את אורך הקטע AB ב- h .
- א. מהו תחום הערכים האפשרי בעבור x ? הסבירו את תשובתכם.
 ב. הביעו באמצעות x ו- h את ההפרש בין אורך הקטע CE לאורך הקטע AF.
 ג. מצאו את הערך של x שבעבורו ההפרש בין אורך הקטע CE לאורך הקטע AF הוא מינימלי.
 ד. בעבור הערך של x שמצאתם בסעיף ג, מצאו את היחס בין שטח המלבן ABCD לשטח המשולש AFB.

בהצלחה!



תשובות סופיות
בגרות קיץ 2023 מועד ב', שאלון 035581 (סמל ישן 035806)

שאלה 1

פתרון: א. אורי: 10 ק"מ, סמדר: 30 ק"מ ב. אורי: 4 קמ"ש, בועז: 6 קמ"ש ג. 24 דקות

שאלה 2

פתרון: א. הוכחה ב. שלילי ג. 39 ד. -3

שאלה 3

פתרון: א. $p = \frac{4}{15}$ ב. 56% ג. $\frac{30}{121}$ ד. 0.927

שאלה 4

פתרון: א. הוכחה ב. $\frac{4}{3}S$ ג. $\frac{175}{96}S$ ד. הוכחה ה. הוכחה

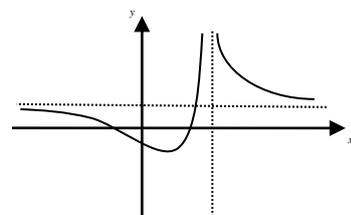
שאלה 5

פתרון: א. $120^\circ, 180^\circ - 2\alpha, 2\alpha - 120^\circ$ ב. $AB = \frac{\sqrt{3}k}{2\sin\alpha}, CD = \frac{k \sin(2\alpha - 120^\circ)}{\sin\alpha}$ ג. 6

שאלה 6

פתרון: א. $x \neq 3$ ב. $x = 3, y = 1$ ג. $(0, -\frac{a^2}{9}), (-a, 0), (a, 0)$ ד. $\min x = \frac{a^2}{3}$

א. $\frac{a^2}{6}$ ב. הוכחה



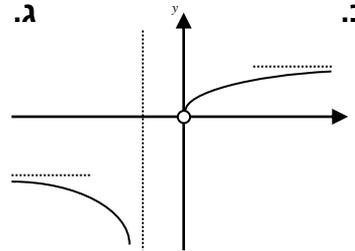
א. 5



שאלה 7

פתרון: א. $x > 0$ או $x < -1$ ב. לא א. $x = -1$, $y = \pm 4$ א. תחום עלייה: $x > 0$, תחום

ירידה: $x < -1$ ב. ג. גרף I ד. 0.435



שאלה 8

פתרון: א. $0^\circ < x < 45^\circ$ ב. $\frac{h}{2\sin x} - h\cos 2x$ ג. $x = \frac{\pi}{6}$ (30°) ד. 4

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

Melumad

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. רוני ושיר יצאו בשעה 10:00 לריצה לאורך מסלול AB.
רוני יצאה מנקודה A ושיר יצאה מנקודה B. הן רצו זו לקראת זו ונפגשו בשעה 10:40.
כל אחת מהן רצה במהירות קבועה. מהירות הריצה של רוני הייתה גבוהה פי 1.4 ממהירות הריצה של שיר.
א. הביעו את אורך המסלול AB באמצעות מהירות הריצה של שיר.
רוני עצרה במקום המפגש למנוחה של שעה, ואילו שיר המשיכה לרוץ באותה המהירות שבה היא רצה לפני כן, עד שהגיעה לנקודה A.
מייד כשהגיעה שיר לנקודה A היא רצה בחזרה לנקודה B, במהירות הגבוהה פי 1.5 ממהירותה ההתחלתית.
מייד בסוף המנוחה שלה, המשיכה רוני להתקדם בהליכה לכיוון נקודה B.
מהירות ההליכה של רוני הייתה נמוכה ב־6.6 קמ"ש ממהירות הריצה שלה.
רוני ושיר הגיעו לנקודה B בדיוק באותה השעה.
ב. מצאו את מהירות הריצה ההתחלתית של שיר.
ג. באילו שעות, לאחר הפגישה הראשונה, היה המרחק בין רוני לשיר 3 ק"מ? מצאו את שתי האפשרויות.

2. נתונה סדרה חשבונית A ובה $2n$ איברים (n הוא מספר טבעי).

d הוא הפרש הסדרה ($d \neq 0$).

מגדירים סדרה נוספת B באופן הזה: $b_t = \frac{a_t + a_{t+1}}{2}$.

בסדרה B יש $2n - 1$ איברים.

א. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה חשבונית, והביעו באמצעות d את ההפרש שלה.

נסמן ב- S_A את סכום האיברים בסדרה A.

נסמן ב- S_B את סכום האיברים בסדרה B.

ב. הוכיחו: $\frac{S_A}{2n} = \frac{S_B}{2n-1}$.

נתון: $S_A = 220 + S_B$, $S_A = \frac{66}{65} \cdot S_B$.

ג. (1) מצאו את n .

(2) מצאו את סכום שני האיברים האמצעיים בסדרה A.

3. כדי להתקבל ללימודים בפקולטה מסוימת מועמד צריך להיבחן בשני מבחנים.

ההסתברות שמועמד יצליח במבחן הראשון היא P ($P > 0.5$).

אם המועמד הצליח במבחן הראשון, אז ההסתברות שהוא יצליח במבחן השני היא $P + 0.1$.

אם המועמד נכשל במבחן הראשון, אז ההסתברות שהוא יצליח במבחן השני היא $P - 0.4$.

נתון כי ההסתברות שהמועמד יצליח בדיוק במבחן אחד מבין השניים היא $\frac{1}{4}$.

א. מצאו את P .

כדי להתקבל ללימודים בפקולטה המועמד צריך להצליח בשני המבחנים.

ב. ידוע כי מועמד הצליח לפחות במבחן אחד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לפקולטה?

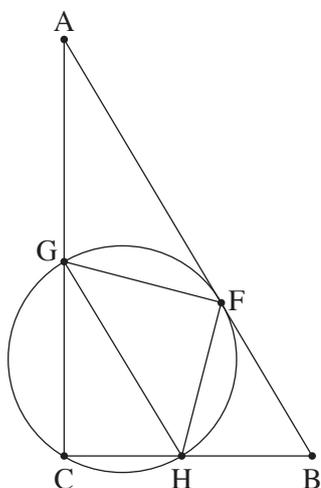
שלושה מועמדים נבחנו בשני המבחנים.

ג. מהי ההסתברות ששני מועמדים מבין שלושה התקבלו לפקולטה ואחד מהם נכשל בשני המבחנים?

n מועמדים נבחנו בשני המבחנים ($n \geq 2$).

ד. הביעו באמצעות n את ההסתברות שלפחות מועמד אחד התקבל לפקולטה וגם לפחות מועמד אחד לא התקבל לפקולטה.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. המשולש ABC הוא משולש ישר זווית, $\angle ACB = 90^\circ$. הנקודות F, G, H, נמצאות על הצלעות AB, AC, CB בהתאמה, כך שהמרובע GCHF חסום במעגל (ראו סרטוט).

נתון: AB משיק למעגל בנקודה F,

$AB \parallel GH$.

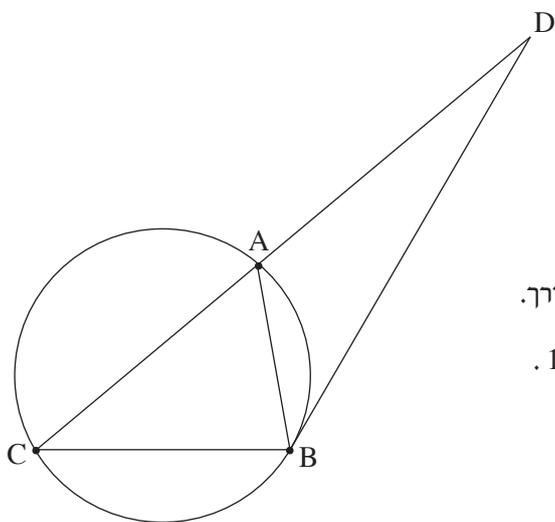
א. הוכיחו: $FG = FH$.

ב. (1) מצאו את גודל הזווית $\angle ACF$.

(2) הוכיחו: $\triangle GFC \sim \triangle FBC$.

קוטר המעגל היוצא מנקודה F חותך את הצלע AC בנקודה E.

ג. הוכיחו: $\angle FEB = \angle FCB$.



5. המשולש ABC חסום במעגל שהרדיוס שלו הוא R. המשיק למעגל בנקודה B חותך את המשך הצלע CA בנקודה D, כמתואר בסרטוט.

נסמן: $\angle ABD = \alpha$.

נתון: $\angle DBC = 120^\circ$.

א. הביעו את אורכי הצלעות AB ו-BC באמצעות R ו- α , אם יש צורך.

נתון: היחס בין שטח המשולש BDC ובין שטח המשולש BDA הוא 1.8.

ב. מצאו את α .

נתון כי רדיוס המעגל החסום במשולש BDA הוא 6.

ג. מצאו את R.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \sin(x) \cdot \cos^3(x)$ המוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

- א. (1) האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמקו.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 (3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$.

- ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$.
 (3) סרטטו (בקו מקווקו) סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ באותה מערכת צירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$.

- ענו על סעיף ג בעבור התחום שבו מוגדרות שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
 ג. מצאו את המרחק המינימלי בין הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 9}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כאלה).
 (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 (4) מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה (U) וכלפי מטה (∩) של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = -f(-x)$. הפונקציות $f(x)$ ו- $h(x)$ מוגדרות באותו תחום.

- ג. באותה מערכת צירים שבה סרטטתם סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$, הוסיפו בקו מקווקו סקיצה של גרף הפונקצייה $h(x)$.

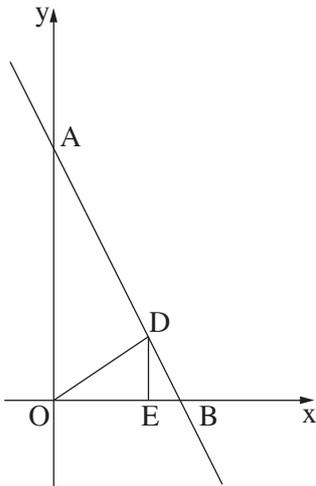
נתון: $a > 5$ הוא פרמטר.

- ד. סדרו את הביטויים I-II-III שלפניכם מן הקטן ביותר אל הגדול ביותר (כתבו בצד שמאל את מספרו של הביטוי הקטן ביותר וכן הלאה).

$$\int_{-a+1}^{-a+2} (f(x) - h(x)) dx \quad \text{III}$$

$$\int_{a+1}^{a+2} (f(x) - h(x)) dx \quad \text{II}$$

$$\int_a^{a+1} (f(x) - h(x)) dx \quad \text{I}$$



8. ישר ששיפועו -2 חותך את החלק החיובי של ציר ה- x בנקודה B, ואת החלק החיובי של ציר ה- y בנקודה A. הנקודה D נמצאת על הישר AB ברביע הראשון. הנקודה E נמצאת על ציר ה- x כך שהקטע DE מקביל לציר ה- y . הנקודה O היא ראשית הצירים, כמתואר בסרטוט. נסמן את אורך הקטע OE ב- p . נתון: שטח המשולש OED הוא $\frac{p}{2}$.
 א. הביעו באמצעות p את משוואת הישר AB.
 ב. מצאו את הערך של p שבעבורו היחס בין שטח המשולש OED ובין שטח המשולש ABO הוא מקסימלי.

בהצלחה!

תשובות סופיות

בגרות קיץ 2023 מועד נבצרים, שאלון 035581 (סמל ישן 035806)

שאלה 1

פתרון: א. 1.6 ב. 9 קמ"ש ג. 11:00, 12:16

שאלה 2

פתרון: א. הוכחה ב. הוכחה ג. $n = 33$ ד. 440

שאלה 3

פתרון: א. 0.65 ב. $\frac{39}{59}$ ג. 0.187 ד. $1 - \frac{41^n + 39^n}{80^n}$

שאלה 4

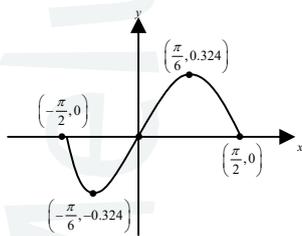
פתרון: א. הוכחה ב. 45° ב. הוכחה ג. הוכחה

שאלה 5

פתרון: א. $AB = 2R \sin \alpha$, $BC = \sqrt{3}R$ ב. 40.2° ג. 15.382

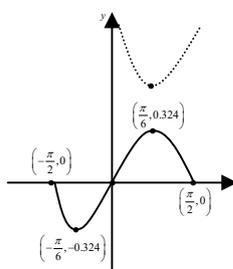
שאלה 6

פתרון: א. אי-זוגית א. $(0,0), (\frac{\pi}{2},0), (-\frac{\pi}{2},0)$ ב. $(\frac{\pi}{2},0)$ א. $(0,0)$



א. $(\frac{\pi}{2},0) \min, (\frac{\pi}{6},0.324) \max, (-\frac{\pi}{6},-0.324) \min, (-\frac{\pi}{2},0) \max$ ב. $(-\frac{\pi}{2},0) \max, (-\frac{\pi}{6},-0.324) \min, (\frac{\pi}{6},0.324) \max, (\frac{\pi}{2},0) \min$

א. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ב. $(\frac{\pi}{6}, 1.75) \min$ ב. 1.43

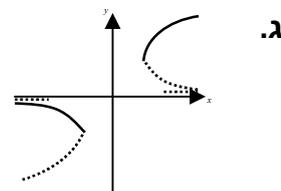
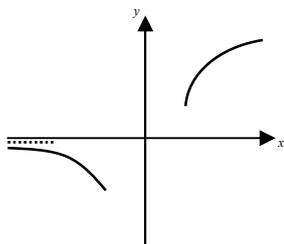


שאלה 7

פתרון: א. $x \geq 3$ או $x \leq -3$ א.2. אין א.3. תחום עלייה: $x > 3$, תחום ירידה: $x < -3$

א.4. תחום קעירות כלפי מעלה: אין, תחום קעירות כלפי מטה: $x < -3$ או $x > 3$ ב.

ד. III, I, II



שאלה 8

פתרון: א. $y = -2x + (2p + 1)$ ב. $p = 0.5$

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

Melumad

בקובץ זה מופיעות שלושת הגרסאות לשאלון 581, חורף 2023

- 1- שאלון 581, גרסה א', חורף 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 2- שאלון 581, גרסה ב', חורף 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 3- שאלון 581, גרסה ג', חורף 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.

שאלון 581, **גרסה א'**, חורף 2023

| | | |
|----------------------------|--|---|
| מדינת ישראל משרד החינוך | סוג הבחינה: מועד הבחינה: מספר השאלון: מפתח: | בגרות חורף תשפ"ג, 2023 035581 דמי נוסחאות ל-8 יחידות לימוד |
|----------------------------|--|---|

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. **מצד המבצע:** יש להישמע ולקבל:
 - ב. **מנהל המאגן ומפקח המערכת:** בשאלון זה שלושה פרקים, גבהם ישמנה שאלות.
 - פרק ראשון – אלגברה והסתברות
 - פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות של שני משתנים, של פונקציות של משתנים רציפים ושל פונקציות טריגונומטריות
 - יש לענות על **המשג** ושאלות לבחירתכם – 5 (5) = 100 נקודות.
- ב. **המשג ע"ד מנתח באמצעות:**
 - (1) מחשבון לא גרמי, איך להשתמש באמצעיות החכמה במחשבון שיש בו אמצעות תכנות, שימוש במחשבון גרמי או באמצעיות החכמה במחשבון עלול לגרום לפסילה הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מערמרים).
- ד. **הוראות מיוחדות:**
 - (1) איך להעתיק את השאלה: יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חרוץ, יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 - יש להסביר את כל הפעולות, מילל חישובים, במידות ובצורה ברורה ומסודרת.
 - חוסר פירוט עלול לגרום למניקה בניין או לפסילה הבחינה.

יש לנהוג **באמצעות הבחינה בלבד**, יש לרשום "לימוד" בראש כל עמוד תשובות מיוחדת.
בחינת תיאור בדפים שאינם מחוברות הבחינה עלולה לגרום לפסילה הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אך על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, במירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|------------------------------|
| 1. | |
| א. | $v_I = 5x$ |
| ב. (1) | $v_{II} = 15x$ בשעה 20:00 |
| ג. | בין תחנה B לתחנה C 2 קמ"ש |

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. לאורך גדת נהר יש שלוש תחנות: תחנה A, תחנה B ותחנה C שנמצאת בנקודה מסוימת בין תחנה A ובין תחנה B. הנהר זורם מכיוון תחנה A לכיוון תחנה B במהירות קבועה. שתי סירות, סירה I וסירה II, יצאו בשעה 8:00 מנקודה C ושטו לכיוונים הפוכים: סירה I שטה (נגד הזרם) אל תחנה A, וסירה II שטה (עם הזרם) אל תחנה B. מייד לאחר שכל אחת מן הסירות הגיעה לתחנה המתאימה, היא הסתובבה ושטה בכיוון ההפוך. נתון כי המהירות של כל אחת מן הסירות במים עומדים היא קבועה. המהירות של סירה I כאשר היא שטה עם הזרם הייתה גדולה פי 1.5 ממהירותה כאשר היא שטה נגד הזרם. המהירות של סירה II כאשר היא שטה עם הזרם הייתה גדולה פי 4 ממהירותה של **סירה I** כאשר היא שטה נגד הזרם. נסמן ב- x את מהירות הזרם בנהר.
 - א. הביעו באמצעות x את המהירות של סירה I במים עומדים ואת המהירות של סירה II במים עומדים. סירה I הגיעה לתחנה A לאחר 3 שעות מרגע היציאה לדרך, ומייד הסתובבה ושטה לכיוון תחנה B. סירה II הגיעה לתחנה B לאחר 7 שעות מרגע היציאה לדרך, ומייד הסתובבה ושטה לכיוון תחנה A.
 - ב. (1) באיזו שעה נפגשו הסירות?
 - (2) האם הסירות נפגשו בין תחנה A לתחנה C או בין תחנה B לתחנה C? נמקו את תשובתכם. הסירות נפגשו במרחק של 84 ק"מ מתחנה C.
 - ג. מהי מהירות הזרם בנהר?

שאלון 581 גרסה א'

מתמטיקה, חורף תשפ"ג, מס' 035581 + נספח

2. נתונה סדרה הנדסית אין סופית A, שהאיבר הכללי שלה הוא a_n ומנתה היא q .

בונים סדרה חדשה B שהאיבר הכללי שלה הוא $b_n = a_n \cdot q^{n-1}$.

א. הוכיחו שגם סדרה B היא סדרה הנדסית.

ב. בנוגע לכל אחד מן ההיגדים (1)–(2) שלפניכם קבעו אם הוא נכון או לא נכון, ותמקו את קביעתכם.

(1) אם הסדרה A לא מתכנסת – בהכרח גם הסדרה B לא מתכנסת.

(2) אם הסדרה A יורדת – בהכרח היא גם מתכנסת.

נתון כי שתי הסדרות מתכנסות, וכי היחס בין הסכום של כל איברי הסדרה B לסכום של כל איברי הסדרה A הוא $\frac{3}{5}$.

ג. מצאו את q .

נתון: n הוא מספר טבעי המקיים $\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \frac{b_3}{a_3} + \dots + \frac{b_n}{a_n} = \frac{2059}{729}$.

ד. מצאו את n .

| | |
|-------------------|--------|
| יש להוכיח | א. |
| נכון (יש לנסק) | ב. (1) |
| לא נכון (יש לנסק) | ב. (2) |
| $q = \frac{2}{3}$ | ג. |
| $n = 7$ | ד. |

| | |
|---------------------|----|
| $\frac{18}{a(b+1)}$ | א. |
| $a = 10$ | ב. |
| $b = 12$ | ג. |
| $\frac{7}{13}$ | ד. |
| ~ 0.173 | ה. |
| $\frac{1}{5}$ | ו. |

3. בחנות פירות יש ארנזים וכתובים פירות.

בארנז א' יש a פירות; 3 תפוחים והשאר אגסים.

בארנז ב' יש b פירות; 5 תפוחים והשאר אגסים.

מוציאים באקראי פרי אחד מארנז א', אם יצא תפוח – מעבירים אותו לארנז ב', ואם יצא אגס – מחזירים אותו לארנז א'.

לאחר מכן מוציאים באקראי פרי אחד מארנז ב'.

א. הביעו באמצעות a ו- b את ההסתברות שיצאו 2 תפוחים.

נתון: ההסתברות להוציא באופן המתואר 2 תפוחים היא $\frac{9}{65}$.

ההסתברות להוציא באופן המתואר תפוח אחד ואחר כך אגס אחד היא $\frac{21}{130}$.

ב. מצאו את a ואת b .

ג. חשבו את ההסתברות שמארנז ב' יצא אגס, אם ידוע כי מארנז א' יצא תפוח.

מעבירים את כל הפירות משני הארנזים לארנז אחד שהיה ריק, ומוציאים ממנו באקראי פרי 6 פעמים, עם החזרה.

ד. מצאו את ההסתברות שבי 4 מן הפעמים בדיוק יצא תפוח אך שבכל 6 הפעמים יצא אגס.

ה. ידוע שבי 4 מן הפעמים בדיוק יצא תפוח, מצאו את ההסתברות שהתפוחים יצאו ברציפות, בזה אחר זה.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B (ראו סרטוט).

המיתר AC במעגל השמאלי חותך את המעגל הימני בנקודה D.

המיתר AE במעגל הימני חותך את המעגל השמאלי בנקודה F.

הקטע CE עובר דרך הנקודה B.

א. הוכיחו כי $\triangle ACE \sim \triangle BCD$.

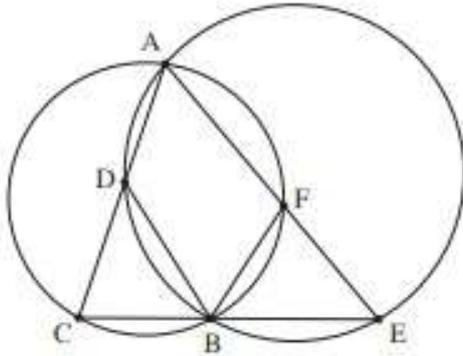
נתון: $DC = FE$.

ב. הוכיחו כי $\triangle BFE \cong \triangle BCD$.

ג. (1) הוכיחו כי $AC \cdot BE = AE \cdot BC$.

(2) הוכיחו כי AB הוא חוצה זווית CAE.

ד. הוכיחו כי $\angle DEC = \angle FCE$.



| 4. | |
|--------------|--------|
| א. יש להוכיח | א. |
| ב. יש להוכיח | ב. |
| ג. יש להוכיח | ג. (1) |
| ד. יש להוכיח | ד. (2) |
| ה. יש להוכיח | ה. |

5. משולש BCD חסום במעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.

הנקודות O ו-E נמצאות על הצלע BD כך שמתקיים $OE = ED$ (ראו סרטוט).

נסמן: $\angle CDB = \alpha$, $CD = m$.

א. הביעו את $\cos \alpha$ באמצעות m ו-R.

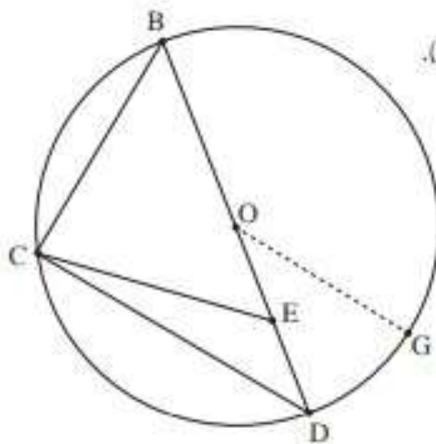
ב. הוכיחו כי $CE = \frac{1}{2}\sqrt{2m^2 + R^2}$.

נתון: $BC = EC$.

ג. חשבו את α .

מעבירים רדיוס OG המקביל לצלע CD, כמתואר בסרטוט.

ד. חשבו את גודל הזווית OEG.



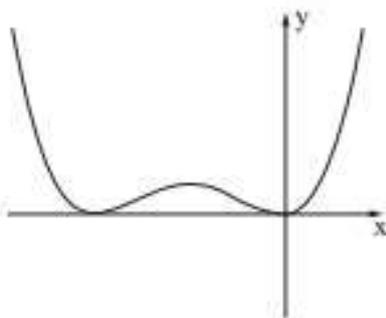
| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|------------------------------|
| 5. | |
| א. | $\cos \alpha = \frac{m}{2R}$ |
| ב. | יש להוכיח |
| ג. | $\alpha = 37.76^\circ$ |
| ד. | $\angle OEG = 115.38^\circ$ |

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

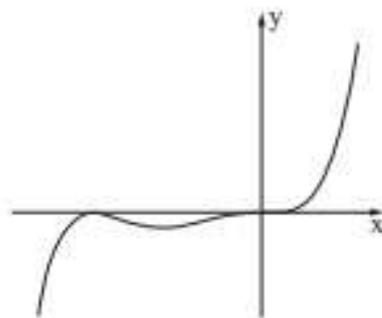
6. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^n \cdot (x+1)^2$, $n > 1$ הוא מספר טבעי. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

- א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- ב. מצאו את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה), הבחינו בין n זוגי ובין n אי-זוגי.
- ג. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן. הביעו את תשובותיכם באמצעות n , אם יש צורך. הבחינו בין n זוגי ובין n אי-זוגי.

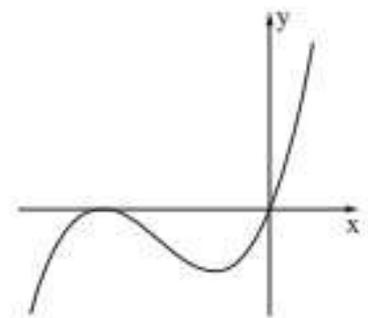
לפניכם שלושה גרפים I-III. אחד מן הגרפים מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור n זוגי, ואחד מהם מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור $n > 1$ ואי-זוגי.



III



II



I

ד. קבעו איזה גרף מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור n זוגי, ואיזה גרף מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור $n > 1$ ואי-זוגי. נמקו את קביעותיכם.

נתונה הפונקצייה $g(x) = a \cdot f(x-2)$, a הוא פרמטר חיובי.

נסמן ב- T את השטח הכלוא בין גרף הפונקצייה $g(x)$ ובין ציר ה- x .

ה. הביעו באמצעות a ו- T את השטח הכלוא בין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין ציר ה- x . נמקו את תשובתכם.

6.

א. $(0, 0), (-1, 0)$

ב. עבור n זוגי:

תחום חיוביות:

$x < -1, -1 < x < 0, 0 < x$

(תחום שליליות: אין)

עבור n אי-זוגי:

תחום חיוביות:

$0 < x$

תחום שליליות:

$x < -1, -1 < x < 0$

ג.

עבור n זוגי:

מינימום: $x = -1, x = 0$

מקסימום: $x = -\frac{n}{n+2}$

עבור n אי-זוגי:

מקסימום: $x = -1$

מינימום: $x = -\frac{n}{n+2}$

ד.

עבור n זוגי: גרף III

עבור $n > 1$ אי-זוגי: גרף II

ה.

$\frac{T}{n}$

שאלון 581 גרסה א'

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| 7. | |
| א. (1) | $x \neq -2\pi, x \neq -\pi$ |
| ב. (2) | $x \neq 0, x \neq \pi, x \neq 2\pi$ |
| ג. (3) | $x = -2\pi, x = -\pi$ |
| ד. (1) | $x = 0, x = \pi, x = 2\pi$ (איוונות יש להוכיח) |
| ה. (1) | אין נקודות חיתוך עם הצירים |
| ו. (2) | מקסימום: $(\frac{\pi}{2}, -2)$ מינימום: $(\frac{3\pi}{2}, 2)$ |
| ז. ג. | |
| ח. ד. | יש להוכיח |
| ט. ה. | -0.18 |

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2 \sin(x)}{\cos^2(x) - 1}$ בתחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .
- ג. (3) האם הפונקצייה $f(x)$ זוגית, איוונת או לא זוגית ולא איוונת? הוכיחו את תשובתכם.
- ד. עני על התת-סעיפים (1)-(2) שלפניכם בעבור התחום $0 \leq x \leq 2\pi$.
- ה. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ו. (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ז. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ (בתחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$).
- ח. הוכיחו כי לפונקצייה $f(x)$ אין נקודות פיתול.
- ט. חשבו את השטח הכלוא בין גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ובין ציר ה- x , בתחום $1.7 \leq x \leq 2$.

8. לפניכם שלוש פונקציות שלכל אחת מהן יש שני ערכי x שבהם היא אינה מוגדרת.

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{(x + 1)(x + 2)}, \quad h(x) = \frac{x^3}{x(x + 2)}, \quad k(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2(x + 2)}$$

- ידוע כי לאחת משלוש הפונקציות יש אסימפטוטה אנכית אחת ואסימפטוטה אנכית אחת בלבד.
- א. מביין שלוש הפונקציות הנתונות, קבעו איוו פונקצייה מקיימת את כל התכונות האלה, נמוקו את קביעתכם.
- ב. עני על סעיפים ב-ד עבור הפונקצייה שקבעתם בסעיף א.
- ג. (1) מצאו את המשוואה של האסימפטוטה האופקית ואת המשוואה של האסימפטוטה האנכית של הפונקצייה.
- ד. (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה עם הצירים.

נתון כי לפונקצייה זו אין נקודות קיצון.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה.

נסמן נקודה A על גרף הפונקצייה, שעבורה $-1 < t < 1, x = t$.

מן הנקודה A מעבירים שני ישרים, האחד מאונק לציר ה- x והאחר מאונק לאסימפטוטה האנכית של הפונקצייה,

כך שנוצר מלבן על ידי שני הישרים, על ידי האסימפטוטה האנכית ועל ידי ציר ה- x .

ד. מצאו את ערכו של t שבעבורו היקף המלבן המתקבל הוא מינימלי. תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---------------------|
| 8. | |
| א. | $g(x)$ |
| ב. (1) | $x = -2, y = 1$ |
| ג. (2) | $(0, -0.5), (1, 0)$ |
| ד. | |
| ה. | $t = -2 + \sqrt{3}$ |

שאלון 581, **גרסה ב'**, חורף 2023

| | | |
|----------------------------|--|--|
| מדינת ישראל משרד החינוך | סוג הבחינה: מועד הבחינה: מספר השאלון: נספח: | כמות: חורף תשפ"ג, 2023 055581 דמי נסחאות ל-5 יחידות לימוד |
|----------------------------|--|--|

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. **שגור הבחינה:** שלוש שעות וחצי.
- ב. **מבנה השאלון ומסמת ההצגה:** בשאלון זה שלושה פרקים, נבחרם שאמנה שאלות.
 - פרק ראשון – אלגברה והסתברות
 - פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאל ואינטגרל של פולינומים, טל פונקציות שרשרת, טל פונקציות רציונליות וטל פונקציות כריזונומטריות.
 יש לענות על **חמש** שאלות לבחירתכם – $20 = 5 \cdot 4 = 100$ נקודות.
- ג. **תוסף עזר מותר באמצעות:**
 - (1) מחשבון לא גרמי, אין להשתמש באמצעויות התכנות במחשבון ויש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרמי או באמצעויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דמי נסחאות (מערפים).
- ד. **הנראות מיוחדת:**
 - (1) אין להעתיק את השאלה, יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש לתת חיל כל שאלה בעמוד חינם, יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, **בם** כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את **כל** הפעולות, כולל חישובים, במידות ובצורה ברורה ונסהדות. חוסר פירוט עלול לגרום לנזיקה בציין או לפסילת הבחינה.

יש לטלוח **במחברת הבחינה בלבד**, יש לרשום "מיועד" בראש כל עמוד המכיל יחידות. בחיבת מילוח בחינם איננה במחברת הבחינה עלול לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אך על פי כל על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

שאלון 581 גרסה ב'

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום למגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| 1. | א. |
| ב. (1) | $v_I = 5x$ $v_{II} = 11x$ בשעה 19:30 בין תחנה B לתחנה C |
| ג. (2) | 3 קמ"ש |

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. לאורך גדת נהר יש שלוש תחנות: תחנה A, תחנה B ותחנה C. שנמצאת בנקודה מסוימת בין תחנה A ובין תחנה B. הנהר זורם מכיוון תחנה A לכיוון תחנה B במהירות קבועה. שתי סירות, סירה I וסירה II, יצאו בשעה 8:00 מנקודה C ושטו לכיוונים המוכים: סירה I שטה (נגד הזרם) אל תחנה A, וסירה II שטה (עם הזרם) אל תחנה B. מייד לאחר שכל אחת מן הסירות הגיעה לתחנה המתאימה, היא הסתובבה ושטה בכיוון ההפוך. נתון כי המהירות של כל אחת מן הסירות במים עומדים היא קבועה. המהירות של סירה I כאשר היא שטה עם הזרם הייתה גדולה פי 1.5 ממהירותה כאשר היא שטה נגד הזרם. המהירות של סירה II כאשר היא שטה עם הזרם הייתה גדולה פי 3 ממהירותה של **סירה I** כאשר היא שטה נגד הזרם. נסמן ב- x את מהירות הזרם בנהר.
 - א. הביעו באמצעות x את המהירות של סירה I במים עומדים ואת המהירות של סירה II במים עומדים. סירה I הגיעה לתחנה A לאחר 3 שעות מרגע היציאה לדרך, ומייד הסתובבה ושטה לכיוון תחנה B. סירה II הגיעה לתחנה B לאחר 7 שעות מרגע היציאה לדרך, ומייד הסתובבה ושטה לכיוון תחנה A.
 - ב. (1) באיזו שעה נפגשו הסירות?
 - (2) האם הסירות נפגשו בין תחנה A לתחנה C או בין תחנה B לתחנה C? נמקו את תשובתכם.
 - ג. הסירות נפגשו במרחק של 117 ק"מ מתחנה C.
 - ג. מהי מהירות הזרם בנהר?

שאלון 581 גרסה ב'

2. נתונה סדרה הנדסית אין סופית A, שהאיבר הכללי שלה הוא a_n ומנתה היא q.

בונים סדרה חדשה B, שהאיבר הכללי שלה הוא $b_n = a_n + q^{n-1}$.

- א. הוכיחו שגם סדרה B היא סדרה הנדסית.
- ב. בנועו לכל אחד מן ההיגדים (1) – (2) שלפניכם קבעו אם הוא נכון או לא נכון, ותמקדו את קביעתכם.
 - (1) אם הסדרה A לא מתכנסת – בהכרח גם הסדרה B לא מתכנסת.
 - (2) אם הסדרה A יורדת – בהכרח היא גם מתכנסת.

נתון כי שתי הסדרות מתכנסות, וכי היחס בין הסכום של כל איברי הסדרה B לסכום של כל איברי הסדרה A הוא $\frac{5}{7}$.

| | |
|----------------------|-----|
| א. יש להוכיח | 2. |
| ב. נכון (יש לנסק) | (1) |
| ג. לא נכון (יש לנסק) | (2) |
| ד. $q = \frac{2}{5}$ | 3. |
| ה. $n = 5$ | 4. |

נתון: n הוא מספר טבעי המקיים $\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \frac{b_3}{a_3} + \dots + \frac{b_n}{a_n} = \frac{1031}{625}$

ד. מצאו את n.

| | |
|------------------------|----|
| א. $\frac{36}{a(b+1)}$ | 3. |
| ב. $a = 10$ | 4. |
| ג. $b = 25$ | 5. |
| ד. $\frac{7}{13}$ | 6. |
| ה. ~ 0.185 | 7. |
| ו. $\frac{1}{5}$ | 8. |

3. בחנות פירות יש ארנזים ובתוכם פירות בארנז א' יש a פירות: 3 תפוחים והשאר אגסים. בארנז ב' יש b פירות: 11 תפוחים והשאר אגסים.

מוציאים באקראי פרי אחד מארנז א'. אם יצא תפוח – מעבירים אותו לארנז ב', ואם יצא אגס – מחזירים אותו לארנז א'. לאחר מכן מוציאים באקראי פרי אחד מארנז ב'.

א. הביעו באמצעות a ו-b את ההסתברות שיצאו 2 תפוחים.

נתון: ההסתברות להוציא באופן המתואר 2 תפוחים היא $\frac{9}{65}$.

ההסתברות להוציא באופן המתואר תפוח אחד ואחר כך אגס אחד היא $\frac{21}{130}$.

ב. מצאו את a ואת b.

ג. חשבו את ההסתברות שמארנז ב' יצא אגס, אם ידוע כי מארנז א' יצא תפוח.

מעבירים את כל הפירות משני הארנזים לארנז אחד שהיה ריק, ומוציאים ממנו באקראי פרי: 6 פעמים, עם החזרה.

ד. מצאו את ההסתברות שבי-4 מן הפעמים בדיוק יצא תפוח אך שבכל-6 הפעמים יצא אגס.

ה. ידוע שבי-4 מן הפעמים בדיוק יצא תפוח. מצאו את ההסתברות שהתפוחים יצאו ברציפות, בזה אחר זה.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B (ראו סרטוט).

המיתר AC במעגל השמאלי חותך את המעגל הימני בנקודה D.

המיתר AE במעגל הימני חותך את המעגל השמאלי בנקודה F.

הקטע CE עובר דרך הנקודה B.

א. הוכיחו כי $\triangle ACE \sim \triangle BCD$.

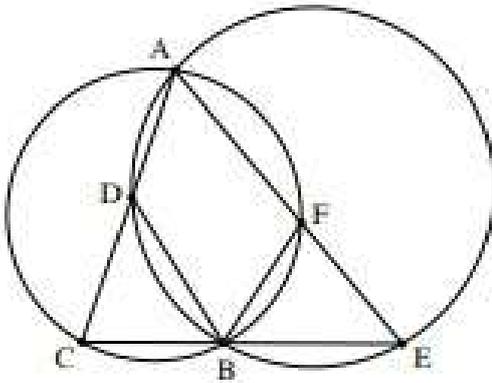
נתון: $DC = FE$.

ב. הוכיחו כי $\triangle BFE \cong \triangle BCD$.

ג. (1) הוכיחו כי $AC \cdot BE = AE \cdot BC$.

(2) הוכיחו כי AB הוא חוצה זווית CAE.

ד. הוכיחו כי $\angle DEC = \angle FCE$.



| א. א | יש להוכיח |
|----------|-----------|
| ב. ב | יש להוכיח |
| ג. ג (1) | יש להוכיח |
| ד. ד (2) | יש להוכיח |
| ה. ה | יש להוכיח |

5. משולש BCD חסום במעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.

הנקודות O ו-E נמצאות על הצלע BD כך שמתקיים $OE = ED$ (ראו סרטוט).

נסמן: $\angle CDB = \alpha$, $CD = z$.

א. הביעו את $\cos \alpha$ באמצעות R ו-R.

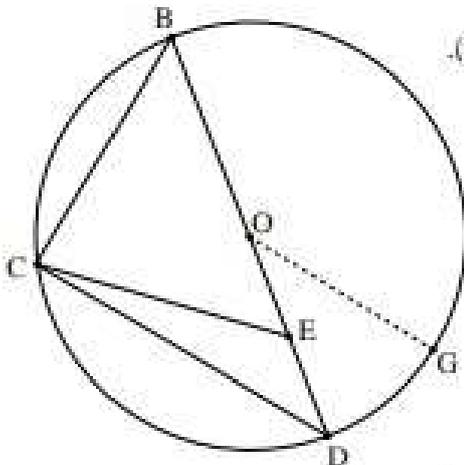
ב. הוכיחו כי $CE = \frac{1}{2} \sqrt{2z^2 + R^2}$.

נתון: $BC = EC$.

ג. חשבו את α .

מעבירים רדיוס OG המקביל לצלע CD, כמתואר בסרטוט.

ד. חשבו את גודל הזווית OEG.

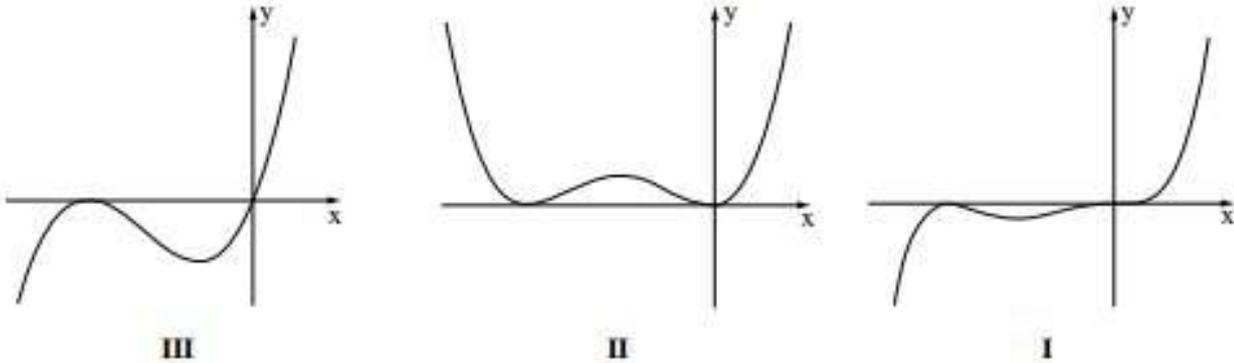


| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|------------------------------|
| 5 | |
| א. א | $\cos \alpha = \frac{1}{2R}$ |
| ב. ב | יש להוכיח |
| ג. ג | $\alpha = 37.76^\circ$ |
| ד. ד | $\angle OEG = 115.38^\circ$ |

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^n \cdot (x+1)^2$, $n > 1$ הוא מספר טבעי. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

- א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 ב. מצאו את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה). הבחינו בין n זוגי ובין n אי-זוגי.
 ג. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן. הביעו את תשובותיכם באמצעות n , אם יש צורך. הבחינו בין n זוגי ובין n אי-זוגי.
 לפניכם שלושה גרפים III-I. אחד מן הגרפים מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור n זוגי, ואחד מהם מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור $n > 1$ ואי-זוגי.



ד. קבעו איזה גרף מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור n זוגי, ואיזה גרף מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור $n > 1$ ואי-זוגי. נמקו את קביעותיכם.

| | |
|-------------------------------|----|
| א. $(0, 0), (-1, 0)$ | 6. |
| ב. עבר וזוגי | |
| תחום חיוביות: | |
| $x < -1, -1 < x < 0, 0 < x$ | |
| (תחום שליליות: אין) | |
| עבר ו אי-זוגי: | |
| תחום חיוביות: | |
| $0 < x$ | |
| תחום שליליות: | |
| $x < -1, -1 < x < 0$ | |
| ג. עבר ו זוגי | |
| מקסימום: $x = 0, x = -1$ | |
| מקסימום: $x = -\frac{n}{n+2}$ | |
| עבר ו אי-זוגי: | |
| מקסימום: $x = -1$ | |
| מקסימום: $x = -\frac{n}{n+1}$ | |
| ד. עבר ו זוגי נרץ II | |
| עבר ו $n > 1$ אי-זוגי: נרץ I | |
| ה. $\frac{K}{T}$ | |

נתונה הפונקצייה $g(x) = t \cdot f(x-4)$, t הוא פרמטר חיובי.

נסמן ב- K את השטח הכלוא בין גרף הפונקצייה $g(x)$ ובין ציר ה- x .

ה. הביעו באמצעות t ו- K את השטח הכלוא בין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין ציר ה- x . נמקו את תשובתכם.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| 7. | |
| א. (1) | $x \neq -2\pi, x \neq -\pi$ |
| (2) | $x \neq 0, x \neq \pi, x \neq 2\pi$ |
| (3) | $x = -2\pi, x = -\pi$ |
| ב. (1) | $x = 0, x = \pi, x = 2\pi$ |
| (2) | אייזוגית (יש להוכיח) אין נקודות חיתוך עם הצירים |
| ג. | מקסימום: $(\frac{\pi}{2}, -3)$ מינימום: $(\frac{3\pi}{2}, 3)$ |
| ד. | יש להוכיח |
| ה. | -0.39 |

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{3 \sin(x)}{\cos^2(x) - 1}$ בתחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .
 (3) האם הפונקצייה $f(x)$ זוגית, איזוגית או לא זוגית ולא איזוגית? הוכיחו את תשובתכם.
 ב. ענו על התתי-סעיפים (1)–(2) שלפניכם בעבור התחום $0 \leq x \leq 2\pi$.
 (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ (בתחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$).
 ד. הוכיחו כי לפונקצייה $f(x)$ אין נקודות פיתול.
 ה. חשבו את השטח הכלוא בין גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ובין ציר ה- x , בתחום $1.8 \leq x \leq 2.1$.

8. לפניכם שלוש פונקציות שלכל אחת מהן יש שני ערכי x שבהם היא אינה מוגדרת.

$$g(x) = \frac{x^3}{x(x+2)}, \quad h(x) = \frac{x^3-1}{x^2(x+2)}, \quad k(x) = \frac{x^2-1}{(x+1)(x+2)}$$

- ידוע כי לאחת משלוש הפונקציות יש אסימפטוטה אופקית אחת ואסימפטוטה אנכית אחת בלבד.
 א. מבין שלוש הפונקציות הנתונות, קבעו איזו פונקצייה מקיימת את כל התכונות האלה. נמקו את קביעתכם.
 ענו על סעיפים ב–ד עבור הפונקצייה שקבעתם בסעיף א.
 ב. (1) מצאו את המשוואה של האסימפטוטה האופקית ואת המשוואה של האסימפטוטה האנכית של הפונקצייה.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה עם הצירים.
 נתון כי לפונקצייה זו אין נקודות קיצון.
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה.
 נסמן נקודה M על גרף הפונקצייה, שעבורה $x = t$, $-1 < t < 1$.
 מן הנקודה M מעבירים שני ישרים, האחד מאונך לציר ה- x והאחר מאונך לאסימפטוטה האנכית של הפונקצייה, כך שנוצר מלבן על ידי שני הישרים, על ידי האסימפטוטה האנכית ועל ידי ציר ה- x .
 ד. מצאו את ערכו של t שבעבורו היקף המלבן המתקבל הוא מינימלי. תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---------------------|
| 8. | |
| א. | $k(x)$ |
| ב. (1) | $x = -2, y = 1$ |
| (2) | $(0, -0.5), (1, 0)$ |
| ג. | |
| ד. | $t = -2 + \sqrt{3}$ |

שאלון 581, גרסה ג', חורף 2023

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: מבחן
מועד הבחינה: חורף תשפ"ג, 2023
מספר השאלון: 581
דמי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. **שאר המסמך:** שלוש שעות וחצי.
- ב. **מבנה השאלון ומספר המרכיבים:** בשאלון זה שלושה מרכיבים, ובהם שאר שאלות, פרק ראשון – אלמנטריות והסתברות, פרק שני – טריגונומטריה וטריגונומטרייה במישור, פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות נגזרות, של פונקציות רציפות ושל פונקציות טריגונומטריות. יש לענות על **מטף** שאלות לבחירתכם – 5-50 = 100 נקודות.
- ג. **חוקר עזר פתוח באמצעות:**
 - (1) מחשבון לאגרנז'י, אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות, שימוש במחשבון נגזרי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום למסילת הבחינה.
 - (2) דמי נוסחאות (מצורפים).
- ד. **הוראות מיוחדות:**
 - (1) אין להעתיק את השאלה, יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד הרגיל. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים מונחת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, מילל חישובים, בעזרת וכפולה ברורה ומסודרת, חוסר מידום עלול לגרום לפגיעה במיין או למסילת הבחינה.

יש לרשום **במחברת הפתרון בלבד**, יש לרשום "מידור" בראש כל עמוד המסמך ידועת, תחית מידור בראש כל עמוד המסמך ידועת במחברת הבחינה עלולה לגרום למסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אך על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

שאלון 581 גרסה ג'

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה, חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|-------------------------------|
| 1. | |
| א. | $v_1 = 3x$ |
| ב. (1) | $v_{II} = 12x$ |
| ב. (2) | בשעה 21:30 |
| ג. | בין תחנה B לתחנה C 2.5 ק"מ |

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. לאורך גדת נהר יש שלוש תחנות: תחנה A, תחנה B ותחנה C שנמצאת בנקודה מסוימת בין תחנה A ובין תחנה B. הנהר זורם מכיוון תחנה A לכיוון תחנה B במהירות קבועה. שתי סירות, סירה I וסירה II, יצאו בשעה 9:30 מנקודה C ושטו לכיוונים הפוכים: סירה I שטה (נגד הזרם) אל תחנה A, וסירה II שטה (עם הזרם) אל תחנה B. מייד לאחר שכל אחת מן הסירות הגיעה לתחנה המתאימה, היא הסתובבה ושטה בכיוון ההפוך. נתון כי המהירות של כל אחת מן הסירות במים עומדים היא קבועה. המהירות של סירה I כאשר היא שטה עם הזרם הייתה גדולה פי 2 ממהירותה כאשר היא שטה נגד הזרם. המהירות של סירה II כאשר היא שטה עם הזרם הייתה גדולה פי 6.5 ממהירותה של **סירה I** כאשר היא שטה נגד הזרם. נסמן ב- x את מהירות הזרם בנהר.
- א. הביעו באמצעות x את המהירות של סירה I במים עומדים ואת המהירות של סירה II במים עומדים. סירה I הגיעה לתחנה A לאחר 2 שעות מרגע היציאה לדרך, ומייד הסתובבה ושטה לכיוון תחנה B. סירה II הגיעה לתחנה B לאחר 7 שעות מרגע היציאה לדרך, ומייד הסתובבה ושטה לכיוון תחנה A.
- ב. (1) באיזו שעה נפגשו הסירות?
(2) האם הסירות נפגשו בין תחנה A לתחנה C או בין תחנה B לתחנה C? נמקו את תשובתכם.
- ג. הסירות נפגשו במרחק של 90 ק"מ מתחנה C. מהי מהירות הזרם בנהר?

שאלון 581 גרסה ב'

2. נתונה סדרה הנדסית אין סופית A שהאיבר הכללי שלה הוא a_n ומנתה היא q .

בונים סדרה חדשה B שהאיבר הכללי שלה הוא $b_n = a_n + q^{n-1}$.

א. הוכיחו שגם סדרה B היא סדרה הנדסית.

ב. בנוגע לכל אחד מן ההיגדים (1)–(2) שלפניכם קבעו אם הוא נכון או לא נכון, ונמקו את קביעתכם.

(1) אם הסדרה A לא מתכנסת – בהכרח גם הסדרה B לא מתכנסת.

(2) אם הסדרה A יודעת – בהסרח היא גם מתכנסת.

נתון כי שתי הסדרות מתכנסות, וכי היחס בין הסכום של כל איברי הסדרה B לסכום של כל איברי הסדרה A הוא $\frac{4}{7}$.

ג. מצאו את q .

| | |
|-------------------|--------|
| יש להוכיח | א. |
| נכון (יש למקו) | ב. (1) |
| לא נכון (יש למקו) | ב. (2) |
| $q = \frac{3}{4}$ | ג. |
| $n = 6$ | ד. |

נתון: n הוא מספר טבעי המקיים $\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \frac{b_3}{a_3} + \dots + \frac{b_n}{a_n} = \frac{3367}{1024}$.

ד. מצאו את n .

| | |
|---------------------|----|
| $\frac{72}{a(b+1)}$ | א. |
| $a = 20$ | ב. |
| $b = 25$ | ג. |
| $\frac{7}{13}$ | ד. |
| -0.176 | ה. |
| $\frac{1}{5}$ | ו. |

3. בחנות פירות יש ארנזים ובתוכם פירות.

בארנז א' יש a פירות: 6 תפוחים והשאר אגסים.

בארנז ב' יש b פירות: 11 תפוחים והשאר אגסים.

מוציאים באקראי פרי אחד מארנז א', אם יצא תפוח – מעבירים אותו לארנז ב', ואם יצא אגס – מחזירים אותו לארנז א'.

לאחר מכן מוציאים באקראי פרי אחד מארנז ב'.

א. הביעו באמצעות a ו- b את ההסתברות שיצאו 2 תפוחים.

נתון: ההסתברות להוציא באופן המתואר 2 תפוחים היא $\frac{9}{65}$.

ההסתברות להוציא באופן המתואר תפוח אחד ואחר כך אגס אחד היא $\frac{21}{130}$.

ב. מצאו את a ואת b .

ג. חשבו את ההסתברות שמארנז ב' יצא אגס, אם ידוע כי מארנז א' יצא תפוח.

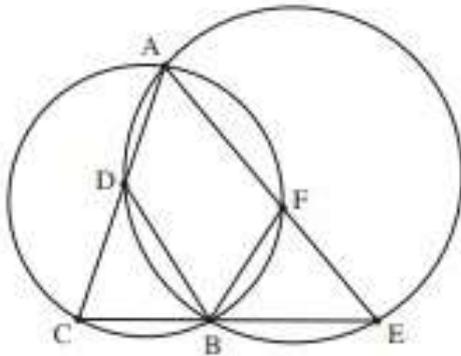
מעבירים את כל הפירות משני הארנזים לארנז אחד שהיה ריק, ומוציאים ממנו באקראי פרי 6 פעמים, עם החזרה.

ד. מצאו את ההסתברות שב-4 מן הפעמים בדיוק יצא תפוח צ שבכל 6 הפעמים יצא אגס.

ה. ידוע שב-4 מן הפעמים בדיוק יצא תפוח. מצאו את ההסתברות שהתפוחים יצאו ברציפות, בזה אחר זה.



פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



| 4. | |
|------------------|--|
| א. יש להוכיח | |
| ב. יש להוכיח | |
| ג. (1) יש להוכיח | |
| ד. (2) יש להוכיח | |
| ה. יש להוכיח | |

4. שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B (ראו סרטוט).

המיתר AC במעגל השמאלי חותך את המעגל הימני בנקודה D.

המיתר AE במעגל הימני חותך את המעגל השמאלי בנקודה F.

הקטע CE עובר דרך הנקודה B.

א. הוכיחו כי $\triangle ACE \sim \triangle BCD$.

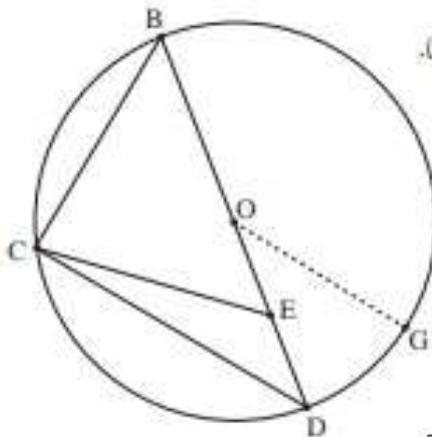
נתון: $DC = FE$.

ב. הוכיחו כי $\triangle BFE \cong \triangle BCD$.

ג. (1) הוכיחו כי $AC \cdot BE = AE \cdot BC$.

ד. (2) הוכיחו כי AB הוא חוצה זווית CAE.

ה. הוכיחו כי $\angle DEC = \angle FCE$.



5. משולש BCD חסום במעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.

הנקודות O ו-E נמצאות על הצלע BD כך שמתקיים $OE = ED$ (ראו סרטוט).

נסמן: $CD = k$, $\angle CDB = \alpha$.

א. הביעו את $\cos \alpha$ באמצעות k ו-R.

ב. הוכיחו כי $CE = \frac{1}{2} \sqrt{2k^2 + R^2}$.

נתון: $BC = EC$.

ג. חשבו את α .

מעבירים רדיוס OG המקביל לצלע CD, כמותאר בסרטוט.

ד. חשבו את גודל הזווית OEG.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|------------------------------|
| 5. | |
| א. | $\cos \alpha = \frac{k}{2R}$ |
| ב. | יש להוכיח |
| ג. | $\alpha = 37.76^\circ$ |
| ד. | $\angle OEG = 115.38^\circ$ |

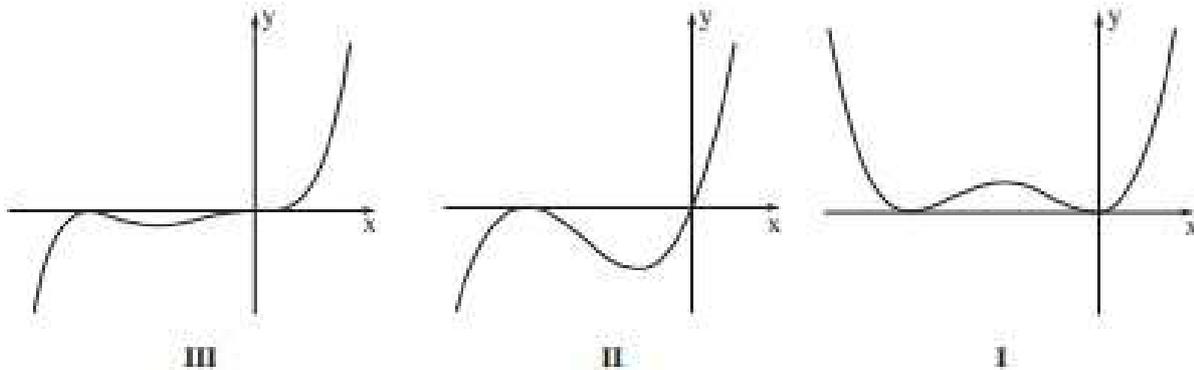


שאלון 581 גרסה ב'

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה $f(x) = x^n \cdot (x+1)^2$, $n > 1$. הוא מספר טבעי. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

- א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - ב. מצאו את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). הבחינו בין n זוגי ובין n אי-זוגי.
 - ג. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן. הביעו את תשובותיכם באמצעות n , אם יש צורך. הבחינו בין n זוגי ובין n אי-זוגי.
- לפניכם שלושה גרפים I–III, אחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה $f(x)$. עבור n זוגי, ואחד מהם מתאר את הפונקציה $f(x)$ עבור $n > 1$ ואי-זוגי.



ד. קבעו איזה גרף מתאר את הפונקציה $f(x)$ עבור n זוגי, ואיזה גרף מתאר את הפונקציה $f(x)$ עבור $n > 1$ ואי-זוגי. נמקו את קביעותיכם.

| | | |
|----|----|--|
| 6. | א. | $(0,0), (-1,0)$ |
| | ב. | עבור n זוגי תחום חיוביות: $x < -1, -1 < x < 0, 0 < x$ (תחום שליליות: אין) עבור n אי-זוגי: תחום חיוביות: $0 < x$ תחום שליליות: $x < -1, -1 < x < 0$ |
| | ג. | עבור n זוגי מקסימום: $x = 0, x = -1$ מקסימום: $x = -\frac{n}{n+2}$ עבור n אי-זוגי: מקסימום: $x = -1$ מקסימום: $x = -\frac{n}{n+2}$ |
| | ד. | עבור n זוגי: גרף I עבור $n > 1$ אי-זוגי: גרף III |
| | ה. | $\frac{\Delta}{K}$ |

נתונה הפונקציה $g(x) = k \cdot f(x-6)$, k הוא פרמטר חיובי.

נסמן ב- A את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $g(x)$ ובין ציר ה- x .

ת. הביעו באמצעות k ו- A את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ ובין ציר ה- x . נמקו את תשובתכם.



שאלון 581 גרסה ג'

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| 7. | |
| א. (1) | $x \neq -2\pi, x \neq -\pi$ |
| (2) | $x \neq 0, x \neq \pi, x \neq 2\pi$ |
| (3) | $x = -2\pi, x = -\pi$ |
| ב. (1) | $x = 0, x = \pi, x = 2\pi$ (אירזנות יש להוכיח) |
| (2) | אין נקודות חיתוך עם הצירים |
| ג. | מקסימום: $(\frac{\pi}{2}, -4)$ מינימום: $(\frac{3\pi}{2}, 4)$ |
| ד. | יש להוכיח |
| ה. | ~ 0.72 |

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{4 \sin(x)}{\cos^2(x) - 1}$ בתחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .
 (3) האם הפונקצייה $f(x)$ חזנית, אירזונית או לא חזנית ולא אירזונית? הוכיחו את תשובתכם.
 ב. עז על התתי-סעיפים (1)-(2) שלפניכם בעבור התחום $0 \leq x \leq 2\pi$.
 (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ (בתחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$).
 ד. הוכיחו כי לפונקצייה $f(x)$ אין נקודות פיתול.
 ה. חשבו את השטח הכלוא בין גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ובין ציר ה- x , בתחום $1.9 \leq x \leq 2.2$.

8. לפניכם שלוש פונקציות שלכל אחת מהן יש שני ערכי x שבהם היא אינה מוגדרת.

$$g(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2(x + 2)}, \quad h(x) = \frac{x^2 - 1}{(x + 1)(x + 2)}, \quad k(x) = \frac{x^3}{x(x + 2)}$$

- ידוע כי לאחת משלוש הפונקציות יש אסימפטוטה אנכית אחת ואסימפטוטה אנכית אחת בלבד.
 א. מבין שלוש הפונקציות הנתונות, קבעו איזו פונקצייה מקיימת את כל התכונות האלה, נמקו את קביעתכם.
 עזו על סעיפים ב-ד עבור הפונקצייה שקבעתם בסעיף א.
 ב. (1) מצאו את המשוואה של האסימפטוטה האופקית ואת המשוואה של האסימפטוטה האנכית של הפונקצייה.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה עם הצירים.
 ג. נתון כי לפונקצייה זו אין נקודות קיצון.
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה.
 נסמן נקודה D על גרף הפונקצייה, שעבורה $-1 < t < 1, x = t$.
 מן הנקודה D מעבירים שני ישרים, האחד מאונך לציר ה- x , והאחר מאונך לאסימפטוטה האנכית של הפונקצייה, כך שנוצר מלבן על ידי שני הישרים, על ידי האסימפטוטה האנכית ועל ידי ציר ה- x .
 ד. מצאו את ערכו של t שמעבור היקף המלבן המתקבל הוא מינימלי. תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---------------------|
| 8. | |
| א. | $h(x)$ |
| ב. (1) | $x = -2, y = 1$ |
| (2) | $(0, -0.5), (1, 0)$ |
| ג. | |
| ד. | $t = -2 + \sqrt{3}$ |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $4 \times 25 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

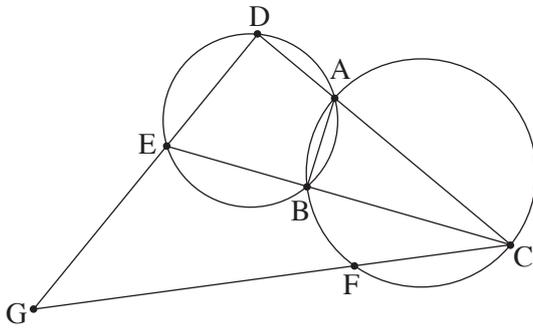
ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. אלון יצא בשעה 8:00 מעיר א' לעיר ב'. אלון הלך במהירות קבועה במשך חצי שעה, ולאחר מכן עצר למנוחה של 10 דקות. לאחר המנוחה התחיל אלון לרוץ לכיוון עיר ב' במהירות הגדולה פי 2 ממהירות הליכתו. אלון רץ במשך חצי שעה $\frac{1}{6}$ מן המרחק בין שתי הערים, ולאחר מכן עצר שוב למנוחה של 10 דקות. לאחר המנוחה השנייה המשיך אלון לרוץ באותה המהירות עד שהגיע לעיר ב'. דני יצא מעיר ב' ורכב על אופניים לעיר א'. הוא רכב במהירות קבועה. אחרי שעה ר' 50 דקות הוא הגיע לנקודה שבה נח אלון לראשונה.
- א. מצאו פי כמה גדולה מהירות הרכיבה של דני ממהירות ההליכה של אלון. כאשר הגיע דני לנקודה שבה עצר אלון למנוחה בפעם הראשונה הוא הגביר את מהירות הרכיבה שלו למהירות הגדולה ב-15.3 קמ"ש ממהירותו ההתחלתית. אלון ודני הגיעו ליעדם בדיוק באותה השעה.
- ב. מצאו את מהירות ההליכה של אלון אם נתון כי דני יצא מעיר ב' בשעה 9:40.
- ג. מצאו בין אילו שעות היה צריך דני לצאת מעיר ב', אילו היה רוצה לחלוף על פני אלון במהלך המנוחה השנייה שלו.
2. בסדרה חשבונית A נתון: $a_1 = -4 - 4k$, $a_3 = -16 + 2k$, k הוא פרמטר.
- א. מצאו עבור אילו ערכים של k:
- (1) הסדרה A עולה, (2) הסדרה A יורדת, (3) הסדרה A קבועה.
- נתון כי $a_{17} = -232$.
- ב. מצאו את הערך של k. הציבו את הערך של k שמצאתם וענו על הסעיפים ג-ד.
- נתונה סדרה חדשה, B, שאיבריה מוגדרים כך: לכל n טבעי, $b_n = a_n + 25n + 12$.
- ג. הוכיחו כי הסדרה B היא חשבונית.
- ד. חשבו את הסכום: $b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \dots + b_{29}^2 - b_{30}^2$.

3. ביישוב מסוים הוחלט לערוך סקר בנוגע להקמת פארק ביישוב. בסקר השתתפו תושבים מבוגרים וצעירים בלבד. כל אחד מן התושבים שהשתתף בסקר כתב אם הוא תומך בהקמת הפארק או מתנגד להקמתו (לא היו נמנעים). כל התושבים המבוגרים שהשתתפו בסקר תמכו בהקמת הפארק. בחרו באקראי בתושב אחד מבין התושבים שהשתתפו בסקר. נסמן ב- p את ההסתברות שהתושב שנבחר היה צעיר. נסמן ב- k את ההסתברות שהתושב שנבחר תמך בהקמת הפארק. א. הביעו באמצעות p ו- k את ההסתברות שהתושב שנבחר היה צעיר התומך בהקמת הפארק. מחצית מן התושבים הצעירים שהשתתפו בסקר תמכו בהקמת הפארק. $\frac{1}{9}$ מן המשתתפים בסקר שתמכו בהקמת הפארק היו צעירים. ב. מצאו את p ואת k .
- יוסי, כתב חדשות מקומי, ריאין באקראי 6 מן התושבים הצעירים שהשתתפו בסקר. ג. מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם תמך בהקמת הפארק ולפחות אחד מהם התנגד להקמת הפארק? לאחר מכן ריאין יוסי באקראי, בזה אחר זה, 5 תושבים שהשתתפו בסקר. ד. מהי ההסתברות שבדיוק 3 מן המרואיינים האלה היו צעירים, ושהמרואיין האחרון מהם היה צעיר?

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B. C היא נקודה על המעגל הימני.

המשכי הקטעים CA ו-CB חותכים את המעגל השמאלי בנקודות D ו-E בהתאמה.

הנקודה F נמצאת על הקשת BC, כמתואר בסרטוט.

המשכי הקטעים CF ו-DE נפגשים בנקודה G.

א. הוכיחו: $\angle EDA = \angle CBA$.

ב. הוכיחו: המרובע GDAF הוא בר חסימה במעגל.

המיתרים AF ו-BC נפגשים בנקודה H.

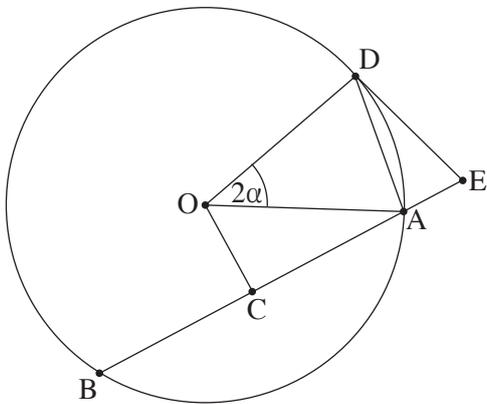
נתון: $\angle GEC = \angle CHA$.

ג. הוכיחו: $\frac{CG}{CD} = \frac{GE}{DE}$.

נתון: CE מאונך ל-AB.

$CD = 24, DE = 12$

ד. חשבו את אורכי הקטעים EG ו-CG.



5. נתון מעגל שמרכזו O והרדיוס שלו R.

מנקודה E, הנמצאת מחוץ למעגל, העבירו ישר החותך את המעגל

בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט.

הנקודה D נמצאת על הקשת הגדולה AB,

כך שהקטע ED משיק למעגל.

הנקודה C היא אמצע המיתר AB.

נסמן את הזווית בין הרדיוסים OD ו-OA ב- 2α ($\alpha < 60^\circ$).

נתון: המרחק של הנקודה O מן המיתר AB הוא $0.5R$.

א. מצאו את זוויות המרובע DOCE. הביעו באמצעות α אם יש צורך.

ב. הביעו באמצעות R ו- α את אורך הקטע DE.

נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש AOD הוא $\frac{4}{7}R$.

ג. מצאו את α .

ד. מצאו את היחס בין שטח המעגל החוסם את המרובע DOCE ובין שטח המעגל הנתון.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

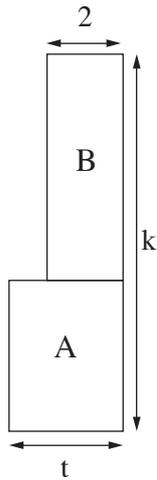
6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} - 2)^2}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- (4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה: $g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x} - 2}$ המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.
- ג. הראו כי לכל $x > 0$ בתחום ההגדרה של הפונקציות מתקיים $f(x) = g'(x)$.
- ד. לפניכם טענות I–II. קבעו בנוגע לכל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.
- I. יש משיק לגרף הפונקצייה $g(x)$ ששיפועו הוא 3.
- II. לפונקצייה $g(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד.
- ה. חשבו את ערך הביטוי $\int_1^{1.44} g(x) \cdot f(x) dx$.

7. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{\sin(x) - a}{\sin(x) + a}$. הוא פרמטר חיובי.

- הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל x המקיים $\sin(x) \neq -a$.
- נתון כי הגרף של הפונקצייה $f(x)$ משיק לציר x בכל נקודות הקיצון שלה.
- א. מצאו את הערך של a .
- הציבו $a = 1$, וענו על הסעיפים ב–ה עבור התחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.
- ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ד. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = -1$ בתחום הנתון? נמקו את תשובתכם.
- ידוע כי הפונקצייה $f(x)$ קעורה כלפי מטה בכל אחד מחלקי תחום הגדרתה.
- ה. קבעו אם הטענה שלפניכם נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

ה. $\int_0^{\pi} (f(x) + 1) dx > \frac{\pi}{2}$.



8. נתונות שתי גינות מלבניות הצמודות זו לזו, גינה A וגינה B.

הרוחב של גינה A הוא t מטרים.

הרוחב של גינה B הוא 2 מטרים ושטחה הוא $2t + 2$ מ"ר, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

האורך הכולל של שתי הגינות הוא k מטרים. k הוא קבוע.

א. הביעו באמצעות k ו- t את שטח הגינה A.

ב. הביעו באמצעות k את הערך של t שבעבורו היחס בין שטח הגינה B

ובין שטח הגינה A הוא מינימלי.

ג. הביעו באמצעות k את הערך של t שבעבורו היחס בין שטח הגינה A

ובין שטח הגינה B הוא מקסימלי. נמקו את תשובתכם.

בהצלחה!

תשובות סופיות
בגרות חורף 2024, שאלון 035581 (סמל ישן 035806)

שאלה 1

פתרון: א. פי 3 ב. 5.1 קמ"ש ג. 7:40-7:50

שאלה 2

פתרון: א. $k > 2$ ב. $k < 2$ ג. $k = 2$ ד. $k = -3$ ה. הוכחה ז. $-57,000$

שאלה 3

פתרון: א. $k + p - 1$ ב. $k = 0.9$, $p = 0.2$ ג. $\frac{31}{32}$ ד. 0.03072

שאלה 4

פתרון: א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה ד. $CG = 40$, $EG = 20$

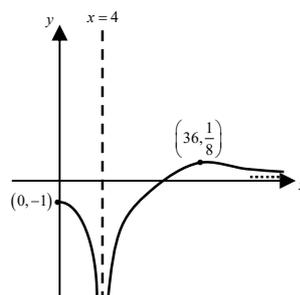
שאלה 5

פתרון: א. $\angle OCD = \angle ODE = 90^\circ$, $\angle DEC = 120^\circ - 2\alpha$, $\angle DOC = 2\alpha + 60^\circ$
ב. $\frac{2R \sin \alpha \sin(\alpha + 60^\circ)}{\sin(2\alpha + 60^\circ)}$ ג. 28.95° ד. 0.55

שאלה 6

פתרון: א. $x > 4$ או $0 \leq x < 4$ ב. $x = 4$, $y = 0$ עבור $x \rightarrow +\infty$ ג. $(0, -1)$, $(16, 0)$ ד. I - לא נכונה,

ג. הוכחה ז. I - לא נכונה,



א. $\max(0, -1)$, $\max(36, \frac{1}{8})$ ב.

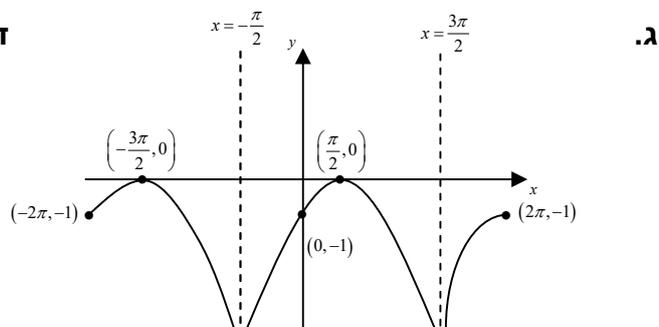
II - נכונה ה. 4.48

שאלה 7

פתרון: א. $a = 1$ ב. $\frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi$ או $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ או $-2\pi \leq x < -\frac{\pi}{2}$

ב. $(-\frac{3\pi}{2}, 0)$ max, $(\frac{\pi}{2}, 0)$ max, $(-2\pi, -1)$ min, $(2\pi, -1)$ max ב. $(0, -1)$, $(\frac{\pi}{2}, 0)$, $(-\frac{3\pi}{2}, 0)$

ד. 5 פתרונות ה. נכונה



שאלה 8

פתרון: א. $kt - t^2 - t$ ב. $\sqrt{k} - 1$ ג. $\sqrt{k} - 1$

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $4 \times 25 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. הבית של אורי והבית של דני נמצאים בין הבריכה ובין המכולת, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
 המרחק בין המכולת לבריכה הוא 12.5 ק"מ. המרחק בין הבית של אורי ובין הבית של דני הוא 2.3 ק"מ.



בכל יום רכב אורי על אופניים במהירות v קמ"ש, ודני רכב במהירות הגדולה ב-6 קמ"ש ממהירות הרכיבה של אורי.
 בימים ראשון ושני רכב אורי מביתו לבריכה, ודני רכב מביתו למכולת.
 בכל אחד מן הימים ראשון ושני הם יצאו לרכיבה באותה השעה.
 ביום ראשון כאשר הגיע דני למכולת, היה אורי במרחק של 5.8 ק"מ מן הבריכה.
 ביום שני כאשר הגיע דני למכולת, הוא עצר שם וערך קניות במשך 29 דקות. בדיוק באותו הזמן שדני סיים לערוך את הקניות הגיע אורי לבריכה.

א. (1) מצאו את מהירות הרכיבה של אורי.

(2) מצאו את המרחק בין הבית של דני ובין המכולת.

ביום שלישי רכב דני מביתו אל המכולת, ערך קניות במשך חצי שעה, וחזר לכיוון ביתו. ביום זה רכב גם אורי למכולת.
 45 דקות אחרי שיצא דני מביתו, יצא אורי מן המכולת ורכב לכיוון ביתו.

ב. האם בדרכם חזרה לבתיהם הם נפגשו בדרך שבין המכולת ובין הבית של אורי? נמקו את תשובתכם.

2. הסדרה A היא סדרה הנדסית שאיבריה הם a_1, a_2, a_3, \dots ומנתה היא q , $-1 < q < 0$.
נתון: $a_1 = 1$.

הסדרה B מוגדרת לכל n טבעי באופן הזה: $b_n = a_n \cdot a_{n+2}$.

א. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה הנדסית, והביעו את מנתה באמצעות q .

ב. לפניכם שלוש טענות I–III. קבעו עבור כל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I. הסדרה A לא עולה ולא יורדת.

II. הסדרה B היא סדרה עולה.

III. האיברים שנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה A יוצרים סדרה עולה.

נתון: הסדרה B היא סדרה איך-סופית שסכומה הוא $\frac{1}{8}$.

ג. מצאו את ערכו של q .

נתונה סדרה הנדסית נוספת C, המוגדרת לכל n טבעי באופן הזה: $c_n = \frac{a_n}{b_n}$.

נתון: $c_3 + c_4 + \dots + c_m = 44,307$, הוא מספר טבעי.

ד. מצאו את הערך של m .

3. בחידון יש 5 שאלות. ההסתברות לענות נכון על כל אחת מן השאלות היא P.

ידוע כי ההסתברות שמתמודד בחידון יענה נכון על 4 שאלות לכל היותר היא 0.67232.

א. מצאו את P.

ב. מצאו את ההסתברות שמתמודד בחידון יענה נכון על 3 שאלות בדיוק.

מספר הנקודות הניתן לכל שאלה זהה למספר השאלה. כלומר מתמודד שענה נכון על שאלה 1, מקבל נקודה אחת.

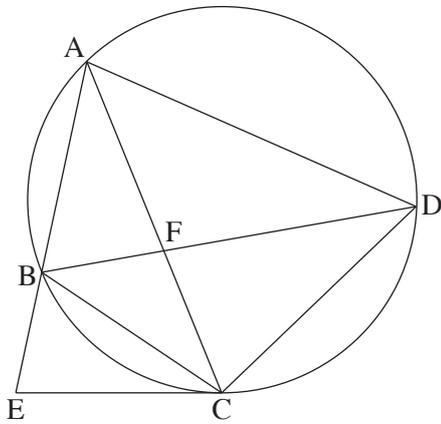
מתמודד שענה נכון על שאלה 2 מקבל שתי נקודות, וכן הלאה.

ג. מצאו את ההסתברות שמתמודד יצבור 14 נקודות לפחות.

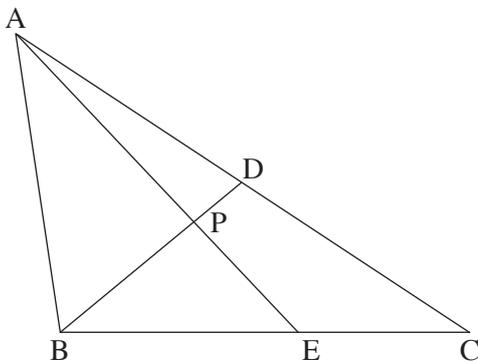
ד. מצאו את ההסתברות שמתמודד בחידון יצבור 6 נקודות בדיוק.

ה. ידוע כי אחינועם ענתה נכון על 3 שאלות בדיוק. מצאו את ההסתברות שהיא צברה 6 נקודות בדיוק.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. המרובע ABCD חסום במעגל. אלכסוני המרובע נחתכים בנקודה F.
 המשיק למעגל בנקודה C חותך את המשך המיתר AB בנקודה E (ראו סרטוט).
 נתון: $AB = CB$.
 א. הוכיחו: $\angle EBC = 2 \cdot \angle BDC$.
 נתון: AC חוצה את זווית ECD,
 $\frac{CD}{CF} = \frac{8}{5}$.
 ב. (1) הוכיחו: $AC = AD$.
 (2) מצאו את היחס $\frac{AD}{CD}$.
 (3) מצאו את היחס בין שטח המשולש ABF ובין שטח המשולש CBF.
 נסמן את שטח המשולש ABF ב-S.
 ג. הביעו באמצעות S את שטח המשולש AEC.



5. במשולש ABC, BD הוא תיכון לצלע AC. הנקודה E נמצאת על הצלע BC.
 BD ו-AE נחתכים בנקודה P (ראו סרטוט).
 נתון: $BP = 3 \cdot PD$.
 נסמן: $AB = k$, $\angle BAP = \alpha$, $\angle ABP = \beta$, $\alpha < \beta$.
 א. הביעו באמצעות α , β ו-k את אורכי הקטעים AP ו-BP.
 נתון כי AE ו-BD מאונכים זה לזה, וכי שטח המשולש ABD הוא $0.28k^2$.
 ב. מצאו את גודל הזווית α .
 ג. מצאו את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEC ובין רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEB.
 ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEC כך שמתקיים $\angle ABC = 90^\circ$.
 הביעו את תשובתכם באמצעות k.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{6x}{(x^2 - a)^2}$, a הוא פרמטר חיובי.
- ענו על סעיפים א-ה. הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ג. $g(x)$ היא פונקצייה המקיימת $g'(x) = f(x)$. גרף הפונקצייה $g(x)$ עובר בנקודה $(0, 0)$. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
- ג. מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה וכלפי מטה של הפונקצייה $g(x)$.
- ד. (1) מצאו פונקצייה $g(x)$ המקיימת תנאים אלו.
- (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ שמצאתם בתת-סעיף ד(1).
- ה. $h(x)$ היא פונקצייה המוגדרת כך: $h(x) = f(x) \cdot g(x)$.
- הפונקציות $h(x)$ ו- $f(x)$ מוגדרות באותו התחום.
- ה. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקצייה $h(x)$.
- (2) מצאו את תחומי החיוביות של הפונקצייה $h(x)$.

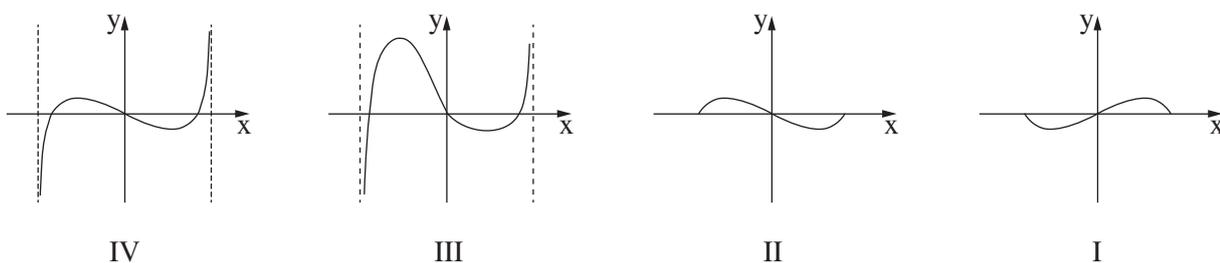
7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \cos x - \sqrt{\cos x}$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) הראו כי הפונקצייה $f(x)$ היא פונקצייה זוגית.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- (4) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן (בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

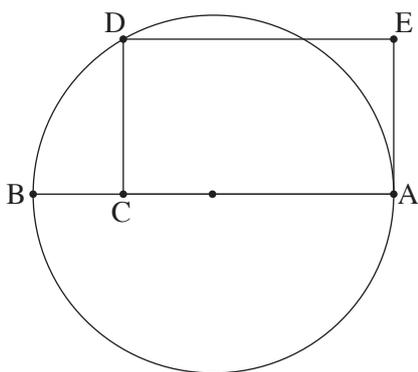
ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ד. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



- נתונה הפונקצייה $g(x) = k - f(x)$, הוא פרמטר חיובי. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום. נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום בין 0 ל- $\frac{\pi}{2}$. נתון כי השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ועל ידי הישרים $x = \frac{\pi}{2}$ ו- $x = -\frac{\pi}{2}$ הוא $14 \cdot S$.
- ה. הביעו את k באמצעות S .



8. הקטע AB הוא קוטר במעגל שרדיוסו R , מסמנים על הקוטר נקודה C ועל המעגל מסמנים נקודה D , כך שהקטע CD מאונך לקטע AB . הקטע AC גדול מ- R . דרך הנקודה D מעבירים ישר שמקביל לקוטר AB . דרך הנקודה A מעבירים משיק למעגל. הישר המקביל והמשיק נחתכים בנקודה E . נסמן: $AC = x$.
- א. הביעו באמצעות R את הערך של x שבעבורו שטח המלבן $ACDE$ מקסימלי.
 - הנקודה F נמצאת על הצלע DE .
 - ב. הביעו באמצעות R את סכום השטחים המקסימלי של המשולשים CDF ו- AFE .

בהצלחה!

תשובות סופיות
בגרות קיץ 2024 מועד א', שאלון 035581 (סמל ישן 035806)

שאלה 1

פתרון: א. 12 קמ"ש א. 2. 5.4 ק"מ ב. כן

שאלה 2

פתרון: א. הוכחה, המנה q^2 ב. I - נכון II - לא נכון III - נכון ג. $-\frac{1}{3}$ ד. 9

שאלה 3

פתרון: א. 0.8 ב. 0.2048 ג. 0.4096 ד. 0.03072 ה. 0.1

שאלה 4

פתרון: א. הוכחה ב. הוכחה ב. $\frac{5}{3}$ ב. $\frac{5}{3}$ ג. $2.6S$

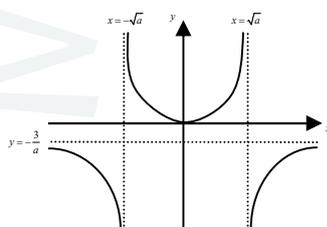
שאלה 5

פתרון: א. $AP = \frac{k \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$, $BP = \frac{k \cdot \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$ ב. 28.57° ג. 1.785 ד. $1.016k$

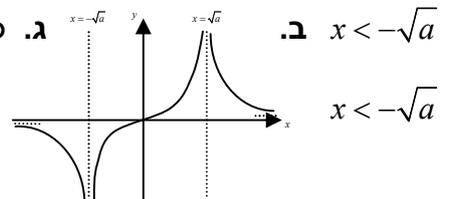
שאלה 6

פתרון: א. $x \neq \pm\sqrt{a}$ ב. $x = \pm\sqrt{a}, y = 0$ ג. עלייה: $-\sqrt{a} < x < \sqrt{a}$, ירידה: $x > \sqrt{a}$ או

ב. $x < -\sqrt{a}$ ג. כלפי מעלה: $-\sqrt{a} < x < \sqrt{a}$, כלפי מטה: $x > \sqrt{a}$ או



ד. $g(x) = \frac{-3}{x^2 - a} - \frac{3}{a}$ 1. ד



ה. $x = \pm\sqrt{a}, y = 0$ ב. $0 < x < \sqrt{a}$ או $x < -\sqrt{a}$

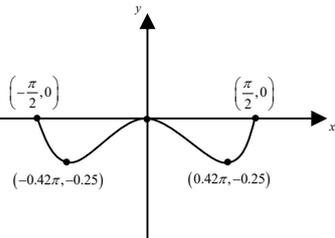


שאלה 7

פתרון: א. $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. א2. הוכחה א3. $(-\frac{\pi}{2}, 0)$, $(\frac{\pi}{2}, 0)$, $(0, 0)$. א4. $(\frac{\pi}{2}, 0)$ max

ב. $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ max, $(-0.42\pi, -0.25)$ min, $(0, 0)$ max, $(0.42\pi, -0.25)$ min,

ג. חיוביות: אין, שליליות: $0 < x < \frac{\pi}{2}$ או $-\frac{\pi}{2} < x < 0$. ד. גרף IV. ה. $\frac{10 \cdot S}{\pi}$



שאלה 8

פתרון: א. $1.5R$. ב. $\frac{3\sqrt{3} \cdot R^2}{8}$

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

Melumad

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $25 \times 4 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

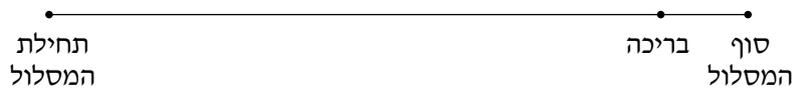
בהצלחה!

השאלות

ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. נדב ויוסי יצאו בשעה 8:00 להליכה באותו המסלול (ראו סרטוט).



- יוסי הלך מתחילת המסלול עד סופו במהירות קבועה ובלי לעצור בדרך.
 נדב הלך מתחילת המסלול 1.8 ק"מ במהירות קבועה, ולאחר מכן הוא החליט לחזור לתחילת המסלול.
 בדרכו חזרה הלך נדב במהירות הגדולה פי 1.5 ממהירות הליכתו ההתחלתית.
 כאשר הגיע נדב חזרה לתחילת המסלול, היה יוסי במרחק של 4.8 ק"מ מתחילת המסלול.
 נסמן ב- v קמ"ש את מהירות הליכתו ההתחלתית של נדב.
א. הביעו באמצעות v את מהירות ההליכה של יוסי.
 במרחק של 3.9 ק"מ מסוף המסלול יש בריכה.
 לאחר שהגיע נדב חזרה לתחילת המסלול, הוא יצא שוב להליכה באותו המסלול.
 הוא הלך במהירות $(v + 2)$ קמ"ש במשך t שעות, עד שהגיע לבריכה.
 כאשר הגיע נדב לבריכה, הגיע יוסי לסוף המסלול.
ב. הביעו את t באמצעות v .
 נדב הגיע לבריכה בשעה 13:30.
ג. מצאו את v , אם ידוע כי v גדול מ-1 קמ"ש.

.2

נתונה סדרה הנדסית שבה $2n + 1$ איברים (n הוא מספר טבעי).

כל איברי הסדרה $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2n+1}$ הם חיוביים.

סכום איברי הסדרה ללא שני האיברים הראשונים גדול פי 4 מסכום איברי הסדרה ללא שני האיברים האחרונים.

נתון כי סכום האיברים שנמצאים אחרי האיבר האמצעי גדול פי 512 מסכום האיברים שנמצאים לפני האיבר האמצעי.

א. מצאו את n .

המשיכו את הסדרה הנתונה, כך שנוצרה סדרה הנדסית אינסופית.

נתון: B היא סדרה אינסופית המקיימת לכל k טבעי $b_k = \frac{1}{(a_k + a_{k+1})^2}$.

ב. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה הנדסית, ומצאו את מנתה.

בסדרה B כופלים כל איבר שנמצא במקום זוגי ב-2.

נתון כי לאחר ההכפלה, סכום האיברים שנמצאים במקומות האי-זוגיים גדול ב- $\frac{1}{30}$ מסכום האיברים שנמצאים במקומות הזוגיים.

ג. מצאו את a_1 .

.3

במחקר שנעשה בקרב תלמידים בבית ספר מסוים נבדק הקשר בין חברות בתנועת נוער ובין התנדבות בקהילה.

70% מן החברים בתנועת נוער מתנדבים בקהילה.

בוחרים באקראי 5 תלמידים שחברים בתנועת נוער (הוצאה עם החזרה).

א. מהי ההסתברות שבחרו לפחות תלמיד אחד שמתנדב ולפחות תלמיד אחד שאינו מתנדב?

נתון כי 55% מן התלמידים אינם חברים בתנועת נוער ואינם מתנדבים, ו- $\frac{1}{12}$ מן התלמידים שאינם חברים בתנועת נוער מתנדבים.

ב. כמה אחוזים מן התלמידים חברים בתנועת נוער?

במחקר השתתפו 100 תלמידים סך הכול.

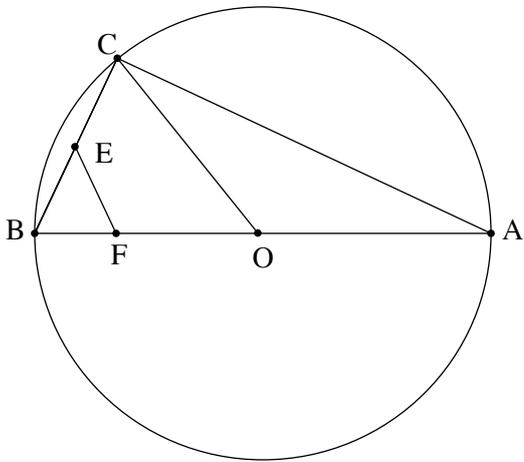
ג. כמה מן התלמידים חברים בתנועת נוער ואינם מתנדבים?

ד. בוחרים באקראי 3 מן התלמידים שאינם מתנדבים (הוצאה ללא החזרה).

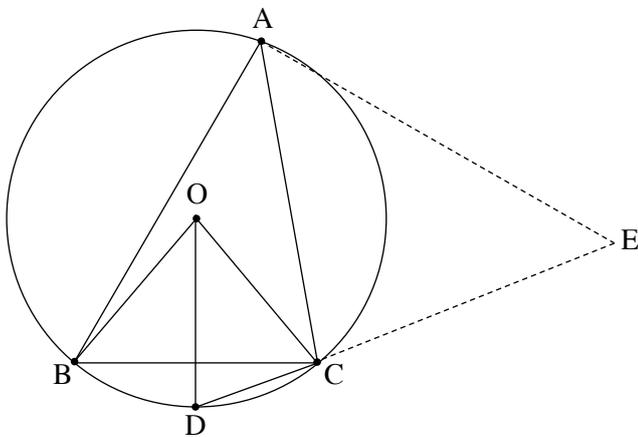
(1) מהי ההסתברות שהתלמיד הראשון שנבחר חבר בתנועת נוער ושני התלמידים שנבחרו אחריו אינם חברים בתנועת נוער?

(2) מהי ההסתברות שאחד מן התלמידים שנבחרו חבר בתנועת נוער והשניים האחרים אינם חברים בתנועת נוער אם ידוע שהתלמיד הראשון שנבחר אינו חבר בתנועת נוער?

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O כך ש- AB הוא קוטר במעגל.
 הנקודה E נמצאת על הצלע BC, הנקודה F נמצאת על הקטע BO, כמתואר בסרטוט.
 נתון כי המרובע CEFO הוא בר חסימה במעגל.
א. הוכיחו: $EF = EB$.
 המעגל החוסם את המרובע CEFO חותך את הצלע AC בנקודה D
 כך ש- ED מקביל ל- AB.
ב. (1) הוכיחו כי המרובע EDOB הוא מקבילית.
 (2) הוכיחו: $OD \perp AC$.
 הישר ℓ משיק בנקודה C למעגל החוסם את המשולש ABC.
ג. הוכיחו כי הישר ℓ משיק למעגל החוסם את המרובע CEFO.



5. משולש ABC חד זוויות חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R.
 הנקודה D היא אמצע הקשת הקטנה BC, כמתואר בסרטוט.
 נתון: $\angle ABC = 60^\circ$.
 נסמן: $\angle BAC = \alpha$.
א. הביעו באמצעות R ו- α את שטחי המשולשים ABC ו- ODC.
 נתון כי היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש ODC הוא $2\sqrt{3} \sin(84^\circ)$.
ב. מצאו את הערך של α .
 הנקודה E נמצאת על המשך המיתר DC כך ש- $\angle CAE = 51^\circ$, כמתואר בסרטוט.
ג. הביעו באמצעות R את רדיוס המעגל החסום במשולש ACE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x-1}{(x-a)^3}$, המוגדרת בתחום $x \neq a$, הוא פרמטר שונה מ-0.

א. ענו על התת-סעיפים (1)–(2). הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .

ב. מצאו עבור אילו ערכים של a יש לפונקצייה $f(x)$ נקודת קיצון שנמצאת

משמאל לאסימפטוטה האנכית לציר ה- x , וקבעו את סוגה.

הגרפים 1–4 שבסוף השאלה מתארים את הפונקצייה $f(x)$ בעבור ערכים שונים של a .

ג. התאימו לכל אחד מן הערכים IV–I של a את הגרף המתאים לו, ונמקו את תשובותיכם.

I. $a = -1$ II. $a = 0.5$ III. $a = 1$ IV. $a = 2$

נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת $g(x) = f(x) - b$ בעבור הערך של a המתאים לגרף 2.

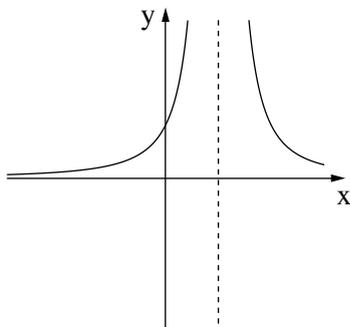
b הוא פרמטר חיובי.

אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x היא $(t, 0)$, $1 < t < 6$.

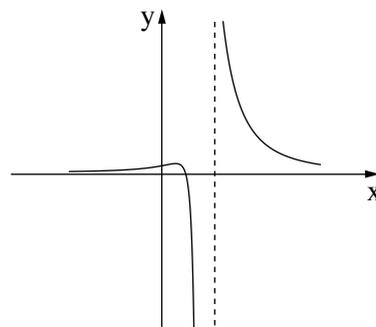
נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה $g(x)$,

על ידי הישר $x = t$ ועל ידי הישר $x = 6$ הוא 3.8.

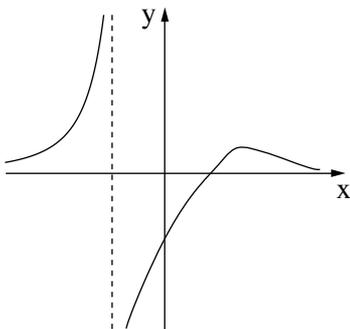
ד. מצאו את הערך של b .



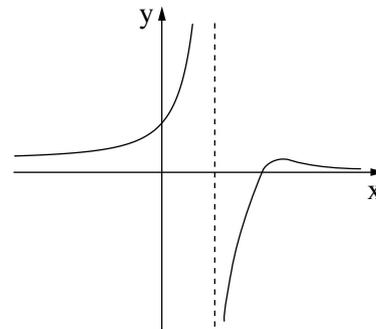
2



1



4



3

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = (b + \cos x) \sin x$, המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$, b הוא פרמטר.

א. האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמקו את תשובתכם.

נתון כי לגרף הפונקצייה $f(x)$ יש בדיוק שלוש נקודות חיתוך עם ציר ה- x .

ב. לפניכם שלוש אפשרויות III-I לערכים של b .

קבעו איזו אפשרות יכולה להתאים לפונקצייה $f(x)$, ונמקו את קביעתכם.

$$I. \quad b = 0 \quad II. \quad 0 < b < 1 \quad III. \quad 1 \leq b$$

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$, כאשר $\cos x = \frac{1}{4}$, הוא $\left(-\frac{5}{8}\right)$.

ג. מצאו את הערך של b .

הציבו $b = 1$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)$ המקיימת $g(x) = (f(x))^2 \cdot f'(x)$. הפונקצייה $g(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

ו. חשבו את השטח ברביע הראשון, המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

8. נתונה הפונקצייה $f(x) = \sqrt{x}$, המוגדרת בתחום $x \geq 0$, ונתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{32}{x^2 + 3}$, המוגדרת לכל x .

א. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הפיתול של הפונקצייה $g(x)$.

(3) סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

בנקודה $C(t, 0)$ מעבירים אנך לציר ה- x , $t > 0$.

האנך חותך את גרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה A ואת הגרף של הפונקצייה $g(x)$ בנקודה B.

ב. הביעו באמצעות t את מכפלת אורכי הקטעים AC ו-BC.

ג. הוכיחו כי מכפלת אורכי הקטעים AC ו-BC מקסימלית כאשר הנקודה B היא נקודת פיתול של

הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $k(x) = \frac{8\sqrt{x-5}}{(x-5)^2 + 3}$, המוגדרת בתחום $x \geq 5$.

ד. היעזרו בסעיפים הקודמים של השאלה. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה $k(x)$, וקבעו את סוגה.

נמקו את תשובתכם.

בהצלחה!

תשובות סופיות
בגרות קיץ 2024 מועד ב', שאלון 035581 (סמל ישן 035806)

שאלה 1

פתרון: א. $1.6v$ ב. $\frac{0.9}{2-0.6v}$ ג. 3 קמ"ש

שאלה 2

פתרון: א. $n = 8$ ב. הוכחה, ג. $q_B = \frac{1}{4}$ ג. $\frac{4}{3}$

שאלה 3

פתרון: א. 0.8295 ב. 40% ג. 12 תלמידים ד. 0.124 ד. 0.302

שאלה 4

פתרון: א. הוכחה ב. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה

שאלה 5

פתרון: א. $S_{\triangle ODC} = \frac{R^2 \cdot \sin \alpha}{2}$, $S_{\triangle ABC} = \sqrt{3} \cdot R^2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin(120^\circ - \alpha)$ ב. 36° ג. $0.52R$

שאלה 6

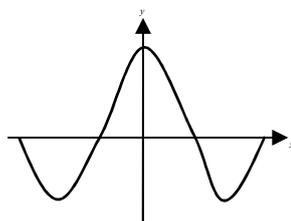
פתרון: א. $x = a, y = 0$ ב. $\left(0, \frac{1}{a^3}\right)$ ג. $a > 1$ ד. $a < 1$ ג. $a > 1$ ג. I - גרף 4, II - גרף 3, III - גרף 2,

IV - גרף 1 ד. $b = 16$

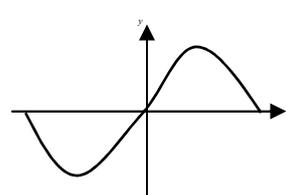
שאלה 7

פתרון: א. אי זוגית ב. III ג. $b = 1$ ד. $(\pi, 0)$ min, $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$ max, $\left(-\frac{\pi}{3}, -\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$ min

א. $\frac{27\sqrt{3}}{64}$



ב. 2.

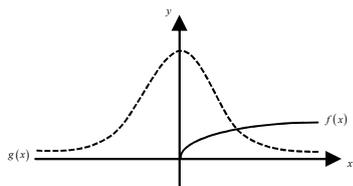


ה. 1. $(-\pi, 0)$ max,



שאלה 8

ב. $\frac{32 \cdot \sqrt{t}}{t^2 + 3}$



פתרון: א. $\max \left(0, \frac{32}{3}\right)$ ב. $(-1, 8)$, $(1, 8)$ ג. $(6, 2)$

ד. $\max (6, 2)$

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

Melumad

בקובץ זה מופיעות שלושת הגרסאות לשאלון 581, חורף 2024

- 1- שאלון 582, גרסה א' (05), חורף מרץ 2024, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
2- שאלון 582, גרסה ב' (06), חורף מרץ 2024, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
3- שאלון 582, גרסה ג' (07), חורף מרץ 2024, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.

שאלון 581, גרסה א' (05), חורף מרץ 2024

| | | |
|-------------|--------------|------------------------------|
| מדינת ישראל | סוג הבחינה: | בגרות |
| משרד החינוך | מועד הבחינה: | חורף תשפ"ד, 2024 |
| | מספר השאלון: | 3558 I |
| | נספח: | דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $25 \times 4 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

35581 גרסה א, חורף תשפ"ד, 2024

השאלות

ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. אלון יצא בשעה 8:00 מעיר א' לעיר ב'. אלון הלך במהירות קבועה במשך חצי שעה, ולאחר מכן עצר למנוחה של 10 דקות. לאחר המנוחה התחיל אלון לרוץ לכיוון עיר ב' במהירות הגדולה פי 2 ממהירות הליכתו. אלון רץ במשך חצי שעה $\frac{1}{6}$ מן המרחק בין שתי הערים, ולאחר מכן עצר שוב למנוחה של 10 דקות. לאחר המנוחה המשיך אלון לרוץ באותה המהירות עד שהגיע לעיר ב'.
דני יצא מעיר ב' ורכב על אופניים לעיר א'. הוא רכב במהירות קבועה. אחרי שעה ר 50 דקות הוא הגיע לנקודה שבה נח אלון לראשונה.
א. מצאו פי כמה גדולה מהירות הרכיבה של דני ממהירות ההליכה של אלון.
כאשר הגיע דני לנקודה שבה עצר אלון למנוחה בפעם הראשונה הוא הגביר את מהירות הרכיבה שלו למהירות הגדולה ב- 12.6 קמ"ש ממהירותו ההתחלתית.
אלון ודני הגיעו ליעדם בדיוק באותה השעה.
ב. מצאו את מהירות ההליכה של אלון אם נתון כי דני יצא מעיר ב' בשעה 9:40.
ג. מצאו בין אילו שעות היה צריך דני לצאת מעיר ב', אילו היה רוצה לחלוף על פני אלון במהלך המנוחה השנייה שלו.

| | | |
|----|----|-------------|
| 1. | א. | 3 |
| | ב. | 4.2 קמ"ש |
| | ג. | 7:50 – 7:40 |

2. בסדרה חשבונית A נתון: $a_1 = -4 - 4k$, $a_3 = -16 + 2k$, k הוא פרמטר.
א. מצאו עבור אילו ערכים של k:
(1) הסדרה A עולה, (2) הסדרה A יורדת, (3) הסדרה A קבועה.

נתון כי $a_{17} = -232$.

- ב. מצאו את הערך של k.

הציבו את הערך של k שמצאתם וענו על הסעיפים ג-ד.

נתונה סדרה חדשה, B, שאיבריה מוגדרים כך: לכל n טבעי, $b_n = a_n + 24n + 17$.

ג. הוכיחו כי הסדרה B היא חשבונית.

ד. חשבו את הסכום: $b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \dots + b_{29}^2 - b_{30}^2$.

| | | |
|----|----|-------------------------------------|
| 2. | א. | $k = 2$ (3) $k < 2$ (2) $k > 2$ (1) |
| | ב. | -3 |
| | ג. | הוכחה |
| | ד. | -48,465 |

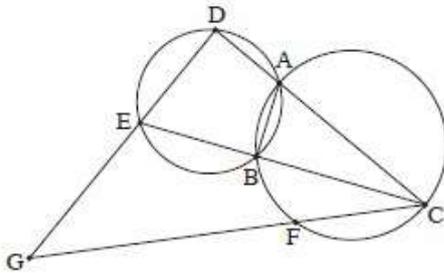
35581 גרסה א, חורף תשפ"ד, 2024

3. ביישוב מסוים הוחלט לערוך סקר בנוגע להקמת פארק ביישוב. בסקר השתתפו תושבים מבוגרים וצעירים בלבד. כל אחד מן התושבים שהשתתף בסקר כתב אם הוא תומך בהקמת הפארק או מתנגד להקמתו (לא היו נמנעים). כל התושבים המבוגרים שהשתתפו בסקר תמכו בהקמת הפארק. בחרו באקראי בתושב אחד מבין התושבים שהשתתפו בסקר. נסמן ב- p את ההסתברות שהתושב שנבחר היה צעיר. נסמן ב- k את ההסתברות שהתושב שנבחר תמך בהקמת הפארק.
- א. הביעו באמצעות p ו- k את ההסתברות שהתושב שנבחר היה צעיר התומך בהקמת הפארק. מחצית מן התושבים הצעירים שהשתתפו בסקר תמכו בהקמת הפארק. $\frac{3}{7}$ מן המשתתפים בסקר שתמכו בהקמת הפארק היו צעירים.
- ב. מצאו את p ואת k .
- י. כתיב חדשות מקומי, ריאין באקראי 6 מן התושבים הצעירים שהשתתפו בסקר. מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם תמך בהקמת הפארק ולפחות אחד מהם התנגד להקמת הפארק? לאחר מכן ריאין יוסי באקראי, בזה אחר זה, 5 תושבים שהשתתפו בסקר.
- ד. מהי ההסתברות שבדיוק 3 מן המרואיינים האלה היו צעירים, ושהמרואיין האחרון מהם היה צעיר?

| | |
|-------------------------|----|
| | 3. |
| $p + k - 1$ | א. |
| $p = 0.6 \quad k = 0.7$ | ב. |
| $\frac{31}{32}$ | ג. |
| $\frac{648}{3125}$ | ד. |

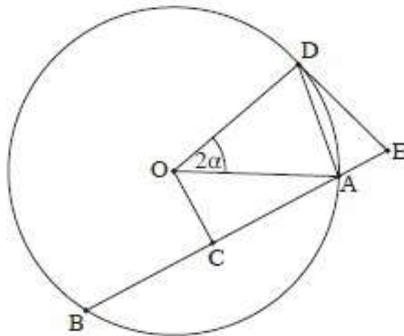
גרסה א, חורף תשפ"ד, 35581

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



| | | |
|----|------------------------|----|
| א. | הוכחה | 4. |
| ב. | הוכחה | |
| ג. | הוכחה | |
| ד. | $EG = 30$ $CG = 60$ | |

4. שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B. C היא נקודה על המעגל הימני. המשכי הקטעים CA ו-CB חותכים את המעגל השמאלי בנקודות D ו-E בהתאמה. הנקודה F נמצאת על הקשת BC, כמתואר בסרטוט. המשכי הקטעים CF ו-DE נפגשים בנקודה G.
- א. הוכיחו: $\angle EDA = \angle CBA$.
- ב. הוכיחו: המרובע GDFA הוא בר חסימה במעגל.
- המיתרים AF ו-BC נפגשים בנקודה H.
- נתון: $\angle GEC = \angle CHA$.
- ג. הוכיחו: $\frac{CG}{CD} = \frac{GE}{DE}$.
- נתון: CE מאונך ל-AB.
- $CD = 36$, $DE = 18$.
- ד. חשבו את אורכי הקטעים EG ו-CG.



| | | |
|----|--|----|
| א. | $120^\circ - 2\alpha, 60^\circ + 2\alpha, 90^\circ, 90^\circ$ | 5. |
| ב. | $\frac{2R \sin \alpha \cdot \sin(60^\circ + \alpha)}{\sin(120^\circ - 2\alpha)}$ | |
| ג. | 28.96° | |
| ד. | 0.55 | |

5. נתון מעגל שמרכזו O והרדיוס שלו R. מנקודה E, הנמצאת מחוץ למעגל, העבירו ישר החותך את המעגל בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט. הנקודה D נמצאת על הקשת הגדולה AB, כך שהקטע ED משיק למעגל. הנקודה C היא אמצע המיתר AB. נסמן את הזווית בין הרדיוסים OD ו-OA ב- 2α ($\alpha < 60^\circ$). נתון: המרחק של הנקודה O מן המיתר AB הוא $0.5R$.
- א. מצאו את זוויות המרובע DOCE. הביעו באמצעות α אם יש צורך.
- ב. הביעו באמצעות R ו- α את אורך הקטע DE.
- נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש AOD הוא $\frac{4}{7}R$.
- ג. מצאו את α .
- ד. מצאו את היחס בין שטח המעגל החוסם את המרובע DOCE ובין שטח המעגל הנתון.

2024, גרסה א, חורף תשפ"ד, 35581

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-2)^2}$.

| | |
|---|---|
| <p>א. $x \neq 4, x \geq 0$</p> <p>ב. $x = 4$</p> <p>ג. $x \rightarrow \infty, y = 0$</p> <p>ד. $(0, -1), (16, 0)$</p> <p>ה. $\max(36, \frac{1}{8})$</p> <p>ו. $\max(0, -1)$</p> | <p>א. (1)</p> <p>ב. (2)</p> <p>ג. (3)</p> <p>ד. (4)</p> |
|---|---|

ג. להראות

ד. טענה I – לא נכונה

ה. טענה II – נכונה

ו. $1 \frac{17}{18}$

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- (4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ג. נתונה הפונקצייה: $g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x}-2}$ המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.

- ג. הראו כי לכל $x > 0$ בתחום ההגדרה של הפונקציות מתקיים $f(x) = g'(x)$.
- ד. לפיכם טענות I-II. קבעו בנוגע לכל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותכם.
- I. יש משיק לגרף הפונקצייה $g(x)$ ששיפועו הוא 2.
- II. לפונקצייה $g(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד.

ה. חשבו את ערך הביטוי $\int_{0.25}^1 g(x) \cdot f(x) dx$.

| | |
|--|---|
| <p>א. $a = 1$</p> <p>ב. $x \neq \frac{3\pi}{2}, x \neq -\frac{\pi}{2}$</p> <p>ג. $(-\frac{3\pi}{2}, 0), (\frac{\pi}{2}, 0), (0, -1)$</p> <p>ד. $\max(2\pi, -1)$</p> <p>ה. $\max(\frac{\pi}{2}, 0)$</p> <p>ו. $\max(-\frac{3\pi}{2}, 0)$</p> <p>ז. $\min(-2\pi, -1)$</p> | <p>א. (1)</p> <p>ב. (2)</p> <p>ג. (3)</p> |
|--|---|

ד. 5

ה. נכונה

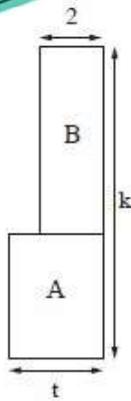
7. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{\sin(x)-a}{\sin(x)+a}$. a הוא פרמטר חיובי.

- א. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל x המקיים $\sin(x) \neq -a$.
- נתון כי הגרף של הפונקצייה $f(x)$ משיק לציר x בכל נקודות הקיצון שלה.
- א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 1$, וענו על הסעיפים ב-ה עבור התחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

- ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ד. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = -1$ בתחום הנתון? נמקו את תשובתכם.
- ה. ידוע כי הפונקצייה $f(x)$ קעורה כלפי מטה בכל אחד מחלקי תחום הגדרתה. קבעו אם הטענה שלפניכם נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותכם.

ה. $\int_0^{\pi} (f(x) + 1) dx > \frac{\pi}{2}$



גרסה א, חורף תשפ"ד, 35581

8. נתונות שתי גינות מלבניות הצמודות זו לזו, גינה A וגינה B.

הרוחב של גינה A הוא t מטרים.

הרוחב של גינה B הוא 2 מטרים ושטחה הוא $2t + 2$ מ"ר, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

האורך הכולל של שתי הגינות הוא k מטרים. k הוא קבוע.

א. הביעו באמצעות k ו- t את שטח הגינה A.

ב. הביעו באמצעות k את הערך של t שבעבורו היחס בין שטח הגינה B

ובין שטח הגינה A הוא מינימלי.

ג. הביעו באמצעות k את הערך של t שבעבורו היחס בין שטח הגינה A

ובין שטח הגינה B הוא מקסימלי. נמקו את תשובתכם.

| | |
|----|----------------|
| | 8 |
| א. | $t(k - t - 1)$ |
| ב. | $\sqrt{k} - 1$ |
| ג. | $\sqrt{k} - 1$ |

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא בהשגת משרד החינוך

שאלון 581, **גרסה ב' (06)**, חורף מרץ 2024

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ד, 2024
מספר השאלון: 3558 I
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- משך הבחינה:** ארבע שעות ורבע.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה:** בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $25 \times 4 = 100$ נקודות.
- חומר עזר מותר בשימוש:**
 - מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
 - שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- הוראות מיוחדות:**
 - אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

35581, גרסה ב, חורף תשפ"ד, 2024

השאלות

ענו על ארבע מן השאלות 1-8, למחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. אלון יצא בשעה 8:00 מעיר א' לעיר ב'. אלון הלך במהירות קבועה במשך חצי שעה, ולאחר מכן עצר למנוחה של 10 דקות. לאחר המנוחה התחיל אלון לרוץ לכיוון עיר ב' במהירות הגדולה פי 2 ממהירות הליכתו. אלון רץ במשך חצי שעה $\frac{1}{6}$ מן המרחק בין שתי הערים, ולאחר מכן עצר שוב למנוחה של 10 דקות. לאחר המנוחה השנייה המשיך אלון לרוץ באותה המהירות עד שהגיע לעיר ב'.
דני יצא מעיר ב' ורכב על אופניים לעיר א'. הוא רכב במהירות קבועה. אחרי שעה ר 50 דקות הוא הגיע לנקודה שבה נח אלון לראשונה.
- א. מצאו פי כמה גדולה מהירות הרכיבה של דני ממהירות הליכה של אלון.
כאשר הגיע דני לנקודה שבה עצר אלון למנוחה בפעם הראשונה הוא הגביר את מהירות הרכיבה שלו למהירות הגדולה ב- 14.4 קמ"ש ממהירותו ההתחלתית.
אלון ודני הגיעו ליעדם בדיוק באותה השעה.
- ב. מצאו את מהירות הליכה של אלון אם נתון כי דני יצא מעיר ב' בשעה 9:40.
ג. מצאו בין אילו שעות היה צריך דני לצאת מעיר ב', אילו היה רוצה לחלוף על פני אלון במהלך המנוחה השנייה שלו.

| | | |
|----|----|-------------|
| 1. | א. | 3 |
| | ב. | 4.8 קמ"ש |
| | ג. | 7:50 – 7:40 |

2. בסדרה חשבונית A נתון: $a_1 = -4 - 4k$, $a_3 = -16 + 2k$, k הוא פרמטר.
א. מצאו עבור אילו ערכים של k:

(1) הסדרה A עולה, (2) הסדרה A יורדת, (3) הסדרה A קבועה.

נתון כי $a_{17} = -232$.

ב. מצאו את הערך של k.

הציבו את הערך של k שמצאתם וענו על הסעיפים ג-ד.

נתונה סדרה חדשה, B, שאיבריה מוגדרים כך: לכל n טבעי, $b_n = a_n + 23n + 16$.

ג. הוכיחו כי הסדרה B היא חשבונית.

ד. חשבו את הסכום: $b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \dots + b_{29}^2 - b_{30}^2$.

| | | |
|----|----|-------------------------------------|
| 2. | א. | $k = 2$ (3) $k < 2$ (2) $k > 2$ (1) |
| | ב. | -3 |
| | ג. | הוכחה |
| | ד. | -39,120 |

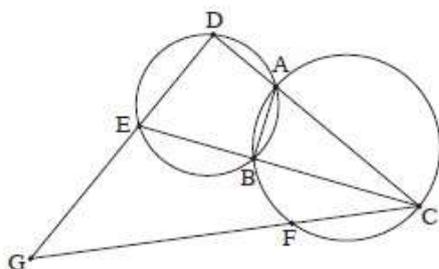
35581 גרסה ב' חורף תשפ"ד 2024

3. ביישוב מסוים הוחלט לערוך סקר בנוגע להקמת פארק ביישוב. בסקר השתתפו תושבים מבוגרים וצעירים בלבד. כל אחד מן התושבים שהשתתף בסקר כתב אם הוא תומך בהקמת הפארק או מתנגד להקמתו (לא היו נמנעים). כל התושבים המבוגרים שהשתתפו בסקר תמכו בהקמת הפארק. בחרו באקראי בתושב אחד מבין התושבים שהשתתפו בסקר. נסמן ב' p את ההסתברות שהתושב שנבחר היה צעיר. נסמן ב' k את ההסתברות שהתושב שנבחר תמך בהקמת הפארק.
- א. הביעו באמצעות p ו' k את ההסתברות שהתושב שנבחר היה צעיר התומך בהקמת הפארק. מחצית מן התושבים הצעירים שהשתתפו בסקר תמכו בהקמת הפארק. $\frac{2}{3}$ מן המשתתפים בסקר שתמכו בהקמת הפארק היו צעירים.
- ב. מצאו את p ואת k .
- י. כתב חדשות מקומי, ריאיון באקראי 6 מן התושבים הצעירים שהשתתפו בסקר.
- ג. מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם תמך בהקמת הפארק ולפחות אחד מהם התנגד להקמת הפארק? לאחר מכן ריאיון יוסי באקראי, בזה אחר זה, 5 תושבים שהשתתפו בסקר.
- ד. מהי ההסתברות שבדיוק 3 מן המרואיינים האלה היו צעירים, ושהמרואיין האחרון מהם היה צעיר?

| | |
|-------------------------|----|
| | 3. |
| $p + k - 1$ | א. |
| $p = 0.8 \quad k = 0.6$ | ב. |
| $\frac{31}{32}$ | ג. |
| $\frac{384}{625}$ | ד. |

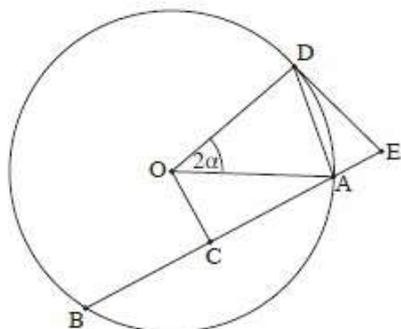
גרסה ב, חורף תשפ"ד, 2024

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B. C היא נקודה על המעגל הימני המשכי הקטעים CA ו-CB חותכים את המעגל השמאלי בנקודות D ו-E בהתאמה. הנקודה F נמצאת על הקשת BC, כמתואר בסרטוט. המשכי הקטעים CF ו-DE נגשים בנקודה G.
- א. הוכיחו: $\angle EDA = \angle CBA$.
- ב. הוכיחו: המרובע GDAF הוא בר חסימה במעגל. המיתרים AF ו-BC נגשים בנקודה H. נתון: $\angle GEC = \angle CHA$.
- ג. הוכיחו: $\frac{CG}{CD} = \frac{GE}{DE}$.
- נתון: CE מאונך ל-AB. $CD = 42, DE = 21$.
- ד. חשבו את אורכי הקטעים EG ו-CG.

| | |
|----|------------------------|
| א. | הוכחה |
| ב. | הוכחה |
| ג. | הוכחה |
| ד. | $EG = 35$ $CG = 70$ |



5. נתון מעגל שמרכזו O והרדיוס שלו R. נקודה E, הנמצאת מחוץ למעגל, העבירו ישר החותך את המעגל בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט. הנקודה D נמצאת על הקשת הגדולה AB, כך שהקטע ED משיק למעגל. הנקודה C היא אמצע המיתר AB. נסמן את הזווית בין הרדיוסים OD ו-OA ב- 2α ($\alpha < 60^\circ$). נתון: המרחק של הנקודה O מן המיתר AB הוא $0.5R$.
- א. מצאו את זוויות המרובע DOCE. הביעו באמצעות α אם יש צורך.
- ב. הביעו באמצעות R ו- α את אורך הקטע DE.
- נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש AOD הוא $\frac{4}{7}R$.
- ג. מצאו את α .
- ד. מצאו את היחס בין שטח המעגל החוסם את המרובע DOCE ובין שטח המעגל הנתון.

| | |
|----|--|
| א. | $120^\circ - 2\alpha, 60^\circ + 2\alpha, 90^\circ, 90^\circ$ |
| ב. | $\frac{2R \sin \alpha \cdot \sin(60^\circ + \alpha)}{\sin(120^\circ - 2\alpha)}$ |
| ג. | 28.96° |
| ד. | 0.55 |

35581 גרסה ב, חורף תשפ"ד, 2024

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-2)^2}$.

| | |
|-------------------------------|--------|
| $x \neq 4, x \geq 0$ | א. (1) |
| $x = 4$ | ב. (2) |
| $x \rightarrow \infty, y = 0$ | ג. (3) |
| $(0, -1), (16, 0)$ | ד. (4) |
| $\max(36, \frac{1}{8})$ | |
| $\max(0, -1)$ | |

ב. ג. ד. ה.

לחראות
טענה I – לא נכונה
טענה II – נכונה
 $1 \frac{49}{50}$

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ג. (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ד. (4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה: $g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x}-2}$ המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.

ג. הראו כי לכל $x > 0$ בתחום ההגדרה של הפונקציות מתקיים $f(x) = g'(x)$.

ד. לפניכם טענות II-I. קבעו בנוגע לכל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותכם.

I. יש משיק לגרף הפונקצייה $g(x)$ ששימועו הוא 5.

II. לפונקצייה $g(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד.

ה. חשבו את ערך הביטוי $\int_{0.16}^1 g(x) \cdot f(x) dx$.

| | |
|---|--------|
| $a = 1$ | א. |
| $x \neq \frac{3\pi}{2}, x \neq -\frac{\pi}{2}$ | ב. (1) |
| $(-\frac{3\pi}{2}, 0), (\frac{\pi}{2}, 0), (0, -1)$ | ג. (2) |
| $\max(2\pi, -1)$ | ד. (3) |
| $\max(\frac{\pi}{2}, 0)$ | |
| $\max(-\frac{3\pi}{2}, 0)$ | |
| $\min(-2\pi, -1)$ | |

ג. ד. ה.

5
נכונה

7. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{\sin(x)-a}{\sin(x)+a}$. הוא פרמטר חיובי, a .

הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל x המקיים $\sin(x) \neq -a$.

נתון כי הגרף של הפונקצייה $f(x)$ משיק לציר x בכל נקודות הקיצון שלה.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 1$, וענו על הסעיפים ב-ה עבור התחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ד. (3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

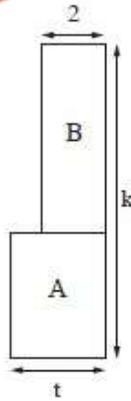
ו. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = -1$ בתחום הנתון? נמקו את תשובתכם.

ז. ידוע כי הפונקצייה $f(x)$ קעורה כלפי מטה בכל אחד מחלקי תחום ההגדרה.

ח. קבעו אם הטענה שלפניכם נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותכם.

ה. $\int_0^{\pi} (f(x) + 1) dx > \frac{\pi}{2}$

35581 גרסה ב, חורף תשפ"ד, 2024



8. נתונות שתי גינות מלבניות הצמודות זו לזו, גינה A וגינה B.

הרוחב של גינה A הוא t מטרים.

הרוחב של גינה B הוא 2 מטרים ושטחה הוא $2t + 2$ מ"ר, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

האורך הכולל של שתי הגינות הוא k מטרים. k הוא קבוע.

א. הביעו באמצעות k ו- t את שטח הגינה A.

ב. הביעו באמצעות k את הערך של t שבעבורו היחס בין שטח הגינה B ובין שטח הגינה A הוא מינימלי.

ג. הביעו באמצעות k את הערך של t שבעבורו היחס בין שטח הגינה A ובין שטח הגינה B הוא מקסימלי. נמקו את תשובתכם.

| | |
|----------------|----|
| | 8. |
| $t(k - t - 1)$ | א. |
| $\sqrt{k} - 1$ | ב. |
| $\sqrt{k} - 1$ | ג. |

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא בהשגת משרד החינוך

שאלון 581, גרסה ג' (07), חורף מרץ 2024

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ד, 2024
מספר השאלון: 35581
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $25 \times 4 = 100$ נקודות.
- חומר עזר מותר בשימוש:
 - מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - דפי נוסחאות (מצורפים).
- הוראות מיוחדות:
 - אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

35581 גרסה ג, חורף תשפ"ד, 2024

השאלות

ענו על ארבע מן השאלות 1-8, למחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. אלון יצא בשעה 8:00 מעיר א' לעיר ב'. אלון הלך במהירות קבועה במשך חצי שעה, ולאחר מכן עצר למנוחה של 10 דקות. לאחר המנוחה התחיל אלון לרוץ לכיוון עיר ב' במהירות הגדולה פי 2 ממהירות הליכתו. אלון רץ במשך חצי שעה $\frac{1}{6}$ מן המרחק בין שתי הערים, ולאחר מכן עצר שוב למנוחה של 10 דקות. לאחר המנוחה השנייה המשיך אלון לרוץ באותה המהירות עד שהגיע לעיר ב'.
דני יצא מעיר ב' ורכב על אופניים לעיר א'. הוא רכב במהירות קבועה. אחרי שעה ר' 50 דקות הוא הגיע לנקודה שבה נח אלון לראשונה.
א. מצאו פי כמה גדולה מהירות הרכיבה של דני ממהירות ההליכה של אלון.
כאשר הגיע דני לנקודה שבה עצר אלון למנוחה בפעם הראשונה הוא הגביר את מהירות הרכיבה שלו למהירות הגדולה ב' 15.3 קמ"ש ממהירותו ההתחלתית.
אלון ודני הגיעו ליעדם בדיוק באותה השעה.
ב. מצאו את מהירות ההליכה של אלון אם נתון כי דני יצא מעיר ב' בשעה 9:40.
ג. מצאו בין אילו שעות היה צריך דני לצאת מעיר ב', אילו היה רוצה לחלוף על פני אלון במהלך המנוחה השנייה שלו.

| | |
|-------------|----|
| 3 | א. |
| 5.1 קמ"ש | ב. |
| 7:50 – 7:40 | ג. |

2. בסדרה חשבונית A נתון: $a_1 = -4 - 4k$, $a_3 = -16 + 2k$, k הוא פרמטר.

א. מצאו עבור אילו ערכים של k:

(1) הסדרה A עולה, (2) הסדרה A יורדת, (3) הסדרה A קבועה.

נתון כי $a_{17} = -232$.

ב. מצאו את הערך של k.

הציבו את הערך של k שמצאתם וענו על הסעיפים ג-ד.

נתונה סדרה חדשה, B, שאיבריה מוגדרים כך: לכל n טבעי, $b_n = a_n + 25n + 12$.

ג. הוכיחו כי הסדרה B היא חשבונית.

ד. חשבו את הסכום: $b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \dots + b_{29}^2 - b_{30}^2$.

| | |
|-------------------------------------|----|
| $k = 2$ (3) $k < 2$ (2) $k > 2$ (1) | א. |
| -3 | ב. |
| הוכחה | ג. |
| -57,000 | ד. |

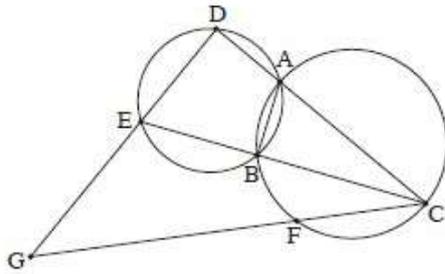
גרסה ג, חורף תשפ"ד, 2024, 35581

3. ביישוב מסוים הוחלט לערוך סקר בנוגע להקמת פארק ביישוב. בסקר השתתפו תושבים מבוגרים וצעירים בלבד. כל אחד מן התושבים שהשתתף בסקר כתב אם הוא תומך בהקמת הפארק או מתנגד להקמתו (לא היו נמנעים). כל התושבים המבוגרים שהשתתפו בסקר תמכו בהקמת הפארק. בחרו באקראי בתושב אחד מבין התושבים שהשתתפו בסקר. נסמן ב- p את ההסתברות שהתושב שנבחר היה צעיר. נסמן ב- k את ההסתברות שהתושב שנבחר תמך בהקמת הפארק. א. הביעו באמצעות p ו- k את ההסתברות שהתושב שנבחר היה צעיר התומך בהקמת הפארק. מחצית מן התושבים הצעירים שהשתתפו בסקר תמכו בהקמת הפארק. $\frac{1}{9}$ מן המשתתפים בסקר שתמכו בהקמת הפארק היו צעירים. ב. מצאו את p ואת k . יוסי, כתב חדשות מקומי, ריאיון באקראי 6 מן התושבים הצעירים שהשתתפו בסקר. ג. מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם תמך בהקמת הפארק ולפחות אחד מהם התנגד להקמת הפארק? לאחר מכן ריאיון יוסי באקראי, בזה אחר זה, 5 תושבים שהשתתפו בסקר. ד. מהי ההסתברות שבדיוק 3 מן המרואיינים האלה היו צעירים, ושהמרואיין האחרון מהם היה צעיר?

| | |
|----|-------------------------|
| 3. | |
| א. | $p + k - 1$ |
| ב. | $p = 0.2 \quad k = 0.9$ |
| ג. | $\frac{31}{32}$ |
| ד. | $\frac{96}{3125}$ |

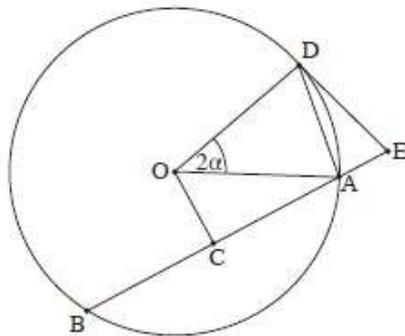
גרסה ג, חורף תשפ"ד, 2024, 35581

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B. C היא נקודה על המעגל הימני. המשכי הקטעים CA ו-CB חותכים את המעגל השמאלי בנקודות D ו-E בהתאמה. הנקודה F נמצאת על הקשת BC, כמתואר בסרטוט. המשכי הקטעים CF ו-DE נפגשים בנקודה G.
- א. הוכיחו: $\angle EDA = \angle CBA$.
- ב. הוכיחו: המרובע GDAF הוא בר חסימה במעגל.
- המיתרים AF ו-BC נפגשים בנקודה H.
- נתון: $\angle GEC = \angle CHA$.
- ג. הוכיחו: $\frac{CG}{CD} = \frac{GE}{DE}$.
- נתון: CE מאונך ל-AB.
- $CD = 24, DE = 12$.
- ד. חשבו את אורכי הקטעים EG ו-CG.

| | | |
|----|------------------------|----|
| א. | הוכחה | 4. |
| ב. | הוכחה | |
| ג. | הוכחה | |
| ד. | $EG = 20$ $CG = 40$ | |



5. נתון מעגל שמרכזו O והרדיוס שלו R.
- נקודה E, הנמצאת מחוץ למעגל, העבירו ישר החותך את המעגל בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט.
- הנקודה D נמצאת על הקשת הגדולה AB, כך שהקטע ED משיק למעגל.
- הנקודה C היא אמצע המיתר AB.
- נסמן את הזווית בין הרדיוסים OD ו-OA ב- 2α ($\alpha < 60^\circ$).
- נתון: המרחק של הנקודה O מן המיתר AB הוא $0.5R$.
- א. מצאו את זוויות המרובע DOCE. הביעו באמצעות α אם יש צורך.
- ב. הביעו באמצעות R ו- α את אורך הקטע DE.
- נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש AOD הוא $\frac{4}{7}R$.
- ג. מצאו את α .
- ד. מצאו את היחס בין שטח המעגל החוסם את המרובע DOCE ובין שטח המעגל הנתון.

| | | |
|----|--|----|
| א. | $120^\circ - 2\alpha, 60^\circ + 2\alpha, 90^\circ, 90^\circ$ | 5. |
| ב. | $\frac{2R \sin \alpha \cdot \sin(60^\circ + \alpha)}{\sin(120^\circ - 2\alpha)}$ | |
| ג. | 28.96° | |
| ד. | 0.55 | |

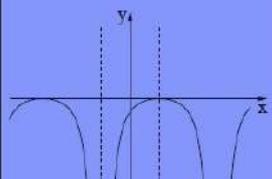
35581, גרסה ג, חורף תשפ"ד, 2024

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

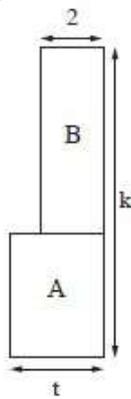
6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-2)^2}$.

| | |
|--|--------|
| $x \neq 4, x \geq 0$ | א. (1) |
| $x = 4$ | ב. (2) |
| $x \rightarrow \infty, y = 0$ | ג. (3) |
| $(0, -1), (16, 0)$ | ד. (4) |
| $\max(36, \frac{1}{8})$ | |
| $\max(0, -1)$ | |
|  | ה. ב. |
| להראות | ו. ג. |
| טענה I – לא נכונה | ז. ד. |
| טענה II – נכונה | ח. ה. |
| 4.48 | |

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- (4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה: $g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x}-2}$ המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.
- ג. הראו כי לכל $x > 0$ בתחום ההגדרה של הפונקציות מתקיים $f(x) = g'(x)$.
- ד. לפניכם טענות I-II. קבעו בנוגע לכל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.
- I. יש משיק לגרף הפונקצייה $g(x)$ ששיפועו הוא 3.
- II. לפונקצייה $g(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד.
- ה. חשבו את ערך הביטוי $\int_1^{1.44} g(x) \cdot f(x) dx$.

| | |
|--|--------|
| $a = 1$ | א. |
| $x \neq \frac{3\pi}{2}, x \neq -\frac{\pi}{2}$ | ב. (1) |
| $(-\frac{3\pi}{2}, 0), (\frac{\pi}{2}, 0), (0, -1)$ | ג. (2) |
| $\max(2\pi, -1)$ | ד. (3) |
| $\max(\frac{\pi}{2}, 0)$ | |
| $\max(-\frac{3\pi}{2}, 0)$ | |
| $\min(-2\pi, -1)$ | |
|  | ה. ג. |
| 5 | ו. ד. |
| נכונה | ז. ה. |

7. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{\sin(x)-a}{\sin(x)+a}$. a הוא פרמטר חיובי.
- הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל x המקיים $\sin(x) \neq -a$.
- נתון כי הגרף של הפונקצייה $f(x)$ משיק לציר x בכל נקודות הקיצון שלה.
- א. מצאו את הערך של a .
- הציבו $a = 1$, וענו על הסעיפים ב-ה עבור התחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.
- ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ד. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = -1$ בתחום הנתון? נמקו את תשובתכם.
- ידוע כי הפונקצייה $f(x)$ קעורה כלפי מטה בכל אחד מחלקי תחום הגדרתה.
- ה. קבעו אם הטענה שלפניכם נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותכם.
- $\int_0^{\pi} (f(x)+1) dx > \frac{\pi}{2}$



35581 גרסה ג, חורף תשפ"ד, 2024

8. נתונות שתי גינות מלבניות הצמודות זו לזו, גינה A וגינה B.

הרוחב של גינה A הוא t מטרים.

הרוחב של גינה B הוא 2 מטרים ושטחה הוא $2t + 2$ מ"ר, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

האורך הכולל של שתי הגינות הוא k מטרים. k הוא קבוע.

א. הביעו באמצעות k ו- t את שטח הגינה A.

ב. הביעו באמצעות k את הערך של t שבעבורו היחס בין שטח הגינה B

ובין שטח הגינה A הוא מינימלי.

ג. הביעו באמצעות k את הערך של t שבעבורו היחס בין שטח הגינה A

ובין שטח הגינה B הוא מקסימלי. נמקו את תשובתכם.

| | |
|----|----------------|
| | 8. |
| א. | $t(k - t - 1)$ |
| ב. | $\sqrt{k} - 1$ |
| ג. | $\sqrt{k} - 1$ |

בהצלחה!

מזאת היצירות שנופיה למוציא לאור ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – אלגברה והסתברות
 - פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
- יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה. כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

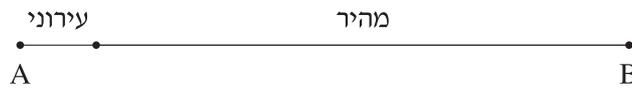
בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. קטע הכביש שבין יישוב A ליישוב B מחולק לשניים: קטע כביש עירוני וקטע כביש מהיר, כמתואר בסרטוט. האורך של קטע הכביש המהיר גדול פי 7 מן האורך של קטע הכביש העירוני.



- שתי מכוניות א', ב' יצאו באותה השעה, ונסעו זו לקראת זו: מכונית א' יצאה מיישוב A ומכונית ב' יצאה מיישוב B. במשך כל אותו היום מהירות הנסיעה של כל אחת מן המכוניות בקטע הכביש המהיר הייתה קבועה וגדולה פי 2 ממהירות הנסיעה שלה בקטע הכביש העירוני. המכוניות נפגשו באמצע הקטע AB.
- א. מצאו פי כמה גדולה מהירות הנסיעה של מכונית א' בקטע הכביש המהיר ממהירות הנסיעה של מכונית ב' בקטע הכביש המהיר.
- ב. כאשר הגיעה מכונית א' ליישוב B, הייתה מכונית ב' בקטע הכביש העירוני, במרחק 18 ק"מ מיישוב A.
- ג. מצאו את המרחק בין יישוב A ובין יישוב B.
- כאשר הגיעה מכונית א' ליישוב B היא מייד יצאה חזרה לכיוון היישוב A, וכאשר הגיעה מכונית ב' ליישוב A היא מייד יצאה חזרה לכיוון היישוב B.
- בדרך חזרה נפגשו המכוניות בקטע הכביש המהיר.
- ד. מצאו באיזה מרחק מן היישוב B נפגשו המכוניות בדרך חזרה.

2. נתונה סדרה הנדסית A שאיבריה הם a_1, a_2, a_3, \dots , ובה m איברים (m הוא מספר טבעי גדול מ-4). נתון: כל איברי הסדרה A הם שליליים.

סכום $m - 4$ האיברים האחרונים בסדרה הוא פי 16 מסכום $m - 4$ האיברים הראשונים בסדרה.

א. (1) מצאו את מנת הסדרה A .

ב. (2) האם הסדרה A עולה, יורדת או לא עולה ולא יורדת? נמקו את תשובתכם.

המשיכו את הסדרה A כך שנוצרה סדרה הנדסית אינסופית.

נתונה סדרה אינסופית B שאיבריה מקיימים $b_n = \frac{k^n}{a_n}$ לכל n טבעי. k הוא פרמטר שונה מ-0.

ב. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה הנדסית, והביעו את המנה שלה באמצעות k .

נתון כי סכום הסדרה B מתכנס.

ג. מצאו את תחום הערכים האפשרי של k .

נתון: מנת הסדרה B היא $\frac{1}{4}$.

סכום הסדרה B הוא -3.

ד. מצאו את הערך של k ואת הערך של b_1 .

בסדרה B מחקו כל איבר שלישי (b_3, b_6, b_9, \dots).

ה. מצאו את סכום האיברים הנותרים.

3. בכד א' יש 10 כדורים אדומים ו-15 כדורים צהובים, ובכד ב' יש רק כדורים אדומים.

דנה בוחרת באקראי כד ומוציאה ממנו באקראי כדור.

אם הכדור צהוב, היא מוציאה באקראי כדור שני מאותו הכד (הוצאה ללא החזרה).

אם הכדור הראשון אדום, היא מחזירה את הכדור לכד ושוב מוציאה באקראי כדור מאותו הכד.

א. ידוע שדנה הוציאה שני כדורים באותו הצבע. מהי ההסתברות ששניהם צהובים?

דנה מחזירה לכד את הכדורים שהוציאה.

יעל מבצעת את תהליך הזה:

היא בוחרת באקראי כד, מוציאה ממנו באקראי כדור אחד ומחזירה אותו לכד.

יעל חוזרת על תהליך זה עד שהיא מוציאה כדור אדום, מחזירה אותו לכד ומפסיקה להוציא כדורים.

ב. מצאו את ההסתברות שיעל ביצעה תהליך זה 6 פעמים בדיוק.

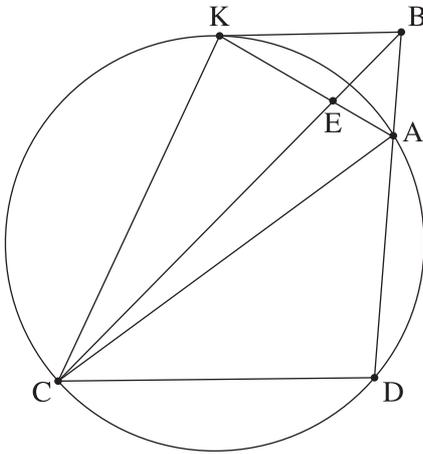
העבירו חלק מן הכדורים מכד ב' לכד א'.

לאחר מכן בחרו באקראי כד והוציאו ממנו באקראי כדור אחד.

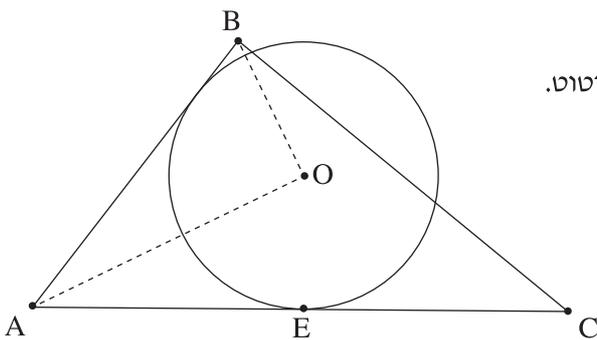
נתון כי לאחר ההעברה ההסתברות שהכדור שהוציאו היה אדום היא $\frac{13}{16}$.

ג. האם ייתכן שלפני ההעברה היו בכד ב' 14 כדורים? נמקו את תשובתכם.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. במרובע BKCD הצלע KB מקבילה לצלע CD.
 הצלע CD היא מיתר במעגל והצלע KB משיקה למעגל בנקודה K.
 הצלע BD חותכת את המעגל בנקודה A.
 האלכסון BC חותך את המיתר AK בנקודה E (ראו סרטוט).
 א. הוכיחו כי $\triangle ABK \sim \triangle AKC$.
 ב. הוכיחו כי $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CE}$.
 נתון: $BE = \frac{1}{4}CE$.
 ג. מצאו את היחס $\frac{AK}{AB}$.
 נתון: שטח המרובע ABKC הוא 30.
 נסמן ב-S את שטח המשולש AEB.
 ד. הביעו באמצעות S את שטח המשולש KEC.



5. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.
 מן הנקודה A העבירו שני ישרים AB ו-AC המשיקים למעגל.
 הנקודה E היא נקודת ההשקה של הישר AC למעגל, כמתואר בסרטוט.
 נתון: $BO \perp AO$, $AE = CE$.
 נסמן ב- 2β את הזווית BAC.
 א. הביעו באמצעות R ו- β את האורך של AB.
 נתון כי האורך של AB הוא $2.5R$,
 והזווית BAC היא זווית חדה.
 ב. מצאו את הערך של β .
 ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש AOB.
 נתון כי האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא 14.
 ד. מצאו את הערך של R.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתון כי $f'(x) = \frac{-4x}{(x^2 - a^2)^3}$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$. a הוא פרמטר חיובי.

הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ מוגדרות באותו התחום.

בסעיפים א-ג הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

א. מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y = 0$.

ג. מצאו פונקציה $f(x)$ המקיימת תנאים אלה.

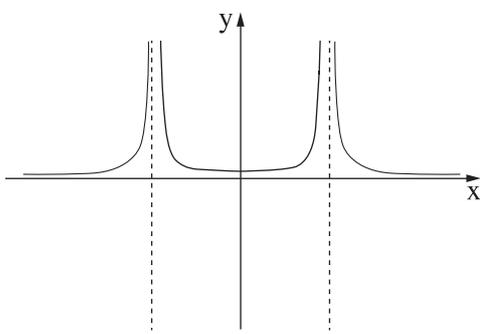
נתונות הפונקציה $g(x) = \frac{x - a}{(x^2 - a^2)^2}$ והפונקציה $h(x) = \frac{(x - a)^2}{(x^2 - a^2)^2}$.

הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו- $h(x)$ מוגדרות באותו התחום.

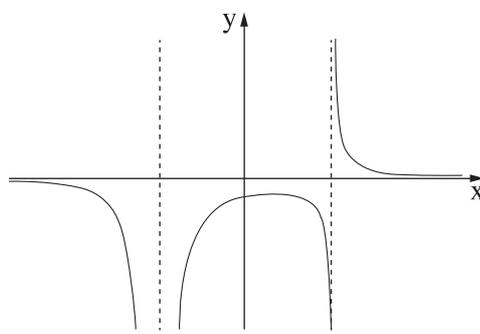
ד. התאימו לכל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו- $h(x)$ גרף אפשרי המייצג אותה מבין הגרפים IV-I שבסוף השאלה. נמקו את תשובותיכם.

נתון כי לפונקציה $h(x - 9)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה $x = 0.8a$.

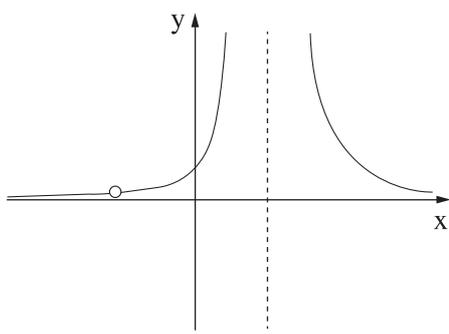
ה. מצאו את הערך של a .



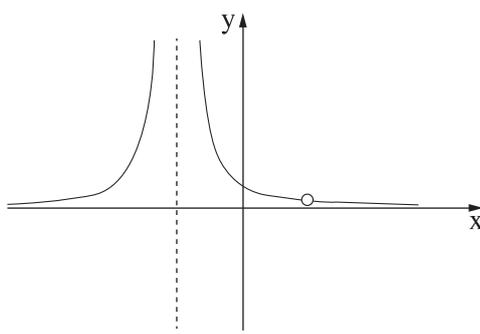
II



I



IV



III

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \cos x + \frac{4}{(\cos x)^2} + a$, בתחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמקו את תשובתכם.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ משיק לישר $y = 4$ בשתי נקודות.

ג. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 1$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונות הפונקצייה $g(x) = f(x) - k$ והפונקצייה $h(x) = \frac{1}{g(x)}$, שתיהן בתחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.
 k הוא פרמטר, $k \neq 4$, $k \neq 6$.

ו. מצאו את הערך של k שבעבורו גרף הפונקצייה $g(x)$ וגרף הפונקצייה $h(x)$ נפגשים בכל אחת מנקודות הקיצון שלהן.

8. נתונה הפונקצייה $f(x) = x\sqrt{8-x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת ואין לה נקודות פיתול.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם החלק החיובי של ציר ה- x .

מן הנקודה A העבירו שני אנכים:

אנך אחד לציר ה- x החותך אותו בנקודה B , ואנך נוסף לישר $x = 8$ החותך אותו בנקודה D .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן ABCD הוא מקסימלי.

בהצלחה!



תשובות סופיות
בגרות חורף 2025, שאלון 035581 (סמל ישן 035806)

שאלה 1

פתרון: א. פי 1.25 ב. 160 קמ"ש ג. 120 ק"מ

שאלה 2

פתרון: א. 1. א. 2. יורדת ב. $\frac{k}{2}$ ג. $0 < k < 2$ או $-2 < k < 0$ ד. $k = \frac{1}{2}, b_1 = -\frac{9}{4}$ ה. $-\frac{20}{7}$

שאלה 3

פתרון: א. $\frac{35}{151}$ ב. 0.001701 ג. לא ייתכן

שאלה 4

פתרון: א. הוכחה ב. הוכחה ג. 2 ד. $24 - 4S$

שאלה 5

פתרון: א. $\frac{R}{\sin \beta \cos \beta}$ ב. 26.565° ג. 3.2 ד. 7

שאלה 6

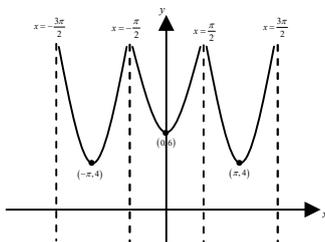
פתרון: א. $x \neq \pm a$ ב. עלייה: $0 < x < a$ או $x < -a$, ירידה: $-a < x < 0$ או $x > a$
ג. $f(x) = \frac{1}{(x^2 - a^2)^2}$ ד. $f(x)$ - גרף II, $g(x)$ - גרף I, $h(x)$ - גרף III ה. $a = 5$



שאלה 7

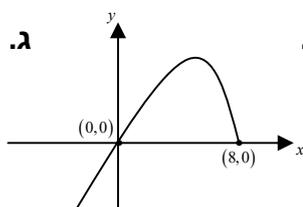
פתרון: א. $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ או $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ או $-\frac{3\pi}{2} \leq x < -\frac{\pi}{2}$ ב. זוגית ג. $a = 1$

ד. $(-\pi, 4) \min, (0, 6) \min, (\pi, 4) \min$ ה. $k = 5$



שאלה 8

פתרון: א. $x \leq 8$ ב. חיוביות: $0 < x < 8$, שליליות: $x < 0$ ג. $A(4, 8)$



פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

Melumad

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

- פרק ראשון – אלגברה והסתברות
 - פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
- יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. אורך הכביש שבין הבית של יוסי ובין בית הספר התיכון שהוא לומד בו הוא 8 ק"מ. בכל יום יוצא אוטובוס, המשמש להסעת תלמידים, מתחנת המוצא שלו – הבית של יוסי, אל התחנה הסופית שלו – בית הספר. בדרך לבית הספר האוטובוס עובר בשלוש תחנות ביניים ועוצר בכל אחת מהן למשך 4 דקות כדי לאסוף תלמידים. האוטובוס נוסע במהירות קבועה של v קמ"ש בכל קטעי הכביש. המרחק בין כל שתי תחנות סמוכות זהה, כמתואר בסרטוט.



- ביום ראשון החליט יוסי לבוא לבית הספר ברכיבה על אופניים חשמליים. הוא יצא מביתו באותו הזמן שיצא האוטובוס מתחנת המוצא, ורכב במהירות קבועה. האוטובוס ויוסי הגיעו לבית הספר באותו הזמן.
- א. הביעו את מהירות הרכיבה של יוסי באמצעות v .
- ביום שני החליט יוסי לבוא לבית הספר בריצה. הוא יצא 19 דקות לפני שיצא האוטובוס מתחנת המוצא. מהירות הרכיבה של יוסי ביום ראשון גדולה פי 2 ממהירות הריצה שלו ביום שני. יוסי והאוטובוס הגיעו לתחנת ביניים III באותו הזמן.
- ב. מצאו את הערך של v .
- ג. קבעו באיזה מן המקרים (1)–(3) שלפניכם, יגיע יוסי לבית הספר בזמן הקצר ביותר. נמקו את קביעתכם.
- (1) יוסי ייסע באוטובוס כל הדרך עד בית הספר.
- (2) יוסי ייסע באוטובוס מתחנת המוצא עד תחנת ביניים II, ומשם ימשיך מייד ברכיבה על אופניים חשמליים עד לבית הספר באותה המהירות שבה רכב ביום ראשון.
- (3) יוסי ירכב על אופניים חשמליים מביתו עד לבית הספר במהירות הגדולה ב-5 קמ"ש ממהירות הרכיבה שלו ביום ראשון.

2. נתונה סדרה הנדסית אינסופית A שאיבריה הם a_1, a_2, a_3, \dots .

$$\text{נתון: } \frac{a_4}{a_2} = 4, 2a_2 + 8 = a_4.$$

א. מצאו את הערך של a_3 (מצאו את שתי האפשרויות).

נתון כי הסדרה A לא עולה ולא יורדת.

בונים מאיברי הסדרה A סדרה אינסופית חדשה B.

נתון כי איברי הסדרה B מקיימים $b_n = \frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}$ לכל n טבעי.

ב. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה הנדסית, ומצאו את המנה שלה.

בונים מאיברי הסדרה A סדרה הנדסית אינסופית נוספת C.

איברי הסדרה C הם: $\dots, \frac{k}{a_5 \cdot a_6}, \frac{k}{a_3 \cdot a_4}, \frac{k}{a_1 \cdot a_2}$. $k \neq 0$ הוא פרמטר.

ג. (1) מצאו את מנת הסדרה C.

(2) מצאו בעבור אילו ערכים של k הסדרה C עולה. נמקו את תשובתכם.

נסמן ב- S_B את סכום הסדרה B, וב- S_C את סכום הסדרה C.

$$\text{נתון: } S_C = 4 \cdot S_B.$$

ד. מצאו את הערך של k .

3. במדינה גדולה התקיימו בחירות. המצביעים בבחירות אלה יכולים להצביע למפלגה א' או למפלגה ב' בלבד.

נסמן ב- P את ההסתברות שמצביע שנבחר באקראי הצביע למפלגה א' ($0 < P < 1$).

בוחרים באקראי 3 מצביעים.

נתון כי ההסתברות שבדיוק אחד מהם הצביע למפלגה א' גדולה פי 2 מן ההסתברות ששלושתם הצביעו למפלגה ב'.

א. מצאו את הערך של P .

בוחרים באקראי 4 מצביעים.

ב. ידוע כי ארבעתם הצביעו לאותה המפלגה. מהי ההסתברות שהם הצביעו למפלגה א'?

חלק מן המצביעים הם מבוגרים והשאר צעירים.

נתון כי 40% מן המצביעים המבוגרים הצביעו למפלגה ב' ו-15% מן המצביעים הצעירים הצביעו למפלגה א'.

ג. מהי ההסתברות לבחור באקראי מצביע צעיר אחד מבין כל המצביעים?

לאחר הבחירות נערך סקר טלפוני בקרב המצביעים. דני, אחד הסוקרים, התקשר באקראי למצביעים צעירים בלבד.

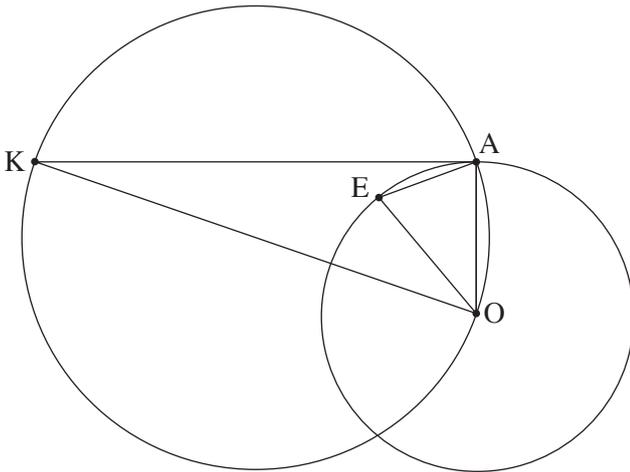
הוא התקשר אליהם בזה אחר זה והפסיק מייד לאחר שריאיון צעיר אחד שהצביע למפלגה אחת וצעיר נוסף

שהצביע למפלגה האחרת.

ד. מהי ההסתברות שדני התקשר ל-5 צעירים בדיוק?

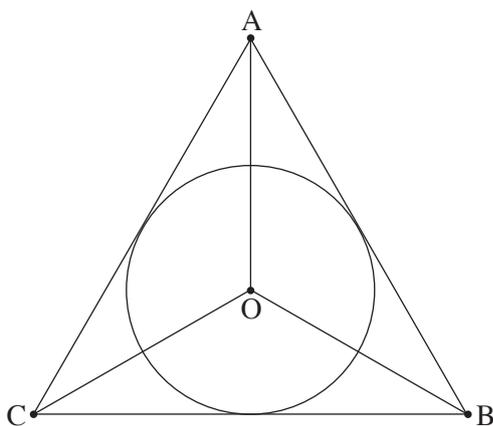
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. בסרטוט שלפניכם מעגל גדול שרדיוסו R ומעגל קטן שמרכזו בנקודה O ורדיוסו r. הנקודה O נמצאת על המעגל הגדול. הנקודה A היא אחת מנקודות החיתוך של שני המעגלים, כמתואר בסרטוט. דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל הקטן. המשיק חותך את המעגל הגדול בנקודה K. הנקודה E נמצאת על המעגל הקטן בתוך המשולש KAO. הוכיחו כי $\angle AOE = 2\angle KAE$.



- המשך הקטע AE חותך את הקטע OK בנקודה M. נתון כי הנקודה M היא אמצע הקטע OK. הוכיחו כי הנקודה M היא מרכז המעגל הגדול. הוכיחו כי $\triangle MOA \sim \triangle OEA$. נתון: $R = 1.5r$. נסמן ב-S את שטח המשולש MEO. הביעו באמצעות S את שטח המשולש OKA.

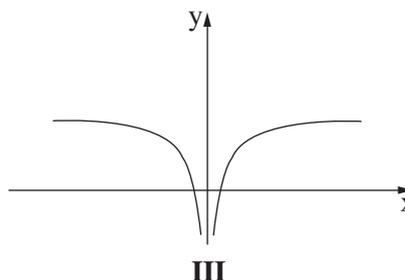
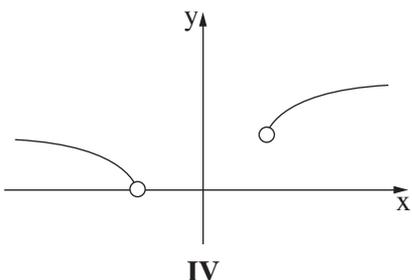
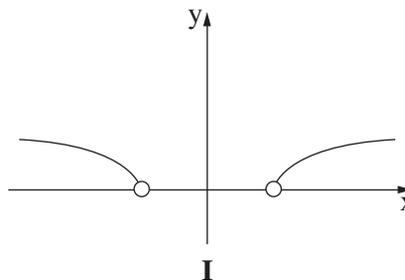
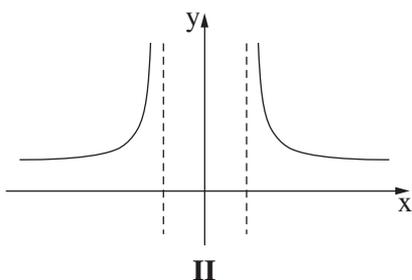
5. במשולש שווה שוקיים ABC ($AC = AB$) חסום מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו r (ראו סרטוט). נסמן: $\angle ACB = 2\alpha$.

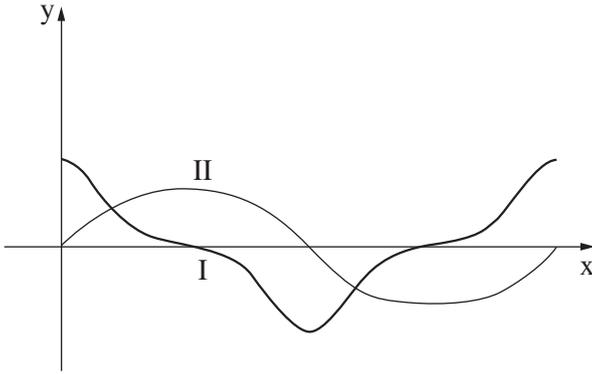


- א. (1) הביעו באמצעות r ו- α את אורך הקטע CO.
 (2) הביעו באמצעות r ו- α את אורך הצלע AC.
 נתון כי אורך הצלע AC גדול פי $\sqrt{3}$ מאורך הקטע CO.
 ב. מצאו את הערך של α .
 הציבו $\alpha = 30^\circ$ וענו על הסעיפים ג-ד.
 המעגל חותך את הקטע BO בנקודה K. נתון כי אורך הקטע CK הוא $\sqrt{175}$.
 ג. מצאו את הערך של r.
 הנקודה E נמצאת על הצלע CB. נתון כי שטח המשולש CKE הוא 18.
 ד. חשבו את אורך הקטע BE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}$, הוא פרמטר חיובי. ענו על הסעיפים א-ו. הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא אי-זוגית.
- ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{(f(x))^2}$. תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ה. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.
- נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 2a$ ו- $x = 3a$ הוא 7.5. מצאו את הערך של a .





7. בסרטוט שלפניכם נתונים שני גרפים, II-I, בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

אחד מן הגרפים מתאר את הפונקצייה $f(x)$,

ואחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$.

הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ מוגדרות לכל x בתחום הנתון.

א. קבעו איזה מן הגרפים II-I מתאר את הפונקצייה $f(x)$.

נמקו את קביעתכם.

נתון כי $f(x) = \frac{\sin x}{1 + (\sin x)^2}$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

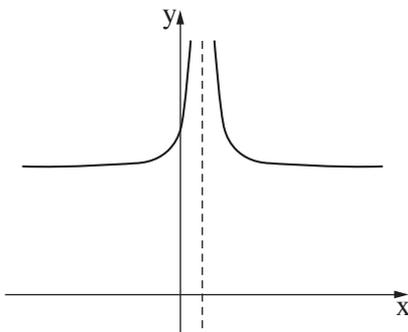
(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

נתונה הפונקצייה $g(x) = |f(x) - 0.4|$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

ד. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.



8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + 9$.

הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \neq 1$. a הוא פרמטר חיובי.

א. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$, ושיעור ה- x שלה הוא 2.

דרך הנקודה C העבירו משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. הביעו באמצעות a את משוואת המשיק.

המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת הישר $x = 1$ בנקודה B.

D היא נקודה ששיעוריה הם $(1, 0)$.

ג. הביעו באמצעות a את שטח המשולש ADB.

ד. מצאו את הערך של a שבעבורו שטח המשולש ADB הוא מינימלי.

בהצלחה!



תשובות סופיות
בגרות קיץ 2025 מועד א', שאלון 035581 (סמל ישן 035806)

שאלה 1

פתרון: א. $\frac{40v}{40+v}$ קמ"ש ב. 40 קמ"ש ג. מקרה (3)

שאלה 2

פתרון: א. $a_3 = \pm 8$ ב. $\frac{1}{4}$ ג. $\frac{1}{16}$ ד. $k = 5$ ג. $k > 0$

שאלה 3

פתרון: א. 0.4 ב. $\frac{16}{97}$ ג. $\frac{4}{9}$ ד. 0.07873

שאלה 4

פתרון: א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה ד. $3.6S$

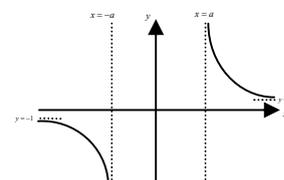
שאלה 5

פתרון: א. $\frac{r}{\sin \alpha}$ א. $\frac{r \cos \alpha}{\sin \alpha \cos 2\alpha}$ ב. $\alpha = 30^\circ$ ג. $r = 5$ ד. 2.92

שאלה 6

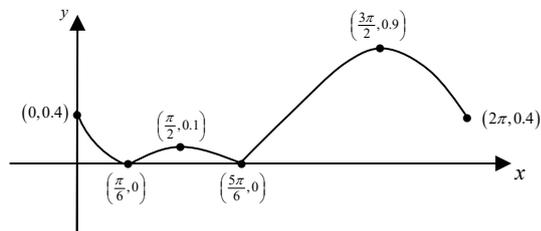
פתרון: א. $x > a$ או $x < -a$ ב. $x = \pm a, y = \pm 1$ ג. עלייה: אין, ירידה: $x > a$ או

ה. עלייה: $x > a$, ירידה: $x < -a$ ג. עלייה: אין, ירידה: $x > a$ או $x < -a$ ד. $x < -a$



שאלה 7

פתרון: א. גרף II ב. $(0,0)$, $(\pi,0)$, $(2\pi,0)$. ג. $(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{2})$ max, $(\frac{3\pi}{2}, -\frac{1}{2})$ min



ד. $(\frac{\pi}{6}, 0)$, $(\frac{5\pi}{6}, 0)$ ג. $(2\pi, 0)$ max, $(\frac{\pi}{2}, 0)$ min

ה. $(\frac{\pi}{2}, 0.1)$ max, $(\frac{\pi}{6}, 0)$ min, $(0, 0.4)$ max

ו. $(2\pi, 0.4)$ min, $(\frac{3\pi}{2}, 0.9)$ max, $(\frac{5\pi}{6}, 0)$ min

שאלה 8

פתרון: א. $x=1$, $y=9$. ב. $y=-2a \cdot x + (5a+9)$. ג. $\frac{(3a+9)^2}{4a}$. ד. $a=3$

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

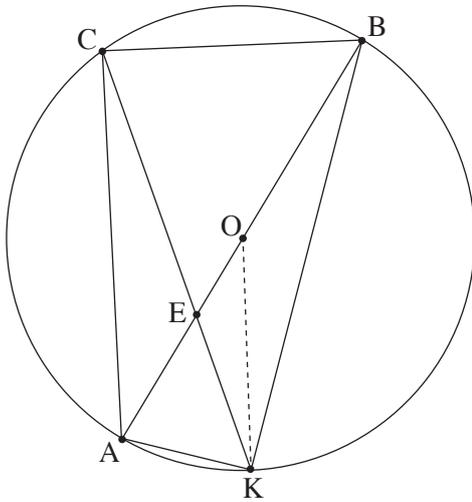
פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. האורך של מסילת הרכבת בין חדרה לבאר שבע הוא 150 ק"מ.
רכבת א' יצאה מחדרה לבאר שבע ונסעה במהירות קבועה.
רבע שעה לאחר מכן יצאה רכבת ב' מבאר שבע לחדרה, וגם היא נסעה במהירות קבועה.
שתי הרכבות חלפו זו על פני זו, והגיעו ליעדים שלהן באותה השעה.
ידוע כי רבע שעה לאחר שרכבת ב' יצאה לדרכה, לפני שהרכבות חלפו זו על פני זו, המרחק ביניהן היה 70 ק"מ.
א. מצאו את מהירות הנסיעה של רכבת א' ואת מהירות הנסיעה של רכבת ב'.
ב. מצאו כמה זמן לאחר יציאתה של רכבת א', המרחק בין הרכבות היה 70 ק"מ פעם נוספת.

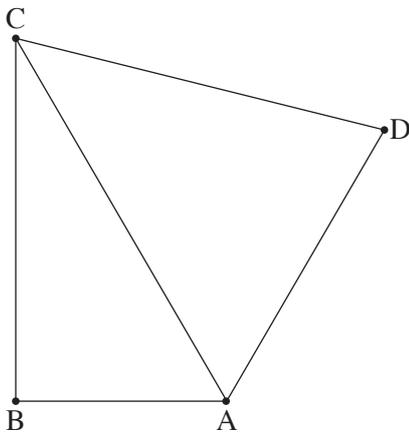
2. a_n היא סדרה הנדסית אינסופית עולה שמנתה היא q .
 $0 < q < 1$.
א. קבעו אם כל איברי הסדרה a_n הם חיוביים או שליליים. נמקו את קביעתכם.
 b_n היא סדרה הנדסית אינסופית וגם מנתה היא q .
 c_n היא סדרה אינסופית המקיימת לכל n טבעי $c_n = 2b_n - a_n$ ($c_n \neq 0$).
ב. הוכיחו כי הסדרה c_n היא הנדסית, והביעו את מנתה באמצעות q .
ג. נתון כי $c_1 = 5\frac{2}{3}$, וכי סכום איברי הסדרה c_n גדול פי 17 מסכום איברי הסדרה b_n .
מצאו את הערך של a_1 .
נתון כי סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה a_n גדול ב-4 מסכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה a_n .
ד. מצאו את הערך של q .

3. בבית אריזה גדול אורזים שני סוגי פירות בלבד: לימונים ותפוזים. חלק מן הפירות מיועדים לייצוא והשאר אינם מיועדים לייצוא. ההסתברות לבחור באקראי שני תפוזים מבין כל הפירות בבית האריזה היא 0.4096. בוחרים באקראי פרי אחד מבין כל הפירות בבית האריזה.
- א. מהי ההסתברות שנבחר לימון?
- ההסתברות לבחור באקראי תפוז מבין הפירות שמיועדים לייצוא היא $\frac{3}{5}$.
- ההסתברות לבחור באקראי לימון מבין הפירות שאינם מיועדים לייצוא היא $\frac{4}{15}$. בוחרים באקראי פרי אחד מבין כל הפירות בבית האריזה.
- ב. מהי ההסתברות שנבחר פרי המיועד לייצוא?
- בוחרים באקראי שני פירות מבין כל הפירות בבית האריזה.
- ג. ידוע שנבחרו שני לימונים. מהי ההסתברות שאחד מהם מיועד לייצוא והאחר אינו מיועד לייצוא?
- בוחרים באקראי 4 פירות מבין כל הפירות בבית האריזה. ידוע שלפחות אחד מהם מיועד לייצוא.
- ד. מהי ההסתברות שלכל היותר 3 מבין הפירות שנבחרו מיועדים לייצוא?

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
 המיתר CK חותך את הרדיוס AO בנקודה E (ראו סרטוט).
 נתון: $\angle EKO = \angle ABK$.
 א. הוכיחו כי $\triangle ACE \sim \triangle OKE$.
 המשך הקטע KO חותך את המיתר CB בנקודה P.
 נתון כי $PO = 4$, וכי רדיוס המעגל הוא 4.8.
 ב. (1) הוכיחו כי PO הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
 (2) מצאו את אורך הקטע EO.
 ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש ACE ובין שטח המשולש AOK.



5. בסרטוט שלפניכם משולש ישר זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$).
 על הצלע AC בנו משולש נוסף ACD כך ש-AC הוא חוצה זווית BAD.
 נסמן: $\angle CAB = \alpha$, $AB = k$.
 א. הביעו באמצעות k ו- α את האורך של AC.
 נתון: $AD = 1.5 \cdot k$, $CD = \sqrt{3.25} \cdot k$.
 ב. חשבו את הערך של α .
 הציבו $\alpha = 60^\circ$ וענו על סעיפים ג-ד.
 הנקודה M היא מרכז המעגל החסום במשולש ABC.
 ג. הביעו באמצעות k את רדיוס המעגל החסום במשולש ABC.
 הנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.
 נתון: $ME = 6$.
 ד. חשבו את הערך של k.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2ax}{(x^2 - 16)^2}$, a הוא פרמטר חיובי.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)$ שפונקציית הנגזרת שלה היא $g'(x) = f(x) + 1$.

תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ ושל פונקציית הנגזרת $g'(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $g(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -2$.

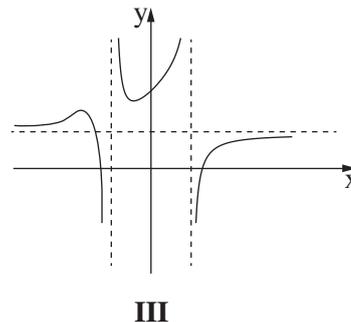
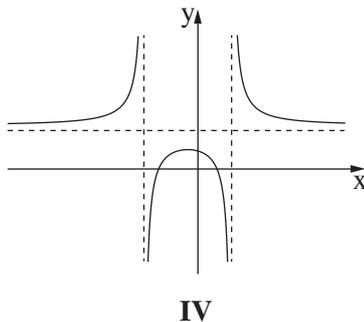
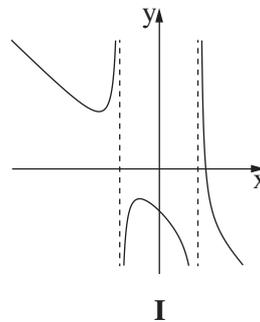
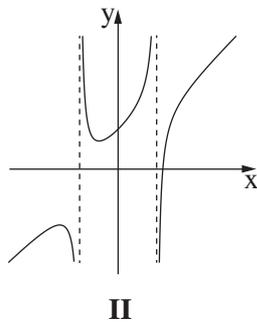
ב. מצאו את הערך של a .

הציבו את הערך של a שמצאתם בפונקצייה $f(x)$ וענו על הסעיפים ג-ד.

נתון כי הפונקצייה $g(x)$ עוברת בנקודה $(2, 7)$.

ג. כתבו ביטוי אלגברי אפשרי לפונקצייה $g(x)$.

ד. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם הוא גרף אפשרי של הפונקצייה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.

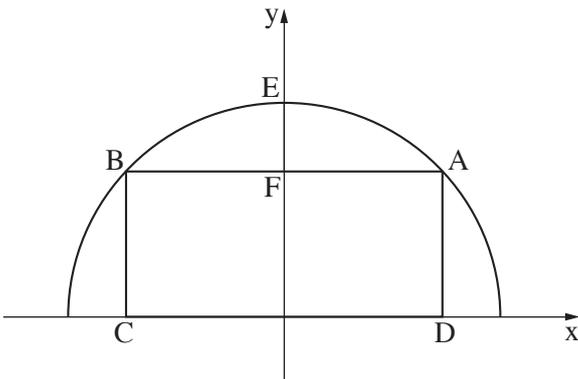


7. נתונה הפונקצייה $f(x) = 2 \cos x + \frac{1}{\cos x}$, בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.
 ב. קבעו אם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית. נמקו את קביעתכם.
 ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = 2 \cos x + \frac{2 \sin x}{\sin(2x)}$, בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

- ה. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) הראו כי $g(x) = 2 \cos x + \frac{1}{\cos x}$, בעבור כל x בתחום הגדרתה.
 ו. האם קיים ערך של k שבעבורו הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקצייה $g(x)$ ב-3 נקודות בדיוק? אם כן, מצאו אותו. אם לא, נמקו את תשובתכם.



8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$, R הוא פרמטר חיובי.

- הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $-R \leq x \leq R$. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע הראשון. דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותך את גרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה נוספת B. הנקודות C ו- D נמצאות על ציר ה- x כך שנוצר מלבן ABCD. הנקודה F היא נקודת החיתוך של הצלע AB עם ציר ה- y . הנקודה E היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y . נתון ריבוע שאורך הצלע שלו שווה לאורך הקטע EF. נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.
 א. (1) הביעו באמצעות R ו- t את אורך הקטע EF.
 (2) הביעו באמצעות R ו- t את היקף המלבן ABCD.
 ב. הביעו באמצעות R את הערך של t שבעבורו ההפרש בין היקף המלבן ABCD לבין היקף הריבוע הוא מקסימלי.

בהצלחה!

תשובות סופיות
בגרות קיץ 2025 מועד ב', שאלון 035581 (סמל ישן 035806)

שאלה 1

פתרון: א. רכבת א' - 100 קמ"ש, רכבת ב' - 120 קמ"ש ב. $\frac{25}{22}$ שעות

שאלה 2

פתרון: א. שלילים ב. q ג. $a_1 = -5$ ד. $q = \frac{1}{4}$

שאלה 3

פתרון: א. 0.36 ב. 0.7 ג. $\frac{28}{81}$ ד. $\frac{1,074}{1,417}$

שאלה 4

פתרון: א. הוכחה ב.1 הוכחה ב.2 1.8 ג. $\frac{25}{24}$

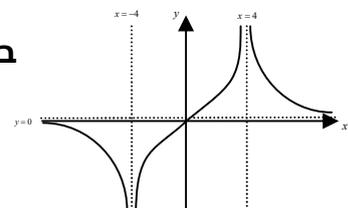
שאלה 5

פתרון: א. $\frac{k}{\cos \alpha}$ ב. $\alpha = 60^\circ$ ג. $\frac{k}{\sqrt{3}+1}$ ד. $k = 11.59$

שאלה 6

פתרון: א.1 $x \neq \pm 4$ א.2 $x = \pm 4, y = 0$ א.3 עלייה: $-4 < x < 4$, ירידה: $x < -4$ או $x > 4$

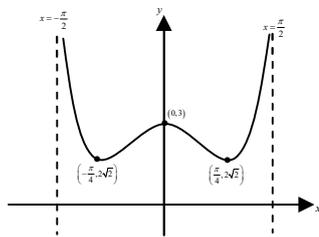
א.4 ב. $a = 36$ ג. $g(x) = -\frac{36}{x^2 - 16} + x + 2$ ד. גרף II





שאלה 7

פתרון: א. $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$.2 ב. $x \neq \pm \frac{\pi}{2}$.3 זוגית



ד. ג. $\left(-\frac{\pi}{4}, 2\sqrt{2}\right) \min$, $(0, 3) \max$, $\left(\frac{\pi}{4}, 2\sqrt{2}\right) \min$

ה.1. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ או $-\frac{\pi}{2} < x < 0$.2 ה. הוכחה ו. לא

שאלה 8

פתרון: א.1. $R - \sqrt{R^2 - t^2}$.2 א. $4t + 2\sqrt{R^2 - t^2}$.3 ב. $\frac{2}{\sqrt{13}}R$

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

Melumad

חורף 2025, שאלון 581, גירסאות א, ב-ו ג
התשובות והשאלונים, אתר מלומד

גרסה א (05)

שאלון 581

חורף 2025

מלומד



משרד החינוך

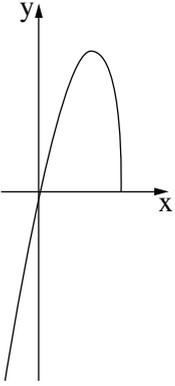
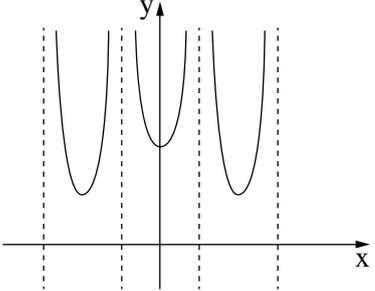
פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון, מס' 35581, גרסה א, חורף תשפ"ה, 2025

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|------------|---|
| .5 | א. $\frac{2R}{\sin(2\beta)}$ ב. $\beta \approx 26.565^\circ$ ג. $\frac{16}{5}$ ד. $R \approx 4$ | .1 | א. פי 1.25 ב. 160 ק"מ ג. 120 ק"מ |
| .6 | א. $x \neq \pm a$ ב. תחומי העלייה: $x < -a, 0 < x < a$ תחומי הירידה: $-a < x < 0, x > a$ ג. $f(x) = \frac{1}{(x^2 - a^2)^2}$ ד. II – f(x) I – g(x) III – h(x) ה. $a = 4.8$ | .2 | א. (1) ב. (2) ג. $-2 < k < 0, 0 < k < 2$ ד. $k = \frac{1}{2}$ ה. $b_1 = -\frac{27}{4}$ $-8\frac{4}{7}$ |
| | | .3 | א. $\frac{35}{151}$ ב. 0.001701 ג. לא |
| | | .4 | א. הוכחה ב. הוכחה ג. $\frac{AK}{AB} = 2$ ד. $14.4 - 4 \cdot S$ |



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 35581, גרסה א, חורף תשפ"ה, 2025

| התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|---|------------------------------|---|--|
| $x \leq 21$ תחום חיוביות: $0 < x < 21$ תחום שליליות: $x < 0$  A(12, 36) | 8. א. (1) ב. (2) ג. | $-1.5\pi < x < -0.5\pi$ $-0.5\pi < x < 0.5\pi$ $0.5\pi < x < 1.5\pi$ זוגית $a = 1$ $\min(-\pi, 2)$ $\min(0, 4)$ $\min(\pi, 2)$  $k = 3$ | 7. א. ב. ג. ד. ה. ו. |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. קטע הכביש שבין יישוב A ליישוב B מחולק לשניים: קטע כביש עירוני וקטע כביש מהיר, כמתואר בסרטוט. האורך של קטע הכביש המהיר גדול פי 7 מן האורך של קטע הכביש העירוני.



- שתי מכוניות א', ב' יצאו באותה השעה, ונסעו זו לקראת זו: מכונית א' יצאה מיישוב A ומכונית ב' יצאה מיישוב B. במשך כל אותו היום מהירות הנסיעה של כל אחת מן המכוניות בקטע הכביש המהיר הייתה קבועה וגדולה פי 2 ממהירות הנסיעה שלה בקטע הכביש העירוני. המכוניות נפגשו באמצע הקטע AB.
- א. מצאו פי כמה גדולה מהירות הנסיעה של מכונית א' בקטע הכביש המהיר ממהירות הנסיעה של מכונית ב' בקטע הכביש המהיר.
- ב. כאשר הגיעה מכונית א' ליישוב B, הייתה מכונית ב' בקטע הכביש העירוני, במרחק 18 ק"מ מיישוב A.
- ג. מצאו את המרחק בין יישוב A ובין יישוב B.
- כאשר הגיעה מכונית א' ליישוב B היא מייד יצאה חזרה לכיוון היישוב A, וכאשר הגיעה מכונית ב' ליישוב A היא מייד יצאה חזרה לכיוון היישוב B.
- בדרכן חזרה נפגשו המכוניות בקטע הכביש המהיר.
- ד. מצאו באיזה מרחק מן היישוב B נפגשו המכוניות בדרכן חזרה.

2. נתונה סדרה הנדסית A שאיבריה הם a_1, a_2, a_3, \dots , ובה m איברים (m הוא מספר טבעי גדול מ-4). נתון: כל איברי הסדרה A הם שליליים.

סכום $m - 4$ האיברים האחרונים בסדרה הוא פי 16 מסכום $m - 4$ האיברים הראשונים בסדרה.

א. (1) מצאו את מנת הסדרה A .

(2) האם הסדרה A עולה, יורדת או לא עולה ולא יורדת? נמקו את תשובתכם.

המשיכו את הסדרה A כך שנוצרה סדרה הנדסית אינסופית.

נתונה סדרה אינסופית B שאיבריה מקיימים $b_n = \frac{k^n}{a_n}$ לכל n טבעי. k הוא פרמטר שונה מ-0.

ב. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה הנדסית, והביעו את המנה שלה באמצעות k .

נתון כי סכום הסדרה B מתכנס.

ג. מצאו את תחום הערכים האפשרי של k .

נתון: מנת הסדרה B היא $\frac{1}{4}$.

סכום הסדרה B הוא -9 .

ד. מצאו את הערך של k ואת הערך של b_1 .

בסדרה B מחקו כל איבר שלישי (b_3, b_6, b_9, \dots).

ה. מצאו את סכום האיברים הנותרים.

3. בכד א' יש 10 כדורים אדומים ו-15 כדורים צהובים, ובכד ב' יש רק כדורים אדומים.

דנה בוחרת באקראי כד ומוציאה ממנו באקראי כדור.

אם הכדור צהוב, היא מוציאה באקראי כדור שני מאותו הכד (הוצאה ללא החזרה).

אם הכדור הראשון אדום, היא מחזירה את הכדור לכד ושוב מוציאה באקראי כדור מאותו הכד.

א. ידוע שדנה הוציאה שני כדורים באותו הצבע. מהי ההסתברות ששניהם צהובים?

דנה מחזירה לכד את הכדורים שהוציאה.

יעל מבצעת את תהליך הזה:

היא בוחרת באקראי כד, מוציאה ממנו באקראי כדור אחד ומחזירה אותו לכד.

יעל חוזרת על תהליך זה עד שהיא מוציאה כדור אדום, מחזירה אותו לכד ומפסיקה להוציא כדורים.

ב. מצאו את ההסתברות שיעל ביצעה תהליך זה 6 פעמים בדיוק.

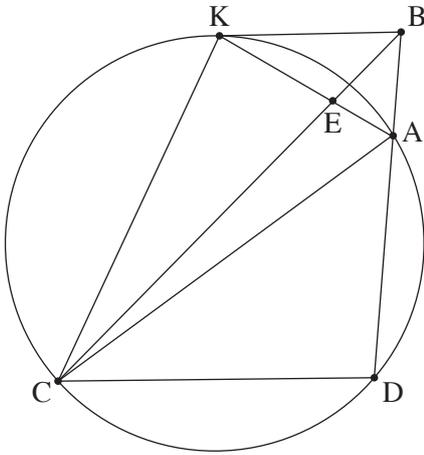
העבירו חלק מן הכדורים מכד ב' לכד א'.

לאחר מכן בחרו באקראי כד והוציאו ממנו באקראי כדור אחד.

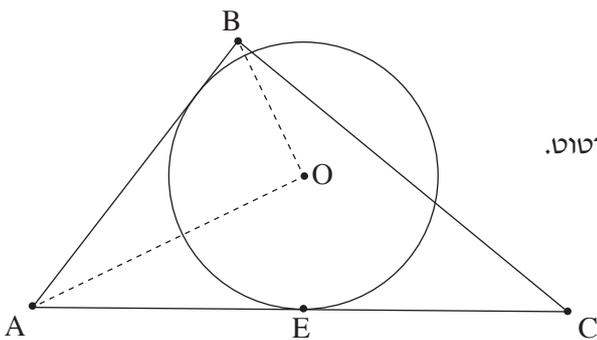
נתון כי לאחר ההעברה ההסתברות שהכדור שהוציאו היה אדום היא $\frac{19}{24}$.

ג. האם ייתכן שלפני ההעברה היו בכד ב' 10 כדורים? נמקו את תשובתכם.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. במרובע BKCD הצלע KB מקבילה לצלע CD.
 הצלע CD היא מיתר במעגל והצלע KB משיקה למעגל בנקודה K.
 הצלע BD חותכת את המעגל בנקודה A.
 האלכסון BC חותך את המיתר AK בנקודה E (ראו סרטוט).
 א. הוכיחו כי $\triangle ABK \sim \triangle AKC$.
 ב. הוכיחו כי $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CE}$.
 נתון: $BE = \frac{1}{4}CE$.
 ג. מצאו את היחס $\frac{AK}{AB}$.
 נתון: שטח המרובע ABKC הוא 18.
 נסמן ב-S את שטח המשולש AEB.
 ד. הביעו באמצעות S את שטח המשולש KEC.



5. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.
 מן הנקודה A העבירו שני ישרים AB ו-AC המשיקים למעגל.
 הנקודה E היא נקודת ההשקה של הישר AC למעגל, כמתואר בסרטוט.
 נתון: $BO \perp AO$, $AE = CE$.
 נסמן ב- 2β את הזווית BAC.
 א. הביעו באמצעות R ו- β את האורך של AB.
 נתון כי האורך של AB הוא $2.5R$,
 והזווית BAC היא זווית חדה.
 ב. מצאו את הערך של β .
 ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש AOB.
 נתון כי האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא 8.
 ד. מצאו את הערך של R.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתון כי $f'(x) = \frac{-4x}{(x^2 - a^2)^3}$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$. a הוא פרמטר חיובי.

הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ מוגדרות באותו התחום.

בסעיפים א-ג הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

א. מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y = 0$.

ג. מצאו פונקצייה $f(x)$ המקיימת תנאים אלה.

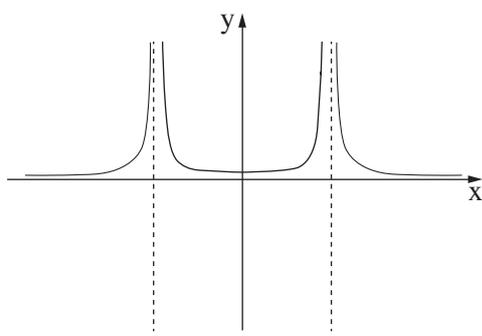
נתונות הפונקצייה $g(x) = \frac{x - a}{(x^2 - a^2)^2}$ והפונקצייה $h(x) = \frac{(x - a)^2}{(x^2 - a^2)^2}$.

הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו- $h(x)$ מוגדרות באותו התחום.

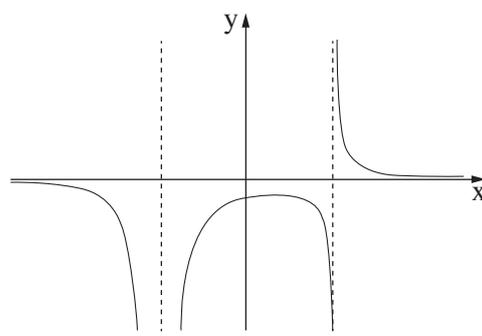
ד. התאימו לכל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו- $h(x)$ גרף אפשרי המייצג אותה מבין הגרפים I-IV שבסוף השאלה. נמקו את תשובותיכם.

נתון כי לפונקצייה $h(x - 6)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה $x = 0.25a$.

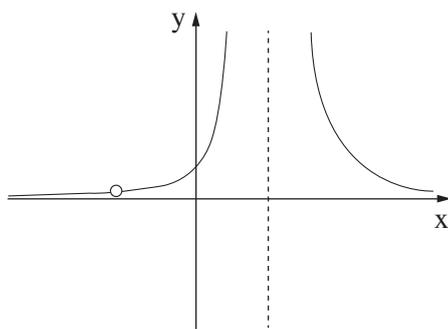
ה. מצאו את הערך של a .



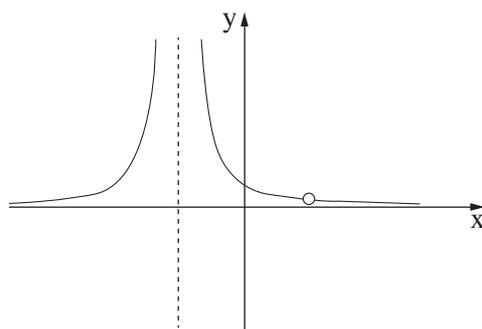
II



I



IV



III

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \cos x + \frac{2}{(\cos x)^2} + a$, בתחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמקו את תשובתכם.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ משיק לישר $y = 2$ בשתי נקודות.

ג. מצאו את הערך של a.

הציבו $a = 1$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונות הפונקצייה $g(x) = f(x) - k$ והפונקצייה $h(x) = \frac{1}{g(x)}$, שתיהן בתחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.
k הוא פרמטר, $k \neq 4$, $k \neq 2$.

ו. מצאו את הערך של k שבעבורו גרף הפונקצייה $g(x)$ וגרף הפונקצייה $h(x)$ נפגשים בכל אחת מנקודות הקיצון שלהן.

8. נתונה הפונקצייה $f(x) = x\sqrt{21-x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת ואין לה נקודות פיתול.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם החלק החיובי של ציר ה-x.

מן הנקודה A העבירו שני אנכים:

אנך אחד לציר ה-x החותך אותו בנקודה B, ואנך נוסף לישר $x = 21$ החותך אותו בנקודה D.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן ABCD הוא מקסימלי.

בהצלחה!

גרסה ב (06)

שאלון 581

חורף 2025

מלומד



משרד החינוך

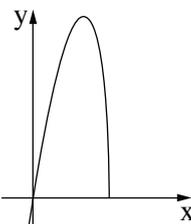
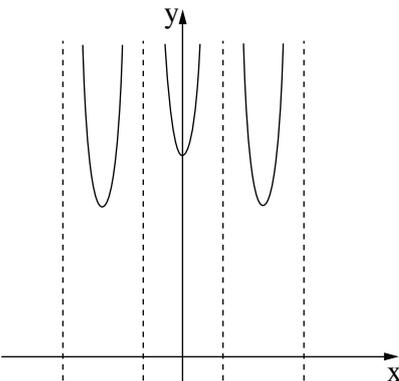
פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון, מס' 35581, גרסה ב, חורף תשפ"ה, 2025

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|------------|---|
| .1 | א. פי 1.25 ב. 160 ק"מ ג. 120 ק"מ | .5 | א. $\frac{2R}{\sin(2\beta)}$ ב. $\beta \approx 26.565^\circ$ ג. $\frac{16}{5}$ ד. $R \approx 5$ |
| .2 | א. (1) 2 ב. יורדת ג. הוכחה ד. המנה: $\frac{k}{2}$ ה. $-2 < k < 0, 0 < k < 2$ ו. $k = \frac{1}{2}$ ז. $b_1 = -\frac{21}{4}$ ח. $-6\frac{2}{3}$ | .6 | א. $x \neq \pm a$ ב. תחומי העלייה: $x < -a, 0 < x < a$ ג. תחומי הירידה: $-a < x < 0, x > a$ |
| .3 | א. $\frac{35}{151}$ ב. 0.001701 ג. לא | | |
| .4 | א. הוכחה ב. הוכחה ג. $\frac{AK}{AB} = 2$ ד. $19.2 - 4 \cdot S$ | | |



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 35581, גרסה ב, חורף תשפ"ה, 2025

| התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|--|--|--|---|
| <p>$x \leq 40$</p> <p>תחום חיוביות:</p> <p>$0 < x < 40$</p> <p>תחום שליליות:</p> <p>$x < 0$</p>  <p>A (24, 96)</p> | <p>.8</p> <p>א. (1)</p> <p>(2)</p> <p>ב.</p> <p>ג.</p> | <p>$-1.5\pi < x < -0.5\pi$</p> <p>$-0.5\pi < x < 0.5\pi$</p> <p>$0.5\pi < x < 1.5\pi$</p> <p>זוגית</p> <p>$a = 1$</p> <p>$\min(-\pi, 6)$</p> <p>$\min(0, 8)$</p> <p>$\min(\pi, 6)$</p>  <p>k = 7</p> | <p>.7</p> <p>א.</p> <p>ב.</p> <p>ג.</p> <p>ד.</p> <p>ה.</p> <p>ו.</p> |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

- פרק ראשון – אלגברה והסתברות
 - פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
- יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. קטע הכביש שבין יישוב A ליישוב B מחולק לשניים: קטע כביש עירוני וקטע כביש מהיר, כמתואר בסרטוט. האורך של קטע הכביש המהיר גדול פי 7 מן האורך של קטע הכביש העירוני.

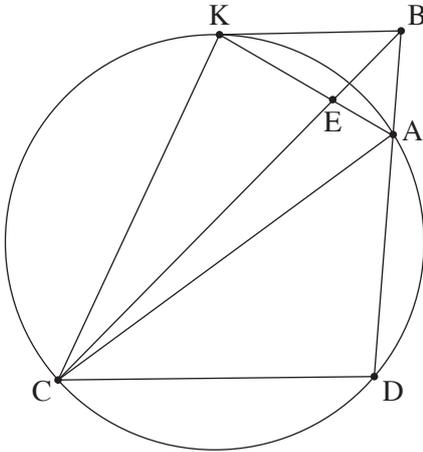


- שתי מכוניות א', ב' יצאו באותה השעה, ונסעו זו לקראת זו: מכונית א' יצאה מיישוב A ומכונית ב' יצאה מיישוב B. במשך כל אותו היום מהירות הנסיעה של כל אחת מן המכוניות בקטע הכביש המהיר הייתה קבועה וגדולה פי 2 ממהירות הנסיעה שלה בקטע הכביש העירוני. המכוניות נפגשו באמצע הקטע AB.
- א. מצאו פי כמה גדולה מהירות הנסיעה של מכונית א' בקטע הכביש המהיר ממהירות הנסיעה של מכונית ב' בקטע הכביש המהיר.
- ב. כאשר הגיעה מכונית א' ליישוב B, הייתה מכונית ב' בקטע הכביש העירוני, במרחק 18 ק"מ מיישוב A.
- ג. מצאו את המרחק בין יישוב A ובין יישוב B.
- כאשר הגיעה מכונית א' ליישוב B היא מייד יצאה חזרה לכיוון היישוב A, וכאשר הגיעה מכונית ב' ליישוב A היא מייד יצאה חזרה לכיוון היישוב B.
- בדרך חזרה נפגשו המכוניות בקטע הכביש המהיר.
- ד. מצאו באיזה מרחק מן היישוב B נפגשו המכוניות בדרך חזרה.

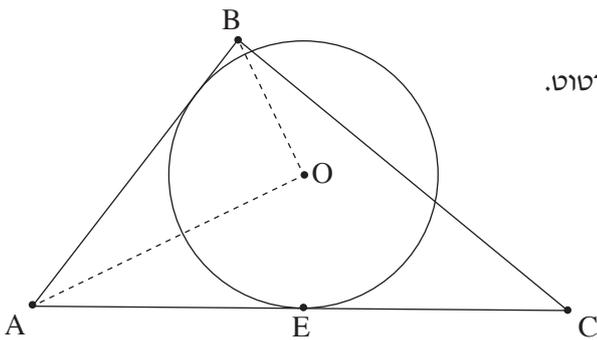
2. נתונה סדרה הנדסית A שאיבריה הם a_1, a_2, a_3, \dots , ובה m איברים (m הוא מספר טבעי גדול מ-4). נתון: כל איברי הסדרה A הם שליליים.
- סכום $m - 4$ האיברים האחרונים בסדרה הוא פי 16 מסכום $m - 4$ האיברים הראשונים בסדרה.
- א. (1) מצאו את מנת הסדרה A .
- (2) האם הסדרה A עולה, יורדת או לא עולה ולא יורדת? נמקו את תשובתכם.
- המשיכו את הסדרה A כך שנוצרה סדרה הנדסית אינסופית.
- נתונה סדרה אינסופית B שאיבריה מקיימים $b_n = \frac{k^n}{a_n}$ לכל n טבעי. k הוא פרמטר שונה מ-0.
- ב. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה הנדסית, והביעו את המנה שלה באמצעות k .
- נתון כי סכום הסדרה B מתכנס.
- ג. מצאו את תחום הערכים האפשרי של k .
- נתון: מנת הסדרה B היא $\frac{1}{4}$.
- סכום הסדרה B הוא -7 .
- ד. מצאו את הערך של k ואת הערך של b_1 .
- בסדרה B מחקו כל איבר שלישי (b_3, b_6, b_9, \dots).
- ה. מצאו את סכום האיברים הנותרים.

3. בכד א' יש 10 כדורים אדומים ו-15 כדורים צהובים, ובכד ב' יש רק כדורים אדומים. דנה בוחרת באקראי כד ומוציאה ממנו באקראי כדור. אם הכדור צהוב, היא מוציאה באקראי כדור שני מאותו הכד (הוצאה ללא החזרה). אם הכדור הראשון אדום, היא מחזירה את הכדור לכד ושוב מוציאה באקראי כדור מאותו הכד.
- א. ידוע שדנה הוציאה שני כדורים באותו הצבע. מהי ההסתברות ששניהם צהובים?
- דנה מחזירה לכד את הכדורים שהוציאה.
- יעל מבצעת את תהליך הזה:
- היא בוחרת באקראי כד, מוציאה ממנו באקראי כדור אחד ומחזירה אותו לכד. יעל חוזרת על תהליך זה עד שהיא מוציאה כדור אדום, מחזירה אותו לכד ומפסיקה להוציא כדורים.
- ב. מצאו את ההסתברות שיעל ביצעה תהליך זה 6 פעמים בדיוק.
- העבירו חלק מן הכדורים מכד ב' לכד א'.
- לאחר מכן בחרו באקראי כד והוציאו ממנו באקראי כדור אחד.
- נתון כי לאחר ההעברה ההסתברות שהכדור שהוציאו היה אדום היא $\frac{21}{26}$.
- ג. האם ייתכן שלפני ההעברה היו בכד ב' 13 כדורים? נמקו את תשובתכם.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. במרובע BKCD הצלע KB מקבילה לצלע CD.
 הצלע CD היא מיתר במעגל והצלע KB משיקה למעגל בנקודה K.
 הצלע BD חותכת את המעגל בנקודה A.
 האלכסון BC חותך את המיתר AK בנקודה E (ראו סרטוט).
 א. הוכיחו כי $\triangle ABK \sim \triangle AKC$.
 ב. הוכיחו כי $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CE}$.
 נתון: $BE = \frac{1}{4}CE$.
 ג. מצאו את היחס $\frac{AK}{AB}$.
 נתון: שטח המרובע ABKC הוא 24.
 נסמן ב-S את שטח המשולש AEB.
 ד. הביעו באמצעות S את שטח המשולש KEC.



5. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.
 מן הנקודה A העבירו שני ישרים AB ו-AC המשיקים למעגל.
 הנקודה E היא נקודת ההשקה של הישר AC למעגל, כמתואר בסרטוט.
 נתון: $BO \perp AO$, $AE = CE$.
 נסמן ב- 2β את הזווית BAC.
 א. הביעו באמצעות R ו- β את האורך של AB.
 נתון כי האורך של AB הוא $2.5R$,
 והזווית BAC היא זווית חדה.
 ב. מצאו את הערך של β .
 ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש AOB.
 נתון כי האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא 10.
 ד. מצאו את הערך של R.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתון כי $f'(x) = \frac{-4x}{(x^2 - a^2)^3}$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$. a הוא פרמטר חיובי.

הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ מוגדרות באותו התחום.

בסעיפים א-ג הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

א. מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y = 0$.

ג. מצאו פונקצייה $f(x)$ המקיימת תנאים אלה.

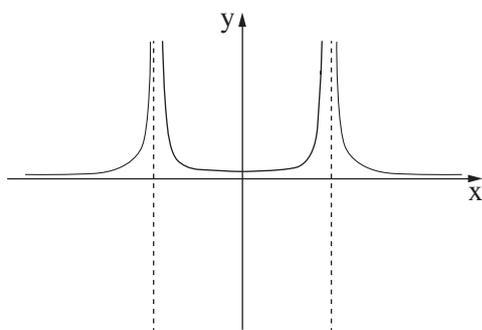
נתונות הפונקצייה $g(x) = \frac{x - a}{(x^2 - a^2)^2}$ והפונקצייה $h(x) = \frac{(x - a)^2}{(x^2 - a^2)^2}$.

הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו- $h(x)$ מוגדרות באותו התחום.

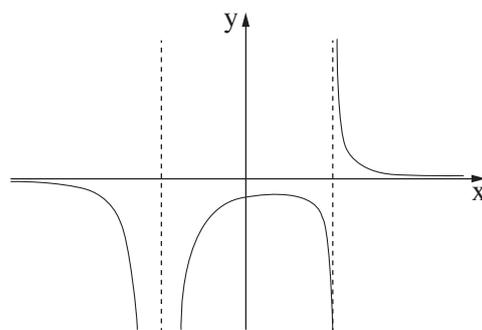
ד. התאימו לכל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו- $h(x)$ גרף אפשרי המייצג אותה מבין הגרפים I-IV שבסוף השאלה. נמקו את תשובותיכם.

נתון כי לפונקצייה $h(x - 3)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה $x = 0.2a$.

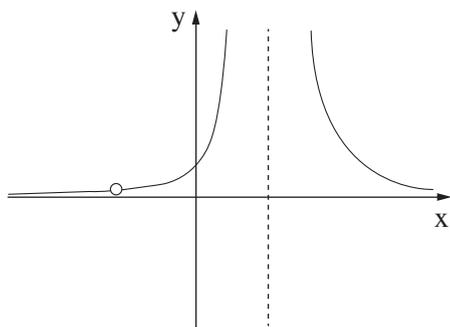
ה. מצאו את הערך של a .



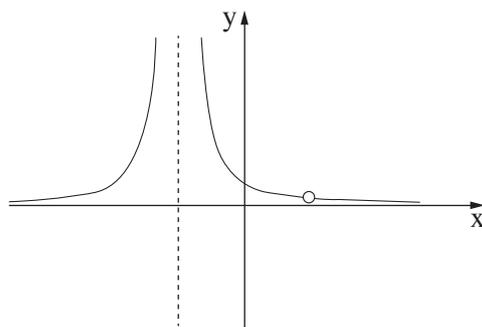
II



I



IV



III

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \cos x + \frac{6}{(\cos x)^2} + a$, בתחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמקו את תשובתכם.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ משיק לישר $y = 6$ בשתי נקודות.

ג. מצאו את הערך של a.

הציבו $a = 1$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונות הפונקצייה $g(x) = f(x) - k$ והפונקצייה $h(x) = \frac{1}{g(x)}$, שתיהן בתחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.
k הוא פרמטר, $k \neq 6$, $k \neq 8$.

ו. מצאו את הערך של k שבעבורו גרף הפונקצייה $g(x)$ וגרף הפונקצייה $h(x)$ נפגשים בכל אחת מנקודות הקיצון שלהן.

8. נתונה הפונקצייה $f(x) = x\sqrt{40-x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת ואין לה נקודות פיתול.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם החלק החיובי של ציר ה-x.

מן הנקודה A העבירו שני אנכים:

אנך אחד לציר ה-x החותך אותו בנקודה B, ואנך נוסף לישר $x = 40$ החותך אותו בנקודה D.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן ABCD הוא מקסימלי.

בהצלחה!

גרסה ג' (07)

שאלון 581

חורף 2025

מלומד



משרד החינוך

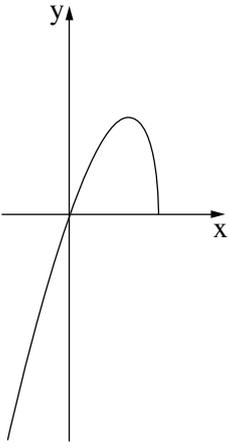
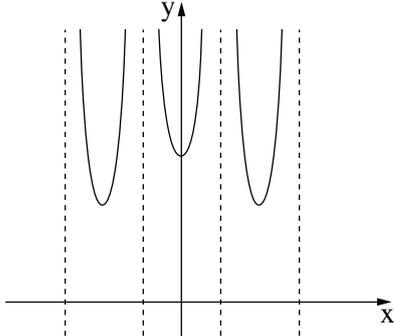
פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון, מס' 35581, גרסה ג, חורף תשפ"ה, 2025

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|------------|---|
| 1. | א. פי 1.25 ב. 160 ק"מ ג. 120 ק"מ | 5. | א. $\frac{2R}{\sin(2\beta)}$ ב. $\beta \approx 26.565^\circ$ ג. $\frac{16}{5}$ ד. $R \approx 7$ |
| 2. | א. (1) ב. (2) ג. $\frac{k}{2}$ ד. $k = \frac{1}{2}$ ה. $b_1 = -\frac{9}{4}$ | 6. | א. $x \neq \pm a$ ב. תחומי העלייה: $x < -a, 0 < x < a$ תחומי הירידה: $-a < x < 0, x > a$ ג. $f(x) = \frac{1}{(x^2 - a^2)^2}$ ד. II – f(x) I – g(x) III – h(x) ה. $a = 5$ |
| 3. | א. $\frac{35}{151}$ ב. 0.001701 ג. לא | | |
| 4. | א. הוכחה ב. הוכחה ג. $\frac{AK}{AB} = 2$ ד. $24 - 4 \cdot S$ | | |



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 35581, גרסה ג, חורף תשפ"ה, 2025

| התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|---|------------------------------|---|--|
| $x \leq 8$ תחום חיוביות: $0 < x < 8$ תחום שליליות: $x < 0$  A(4, 8) | 8. א. (1) ב. (2) ג. | $-1.5\pi < x < -0.5\pi$ $-0.5\pi < x < 0.5\pi$ $0.5\pi < x < 1.5\pi$ זוגית $a = 1$ $\min(-\pi, 4)$ $\min(0, 6)$ $\min(\pi, 4)$  $k = 5$ | 7. א. ב. ג. ד. ה. ו. |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

- פרק ראשון – אלגברה והסתברות
 - פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
- יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. קטע הכביש שבין יישוב A ליישוב B מחולק לשניים: קטע כביש עירוני וקטע כביש מהיר, כמתואר בסרטוט. האורך של קטע הכביש המהיר גדול פי 7 מן האורך של קטע הכביש העירוני.



- שתי מכוניות א', ב' יצאו באותה השעה, ונסעו זו לקראת זו: מכונית א' יצאה מיישוב A ומכונית ב' יצאה מיישוב B. במשך כל אותו היום מהירות הנסיעה של כל אחת מן המכוניות בקטע הכביש המהיר הייתה קבועה וגדולה פי 2 ממהירות הנסיעה שלה בקטע הכביש העירוני. המכוניות נפגשו באמצע הקטע AB.
- א. מצאו פי כמה גדולה מהירות הנסיעה של מכונית א' בקטע הכביש המהיר ממהירות הנסיעה של מכונית ב' בקטע הכביש המהיר.
- ב. כאשר הגיעה מכונית א' ליישוב B, הייתה מכונית ב' בקטע הכביש העירוני, במרחק 18 ק"מ מיישוב A.
- ג. מצאו את המרחק בין יישוב A ובין יישוב B.
- כאשר הגיעה מכונית א' ליישוב B היא מייד יצאה חזרה לכיוון היישוב A, וכאשר הגיעה מכונית ב' ליישוב A היא מייד יצאה חזרה לכיוון היישוב B.
- בדרך חזרה נפגשו המכוניות בקטע הכביש המהיר.
- ד. מצאו באיזה מרחק מן היישוב B נפגשו המכוניות בדרך חזרה.

2. נתונה סדרה הנדסית A שאיבריה הם a_1, a_2, a_3, \dots , ובה m איברים (m הוא מספר טבעי גדול מ-4). נתון: כל איברי הסדרה A הם שליליים.

סכום $m - 4$ האיברים האחרונים בסדרה הוא פי 16 מסכום $m - 4$ האיברים הראשונים בסדרה.

א. (1) מצאו את מנת הסדרה A .

(2) האם הסדרה A עולה, יורדת או לא עולה ולא יורדת? נמקו את תשובתכם.

המשיכו את הסדרה A כך שנוצרה סדרה הנדסית אינסופית.

נתונה סדרה אינסופית B שאיבריה מקיימים $b_n = \frac{k^n}{a_n}$ לכל n טבעי. k הוא פרמטר שונה מ-0.

ב. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה הנדסית, והביעו את המנה שלה באמצעות k .

נתון כי סכום הסדרה B מתכנס.

ג. מצאו את תחום הערכים האפשרי של k .

נתון: מנת הסדרה B היא $\frac{1}{4}$.

סכום הסדרה B הוא -3.

ד. מצאו את הערך של k ואת הערך של b_1 .

בסדרה B מחקו כל איבר שלישי (b_3, b_6, b_9, \dots).

ה. מצאו את סכום האיברים הנותרים.

3. בכד א' יש 10 כדורים אדומים ו-15 כדורים צהובים, ובכד ב' יש רק כדורים אדומים.

דנה בוחרת באקראי כד ומוציאה ממנו באקראי כדור.

אם הכדור צהוב, היא מוציאה באקראי כדור שני מאותו הכד (הוצאה ללא החזרה).

אם הכדור הראשון אדום, היא מחזירה את הכדור לכד ושוב מוציאה באקראי כדור מאותו הכד.

א. ידוע שדנה הוציאה שני כדורים באותו הצבע. מהי ההסתברות ששניהם צהובים?

דנה מחזירה לכד את הכדורים שהוציאה.

יעל מבצעת את התהליך הזה:

היא בוחרת באקראי כד, מוציאה ממנו באקראי כדור אחד ומחזירה אותו לכד.

יעל חוזרת על תהליך זה עד שהיא מוציאה כדור אדום, מחזירה אותו לכד ומפסיקה להוציא כדורים.

ב. מצאו את ההסתברות שיעל ביצעה תהליך זה 6 פעמים בדיוק.

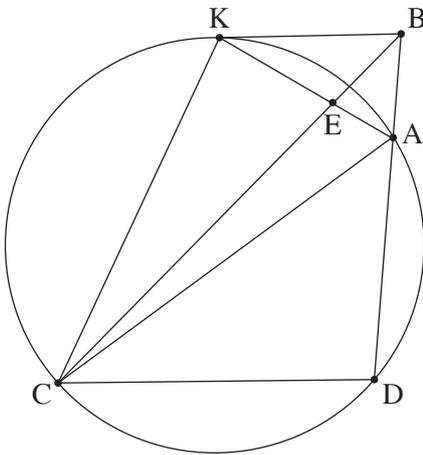
העבירו חלק מן הכדורים מכד ב' לכד א'.

לאחר מכן בחרו באקראי כד והוציאו ממנו באקראי כדור אחד.

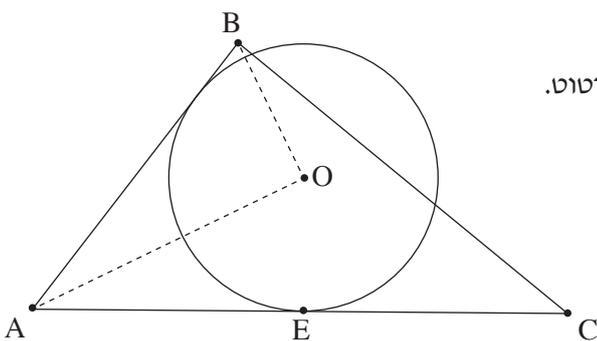
נתון כי לאחר ההעברה ההסתברות שהכדור שהוציאו היה אדום היא $\frac{13}{16}$.

ג. האם ייתכן שלפני ההעברה היו בכד ב' 14 כדורים? נמקו את תשובתכם.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. במרובע BKCD הצלע KB מקבילה לצלע CD.
 הצלע CD היא מיתר במעגל והצלע KB משיקה למעגל בנקודה K.
 הצלע BD חותכת את המעגל בנקודה A.
 האלכסון BC חותך את המיתר AK בנקודה E (ראו סרטוט).
 א. הוכיחו כי $\triangle ABK \sim \triangle AKC$.
 ב. הוכיחו כי $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CE}$.
 נתון: $BE = \frac{1}{4}CE$.
 ג. מצאו את היחס $\frac{AK}{AB}$.
 נתון: שטח המרובע ABKC הוא 30.
 נסמן ב-S את שטח המשולש AEB.
 ד. הביעו באמצעות S את שטח המשולש KEC.



5. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.
 מן הנקודה A העבירו שני ישרים AB ו-AC המשיקים למעגל.
 הנקודה E היא נקודת ההשקה של הישר AC למעגל, כמתואר בסרטוט.
 נתון: $BO \perp AO$, $AE = CE$.
 נסמן ב- 2β את הזווית BAC.
 א. הביעו באמצעות R ו- β את האורך של AB.
 נתון כי האורך של AB הוא $2.5R$,
 והזווית BAC היא זווית חדה.
 ב. מצאו את הערך של β .
 ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש AOB.
 נתון כי האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא 14.
 ד. מצאו את הערך של R.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתון כי $f'(x) = \frac{-4x}{(x^2 - a^2)^3}$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$. a הוא פרמטר חיובי.

הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ מוגדרות באותו התחום.

בסעיפים א-ג הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

א. מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y = 0$.

ג. מצאו פונקצייה $f(x)$ המקיימת תנאים אלה.

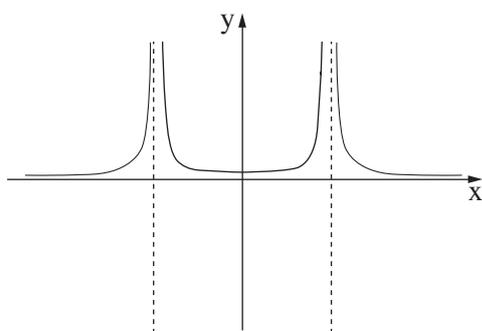
נתונות הפונקצייה $g(x) = \frac{x - a}{(x^2 - a^2)^2}$ והפונקצייה $h(x) = \frac{(x - a)^2}{(x^2 - a^2)^2}$.

הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו- $h(x)$ מוגדרות באותו התחום.

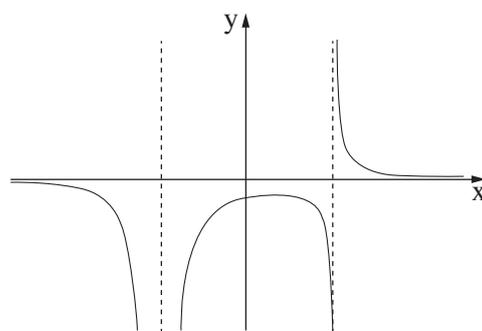
ד. התאימו לכל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו- $h(x)$ גרף אפשרי המייצג אותה מבין הגרפים I-IV שבסוף השאלה. נמקו את תשובותיכם.

נתון כי לפונקצייה $h(x - 9)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה $x = 0.8a$.

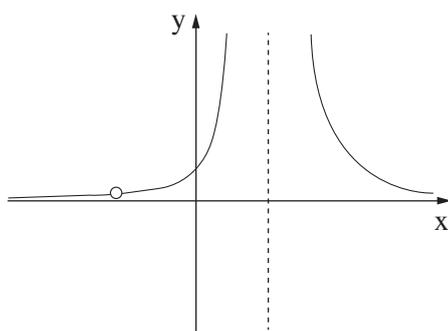
ה. מצאו את הערך של a .



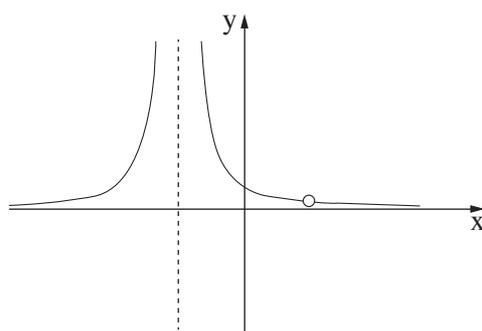
II



I



IV



III

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \cos x + \frac{4}{(\cos x)^2} + a$, בתחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמקו את תשובתכם.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ משיק לישר $y = 4$ בשתי נקודות.

ג. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 1$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונות הפונקצייה $g(x) = f(x) - k$ והפונקצייה $h(x) = \frac{1}{g(x)}$, שתיהן בתחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.
k הוא פרמטר, $k \neq 4$, $k \neq 6$.

ו. מצאו את הערך של k שבעבורו גרף הפונקצייה $g(x)$ וגרף הפונקצייה $h(x)$ נפגשים בכל אחת מנקודות הקיצון שלהן.

8. נתונה הפונקצייה $f(x) = x\sqrt{8-x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת ואין לה נקודות פיתול.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם החלק החיובי של ציר ה- x .

מן הנקודה A העבירו שני אנכים:

אנך אחד לציר ה- x החותך אותו בנקודה B , ואנך נוסף לישר $x = 8$ החותך אותו בנקודה D .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן ABCD הוא מקסימלי.

בהצלחה!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סך הכול – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/ המשך מעבר לדף /

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1–3 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. הנקודה $(t, 0)$ היא מוקד של פרבולה קנונית ומוקד של אליפסה קנונית. t הוא פרמטר חיובי.

אורך הציר הראשי של האליפסה הוא $4t$.

בסעיפים שלפניך הבע את תשובותיך באמצעות t , אם יש צורך.

א. מצא את משוואת הפרבולה ואת משוואת האליפסה.

המדריך של הפרבולה חותך את האליפסה בשתי נקודות, A ו-B. הנקודה A נמצאת מעל לנקודה B.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ישר המאונך לציר ה-x, עובר במוקד הפרבולה וחותר את הפרבולה בשתי נקודות, C ו-D.

הנקודה C נמצאת מעל לנקודה D.

ג. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.

ד. (1) הסבר מדוע ארבע הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על מעגל אחד.

(2) מצא את שיעורי מרכז המעגל הזה.

2. נתונים שני מישורים: $\pi_1: z - 3 = 0$, $\pi_2: ay + z - 8 = 0$. a הוא פרמטר שונה מ-0.

הזווית בין המישורים היא 45° .

א. מצא את הערכים האפשריים בעבור הפרמטר a .

הנקודה $A(2, -2, 6)$ נמצאת על אחד המישורים הנתונים. מן הנקודה A הורידו אנך למישור האחר.

האנך חותך את המישור האחר בנקודה B.

ב. מצא את אורך הקטע AB.

ל הוא ישר החיתוך בין שני המישורים π_1 ו- π_2 .

ג. מצא את ההצגה הפרמטרית של l .

מן הנקודה B העבירו אנך לישר l . האנך חותך את הישר l בנקודה C.

ד. מצא את שטח המשולש ABC (תוכל לסרטט את המשולש במערכת צירים לשם כך).

/המשך בעמוד 3/

3. נתונים שני מספרים מרוכבים:

$$z_1 = (2a^2 + 5a + 4) + (2a^2 + 3a + 2)i$$

$$z_2 = (a^2 + 8a + 8) + (2 - a^2 + 2a)i$$

a הוא פרמטר ממשי.

א. מצא את הערך של a שבעבורו המספרים z_1 ו- z_2 צמודים זה לזה.

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

נתונים המספרים: $w_1 = \left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{4n}$, $w_2 = \left(\frac{z_2}{\sqrt{2}}\right)^{4n+2}$. n הוא מספר טבעי.

ב. הוכח כי לכל n טבעי:

(1) המספר w_1 הוא מספר ממשי.

(2) המספר w_2 הוא מספר מדומה טהור.

ג. נתונה המשוואה: $|z - p| = m$. p ו- m הם פרמטרים ממשיים, z הוא מספר מרוכב.

מה הם הערכים של p ו- m שבעבורם המשוואה הנתונה מתארת מעגל במישור גאוס שעליו נמצאים המספרים

w_1 ו- w_2 לכל n טבעי? נמק.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4–5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x} - 3e^x + m}{4}$. m הוא פרמטר.

ידוע כי הישר $y = -1$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את m .

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{f(x)} + 1$.

ג. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

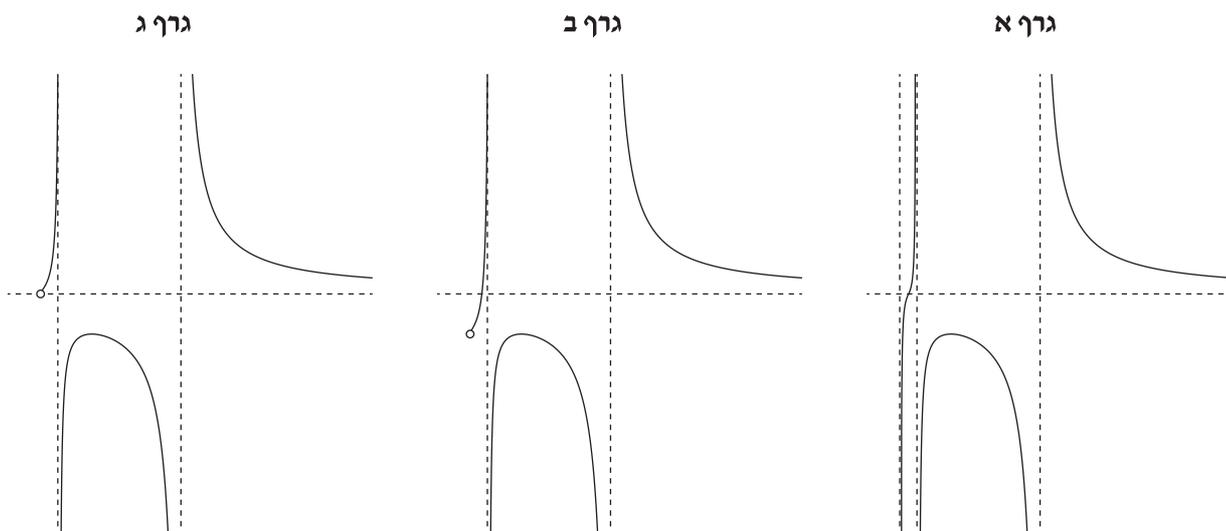
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתון פרמטר t בתחום $0 < t < \ln 4$.

ה. מצא את הערך של t שבעבורו ערך הביטוי $\int_0^t g(x) dx$ הוא מקסימלי. נמק את תשובתך.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{(\ln(x))^2 - 1}$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. לפניך שלושה גרפים שבהם לא מסומנים הצירים x ו- y . הקווים המרוסקים מייצגים את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים, והעיגול הריק מייצג נקודה שבה הפונקציה אינה מוגדרת. קבע איזה מן הגרפים מתאים לגרף הפונקציה $f(x)$, העתק אותו למחברתך, והוסף בו את מערכת הצירים. פרט את שיקולך.



- ג. (1) האם יש פתרון למשוואה $f(x) = 1$? נמק את תשובתך.
 (2) מהו הערך של k שבעבורו יש למשוואה $f(x) = k$ פתרון יחיד? נמק את תשובתך.

נתונות הפונקציות: $g(x) = \frac{1}{f(x)-1}$, $h(x) = (\ln(x))^2 + 1$

- נסמן מלבן ABCD. הנקודות A ו-B הן שתי נקודות על ציר ה- x שבהן הפונקציה $g(x)$ אינה מוגדרת. הנקודות C ו-D נמצאות על גרף הפונקציה $h(x)$.
- ד. מהו שטח המלבן ABCD? נמק את תשובתך.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

תשובות סופיות

בגרות חורף 2022 מועד ינואר, שאלון 035582 (סמל ישן 035807)

שאלה 1

פתרון: א. פרבולה: $y^2 = 4tx$, אליפסה: $\frac{x^2}{4t^2} + \frac{y^2}{3t^2} = 1$. ב. $A\left(-t, \frac{3t}{2}\right), B\left(-t, -\frac{3t}{2}\right)$. ג. $D(t, -2t), C(t, 2t)$. ד. טרפז שווה שוקיים $\left(\frac{7t}{16}, 0\right)$.

שאלה 2

פתרון: א. $a = 1, a = -1$. ב. 3. ג. $x = (0, -5, 3) + t(1, 0, 0)$. ד. 4.5.

שאלה 3

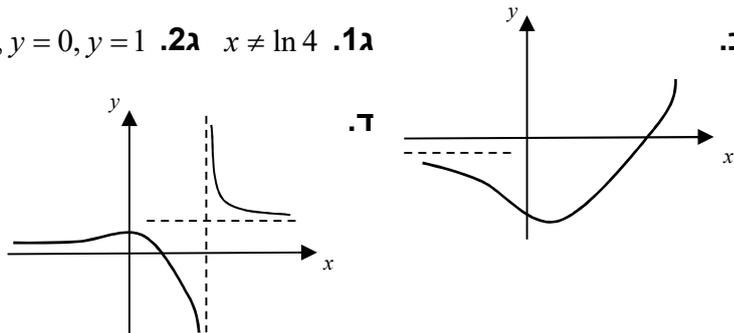
פתרון: א. $a = -1$. ב. הוכחה. ג. $m = 1, p = 0$.

שאלה 4

פתרון: א. כל x . א. $m = -4$. ב. $(\ln 4, 0), (0, -1.5)$. ג. $\min\left(\ln \frac{3}{2}, -\frac{25}{16}\right)$. ד. $x \neq \ln 4$.

א. $x \neq \ln 4$. ב. $x = \ln 4, y = 0, y = 1$. ג. $x \neq \ln 4$. ד. $x = \ln 4$.

ה. $t = \ln 3$



שאלה 5

פתרון: א. $x > 0, x \neq e, x \neq \frac{1}{e}$. ב. $y = 1, x = e, x = \frac{1}{e}$.

א. עלייה: $\frac{1}{e} < x < 1$ או $0 < x < \frac{1}{e}$. ב. ירידה: $x > e$ או $1 < x < e$. ג. גרף ג'.

א. לא. ב. $k = 0$. ג. $S = \frac{2e^2 - 2}{e}$. ד.

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך, לפחות שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. מעגל שמרכזו בנקודה M חסום במשולש ABC.

הצלע AB נמצאת על הישר $2x + y - 13 = 0$ והצלע AC נמצאת על הישר $-x + 2y + 4 = 0$.

מרכז המעגל M נמצא על הישר $y = x - 1$. ראשית הצירים נמצאת בתוך המשולש ABC.

א. מצא את משוואת המעגל החסום במשולש ABC.

ב. נתון כי הישר BM מאונך לציר ה-x.

ג. מצא את משוואת הצלע BC.

ד. מצא את המרחק בין מרכז המעגל החסום במשולש ABC ובין מרכז המעגל החוסם את המשולש הזה.

2. נתונה מנסרה ישרה $ABCD A' B' C' D'$, שבסיסה הוא מעוין ABCD (ראה סרטוט).

נקודה F נמצאת על המישור ACD' כך ש: $\vec{D'F} = t\vec{D'A} + \frac{1}{4}\vec{D'C}$,

t הוא פרמטר.

נתון: DF מאונך למישור ACD' , $\angle ADC = 120^\circ$, $|\vec{DC}| = 4$.

נסמן: $\vec{DA} = \underline{u}$, $\vec{DC} = \underline{v}$, $\vec{DD'} = \underline{w}$.

א. בטא את \vec{DF} באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} ו-t.

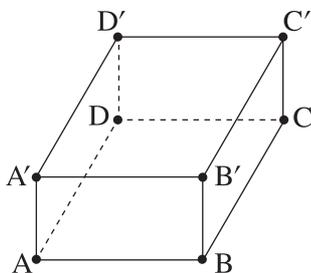
ב. מצא את t.

ג. חשב את נפח המנסרה.

נתון: הנקודה D היא ראשית הצירים, הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x,

הקודקוד D' נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z, $C = (-2, \sqrt{12}, 0)$.

ד. מצא את שיעורי הנקודה F.



3. א. פתור את המשוואה: $(z + i)^2 - 2 - 2\sqrt{3}i = 0$, z הוא מספר מרוכב.

נסמן את החלקים הממשיים של פתרונות המשוואה ב- a_1 וב- a_2 כך ש- $a_1 < a_2$.

נתונים שני מקומות גאומטריים:

$$I. |z - ia_1| = \sqrt{3}$$

$$II. |z - ia_2| = \sqrt{3}$$

ב. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

הישר $y = x$ נמצא במישור גאוס. ישר זה חותך את המקומות הגאומטריים שסרטטת בסעיף ב בראשית הצירים ובשתי

נקודות אחרות שמיוצגות על ידי שני המספרים המרוכבים w_1 ו- w_2 .

ג. פתור את המשוואה: $z^3 = w_1 \cdot \bar{w}_1 \cdot w_2 \cdot \bar{w}_2$, z הוא מספר מרוכב.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ax}{\ln(x) - a}$, $a > 0$, הוא פרמטר.

בסעיפים א-ב, בטא את תשובותיך באמצעות a , אם יש צורך.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי האנך לציר ה- x העובר בנקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$,

על ידי הישר $x = e^{a+2}$ ועל ידי ציר ה- x , הוא 3.

ג. מצא את a .

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = 9^{-x} - 6 \cdot 3^{-x} + m$, m הוא פרמטר.

א. בתת-סעיפים (1)–(3) בטא את תשובותיך באמצעות m , אם יש צורך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ משיק לציר ה- x .

ב. מצא את הערך של הפרמטר m .

ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) היעזר בסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $\ln(f(x))$.

ד. הסבר מדוע: $\int_0^1 [\ln(f(x)) - \ln(4)] dx < \ln\left(\frac{9}{4}\right)$

בהצלחה!

תשובות סופיות

בגרות חורף 2022 מועד פברואר נבצרים, שאלון 035582 (סמל ישן 035807)

שאלה 1

פתרון: א. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$ ב. $y = 2x + 1$ ג. 2.5

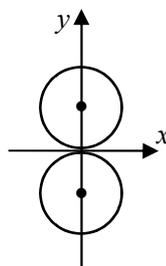
שאלה 2

פתרון: א. $\overline{DF} = t\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} + (\frac{3}{4}-t)\underline{w}$ ב. $t = \frac{1}{4}$ ג. $V = 16\sqrt{3}$ ד. $F(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$

שאלה 3

פתרון:

א. $z_1 = \sqrt{3}, z_2 = -\sqrt{3} - 2i$ ב.

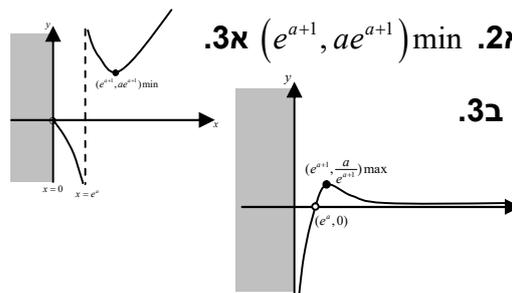


ג. $z_0 = \sqrt[3]{36}, z_1 = \sqrt[3]{36} \text{ cis}(120^\circ), z_2 = \sqrt[3]{36} \text{ cis}(240^\circ)$

שאלה 4

פתרון: א. $0 < x < e^a$ או $x > e^a$ ב. $(e^{a+1}, ae^{a+1}) \min$ ג. $a = 0.5$

א. $x > e^a$ ב. $(e^{a+1}, \frac{1}{ae^{a+1}}) \max$ ג. $a = 0.5$

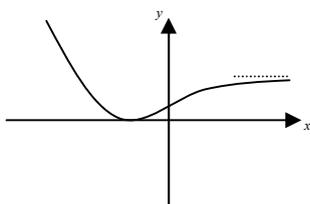


Melumad



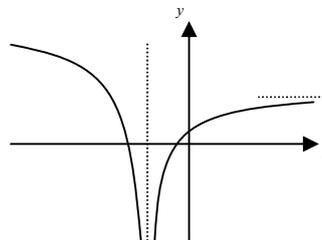
שאלה 5

פתרון: א. כל x . א. $y = m$. א. $\min(-1, m-9)$. ב. $m = 9$. ג. 1.



ד. הוכחה.

ג. 2.



פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

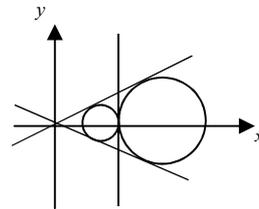
Melumad

תשובות סופיות

בגרות קיץ 2022 מועד א', שאלון 035582 (סמל ישן 035807)

שאלה 1

פתרון: א. מעגל M : $(x-23)^2 + y^2 = 9$ או $(x-5)^2 + y^2 = 9$, מעגל N : $(x-14)^2 + y^2 = 36$
 ב. $x=8$ ג. $\frac{1}{\sqrt{8}}x + y + \sqrt{2} = 0$ או $-\frac{1}{\sqrt{8}}x + y - \sqrt{2} = 0$
 ה. כן, $k = -22$, $t = -13$



שאלה 2

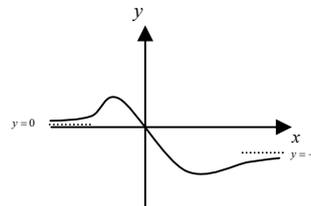
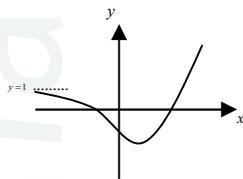
פתרון: א. $-2x + y + 2z - 1 = 0$ ב. $p = 11$ ג. הוכחה ד. $(-2, -10, -1)$ או $(4, 8, 5)$ ה. 72.45°

שאלה 3

פתרון: א. $x^2 + y^2 = 10$ ב. 20 ג. $(3,1), (-3,-1), (1,-3), (-1,3)$ ד. מקבילית ה. 2.8

שאלה 4

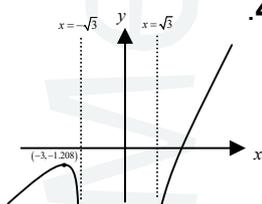
פתרון: א. $y=1$ ב. $(0, -1)$ ג. עלייה: $x > 1$, ירידה: $x < 1$ ד. $x < 1$
 א. $y=0, y=-1$ ב. $(0, 0)$ ג. הוכחה ד. $\ln\left(\frac{1}{e} + 1\right) = 0.313$



שאלה 5

פתרון: א. $x < -\sqrt{3}$ או $x > \sqrt{3}$ ב. $x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3}$ ג. $\max(-3, -1.21)$ ד. $x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3}$

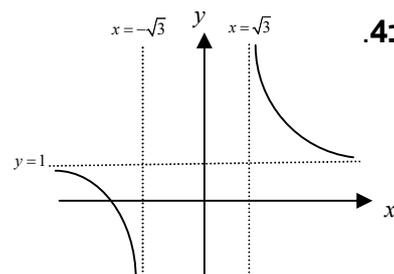
א. $x < -\sqrt{3}$ או $x > \sqrt{3}$ ב. $x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, y = 1$ ג. $(-3, 0)$



א. $\max(-3, -0.301)$

ב. עלייה: $x < -3$ או $x > \sqrt{3}$, ירידה: $-3 < x < -\sqrt{3}$

ד. $S = 0.06$



פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

בקובץ זה מופיעות שלושת הגרסאות לשאלון 582, קיץ מועד א', מאי 2022

- 1- שאלון 582, גרסה א', מאי 2022, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 2- שאלון 582, גרסה ב', מאי 2022, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 3- שאלון 582, גרסה ג', מאי 2022, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.



דגשים בנוגע לפרסום הצעה לפתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

1. בהצעה לפתרון שאלוני בחינת הבגרות במתמטיקה **מובאת התוצאה הסופית בלבד**, בלי פירוט דרכי הפתרון או בלי הסבר לפתרון.
2. אם יתברר שנפלה טעות בהצעת הפתרון, תפורסם בתוך זמן סביר הצעה מתוקנת, והצעת הפתרון המתוקנת תהיה המחייבת. **ט"ח** (טעות לעולם חוזר) – בהצעת הפתרון עלולות ליפול טעויות, ואין בה כדי לחייב את מעריכי הבחינה לקבל תשובה שגויה.
3. נבהיר כי לפי חוזר מנכ"ל טוהר הבחינות – תשע"ה/ד9, נבחן בבחינת בגרות מחויב לפעול על פי נוהלי טוהר הבחינות כדי להבטיח הליך בחינות אמין, הוגן ושוויוני.
נבחן נדרש לכתוב במחברת הבחינה פתרון מלא, מפורט ומנומק.
אם נבחן יכתוב תשובות סופיות נכונות במחברת הבחינה בלי פירוט של שלבי הפתרון או בלי הסבר מפורט או אם יתעורר חשד שהנבחן הפר את טוהר הבחינות, יחל הליך של החשדת הבחינה כמפורט בחוזר. [קישור לחוזר המנכ"ל](#)

בהצלחה לנבחנים ולנבחנות!



מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- משך הבחינה:** שעהיים ורבע.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה:** בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- חומר עזר מותר בשימוש:**
 - מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - דפי נוסחאות (מצורפים).
- הוראות מיוחדות:**
 - אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד, יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה, חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ.
- מרכזו של המעגל האחד הוא בנקודה M ומשוואתו היא $(x-a)^2 + y^2 = r^2$, a הוא פרמטר חיובי. מרכזו של המעגל האחר הוא בנקודה N ומשוואתו היא $(x-13)^2 + y^2 = R^2$.
- אורכו של הקטע המחבר את מרכזי המעגלים הוא 9, והיחס בין אורכי הרדיוסים של המעגלים הוא $r < R$, $1:2$.
- א. מצאו את משוואת המעגל שמרכזו N ואת שתי האפשרויות למשוואת המעגל שמרכזו M . נתון כי $a < 13$.
- ב. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של שני המעגלים ושל כל המשיקים המשותפים לשני המעגלים.
- ג. מצאו את משוואת המשיק העובר בנקודה המשותפת לשני המעגלים.
- ד. הישר $ax - y + a = 0$ הוא משיק משותף לשני המעגלים. מצאו את a ואת a (שתי אפשרויות). נתונים שני מעגלים אחרים המשיקים זה לזה מבחוץ.
- משוואות המעגלים הן: $(x-t)^2 + y^2 = r^2$; $(x-k)^2 + y^2 = R^2$, t ו- k הם פרמטרים. ערכי הרדיוסים r ו- R זהים לאלה שמצאתם בסעיף א.
- ה. האם ייתכן כי שני הישרים שאת משוואותיהם מצאתם בסעיף ד משיקים גם למעגלים האלה? אם כן – מצאו את t ואת k . אם לא – נמקו.

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035582 - נספח

- 3 -

2. נתונות ארבע נקודות הנמצאות באותו המישור: $A(4, p, -1)$, $B(7, 5, 5)$, $C(1, -1, 2)$, $D(-2, 5, -4)$.
 p הוא פרמטר.

א. מצאו את משוואת המישור $ABCD$.

ב. חשבו את ערך הפרמטר p .

ג. הוכיחו כי המרובע $ABCD$ הוא ריבוע.

הנקודה S היא קודקוד של פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$.

המקצוע SC מונח על הישר $\underline{x} = (0, -4, 1) + t(1, 3, 1)$.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 81.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה S (שתי אפשרויות).

נתון מישור נוסף π המאונך למקצוע SC .

ה. מצאו את הזווית שבין המישור $ABCD$ ובין המישור π .

3. נתונה המשוואה $z^2 + z\bar{z} = z + 2\bar{z} + 9 + 7i$, z הוא מספר מרוכב.

z_1 הוא אחד הפתרונות של המשוואה, והוא מייצג נקודה הנמצאת במישור גאוס ברביע הראשון, על מעגל שמרכזו בראשית הצירים.

א. מצאו את משוואת המעגל.

חוסמים במעגל ריבוע שאחד מקודקודיו מיוצג על ידי המספר z_1 .

ב. חשבו את שטח הריבוע.

ג. מצאו את השיעורים של שאר קודקודי הריבוע.

מכפילים ב- $r_1 \cdot (\cos(\alpha) + i \sin(\alpha))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים

הראשון והשלישי, ומכפילים ב- $r_2 \cdot (\cos(\alpha + 30^\circ) + i \sin(\alpha + 30^\circ))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני

קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים השני והרביעי.

הנקודות במישור גאוס המייצגות את התוצאות שהתקבלו לאחר ההכפלה יוצרות מרובע קמור חדש במישור גאוס.

נתון: r_1 ו- r_2 חיוביים, $r_1 \neq r_2$.

ד. מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את התשובה.

נתון כי שטח המרובע שהתקבל גדול פי $\sqrt{3}$ משטח הריבוע שחישבתם בסעיף ב.

ה. חשבו את $r_1 \cdot r_2$.

/המשך בעמוד 4/

01

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = xe^x - 2e^x + 1$ המוגדרת לכל x .

- א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה- y (אם יש כאלה).
(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .
(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.
(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1-e^x}{e^x-x}$ המוגדרת לכל x .

- ב. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לציר ה- y .
(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כאלה).
(3) הוכיחו כי $g'(x) = \frac{f(x)}{(e^x-x)^2}$.
ג. היעזרו בסקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ ומצאו במה נקודות מקסימום וכמה נקודות מינימום יש לפונקצייה $g(x)$. נמקו את התשובה.
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -1$.

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035582 + נספח

- 5 -

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = x + \ln(x^2 - 8)$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$.

- ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים.
(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
(4) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ אם ידוע כי אין לה נקודות קיצון.

נתונה הפונקצייה $g(x) = e^{f(x)}$ המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.

- ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.
(2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $g(x)$.
ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה $y = f'(x) \cdot g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = -4$ ו- $x = -5$.

בהצלחה!

מזכ"ל מועדונים שמונה למדינת ישראל
אין להעתיק או למסמך אלא ברשות משרד החינוך



משרד החינוך

פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, גרסה א, קיץ תשפ"ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|------------|--|
| 1. | א. משוואת המעגל שמרכזו N: $(x - 13)^2 + y^2 = 36$ משוואות המעגל שמרכזו M: $(x - 4)^2 + y^2 = 9$ $(x - 22)^2 + y^2 = 9$ | 2. | א. $2x - y - 2z + 1 = 0$ ב. $p = 11$ ג. להוכיח ד. $(-2, -10, -1)$ $(4, 8, 5)$ $\sim 72.5^\circ$ |
| ב. | | 3. | א. $x^2 + y^2 = 10$ ב. 20 ג. $(-3, -1), (-1, 3), (1, -3)$ ד. מקבילית, להסביר ה. 2 |
| ג. | $x = 7$ | | |
| ד. | $m_1 = \frac{1}{\sqrt{8}}, n_1 = \frac{5}{\sqrt{8}}$ | | |
| | $m_2 = -\frac{1}{\sqrt{8}}, n_2 = -\frac{5}{\sqrt{8}}$ | | |
| ה. | $t = -14, k = -23$ | | |



הצעה לפתרון בחינת בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"ב

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|---|---|
| 4. | <p>א. $y = \frac{1}{x}$</p> <p>(1)</p> <p>(2) $(0, -1)$</p> <p>(3) תחומי עלייה: $1 < x$</p> <p>(4) תחומי ירידה: $x < 1$</p> | 5. | <p>א. $x < -\sqrt{8}, \sqrt{8} < x$</p> <p>(1)</p> <p>(2) $x = -\sqrt{8}, x = \sqrt{8}$</p> <p>(3) מקסימום: $(-4, -1.92)$</p> <p>ב. $x < -\sqrt{8}, \sqrt{8} < x$</p> <p>(1)</p> <p>(2) $x = -\sqrt{8}, x = \sqrt{8}, y = 1$</p> <p>(3) $(-4, 0)$</p> <p>ג. $(-4, 0.147)$</p> <p>(1)</p> <p>(2) תחומי עלייה: $x < -4, \sqrt{8} < x$</p> <p>תחומי ירידה: $-4 < x < -\sqrt{8}$</p> <p>ד. ~ 0.032</p> |
| 4. | <p>א. $y = \frac{-1}{x}$</p> <p>(1)</p> <p>(2) $(0, 0)$</p> <p>(3) להוכיח</p> <p>ג. נקודת מינימום אחת</p> <p>נקודת מקסימום אחת</p> <p>ד. $\ln \frac{e+1}{e} \approx 0.31$</p> | <p>ב. $y = \frac{-1}{x}$, $y = 0$</p> <p>(1)</p> <p>(2) $(0, 0)$</p> <p>(3) להוכיח</p> <p>ג. נקודת מינימום אחת</p> <p>נקודת מקסימום אחת</p> <p>ה. $\ln \frac{e+1}{e} \approx 0.31$</p> | |

מדינת ישראל
משרד החינוךסוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אך על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

02

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ.
מרכזו של המעגל האחד הוא בנקודה M ומשוואתו היא $(x - a)^2 + y^2 = r^2$, a הוא פרמטר חיובי.
מרכזו של המעגל האחר הוא בנקודה N ומשוואתו היא $(x - 14)^2 + y^2 = R^2$.
אורכו של הקטע המחבר את מרכזי המעגלים הוא 9, והיחס בין אורכי הרדיוסים של המעגלים הוא $1:2$, $r < R$.
א. מצאו את משוואת המעגל שמרכזו N ואת שתי האפשרויות למשוואת המעגל שמרכזו M.
נתון כי $a < 14$.
ב. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של שני המעגלים ושל כל המשיקים המשותפים לשני המעגלים.
ג. מצאו את משוואת המשיק העובר בנקודה המשותפת לשני המעגלים.
ד. הישר $x - y + n = 0$ הוא משיק משותף לשני המעגלים. מצאו את m ואת n (שתי אפשרויות).
נתונים שני מעגלים אחרים המשיקים זה לזה מבחוץ.
משוואות המעגלים הן: $(x - 1)^2 + y^2 = r^2$; $(x - k)^2 + y^2 = R^2$, k ו- t הם פרמטרים.
ערכי הרדיוסים r ו- R זהים לאלה שמצאתם בסעיף א.
ה. האם ייתכן כי שני הישרים שאת משוואותיהם מצאתם בסעיף ד משיקים גם למעגלים האלה?
אם כן – מצאו את t ואת k. אם לא – נמקו.

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035582 + נספח

- 3 -

2. נתונות ארבע נקודות הנמצאות באותו המישור: $A(4, p, -1)$, $B(7, 5, 5)$, $C(1, -1, 2)$, $D(-2, 5, -4)$.
 p הוא פרמטר.

א. מצאו את משוואת המישור $ABCD$.

ב. חשבו את ערך הפרמטר p .

ג. הוכיחו כי המרובע $ABCD$ הוא ריבוע.

הנקודה S היא קודקוד של פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$.

המקצוע SC מונח על הישר $\vec{x} = (0, -4, 1) + t(1, 3, 1)$.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 81.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה S (שתי אפשרויות).

נתון מישור נוסף π המאונך למקצוע SC .

ה. מצאו את הזווית שבין המישור $ABCD$ ובין המישור π .

3. נתונה המשוואה $\bar{z}^2 + z\bar{z} = \bar{z} + 2z + 9 - 7i$, z הוא מספר מרוכב.

z_1 הוא אחד הפתרונות של המשוואה, והוא מייצג נקודה הנמצאת במישור גאוס ברביע הראשון, על מעגל שמרכזו בראשית הצירים.

א. מצאו את משוואת המעגל.

חוסמים במעגל ריבוע שאחד מקודקדיו מיוצג על ידי המספר z_1 .

ב. חשבו את שטח הריבוע.

ג. מצאו את השיעורים של שאר קודקודי הריבוע.

מכפילים ב- $r_1 \cdot (\cos(\alpha) + i \sin(\alpha))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים הראשון והשלישי, ומכפילים ב- $r_2 \cdot (\cos(\alpha + 60^\circ) + i \sin(\alpha + 60^\circ))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים השני והרביעי.

הנקודות במישור גאוס המייצגות את התוצאות שהתקבלו לאחר ההכפלה יוצרות מרובע קמור חדש במישור גאוס.

נתון: r_1 ו- r_2 חיוביים, $r_1 \neq r_2$.

ד. מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את התשובה.

נתון כי שטח המרובע שהתקבל גדול פי 1.4 משטח הריבוע שחישבתם בסעיף ב.

ה. חשבו את $r_1 \cdot r_2$.

/המשך בעמוד 4/

02

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = xe^x - 2e^x + 1$ המוגדרת לכל x .

א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה- y (אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .

(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1 - e^x}{e^x - x}$ המוגדרת לכל x .

ב. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לציר ה- y .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כאלה).

(3) הוכיחו כי $g'(x) = \frac{f(x)}{(e^x - x)^2}$.

ג. היעזרו בסקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ ומצאו במה נקודות מקסימום וכמה נקודות מינימום יש לפונקצייה $g(x)$. נמקו את התשובה.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -1$.

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035582 + נספח

- 5 -

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = x + \ln(x^2 - 3)$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים.
(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
(4) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ אם ידוע כי אין לה נקודות קיצון.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = e^{f(x)}$ המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.
- ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.
(2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $g(x)$.
- ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה $y = f'(x) \cdot g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = -4$ ו- $x = -3$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

02

שאלון 582, **גרסה ב'**, מאי 2022- התשובות הסופיות של משרד החינוך (יכול להיות טעויות)



משרד החינוך

פתרונות לבחינת בנרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, גרסה ג', קיץ תשפ"ב

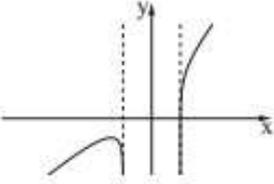
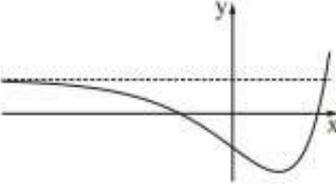
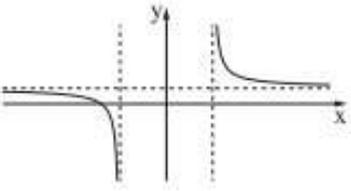
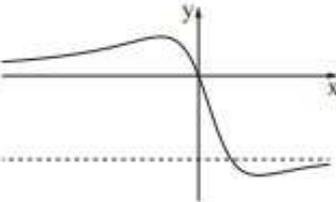
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|------------|--|
| 1. | א. משוואת המעגל שמרכזו N : $(x - 14)^2 + y^2 = 36$ משוואות המעגל שמרכזו M : $(x - 5)^2 + y^2 = 9$ $(x - 23)^2 + y^2 = 9$ | 2. | א. $2x - y - 2z + 1 = 0$ ב. $p = 11$ ג. להוכיח ד. $(-2, -10, -1)$ $(4, 8, 5)$ $\sim 72.5^\circ$ |
| ב. | | 3. | א. $x^2 + y^2 = 10$ ב. 20 ג. $(-3, -1), (-1, 3), (1, -3)$ ד. מקבילית, להסביר ה. 2.8 |
| ג. | $x = 8$ | א. | $x^2 + y^2 = 10$ |
| ד. | $m_1 = \frac{1}{\sqrt{8}}, n_1 = \frac{4}{\sqrt{8}}$ | ב. | 20 |
| ה. | $m_2 = -\frac{1}{\sqrt{8}}, n_2 = -\frac{4}{\sqrt{8}}$ $t = -13, k = -22$ | ג. | $(-3, -1), (-1, 3), (1, -3)$ |



משרד החינוך

הצעה למתרון בחינת בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"ב

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|--------------------------------------|---|--|---|
| 5. | <p>א. (1) $x < -\sqrt{3}, \sqrt{3} < x$</p> <p>ב. (2) $x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3}$</p> <p>ג. (3) מקסימום: $(-3, -1.21)$</p> <p>ד. (4) </p> | 4. | <p>א. (1) $\frac{y=1}{x \rightarrow -\infty}$</p> <p>ב. (2) $(0, -1)$</p> <p>ג. (3) תחומי עלייה: $1 < x$ תחומי ירידה: $x < 1$</p> <p>ד. (4) </p> |
| ב. (1) $x < -\sqrt{3}, \sqrt{3} < x$ | ג. (2) $x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, y = 1$ | ב. (1) $\frac{y=-1}{x \rightarrow +\infty}, \frac{y=0}{x \rightarrow -\infty}$ | ג. (1) $(-3, 0)$ |
| ג. (2) $x < -3, \sqrt{3} < x$ | ד. (3) $-3 < x < -\sqrt{3}$ | ד. (2) ~ 0.06 | ד. (4)  |
| ד. (1) ~ 0.06 | ה. (1) $\ln \frac{e+1}{e} \approx 0.31$ | | ה. (2)  |

מדינת ישראל
משרד החינוךסוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות.
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

03

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה - $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ.
- מרכזו של המעגל האחד הוא בנקודה M ומשוואתו היא $(x-a)^2 + y^2 = r^2$, a הוא פרמטר חיובי.
מרכזו של המעגל האחר הוא בנקודה N ומשוואתו היא $(x-15)^2 + y^2 = R^2$.
אורכו של הקטע המחבר את מרכזי המעגלים הוא 9, והיחס בין אורכי הרדיוסים של המעגלים הוא $r < R$, $1:2$.
- א. מצאו את משוואת המעגל שמרכזו N ואת שתי האפשרויות למשוואת המעגל שמרכזו M .
נתון כי $a < 15$.
- ב. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של שני המעגלים ושל כל המשיקים המשותפים לשני המעגלים.
- ג. מצאו את משוואת המשיק העובר בנקודה המשותפת לשני המעגלים.
- ד. הישר $ax - y + n = 0$ הוא משיק משותף לשני המעגלים. מצאו את m ואת n (שתי אפשרויות).
נתונים שני מעגלים אחרים המשיקים זה לזה מבחוץ.
משוואות המעגלים הן: $(x-t)^2 + y^2 = r^2$; $(x-k)^2 + y^2 = R^2$; $t < k$ הם פרמטרים.
ערכי הרדיוסים r ו- R זהים לאלה שמוצאתם בסעיף א.
- ה. האם ייתכן כי שני הישרים שאת משוואותיהם מוצאתם בסעיף ד משיקים גם למעגלים האלה?
אם כן – מצאו את t ואת k . אם לא – נמקו.

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035582 + גספח

- 3 -

2. נתונות ארבע נקודות הנמצאות באותו המישור: $A(4, p, -1)$, $B(7, 5, 5)$, $C(1, -1, 2)$, $D(-2, 5, -4)$.
 p הוא פרמטר.

א. מצאו את משוואת המישור $ABCD$.

ב. חשבו את ערך הפרמטר p .

ג. הוכיחו כי המרובע $ABCD$ הוא ריבוע.

הנקודה S היא קודקוד של פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$.

המקצוע SC מונח על הישר $\underline{x} = (0, -4, 1) + t(1, 3, 1)$.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 81 .

ד. מצאו את שיעורי הנקודה S (שתי אפשרויות).

נתון מישור נוסף π המאונך למקצוע SC .

ה. מצאו את הזווית שבין המישור $ABCD$ ובין המישור π .

3. נתונה המשוואה $z^2 + z\bar{z} = z + 2\bar{z} + 9 + 7i$, z הוא מספר מרוכב.

z_1 הוא אחד הפתרונות של המשוואה, והוא מייצג נקודה הנמצאת במישור גאוס ברביע הראשון, על מעגל שמרכזו בראשית הצירים.

א. מצאו את משוואת המעגל.

חוסמים במעגל ריבוע שאחד מקודקדיו מיוצג על ידי המספר z_1 .

ב. חשבו את שטח הריבוע.

ג. מצאו את השיעורים של שאר קודקודי הריבוע.

מכפילים ב- $r_1 \cdot (\cos(\alpha) + i \sin(\alpha))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים הראשון והשלישי, ומכפילים ב- $r_2 \cdot (\cos(\alpha + 60^\circ) + i \sin(\alpha + 60^\circ))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים השני והרביעי.

הנקודות במישור גאוס המייצגות את התוצאות שהתקבלו לאחר ההכפלה יוצרות מרובע קמור חדש במישור גאוס.

נתון: $r_1 \neq r_2$ חיוביים, $r_2 \neq r_1$.

ד. מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את התשובה.

נתון כי שטח המרובע שהתקבל גדול פי 1.2 משטח הריבוע שחישבתם בסעיף ב.

ה. חשבו את $r_1 \cdot r_2$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = xe^x - 2e^x + 1$ המוגדרת לכל x .

- א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה- y (אם יש כאלה).
(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .
(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.
(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1-e^x}{e^x-x}$ המוגדרת לכל x .

- ב. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לציר ה- y .
(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כאלה).
(3) הוכיחו כי $g'(x) = \frac{f(x)}{(e^x-x)^2}$.
ג. היעזרו בסקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ ומצאו במה נקודות מקסימום וכמה נקודות מינימום יש לפונקצייה $g(x)$. נמקו את התשובה.
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -1$.

מתמטיקה, קיץ תשפ"ג, מס' 035582 + נספח

- 5 -

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = x + \ln(x^2 - 15)$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים.
(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
(4) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ אם ידוע כי אין לה נקודות קיצון.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = e^{f(x)}$ המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.
- ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.
(2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $g(x)$.
- ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה $y = f'(x) \cdot g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = -6$ ו- $x = -5$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

03



פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, גרסה ג', היץ תשפ"ב

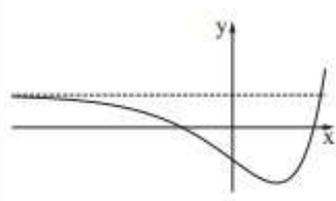
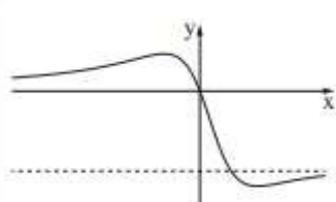
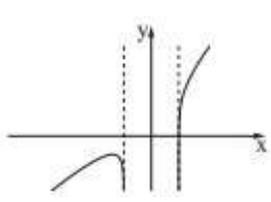
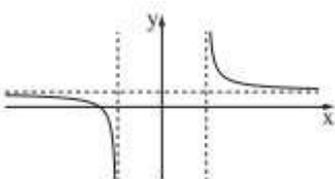
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|------------|--|
| 1. | א. משוואת המעגל שמרכזו N : $(x - 15)^2 + y^2 = 36$ משוואת המעגל שמרכזו M : $(x - 6)^2 + y^2 = 9$ $(x - 24)^2 + y^2 = 9$ | 2. | א. $2x - y - 2z + 1 = 0$ ב. $p = 11$ ג. להוכיח ד. $(-2, -10, -1)$ $(4, 8, 5)$ $\sim 72.5^\circ$ |
| ב. | | 3. | א. $x^2 + y^2 = 10$ ב. 20 ג. $(-3, -1), (-1, 3), (1, -3)$ ד. מקבילית, להסביר ה. 2.4 |
| ג. | $x = 9$ | | |
| ד. | $m_1 = \frac{1}{\sqrt{8}}, n_1 = \frac{3}{\sqrt{8}}$ | | |
| ה. | $m_2 = -\frac{1}{\sqrt{8}}, n_2 = -\frac{3}{\sqrt{8}}$ $t = -12, k = -21$ | | |



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינת בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"ב

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|--|---|
| 4. | <p>א. (1) $\frac{y=1}{x \rightarrow -\infty}$</p> <p>(2) $(0, -1)$</p> <p>(3) תחומי עלייה: $1 < x$</p> <p>תחומי ירידה: $x < 1$</p> <p>(4) </p> |
| ב. (1) $\frac{y=-1}{x \rightarrow +\infty}, \frac{y=0}{x \rightarrow -\infty}$ | <p>(2) $(0, 0)$</p> <p>(3) להוכיח</p> <p>ג. נקודת מינימום אחת</p> <p>נקודת מקסימום אחת</p> <p>ד. </p> <p>ה. $\ln \frac{e+1}{e} \approx 0.31$</p> |
| 5. | <p>א. (1) $x < -\sqrt{15}, \sqrt{15} < x$</p> <p>(2) $x = -\sqrt{15}, x = \sqrt{15}$</p> <p>(3) מקסימום: $(-5, -2.7)$</p> <p>(4) </p> <p>ב. (1) $x < -\sqrt{15}, \sqrt{15} < x$</p> <p>(2) $x = -\sqrt{15}, x = \sqrt{15}, y = 1$</p> <p>(3) $(-5, 0)$</p> <p>(4) </p> <p>ג. (1) מקסימום $(-5, 0.067)$</p> <p>(2) תחומי עלייה: $x < -5, \sqrt{15} < x$</p> <p>תחומי ירידה: $-5 < x < -\sqrt{15}$</p> <p>ד. ~ 0.015</p> |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד, יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(-5, 4)$ ו- $B(0, -1)$.

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם.

מעגל M הוא אחד מן המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם.

נקודות החיתוך של המעגל M עם ציר ה- x הן מוקדים של אליפסה שמשוואתה קנונית.

ב. מצאו את שיעורי מרכז המעגל M ואת הרדיוס שלו.

נתון כי אורך הציר הראשי של האליפסה שווה לאורך קוטר המעגל M .

ג. מהי משוואת האליפסה?

נסמן ב- F את המוקד הימני של האליפסה. ישר המאונך לציר ה- x עובר במוקד השמאלי של האליפסה.

הישר חותך את האליפסה בנקודות Q ו- T , ואת המעגל M בנקודות K ו- L .

ד. מצאו את היחס בין שטח המשולש KLF לבין שטח המשולש TQF .

2. נתונה פירמידה OABC שבסיסה משולש ABC.

נסמן: $\vec{OA} = \underline{u}$, $\vec{OB} = \underline{v}$, $\vec{OC} = \underline{w}$.

נתון: $|\underline{w}| = |\underline{v}| = |\underline{u}|$, $\sphericalangle AOB = \sphericalangle BOC = \sphericalangle COA = 90^\circ$.

הנקודה H מקיימת $\vec{OH} = t\underline{u} + s\underline{v} + k\underline{w}$. הִם פרמטרים.

נתון כי \vec{OH} מאונך לבסיס ABC של הפירמידה.

א. הוכיחו כי $t = s = k$.

הנקודה M נמצאת בבסיס ABC של הפירמידה, והיא נקודת המפגש של תיכוני הבסיס.

ב. הוכיחו כי $\vec{OM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$, והסבירו מדוע OM הוא גובה לבסיס ABC של הפירמידה.

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ שעליו מונח הגובה לבסיס ABC.

ג. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} , את הווקטור \vec{OP} שבעבורו נפח הפירמידה PABC כפול

מנפח הפירמידה OABC (שתי אפשרויות).

ממקמים את הפירמידה OABC במערכת צירים. הנקודה O נמצאת בראשית הצירים, הנקודה A נמצאת על

החלק החיובי של ציר ה־x, הנקודה B על החלק החיובי של ציר ה־y, והנקודה C על החלק החיובי של ציר ה־z.

נתון: $|\underline{u}| = a$.

ד. מצאו את ההצגה הפרמטרית של הישר ℓ שעליו נמצא הקטע OP.

ה. הביעו באמצעות a את משוואת המישור ABC.

ו. נתון כי נפח הפירמידה OABC הוא $\frac{1}{6}57$. חשבו את a.

3. המספר $z = R(\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$ נמצא במישור גאוס ברביע השלישי.

$$\text{נתון: } \frac{z}{\bar{z}} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

א. מצאו את α .

$$\text{נתון: } |4iz| - \left| \frac{\bar{z}}{i} \right| - \left| \frac{z}{\bar{z}} \right| = 8$$

ב. מצאו את R .

ג. נתונה המשוואה: $w^9 = \frac{z^3}{27}$ (z הוא המספר שמצאתם).

הראו כי המספר $\frac{z}{\bar{z}}$ הוא אחד הפתרונות של המשוואה.

ד. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. קודקודי הבסיס B ו- C מתאימים למספרים: $\frac{z}{\bar{z}}$ ו- $\frac{\bar{z}}{z}$.

קודקוד הראש A מתאים למספר $z + k$, k הוא מספר מדומה טהור.

(1) מהו הערך של k ?

(2) חשבו את שטח המרובע $ABOC$ (הנקודה O היא ראשית הצירים).

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 e^a - x^3$ המוגדרת לכל x , a הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את התחום שבו הפונקצייה $f(x)$ חיובית.

(2) מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

נתון כי השטח הכלוא בין הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ לבין ציר ה- x הוא $\sqrt[3]{\frac{4e}{9}}$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 1$, וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

הפונקצייה $f(x)$ היא נגזרת של הפונקצייה $g(x)$ ($g'(x) = f(x)$).

ד. (1) מהו תחום העלייה של הפונקצייה $g(x)$? נמקו.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $g(x)$? נמקו.

נסמן ב- B את נקודת הפיתול שבה הערך של הפונקצייה $g(x)$ הוא הגבוה מבין כל נקודות הפיתול שלה.

נתון כי שיעור ה- y של הנקודה B הוא $\frac{e - \sqrt[3]{e}}{3}$.

ה. מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

5. נתונה פונקצייה $f(x)$ המקיימת את התכונות האלה: הפונקצייה מוגדרת לכל x ורציפה, הפונקצייה היא אי-זוגית, הישר $y = 0$ הוא אסימפטוטה של הפונקצייה, ולפונקצייה יש נקודת מינימום יחידה ששיעוריה הם $(-1, -a)$, a הוא פרמטר חיובי.

א. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = \ln(f(x))$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $h(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצאו את טווח הערכים של a שבעבורו גרף הפונקצייה $h(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $h(x)$, אם ידוע שהגרף שלה חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

נתון: $f(x) = \frac{6x}{1+x^2}$

$g(x)$ היא פונקצייה המקיימת: $g'(x) = f(x)$ וגם: $g(0) = 0$.

ג. (1) מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

(2) האם הפונקצייה $g(x)$ היא זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית? נמקו.

לפניכם האינטגרל $\int_{-5}^t g(x) dx$, $t > -5$.

ד. מהו הערך של t שבעבורו מתקיים $2 \cdot \int_{-5}^t g(x) dx = \int_{-5}^5 g(x) dx$? נמקו.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

תשובות סופיות

בגרות קיץ 2022 מועד ב', שאלון 035582 (סמל ישן 035807)

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

שאלה 1

פתרון: א. $y = x + 4$ ב. $R = 5$, $(0, 4)$ ג. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ד. $\frac{5}{4}$

שאלה 2

פתרון: א. הוכחה ב. הוכחה ג. $\vec{OP} = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$ או $\vec{OP} = -\frac{1}{3}\underline{u} - \frac{1}{3}\underline{v} - \frac{1}{3}\underline{w}$ ד. $t(1,1,1)$ ה. $x + y + z - a = 0$ ו. $a = 7$

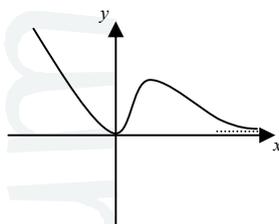
שאלה 3

פתרון: א. $\alpha = 240^\circ$ ב. $R = 3$ ג. הוכחה ד. $k = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ה. $S_{ABCD} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

שאלה 4

פתרון: א. $x \neq 0$ ב. $x_{\min} = 0$, $x_{\max} = 0.873$ ג. $a = 1$

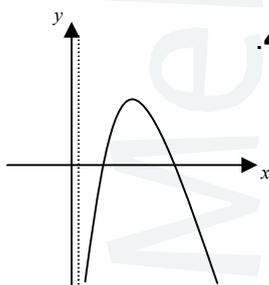
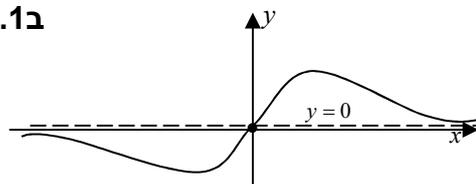
ד. עלייה: כל x ה. $g(x) = \frac{e - e^{1-x^3}}{3}$ ד. שתי נקודות פיתול



שאלה 5

פתרון: א.

ב. $x > 0$ ג. $x = 0$ ד. $a > 1$



ג. $g(x) = 3 \ln(1 + x^2)$ ד. זוגית

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

בקובץ זה מופיעות שלושת הגרסאות לשאלון 582, קיץ מועד ב', יולי 2022

- 1- שאלון 582, גרסה א', יולי 2022, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 2- שאלון 582, גרסה ב', יולי 2022, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 3- שאלון 582, גרסה ג', יולי 2022, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.



דגשים בנוגע לפרסום הצעה לפתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

1. בהצעה לפתרון שאלוני בחינת הבגרות במתמטיקה **מובאת התוצאה הסופית בלבד**, בלי פירוט דרכי הפתרון או בלי הסבר לפתרון.
2. אם יתברר שנפלה טעות בהצעת הפתרון, תפורסם בתוך זמן סביר הצעה מתוקנת, והצעת הפתרון המתוקנת תהיה המחייבת. **ט"ח** (טעות לעולם חוזר) – בהצעת הפתרון עלולות ליפול טעויות, ואין בה כדי לחייב את מעריכי הבחינה לקבל תשובה שגויה.
3. נבהיר כי לפי חוזר מנכ"ל טוהר הבחינות – תשע"ה/ד9, נבחן בבחינת בגרות מחויב לפעול על פי נוהלי טוהר הבחינות כדי להבטיח הליך בחינות אמין, הוגן ושוויוני.
נבחן נדרש לכתוב במחברת הבחינה פתרון מלא, מפורט ומנומק.
אם נבחן יכתוב תשובות סופיות נכונות במחברת הבחינה בלי פירוט של שלבי הפתרון או בלי הסבר מפורט או אם יתעורר חשד שהנבחן הפר את טוהר הבחינות, יחל הליך של החשדת הבחינה כמפורט בחוזר. [קישור לחוזר המנכ"ל](#)

בהצלחה לנבחנים ולנבחנות!





מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות.
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(-5, 3)$ ו- $B(0, -2)$.
 - א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם.
מעגל M הוא אחד מן המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם.
נקודות החיתוך של המעגל M עם ציר ה- x הן מוקדים של אליפסה שמשוואתה קנונית.
ב. מצאו את שיעורי מרכז המעגל M ואת הרדיוס שלו.
נתון כי אורך הצייר הראשי של האליפסה שווה לאורך קוטר המעגל M .
ג. מהי משוואת האליפסה?
 - נסמן ב- F את המוקד הימני של האליפסה, ישר המאונך לצייר ה- x עובר במוקד השמאלי של האליפסה, הישר חותך את האליפסה בנקודות Q ו- T , ואת המעגל M בנקודות K ו- L .
 - ד. מצאו את היחס בין שטח המשולש KLF לבין שטח המשולש TQF .

2. נתונה פירמידה OABC שבסיסה משולש ABC.

$$\text{נסמן: } \vec{OA} = \underline{u}, \vec{OB} = \underline{v}, \vec{OC} = \underline{w}.$$

$$\text{נתון: } |\underline{w}| = |\underline{v}| = |\underline{u}|, \angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ.$$

הנקודה H מקיימת $\vec{OH} = t\underline{u} + s\underline{v} + k\underline{w}$. ר' k הם פרמטרים.

נתון כי \vec{OH} מאונך לבסיס ABC של הפירמידה.

א. הוכיחו כי $t = s = k$.

הנקודה M נמצאת בבסיס ABC של הפירמידה, והיא נקודת המפגש של תיכוני הבסיס.

ב. הוכיחו כי $\vec{OM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$, והסבירו מדוע OM הוא גובה לבסיס ABC של הפירמידה.

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ שעליו מונח הגובה לבסיס ABC.

ג. הביעו באמצעות $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$ את הווקטור \vec{OP} שבעבורו נפח הפירמידה PABC כפול

מנפח הפירמידה OABC (שתי אפשרויות).

מנקמים את הפירמידה OABC במערכת צירים. הנקודה O נמצאת בראשית הצירים, הנקודה A נמצאת על החלק החיובי של ציר ה-x, הנקודה B על החלק החיובי של ציר ה-y, והנקודה C על החלק החיובי של ציר ה-z.

נתון: $|\underline{u}| = a$.

ד. מצאו את ההצגה הפרמטרית של הישר ℓ שעליו נמצא הקטע OP.

ה. הביעו באמצעות a את משוואת המישור ABC.

ו. נתון כי נפח הפירמידה OABC הוא $\frac{5}{6} \cdot 20$. חשבו את a.

- 4 -

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מועד ב, מס' 035582 + נספח 1

3. המספר $z = R(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ נמצא במישור גאוס ברביע השלישי.

$$\text{נתון: } \frac{z}{z} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

א. מצאו את α .

$$\text{נתון: } |2iz| + \left| \frac{z}{i} \right| - \left| \frac{z}{z} \right| = 8$$

ב. מצאו את R .

ג. נתונה המשוואה: $w^9 = \frac{z^3}{27}$ (z הוא המספר שמצאתם).

הראו כי המספר $\frac{z}{z}$ הוא אחד הפתרונות של המשוואה.

ד. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. קודקודי הבסיס B ו- C מתאימים למספרים: $\frac{z}{z}$ ו- $\frac{\bar{z}}{z}$.

קודקוד הראש A מתאים למספר $z + k$, k הוא מספר מדומה טהור.

(1) מהו הערך של k ?

(2) חשבו את שטח המרובע $ABOC$ (הנקודה O היא ראשית הצירים).

/המושך בעמוד 5/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 e^a - x^3$ המוגדרת לכל x , a הוא פרמטר.
- א. (1) מצאו את התחום שבו הפונקצייה $f(x)$ חיובית.
(2) מצאו את שיעורי הי- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- נתון כי השטח הכלוא בין הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ לבין ציד הי- x הוא $\frac{3}{\sqrt[3]{4e}}$.
- ב. מצאו את הערך של a .
- הציבו $a = 1$, וענו על הסעיפים ג-ה.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- הפונקצייה $f(x)$ היא נגזרת של הפונקצייה $g(x)$ ($g'(x) = f(x)$).
- ד. (1) מהו תחום העלייה של הפונקצייה $g(x)$? נמקו.
(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $g(x)$? נמקו.
- נסמן ב- B את נקודת הפיתול שבה הערך של הפונקצייה $g(x)$ הוא הגבוה מביין כל נקודות הפיתול שלה.
- נתון כי שיעור הי- y של הנקודה B הוא $\frac{e - \sqrt[3]{e}}{3}$.
- ה. מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

5. נתונה פונקצייה $f(x)$ המקיימת את התכונות האלה: הפונקצייה מוגדרת לכל x ורציפה, הפונקצייה היא אי-זוגית, הישר $y = 0$ הוא אסימפטוטה של הפונקצייה, ולפונקצייה יש נקודת מינימום יחידה ששיעוריה הם $(-1, -a)$, a הוא פרמטר חיובי.

א. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = \ln(f(x))$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $h(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצאו את טווח הערכים של a שבעבורו גרף הפונקצייה $h(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $h(x)$, אם ידוע שהגרף שלה חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

נתון: $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$

$g(x)$ היא פונקצייה המקיימת: $g'(x) = f(x)$ וגם: $g(0) = 0$.

ג. (1) מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

(2) האם הפונקצייה $g(x)$ היא זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית? נמקו.

לפניכם האינטגרל $\int_{-5}^t g(x) dx$, $t > -5$.

ד. מהו הערך של t שבעבורו מתקיים $\int_{-5}^t g(x) dx = 2 \cdot \int_{-5}^t g(x) dx$? נמקו.

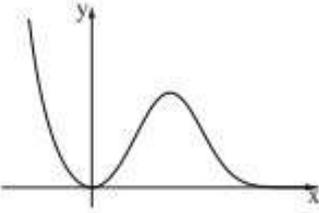
בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך



פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, גרסה א, קיץ תשפ"ג, מועד ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 1. | <p>א. $x - y + 3 = 0$</p> <p>ב. $M(0, 3)$</p> <p>ג. $R = 5$</p> <p>ד. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$</p> <p>ה. $\frac{5}{3}$</p> |
| 2. | <p>א. להוכיח</p> <p>ב. להוכיח ולהסביר</p> <p>ג. $\vec{OP}_1 = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$</p> <p>ד. $\vec{OP}_2 = -\frac{1}{3}\underline{u} - \frac{1}{3}\underline{v} - \frac{1}{3}\underline{w}$</p> <p>ה. $\ell = t(1, 1, 1)$</p> <p>ו. $x + y + z - a = 0$</p> <p>ז. $a = 5$</p> |
| 3. | <p>א. $\alpha = 240^\circ$</p> <p>ב. $R = 3$</p> <p>ג. להראות</p> <p>ד. (1) $k = \frac{3\sqrt{3}}{2}i$</p> <p>(2) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$</p> |
| 4. | <p>א. (1) $x \neq 0$</p> <p>ב. (2) מינימום: $x = 0$</p> <p>ג. מקסימום: $x = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \approx 0.87$</p> <p>ד. $a = 1$</p> <p>ה. </p> <p>ו. כל x</p> <p>ז. (1) 2 נקודות</p> <p>ח. $g(x) = \frac{e - e^{1-x^3}}{3}$</p> |



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, שאלון 035582, גרסה א, קיץ תשפ"ב, מועד ב

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|---|---|
| <p> $x > 0$ $x = 0$ $a > 1$ </p> | 5. א. ב. (1) (2) (3) (4) |
| <p> $g(x) = 2\ln(1+x^2)$ זוגית $t = 0$ </p> | ג. (1) (2) ד. |



שאלון 582, **גרסה ב'**, יולי 2022 - השאלון

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב'
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!!

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(-5, 4)$ ו- $B(0, -1)$.

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם.

מעגל M הוא אחד מן המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם.

נקודות החיתוך של המעגל M עם ציר ה- x הן מוקדים של אליפסה שמשוואתה קנונית.

ב. מצאו את שיעורי מרכז המעגל M ואת הרדיוס שלו.

נתון כי אורך הציר הראשי של האליפסה שווה לאורך קוטר המעגל M .

ג. מהי משוואת האליפסה?

נסמן ב- F את המוקד הימני של האליפסה, ישר המאונך לציר ה- x עובר במוקד השמאלי של האליפסה.

הישר חותך את האליפסה בנקודות Q ו- T , ואת המעגל M בנקודות K ו- L .

ד. מצאו את היחס בין שטח המשולש KLF לבין שטח המשולש TQF .

/המשך בעמוד 3/

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מועד ב, מס' 035582 + נספח !!

- 3 -

2. נתונה פירמידה OABC שבסיסה משולש ABC.

$$\text{נסמן: } \vec{OA} = \underline{u}, \vec{OB} = \underline{v}, \vec{OC} = \underline{w}.$$

$$\text{נתון: } |\underline{w}| = |\underline{v}| = |\underline{u}|, \angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ.$$

$$\text{הנקודה H מקיימת } \vec{OH} = t\underline{u} + s\underline{v} + k\underline{w} \text{, } t, s, k \text{ הם פרמטרים.}$$

נתון כי \vec{OH} מאונך לבסיס ABC של הפירמידה.

$$\text{א. הוכיחו כי } t = s = k.$$

הנקודה M נמצאת בבסיס ABC של הפירמידה, והיא נקודת המפגש של תיכוני הבסיס.

$$\text{ב. הוכיחו כי } \vec{OM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}, \text{ והסבירו מדוע OM הוא גובה לבסיס ABC של הפירמידה.}$$

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ שעליו מונח הגובה לבסיס ABC.

$$\text{ג. הביעו באמצעות } \underline{u}, \underline{v}, \underline{w} \text{ את הווקטור } \vec{OP} \text{ שבעבורו נפח הפירמידה PABC כפול}$$

מנפח הפירמידה OABC (שתי אפשרויות).

ממקמים את הפירמידה OABC במערכת צירים. הנקודה O נמצאת בראשית הצירים, הנקודה A נמצאת על

החלק החיובי של ציר ה-x, הנקודה B על החלק החיובי של ציר ה-y, והנקודה C על החלק החיובי של ציר ה-z.

$$\text{נתון: } |\underline{u}| = a.$$

ד. מצאו את ההצגה הפרמטרית של הישר ℓ שעליו נמצא הקטע OP.

ה. הביעו באמצעות a את משוואת המישור ABC.

ו. נתון כי נפח הפירמידה OABC הוא $\frac{1}{57}a$. חשבו את a.

/המשך בעמוד 4/

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מועד ב, מס' 035582 + נספח !!

- 4 -

3. המספר $z = R(\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$ נמצא במישור גאוס ברביע השלישי.

נתון: $\frac{z}{\bar{z}} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

א. מצאו את α .

נתון: $|4iz| - \left| \frac{\bar{z}}{i} \right| - \left| \frac{z}{\bar{z}} \right| = 8$

ב. מצאו את R .

ג. נתונה המשוואה: $w^9 = \frac{z^3}{27}$ (z הוא המספר שמצאתם).

הראו כי המספר $\frac{z}{2}$ הוא אחד הפתרונות של המשוואה.

ד. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. קודקודי הבסיס B ו- C מתאימים למספרים: $\frac{z}{2}$ ו- $\frac{\bar{z}}{2}$.

קודקוד הראש A מתאים למספר $z + k$, k הוא מספר מדומה טהור.

(1) מהו הערך של k ?

(2) חשבו את שטח המרובע $ABOC$ (הנקודה O היא ראשית הצירים).

/המושך בעמוד 5/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 e^a - x^3$ המוגדרת לכל x , a הוא פרמטר.
- א. (1) מצאו את התחום שבו הפונקצייה $f(x)$ חיובית.
(2) מצאו את שיעורי הי- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- נתון כי השטח הכלוא בין הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ לבין ציר הי- x הוא $\sqrt[3]{\frac{4e}{9}}$.
- ב. מצאו את הערך של a .
- הציבו $a = 1$, וענו על הסעיפים ג-ה.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- הפונקצייה $f(x)$ היא נגזרת של הפונקצייה $g(x)$ ($g'(x) = f(x)$).
- ד. (1) מהו תחום העלייה של הפונקצייה $g(x)$? נמקו.
(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $g(x)$? נמקו.
- נסמן ב- B את נקודת הפיתול שבה הערך של הפונקצייה $g(x)$ הוא הגבוה מבין כל נקודות הפיתול שלה.
- נתון כי שיעור הי- y של הנקודה B הוא $\frac{e - \sqrt[3]{e}}{3}$.
- ה. מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מועד ב, מס' 035582 + נספח !!

- 6 -

5. נתונה פונקצייה $f(x)$ המקיימת את התכונות האלה: הפונקצייה מוגדרת לכל x ורציפה, הפונקצייה היא אי-זוגית, הישר $y = 0$ הוא אסימפטוטה של הפונקצייה, ולפונקצייה יש נקודת מינימום יחידה ששיעורה הם $(-1, -a)$, a הוא פרמטר חיובי.

א. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = \ln(f(x))$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $h(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצאו את טווח הערכים של a שבעבורו גרף הפונקצייה $h(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $h(x)$, אם ידוע שהגרף שלה חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

נתון: $f(x) = \frac{6x}{1+x^2}$.

$g(x)$ היא פונקצייה המקיימת: $g'(x) = f(x)$ וגם: $g(0) = 0$.

ג. (1) מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

(2) האם הפונקצייה $g(x)$ היא זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית? נמקו.

לפניכם האינטגרל $\int_{-5}^t g(x) dx$, $t > -5$.

ד. מהו הערך של t שבעבורו מתקיים $2 \cdot \int_{-5}^t g(x) dx = \int_{-5}^5 g(x) dx$? נמקו.

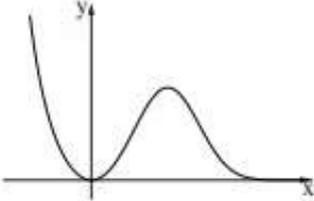
בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם ולא ברשות משרד החינוך



פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, גרסה ב', קיץ תשפ"ב, מועד ב'

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 1. | <p>א. $x - y + 4 = 0$</p> <p>ב. $M(0, 4)$</p> <p>ג. $R = 5$</p> <p>ד. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$</p> <p>ה. $\frac{5}{4}$</p> |
| 2. | <p>א. להוכיח</p> <p>ב. להוכיח ולהסביר</p> <p>ג. $\vec{OP}_1 = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$</p> <p>ד. $\vec{OP}_2 = -\frac{1}{3}\underline{u} - \frac{1}{3}\underline{v} - \frac{1}{3}\underline{w}$</p> <p>ה. $\ell = t(1, 1, 1)$</p> <p>ו. $x + y + z - a = 0$</p> <p>ז. $a = 7$</p> |
| 3. | <p>א. $\alpha = 240^\circ$</p> <p>ב. $R = 3$</p> <p>ג. להראות</p> <p>ד. (1) $k = \frac{3\sqrt{3}}{2}i$</p> <p>(2) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$</p> |
| 4. | <p>א. (1) $x \neq 0$</p> <p>ב. (2) מינימום: $x = 0$</p> <p>ג. מקסימום: $x = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \approx 0.87$</p> <p>ד. $a = 1$</p> <p>ה. </p> <p>ו. כל x</p> <p>ז. (1) 2 נקודות</p> <p>ח. $g(x) = \frac{e - e^{1-x^3}}{3}$</p> |



הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, שאלון 035582, גרסה ב', קיץ תשפ"ב, מועד ב'

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|--|---|
| <p> $x > 0$ $x = 0$ $a > 1$ </p> | 5. א. ב. (1) (2) (3) (4) |
| <p> $g(x) = 3 \ln(1 + x^2)$ זוגית $t = 0$ </p> | ג. (1) (2) ד. |

מדינת ישראל
משרד החינוךסוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!!!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לכגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד, יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אך על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפינוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה - $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(-10, 6)$ ו- $B(0, -4)$.
 - א. מצאו את משוואת המוקם הגאומטרי של מרכזי המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם. מעגל M הוא אחד מן המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם. נקודות החיתוך של המעגל M עם ציר ה- x הן מוקדים של אליפסה שמשוואתה קנונית.
 - ב. מצאו את שיעורי מרכז המעגל M ואת הרדיוס שלו.
 - ג. נתון כי אורך הציר הראשי של האליפסה שווה לאורך קוטר המעגל M . מהי משוואת האליפסה?
- נסמן ב- F את המוקד הימני של האליפסה. ישר המאונך לציר ה- x עובר במוקד השמאלי של האליפסה. הישר חותך את האליפסה בנקודות Q ו- T , ואת המעגל M בנקודות K ו- L .
- ד. מצאו את היחס בין שטח המשולש KLF לבין שטח המשולש TQF .

- 3 -

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מועד ב, מס' 035582 + נספח !!!

2. נתונה פירמידה OABC שבסיסה משולש ABC.

$$\text{נסמן: } \vec{OA} = \underline{u}, \vec{OB} = \underline{v}, \vec{OC} = \underline{w}.$$

$$\text{נתון: } |\underline{w}| = |\underline{v}| = |\underline{u}|, \angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ.$$

הנקודה H מקיימת $\vec{OH} = t\underline{u} + s\underline{v} + k\underline{w}$. ר' k הם פרמטרים.

נתון כי \vec{OH} מאונך לבסיס ABC של הפירמידה.

א. הוכיחו כי $t = s = k$.

הנקודה M נמצאת בבסיס ABC של הפירמידה, והיא נקודת המפגש של תיכוני הבסיס.

ב. הוכיחו כי $\vec{OM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$, והסבירו מדוע OM הוא גובה לבסיס ABC של הפירמידה.

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ שעליו מונח הגובה לבסיס ABC.

ג. הביעו באמצעות $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$, את הווקטור \vec{OP} שבעבורו נפח הפירמידה PABC כפול מנפח הפירמידה OABC (שתי אפשרויות).

ממקמים את הפירמידה OABC במערכת צירים. הנקודה O נמצאת בראשית הצירים, הנקודה A נמצאת על החלק החיובי של ציר ה-x, הנקודה B על החלק החיובי של ציר ה-y, והנקודה C על החלק החיובי של ציר ה-z.

$$\text{נתון: } |\underline{u}| = a.$$

ד. מצאו את ההצגה הפרמטרית של הישר ℓ שעליו נמצא הקטע OP.

ה. הביעו באמצעות a את משוואת המישור ABC.

ו. נתון כי נפח הפירמידה OABC הוא $85\frac{1}{3}$. חשבו את a.

/המשך בעמוד 4/

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מועד ב, מס' 035582 + נספח !!!

- 4 -

3. המספר $z = R(\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$ נמצא במישור גאוס ברביע השלישי.

נתון: $\frac{z}{z} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

א. מצאו את α .

נתון: $|2iz| + \left|\frac{z}{i}\right| + \left|\frac{z}{z}\right| = 10$

ב. מצאו את R .

ג. נתונה המשוואה: $w^9 = \frac{z^3}{27}$ (z הוא המספר שמצאתם).

הראו כי המספר $\frac{z}{z}$ הוא אחד הפתרונות של המשוואה.

ד. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. קודקודי הבסיס B ו- C מתאימים למספרים: $\frac{z}{z}$ ו- $\frac{\bar{z}}{z}$.

קודקוד הראש A מתאים למספר $z + k$, k הוא מספר מדומה טהור.

(1) מהו הערך של k ?

(2) חשבו את שטח המרובע $ABOC$ (הנקודה O היא ראשית הצירים).

/המשך בעמוד 5/

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 e^a - x^3$ המוגדרת לכל x , a הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את התחום שבו הפונקצייה $f(x)$ חיובית.

(2) מצאו את שיעורי הי- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

נתון כי השטח הכלוא בין הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ לבין ציר הי- x הוא $\frac{3}{\sqrt[3]{4e}}$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 1$, וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

הפונקצייה $f(x)$ היא נגזרת של הפונקצייה $g(x)$ ($g'(x) = f(x)$).

ד. (1) מהו תחום העלייה של הפונקצייה $g(x)$? נמקו.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $g(x)$? נמקו.

נסמן ב- B את נקודת הפיתול שבה הערך של הפונקצייה $g(x)$ הוא הגבוה מבין כל נקודות הפיתול שלה.

נתון כי שיעור הי- y של הנקודה B הוא $\frac{e - \sqrt[3]{e}}{3}$.

ה. מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מועד ב, מס' 035582 + נספת !!!

- 6 -

5. נתונה פונקצייה $f(x)$ המקיימת את התכונות האלה: הפונקצייה מוגדרת לכל x ורציפה, הפונקצייה היא איזוגית, הישר $y = 0$ הוא אסימפטוטה של הפונקצייה, ולפונקצייה יש נקודת מינימום יחידה ששיעוריה הם $(-1, -a)$, a הוא פרמטר חיובי.

א. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = \ln(f(x))$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $h(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצאו את טווח הערכים של a שבעבורו גרף הפונקצייה $h(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $h(x)$, אם ידוע שהגרף שלה חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

נתון: $f(x) = \frac{8x}{1+x^2}$.

$g(x)$ היא פונקצייה המקיימת: $g'(x) = f(x)$ וגם: $g(0) = 0$.

ג. (1) מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

(2) האם הפונקצייה $g(x)$ היא זוגית, איזוגית או לא זוגית ולא איזוגית? נמקד.

לפניכם האינטגרל $\int_{-5}^t g(x) dx$, $t > -5$.

ד. מהו הערך של t שבעבורו מתקיים $\int_{-5}^t g(x) dx = 2 \cdot \int_{-5}^1 g(x) dx$? נמקד.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך



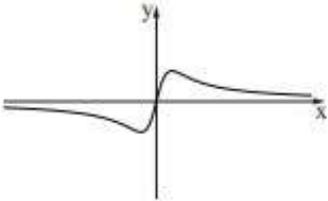
פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035562, גרסה ג, קיץ תשפ"ב, מועד ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|------------|--|
| 1. | <p>א. $x - y + 6 = 0$</p> <p>ב. $M(0, 6)$</p> <p>ג. $R = 10$</p> <p>ד. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$</p> <p>ה. $\frac{5}{3}$</p> | 4. | <p>א. $x \neq 0$</p> <p>ב. מינימום: $x = 0$</p> <p>ג. מקסימום: $x = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \approx 0.87$</p> <p>ד. $a = 1$</p> <p>ה. כל x</p> <p>ו. 2 נקודות</p> <p>ז. $g(x) = \frac{e - e^{1-x^3}}{3}$</p> |
| 2. | <p>א. להוכיח</p> <p>ב. להוכיח ולהסביר</p> <p>ג. $\vec{OP}_1 = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$</p> <p>ד. $\vec{OP}_2 = -\frac{1}{3}\vec{u} - \frac{1}{3}\vec{v} - \frac{1}{3}\vec{w}$</p> <p>ה. $\ell = t(1, 1, 1)$</p> <p>ו. $x + y + z - a = 0$</p> <p>ז. $a = 8$</p> | ד. (1) | א. $\alpha = 240^\circ$ |
| 3. | <p>א. $\alpha = 240^\circ$</p> <p>ב. $R = 3$</p> <p>ג. להראות</p> <p>ד. (1) $k = \frac{3\sqrt{3}}{2} - i$</p> <p>ה. (2) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$</p> | ה. | ב. $R = 3$ |



הצעה למתרון בחינות בגרות מתמטיקה, שאלון 035582, נדפסה ב-10.07.2022, מועד ב'

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 5. | |
| א. |  <p> $x > 0$ $x = 0$ $a > 1$ </p> |
| ב. (1) | |
| (2) | |
| (3) | |
| (4) | |
| ג. (1) |  <p> $g(x) = 4\ln(1+x^2)$ זוגית $t = 0$ </p> |
| ד. | |

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $33\frac{1}{3} \times 3 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה - $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה $1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2}$, b הוא פרמטר חיובי.

ידוע כי המוקדים של האליפסה נמצאים על ציר ה- x .

נסמן את נקודות החיתוך של האליפסה עם ציר ה- y ב- D_1 ו- D_2 , את המוקד השמאלי של האליפסה נסמן ב- F_1 , ואת המוקד הימני שלה ב- F_2 .

נתון כי המרובע $F_1 D_1 F_2 D_2$ הוא ריבוע.

א. (1) מצאו את הערך של b .

ב. (2) חשבו את שטח הריבוע $F_1 D_1 F_2 D_2$.

הציבו במשוואת האליפסה $b^2 = 4.5$, וענו על הסעיפים ב- τ .

הנקודה E היא נקודה כלשהי על האליפסה.

מחברים באמצעות קו ישר את המוקד השמאלי F_1 עם הנקודה E

וממשיכים את הקו הישר עד לנקודה M (ראו סרטוט), כך שמתקיים $EM = EF_2$.

ג. הוכיחו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M הוא מעגל, ורשמו את משוואתו.

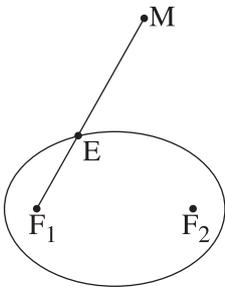
מזיזים את המעגל שמצאתם בסעיף ב ימינה ב- $\frac{3}{\sqrt{2}}$ יחידות, ומתקבל מעגל אחר.

מכפילים ב- $\frac{2}{3}$ את שיעור ה- y של כל אחת מן הנקודות שעל המעגל האחר, ומתקבל עקום חדש.

ג. זהו את צורת העקום החדש, ומצאו את משוואתו.

נתון משולש ששניי מקודקדיו הם נקודות החיתוך של העקום החדש עם ציר ה- x , והקודקוד הנוסף נמצא גם הוא על העקום החדש.

ד. מצאו את השטח הגדול ביותר האפשרי של המשולש. נמקו את תשובתכם.



2. נתונים שני מישורים, π_1 ו- π_2 :

$$\pi_1: (k+2)x + y + (k+1)z + 11 = 0$$

$$\pi_2: (k+1)x + y + z - 5 = 0$$

k הוא פרמטר.

א. הסבירו מדוע בהכרח שני המישורים נחתכים זה עם זה.

ידוע כי ישר החיתוך ℓ_1 בין שני המישורים מקביל לישר $\ell_2: \underline{x} = (1, 2, -1) + m(-1, k, k)$.

ב. (1) מצאו את הערך של k.

(2) מצאו הצגה פרמטרית של הישר ℓ_1 .

(3) מצאו את הזווית בין המישורים π_1 ו- π_2 .

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ_1 ועל מישור [yz].

הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של ציר ה-y עם המישורים π_1 ו- π_2 בהתאמה.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודות A, P, ו-B.

(2) מצאו את שטח המשולש APB.

3. נתונה משוואה I: $w^6 = -27$, w הוא מספר מרוכב.

א. פתרו את משוואה I.

נתונה משוואה II: $\left(z + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6 = -27$, z הוא מספר מרוכב.

ב. (1) היעזרו בפתרונות של משוואה I ורשמו בהצגה אלגברית את הפתרונות של משוואה II.

(2) הסבירו מדוע הנקודות במישור גאוס המייצגות את הפתרונות של משוואה II נמצאות על מעגל,

ומצאו את משוואתו.

(3) הוכיחו כי כל הפתרונות של משוואה II מייצגים קודקודים של משושה משוכלל במישור גאוס.

נתון: שני הפתרונות המדומים ושני הפתרונות הממשיים של משוואה II מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ג. (1) מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את היחס בין שטח המשושה ובין שטח המרובע.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - 5e^x + 4}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

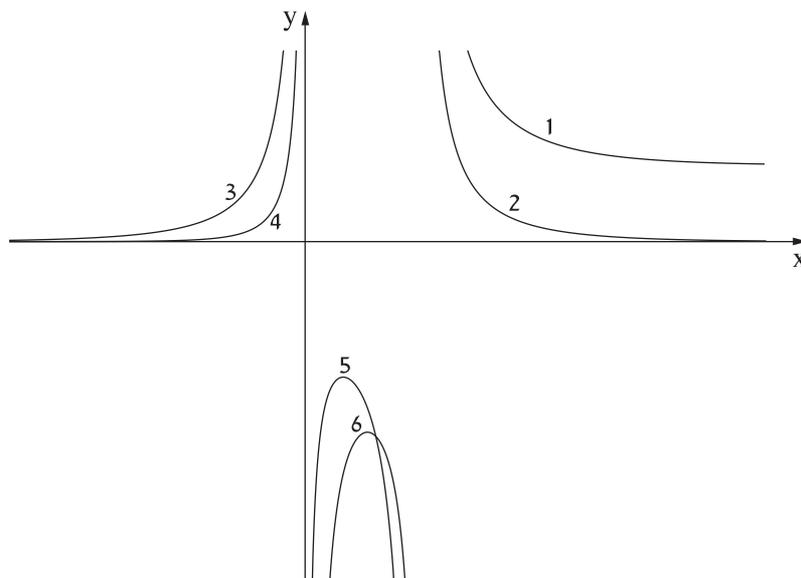
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{5e^x}{e^{2x} - 5e^x + 4}$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך בין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.

לפניכם סרטוט הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. כל אחד מן החלקים של הגרפים מסומן בסרטוט בספרה אחרת.



ג. רשמו לאיזו פונקצייה שייך כל אחד מן החלקים המסומנים בסרטוט. נמקו את תשובתכם.

ד. לפניכם שני ביטויים, I-II. קבעו בנוגע לכל אחד מן הביטויים אם הוא שלילי או חיובי. נמקו ללא חישוב.

I. $\int_{-4}^{-1} (f(x) - g(x)) dx$ II. $\int_{\ln \frac{8}{5}}^{\ln 2} (f(x) - g(x)) dx$

ה. חשבו את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ובין הישרים $x = \ln 9$ ו- $x = \ln 16$.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = 4x(\ln(x^2) - 1)$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (3) הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא אי-זוגית.

- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 (2) האם יש לפונקצייה $f(x)$ נקודות פיתול? נמקו את תשובתכם.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
 (4) בכמה נקודות הגרפים של $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים זה עם זה? נמקו את תשובתכם.
 ד. כתבו דוגמה לפונקצייה קדומה של $g(x)$.

בהצלחה!



תשובות סופיות

בגרות חורף 2023, שאלון 035582, גרסה א', (סמל ישן 035807)

שאלה 1

פתרון: א. $\frac{3}{\sqrt{2}}$ 2. 9 ב. $\left(x + \frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 + y^2 = 36$, הוכחה ג. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$, אליפסה קנונית

ד. 24

שאלה 2

פתרון: א. הסבר ב. 1 ב. $\underline{x} = (0, 21, -16) + t(-1, 1, 1)$ 3. 10.89°

ג. 1. $A(0, -11, 0), B(0, 5, 0), P(0, 21, -16)$ 2. 128

שאלה 3

פתרון: א. $\sqrt{3}\text{cis}30, \sqrt{3}\text{cis}90, \sqrt{3}\text{cis}150, \sqrt{3}\text{cis}210, \sqrt{3}\text{cis}270, \sqrt{3}\text{cis}330$

ב. $\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}-\sqrt{3}i, -\frac{3\sqrt{3}}{2}i, \frac{3}{2}-\sqrt{3}i$ 2. $x^2 + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$, הסבר 3. הוכחה

ג. 1. דלתון 2. $\frac{3}{2}$

שאלה 4

פתרון: א. $x \neq 0, x \neq \ln 4$ 2. $x = 0, x = \ln 4, y = 0, y = 2$ 3. עלייה: $x > 0$ או

$0 < x < \ln 1.6$, ירידה: $x > \ln 4$ או $\ln 1.6 < x < \ln 4$ ב. $\left(\ln 2.5, -\frac{50}{9}\right)$ ג. $f(x) : 1, 4, 5$,

ד. I: שלילי, II: חיובי ה. 1.504





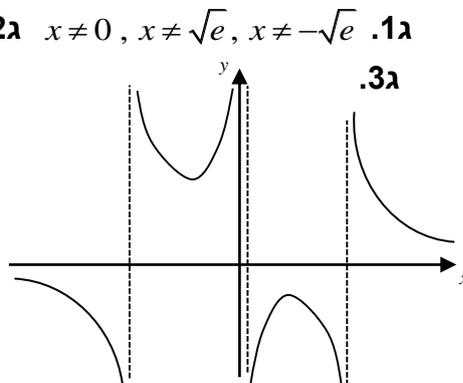
שאלה 5

פתרון: א 1. $x \neq 0$. א 2. $(\sqrt{e}, 0), (-\sqrt{e}, 0)$. א 3. הוכחה. א 1. $\left(\frac{1}{\sqrt{e}}, -\frac{8}{\sqrt{e}}\right) \min, \left(-\frac{1}{\sqrt{e}}, \frac{8}{\sqrt{e}}\right) \max$.

א 1. $x \neq 0, x \neq \sqrt{e}, x \neq -\sqrt{e}$. א 2. $x = -\sqrt{e}, y = 0$. א 3. לא. א 2. לא. א 3. $x = \sqrt{e}$.

א 4. 6 נקודות

א. $g(x) = \frac{1}{8} \ln |\ln(x^2) - 1| + c$



פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

Melumad

בקובץ זה מופיעות שלושת הגרסאות לשאלון 582, חורף 2023

- 1- שאלון 582, גרסה א', חורף 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 2- שאלון 582, גרסה ב', חורף 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 3- שאלון 582, גרסה ג', חורף 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.

שאלון 582, **גרסה א'**, חורף 2023

| | | |
|----------------------------|--|--|
| מדינת ישראל משרד החינוך | סוג הבחינה: מועד הבחינה: מספר השאלון: נספח: | בגרות חודף תשפ"ג, 2023 582 דמי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד |
|----------------------------|--|--|

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. **מטרה בסיסית** – יעילים ורשמי.
- ב. **מבנה השאלון והמבחן הבסיסי** – בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות. פרק ראשון – באמצעות אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים, פרק שני – בדילת דרזינסקי, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות. יש לענות על **שלוש** שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה **א** ו**ב** וכל פרק – $3 \cdot 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. **חומר עוד מותר באמצעות** –
 - 1) מחשבון לא גרפי, אך להשתמש באמצעות התכנות במחשבון יישו בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באמצעות התכנות במחשבון עלול לגרום לספילת הבחינה.
 - 2) דמי נוסחאות (אפשריים).
- ד. **הנחיות מוסברות** –
 - 1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - 2) יש להתחיל כל שאלה במקום הרשוי. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, אך כאשר חיישונים מתבצעים בנפרד מחשבון.
 - יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, במידת הצורך ובפרט בהצגת המסודרות. חוסר מידת עלול לגרום למניחה בניין או לספילת הבחינה.

יש לנתח **מספרות הבחינה בלבד**. יש לרשום "ייעוץ" בראש כל עמוד המטבח טיפוח. מניחה חישוב בדומים נאמנם במחברת הבחינה עלולה לגרום לספילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אך על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

מתמטיקה, חורף תשפ"ג, מס' 025582 + נקודות

- 2 -

שאלון 582 גרסה א'

השאלות

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 1. א. (1) | $b = \frac{3}{\sqrt{2}} = \sqrt{4.5}$ |
| ב. (2) | 9 |
| ג. | יש להוכיח שהקווקס האומטרי הוא מעגל $(x + \sqrt{4.5})^2 + y^2 = 36$ |
| ד. | אליפסה $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ |
| ה. | 24 |

שימו לב: יש להסביר את כל המעולות, כולל חישובים, במירוט ובצורה ברורה.

חוסר מירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

עגו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה - $\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש החשובות הראשונות שבמכתבתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב,

מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. הוא פרמטר חיובי.

ידוע כי המוקדים של האליפסה נמצאים על ציר ה' x '.

נסמן את נקודות החיתוך של האליפסה עם ציר ה' y ' ב' D₁ ' ו' D₂ ', את המוקד השמאלי של האליפסה נסמן ב' F₁ '.

ואת המוקד הימני שלה ב' F₂ '.

נתון כי המרובע F₁D₁F₂D₂ הוא ריבוע.

א. (1) מצאו את הערך של b.

(2) חשבו את שטח הריבוע F₁D₁F₂D₂.

הציבו במשוואת האליפסה $b^2 = 4.5$, תענו על השאלות ב-ה.

הנקודה E היא נקודה כלשהי על האליפסה.

מחברים באמצעות קו ישר את המוקד השמאלי F₁ עם הנקודה E.

וממשלימים את הקו הישר עד לנקודה M (ראו סרטוט), כך שמתקיים EM = EF₂.

ב. הוכיחו כי המוקס האומטרי של כל הנקודות M הוא מעגל, וחשבו את משוואתו.

מחיים את המעגל שמצאתם בסעיף ב' ימנה ב' $\frac{3}{\sqrt{2}}$ יחידות, ומתקבל מעגל אחר.

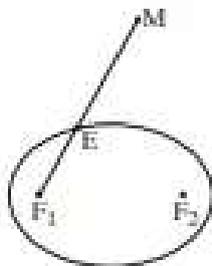
מכפילים ב' $\frac{3}{2}$ את שיעור ה' y ' של כל אחת מן הנקודות שעל המעגל האחר, ומתקבל יקום חדש.

ג. חזו את צורת היקום החדש, ומצאו את משוואתו.

נתון משולש שצמחים מוקדוקדווי הם נקודות החיתוך של היקום החדש עם ציר ה' x ', והקודקוד הנוסף נמצא גם הוא

על היקום החדש.

ד. מצאו את השטח הכולל ביותר האפשרי של המשולש. נסקו את תשובתכם.



שאלון 582 גרסה א'

2. נתונים שני מישורים, π_1 ו- π_2 :

$$\pi_1: (k+2)x + y + (k+1)z + 11 = 0$$

$$\pi_2: (k+1)x + y + z - 5 = 0$$

k הוא פרמטר.

א. הסבירו מדוע בהכרח שני המישורים נחתכים זה עם זה.

ידוע כי ישר החיתוך ℓ_1 בין שני המישורים מקביל לישר $\ell_2: \underline{x} = (1, 2, -1) + m(-1, k, k)$.

ב. (1) מצאו את הערך של k.

(2) מצאו הצגה פרמטרית של הישר ℓ_1 .

(3) מצאו את הזווית בין המישורים π_1 ו- π_2 .

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ_1 ועל מישור $[yz]$.

הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של ציר ה-y עם המישורים π_1 ו- π_2 בהתאמה.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודות A, P ו-B.

(2) מצאו את שטח המשולש APB.

3. נתונה משוואה I: $w^6 = -27$, w הוא מספר מרוכב.

א. כתרו את משוואה I.

נתונה משוואה II: $\left(z + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6 = -27$, z הוא מספר מרוכב.

ג. (1) היעזרו בפתרונות של משוואה I ורשמו בהצגה אלגברית את הפתרונות של משוואה II.

(2) הסבירו מדוע הנקודות במישור נאום המימצגות את הפתרונות של משוואה II נמצאות על מעגל.

ומצאו את משוואתו.

(3) הוכיחו כי כל הפתרונות של משוואה II מייצגים קודקודים של משושה משוכלל במישור נאום.

נתון: שני הפתרונות המדומים ושני הפתרונות הממשיים של משוואה II מייצגים קודקודים של מרובע במישור נאום.

ג. (1) מהו סוג המרובע שחתקבל? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את היחס בין שטח המשושה ובין שטח המרובע.

| | | |
|----|--------|---|
| 2. | א. | יש להסביר |
| | ב. (1) | $k = 1$ |
| | (2) | לדוגמה: $(0, 21, -16) + t(-1, 1, 1)$ |
| | (3) | 10.89° |
| | ג. (1) | $p(0, 21, -16)$ $A(0, -11, 0), B(0, 5, 0)$ |
| | (2) | 128 |

| | |
|------------|---------------|
| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
| 3. | א. |
| | ב. (1) |
| | (2) |
| | (3) |
| | ג. (1) |
| | (2) |

$$w_1 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(30^\circ)$$

$$w_2 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(90^\circ)$$

$$w_3 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(150^\circ)$$

$$w_4 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(210^\circ)$$

$$w_5 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(270^\circ)$$

$$w_6 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(330^\circ)$$

$$z_1 = \frac{3}{2}, z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$z_3 = -\frac{3}{2}, z_4 = -\frac{3}{2} - \sqrt{3}i$$

$$z_5 = -\frac{3\sqrt{3}}{2}i, z_6 = \frac{3}{2} - \sqrt{3}i$$

$$x^2 + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$$

$$\frac{3}{2}$$

שאלון 582 גרסה א'

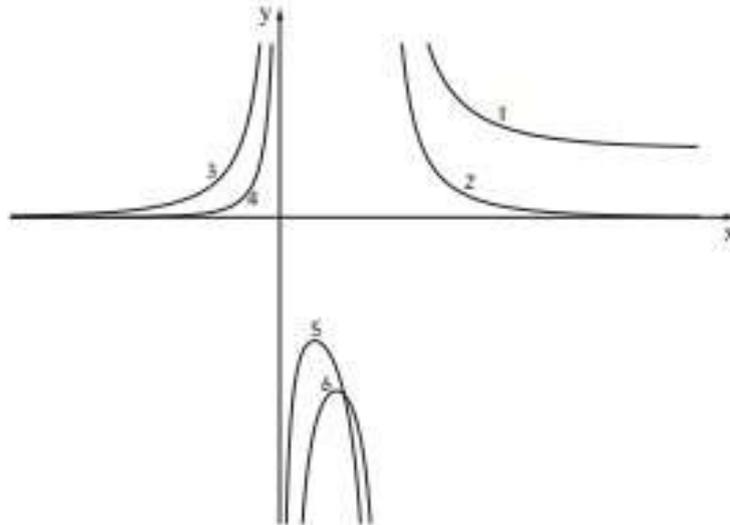
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - 5e^x + 4}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$. (1)
 מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים. (2)
 מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$. (3)
- ב. נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{5e^x}{e^{2x} - 5e^x + 4}$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.
 מצאו את שיעורי נקודת החיתוך בין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.

לפניכם סרטוט הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. כל אחד מן החלקים של הגרפים מסומן בסרטוט בספרה אחרת.

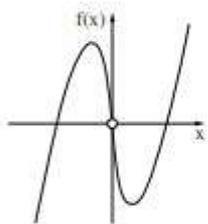
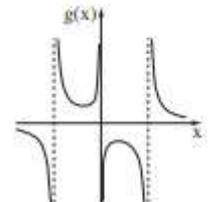
| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| א. (1) | $x \neq 0, x \neq \ln 4$ |
| (2) | $x = 0, x = \ln 4, y = 0, y = 2$ $x \rightarrow -\infty, x \rightarrow \infty$ |
| (3) | תחומי עלייה: $x < 0, 0 < x < \ln \frac{8}{5}$ תחומי ירידה: $\ln \frac{8}{5} < x < \ln 4, \ln 4 < x$ |
| ב. | $(\ln \frac{5}{2}, -\frac{50}{9})$ |
| ג. | הפונקצייה $f(x)$: חלקים 1, 4, 5 הפונקצייה $g(x)$: חלקים 2, 3, 6 |
| ד. | ביטוי I: שלילי ביטוי II: חיובי |
| ה. | $\ln(4.5) \approx 1.5$ |



- ג. רשמו לאיזו פונקצייה שייך כל אחד מן החלקים המסומנים בסרטוט. נמקו את תשובתכם.
 ד. לפניכם שני ביטויים, I-II. קבעו בנוגע לכל אחד מן הביטויים אם הוא שלילי או חיובי. נמקו ללא חישוב.

I. $\int_{-4}^{-1} (f(x) - g(x)) dx$ II. $\int_{\ln \frac{8}{5}}^{\ln 2} (f(x) - g(x)) dx$

ה. חשבו את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ובין הישרים $x = \ln 9$ ו- $x = \ln 16$.

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|---|--|
| $x \neq 0$ $(-\sqrt{e}, 0), (\sqrt{e}, 0)$ יש לזנויח מקסימום: $(-\frac{1}{\sqrt{e}}, \frac{8}{\sqrt{e}})$ מינימום: $(\frac{1}{\sqrt{e}}, -\frac{8}{\sqrt{e}})$ אין נקודת פיתול | 5. א. (1) (2) (3) ב. (1) (2) (3) |
|  | |
| $x \neq -\sqrt{e}, x \neq 0, x \neq \sqrt{e}$ $x = -\sqrt{e}, x = 0, x = \sqrt{e}$ $y = 0$ | ג. (1) (2) (3) |
|  | |
| 6 נקודות | (4) |
| לדוגמה: $G(x) = \frac{\ln \ln(x^2) - 1 }{8}$ | ד. (1) |

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = 4x(\ln(x^2) - 1)$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (3) הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא איזוגית.

- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 (2) האם יש לפונקצייה $f(x)$ נקודות פיתול? נמקו את תשובתכם.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
 (4) בכמה נקודות הגרפים של $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים זה עם זה? נמקו את תשובתכם.

ד. כתבו דוגמה לפונקצייה קדומה של $g(x)$.

שאלון 582, **גרסה ב'**, חורף 2023

מדינת ישראל
משרד החינוך

שם הבחינה: _____
מספר הבחינה: _____
מספר השאלון: 635482
דפי מילוחות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. **מגב בהתחלה** – שיתיים ודכו.

ב. **פניה השאלה** **המפתח להערכה** – בשאלון זה שני פרקים, והם חמש שאלות.
פרק ראשון – באמצעותיה אוליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גזירה דיפרנציאלית, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות.
יש לענות על **שלוש** שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה **עמה** מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. **הוצא את תשובתך באמצעותי**

- 1) מוצגות לא גורמי, אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות הכנות, שימוש במחשבון גורמי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- 2) דפי מילוחות (אפשריים).

ד. **מבואת מפתחכם**

- 1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- 2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד הרשוי. יש להשלים בסתברות את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, במידות ובצורה ברורה ומסודרת.
תשובת פירוט עלול לגרום לפגיעה בביון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במעטפת **המפתח בלבד**, יש לרשום "מילוח" בראש כל עמוד המעטפת כחובה.
כתובת מילוח בדפים שאינם במפתחות הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אך על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

המנכ"ל מנכ"ל דר' /

06

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| 1. א. (1) | $b = \frac{5}{\sqrt{2}} = \sqrt{12.5}$ |
| ב. (2) | 25 |
| ג. (3) | יש להוכיח שהמקום הגאומטרי הוא מעגל. $(x + \sqrt{12.5})^2 + y^2 = 100$ |
| ד. (4) | אליפסה $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{16} = 1$ 40 |

שאלון 582 גרסה ב'

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, כפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום למניעה בציון או לפסילת הבחינה.

עו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל מרק (לכל שאלה – 3.3 נקודות). שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה $1 = \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{b^2}$, b הוא מרוכב חיובי, ידוע כי המוקדים של האליפסה נמצאים על ציר ה- x .

נסמן את נקודות החיתוך של האליפסה עם ציר ה- y ב- D_1 ו- D_2 , את המוקד השמאלי של האליפסה נסמן ב- F_1 , ואת המוקד הימני שלה ב- F_2 .

נתון כי המרובע $F_1 D_1 F_2 D_2$ הוא ריבוע.

א. (1) מצאו את הערך של b .

ב. (2) חשבו את שטח הריבוע $F_1 D_1 F_2 D_2$.

הציבו במשוואת האליפסה $b^2 = 12.5$, ונעזרו על הסעיפים ב-ד.

נקודה E היא נקודה כלשהי על האליפסה.

מחברים באמצעות קו ישר את המוקד השמאלי F_1 עם הנקודה E

וממשיכים את הקו הישר עד לנקודה M (ראו מרטוט), כך שמתקיים $EM = EF_2$.

ג. הוכיחו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M הוא מעגל, ורטטו את משוואתו.

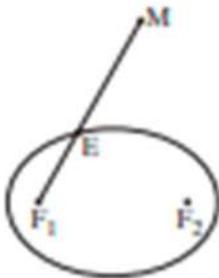
סוויז את המעגל שמצאתם בסעיף ב ימינה ב- $\frac{5}{\sqrt{2}}$ יחידות, ומתקבל מעגל אחר.

מכילים ב- $\frac{2}{3}$ את סינור ה- y של כל אחת מן הנקודות שעל המעגל האחר, ומתקבל עקום חדש.

ג. זהו את צורת העקום החדש, ומצאו את משוואתו.

נתון משולש ששני מוקדקדיו הם נקודות החיתוך של העקום החדש עם ציר ה- x , והוקדקוד הנוסף נמצא גם הוא על העקום החדש.

ד. מצאו את השטח הגדול ביותר האפשרי של המשולש. נמוך את תשובתכם.



מתמטיקה, חורף תשפ"ג, מ"ח, 015582 + ניסוח

- 3 -

שאלון 582 גרסה ב'

| | |
|---|--------|
| יש להסביר | א. |
| $k = 1$ | ב. (1) |
| לדוגמה: $(0, 24, -18) + t(-1, 1, 1)$ | (2) |
| 10.89° | (3) |
| $p(0, 24, -18)$ $A(0, -12, 0), B(0, 6, 0)$ | ג. (1) |
| 162 | (2) |

2. נתונים שני מישורים, π_1 ו- π_2 :

$$\pi_1: (k+2)x + y + (k+1)z + 12 = 0$$

$$\pi_2: (k+1)x + y + z - 6 = 0$$

k הוא פרמטר.

א. הסבירו מדוע בהנחה שני המישורים נחתכים זה עם זה,

ידוע כי ישר החיתוך ℓ_1 בין שני המישורים מקביל לישר $\ell_2: \underline{x} = (1, 2, -1) + m(-1, k, k)$.

ב. (1) מצאו את הערך של k.

(2) מצאו הצגה פרמטרית של הישר ℓ_1 .

(3) מצאו את הזווית בין המישורים π_1 ו- π_2 .

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ_1 ועל מישור $[yz]$.

הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של ציר ה-y עם המישורים π_1 ו- π_2 בהתאמה.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודות A, P ו-B.

(2) מצאו את שטח המשולש APB.

| | |
|------------|--|
| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
| 3. | א. |
| | $w_1 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(30^\circ)$ $w_2 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(90^\circ)$ $w_3 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(150^\circ)$ $w_4 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(210^\circ)$ $w_5 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(270^\circ)$ $w_6 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(330^\circ)$ |
| ב. (1) | $z_1 = \frac{3}{2}, z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}i$ |
| | $z_3 = -\frac{3}{2}, z_4 = -\frac{3}{2} - \sqrt{3}i$ |
| | $z_5 = -\frac{3\sqrt{3}}{2}i, z_6 = \frac{3}{2} - \sqrt{3}i$ |
| (2) | יש להסביר $x^2 + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$ |
| (3) | יש להוכיח |
| ג. (1) | דלתון |
| | יש לנמק |
| (2) | $\frac{3}{2}$ |

3. נתונה משוואה I: $w^6 = -27$, w הוא מספר מרוכב.

א. פתרו את משוואה I.

נתונה משוואה II: $\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6 = -27$, x הוא מספר מרוכב.

ב. (1) היעזרו בפתרונות של משוואה I ורשמו בהצגה אלגברית את הפתרונות של משוואה II.

(2) הסבירו מדוע הנקודות במישור גאומטרי המייצגות את הפתרונות של משוואה II נמצאות על מעגל.

ומצאו את משוואתו.

(3) הוכיחו כי כל הפתרונות של משוואה II מייצגים קודקודים של משושה משוכלל במישור גאומטרי.

נתון: שני הפתרונות המדומים ושני הפתרונות הממשיים של משוואה II מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאומטרי.

ג. (1) מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את היחס בין שטח המשושה ובין שטח המרובע.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - 4e^x + 3}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, המאונכות לעצירים.

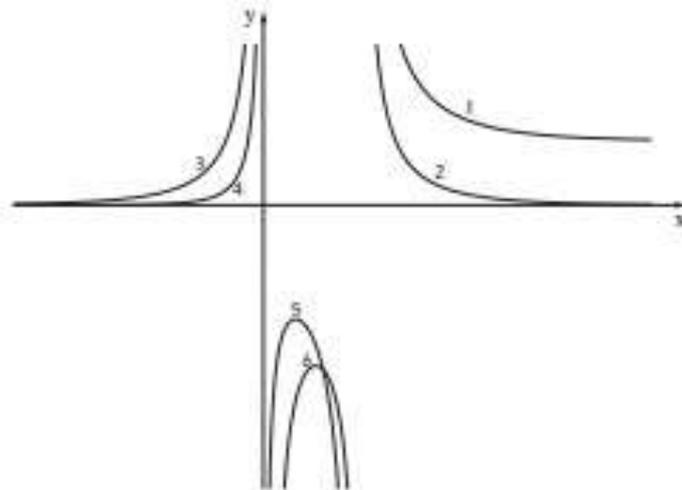
(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{4e^x}{e^{2x} - 4e^x + 3}$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך בין גרף הפונקציה $f(x)$ ובין גרף הפונקציה $g(x)$.

לפניכם סרטוט הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. כל אחד מן החלקים של הגרפים מסומן בסרטוט בספרה אחת.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| 4. | |
| א. (1) | $x \neq 0, x \neq \ln 3$ |
| (2) | $x = 0, x = \ln 3, y = 0, y = 2$ $x \rightarrow -\infty, x \rightarrow \infty$ |
| (3) | תחומי עלייה: $x < 0, 0 < x < \ln \frac{3}{2}$ תחומי ירידה: $\ln \frac{3}{2} < x < \ln 3, \ln 3 < x$ |
| ב. | $(\ln 2, -8)$ |
| ג. | הפונקציה $f(x)$: חלקים 1, 4, 5 הפונקציה $g(x)$: חלקים 2, 3, 6 |
| ד. | ביטוי I: שלילי ביטוי II: חיובי |
| ה. | $\ln(2.5) \approx 0.916$ |



ג. רשמו לאיזו פונקציה שייך כל אחד מן החלקים המסומנים בסרטוט. נמקו את תשובתכם.

ד. לפניכם שני ביטויים, I-II. קבעו בטווח לכל אחד מן הביטויים אם הוא שלילי או חיובי. נמקו ללא חישוב.

I. $\int_{-3}^{-1} (f(x) - g(x)) dx$ II. $\int_{\ln \frac{3}{2}}^{\ln \frac{9}{2}} (f(x) - g(x)) dx$

ה. חשבו את נדל השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ובין הישרים $x = \ln 3$ ו- $x = \ln 9$.

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|--|-----------------------------|
| $x \neq 0$ $(-\sqrt{e}, 0), (\sqrt{e}, 0)$ יש להוכיח מקסימום: $(-\frac{1}{\sqrt{e}}, \frac{10}{\sqrt{e}})$ מינימום: $(\frac{1}{\sqrt{e}}, -\frac{10}{\sqrt{e}})$ אין נקודות פיתול | 5. |
| | א. (1) (2) (3) |
| $x \neq -\sqrt{e}, x \neq 0, x \neq \sqrt{e}$ $x = -\sqrt{e}, x = 0, x = \sqrt{e}$ $y = 0$ | ב. (1) (2) (3) |
| | ג. (1) (2) (3) (4) |
| 6 נקודות | ד. (4) |
| לדוגמה: $G(x) = \frac{\ln \ln(x^2) - 1 }{10}$ | ד. (4) |

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = 5x(\ln(x^2) - 1)$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (3) הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא אי-זוגית.
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 (2) האם יש לפונקצייה $f(x)$ נקודות פיתול? נמקו את תשובתכם.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
 (4) בכמה נקודות הגרפים של $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים זה עם זה? נמקו את תשובתכם.
- ד. כתבו דוגמה לפונקצייה קדומה של $g(x)$.

שאלון 582, גרסה ג', חורף 2023

מדינת ישראל
משרד החינוך

קטן הבחינה: מספר הבחינה: מספר השאלון: נוסחה:
 בערות: חורף תשפ"ג, 2023
 035582
 דמי מפתאות ל"ג יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות:

- א. משוב בתחום: ישתיים ודכי.
- ב. מבנה השאלון והפתח ההדרכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות. פרק האשון – באמצעות אגליטות, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ופרק שני – נדולה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות. יש לענות על **שלוש** שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה **אחת** מכל פרק – $3 = 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. תזכיר ערך מודד במסגרת:
 - (1) מרחשמן לא גרפו, איך להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דמי גימלאות (מגדלים).
- ד. הנאמט במחשבון:
 - (1) איך להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, \square כאשר הדימוכים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל השאלות, סולל חישובים, בדיקות ובצורה ברורה ומסודרת. חיסור פירוש עלול לגרום לפסילה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לתקן **מטעמים במחשבון בלבד**. יש לרשום "חיסור" בראש כל עמוד המעטם נעילת. מתיבת חיסור בודים נאמט במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אך על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

מחשבונית: חודר העש"ג, מס' 035582 - נספח

- 2 -

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| 1. א. (1) | $b = 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ |
| (2) | 36 |
| ב. | יש לחיוב שהמקום האמטרי הוא מעגל $(x + \sqrt{18})^2 + y^2 = 144$ |
| ג. | אליפסה $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{64} = 1$ |
| ד. | 96 |

שאלון 582 גרסה ב'

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, נפיקודים ונצודות בודות.

חומר פירוט עלול לערום למניעה בניזון או למסילת הבחית.

עט על ענינו מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת ממך מכל פרק ולכל שאלה - $\frac{5}{7}$ נקודות.

שימו לב: אם תאנו על יותר משלוש שאלות, ייבדק רק שלוש התשובות הראשונות שבמבחן.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב,

מספרים מרוכבים

1. נתנה אליפסה שמשוואתה $1 = \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{b^2}$, הוא פרמטר העניב.

ידוע כי המוקדים של האליפסה נמצאים על ציר ה- x .

לסמן את נקודות החיתוך של האליפסה עם ציר ה- y ב- D_1 ו- D_2 , את המוקד השמאלי של האליפסה וסמן ב- F_1 .

ואת המוקד הימני שלה ב- F_2 .

סמן כי המרובע $F_1 D_1 F_2 D_2$ הוא ריבוע.

א. (1) מצא את הערך של b .

(2) חשבו את שטח הריבוע $F_1 D_1 F_2 D_2$.

הצינו במשוואת האליפסה $b^2 = 18$, וננו על הסעיפים ב-ד.

הנקודה E היא נקודה כלשהי על האליפסה,

מתברים באמצעות כי ישו את המוקד השמאלי F_1 עם הנקודה E

ומסמנים את הקו הישר עד לנקודה M (ראו סרטוט), כך שמתקיים $EM = EF_2$.

ב. הוכיחו כי המקום האמטרי של כל הנקודות M הוא מעגל ורשמו את משוואתו.

מוזים את המעגל שמשוואתם בסעיף ב ימנה ב- $3\sqrt{2}$ יחידות, ומתקבל מעגל אחר.

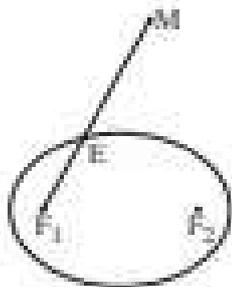
סמילים ב- $\frac{1}{3}$ את שיעור ה- y של כל אחת מן הנקודות שעל המעגל האחר, ומתקבל עקום חדש.

ג. ורו את צורת העקום החדש, ומצא את משוואתו.

נתון משוואת שניים סקווקודיז הם נקודות החיתוך של העקום החדש עם ציר ה- x , והקודקוד העליון של המעגל

על העקום החדש.

ד. מצאו את השטח הנדול ביחדו האמטרי של המעגל. נסו את תשובתכם.



שאלון 582 גרסה ג'

2. נתונים שני מישורים, π_1 ו- π_2 :

$$\pi_1 : (k+2)x + y + (k+1)z + 10 = 0$$

$$\pi_2 : (k+1)x + y + z - 4 = 0$$

k הוא פרמטר.

א. הסבירו מדוע בהכרח שני המישורים נחתכים זה עם זה.

ידוע כי ישר החיתוך ℓ_1 בין שני המישורים מקביל לישר $\ell_2 : \underline{x} = (1, 2, -1) + m(-1, k, k)$.

ב. (1) מצאו את הערך של k.

(2) מצאו הצגה פרמטרית של הישר ℓ_1 .

(3) מצאו את הזווית בין המישורים π_1 ו- π_2 .

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ_1 ועל מישור $[yz]$.

הנקודות A, B הן נקודות החיתוך של ציר ה-y עם המישורים π_1 ו- π_2 בהתאמה.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודות A, P, B.

(2) מצאו את שטח המשולש APB.

3. נתונה משוואה I: $w^6 = -27$, w הוא מספר מרוכב.

א. כתרו את משוואה I.

נתונה משוואה II: $\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6 = -27$, x הוא מספר מרוכב.

ג. (1) היעזרו בפתרונות של משוואה I, ורשמו בהצגה אלגברית את הפתרונות של משוואה II.

(2) הסבירו מדוע הנקודות במישור נאוס המייצגות את הפתרונות של משוואה II נמצאות על מעגל,

ומצאו את משוואתו.

(3) הוכיחו כי כל הפתרונות של משוואה II מייצגים קודקודים של משושה משוכלל במישור נאוס.

נתון: שני הפתרונות המדומים ושני הפתרונות הממשיים של משוואה III מייצגים קודקודים של מרובע במישור נאוס.

ג. (1) מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את היחס בין שטח המשושה ובין שטח המרובע.

| | |
|---|--------|
| יש להסביר | א. |
| $k = 1$ | ב. (1) |
| לדוגמה: $(0, 18, -14) + t(-1, 1, 1)$ | (2) |
| 10.89° | (3) |
| $p(0, 18, -14)$ $A(0, -10, 0), B(0, 4, 0)$ | ג. (1) |
| 98 | (2) |

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| א. | $w_1 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(30^\circ)$ $w_2 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(90^\circ)$ $w_3 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(150^\circ)$ $w_4 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(210^\circ)$ $w_5 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(270^\circ)$ $w_6 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(330^\circ)$ |
| ב. (1) | $z_1 = \frac{3}{2}, z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}i$ $z_3 = -\frac{3}{2}, z_4 = -\frac{3}{2} - \sqrt{3}i$ $z_5 = -\frac{3\sqrt{3}}{2}i, z_6 = \frac{3}{2} - \sqrt{3}i$ |
| (2) | יש להסביר $x^2 + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$ |
| (3) | יש להוכיח |
| ג. (1) | דלתון יש לנמק |
| (2) | $\frac{3}{2}$ |

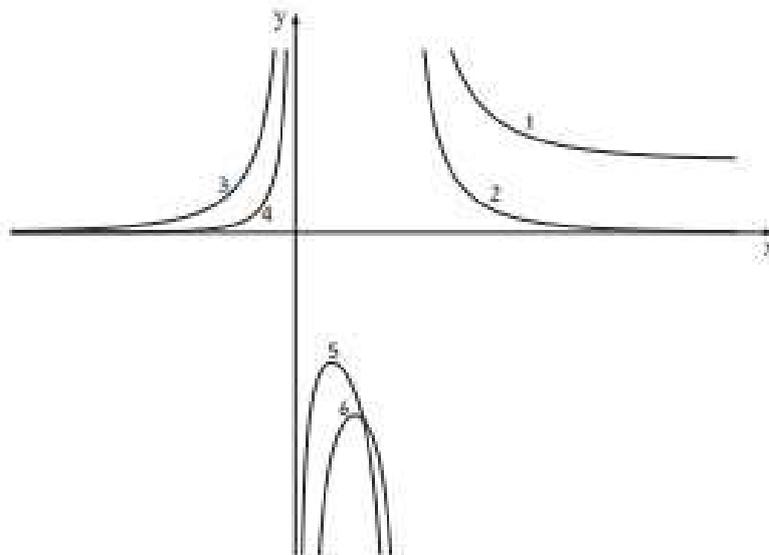
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - 6e^x + 5}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימטוטות של הפונקצייה $f(x)$. המאונכות לצירים.
 (3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{6e^x}{e^{2x} - 6e^x + 5}$. המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.
 מצאו את שיערי נקודת החיתוך בין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.

לפניכם סרטוט הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. כל אחד מן החלקים של הגרפים מסומן בסרטוט בסמרה אחרת.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| א. (1) | $x \neq 0, x \neq \ln 5$ |
| (2) | $x = 0, x = \ln 5, y = 0, y = 2$ <small>$x \rightarrow -\infty, x \rightarrow \infty$</small> |
| (3) | תחומי עלייה: $x < 0, 0 < x < \ln \frac{5}{3}$ תחומי ירידה: $\ln \frac{5}{3} < x < \ln 5, \ln 5 < x$ $(\ln 3, -4.5)$ |
| ב. | $(\ln 3, -4.5)$ |
| ג. | הפונקצייה $f(x)$: חלקים 1, 4, 5 הפונקצייה $g(x)$: חלקים 2, 3, 6 |
| ד. | ביטוי I: שלילי ביטוי II: חיובי |
| ה. | $\ln(28) \approx 3.33$ |



- ג. רשמו לאיזו פונקצייה שייך כל אחד מן החלקים המסומנים בסרטוט. נמקו את תשובתכם.
 ד. לפניכם שני ביטויים, I-II. קבעו בנימוק לכל אחד מן הביטויים אם הוא שלילי או חיובי. נמקו ללא חישוב.

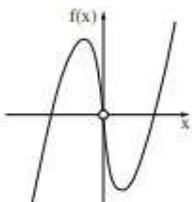
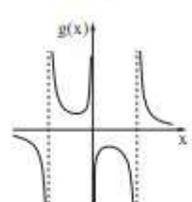
I. $\int_{-5}^{-3} (f(x) - g(x)) dx$ II. $\int_{\ln \frac{5}{7}}^{\ln 2} (f(x) - g(x)) dx$

ה. חשבו את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ובין הישרים $x = \ln 15$ ו- $x = \ln 6$.

מתמטיקה, חורף תשפ"ג, מס' 035582 + נספח

- 5 -

שאלון 582 גרסה ג'

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|--|------------|
| $x \neq 0$ | 5 |
| $(-\sqrt{e}, 0), (\sqrt{e}, 0)$ | א. (1) |
| יש להוכיח | (2) |
| מקסימום: $(-\frac{1}{\sqrt{e}}, \frac{6}{\sqrt{e}})$ | (3) |
| מינימום: $(\frac{1}{\sqrt{e}}, -\frac{6}{\sqrt{e}})$ | ב. (1) |
| אין נקודת פיתול | (2) |
|  | (3) |
| $x \neq -\sqrt{e}, x \neq 0, x \neq \sqrt{e}$ | ג. (1) |
| $x = -\sqrt{e}, x = 0, x = \sqrt{e}$ | (2) |
| $y = 0$ | (3) |
|  | (4) |
| 6 נקודות | (4) |
| לדוגמה: $G(x) = \frac{\ln \ln(x^2) - 1 }{6}$ | ד. (1) |

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = 3x(\ln(x^2) - 1)$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (3) הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא אי-זוגית.

- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 (2) האם יש לפונקצייה $f(x)$ נקודות פיתול? נמקו את תשובתכם.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
 (4) בכמה נקודות הגרפים של $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים זה עם זה? נמקו את תשובתכם.
- ד. כתבו דוגמה לפונקצייה קדומה של $g(x)$.

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה $1 = \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{169 - 4k^2}$, $0 < k < 6.5$.

הנקודה F_1 היא המוקד הימני של האליפסה, והנקודה F_2 היא המוקד השמאלי שלה.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודות F_1 ו- F_2 .

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על פרבולה שמשוואתה קנונית והמוקד שלה נמצא בנקודה F_1 , כך שמתקיים: $AF_1 = 10k$.

ב. (1) הביעו באמצעות k את משוואת מדריך הפרבולה.

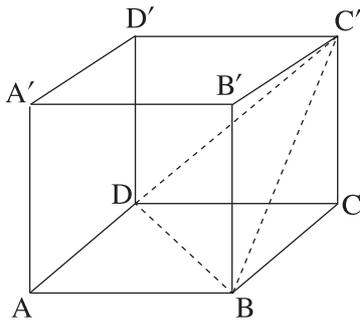
(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A .

AF_1 הוא קוטר במעגל הישר שמשוואתו $5x + 12y = 138$ משיק למעגל זה.

ג. מצאו את הערך של k .

D היא נקודה על האליפסה.

ד. קבעו אם היקף המשולש F_1AF_2 גדול מהיקף המשולש F_1DF_2 , קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעתכם.



2. בסרטוט שלפניכם מתוארת הקובייה $ABCDA'B'C'D'$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{w}$.

א. הוכיחו כי האלכסון CA' מאונך למישור $BC'D$.

נקודה E היא מפגש התיכונים במשולש $BC'D$.

ב. (1) הביעו את הווקטור \vec{CE} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

(2) הוכיחו כי הנקודות E, C ו- A' נמצאות על ישר אחד.

נתון: $D(0, 0, 0)$, $C(4, 3, 0)$, $A(3, n, p)$, n ו- p הם פרמטרים.

שיעור ה- z של הנקודה C' הוא חיובי.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A , והוכיחו כי $ABCD$ נמצא במישור $z = 0$.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה C' .

ל הוא ישר החיתוך בין המישור $BC'D$ ובין המישור $BCC'B'$.

ד. מצאו הצגה פרמטרית של הישר l .

ה. מצאו הצגה פרמטרית של המישור המכיל את הישר l ואינו חותך את ציר ה- x .

3. נתונה המשוואה $z^3 = \frac{1}{3}z$, z הוא מספר מרוכב.

נתון גם כי המספר z_0 הוא אחד מפתרונות המשוואה וכי הוא מיוצג על ידי נקודה הנמצאת ברביע הרביעי במישור גאוס.

א. מצאו את המספר המרוכב z_0 .

הנקודות A, B ו- C מיוצגות במישור גאוס על ידי המספרים המרוכבים $d \cdot z_0$, $d \cdot z_0$ ו- $d \cdot (z_0)^4$ בהתאמה, $d > 0$ הוא פרמטר.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $5d + 6$.

ב. מצאו את הערך של d .

נגדיר: $w = \left((z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2} \right) (1 + i)$.

ג. מצאו את $|w|$ ואת הארגומנט (הזווית) של w .

נתון כי המספר w^n (הוא מספר טבעי) הוא מספר מדומה טהור, ונמצא מחוץ למעגל החוסם את המשולש ABC .

ד. מצאו את הערך המינימלי האפשרי של n .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (e^x - 1)^n - 4$, המוגדרת לכל x . n הוא מספר טבעי גדול או שווה ל-2. ענו על סעיף א עבור n זוגי ועבור n אי-זוגי.
- א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן (אם יש כאלה).
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ענו על הסעיפים ב-ג עבור $n = 2$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = 6e^x - 10$, המוגדרת לכל x .
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך שבין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי גרף הפונקצייה $g(x)$.
- נתונה הפונקצייה $h(x) = |f(x)|$, המוגדרת לכל x .
- ג. (1) כמה נקודות קיצון יש לפונקצייה $h(x)$? מצאו את שיעורי הנקודות הללו, וקבעו את סוגן.
 (2) מצאו את תחום הערכים של k שעבורו הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקצייה $h(x)$ ב-3 נקודות.
5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(x) + \frac{1}{x}$.
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = (x+1)(1 - \ln(x))$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .
 (2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).
 (3) מצאו את תחום הקעירות כלפי מעלה \cup ואת תחום הקעירות כלפי מטה \cap של הפונקצייה $g(x)$.
 (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
- נתונה הפונקצייה $h(x) = \frac{1}{x} \cdot g'(x)$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $g(x)$.
- ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $h(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = e$ ו- $x = 1$.

בהצלחה!

תשובות סופיות

בגרות קיץ 2023 מועד א', שאלון 035582 (סמל ישן 035807)

שאלה 1

פתרון: א. $F_1(2k, 0), F_2(-2k, 0)$ ב. $x = -2k$ ג. $A(8k, 8k)$ ד. קטן

שאלה 2

פתרון: א. הוכחה ב. $\frac{1}{3}(-u - v + w)$ ג. הוכחה ד. $(7, -1, 0) + t(-3, 4, 5) + s(1, 0, 0)$
א. $A(3, -4, 0)$ ב. $C'(4, 3, 5)$ ג. $A(8k, 8k)$ ד. $(7, -1, 0) + t(-3, 4, 5) + s(1, 0, 0)$

שאלה 3

פתרון: א. $1cis 300 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ב. 6 ג. $|w| = \sqrt{6}, \arg = 315^\circ$ ד. 6

שאלה 4

פתרון: א. עבור n זוגי: $y = -3$ כאשר $x \rightarrow -\infty$, עבור n אי-זוגי: $y = -5$ כאשר $x \rightarrow -\infty$
 2. עבור n זוגי: $(0, -4)$ min, עבור n אי-זוגי: אין
 3. עבור n זוגי: $(0, -4)$ min, עבור n אי-זוגי: אין
 1. $(\ln 7, 32), (0, -4)$ ב. $24 - 7 \ln 7$
 ג. עבור n אי-זוגי: $(\ln 3, 0)$ min, $(0, 4)$ max ב. $3 < k < 4$
 1. $(\ln 3, 0)$ min, $(0, 4)$ max

שאלה 5

פתרון: א. $x > 0$ ב. $(1, 1)$ min א. $(e, 0)$ ב. עלייה: אין, ירידה: $x > 0$
 3. קעירות כלפי מעלה: $0 < x < 1$, קעירות כלפי מטה: $x > 1$
 ג. $\frac{3}{2} - \frac{1}{e}$

פתרון מלא ומודרך - ראו באתר מלומד

בקובץ זה מופיעות שלושת הגרסאות לשאלון 582, קיץ 2023

- 1- שאלון 582, גרסה א', קיץ 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
2- שאלון 582, גרסה ב', קיץ 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
3- שאלון 582, גרסה ג', קיץ 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.

שאלון 582, גרסה א', קיץ 2023

| | | |
|-------------|--------------|------------------------------|
| מדינת ישראל | סוג הבחינה: | בגרות |
| משרד החינוך | מועד הבחינה: | קיץ תשפ"ג, 2023 |
| | מספר השאלון: | 035582 |
| | נספח: | דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד |

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה, כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

1- שאלון 582, גרסה א', קיץ 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה $1 = \frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{144 - 4k^2}$, $0 < k < 6$.

הנקודה F_1 היא המוקד הימני של האליפסה, והנקודה F_2 היא המוקד השמאלי שלה.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודות F_1 ו- F_2 .

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על פרבולה שמשוואתה קנונית והמוקד שלה נמצא בנקודה F_1 , כך שמתקיים: $AF_1 = 10k$.

ב. (1) הביעו באמצעות k את משוואת מדריך הפרבולה.

(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A .

ג. AF_1 הוא קוטר במעגל. הישר שמשוואתו $5x + 12y = 138$ משיק למעגל זה.

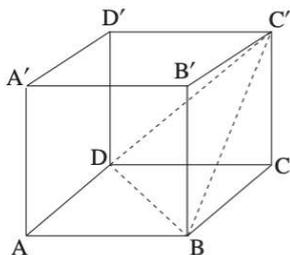
ג. מצאו את הערך של k .

D היא נקודה על האליפסה.

ד. קבעו אם היקף המשולש F_1AF_2 גדול מהיקף המשולש F_1DF_2 , קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעתכם.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|------------------------------|
| 1. | |
| א. | $F_2(-2k, 0)$, $F_1(2k, 0)$ |
| ב. (1) | $x = -2k$ |
| (2) | $A(8k, 8k)$ |
| ג. | $k = 1$ |
| ד. | קטן |

1- שאלון 582, גרסה א', קיץ 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.



2. בסרטוט שלפניכם מתוארת הקובייה $ABCD A' B' C' D'$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{w}$.

א. הוכיחו כי האלכסון CA' מאונק למישור $BC'D$.

נקודה E היא מפגש התיכונים במשולש $BC'D$.

ב. (1) הביעו את הווקטור \vec{CE} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

(2) הוכיחו כי הנקודות E , C ו- A' נמצאות על ישר אחד.

נתון: $D(0, 0, 0)$, $C(3, 4, 0)$, $A(4, n, p)$ ו- n ו- p הם פרמטרים.

שיעור ה- z של הנקודה C' הוא חיובי.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A , והוכיחו כי $ABCD$ נמצא במישור $z = 0$.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה C' .

ל הוא ישר החיתוך בין המישור $BC'D$ ובין המישור $BCC'B'$.

ד. מצאו הצגה פרמטרית של הישר l .

ה. מצאו הצגה פרמטרית של המישור המכיל את הישר l ואינו חותך את ציר ה- x .

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 2. | |
| א. | הוכחה |
| ב. (1) | $-\frac{1}{3}\underline{u} - \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$ |
| (2) | הוכחה |
| ג. (1) | $A(4, -3, 0)$ |
| (2) | $C'(3, 4, 5)$ |
| ד. | לדוגמה: $(7, 1, 0) + t(4, -3, -5)$ |
| ה. | לדוגמה: $(7, 1, 0) + m(4, -3, -5) + s(1, 0, 0)$ |

3. נתונה המשוואה $z, z^3 = \frac{1}{z^3}$ הוא מספר מרוכב.

נתון גם כי המספר z_0 הוא אחד מפתרונות המשוואה וכי הוא מיוצג על ידי נקודה הנמצאת ברביע הרביעי במישור גאוס.

א. מצאו את המספר המרוכב z_0 .

הנקודות A, B, C ו- A' מיוצגות במישור גאוס על ידי המספרים המרוכבים $d \cdot z_0, d \cdot z_0^2, d \cdot z_0^3$ בהתאמה,

$d > 0$ הוא פרמטר.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $5d + 6$.

ב. מצאו את הערך של d .

נגדיר: $w = \left((z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2} \right) (1 + i)$.

ג. מצאו את $|w|$ ואת הארגומנט (הזווית) של w .

נתון כי המספר w^n (הוא מספר טבעי) הוא מספר מדומה טהור, ונמצא מחוץ למעגל החוסם את המשולש ABC .

ד. מצאו את הערך המינימלי האפשרי של n .

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 3. | |
| א. | $z_0 = \text{cis } 300^\circ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ |
| ב. | $d = 6$ |
| ג. | $\alpha = 315^\circ, w = \sqrt{6}$ |
| ד. | $n = 6$ |

1- שאלון 582, גרסה א', קיץ 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (e^x - 1)^n - 4$, המוגדרת לכל x . n הוא מספר טבעי גדול או שווה ל-2.

ענו על סעיף א עבור n זוגי ועבור n אי-זוגי.

א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן (אם יש כאלה).

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ענו על הסעיפים ב-ג עבור $n = 2$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = 3e^x - 7$, המוגדרת לכל x .

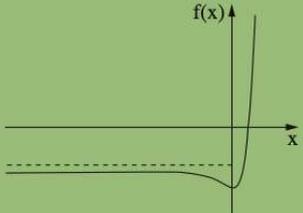
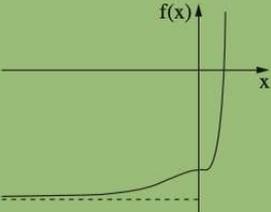
ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך שבין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = |f(x)|$, המוגדרת לכל x .

ג. (1) כמה נקודות קיצון יש לפונקצייה $h(x)$? מצאו את שיעורי הנקודות הללו, וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את תחום הערכים של k שעבורו הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקצייה $h(x)$ ב-3 נקודות.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|---|---|
| 4. | |
| א. (1) n זוגי: $y = -3$ $x \rightarrow -\infty$ | |
| n אי-זוגי: $y = -5$ $x \rightarrow -\infty$ | |
| (2) n זוגי: $\min(0, -4)$ | |
| n אי-זוגי: אין נקודת קיצון | |
| (3) n זוגי: | |
| |  |
| | n אי-זוגי: |
| |  |
| ב. (1) $(\ln 4, 5), (0, -4)$ | |
| (2) ~ 1.95 | |
| ג. (1) 2 נקודות: | |
| $\max(0, 4), \min(\ln 3, 0)$ | |
| (2) $3 < k < 4$ | |

1- שאלון 582, גרסה א', קיץ 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(x) + \frac{1}{x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = (x + 1)(1 - \ln(x))$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

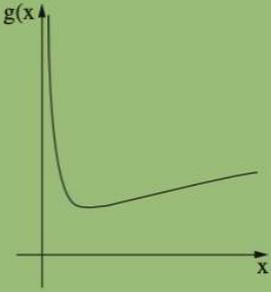
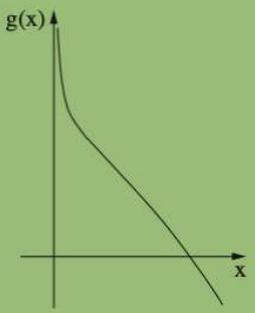
(2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצאו את תחום הקעירות כלפי מעלה \cup ואת תחום הקעירות כלפי מטה \cap של הפונקצייה $g(x)$.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = \frac{1}{x} \cdot g'(x)$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $g(x)$.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $h(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = e$ ו- $x = 1$.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 5. | |
| א. (1) | $x > 0$ |
| (2) | $\min(1, 1)$ |
| (3) |  |
| ב. (1) | $(e, 0)$ |
| (2) | תחום עלייה: אין תחום ירידה: $x > 0$ |
| (3) | תחום קעירות כלפי מעלה: $0 < x < 1$ תחום קעירות כלפי מטה: $x > 1$ |
| (4) |  |
| ג. | $\frac{2}{3} - \frac{1}{e} \approx 1.13$ |



מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

2- שאלון 582, גרסה ב', קיץ 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה $\frac{x^2}{196} + \frac{y^2}{196 - 4k^2} = 1$, $0 < k < 7$.

הנקודה F_1 היא המוקד הימני של האליפסה, והנקודה F_2 היא המוקד השמאלי שלה.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודות F_1 ו- F_2 .

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על פרבולה שמשוואתה קנונית והמוקד שלה נמצא בנקודה F_1 , כך שמתקיים: $AF_1 = 10k$.

ב. (1) הביעו באמצעות k את משוואת מדריך הפרבולה.

(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A .

AF_1 הוא קוטר במעגל הישר שמשוואתו $5x + 12y = 138$ משיק למעגל זה.

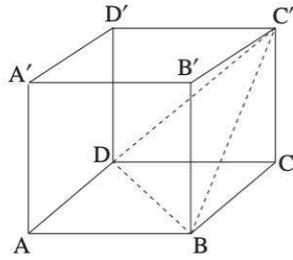
ג. מצאו את הערך של k .

D היא נקודה על האליפסה.

ד. קבעו אם היקף המשולש F_1AF_2 גדול מהיקף המשולש F_1DF_2 , קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעתכם.

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|------------------------------|------------|
| | 1. |
| $F_2(-2k, 0)$, $F_1(2k, 0)$ | א. |
| $x = -2k$ | ב. (1) |
| $A(8k, 8k)$ | (2) |
| $k = 1$ | ג. |
| קטן | ד. |

2- שאלון 582, גרסה ב', קיץ 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.



2. בסרטוט שלפניכם מתוארת הקובייה $ABCD A' B' C' D'$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{w}$.

א. הוכיחו כי האלכסון CA' מאונך למישור $BC'D$.

נקודה E היא מפגש התיכונים במשולש $BC'D$.

ב. (1) הביעו את הווקטור \vec{CE} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

(2) הוכיחו כי הנקודות E, C ו- A' נמצאות על ישר אחד.

נתון: $D(0, 0, 0)$, $C(6, 8, 0)$, $A(8, n, p)$, n ו- p הם פרמטרים.

שיעור ה- z של הנקודה C' הוא חיובי.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A, והוכיחו כי ABCD נמצא במישור $z = 0$.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה C' .

ל הוא ישר החיתוך בין המישור $BC'D$ ובין המישור $BCC'B'$.

ד. מצאו הצגה פרמטרית של הישר l .

ה. מצאו הצגה פרמטרית של המישור המכיל את הישר l ואינו חותך את ציר ה- x .

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 2. | |
| א. | הוכחה |
| ב. (1) | $-\frac{1}{3}\underline{u} - \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$ |
| (2) | הוכחה |
| ג. (1) | $A(8, -6, 0)$ |
| (2) | $C'(6, 8, 10)$ |
| ד. | לדוגמה: $(14, 2, 0) + t(4, -3, -5)$ |
| ה. | לדוגמה: $(14, 2, 0) + m(4, -3, -5) + s(1, 0, 0)$ |

3. נתונה המשוואה $z, z^3 = \frac{1}{3}$, הוא מספר מרוכב.

נתון גם כי המספר z_0 הוא אחד מפתרונות המשוואה וכי הוא מיוצג על ידי נקודה הנמצאת ברביע הרביעי במישור גאוס.

א. מצאו את המספר המרוכב z_0 .

הנקודות A, B ו- C מיוצגות במישור גאוס על ידי המספרים המרוכבים $d \cdot z_0$, $d \cdot z_0$ ו- $d \cdot (z_0)^4$ בהתאמה,

$d > 0$ הוא פרמטר.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $5d + 6$.

ב. מצאו את הערך של d .

נגדיר: $w = \left((z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2} \right) (1 + i)$.

ג. מצאו את $|w|$ ואת הארגומנט (הזווית) של w .

נתון כי המספר w^n (n הוא מספר טבעי) הוא מספר מדומה טהור, ונמצא מחוץ למעגל החוסם את המשולש ABC.

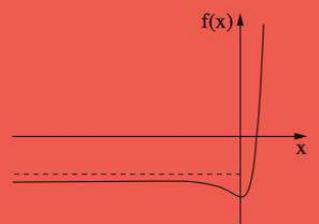
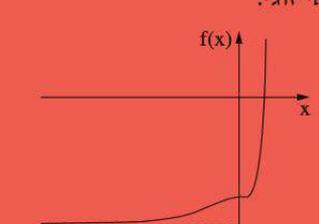
ד. מצאו את הערך המינימלי האפשרי של n.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 3. | |
| א. | $z_0 = \text{cis } 300^\circ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ |
| ב. | $d = 6$ |
| ג. | $\alpha = 315^\circ, w = \sqrt{6}$ |
| ד. | $n = 6$ |

2- שאלון 582, גרסה ב', קיץ 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (e^x - 1)^n - 4$, המוגדרת לכל x . n הוא מספר טבעי גדול או שווה ל-2.
- ענו על סעיף א עבור n זוגי ועבור n אי-זוגי.
- א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן (אם יש כאלה).
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ענו על הסעיפים ב-ג עבור $n = 2$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = 5e^x - 9$, המוגדרת לכל x .
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך שבין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי גרף הפונקצייה $g(x)$.
- נתונה הפונקצייה $h(x) = |f(x)|$, המוגדרת לכל x .
- ג. (1) כמה נקודות קיצון יש לפונקצייה $h(x)$? מצאו את שיעורי הנקודות הללו, וקבעו את סוגן.
 (2) מצאו את תחום הערכים של k שעבורו הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקצייה $h(x)$ ב-3 נקודות.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|---|---|
| 4. | |
| א. (1) n זוגי: $y = -3$; $x \rightarrow -\infty$ | |
| n אי-זוגי: $y = -5$; $x \rightarrow -\infty$ | |
| (2) n זוגי: $\min(0, -4)$ | |
| n אי-זוגי: אין נקודת קיצון | |
| (3) n זוגי: | |
| |  |
| | n אי-זוגי: |
| |  |
| ב. (1) | $(\ln 6, 21), (0, -4)$ |
| (2) | ~ 6.75 |
| ג. (1) | 2 נקודות: |
| (2) | $\max(0, 4), \min(\ln 3, 0)$ $3 < k < 4$ |

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

3- שאלון 582, גרסה ג', קיץ 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{169 - 4k^2} = 1$, $0 < k < 6.5$.

הנקודה F_1 היא המוקד הימני של האליפסה, והנקודה F_2 היא המוקד השמאלי שלה.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודות F_1 ו- F_2 .

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על פרבולה שמשוואתה קונית והמוקד שלה נמצא בנקודה F_1 , כך שמתקיים: $AF_1 = 10k$.

ב. (1) הביעו באמצעות k את משוואת מדריך הפרבולה.

(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A .

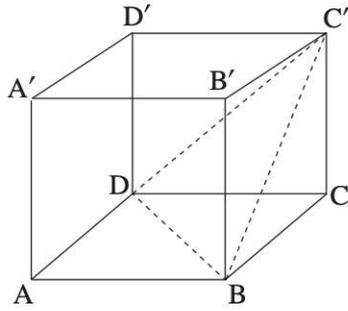
AF_1 הוא קוטר במעגל הישר שמשוואתו $5x + 12y = 138$ משיק למעגל זה.

ג. מצאו את הערך של k .

D היא נקודה על האליפסה.

ד. קבעו אם היקף המשולש F_1AF_2 גדול מהיקף המשולש F_1DF_2 , קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעתכם.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|------------------------------|
| 1. | |
| א. | $F_2(-2k, 0)$, $F_1(2k, 0)$ |
| ב. (1) | $x = -2k$ |
| (2) | $A(8k, 8k)$ |
| ג. | $k = 1$ |
| ד. | קטן |



2. בסרטוט שלפניכם מתוארת הקובייה $ABCD A' B' C' D'$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{w}$.

א. הוכיחו כי האלכסון CA' מאונך למישור $BC'D$.

נקודה E היא מפגש התיכונים במשולש $BC'D$.

ב. (1) הביעו את הווקטור \vec{CE} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

(2) הוכיחו כי הנקודות E, C ו- A' נמצאות על ישר אחד.

נתון: $A(3, n, p)$, $C(4, 3, 0)$, $D(0, 0, 0)$ ו- n ו- p הם פרמטרים.

שיעור ה- z של הנקודה C' הוא חיובי.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A , והוכיחו כי $ABCD$ נמצא במישור $z = 0$.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה C' .

ד. ℓ הוא ישר החיתוך בין המישור $BC'D$ ובין המישור $BCC'B'$.

מצאו הצגה פרמטרית של הישר ℓ .

ה. מצאו הצגה פרמטרית של המישור המכיל את הישר ℓ ואינו חותך את ציר ה- x .

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 2. | |
| א. | הוכחה |
| ב. (1) | $-\frac{1}{3}\underline{u} - \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$ |
| (2) | הוכחה |
| ג. (1) | $A(3, -4, 0)$ |
| (2) | $C'(4, 3, 5)$ |
| ד. | לדוגמה: $(7, -1, 0) + t(3, -4, -5)$ |
| ה. | לדוגמה: $(7, -1, 0) + m(3, -4, -5) + s(1, 0, 0)$ |

שאלון 582, קיץ 2023, להלן שלושת הגרסאות + תשובות סופיות לכל גרסה, שפרסם משרד החינוך.
 3- שאלון 582, גרסה ג', קיץ 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.

3. נתונה המשוואה $z^3 = \frac{1}{z^3}$, z הוא מספר מרוכב.

נתון גם כי המספר z_0 הוא אחד מפתרונות המשוואה וכי הוא מיוצג על ידי נקודה הנמצאת ברביע הרביעי במישור גאוס.

א. מצאו את המספר המרוכב z_0 .

הנקודות A, B, C מיוצגות במישור גאוס על ידי המספרים המרוכבים $d \cdot z_0$, $d \cdot z_0$ ו- $d \cdot (z_0)^4$ בהתאמה, $d > 0$ הוא פרמטר.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $5d + 6$.

ב. מצאו את הערך של d .

נגדיר: $w = \left((z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2} \right) (1 + i)$.

ג. מצאו את $|w|$ ואת הארגומנט (הזווית) של w .

נתון כי המספר w^n (n הוא מספר טבעי) הוא מספר מדומה טהור, ונמצא מחוץ למעגל החוסם את המשולש ABC .

ד. מצאו את הערך המינימלי האפשרי של n .

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 3. | |
| א. | $z_0 = \text{cis } 300^\circ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ |
| ב. | $d = 6$ |
| ג. | $\alpha = 315^\circ, w = \sqrt{6}$ |
| ד. | $n = 6$ |

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (e^x - 1)^n - 4$, המוגדרת לכל x . n הוא מספר טבעי גדול או שווה ל-2.

ענו על סעיף א עבור n זוגי ועבור n אי-זוגי.

א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן (אם יש כאלה).

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ענו על הסעיפים ב-ג עבור $n = 2$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = 6e^x - 10$, המוגדרת לכל x .

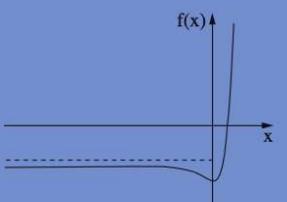
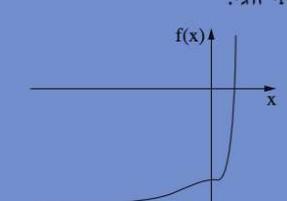
ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך שבין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = |f(x)|$, המוגדרת לכל x .

ג. (1) כמה נקודות קיצון יש לפונקצייה $h(x)$? מצאו את שיעורי הנקודות הללו, וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את תחום הערכים של k שעבורו הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקצייה $h(x)$ ב-3 נקודות.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|--------------|---|
| 4. | |
| א. (1) | n זוגי: $y = -3$; $x \rightarrow -\infty$ |
| n אי-זוגי: | $y = -5$; $x \rightarrow -\infty$ |
| (2) | n זוגי: $\min(0, -4)$ |
| n אי-זוגי: | אין נקודת קיצון |
| (3) | n זוגי: |
| |  |
| n אי-זוגי: | |
| |  |
| ב. (1) | $(\ln 7, 32)$, $(0, -4)$ |
| (2) | ~ 10.38 |
| ג. (1) | 2 נקודות: |
| | $\max(0, 4)$, $\min(\ln 3, 0)$ |
| (2) | $3 < k < 4$ |

3- שאלון 582, גרסה ג', קיץ 2023, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(x) + \frac{1}{x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = (x + 1)(1 - \ln(x))$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

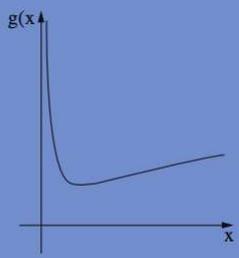
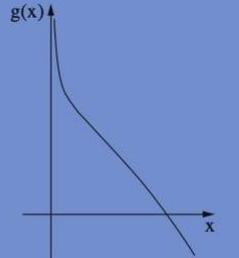
(2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצאו את תחום הקעירות כלפי מעלה \cup ואת תחום הקעירות כלפי מטה \cap של הפונקצייה $g(x)$.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = \frac{1}{x} \cdot g'(x)$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $g(x)$.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $h(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = e$ ו- $x = 1$.

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|---|------------|
| $x > 0$ | 5. |
| $\min(1, 1)$ | א. (1) |
|  | (2) |
| $(e, 0)$ | (3) |
| תחום עלייה: אין | ב. (1) |
| תחום ירידה: $x > 0$ | (2) |
| תחום קעירות כלפי מעלה: $0 < x < 1$ | (3) |
| תחום קעירות כלפי מטה: $x > 1$ | (4) |
|  | ג. |
| $\frac{2}{3} - \frac{1}{e} \approx 1.13$ | |

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב
מספר השאלון: 35582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(0, 28)$, $B(16, 0)$.

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C המקיימות: $AC^2 + BC^2 = 1,320$.

את המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א מזיזים 8 יחידות שמאלה ו-14 יחידות למטה כך שמתקבל מקום גאומטרי חדש.

המקום הגאומטרי החדש חותך את ציר ה-y בנקודות E ו-G (מעל E).

הנקודות F_1 ו- F_2 הן מוקדי אליפסה קנונית שעוברת דרך הנקודות E ו-G,

כמתואר בסרטוט.

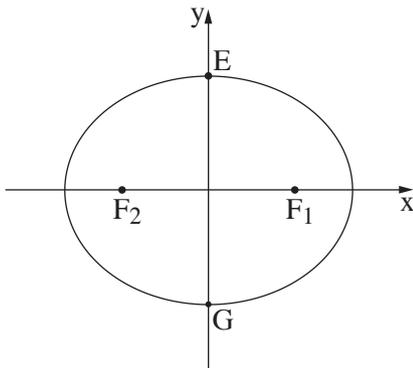
נתון: המרחק בין הישרים EF_1 ו- GF_2 הוא 24.

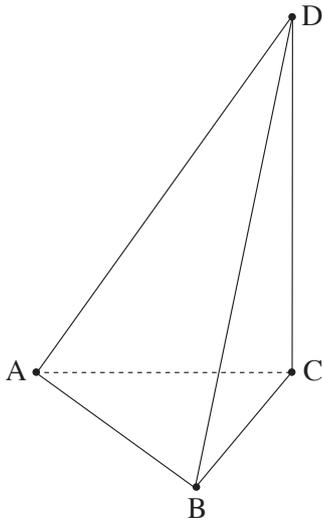
ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה F_1 .

(2) מצאו את משוואת האליפסה.

העבירו מעגלים המשיקים לישר EF_1 , לציר ה-x ולציר ה-y.

ג. מצאו משוואות של שני מעגלים כאלה הנמצאים ברביעים שונים.





2. בפירמידה ABCD, המקצוע DC מאונך למישור ABC.

הנקודה E היא אמצע המקצוע AD.

הנקודה F מקיימת: $\vec{DF} = \frac{k}{2} \cdot \vec{DB} + k \cdot \vec{DC}$, הוא פרמטר.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{CD} = \underline{w}$.

א. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} ו- k את \vec{EF} .

נתון: \vec{EF} מקביל למישור ABC.

ב. מצאו את הערך של k .

נתון: $A(0, 0, 0)$, $B(p, 6, 0)$, $C(0, n, 0)$, $D(0, 0, 9)$ הם פרמטרים חיוביים.

$$\vec{BD} = (-8, -2, 9), \quad \underline{u} \cdot \underline{v} = 24$$

ג. מצאו את שיעורי הנקודות B, C ו- D.

ד. מצאו את נפח הפירמידה ABCD.

ה. מהו המצב ההדדי בין הישר EF לבין הישר AB? נמקו את קביעתכם.

3. נתונה סדרה הנדסית z_1, z_2, z_3, \dots שאיבריה הם מספרים מרוכבים ומנתה היא q .

נמצא ברביע הראשון.

$$(z_1)^3 = z_3$$

$$-2z_1 = \bar{z}_3$$

א. הוכיחו כי $q = -z_1$ או $q = z_1$.

ב. מצאו את z_1 .

ענו על הסעיפים ג-ד עבור: $q = z_1$.

ג. z_{4n-2} ו- z_{4n} הם שני איברים בסדרה ההנדסית הנתונה (n הוא מספר טבעי).

קבעו בעבור כל אחד מן האיברים אם הוא מדומה או ממשי. נמקו את קביעותיכם.

$$ד. מצאו את ערך הסכום: $\frac{z_1}{\sqrt{2}} + \frac{z_2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{z_3}{(\sqrt{2})^3} + \dots + \frac{z_{64}}{(\sqrt{2})^{64}}$$$

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{\ln(x) + \ln(a)}{\ln(x) - \ln(a)}$, a הוא פרמטר גדול מ-1.

בסעיפים א-ג הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- (4) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- (5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

לפניכם טענה: למשוואה $f(x) = f'(x)$ קיים בדיוק פתרון אחד בתחום $x > a$.

ב. קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת: $g(x) = \ln(f(x))$.

- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
- (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 3$ ו- $x = 5$.

נתון: $1 < a < 3$.

ד. הביעו באמצעות S את ערך האינטגרל $\int_3^5 \ln(4 \cdot f(x)) dx$.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 6}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ב. נתונה הפונקצייה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. הפונקציות $g(x)$ ו- $f(x)$ מוגדרות באותו התחום.
 - (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).
 - (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
 - (3) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי האסימפטוטה האופקית שלה ועל ידי הישרים $x = \ln 7$ ו- $x = \ln 10$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $s(x) = \int_x^{\ln 5} (f(t) - g(t)) dt$, המוגדרת בתחום $x < \ln 5$.

ד. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $s(x)$ וקבעו את סוגה.

בהצלחה!

תשובות סופיות

בגרות קיץ 2023 מועד ב', שאלון 035582 (סמל ישן 035807)

שאלה 1

פתרון: א. $(x-8)^2 + (y-14)^2 = 400$ ב.1 $(15,0)$ ב.2 $\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{400} = 1$
ג. $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$, $(x+15)^2 + (y-15)^2 = 225$

שאלה 2

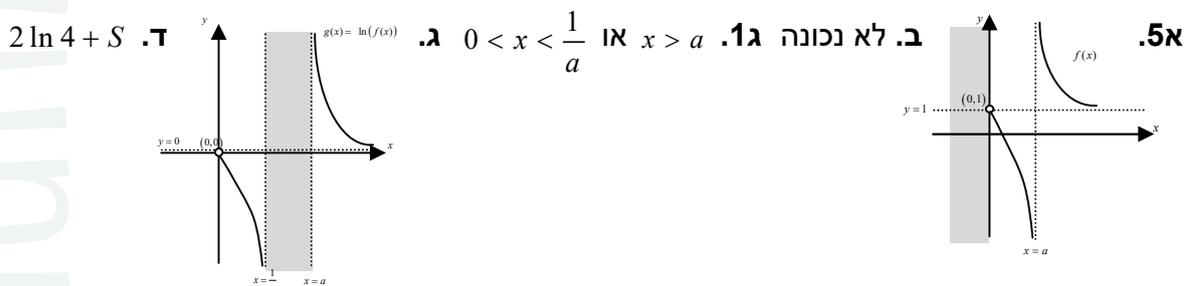
פתרון: א. $w \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3k}{2}\right) + v \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{k}{2}\right) + u \cdot \frac{k}{2}$ ב. $\frac{1}{3}$ ג. $B(8,6,0), C(0,4,0), D(0,4,9)$ ד. 48
ה. מצטלבים

שאלה 3

פתרון: א. הוכחה ב. $\sqrt{2} \operatorname{cis} 45$ ג. $z_{4n} - z_{4n-2}$ ממשי, $z_{4n-2} - z_{4n-4}$ מדומה ד. 0

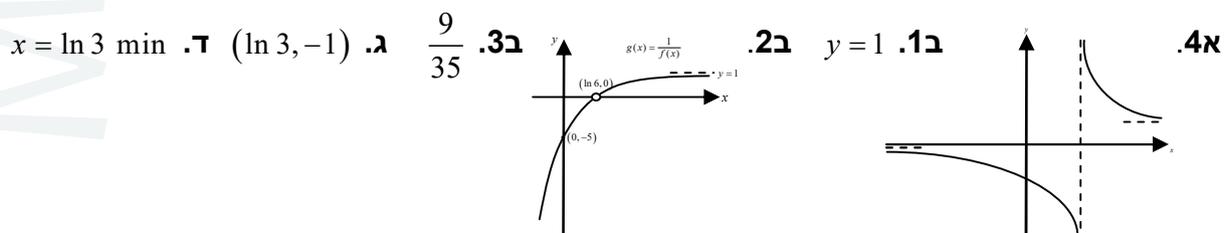
שאלה 4

פתרון: א.1 $0 < x < a$ או $x > a$ א.2 $x = a, y = 1$ א.3 $\left(\frac{1}{a}, 0\right)$ א.4 $0 < x < a$ או $x > a$



שאלה 5

פתרון: א.1 $x \neq \ln 6$ א.2 $x = \ln 6, y = 1, y = 0$ א.3 תחום עלייה: אין, תחום ירידה: $x \neq \ln 6$



פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונים הישרים שמשוואותיהם: $l_1: 4y - 3x - 20 = 0$,

$l_2: x = -4$.

א. מצאו את המשוואות המתארות את המקום הגאומטרי

של כל הנקודות הנמצאות במרחקים שווים מן הישרים l_1 ו- l_2 .

מעגל שמרכזו M משיק לישרים l_1 ו- l_2 .

המעגל משיק לישר l_1 בנקודה A שבה $x = 4$.

המרכז M נמצא ברביע הראשון (ראו סרטוט).

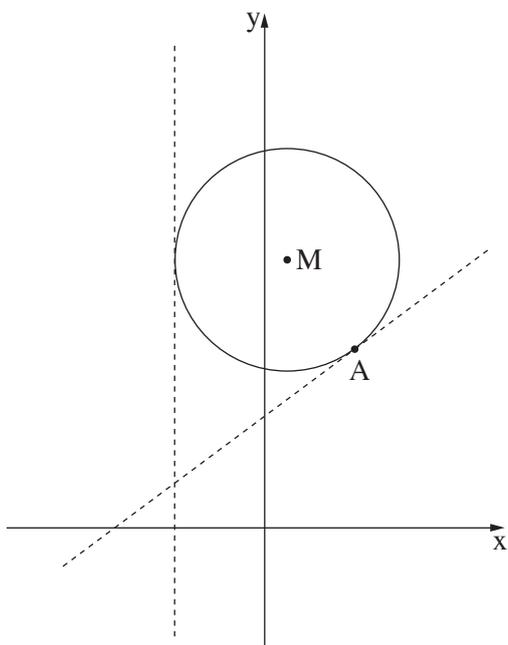
ב. מצאו את שיעורי הנקודה M.

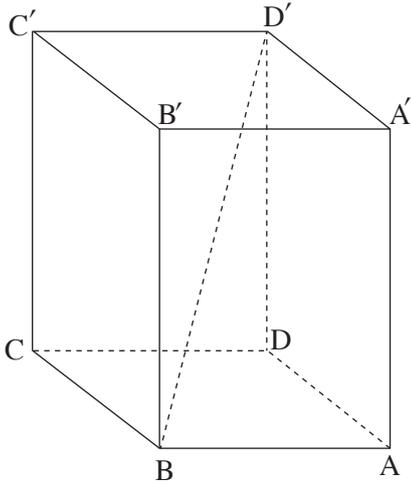
הישר l_2 הוא מדריך של פרבולה קנונית.

ג. האם הישר l_1 משיק בנקודה A לפרבולה זו? נמקו את תשובתכם.

ד. מצאו את משוואת המעגל המשיק לפרבולה זו בשתי נקודות

שאחת מהן היא הנקודה A.





2. נתונה תיבה $ABCD A' B' C' D'$ שהבסיס שלה, $ABCD$, הוא מלבן (ראו סרטוט).

הנקודה E נמצאת על המקצוע DD' כך ש- $DE : ED' = 3 : 2$,

הנקודה F נמצאת על האלכסון BD' ומתקיים: $\vec{BF} = t \cdot \vec{BD}'$,

$0 < t < 1$ הוא פרמטר.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA}' = \underline{w}$.

א. הביעו את הווקטורים \vec{BD}' ו- \vec{FE} באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} ו- t , אם יש צורך.

נתון כי FE מקביל למישור הבסיס $ABCD$.

ב. מצאו את t .

הנקודה C היא ראשית הצירים.

הנקודה B נמצאת על ציר ה- x בכיוון החיובי שלו, והנקודה D נמצאת על ציר ה- y בכיוון החיובי שלו.

נתון: $F(4, 12, 18)$.

ג. מצאו את $|\underline{u}|$, $|\underline{v}|$, ו- $|\underline{w}|$.

מן הנקודה F העבירו ישר המאונך למישור $EFBD$.

ישר זה חותך את הפאה $CDD'C'$ בנקודה P .

ד. מצאו את שיעורי הנקודה P .

3. $z = x + iy$ הוא מספר מרוכב (x ו- y הם מספרים ממשיים).

א. (1) הראו כי משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גאוס המקיימות: $|z^2 - 3i| = |z^2 + 5i|$,

היא $y = -\frac{1}{2x}$.

(2) תנו דוגמה למספר מרוכב הנמצא על המקום הגאומטרי הזה.

ב. פתרו את המשוואה: $z^6 = 1$.

פתרונות המשוואה שמצאתם בסעיף ב מייצגים את קודקודי של מצולע I .

המקום הגאומטרי שמצוין בתת-סעיף א (1) חותך ברביע הרביעי את המעגל החוסם את מצולע I בנקודה A .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A .

הנקודה A היא קודקוד של מצולע משוכלל אחר החסום באותו מעגל, מצולע II .

נתון: מספר הקודקודים של מצולע II שווה למספר הקודקודים של מצולע I .

ד. מצאו את המספרים המרוכבים המייצגים את כל הקודקודים של מצולע II .

נסמן: $w = r \cdot \text{cis } \alpha$, $0 < \alpha < 60^\circ$.

כופלים את כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע I במספר w , כך שקודקודי מצולע I מתלכדים עם

קודקודי מצולע II .

ה. מצאו את w .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. $f(x)$ היא פונקצייה המוגדרת לכל x , ו- $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת שלה, המוגדרת גם היא לכל x .

נתון: $f'(x) = -2x \cdot e^{-\frac{x^2}{a}}$, a הוא פרמטר.

לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת פיתול בנקודה שבה $x = \sqrt{2}$.

א. מצאו את a .

נתון: $f(0) = a$.

ב. מצאו את הפונקצייה $f(x)$.

ג. (1) האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

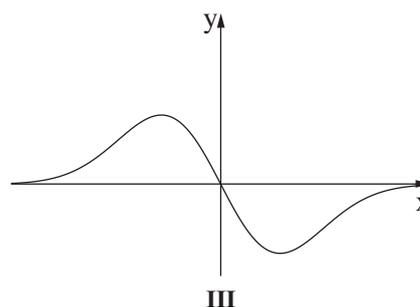
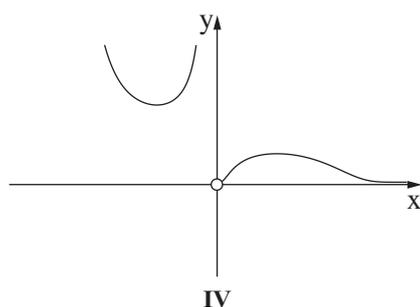
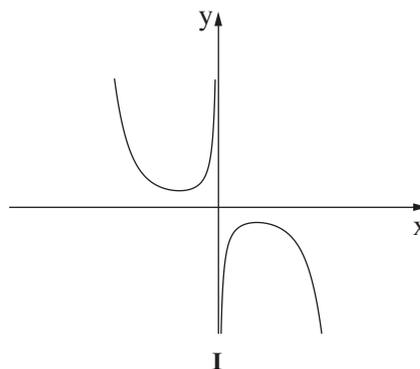
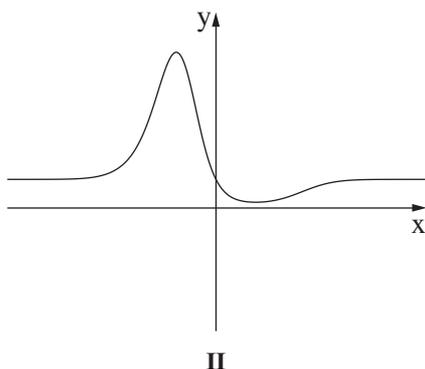
נתונות הפונקציות $m(x) = e^{h(x)}$, $h(x) = \frac{1}{f'(x)}$

שלושה מבין הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתארים את הפונקציות $f'(x)$, $h(x)$, $m(x)$.

ד. התאימו לכל פונקצייה את הגרף המתאר אותה.

ה. (1) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה $m(x)$.

(2) קבעו אם הביטוי $\int_1^2 h(x) \cdot m(x) dx$ חיובי או שלילי. נמקו את קביעתכם.



5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{1 - \ln x}{\ln x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \ln(-f(x))$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(3) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $g(x)$.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נסמן ב- a את שיעור הנקודה החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ וגרף הפונקצייה $g(x)$.

ג. מבין הביטויים I–III קבעו איזה ביטוי הוא הגדול ביותר ואיזה ביטוי הוא הקטן ביותר (אין צורך למצוא את הערך של a). נמקו את תשובתכם.

I. $\int_{a+1}^{a+2} (g(x) - f(x)) dx$ II. $\int_{a+3}^{a+4} (g(x) - f(x)) dx$ III. המספר 1

בהצלחה!



תשובות סופיות

בגרות קיץ 2023 מועד נבצרים, שאלון 035582 (סמל ישן 035807)

שאלה 1

פתרון: א. $y = 2x + 10$, $y = -\frac{1}{2}x$ ב. $M(1,12)$ ג. לא ד. $(x-12)^2 + y^2 = 128$

שאלה 2

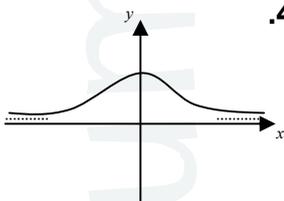
פתרון: א. $\overline{BD} = -\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$, $\overline{FE} = \underline{u}(t-1) + \underline{v}(1-t) + \underline{w}\left(\frac{3}{5}-t\right)$ ב. 0.6
ג. $|u| = 20$, $|v| = 10$, $|w| = 30$ ד. $P(0,10,18)$

שאלה 3

פתרון: א.1. הוכחה א.2. $z = -\frac{1}{2} + i$ ב. $z = cis0, cis60, cis120, cis180, cis240, cis300$
ג. $A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ד. $cis(-45), cis15, cis75, cis135, cis195, cis255$ ה. $w = cis15$

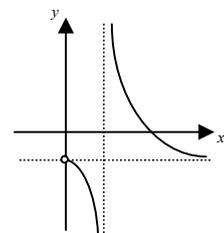
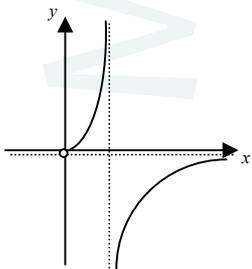
שאלה 4

פתרון: א. $a = 4$ ב. $f(x) = 4 \cdot e^{-\frac{x^2}{4}}$ ג.1. זוגית ג.2. $y = 0$ ג.3. $(0,4) \max$ ג.4.
ד. $f'(x)$: גרף III, $h(x)$: גרף I, $m(x)$: גרף IV ה.1. $x < -\sqrt{2}$, $x > \sqrt{2}$ ה.2. שלילי



שאלה 5

פתרון: א.1. $x > 0, x \neq 1$ א.2. $x = 1, y = -1$ א.3. תחום עלייה: אין, תחום ירידה: $x > 0, x \neq 1$
א.4. ב.1. $0 < x < 1, x > e$ ב.2. $x = e, x = 1, y = 0$ ב.3. תחום חיוביות: $0 < x < 1$, תחום שליליות: $x > e$ ב.4.
ג. גדול: ביטוי III, קטן: ביטוי I



פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $33\frac{1}{3} \times 3 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle BAC = 90^\circ$), שיעורי הקודקוד A הם $(a, 0)$, a הוא פרמטר שונה מאפס. שיעור ה- x של הקודקוד B הוא $-a$. הצלע BC מקבילה לציר ה- x . הנקודה M היא אמצע הצלע BC .
- א. הביעו באמצעות a את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל הנקודות M .
- ב. סרטטו את העקום המתואר על ידי המשוואה שמצאתם בסעיף א. סרטטו את שתי האפשרויות במערכת צירים אחת.
- באחת מן הנקודות M , שנמצאת ברביע הראשון, העבירו ישר l המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.
- ג. הוכיחו כי הישר l מקביל לישר AC .
- נתון גם כי $AM = 5$ (הנקודה M נמצאת ברביע הראשון), והקודקוד B נמצא על הישר $x = -1$.
- ד. מצאו את שיעורי הקודקודים B ו- C .
- דרך הקודקוד A העבירו מעגל המשיק לישרים l ו- AC .
- ה. מצאו את שיעורי מרכז המעגל.

2. נתונים הישר l והמישור π .

ההצגה הפרמטרית של הישר l היא $\underline{x} = (-1, 5, -11) + t \cdot (m-1, 5-m, -2)$.
משוואת המישור π היא $3x + my + (m+6)z + 4 = 0$.
 m הוא פרמטר.

א. הראו כי לכל ערך של m הישר l אינו מקביל למישור π .

נתון כי הישר l ניצב למישור π וחותר אותו בנקודה A .

ב. מצאו את הערך של הפרמטר m .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A .

ד. לפניכם טענה:

קיים מישור אחד בלבד המכיל את הישר l ועובר דרך הנקודה $(11, -15, -7)$.

קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

3. $z = x + yi$ הוא מספר מרוכב (x ו- y הם מספרים ממשיים).

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות (x, y) במישור גאוס המקיימות:

$$|6 - \bar{z} - 8i|^2 - |5i| = |12 + 16i|$$

הנקודה M היא מרכז המעגל המתואר בסעיף א.

המספרים המרוכבים z_A ו- z_M מייצגים את הנקודות A ו- M , בהתאמה.

נתון: למספרים z_A ו- z_M יש אותו ארגומנט (זווית).

$$2|z_A| = |z_M|$$

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A .

נתונה סדרה הנדסית z_1, z_2, z_3, \dots .

האיבר הראשון בסדרה מייצג את הנקודה A , והאיבר החמישי בסדרה מייצג את הנקודה M .

ג. מצאו את מנת הסדרה (כל האפשרויות).

ד. חשבו את הסכום: $z_1 \cdot \bar{z}_1 + z_2 \cdot \bar{z}_2 + \dots + z_{10} \cdot \bar{z}_{10}$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{a - x^2}{e^x}$, $g(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$ המוגדרות לכל x .

a הוא פרמטר.

א. מצאו את הערך של a שבעבורו $f(x) = g'(x)$ לכל ערך של x .

הציבו את הערך של a שמצאתם, וענו על הסעיפים ב-ה שלפניכם.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

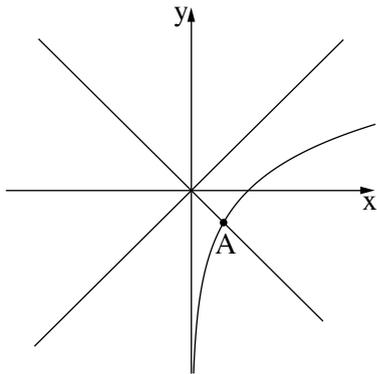
(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצות של גרף הפונקצייה $f(x)$ ושל גרף הפונקצייה $g(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

ה. חשבו את הערך של הביטוי: $\int_1^4 \left(\frac{e^{2x}}{(x+1)^4} \right) \cdot \left(\frac{x^2-1}{e^x} \right) dx$



5. בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של הפונקצייה $f(x) = \ln(x)$ המוגדרת בתחום $x > 0$,

ומתוארים הישרים $y = x$ ו- $y = -x$.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם אחד מן הישרים.

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- a .

היעזרו בסרטוט, וענו על הסעיפים א-ה שלפניכם.

הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

נתונה הפונקצייה: $g(x) = \frac{\ln(x) - x}{\ln(x) + x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כאלה).

(3) מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקצייה $g(x)$.

ב. הסבירו מדוע מתקיים $0 < a < 1$.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $g(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

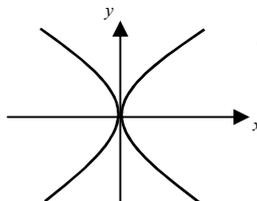
ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $h(x) = e^{g(x)}$.

בהצלחה!

תשובות סופיות
בגרות חורף 2024, שאלון 035582 (סמל ישן 035807)

שאלה 1

פתרון: א. $y^2 = 4ax$ ב. ג. הוכחה ד. $B(-1,4), C(9,4)$ ה. $(0.5,1)$



שאלה 2

פתרון: א. הוכחה ב. $m = -5$ ג. $A(2,0,-10)$ ד. לא נכונה

שאלה 3

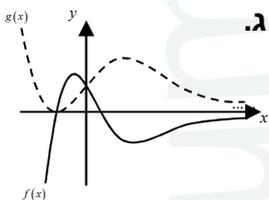
פתרון: א. $(x-6)^2 + (y-8)^2 = 25$ ב. $A(3,4)$ ג. $q = \pm\sqrt[4]{2}$ או $q = \pm\sqrt[4]{2} \cdot i$ ד. 1,871.01

שאלה 4

פתרון: א. $a = 1$ ב. $(-1,0), (0,1)$ ג. $(-1,0), (0,1)$

ב. $g(x)$: $\max(1, \frac{4}{e}), \min(-1, 0)$; $f(x)$: $\max(-0.414, 1.254), \min(2.414, -0.432)$ ג.

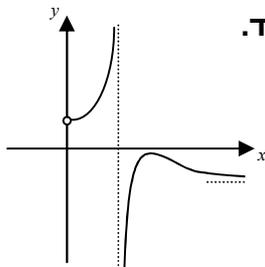
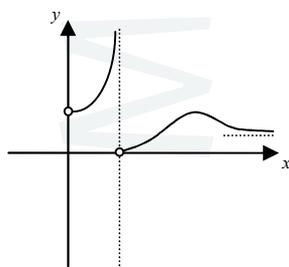
ד. $\frac{4}{e}$ ה. $\frac{e^4}{25} - \frac{e}{4}$



שאלה 5

פתרון: א. $x > a$ או $0 < x < a$ ב. אין א. $y = -1$ ב. הסבר ג. $\max(e, \frac{1-e}{e+1})$

ג. עלייה : $a < x < e$ או $0 < x < a$, ירידה : $x > e$ ד.



פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

בקובץ זה מופיעות שלושת הגרסאות לשאלון 582, חורף 2024

- 1- שאלון 582, גרסה א' (05), חורף מרץ 2024, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 2- שאלון 582, גרסה ב' (06), חורף מרץ 2024, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 3- שאלון 582, גרסה ג' (07), חורף מרץ 2024, השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.

שאלון 582, גרסה א' (05), חורף מרץ 2024

מדינת ישראל
משרד החינוך

שנת הלימוד: תשפ"ד, 2024
מועד הבחינה: חודף תשפ"ד, 2024
מספר השאלון: 35582
דפי נוספות ל-5 יחידות לימוד: נספרו

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. **משך הבחינה:** שלוש שעות.

ב. **מבנה השאלון ומספרם ההערכה:** בשאלון זה שני מרקמים, ובהם חמש שאלות.
מרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, סריגות מסדירה במרחב, מטריצות מרוכבות
מרק שני – נדירה ורעיונה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות.
יש לענות על **עליוש** שאלות לבחירתכם – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. **חומר שזר מותר בשימוש:**

- (1) מחשבון לא דפוי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
 - (2) שימוש במחשבון דפוי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפטילת הבחינה.
- (2) דפי נוספות (מסודרים).

ד. **הוראות מיוחדות:**

- (1) אין להעתיק את השאלה, יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לישום במחברות את שלבי הפתרון, **22** כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את **22** הפעולות, כולל חישובים, במידת הנדרשת בודדה ומסודרות.
חומר פירוט עלול לגרום לפגיעה באופן או לפטילת הבחינה.

יש לשוב **המחברת הבחינה** **עליוש** יש לרשום "סיסמה" בראש כל עמוד המעמס שישתת.
כתיבת סיסמה ברישם שאינם במחברות הבחינה עלולה לגרום לפטילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליון באופן אישי.

בהצלחה!

מס' 35582, גרסה א, חורף תשפ"ד, 2024

השאלות

עזו על שלוש מן השאלות 1-5 (כלי סגולה - $33\frac{1}{3}$ נקודות), שימו לב אם זנעו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבזכותכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. במשולש ישר זווית ABC ($\angle BAC = 90^\circ$), שיעורו הקודקוד A הם $(a, 0)$, a הוא פרמטר שונה מאפס. שיעורו H של הקודקוד B הוא $a - 1$, הצלע BC מקבילה ליעד $H = x$, הנקודה M הוא אמצע הצלע BC .
 - א. הביעו באמצעות a את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל הנקודות M .
 - ב. מניסד את העקום המתואר על ידי המשוואה שמצאתם בשיעור א, מניסד את שני האקסודיות במערכת צירים אחת.
- באחת מן הנקודות M , שנמצאת בדביע הראשון, העבירו יעד l המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם בשיעור א.
 - ג. הוכיחו כי היעד l מקביל ליעד AC .
- נתון גם כי $AM = 10$ (הנקודה M נמצאת בדביע הראשון), והקודקוד B נמצא על היעד $x = -2$.
 - ד. מצאו את שיעורי הקודקודים B ו- C .
 - ה. דרך הקודקוד A העבירו מעגל המשיק ליעדים l ו- AC , מצאו את שיעורי מרכז המעגל.

| מסר השאלה | התשובה הנכונה |
|-----------|----------------------|
| 1. | |
| א. | $y^2 = 4ax$ |
| ב. | |
| ג. | הוכחה |
| ד. | $C(18, 8), B(-2, 8)$ |
| ה. | $(1, 2)$ |

בס' 35582, גרסה א, חורף תשפ"ד, 2024

| | |
|----------------|----|
| 2. | א. |
| להראות | |
| $m = -5$ | ב. |
| $A(2, 0, -10)$ | ג. |
| לא נכונה | ד. |

2. מנוגים הישר ℓ המישור π .
ההצגה הפרמטרית של הישר ℓ היא $\underline{x} = (-1, 5, -11) + t \cdot (m-1, 5-m, -2)$.
משוואת המישור π היא $3x + my + (m+6)z + 4 = 0$.
ג. הוא פרמטרי.
א. הראו כי לכל ערך של m הישר ℓ אינו מקביל למישור π .
ב. מנן כי הישר ℓ נמצב למישור π דווקא אותו במקרה A .
ג. מצאו את הערך של הפרמטר m .
ד. מצאו את טיקודי הנקודה A .
ה. למיכם טענה:
קיים מישור אחד בלבד המכיל את הישר ℓ ועובר דרך הנקודה $(5, -5, -9)$.
קבע אם הטענה נכונה או לא נכונה, מנן את קביעתכם.

| | |
|--|----|
| 3. | א. |
| להראות | |
| $A(3, 4)$ | ב. |
| $-4\sqrt{2}i, -4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}i, 4\sqrt{2}$ | ג. |
| 1,871.02 | ד. |

3. $z = x + iy$ הוא מטפר מרוכב (x ו- y הם מממרים מממרים).
א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות (x, y) במישור גאון המקומות:

$$\left| 6 - \bar{z} - 8i \right|^2 - \left| 10i \right|^2 = \left| 9 + 12i \right|^2$$
הנקודה M הוא מרכז המעגל המתואר בטעף א.
המספרים המרוכבים z_A ו- z_M מייצגים את הנקודות A ו- M , בהתאמה.
מנן: למספרים z_A ו- z_M יש אותו ארגומנט (זווית).
ב. $2|z_A| = |z_M|$
מצאו את טיקודי הנקודה A .
מננה סדרה הנדסית: z_1, z_2, z_3, \dots .
האיבר הראשון בסדרה מייצג את הנקודה A , האיבר התמישי בסדרה מייצג את הנקודה M .
ג. מצאו את שנת הגדרה (כל האפשרויות).
ד. חשבו את הסכום: $z_1 + \bar{z}_1 + z_2 + \bar{z}_2 + \dots + z_{10} + \bar{z}_{10}$.

מס' 35582, גרסה א, חורף תשפ"ד, 2024

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. מונות הפונקציות: $f(x) = \frac{a-x^2}{e^x}$, $g(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$ המוגדרות לכל x .
 א. הוא פוטנציאלי,

א. סמנו את הערך של a שבעבורו $f(x) = g'(x)$ לכל ערך של x .

הציבו את הערך של a שנמצא, וענו על השערים ב-ה שלפניכם.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציות $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציות $g(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, וקבעו את סוגן.

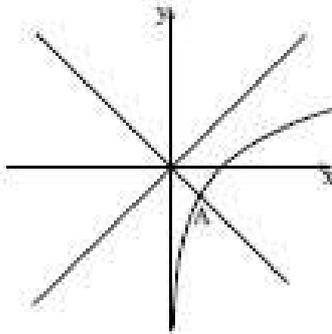
ג. מרמזו באותה מערכת צירים טקסיות של גרף הפונקציות $f(x)$ ושל גרף הפונקציות $g(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציות $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

ה. חשבו את הערך של הביטוי: $\int_1^3 \left(\frac{e^{2x}}{(x+1)^4} + \frac{(x^2-1)}{e^x} \right) dx$

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|--|------------|
| | 4. |
| $a=1$ | א. |
| $(0, 1), (-1, 0), (1, 0)$ | ב. (1) |
| $(0, 1), (-1, 0)$ | (2) |
| נקודות קיצון של הפונקציה $f(x)$: $\max(1-\sqrt{2}, 1.25)$ $\min(1+\sqrt{2}, -0.43)$ | (3) |
| נקודות קיצון של הפונקציה $g(x)$: $\min(-1, 0), \max(1, \frac{4}{e})$ | ג. |
|  | ד. |
| $\frac{e^2}{9} - \frac{e}{4} \approx 0.14$ | ה. |

מס' 35582, גרסה א, חורף תשפ"ד, 2024



5. נבדקו שלפניכם מוחמד הנרי של הפונקציה $f(x) = \ln(x)$ המוגדרת בתחום $x > 0$,

המטוארים הישרים $y = x$ ו- $y = -x$.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם אחד מן הישרים.

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- a.

היערך בנדבכים, וענו על השאלות א-ה שלפניכם.

הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

פונקט הפונקציה: $g(x) = \frac{\ln(x) - x}{\ln(x) + x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כאלה).

(3) מצאו את משוואת האסימטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $g(x)$.

ב. המבדו סודע פתקים: $0 < a < 1$.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את טבעה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

ד. מדרסו נקודה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ה. מדרסו נקודה של גרף הפונקציה $h(x) = e^{g(x)}$.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 5. | |
| א. (1) | $x > 0, x \neq a$ |
| (2) | אין |
| (3) | $x \rightarrow \infty, y = -1$ |
| ב. | הסבר |
| ג. (1) | $\max\left(c, \frac{1-c}{1+c}\right)$ |
| (2) | תחומי עלייה: $0 < x < a$ תחומי ירידה: $a < x < e$ $e < x$ |
| ד. |  |
| ה. |  |

בהצלחה!

בסוף השנה נערכו למידות תלמידי
אין להעתיק או לפרסם אלא כפי שמועד החינוך

שאלון 582, **גרסה ב' (06)**, חורף מרץ 2024

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: מבחן
מועד הבחינה: חורף תשפ"ד, 2024
מספר השאלון: 35582
דפי נושאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות.
 - ב. מבנה השאלון ומתחם המבחן: בשאלון זה שני פרקים, והם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, סריטומטרייה במרחב, מטורים מדוברים
פרק שני – ביוליה ורעיון, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
 - ג. חומר נדח (שנתן רשימתו):
 - (1) מחשבון לא גרמי, אין להשתמש באפשרויות החלונות במחשבון שיש בו אפשרות חלונות.
שימוש במחשבון גרמי או באפשרויות החלונות במחשבון עלול לגרום לפטילת הבחינה.
 - (2) דפי נושאות (מפוזרים).
 - ד. הנחיות מיוחדות:
 - (1) אין להעתיק את השאלון, יש לטמן את מספרו בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש, יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, בג כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל המעלות, כולל חישובים, במידת וביאור בודדה ומסודרת.
חומר מידע עלול לגרום למניקה באיזון או לפטילת הבחינה.
- יש לכתוב בסעיפת הבחינה שם, יש לרשום "שימו" בראש כל עמוד השמש שיטה.
מוכתב שיטה ברשימה שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפטילת הבחינה.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אך על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליון באופן אישי.

בהצלחה!

35582 גרסה ב, חורף תשפ"ד, 2024

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אנו רוצים על חובר מסלול שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברותכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. במשולש ישר זווית ABC ($\angle BAC = 90^\circ$), שיעודי הקודקוד A הם $(a, 0)$, a הוא פרמטר שונה מאפס.

שיעוד B של הקודקוד B הוא $a - 1$, הנלע BC מקבילה לציר ה- x .

הנקודה M היא אמצע הנלע BC .

א. הניחו באמצעות a את משוואת הנקודות האומטריות שעליו נמצאת כל הנקודות M .

ב. סוּסוּ את העקום המתואר על ידי המשוואה שנמצאתם בסעיף א.

סוּסוּ את שתי האפשרויות במערכת צירים אחרת.

באותן מן הנקודות M , שנמצאת בדביע הראשון, העבירו ישר l המשיק לנקודת האומטריה שנמצאתם בסעיף א.

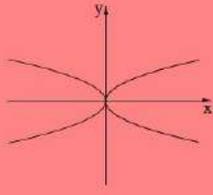
ג. הוכיחו כי הישר l מקביל לישר AC .

סנוק $AM = 10$ (הנקודה M נמצאת בדביע הראשון), והקודקוד B נמצא על הישר $x = -1$.

ד. מצאו את שיעודי הקודקודים B ו- C .

דרך הקודקוד A העבירו מעגל המשיק לישרים l ו- AC .

ה. מצאו את שיעודי מרכז המעגל.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 1. | |
| א. | $y^2 = 4ax$ |
| ב. |  |
| ג. | הוכחה |
| ד. | $C(19, 6), B(-1, 6)$ |
| ה. | $(0.5, 1.5)$ |

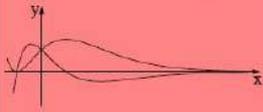
35582 גרסה ב, חורף תשפ"ד, 2024

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{a-x^2}{e^x}$, $g(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$ המוגדרות לכל x , a הוא פרמטר.

- א. מצא את הערך של a שבעבורו $f(x) = g'(x)$ לכל ערך של x . הציבו את הערך של a שמוצאתם, וענו על השעיות ב-ה שלמניכם.
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.
 (3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, וקבעו את נובתן.
- ג. תרשמו באותם מערכת צירים סקיצות של גרף הפונקציה $f(x)$ ושל גרף הפונקציה $g(x)$.
- ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי צירי x .

ה. חשבו את הערך של הביטוי: $\int_1^3 \left(\frac{e^{2x}}{(x+1)^4} - \frac{(x^2-1)}{e^x} \right) dx$

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| 4. | |
| א. | $a = 1$ |
| ב. (1) | $(0, 1), (-1, 0), (1, 0)$ |
| (2) | $(0, 1), (-1, 0)$ |
| (3) | נקודות קיצון של הפונקציה $f(x)$: $\max(1 - \sqrt{2}, 1.25)$ $\min(1 + \sqrt{2}, -0.43)$ נקודות קיצון של הפונקציה $g(x)$: $\min(-1, 0), \max(1, \frac{4}{e})$ |
| ג. |  |
| ד. | $\frac{4}{e}$ |
| ה. | $\frac{e^3}{16} - \frac{e}{4} \approx 0.58$ |

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: במחזור
מועד הבחינה: חורף ותשפ"ד, 2024
מספר השאלון: 35582
דפי נוספות ל-5 יחידות לימוד: נוספת

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות.
 - ב. הבהתשאלון והפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
 פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מטורים מרוכבים
 פרק שני – נדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 יש לענות על כל שאלות לבחירתכם – $5 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
 - ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון ללא גרפי, אין להשתמש באפשרויות החכמות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות החכמות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוספות (מצורפים).
 - ד. הדאגות מיוחדות:
 (1) אין להעתיק את השאלון, יש לסמן את מטפזה בלבד.
 (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש, יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, **אם** כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 יש להסביר את **כל** הפעולות, כולל חישובים, כפירוש ובמורה בודדה ומסודרת.
 חתום פירוט עלול לגרום לפגיעה באיזן או לפסילת הבחינה.
- יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד, יש לרשום "מיסדה" בראש כל עמוד המעמט סיטה.
 תזכית מיסדה ברשום שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אך על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

35582 גרסה ג, חורף תשפ"ד, 2024

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – 33 $\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש השאלות הראשונות שבמבחן.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

1. במשולש ישר זווית ABC ($\angle BAC = 90^\circ$), סיעודי הקודקוד A הם $(0, a)$, a הוא פרטנר שונה מאפס.

סיעודי הירי x של הקודקוד B הוא $-a$, הנלע BC מקביל לירי x ,

הנקודה M היא אמצע הנלע BC .

א. הביעו באמצעות a את משוואת היקום המעגלי שעליו נמצאת כל הנקודות M .

ב. סוּסְרו את היקום המתואר על ידי המשוואה שנמצאתם בטעיף א.

סוּסְרו את שתי האפשרויות במערכת צירים אחרת.

באותן מן הנקודות M , שנמצאת בריבוע הראשון, העבירו ישר l המשיק ליקום המעגלי שנמצאתם בטעיף א.

ג. העבירו כי הישר l מקביל לישר AC .

סנון גם כי $AM = 5$ (הנקודה M נמצאת בריבוע הראשון), הקודקוד B נמצא על הישר $x = -1$.

ד. מצאו את סיעודי הקודקודים B ו- C .

וזן הקודקוד A העבירו מעגל המשיק לישרים l ו- AC .

ה. מצאו את סיעודי שני כי המעגל.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---------------------|
| 1. | $y^2 = 4ax$ |
| א. | |
| ב. | |
| ג. | הוכחה |
| ד. | $C(9, 4), B(-1, 4)$ |
| ה. | $(0.5, 1)$ |

גרסה ג, חורף תשפ"ד, 35582

| | |
|----------------|----|
| 2. | א. |
| להראות | ב. |
| $m = -5$ | ג. |
| $A(2, 0, -10)$ | ד. |
| לא נכונה | |

2. מונחים הישר E והמישור π .

ההצגה הפרמטרית של הישר E היא $\underline{x} = (-1, 5, -11) + t \cdot (m-1, 5-m, -2)$.

משוואת המישור π היא $3x + my + (m+6)z + 4 = 0$.

זו היא הנכונה.

א. תאמו כי לכל ערך של m הישר E אינו מקביל למישור π .

ב. תאמו כי הישר E נמצא במישור π וחותך אותו בנקודה A .

ג. מצאו את הערך של הפרמטר m .

ד. מצאו את שיעורי הנקודה A .

ה. למינסם טענה.

קיים משווא אחד בלבד המכיל את הישר E ועובר דרך הנקודה $(11, -15, -7)$.

קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה, נמקו את קביעותכם.

3. זוג $z = x + iy$ הוא מספר מרוכב (x ו- y הם מספרים ממשיים).

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות (x, y) במישור גאומטרי המוקדמות:

$$\left| \frac{z}{5} - \bar{z} - 8i \right|^2 - |5i| = |12 + 16i|$$

הנקודה M היא מרכז המעגל המתואר בסעיף א.

המספרים המרוכבים z_A ו- z_M מייצגים את הנקודות A ו- M , בהתאמה.

נתון: למספרים z_A ו- z_M יש אותו ארגומנט (זווית).

$$2|z_A| = |z_M|$$

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A .

נתונה סדרה הנדסית: z_1, z_2, z_3, \dots

האיבר הראשון בסדרה מייצג את הנקודה A , האיבר החמישי בסדרה מייצג את הנקודה M .

ג. מצאו את סגת הסדרה (כל האפשרויות).

ד. חשבו את הסכום: $z_1 \cdot \bar{z}_1 + z_2 \cdot \bar{z}_2 + \dots + z_{10} \cdot \bar{z}_{10}$.

| | |
|--|----|
| 3. | א. |
| להראות | ב. |
| $A(3, 4)$ | ג. |
| $-4\sqrt{2}i, -4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}i, 4\sqrt{2}$ | ד. |
| 1,871.02 | |

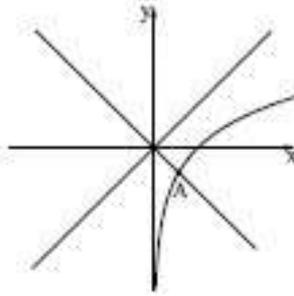
35582 גרסה ג' חורף תשפ"ד, 2024

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{a-x^2}{e^x}$, $g(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$. המוגדרות לכל x , a הוא פרמטר.
- א. מצא את הערך של a שבקבוצת $f(x) = g'(x)$ לכל ערך של x .
 הציב את הערך של a שבמצאתם, ועזר על הטעימים ב-ה שלפניכם.
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הציירים.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הציירים.
 (3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, וקבעו את סוגן.
- ג. טחטטו באותה מערכת צירים טקסיות של גרף הפונקציה $f(x)$ ושל גרף הפונקציה $g(x)$.
- ד. חשבו את השטח המצטבר על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .
- ה. חשבו את הערך של הביטוי: $\int_1^4 \left(\frac{e^{-2x}}{(x+1)^4} \right) \cdot \left(\frac{x^2-1}{e^x} \right) dx$

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| 4. | |
| א. | $a=1$ |
| ב. (1) | $(0, 1), (-1, 0), (1, 0)$ |
| (2) | $(0, 1), (-1, 0)$ |
| (3) | נקודות קיצון של הפונקציה $f(x)$: $\max(1 - \sqrt{2}, 1.25)$ $\min(1 + \sqrt{2}, -0.43)$ נקודות קיצון של הפונקציה $g(x)$: $\min(-1, 0), \max(1, \frac{4}{e})$ |
| ג. | |
| ד. | $\frac{4}{e}$ |
| ה. | $\frac{e^4}{25} - \frac{e}{4} \approx 1.5$ |

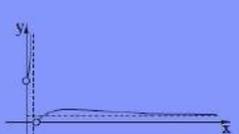
35582, גרסה ג, חורף תשפ"ד, 2024



5. בטרנסום שלמנים מתחשי הגרף של הפונקציה $f(x) = \ln(x)$ המוגדרת בתחום $x > 0$, מתוארים הישרים $y = -x$ ו- $y = x$. הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם אחד מן הישרים. נסמן את שיעור הנקודה A ב- a . היעודו בטרנסום, תמו על הסעיפים א-ה שלמנים. הביעו את השוואות באמצעות a אם יש צורך.

$$g(x) = \frac{\ln(x) - x}{\ln(x) + x}$$

- א. מצאו את תחום הגדרה של הפונקציה $g(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כזו).
- ג. מצאו את משוואת האסימטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $g(x)$.
- ד. הסבירו מדוע מתקיים $0 < a < 1$.
- ה. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגו.
- ו. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
- ז. טרנסום סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ח. טרנסום סקיצה של גרף הפונקציה $h(x) = e^{g(x)}$.

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 5. | |
| א. (1) | $x > 0, x \neq a$ |
| ב. (2) | אין |
| ג. (3) | $x \rightarrow \infty, y = -1$ |
| ד. ג. | הסבר |
| ה. (1) | $\max\left(e, \frac{1-e}{1+e}\right)$ |
| ו. (2) | תחומי עלייה: $0 < x < a$ תחומי ירידה: $a < x < e$ $e < x$ |
| ז. ד. |  |
| ח. ה. |  |

בהצלחה!

ועם חברים שאוחדו למרות קושי
אין לחכות או לרוץ אלא בזמנו ממדד החינוך

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתון מעגל I שמשוואתו $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$, ומרכזו בנקודה K. נתון מעגל II שמשוואתו $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 1$, ומרכזו בנקודה L. הנקודה A נמצאת על מעגל I, והנקודה B נמצאת על מעגל II. מעבירים משיק למעגל I דרך הנקודה A ומשיק למעגל II דרך הנקודה B. שני המשיקים נחתכים בנקודה M.
 - א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M המקיימות $MA = MB$ הוא קו ישר, ומצאו את משוואתו.
 - ב. (1) הראו כי הישר שאת משוואתו מצאתם בסעיף א והישר KL מאונכים זה לזה.
 - ב. (2) האם קיימת נקודה M שמתקיים בעבורה $ML = MK$? נמקו את תשובתכם.
- נתון כי בעבור אחת מן הנקודות M, הנמצאת מעל הישר KL, שטח המשולש KLM הוא 26.
 - ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.
 - הנקודה M שמצאתם בסעיף ג נמצאת על הפרבולה $y^2 = 2px$, p הוא פרמטר.
 - ד. מצאו את משוואת המשיק לפרבולה בנקודה M.

2. נתונים שני ישרים l_1 ו- l_2 . לפניכם הצגה פרמטרית של כל אחד מן הישרים.

$$l_1: \underline{x} = t(-1, 3, 0)$$

$$l_2: \underline{x} = (1, -3, 0) + m(0, k, 1)$$

k הוא פרמטר.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של הישרים l_1 ו- l_2 .

א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ב. נסמן ב- α את הזווית בין הישרים l_1 ו- l_2 .

ג. מצאו את הערך של k שבעבורו מתקיים $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{5}$.

הציבו $k = 2$, וענו על הסעיפים ג-ה.

המישור π מכיל את הישרים l_1 ו- l_2 .

ג. מצאו את משוואת המישור π .

הנקודה B נמצאת על הישר l_2 , והנקודה O היא ראשית הצירים.

המשולש AOB הוא שווה שוקיים, $AO = AB$.

ד. הסבירו מדוע המשולש AOB נמצא במישור π .

מן הנקודה A מעלים אנך למישור π ומסמנים עליו את הנקודה S.

נתון: נפח הפירמידה SAOB הוא $7\sqrt{2}$.

ה. מצאו את שיעורי הנקודה S (את שתי האפשרויות).

3. במעוין ABCD הקודקוד A נמצא ברביע הראשון, והקודקוד B נמצא ברביע השני במישור גאוס.

אלכסוני המעוין נפגשים בראשית הצירים.

המספר המרוכב z מייצג את הקודקוד A.

נתון: $BD = 2AC$.

א. הביעו באמצעות z את המספרים שמייצגים את הקודקודים B, C ו- D.

נסמן: $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$.

ב. ענו על התת-סעיפים (1) ו- (2). הביעו את תשובותיכם באמצעות r ו- θ אם יש צורך.

(1) כתבו הצגה קוטבית של ארבעת המספרים ההופכיים $(\frac{1}{z}, \dots)$ למספרים המייצגים את קודקודי המעוין.

(2) ארבעת המספרים שמצאתם בתת-סעיף (1) מייצגים קודקודים של מרובע.

מצאו את שטח המרובע שנוצר על ידי קודקודים אלה.

ג. נתונה המשוואה: $w^{11} = \bar{w}$, w הוא מספר מרוכב השונה מ-0.

מצאו את סכום 12 הפתרונות של המשוואה.

פתרונות המשוואה שבסעיף ג מייצגים קודקודים של מצולע ששטחו שווה לשטח המרובע שמצאתם בתת-סעיף (2).

ד. מצאו את הערך של r.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{e^x - b}{(e^x - 4)^2}$, b הוא פרמטר חיובי, $b \neq 4$.
- א. ענו על התנת-סעיפים (1)–(3). הביעו את תשובותיכם באמצעות b אם יש צורך.
- (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 - (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = \ln(12)$.
- ב. מצאו את הערך של b , ואת סוג נקודת הקיצון.
- הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הערך של b שמצאתם, וענו על הסעיפים ג–ו.
- נתונה הפונקצייה: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 - (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לצירים.
- ד. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
- ה. מהו שיעור ה- y של נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.
- ו. קבעו אם הערך של $\int_{-3}^{-2} (f(x) - g(x)) dx$ קטן או גדול מ- $1 \frac{1}{2}$. נמקו את קביעתכם.
5. נתונה הפונקצייה $f(x) = x((\ln(x))^2 - 2\ln(x) + 2)$, המוגדרת בתחום $x > 0$.
- א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 - ב. מצאו את שיעורי נקודת הפיתול של הפונקצייה $f(x)$.
 - ג. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ד. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 - (2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- נתונות הפונקציות $h(x) = \frac{f(x)}{x^2}$, $g(x) = (\ln(x))^2 - 9$, המוגדרות בתחום $x > 0$.
- ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x .
- דרך נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x העבירו אנכים לציר ה- x .
- ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי גרף הפונקצייה $h(x)$ ועל ידי האנכים.

בהצלחה!

תשובות סופיות

בגרות קיץ 2024 מועד א', שאלון 035582 (סמל ישן 035807)

שאלה 1

פתרון: א. $y = -4x - 3$ ב.1. הוכחה ב.2. לא ג. $M(-3, 9)$ ד. $y = -1.5x + 4.5$

שאלה 2

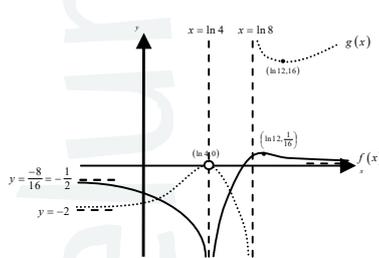
פתרון: א. $A(1, -3, 0)$ ב. $k = \pm 2$ ג. $3x + y - 2z = 0$ ד. הסבר ה. $S(10, 0, -6)$ או $S(-8, -6, 6)$

שאלה 3

פתרון: א. $z_B = 2zi, z_C = -z, z_D = -2zi$ ב.1. $\frac{1}{z_B} = \frac{1}{2r} \text{cis}(-\theta - 90^\circ), \frac{1}{z_A} = \frac{1}{r} \text{cis}(-\theta)$ ב.2. $\frac{1}{z_D} = \frac{1}{2r} \text{cis}(-\theta - 270^\circ), \frac{1}{z_C} = \frac{1}{r} \text{cis}(-\theta - 180^\circ)$ ג. 0 ד. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

שאלה 4

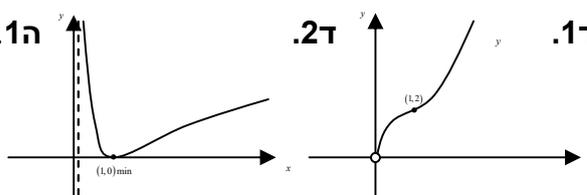
פתרון: א.1. $x \neq \ln 4$ א.2. $x = \ln 4, y = 0, y = -\frac{b}{16}$ ב. $b = 8$ א.3. $(0, \frac{1-b}{9}), (\ln b, 0)$ ד. $x = \ln 8, y = -2$



א.1. $\left(\ln 12, \frac{1}{16}\right)_{\max}$ א.2. $x \neq \ln 8, x \neq \ln 4$ א.3. $x = \ln 8, y = -2$ ה. 1- ו. קטן

שאלה 5

פתרון: א. תחומי עלייה: $x > 0$, תחומי ירידה: אין ב. $(1, 2)$ ג. תחומי חיוביות: $x > 0$, תחומי שליליות: אין ד.1. $\frac{8}{e^3} + 4e^3$ ד.2. $30 + \frac{8}{e^3} + 4e^3$ ה. $\frac{8}{e^3} + 4e^3$



פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד



משרד החינוך

דגשים בנוגע לפרסום הצעה לפתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

1. בהצעה לפתרון שאלוני בחינת הבגרות במתמטיקה **מובאת התוצאה הסופית בלבד**, בלי פירוט דרכי הפתרון או בלי הסבר לפתרון.
2. אם יתברר שנפלה טעות בהצעת הפתרון, תפורסם בתוך זמן סביר הצעה מתוקנת, והצעת הפתרון המתוקנת תהיה המחייבת. **ט"ח** (טעות לעולם חוזר) – בהצעת הפתרון עלולות ליפול טעויות, ואין בה כדי לחייב את מעריכי הבחינה לקבל תשובה שגויה.
3. על פי חוזר מנכ"ל טוהר הבחינות – תשע"ה/9ד, נבחנים בבחינת בגרות מחויבים לפעול על פי נוהלי טוהר הבחינות כדי להבטיח הליך בחינות אמין, הוגן ושוויוני.
הנבחנים נדרשים לכתוב במחברת הבחינה פתרון מלא, מפורט ומנומק.
אם נבחן יכתוב תשובות סופיות נכונות במחברת הבחינה בלי פירוט של שלבי הפתרון או בלי הסבר מפורט או אם יתעורר חשד שנבחן הפר את טוהר הבחינות, יחל הליך של החשדת הבחינה כמפורט בחוזר.
[קישור לחוזר המנכ"ל](#)

בהצלחה לנבחנים ולנבחנות!



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 35582, גרסה א, קיץ תשפ"ד, 2024

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|------------|--|
| 1. | א. $y = -4x - 3$ ב. (1) להראות לא (2) ג. $M(-2, 5)$ ד. $y = -1.25x + 2.5$ | 4. | א. $x \neq \ln 4$ ב. $x = \ln 4$ ג. מימין: $y = 0$ משמאל: $y = \frac{-b}{16}$ ד. $(0, \frac{1-b}{9}), (\ln b, 0)$ ה. $b = 8$ ו. נקודת מקסימום ז. $x \neq \ln 4, x \neq \ln 8$ ח. $x = \ln 8$ ט. משמאל: $y = -2$ |
| 2. | א. $A(1, -3, 0)$ ב. $k = -2$ או $k = 2$ ג. $3x + y - 2z = 0$ ד. להסביר ה. $S(7, -1, -4)$ ו. או ז. $S(-5, -5, 4)$ | ה. | א. -1 ב. קטן |
| 3. | א. $z_A = z, z_B = 2zi$ $z_C = -z, z_D = -2zi$ ב. (1) $\frac{1}{z_A} = \frac{1}{r} \cdot \text{cis}(-\theta)$ $\frac{1}{z_B} = \frac{1}{2r} \cdot \text{cis}(-\theta - 90^\circ)$ $\frac{1}{z_C} = \frac{1}{r} \cdot \text{cis}(-\theta - 180^\circ)$ $\frac{1}{z_D} = \frac{1}{2r} \cdot \text{cis}(-\theta - 270^\circ)$ ג. $\frac{1}{r^2}$ ד. 0 ה. $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$ | ה. | ה. -1 ו. קטן |



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 35582, גרסה א, קיץ תשפ"ד, 2024

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|
| 5. | <p>תחומי עלייה: $x > 0$ $(1, 2)$</p> <p>תחומי חיוביות: $x > 0$</p> |
| א. | |
| ב. | |
| ג. | |
| ד. (1) | |
| (2) | |
| ה. | $2e^2 + \frac{6}{e^2}$ |
| ו. | $\frac{40}{3} + 2e^2 + \frac{6}{e^2}$ |



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 35582, גרסה ב, קיץ תשפ"ד, 2024

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|----------------------------|------------|----------------------------------|
| 1. | א. ב. (1) ג. ד. | 4. | א. (1) ב. (2) ג. (3) ד. |
| 2. | א. ב. ג. ד. ה. | ה. | א. (1) ב. (2) ג. ד. |
| 3. | א. ב. (1) ג. ד. | ה. ו. | א. (1) ב. (2) ג. ד. |

4.

א. (1)
 $x \neq \ln 4$
 ב. (2)
 $x = \ln 4$
 ג. (3)
 מימין: $y = 0$
 משמאל: $y = \frac{-b}{16}$
 $(0, \frac{1-b}{9}), (\ln b, 0)$
 ד.
 $b = 8$
 נקודת מקסימום
 ג. (1)
 $x \neq \ln 4, x \neq \ln 8$
 ב. (2)
 $x = \ln 8$
 משמאל: $y = -2$
 ד.

ה.
ו.

1.

א.
 $y = -4x - 3$
 ב. (1)
 להראות
 ג.
 לא
 $M(-3, 9)$
 ד.
 $y = -1.5x + 4.5$

2.

א.
 $A(1, -3, 0)$
 ב.
 $k = -2$ או $k = 2$
 ג.
 $3x + y - 2z = 0$
 ד.
 להסביר
 ה.
 $S(10, 0, -6)$
 או
 $S(-8, -6, 6)$

3.

א.
 $z_A = z, z_B = 2zi$
 $z_C = -z, z_D = -2zi$
 ב. (1)
 $\frac{1}{z_A} = \frac{1}{r} \cdot \text{cis}(-\theta)$
 $\frac{1}{z_B} = \frac{1}{2r} \cdot \text{cis}(-\theta - 90^\circ)$
 $\frac{1}{z_C} = \frac{1}{r} \cdot \text{cis}(-\theta - 180^\circ)$
 $\frac{1}{z_D} = \frac{1}{2r} \cdot \text{cis}(-\theta - 270^\circ)$
 ג.
 $\frac{1}{r^2}$
 ד.
 0
 $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 35582, גרסה ב, קיץ תשפ"ד, 2024

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|-------------------------------------|
| 5. | |
| א. | תחומי עלייה: $x > 0$ $(1, 2)$ |
| ב. | |
| ג. | תחומי חיוביות: $x > 0$ |
| ד. (1) | |
| | |
| (2) | |
| | |
| ה. | $\frac{8}{e^3} + 4e^3$ |
| ו. | $30 + \frac{8}{e^3} + 4e^3$ |



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 35582, גרסה ג, קיץ תשפ"ד, 2024

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1. | א. ב. (1) ג. ד. | 4. | א. (1) ב. (2) ג. (3) ד. |
| 2. | א. ב. ג. ד. ה. | ב. (1) ג. (2) ד. | א. ב. ג. ד. ה. |
| 3. | א. ב. (1) ג. ד. ה. | א. ב. ג. ד. ה. ו. | א. ב. (1) ג. ד. ה. |

4.

א. (1)
 $x \neq \ln 4$
 ב. (2)
 $x = \ln 4$
 ג. (3)
 מימין: $y = 0$
 משמאל: $y = \frac{-b}{16}$
 $(0, \frac{1-b}{9}), (\ln b, 0)$
 ד.
 $b = 8$
 נקודת מקסימום
 ג. (1)
 $x \neq \ln 4, x \neq \ln 8$
 ב. (2)
 $x = \ln 8$
 משמאל: $y = -2$
 ד.

ה.
ו.
ז.
קטן

1.

א.
 $y = -4x - 3$
 ב. (1)
 להראות
 ג.
 לא
 מ. (2)
 $M(-2.5, 7)$
 ד.
 $y = -1.4x + 3.5$

2.

א.
 $A(1, -3, 0)$
 ב.
 $k = -2$ או $k = 2$
 ג.
 $3x + y - 2z = 0$
 ד.
 להסביר
 ה.
 $S(13, 1, -8)$
 או
 $S(-11, -7, 8)$

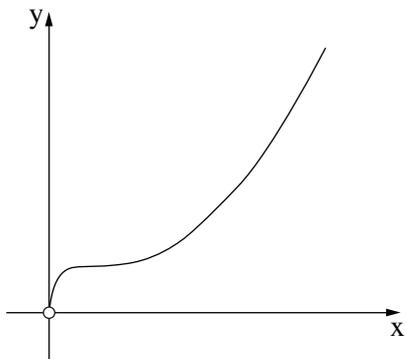
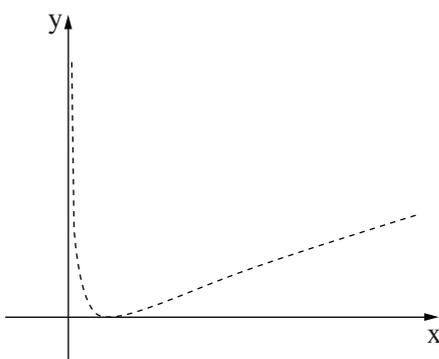
3.

א.
 $z_A = z, z_B = 2zi$
 $z_C = -z, z_D = -2zi$
 ב. (1)
 $\frac{1}{z_A} = \frac{1}{r} \cdot \text{cis}(-\theta)$
 $\frac{1}{z_B} = \frac{1}{2r} \cdot \text{cis}(-\theta - 90^\circ)$
 $\frac{1}{z_C} = \frac{1}{r} \cdot \text{cis}(-\theta - 180^\circ)$
 $\frac{1}{z_D} = \frac{1}{2r} \cdot \text{cis}(-\theta - 270^\circ)$
 ג.
 $\frac{1}{r^2}$
 ד.
 0
 $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 35582, גרסה ג, קיץ תשפ"ד, 2024

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| 5. | |
| א. | תחומי עלייה: $x > 0$ |
| ב. | $(1, 2)$ |
| ג. | תחומי חיוביות: $x > 0$ |
| ד. (1) |  |
| (2) |  |
| ה. | $\frac{4}{e}$ |
| ו. | $\frac{14}{3} + \frac{4}{e}$ |

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, 2024, מועד ב
מספר השאלון: 35582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

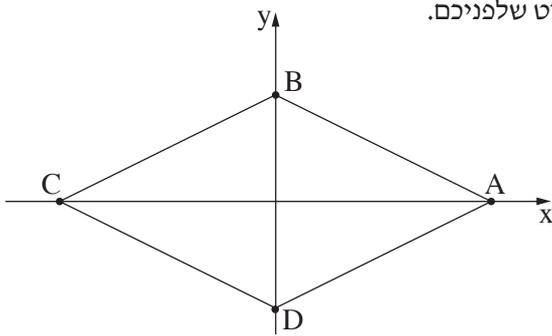
בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים



1. נתון מעוין ABCD. אלכסוני המעוין מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

נתון: אורך האלכסון AC הוא 10.

המרחק של כל אחת מצלעות המעוין מראשית הצירים הוא $\sqrt{5}$.

א. מצאו את משוואת הצלע AB.

בתוך המעוין חסום מעגל.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

הנקודה M היא נקודת ההשקה של המעגל והמעוין ברביע הראשון.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

מן הנקודה M מורידים אנך לציר ה-x החותך אותו בנקודה $K(a, 0)$.

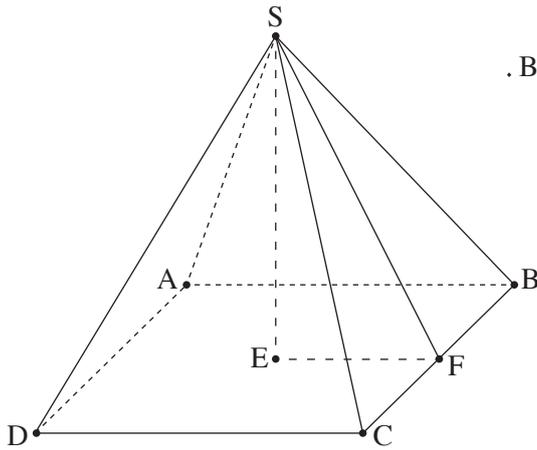
על הישר $x = -a$ מסמנים נקודה E ומעבירים דרכה ישר המקביל לציר ה-x.

הישר המקביל חותך את האנך האמצעי לקטע EK בנקודה G.

ד. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות G המתקבלות באופן זה נמצא על פרבולה, ומצאו את משוואתה.

הנקודה N נמצאת ברביע הראשון על הפרבולה שאת משוואתה מצאתם. שיעור ה-x של הנקודה N הוא 16.

ה. מצאו את משוואות שני המעגלים שמרכזם בנקודה N והם משיקים למעגל החסום במעוין.



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הבסיס, והנקודה F היא אמצע המקצוע BC.

נסמן: $\vec{SE} = \underline{u}$, $\vec{SF} = \underline{v}$, $\vec{SB} = \underline{w}$.

א. הביעו באמצעות \underline{u} ו- \underline{v} את הווקטורים \vec{BC} ו- \vec{DC} .

הקטע SE הוא גובה הפירמידה.

נתון: $|\underline{u}| = 8$.

ב. מצאו את הערך של $\underline{u} \cdot \underline{w}$.

נתון: $\vec{BA} = (-3, 4, 5)$.

ג. מצאו את גודל הזווית שבין SB ובין הבסיס של הפירמידה.

נתון: $E(0, 4, 5)$, מישור הבסיס ABCD מקביל לציר z.

ד. מצאו את משוואת המישור שעליו מונח הבסיס של הפירמידה.

נתון: שיעור ה-x של הקודקוד B הוא 3.

ה. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

3. א. (1) מצאו את פתרונות המשוואה: $z^6 + 729i = 0$ (z הוא מספר מרוכב).

(2) מצאו את ארבעת הפתרונות של המשוואה: $\frac{z^6 + 729i}{z^2 - 9i} = 0$ (z הוא מספר מרוכב).

הפתרונות שמצאתם בתת-סעיף א(2) מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ב. מצאו את שטח המרובע.

מסובבים את המרובע (סביב הראשית) בזווית α נגד כיוון השעון, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

ג. מהו הערך של מכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע בעבור $\alpha = 45^\circ$? נמקו את תשובתכם.

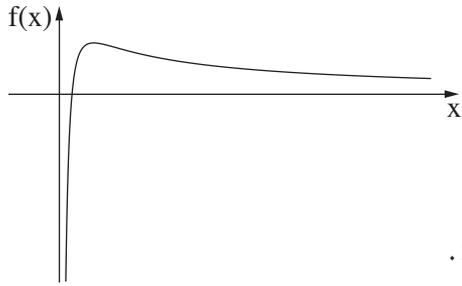
ד. (1) מצאו את שני הערכים של α כך שמכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע לאחר הסיבוב תהיה

מספר מדומה טהור.

(2) מהו הערך של המכפלה בעבור כל אחד מן הערכים של α שמצאתם?

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה $k(x) = xe^x$, ונתונה הפונקצייה $m(x) = 2e^x - 1$, המוגדרות לכל x .
- א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- y בעבור כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$.
 (2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ (אם יש כאלה).
 (3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של כל אחד מן הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ עם ציר ה- y .
- גרפים של הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ נחתכים בשתי נקודות בדיוק, נקודה אחת שבה $x = c$ ונקודה נוספת שבה $x = d, d > c$.
- ב. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקצייה $k(x)$ ושל גרף הפונקצייה $m(x)$.
- נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x - 1}{x - 1}$, המוגדרת לכל $x \neq 1$.
- ג. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. הסבירו מדוע למשוואה $f'(x) = 0$ יש בדיוק שני פתרונות.
- ה. (1) הסבירו מדוע $1 < d$.
 (2) הביעו באמצעות c ו- d את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.



5. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{2\ln(x) - 1}{x}$, המוגדרת בתחום $x > 0$.

א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

נתונה הפונקצייה $g(x)$ המוגדרת בתחום $x > 0$ ומקיימת: $g'(x) = f(x)$.

שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ הוא $-\frac{1}{4}$.

ב. (1) מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

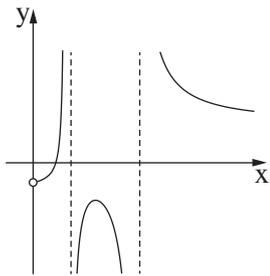
נתונה הפונקצייה $h(x)$ המוגדרת כך: $h(x) = 1 + \frac{a}{g(x)}$, a הוא פרמטר גדול מ- $\frac{1}{4}$.

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

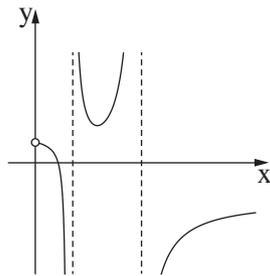
(2) קבעו אם גרף הפונקצייה $h(x)$ חותך את ציר ה- x . נמקו את קביעתכם.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $h(x)$, וקבעו את סוגה. הביעו את תשובתכם באמצעות a , אם יש צורך.

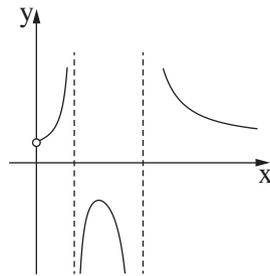
ה. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $h(x)$.



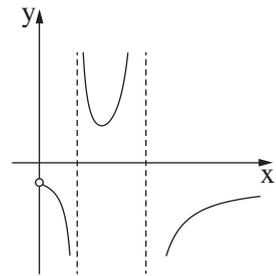
IV



III



II



I

בהצלחה!

תשובות סופיות

בגרות קיץ 2024 מועד ב', שאלון 035582 (סמל ישן 035807)

שאלה 1

פתרון: א. $y = -0.5x + 2.5$ ב. $x^2 + y^2 = 5$ ג. $M(1, 2)$ ד. $y^2 = 4x$

ה. $(x-16)^2 + (y-8)^2 = 245$ או $(x-16)^2 + (y-8)^2 = 405$

שאלה 2

פתרון: א. $\vec{DC} = 2\vec{v} - 2\vec{u}$, $\vec{BC} = 2\vec{v} - 2\vec{w}$ ב. 64 ג. 57.99° ד. $4x + 3y - 12 = 0$ ה. $B(3, 0, 5)$

שאלה 3

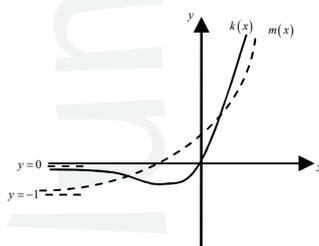
פתרון: א1. $3cis45^\circ, 3cis105^\circ, 3cis165^\circ, 3cis225^\circ, 3cis285^\circ, 3cis345^\circ$

א2. $3cis105^\circ, 3cis165^\circ, 3cis285^\circ, 3cis345^\circ$ ב. $9\sqrt{3}$ ג. 81 ד. $\alpha = 22.5^\circ$ או $\alpha = 67.5^\circ$

ה. עבור $\alpha = 22.5^\circ$: $-81i$, עבור $\alpha = 67.5^\circ$: $81i$

שאלה 4

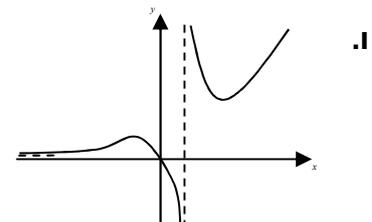
פתרון: א1. $k(x): y = 0, m(x): y = -1$ א2. $k(x)$: עלייה - $x > -1$, ירידה - $x < -1$



ב. $k(x): (0, 0), m(x): (0, 1)$ א3. עלייה - כל x , ירידה - אין

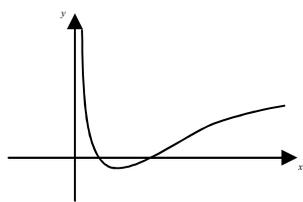
א1. $x = 1, y = 0$ ג2. $(0, 0)$ ד. הסבר ה1. הסבר

ה2. $k(x)$: עלייה - $x > d$ או $x < c$, ירידה - $1 < x < d$ או $c < x < 1$



שאלה 5

פתרון: א. $(\sqrt{e}, 0)$ ב1. $g(x) = (\ln x)^2 - \ln x$ ב2. $(1, 0), (e, 0)$ ב3.



א1. $x > e$ או $1 < x < e$ או $0 < x < 1$ ג2. לא ד. $\max(\sqrt{e}, 1 - 4a)$ ה. גרף II

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

בקובץ זה מופיעות שלושת הגרסאות לשאלון 582, קיץ 2024 מועד ב'

- 1- שאלון 582, גרסה א' (05), קיץ 2024 מועד ב', השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 2- שאלון 582, גרסה ב' (06), קיץ 2024 מועד ב', השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.
- 3- שאלון 582, גרסה ג' (07), קיץ 2024 מועד ב', השאלון והתשובות הסופיות, שפרסם משרד החינוך.

שאלון 582, גרסה א' (05), קיץ 2024 מועד ב'

| | | |
|----------------------------|--|--|
| מדינת ישראל משרד החינוך | סוג הבחינה: מועד הבחינה: מספר השאלון: נספח: | בגרות קיץ תשפ"ד, 2024, מועד ב' 35582 דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד |
|----------------------------|--|--|

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. **משך הבחינה:** שלוש שעות.
- ב. **מבנה השאלון ומפתח ההערכה:** בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. **חומר עזר מותר בשימוש:**
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. **הוראות מיוחדות:**
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

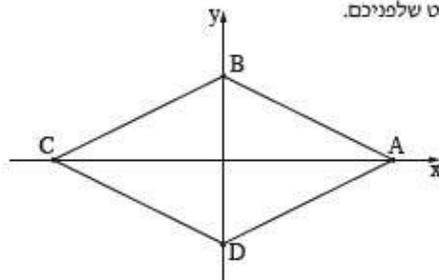
בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים



1. נתון מעוין ABCD. אלכסוני המעוין מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

נתון: אורך האלכסון AC הוא 10.

המרחק של כל אחת מצלעות המעוין מראשית הצירים הוא $\sqrt{5}$.

א. מצאו את משוואת הצלע AB.

ב. בתוך המעוין חסום מעגל.

ג. מצאו את משוואת המעגל.

הנקודה M היא נקודת ההשקה של המעגל והמעוין ברביע הראשון.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה M.

הנקודה K(a, 0) מורידים אנך לציר ה-x החותך אותו בנקודה E ומעבירים דרכה ישר המקביל לציר ה-x.

הישר המקביל חותך את האנך האמצעי לקטע EK בנקודה G.

ו. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות G המתקבלות באופן זה נמצא על פרבולה, ומצאו את משוואתה.

ז. הנקודה N נמצאת ברביע הראשון על הפרבולה שאת משוואתה מצאתם. שיעור ה-x של הנקודה N הוא 5.

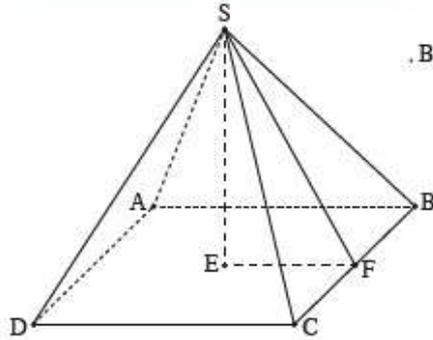
ח. מצאו את משוואות שני המעגלים שמרכזם בנקודה N והם משיקים למעגל החסום במעוין.

| | | |
|----|----|--------------------------------------|
| 1. | א. | $y = -0.5x + 2.5$ |
| | ב. | $x^2 + y^2 = 5$ |
| | ג. | M(1, 2) |
| | ד. | להראות |
| | ה. | $y^2 = 4x$ |
| | | $(x - 5)^2 + (y - 2\sqrt{5})^2 = 20$ |
| | | $(x - 5)^2 + (y - 2\sqrt{5})^2 = 80$ |

מתמטיקה, קיץ תשפ"ד, מועד ב, מס' 35582 + נספח

- 3 -

35582, גרסה א, קיץ תשפ"ד, מועד ב, 2024



| | |
|-----------------------------------|----|
| $\vec{BC} = 2\vec{v} - 2\vec{w}$ | א. |
| $\vec{DC} = -2\vec{u} + 2\vec{v}$ | ב. |
| $\vec{u} \cdot \vec{w} = 49$ | ג. |
| $\sim 54.46^\circ$ | ד. |
| $4x + 3y - 12 = 0$ | ה. |
| $B(3, 0, 5)$ | |

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

הנקודה E היא ממש אלכסוני הבסיס, והנקודה F היא אמצע המקצוע BC.

נסמן: $\vec{SE} = \vec{u}$, $\vec{SF} = \vec{v}$, $\vec{SB} = \vec{w}$.

א. הביעו באמצעות \vec{u} , \vec{v} ו- \vec{w} את הווקטורים \vec{BC} ו- \vec{DC} .

הקטע SE הוא גובה הפירמידה.

נתון: $|\vec{u}| = 7$.

ב. מצאו את הערך של $\vec{u} \cdot \vec{w}$.

נתון: $\vec{BA} = (-3, 4, 5)$.

ג. מצאו את גודל הזווית שבין SB ובין הבסיס של הפירמידה.

נתון: $E(0, 4, 5)$, מישור הבסיס ABCD מקביל לציר z.

ד. מצאו את משוואת המישור שעליו מונח הבסיס של הפירמידה.

נתון: שיעור ה-x של הקודקוד B הוא 3.

ה. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

3. א. מצאו את פתרונות המשוואה: $z^6 + 64i = 0$ (z הוא מספר מרוכב).

ב. מצאו את ארבעת הפתרונות של המשוואה: $\frac{z^6 + 64i}{z^2 - 4i} = 0$ (z הוא מספר מרוכב).

הפתרונות שמצאתם בתת-סעיף א(2) מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ג. מצאו את שטח המרובע.

מסובבים את המרובע (סביב הראשית) בזווית α נגד כיוון השעון, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

ד. מהו הערך של מכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע בעבור $\alpha = 45^\circ$? נמקו את תשובתכם.

ה. מצאו את שני הערכים של α כך שמכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע לאחר הסיבוב תהיה

מספר מדומה טהור.

ז. מהו הערך של המכפלה בעבור כל אחד מן הערכים של α שמצאתם?

| | |
|--|--------|
| $2\text{cis}45^\circ, 2\text{cis}105^\circ, 2\text{cis}165^\circ$ | א. (1) |
| $2\text{cis}225^\circ, 2\text{cis}285^\circ, 2\text{cis}345^\circ$ | |
| $2\text{cis}105^\circ, 2\text{cis}165^\circ$ | ב. (2) |
| $2\text{cis}285^\circ, 2\text{cis}345^\circ$ | |
| $4\sqrt{3}$ | ג. |
| 16 | ד. |
| $\alpha = 22.5^\circ$ | ה. (1) |
| 16 | |
| $\alpha = 67.5^\circ$ | ו. (2) |
| בעבור $\alpha = 22.5^\circ$ המכפלה -16 | |
| בעבור $\alpha = 67.5^\circ$ המכפלה 16 | |

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $k(x) = xe^x$, ונתונה הפונקצייה $m(x) = 2e^x - 1$, המוגדרות לכל x .

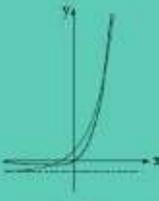
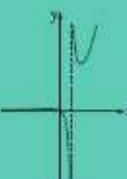
- א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- y בעבור כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$.
 (2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ (אם יש כאלה).
 (3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של כל אחד מן הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ עם ציר ה- y .

הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ נחתכים בשתי נקודות בדיוק, נקודה אחת שבה $x = a$ ונקודה נוספת שבה $x = b$, $b > a$.

ב. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקצייה $k(x)$ ושל גרף הפונקצייה $m(x)$.

נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x - 1}{x - 1}$, המוגדרת לכל $x \neq 1$.

- ג. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטת המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ד. הסבירו מדוע למשוואה $f'(x) = 0$ יש בדיוק שני פתרונות.
 ה. (1) הסבירו מדוע $1 < b$.
 (2) הביעו באמצעות a ו- b את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

| | |
|--|------------|
| $y = 0 (x \rightarrow -\infty)$ $y = -1 (x \rightarrow -\infty)$ $x > -1$ עליה $x < -1$ ירידה x עולה לכל x $(0, 0) : k(x)$ $(0, 1) : m(x)$ | א |
|  | ב |
| $x = 1, y = 0 (x \rightarrow -\infty)$ $(0, 0)$ הסבר הסבר תחומי עלייה $x < a, x > b$ תחומי ירידה $a < x < 1, 1 < x < b$ | ג, ד, ה, ו |
|  | ז |

מתמטיקה, קיץ תשפ"ד, מועד ב, מס' 35582 + נספח - 5 -

35582, גרסה א. קיץ תשפ"ד, מועד ב, 2024

5. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{2\ln(x)-1}{x}$, המוגדרת בתחום $x > 0$.

א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

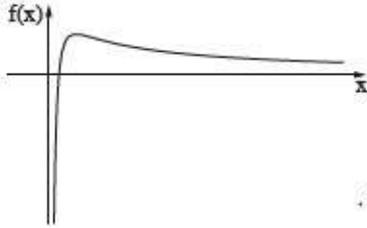
נתונה הפונקצייה $g(x)$ המוגדרת בתחום $x > 0$ ומקיימת: $g'(x) = f(x)$.

שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ הוא $-\frac{1}{4}$.

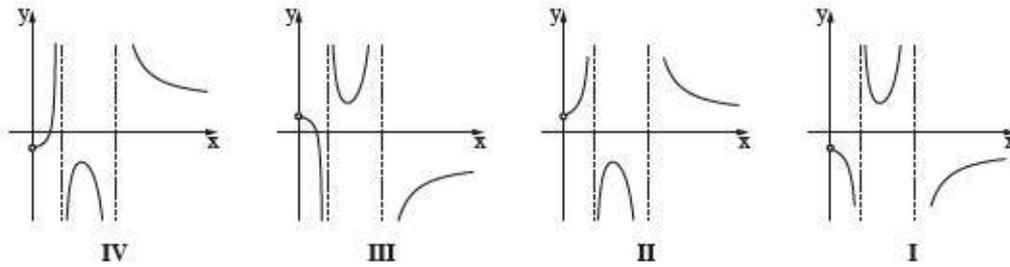
ב. (1) מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

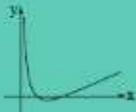
(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.



- נתונה הפונקצייה $h(x)$ המוגדרת כך: $h(x) = 1 + \frac{b}{g(x)}$, b הוא פרמטר גדול מ- $\frac{1}{4}$.
- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.
- (2) קבעו אם גרף הפונקצייה $h(x)$ חותך את ציר ה- x . נמקו את קביעתכם.
- ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $h(x)$, וקבעו את סוגה, הביעו את תשובתכם באמצעות b , אם יש צורך.
- ה. קבעו איזה מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקצייה $h(x)$.



| | |
|---|--------|
| $(\sqrt{e}, 0)$ | א. |
| $g(x) = (\ln(x))^2 - \ln(x)$ | ב. (1) |
| $(1, 0), (e, 0)$ | ב. (2) |
| | ג. (1) |
|  | ג. (1) |
| $x > 0, x \neq 1, x \neq e$ | ג. (1) |
| לא | ב. (2) |
| $\max(\sqrt{e}, 1 - 4b)$ | ד. |
| II | ה. |

בהצלחה!

זכות החברים שפוזרו למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

שאלון 582, גרסה ב' (06), קיץ 2024 מועד ב'

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, 2024, מועד ב'
מספר השאלון: 35582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

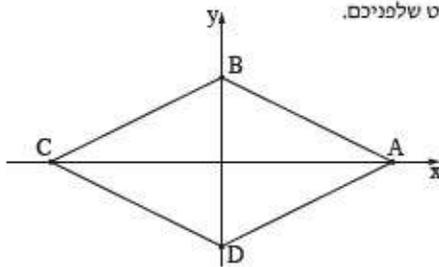
06

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים



1. נתון מעוין ABCD. אלכסוני המעוין מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

נתון: אורך האלכסון AC הוא 10.

המרחק של כל אחת מצלעות המעוין מראשית הצירים הוא $\sqrt{5}$.

א. מצאו את משוואת הצלע AB.

בתוך המעוין חסום מעגל.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

הנקודה M היא נקודת ההשקה של המעגל והמעוין ברביע הראשון.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

מן הנקודה M מורידים אנך לציר ה-x החותך אותו בנקודה $K(a, 0)$.

על הישר $x = -a$ מסמנים נקודה E ומעבירים דרכה ישר המקביל לציר ה-x.

הישר המקביל חותך את האנך האמצעי לקטע EK בנקודה G.

ד. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות G המתקבלות באופן זה נמצא על פרבולה, ומצאו את משוואתה.

הנקודה N נמצאת ברביע הראשון על הפרבולה שאת משוואתה מצאתם. שיעור ה-x של הנקודה N הוא 16.

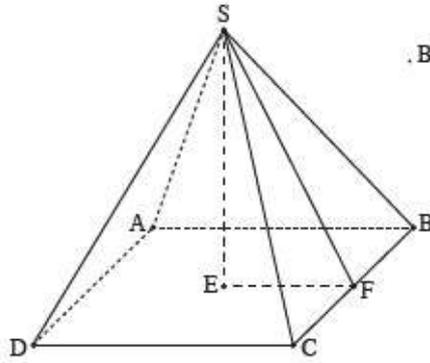
ה. מצאו את משוואות שני המעגלים שמרכזם בנקודה N והם משיקים למעגל החסום במעוין.

| | |
|--------------------------------|----|
| $y = -0.5x + 2.5$ | א. |
| $x^2 + y^2 = 5$ | ב. |
| $M(1, 2)$ | ג. |
| להראות | ד. |
| $y^2 = 4x$ | |
| $(x - 16)^2 + (y - 8)^2 = 245$ | ה. |
| $(x - 16)^2 + (y - 8)^2 = 405$ | |

מתמטיקה, קיץ תשפ"ד, מועד ב, מס' 35582 + נספח

- 3 -

35582, גרסה ב, קיץ תשפ"ד, מועד ב, 2024



| | |
|--------------------|----|
| $BC = 2y - 2w$ | א. |
| $DC = -2u + 2y$ | ב. |
| $u \cdot w = 64$ | ג. |
| -58° | ד. |
| $4x + 3y - 12 = 0$ | ה. |
| $B(3, 0, 5)$ | ו. |

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע.

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הבסיס, והנקודה F היא אמצע המקצוע BC .

נסמן: $\vec{SE} = \underline{u}$, $\vec{SF} = \underline{v}$, $\vec{SB} = \underline{w}$.

א. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הווקטורים \vec{BC} ו- \vec{DC} .

הקטע SE הוא גובה הפירמידה.

נתון: $|\underline{u}| = 8$.

ב. מצאו את הערך של $\underline{u} \cdot \underline{w}$.

נתון: $\vec{BA} = (-3, 4, 5)$.

ג. מצאו את גודל הזווית שבין SB ובין הבסיס של הפירמידה.

נתון: $E(0, 4, 5)$, מישור הבסיס $ABCD$ מקביל לציר z .

ד. מצאו את משוואת המישור שעליו מונח הבסיס של הפירמידה.

נתון: שיעור ה- x של הקודקוד B הוא 3.

ה. מצאו את שיעורי הקודקוד B .

3. א. (1) מצאו את פתרונות המשוואה: $z^6 + 729i = 0$ (הוא מספר מרוכב).

(2) מצאו את ארבעת הפתרונות של המשוואה: $\frac{z^6 + 729i}{z^2 - 9i} = 0$ (הוא מספר מרוכב).

הפתרונות שמצאתם בתת-סעיף א(2) מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ב. מצאו את שטח המרובע.

מסובבים את המרובע (סביב הראשית) בזווית α נגד כיוון השעון, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

ג. מהו הערך של מכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע בעבור $\alpha = 45^\circ$? נמקו את תשובתכם.

ד. (1) מצאו את שני הערכים של α כך שמכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע לאחר הסיבוב תהיה

מספר מדומה טהור.

(2) מהו הערך של המכפלה בעבור כל אחד מן הערכים של α שמצאתם?

| | |
|--|--------|
| $3\text{cis}45^\circ, 3\text{cis}105^\circ, 3\text{cis}165^\circ$ | א. (1) |
| $3\text{cis}225^\circ, 3\text{cis}285^\circ, 3\text{cis}345^\circ$ | |
| $3\text{cis}105^\circ, 3\text{cis}165^\circ$ | (2) |
| $3\text{cis}285^\circ, 3\text{cis}345^\circ$ | |
| $9\sqrt{3}$ | ב. |
| 81 | ג. |
| $\alpha = 22.5^\circ$ | ד. (1) |
| א | |
| $\alpha = 67.5^\circ$ | |
| בעבור $\alpha = 22.5^\circ$ המכפלה -81 | (2) |
| בעבור $\alpha = 67.5^\circ$ המכפלה 81 | |

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $k(x) = xe^x$, ונתונה הפונקצייה $m(x) = 2e^x - 1$, המוגדרות לכל x .

- א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- y בעבור כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$.
 (2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ (אם יש כאלה).
 (3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של כל אחד מן הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ עם ציר ה- y .

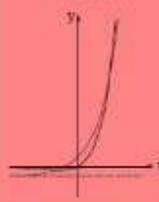
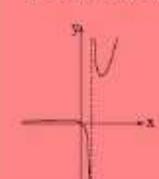
הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ נחתכים בשתי נקודות בדיוק, נקודה אחת שבה $x = c$ ונקודה נוספת שבה $x = d, d > c$.

ב. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקצייה $k(x)$ ושל גרף הפונקצייה $m(x)$.

נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x - 1}{x - 1}$, המוגדרת לכל $x \neq 1$.

- ג. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ד. הסבירו מדוע למשוואה $f'(x) = 0$ יש בדיוק שני פתרונות.
 ה. (1) הסבירו מדוע $1 < d$.
 (2) הביעו באמצעות c ו- d את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

4.

א. (1) $y = 0 (x \rightarrow -\infty); k(x)$
 (2) $y = -1 (x \rightarrow -\infty); m(x)$
 $x > -1$ שבה $k(x)$
 ירידת $x < -1$
 x שבה $m(x)$
 (0, 0); $k(x)$
 (0, 1); $m(x)$
 ב. 
 ג. (1) $x = 1, y = 0 (x \rightarrow -\infty)$
 (2) (0, 0)
 ד. הסבר
 ה. (1) הסבר
 (2) תחומי עלייה: $x < c, x > d$
 תחומי ירידה: $c < x < 1, 1 < x < d$
 ו. 

מתמטיקה, קיץ תשפ"ד, מועד ב, מס' 35582 + נספח - 5 -

35582, גרסת ב, קיץ תשפ"ד, מועד ב, 2024

5. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{2\ln(x)-1}{x}$, המוגדרת בתחום $x > 0$.

א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

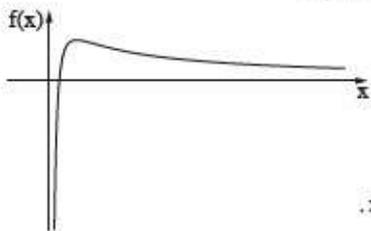
נתונה הפונקצייה $g(x)$ המוגדרת בתחום $x > 0$ ומקיימת: $g'(x) = f(x)$.

שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ הוא $-\frac{1}{4}$.

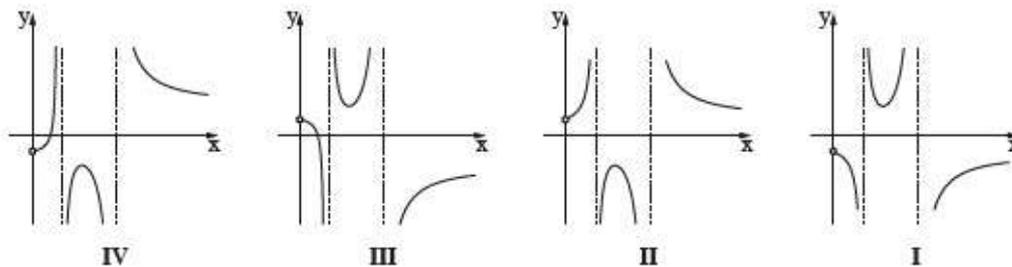
ב. (1) מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

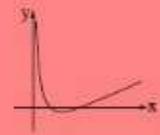
(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.



- נתונה הפונקצייה $h(x)$ המוגדרת כך: $h(x) = 1 + \frac{a}{g(x)}$, הוא פרמטר גדול מ- $\frac{1}{4}$.
- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.
- (2) קבעו אם גרף הפונקצייה $h(x)$ חותך את ציר ה- x . נמקו את קביעתכם.
- ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $h(x)$, וקבעו את סוגה, הביעו את תשובתכם באמצעות a , אם יש צורך.
- ה. קבעו איזה מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקצייה $h(x)$.



| | |
|---|--------|
| $(\sqrt{e}, 0)$ | א. |
| $g(x) = (2\ln(x))^2 - \ln(x)$ | ב. (1) |
| $(1, 0), (e, 0)$ | (2) |
| | (3) |
|  | |
| $x > 0, x \neq 1, x \neq e$ | ג. (1) |
| לא | (2) |
| $\max(\sqrt{e}, 1 - 4a)$ | ד. |
| II | ה. |

בהצלחה!

הכנת חומרים שמודות למדינת ישראל
אין לתענוק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, 2024, מועד ב'
מספר השאלון: 35582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות,
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- משך הבחינה: שלוש שעות.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

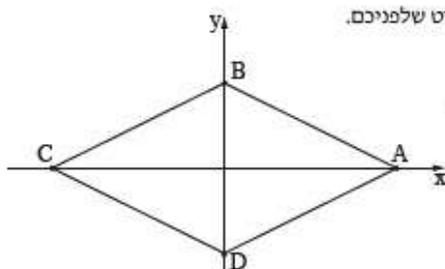
07

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $3\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים



1. נתון מעוין ABCD. אלכסוני המעוין מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

נתון: אורך האלכסון AC הוא 30.

המרחק של כל אחת מצלעות המעוין מראשית הצירים הוא $\sqrt{45}$.

א. מצאו את משוואת הצלע AB.

בתוך המעוין חסום מעגל.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

הנקודה M היא נקודת ההשקה של המעגל והמעוין ברביע הראשון.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

מן הנקודה M מורידים אנך לציר ה-x החותך אותו בנקודה K(a, 0).

על הישר $x = -a$ מסמנים נקודה E ומעבירים דרכה ישר המקביל לציר ה-x.

הישר המקביל חותך את האנך האמצעי לקטע EK בנקודה G.

ד. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות G המתקבלות באופן זה נמצא על פרבולה, ומצאו את משוואתה.

הנקודה N נמצאת ברביע הראשון על הפרבולה שאת משוואתה מצאתם. שיעור ה-x של הנקודה N הוא 15.

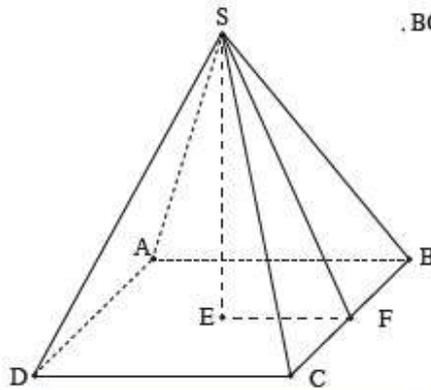
ה. מצאו את משוואות שני המעגלים שמרכזם בנקודה N והם משיקים למעגל החסום במעוין.

| | |
|--|----|
| $y = -0.5x + 7.5$ | א. |
| $x^2 + y^2 = 45$ | ב. |
| M(3, 6) | ג. |
| להראות | ד. |
| $y^2 = 12x$ | |
| $(x - 15)^2 + (y - 6\sqrt{5})^2 = 180$ | ה. |
| $(x - 15)^2 + (y - 6\sqrt{5})^2 = 720$ | |

מתמטיקה, קיץ תשפ"ד, מועד ב, מס' 35582 + נספח

- 3 -

35582, גרסה ג, קיץ תשפ"ד, מועד ב, 2024



| | |
|--------------------|----|
| $BC = 2v - 2w$ | א. |
| $DC = -2u + 2v$ | ב. |
| $u \cdot w = 81$ | ג. |
| $\sim 60.95^\circ$ | ד. |
| $4x + 3y - 12 = 0$ | ה. |
| $B(3, 0, 5)$ | ו. |

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הבסיס, והנקודה F היא אמצע המקצוע BC.

נסמן: $\overrightarrow{SE} = \underline{u}$, $\overrightarrow{SF} = \underline{v}$, $\overrightarrow{SB} = \underline{w}$.

א. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הווקטורים \overrightarrow{BC} ו- \overrightarrow{DC} .

הקטע SE הוא גובה הפירמידה.

נתון: $|\underline{u}| = 9$.

ב. מצאו את הערך של $\underline{u} \cdot \underline{w}$.

נתון: $\overrightarrow{BA} = (-3, 4, 5)$.

ג. מצאו את גודל הזווית שבין SB ובין הבסיס של הפירמידה.

נתון: $E(0, 4, 5)$, מישור הבסיס ABCD מקביל לציר z.

ד. מצאו את משוואת המישור שעליו מונח הבסיס של הפירמידה.

נתון: שיעור ה-x של הקודקוד B הוא 3.

ה. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

3. א. מצאו את פתרונות המשוואה: $z^6 + 4,096i = 0$ (z הוא מספר מרוכב).

ב. מצאו את ארבעת הפתרונות של המשוואה: $\frac{z^6 + 4,096i}{z^2 - 16i} = 0$ (z הוא מספר מרוכב).

הפתרונות שמצאתם בתת-סעיף א(2) מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ג. מצאו את שטח המרובע.

מסובבים את המרובע (סביב הראשית) בזווית α נגד כיוון השעון, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

ד. מהו הערך של מכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע בעבור $\alpha = 45^\circ$? נמקו את תשובתכם.

ה. מצאו את שני הערכים של α כך שמכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע לאחר הסיבוב תהיה

מספר מדומה טהור.

מהו הערך של המכפלה בעבור כל אחד מן הערכים של α שמצאתם?

| | |
|--|--------|
| $4\text{cis}45^\circ, 4\text{cis}105^\circ, 4\text{cis}165^\circ$ | א. (1) |
| $4\text{cis}225^\circ, 4\text{cis}285^\circ, 4\text{cis}345^\circ$ | |
| $4\text{cis}105^\circ, 4\text{cis}165^\circ$ | (2) |
| $4\text{cis}285^\circ, 4\text{cis}345^\circ$ | |
| $16\sqrt{3}$ | ב. |
| 256 | ג. |
| $\alpha = 22.5^\circ$ | ד. (1) |
| או | |
| $\alpha = 67.5^\circ$ | |
| בעבור $\alpha = 22.5^\circ$ המכפלה $-256i$ | (2) |
| בעבור $\alpha = 67.5^\circ$ המכפלה $256i$ | |

מתמטיקה, קיץ תשפ"ד, מועד ב, מס' 35582 + נספח - 4 -

35582, גרסה ג, קיץ תשפ"ד, מועד ב, 2024

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $k(x) = xe^x$, ונתונה הפונקצייה $m(x) = 2e^x - 1$, המוגדרות לכל x .

- א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- y בעבור כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$.
- (2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ (אם יש כאלה).
- (3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של כל אחד מן הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ עם ציר ה- y .

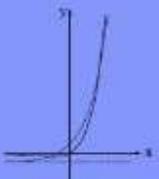
הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ נחתכים בשתי נקודות בדיוק, נקודה אחת שבה $x = a$ ונקודה נוספת שבה $x = c, c > a$.

ב. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקצייה $k(x)$ ושל גרף הפונקצייה $m(x)$.

נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x - 1}{x - 1}$, המוגדרת לכל $x \neq 1$.

- ג. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. הסבירו מדוע למשוואה $f'(x) = 0$ יש בדיוק שני פתרונות.
 - ה. (1) הסבירו מדוע $1 < c$.
 - (2) הביעו באמצעות a ו- c את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 - ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

| | |
|---|---|
| $y = 0 (x \rightarrow -\infty), k(x)$ $y = -1 (x \rightarrow -\infty), m(x)$ $x > -1$ עולה $-k(x)$ ירידה $x < -1$ x עולה לכל $m(x)$ $(0, 0) = k(x)$ $(0, 1) = m(x)$ | א. (1) (2) ב. (1) (2) ג. (1) (2) ד. (1) (2) ה. (1) (2) ו. |
| $x = 1, y = 0 (x \rightarrow -\infty)$ $(0, 0)$ הסבר הסבר תחומי עלייה: $x < a, x > c$ תחומי ירידה: $a < x < 1, 1 < x < c$ | א. (1) (2) ב. ג. ד. ה. ו. |




מתמטיקה, קיץ תשפ"ד, מועד ב, מס' 35582 + נספח

- 5 -

35582, גרסה ג, קיץ תשפ"ד, מועד ב, 2024

5. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{2\ln(x)-1}{x}$, המוגדרת בתחום $x > 0$.

א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

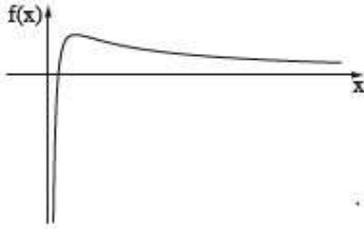
נתונה הפונקצייה $g(x)$ המוגדרת בתחום $x > 0$ ומקיימת: $g'(x) = f(x)$.

שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ הוא $-\frac{1}{4}$.

ב. (1) מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

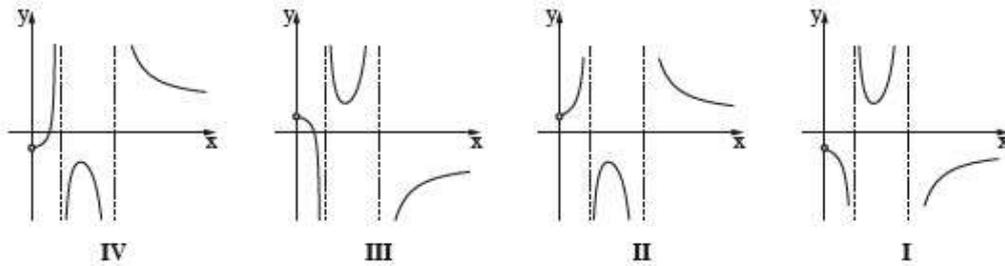
(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.



נתונה הפונקצייה $h(x)$ המוגדרת כך: $h(x) = 1 + \frac{k}{g(x)}$, k הוא פרמטר גדול מ- $\frac{1}{4}$.

- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.
- (2) קבעו אם גרף הפונקצייה $h(x)$ חותך את ציר ה- x . נמקו את קביעתכם.
- ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $h(x)$, וקבעו את סוגה, הביעו את תשובתכם באמצעות k , אם יש צורך.
- ה. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $h(x)$.



| | |
|---|--------|
| $(\sqrt{e}, 0)$ | א. |
| $g(x) = (\ln(x))^2 - \ln(x)$ | ב. (1) |
| $(1, 0), (e, 0)$ | (2) |
| | (3) |
|  | |
| $x > 0, x \neq 1, x \neq e$ | ג. (1) |
| לא | (2) |
| $\max(\sqrt{e}, 1 - 4k)$ | ד. |
| II | ה. |

בהצלחה!

זכות החברים שומרה למדינת ישראל
אין לתעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

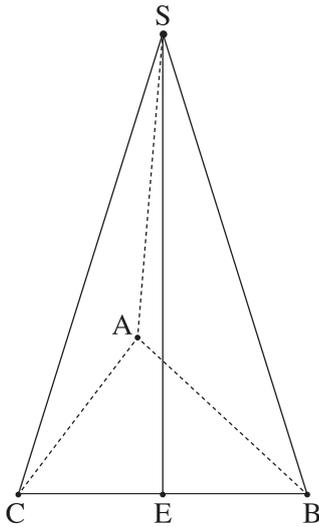
בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(-9a, 0)$ ו- $B(41a, 0)$. a הוא פרמטר חיובי.
 הנקודה P מקיימת $\sphericalangle APB = 90^\circ$.
א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על מעגל, ומצאו את משוואתו.
 הביעו את תשובתכם באמצעות a .
ב. נתון כי השטח הגדול ביותר של המשולש APB הוא 156.25.
 מצאו את הערך של a .
 הציבו $a = \frac{1}{2}$ וענו על סעיפים ג-ד.
 אמצע הקטע AB הוא מוקד של פרבולה שמשוואתה קנונית.
 הפרבולה והמעגל שמצאתם נחתכים ברביע הראשון בנקודה C .
ג. מצאו את שיעורי הנקודה C .
 הישר l משיק לפרבולה בנקודה C .
 מעבירים משיק למעגל שמצאתם.
 נתון כי משיק זה מקביל לישר l .
ד. מצאו את המרחק בין הישר l ובין המשיק למעגל (מצאו את שתי האפשרויות).



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת $SABC$. הנקודה E היא אמצע המקצוע BC .

נסמן: $\vec{AE} = \underline{u}$, $\vec{EC} = \underline{v}$.

נתון: $|\underline{u} + \underline{v}| = |\underline{u} - \underline{v}|$.

א. הוכיחו כי \vec{AE} מאונך ל- \vec{BC} .

נתון: הקטע SE הוא גובה בפירמידה והאורך שלו הוא 20.

$B(6, 8, 0)$, $A(0, 0, 0)$

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x ,

ושיעור ה- z של הקודקוד S הוא חיובי.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים S ו- C .

הנקודה F נמצאת על המקצוע SC כך ש- $\vec{SF} = \frac{1}{4}\vec{SC}$.

דרך הנקודה F מעבירים ישר המקביל לישר AC , וחותך את המישור ABS בנקודה M .

ג. (1) מצאו הצגה פרמטרית של הישר FM .

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M .

ד. מצאו פי כמה גדול נפח הפירמידה $MABC$ מנפח הפירמידה $FAEC$. נמקו את תשובתכם.

3. נתון המספר המרוכב $w = r(\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$, $r > 0$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

א. הביעו באמצעות r ו- θ הצגה קוטבית של המספר $\frac{1}{w}$.

הנקודה A במישור גאוס מייצגת את המספר w , והנקודה B מייצגת את המספר $\frac{1}{w}$. הנקודה O היא ראשית הצירים.

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $\frac{\sqrt{2}}{4}$ והזווית AOB היא זווית חדה.

ב. מצאו את הערך של θ .

נתונות שתי משוואות: I. $z^8 = w^8$

II. $z^8 = (w \cdot \bar{w})^4$

z הוא מספר מרוכב.

נתון מצולע קמור שקודקודיו הם כל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה I וכל הנקודות המייצגות את הפתרונות של

משוואה II.

ג. (1) מצאו כמה קודקודים יש למצולע.

(2) האם כל קודקודי המצולע נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים? נמקו את תשובתכם.

נתון כי שטח המצולע הוא 49.

ד. מצאו את הערך של r .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

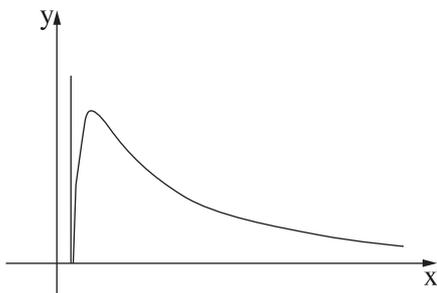
4. נתונה הפונקצייה $f(x) = e^x - \frac{1}{1-e^x}$. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$.
- א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) האם לגרף הפונקצייה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.
 (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 נתונה הפונקצייה $g(x) = -x + \ln(e^x - 1)$.
 ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) הראו כי $g'(x) = f(x) - e^x$ לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 בנקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ מעבירים אנך לציר ה- x .
 ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי האנך ועל ידי הישר $x = \ln(b)$.
 $b > 2$ הוא פרמטר. הביעו את תשובתכם באמצעות b .
 נתון כי השטח שמצאתם בסעיף ד שווה ל- $b - 2 + \ln(1.8)$.
 ה. מצאו את הערך של b .

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{a + \ln x}{x}$, המוגדרת בתחום $x > 0$. a הוא פרמטר.

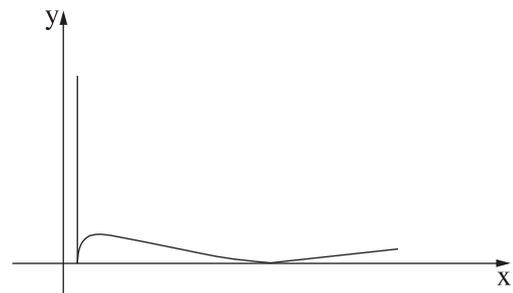
- א. בתת-סעיפים (1)–(3) הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.
 (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{x}$, המוגדרת בתחום $x \neq 0$.
 נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ וגרף הפונקצייה $g(x)$ נחתכים בנקודה שבה $x = e^2$.
 ג. מצאו את הערך של a .

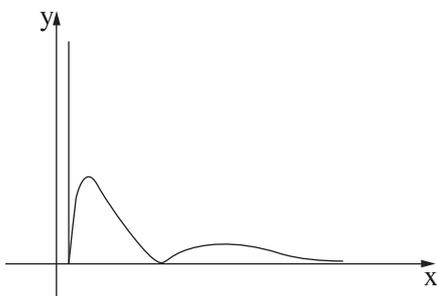
- הציבו את הערך של a שמצאתם וענו על סעיפים ד–ה.
 נתונה הפונקצייה $h(x)$, המוגדרת בתחום $x > 0$. גרף הפונקצייה $h(x)$ עובר בנקודה $(e^3, -1.5)$.
 נגזרת הפונקצייה $h(x)$ מקיימת $h'(x) = f(x) - g(x)$.
 ד. מצאו את הפונקצייה $h(x)$.
 ה. קבעו איזה גרף מבין הגרפים I–IV מייצג את הפונקצייה $|h(x)|$. נמקו את קביעתכם.



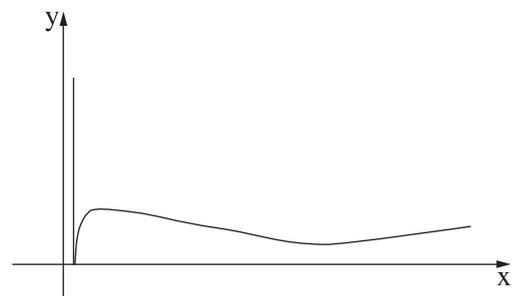
II



I



IV



III

בהצלחה!

תשובות סופיות

בגרות חורף 2025, שאלון 035582 (סמל ישן 035807)

שאלה 1

פתרון: א. $(x-16a)^2 + y^2 = 625a^2$ ב. $a = \frac{1}{2}$ ג. $C(4.5, 12)$ ד. 2.5 או 22.5

שאלה 2

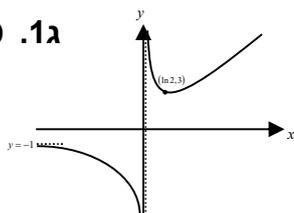
פתרון: א. הוכחה ב. $S(8, 4, 20)$, $C(10, 0, 0)$ ג. $(8.5, 3, 15) + t(1, 0, 0)$ ג. $M(6, 3, 15)$ ד. 2

שאלה 3

פתרון: א. $\frac{1}{r} \text{cis}(-\theta)$ ב. 157.5° ג. 16 קודקודים ג. 2 כן ד. $r \approx 4$

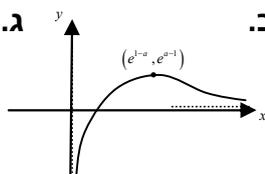
שאלה 4

פתרון: א. $x=0$, $y=-1$ ב. לא ג. $(\ln 2, 3) \min$ ד. הוכחה ד. $-\ln b + \ln(b-1) + \ln 2 + b - 2$ ה. $b=10$



שאלה 5

פתרון: א. $x=0$, $y=0$ ב. $\left(\frac{1}{e^a}, 0\right)$ ג. $(e^{1-a}, e^{a-1}) \max$ ד. $\frac{\ln^2 x - 4 \ln x}{2}$ ה. גרף I



פתרון מלא ומודרך - ראו באתר מלומד

חורף 2025, שאלון 582, גירסאות א, ב-ו-ג
התשובות והשאלונים, אתר מלומד

גרסה א (05)

שאלון 582

חורף 2025

מלומד



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 35582, גרסה א, חורף תשפ"ה, 2025

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה | |
|------------|--|--|--|---|
| 1. | <p>א. להראות</p> $(x - 16a)^2 + y^2 = 625a^2$ <p>ב. $a = 0.5$</p> <p>ג. $C(4.5, 12)$</p> <p>ד. 2.5 או 22.5</p> | ב. | <p>א. הוכחה</p> <p>ב. $S(8, 4, 16)$</p> <p>ג. $C(10, 0, 0)$</p> <p>ד. $\underline{x} = (8.5, 3, 12) + t(1, 0, 0)$</p> <p>ה. $M(6, 3, 12)$</p> <p>ו. פי 2</p> | |
| 2. | <p>א. $x > 0$</p> <p>ב. להראות</p> $b - 2 + \ln \frac{2(b-1)}{b}$ <p>ג. $b = 4$</p> | <p>א. (1) ג.</p> <p>ב. (2) ד.</p> <p>ג. (1) ה.</p> <p>ד. (2)</p> | 3. | <p>א. $\frac{1}{w} = \frac{1}{r} \text{cis}(-\theta)$</p> <p>ב. $\theta = 157.5^\circ$</p> <p>ג. 16</p> <p>ד. כן</p> <p>ה. $r \approx 4.5$</p> |
| 5. | <p>א. $x = 0$</p> <p>ב. $y = 0 (x \rightarrow \infty)$</p> <p>ג. $(\frac{1}{e^a}, 0)$</p> <p>ד. $\max(e^{1-a}, e^{a-1})$</p> | <p>א. (1) ב.</p> <p>ב. (2) ג.</p> <p>ג. (3) ד.</p> <p>ד. (1) ה.</p> <p>ה. (2) ו.</p> | 4. | <p>א. $x = 0$</p> <p>ב. $y = -1 (x \rightarrow -\infty)$</p> <p>ג. לא</p> <p>ד. $\min(\ln 2, 3)$</p> |
| | <p>א. $a = -1$</p> <p>ב. $h(x) = \frac{(\ln x)^2}{2} - 2 \ln x$</p> <p>ג. I</p> | <p>א. ג.</p> <p>ב. ד.</p> <p>ג. ה.</p> | | |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

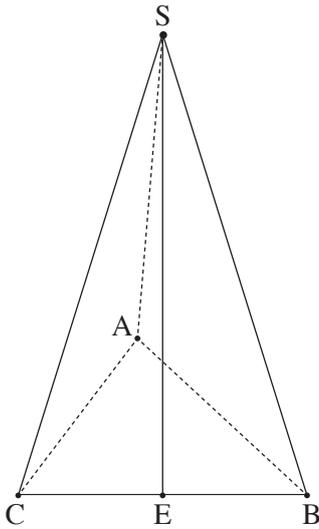
בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(-9a, 0)$ ו- $B(41a, 0)$. a הוא פרמטר חיובי.
 הנקודה P מקיימת $\sphericalangle APB = 90^\circ$.
- א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על מעגל, ומצאו את משוואתו.
 הביעו את תשובתכם באמצעות a .
- נתון כי השטח הגדול ביותר של המשולש APB הוא 156.25.
- ב. מצאו את הערך של a .
- הציבו $a = \frac{1}{2}$ וענו על סעיפים ג-ד.
- אמצע הקטע AB הוא מוקד של פרבולה שמשוואתה קנונית.
 הפרבולה והמעגל שמצאתם נחתכים ברביע הראשון בנקודה C .
- ג. מצאו את שיעורי הנקודה C .
- הישר l משיק לפרבולה בנקודה C .
 מעבירים משיק למעגל שמצאתם.
 נתון כי משיק זה מקביל לישר l .
- ד. מצאו את המרחק בין הישר l ובין המשיק למעגל (מצאו את שתי האפשרויות).



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת $SABC$. הנקודה E היא אמצע המקצוע BC .

נסמן: $\vec{AE} = \underline{u}$, $\vec{EC} = \underline{v}$.

נתון: $|\underline{u} + \underline{v}| = |\underline{u} - \underline{v}|$.

א. הוכיחו כי \vec{AE} מאונך ל- \vec{BC} .

נתון: הקטע SE הוא גובה בפירמידה והאורך שלו הוא 16.

$B(6, 8, 0)$, $A(0, 0, 0)$

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x ,

ושיעור ה- z של הקודקוד S הוא חיובי.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים S ו- C .

הנקודה F נמצאת על המקצוע SC כך ש- $\vec{SF} = \frac{1}{4}\vec{SC}$.

דרך הנקודה F מעבירים ישר המקביל לישר AC , וחותך את המישור ABS בנקודה M .

ג. (1) מצאו הצגה פרמטרית של הישר FM .

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M .

ד. מצאו פי כמה גדול נפח הפירמידה $MABC$ מנפח הפירמידה $FAEC$. נמקו את תשובתכם.

3. נתון המספר המרוכב $w = r(\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$, $r > 0$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

א. הביעו באמצעות r ו- θ הצגה קוטבית של המספר $\frac{1}{w}$.

הנקודה A במישור גאוס מייצגת את המספר w , והנקודה B מייצגת את המספר $\frac{1}{w}$. הנקודה O היא ראשית הצירים.

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $\frac{\sqrt{2}}{4}$ והזווית AOB היא זווית חדה.

ב. מצאו את הערך של θ .

נתונות שתי משוואות: I. $z^8 = w^8$

II. $z^8 = (w \cdot \bar{w})^4$

z הוא מספר מרוכב.

נתון מצולע קמור שקודקודיו הם כל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה I וכל הנקודות המייצגות את הפתרונות של

משוואה II.

ג. (1) מצאו כמה קודקודים יש למצולע.

(2) האם כל קודקודי המצולע נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים? נמקו את תשובתכם.

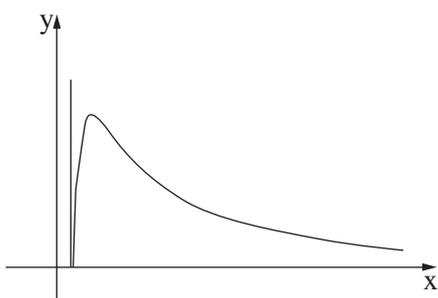
נתון כי שטח המצולע הוא 62.

ד. מצאו את הערך של r .

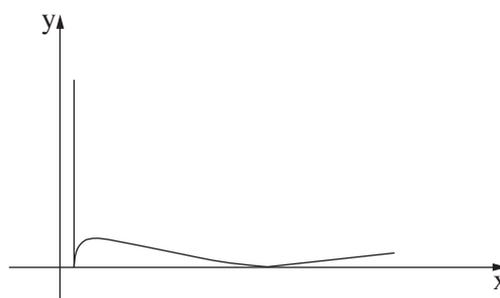
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = e^x - \frac{1}{1-e^x}$. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$.
- א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) האם לגרף הפונקצייה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.
 (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 נתונה הפונקצייה $g(x) = -x + \ln(e^x - 1)$.
 ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) הראו כי $g'(x) = f(x) - e^x$ לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 בנקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ מעבירים אנך לציר ה- x .
 ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי האנך ועל ידי הישר $x = \ln(b)$.
 $b > 2$ הוא פרמטר. הביעו את תשובתכם באמצעות b .
 נתון כי השטח שמצאתם בסעיף ד שווה ל- $b - 2 + \ln(1.5)$.
 ה. מצאו את הערך של b .

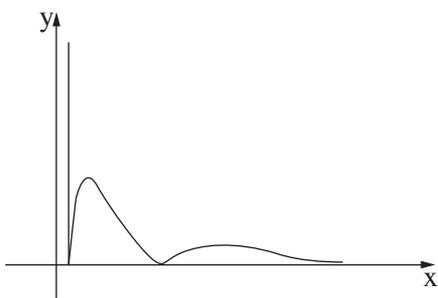
5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{a + \ln x}{x}$, המוגדרת בתחום $x > 0$. a הוא פרמטר.
- א. בתת-סעיפים (1)–(3) הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.
- (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{x}$, המוגדרת בתחום $x \neq 0$.
- נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ וגרף הפונקצייה $g(x)$ נחתכים בנקודה שבה $x = e^2$.
- ג. מצאו את הערך של a .
- הציבו את הערך של a שמצאתם וענו על סעיפים ד–ה.
- נתונה הפונקצייה $h(x)$, המוגדרת בתחום $x > 0$. גרף הפונקצייה $h(x)$ עובר בנקודה $(e^5, 2.5)$.
- נגזרת הפונקצייה $h(x)$ מקיימת $h'(x) = f(x) - g(x)$.
- ד. מצאו את הפונקצייה $h(x)$.
- ה. קבעו איזה גרף מבין הגרפים I–IV מייצג את הפונקצייה $|h(x)|$. נמקו את קביעתכם.



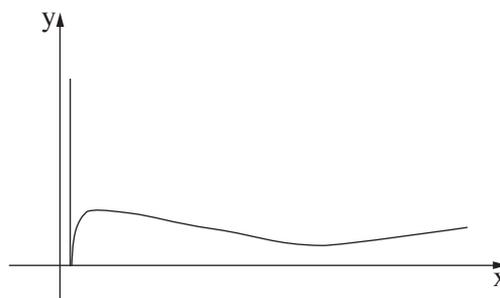
II



I



IV



III

בהצלחה!

גרסה ב (06)

שאלון 582

חורף 2025

מלומד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

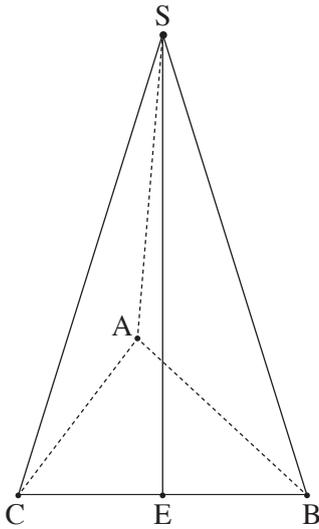
בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(-9a, 0)$ ו- $B(41a, 0)$. a הוא פרמטר חיובי.
 הנקודה P מקיימת $\sphericalangle APB = 90^\circ$.
א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על מעגל, ומצאו את משוואתו.
 הביעו את תשובתכם באמצעות a .
ב. נתון כי השטח הגדול ביותר של המשולש APB הוא 156.25.
 מצאו את הערך של a .
 הציבו $a = \frac{1}{2}$ וענו על סעיפים ג-ד.
 אמצע הקטע AB הוא מוקד של פרבולה שמשוואתה קנונית.
 הפרבולה והמעגל שמצאתם נחתכים ברביע הראשון בנקודה C .
ג. מצאו את שיעורי הנקודה C .
 הישר l משיק לפרבולה בנקודה C .
 מעבירים משיק למעגל שמצאתם.
 נתון כי משיק זה מקביל לישר l .
ד. מצאו את המרחק בין הישר l ובין המשיק למעגל (מצאו את שתי האפשרויות).



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת $SABC$. הנקודה E היא אמצע המקצוע BC .

נסמן: $\vec{AE} = \underline{u}$, $\vec{EC} = \underline{v}$.

נתון: $|\underline{u} + \underline{v}| = |\underline{u} - \underline{v}|$.

א. הוכיחו כי \vec{AE} מאונך ל- \vec{BC} .

נתון: הקטע SE הוא גובה בפירמידה והאורך שלו הוא 8.

$B(3, 4, 0)$, $A(0, 0, 0)$

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x ,

ושיעור ה- z של הקודקוד S הוא חיובי.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים S ו- C .

הנקודה F נמצאת על המקצוע SC כך ש- $\vec{SF} = \frac{1}{4}\vec{SC}$.

דרך הנקודה F מעבירים ישר המקביל לישר AC , וחותך את המישור ABS בנקודה M .

ג. (1) מצאו הצגה פרמטרית של הישר FM .

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M .

ד. מצאו פי כמה גדול נפח הפירמידה $MABC$ מנפח הפירמידה $FAEC$. נמקו את תשובתכם.

3. נתון המספר המרוכב $w = r(\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$, $r > 0$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

א. הביעו באמצעות r ו- θ הצגה קוטבית של המספר $\frac{1}{w}$.

הנקודה A במישור גאוס מייצגת את המספר w , והנקודה B מייצגת את המספר $\frac{1}{w}$. הנקודה O היא ראשית הצירים.

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $\frac{\sqrt{2}}{4}$ והזווית AOB היא זווית חדה.

ב. מצאו את הערך של θ .

נתונות שתי משוואות: I. $z^8 = w^8$

II. $z^8 = (w \cdot \bar{w})^4$

z הוא מספר מרוכב.

נתון מצולע קמור שקודקודיו הם כל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה I וכל הנקודות המייצגות את הפתרונות של

משוואה II.

ג. (1) מצאו כמה קודקודים יש למצולע.

(2) האם כל קודקודי המצולע נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים? נמקו את תשובתכם.

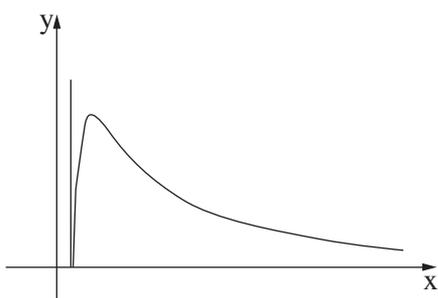
נתון כי שטח המצולע הוא 86.

ד. מצאו את הערך של r .

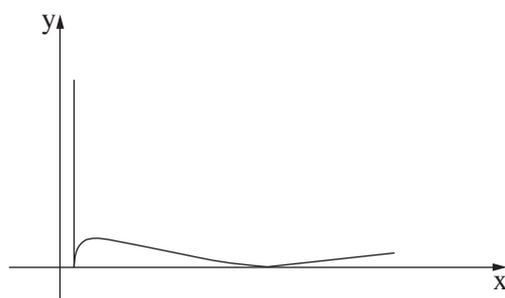
**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = e^x - \frac{1}{1 - e^x}$. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$.
- א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) האם לגרף הפונקצייה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.
 (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = -x + \ln(e^x - 1)$.
- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) הראו כי $g'(x) = f(x) - e^x$ לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
- בנקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ מעבירים אנך לציר ה- x .
- ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי האנך ועל ידי הישר $x = \ln(b)$.
- $b > 2$ הוא פרמטר. הביעו את תשובתכם באמצעות b .
- נתון כי השטח שמצאתם בסעיף ד שווה ל- $b - 2 + \ln(1.6)$.
- ה. מצאו את הערך של b .

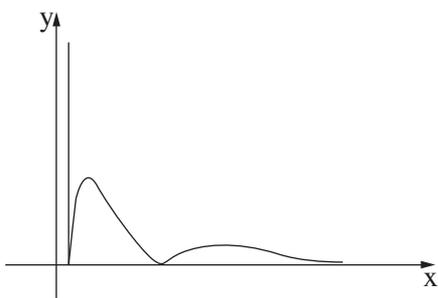
5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{a + \ln x}{x}$, המוגדרת בתחום $x > 0$. a הוא פרמטר.
- א. בתת-סעיפים (1)–(3) הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.
- (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{x}$, המוגדרת בתחום $x \neq 0$.
- נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ וגרף הפונקצייה $g(x)$ נחתכים בנקודה שבה $x = e^2$.
- ג. מצאו את הערך של a .
- הציבו את הערך של a שמצאתם וענו על סעיפים ד–ה.
- נתונה הפונקצייה $h(x)$, המוגדרת בתחום $x > 0$. גרף הפונקצייה $h(x)$ עובר בנקודה $(e^7, 10.5)$.
- נגזרת הפונקצייה $h(x)$ מקיימת $h'(x) = f(x) - g(x)$.
- ד. מצאו את הפונקצייה $h(x)$.
- ה. קבעו איזה גרף מבין הגרפים I–IV מייצג את הפונקצייה $|h(x)|$. נמקו את קביעתכם.



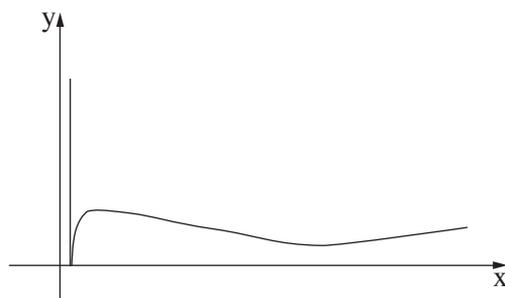
II



I



IV



III

בהצלחה!

גרסה ג' (07)

שאלון 582

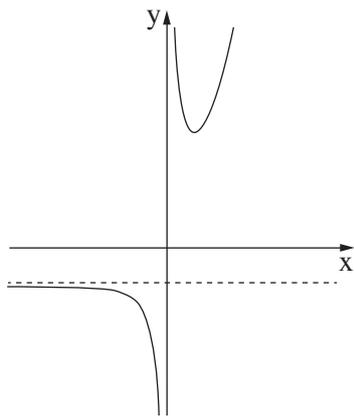
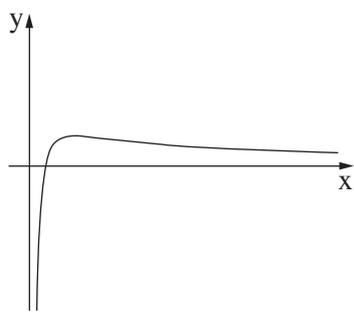
חורף 2025

מלומד



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 35582, גרסה ג, חורף תשפ"ה, 2025

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה | |
|------------|--|--|---|---|
| 1. | <p>א. להראות $(x - 16a)^2 + y^2 = 625a^2$</p> <p>ב. $a = 0.5$</p> <p>ג. $C(4.5, 12)$</p> <p>ד. 2.5 או 22.5</p> | ב. |  | |
| 2. | <p>א. הוכחה</p> <p>ב. $S(8, 4, 20)$</p> <p>ג. $C(10, 0, 0)$</p> <p>ד. $\underline{x} = (8.5, 3, 15) + t(1, 0, 0)$</p> <p>ה. $M(6, 3, 15)$</p> <p>ו. פי 2</p> | <p>ג. $x > 0$</p> <p>הראות</p> <p>ד. $b - 2 + \ln \frac{2(b-1)}{b}$</p> <p>ה. $b = 10$</p> | <p>ג. (1)</p> <p>ד. (2)</p> <p>ה. (1)</p> <p>ו. (2)</p> | |
| 3. | <p>א. $\frac{1}{w} = \frac{1}{r} \text{cis}(-\theta)$</p> <p>ב. $\theta = 157.5^\circ$</p> <p>ג. 16</p> <p>ד. כן</p> <p>ה. $r \approx 4$</p> | <p>א. $x = 0$</p> <p>ב. $y = 0 (x \rightarrow \infty)$</p> <p>ג. $(\frac{1}{e^a}, 0)$</p> <p>ד. $\max(e^{1-a}, e^{a-1})$</p> | <p>א. (1)</p> <p>ב. (2)</p> <p>ג. (3)</p> <p>ד. ב.</p> |  |
| 4. | <p>א. $x = 0$</p> <p>ב. $y = -1 (x \rightarrow -\infty)$</p> <p>ג. לא</p> <p>ד. $\min(\ln 2, 3)$</p> | <p>א. $a = -1$</p> <p>ב. $h(x) = \frac{(\ln x)^2}{2} - 2 \ln x$</p> <p>ג. I</p> | <p>א. (1)</p> <p>ב. (2)</p> <p>ג. (3)</p> | |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

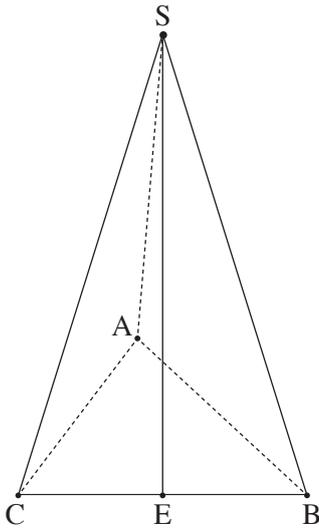
בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(-9a, 0)$ ו- $B(41a, 0)$. a הוא פרמטר חיובי.
 הנקודה P מקיימת $\sphericalangle APB = 90^\circ$.
א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על מעגל, ומצאו את משוואתו.
 הביעו את תשובתכם באמצעות a .
ב. נתון כי השטח הגדול ביותר של המשולש APB הוא 156.25.
 מצאו את הערך של a .
 הציבו $a = \frac{1}{2}$ וענו על סעיפים ג-ד.
 אמצע הקטע AB הוא מוקד של פרבולה שמשוואתה קנונית.
 הפרבולה והמעגל שמצאתם נחתכים ברביע הראשון בנקודה C .
ג. מצאו את שיעורי הנקודה C .
 הישר l משיק לפרבולה בנקודה C .
 מעבירים משיק למעגל שמצאתם.
 נתון כי משיק זה מקביל לישר l .
ד. מצאו את המרחק בין הישר l ובין המשיק למעגל (מצאו את שתי האפשרויות).



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת $SABC$. הנקודה E היא אמצע המקצוע BC .

נסמן: $\vec{AE} = \underline{u}$, $\vec{EC} = \underline{v}$.

נתון: $|\underline{u} + \underline{v}| = |\underline{u} - \underline{v}|$.

א. הוכיחו כי \vec{AE} מאונך ל- \vec{BC} .

נתון: הקטע SE הוא גובה בפירמידה והאורך שלו הוא 20.

$B(6, 8, 0)$, $A(0, 0, 0)$

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x ,

ושיעור ה- z של הקודקוד S הוא חיובי.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים S ו- C .

הנקודה F נמצאת על המקצוע SC כך ש- $\vec{SF} = \frac{1}{4}\vec{SC}$.

דרך הנקודה F מעבירים ישר המקביל לישר AC , וחותך את המישור ABS בנקודה M .

ג. (1) מצאו הצגה פרמטרית של הישר FM .

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M .

ד. מצאו פי כמה גדול נפח הפירמידה $MABC$ מנפח הפירמידה $FAEC$. נמקו את תשובתכם.

3. נתון המספר המרוכב $w = r(\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$, $r > 0$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

א. הביעו באמצעות r ו- θ הצגה קוטבית של המספר $\frac{1}{w}$.

הנקודה A במישור גאוס מייצגת את המספר w , והנקודה B מייצגת את המספר $\frac{1}{w}$. הנקודה O היא ראשית הצירים.

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $\frac{\sqrt{2}}{4}$ והזווית AOB היא זווית חדה.

ב. מצאו את הערך של θ .

נתונות שתי משוואות: I. $z^8 = w^8$

II. $z^8 = (w \cdot \bar{w})^4$

z הוא מספר מרוכב.

נתון מצולע קמור שקודקודיו הם כל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה I וכל הנקודות המייצגות את הפתרונות של

משוואה II.

ג. (1) מצאו כמה קודקודים יש למצולע.

(2) האם כל קודקודי המצולע נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים? נמקו את תשובתכם.

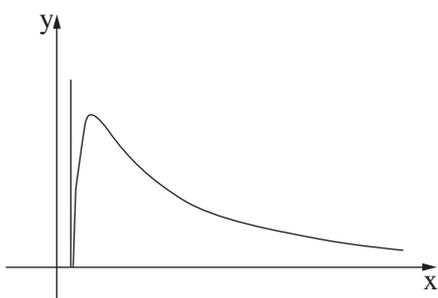
נתון כי שטח המצולע הוא 49.

ד. מצאו את הערך של r .

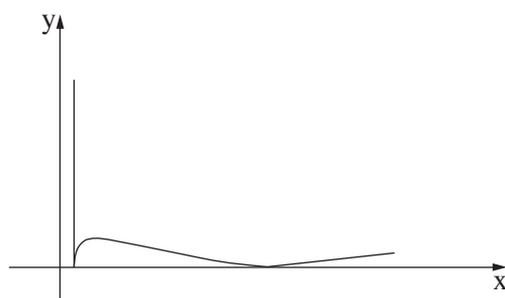
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = e^x - \frac{1}{1-e^x}$. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$.
- א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) האם לגרף הפונקצייה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.
 (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 נתונה הפונקצייה $g(x) = -x + \ln(e^x - 1)$.
 ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) הראו כי $g'(x) = f(x) - e^x$ לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 בנקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ מעבירים אנך לציר ה- x .
 ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי האנך ועל ידי הישר $x = \ln(b)$.
 $b > 2$ הוא פרמטר. הביעו את תשובתכם באמצעות b .
 נתון כי השטח שמצאתם בסעיף ד שווה ל- $b - 2 + \ln(1.8)$.
 ה. מצאו את הערך של b .

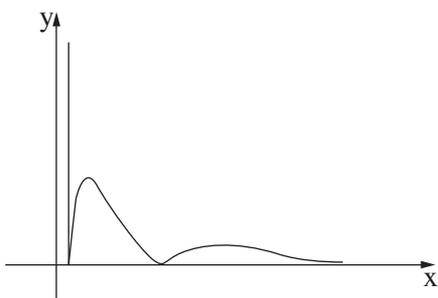
5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{a + \ln x}{x}$, המוגדרת בתחום $x > 0$. a הוא פרמטר.
- א. בתת-סעיפים (1)–(3) הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.
- (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{x}$, המוגדרת בתחום $x \neq 0$.
- נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ וגרף הפונקצייה $g(x)$ נחתכים בנקודה שבה $x = e^2$.
- ג. מצאו את הערך של a .
- הציבו את הערך של a שמצאתם וענו על סעיפים ד–ה.
- נתונה הפונקצייה $h(x)$, המוגדרת בתחום $x > 0$. גרף הפונקצייה $h(x)$ עובר בנקודה $(e^3, -1.5)$.
- נגזרת הפונקצייה $h(x)$ מקיימת $h'(x) = f(x) - g(x)$.
- ד. מצאו את הפונקצייה $h(x)$.
- ה. קבעו איזה גרף מבין הגרפים I–IV מייצג את הפונקצייה $|h(x)|$. נמקו את קביעתכם.



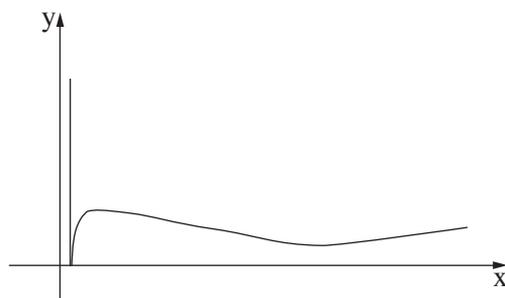
II



I



IV



III

בהצלחה!

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

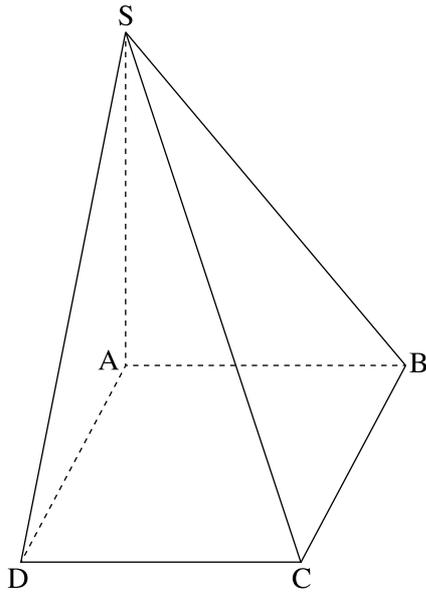
בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתון מעגל I שמשוואתו היא $x^2 - 8x + y^2 + t = 0$. הוא פרמטר קטן מ-16.
- א. הביעו באמצעות t את רדיוס המעגל.
- הישר $y = x$ משיק למעגל.
- ב. מצאו את הערך של t .
- הזיזו את מעגל I שמאלה כך שהתקבל מעגל II שמרכזו בראשית הצירים O.
- A היא נקודה כלשהי על מעגל II כך ש- $-2 \leq y_A \leq 2$.
- דרך נקודה A מעבירים מיתר AB המאונך לציר ה- y .
- נקודה P נמצאת על המיתר AB כך שמתקיים $AB = 2 \cdot PO$.
- ג. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על אליפסה, ומצאו את משוואתה.
- הנקודה K היא המוקד הימני, והנקודה F היא המוקד השמאלי של האליפסה שמצאתם בסעיף ג.
- C היא נקודה כלשהי על האליפסה כך שמתקבל משולש CKF.
- ד. חשבו את היקף המשולש CKF.
- ה. האם קיימת נקודה C שבעבורה שטח המשולש CKF הוא 5? נמקו את תשובתכם.



2. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

SA הוא גובה הפירמידה.

הנקודה M היא אמצע האלכסון BD.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AS} = \underline{w}$.

א. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הווקטור \vec{SM} .

ב. נתון כי \vec{SM} מאונך ל- \vec{DB} .

ג. הוכיחו כי $|\underline{u}| = |\underline{v}|$.

נתון: $S(0, 0, 12)$, $B(0, 10, 0)$, $A(0, 0, 0)$.

$D(6, p, 0)$, $p > 0$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות D ו- C.

ד. דרך האלכסון AC מעבירים מישור המקביל למקצוע SD.

המישור חותך את המקצוע SB בנקודה K.

ז. מצאו את משוואת המישור.

ה. לפניכם שתי טענות II-I. קבעו בעבור כל אחת מן הטענות אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I. הישר KM מקביל לישר SD.

II. כל ישר שמאונך למישור ACK, מאונך לישר SD.

3. א. הביעו באמצעות x ו- y את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס

$$|z| = |z - (2 + 2i)|$$

z הוא משתנה מרוכב.

$$z^2 - z(2 + 2i) + 4i = 0$$

A ו- B הן נקודות המיוצגות על ידי שני פתרונות המשוואה.

ב. הראו כי הנקודות A ו- B נמצאות על המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

הנקודות C ו- D נמצאות על הצירים כך ש- ABCD הוא ריבוע.

סובבו את הריבוע ABCD סביב ראשית הצירים נגד כיוון השעון בזווית α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).

כל שמונה הנקודות (הנקודות A, B, C ו- D וארבע הנקודות שהתקבלו אחרי הסיבוב) מיוצגות על ידי פתרונות

של המשוואה $z^n = b$, שבה n הוא מספר טבעי ו- b הוא מספר ממשי.

ג. (1) מצאו את הערך של b ואת הערך של α בעבור $n = 8$.

(2) מצאו ערך אפשרי של n בעבור $\alpha = 15^\circ$, ומצאו את הערך של b המתאים לו.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

.4

נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x}{a - e^x}$, a הוא פרמטר שונה מ-0.

א. ענו על התת-סעיפים (1)–(3) בעבור $a > 0$ ובעבור $a < 0$.

הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- y של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. קבעו איזה מן הגרפים IV–I שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$ בעבור $a = 5$ ואיזה מן הגרפים מתאר את

הפונקצייה $f(x)$ בעבור $a = -5$. נמקו את קביעותיכם.

הציבו $a = 5$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ה.

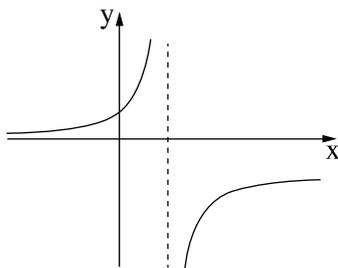
נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{f(x) + 2}$.

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

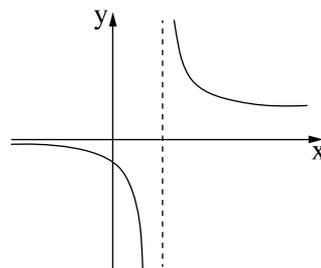
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

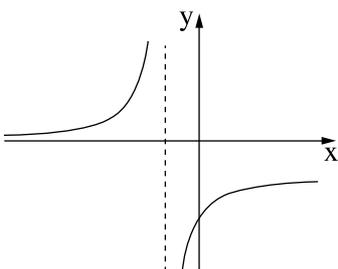
ה. לפניכם טענה: $\int_{-6}^{-4} g(x) dx > \int_4^5 g(x) dx$. האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.



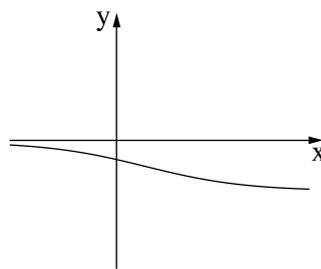
II



I



IV

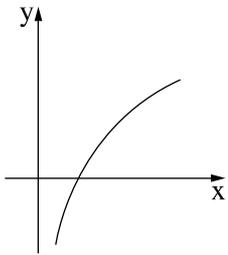


III

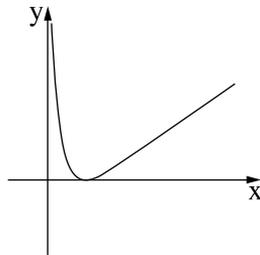
5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(x^n)$, n הוא מספר טבעי זוגי.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

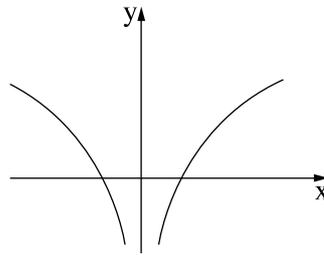
(2) לפניכם ארבעה גרפים, I-IV. קבעו איזה מהם מייצג את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.



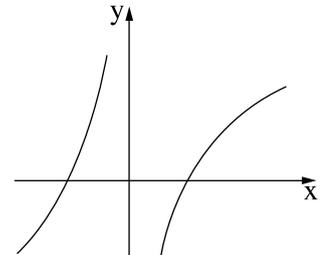
IV



III



II



I

הציבו $n = 2$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על סעיפים ב-ד.

נתונה הפונקצייה $g(x) = (f(x))^2 - 4$, המוגדרת לכל $x \neq 0$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $k(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$, בתחום $x > 0$.

ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $k(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $k(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = e^2$ ו- $x = e^3$.

בהצלחה!

תשובות סופיות

בגרות קיץ 2025 מועד א', שאלון 035582 (סמל ישן 035807)

שאלה 1

פתרון: א. $\sqrt{16-t}$ ב. $t=8$ ג. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ ד. $4 + 4\sqrt{2} = 9.656$ ה. לא

שאלה 2

פתרון: א. $-\underline{w} + \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v}$ ב. הוכחה ג. $C(6,18,0), D(6,8,0)$ ד. $18x - 6y + 5z = 0$

ה. שתי הטענות נכונות

שאלה 3

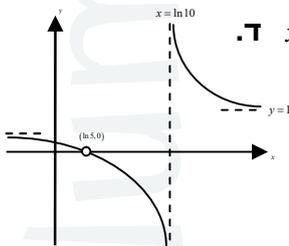
פתרון: א. $y = -x + 2$ ב. הוכחה ג. $b = 2^8 = 256, \alpha = 45^\circ$ ג. $b = 2^{24}, n = 24$

שאלה 4

פתרון: עבור $a > 0$: א. $x \neq \ln a$ ב. $x \neq \ln a$ ג. עלייה: $x < \ln a$ או $x > \ln a$, $y = 0, y = -1$ א. $y = 0, y = -1$ ב. $x < \ln a$ או $x > \ln a$

ירידה: אין עבור $a > 0$: א. כל x ב. $a = 5$ א. $y = 0, y = -1$ ב. $x < \ln 5, x < \ln 10$ ג. עלייה: אין, ירידה: כל x א. $x = \ln 10, y = 1, y = 0.5$ ב. $x \neq \ln 5, x \neq \ln 10$ ג. $x = \ln 10, y = 1, y = 0.5$ ד. $x = \ln 10, y = 1, y = 0.5$

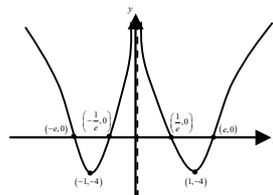
ה. לא נכונה



שאלה 5

פתרון: א. $x \neq 0$ ב. גרף II א. $x \neq 0$ ב. $(e, 0), (-e, 0), (\frac{1}{e}, 0), (-\frac{1}{e}, 0)$ ג. $(-\infty, 0), (-\frac{1}{e}, 0), (\frac{1}{e}, 0), (e, 0)$

ד. $0 < x < \frac{1}{e}$ או $\frac{1}{e} < x < e$ או $x > e$ א. $0 < x < \frac{1}{e}$ או $\frac{1}{e} < x < e$ או $x > e$ ב. $(-\infty, 0), (-\frac{1}{e}, 0), (\frac{1}{e}, 0), (e, 0)$ ג. $(-\infty, 0), (-\frac{1}{e}, 0), (\frac{1}{e}, 0), (e, 0)$ ד. $0 < x < \frac{1}{e}$ או $\frac{1}{e} < x < e$ או $x > e$



ג. $(1, -4) \min, (-1, -4) \min$ ב. $(1, -4) \min, (-1, -4) \min$ ג. $(1, -4) \min, (-1, -4) \min$

ד. $\ln\left(\frac{8}{3}\right) = 0.98$ ב. $(1, -4) \min, (-1, -4) \min$ ג. $(1, -4) \min, (-1, -4) \min$ ד. $\ln\left(\frac{8}{3}\right) = 0.98$

פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

חורף 2025, שאלון 582, גרסאות א, ב-ו-ג
התשובות והשאלונים, אתר מלומד

גרסה א (05)

שאלון 582

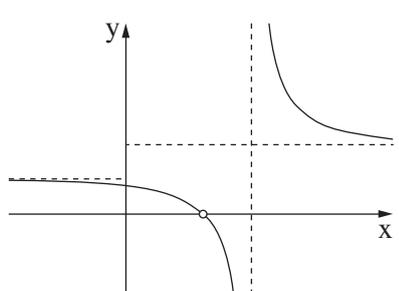
ק"ץ א' 2025

מלומד



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 35582, גרסה א, קיץ תשפ"ה, 2025

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|---|------------|--|
| 1. | א. $R = \sqrt{9-t}$ ב. $t = 4.5$ ג. $\frac{x^2}{4.5} + \frac{y^2}{2.25} = 1$ ד. $3\sqrt{2} + 3$ ה. לא | 4. | א. $x \neq \ln a : a > 0$ ב. $x < 0 : a < 0$ ג. $y = -1 (x \rightarrow \infty)$ ד. $y = 0 (x \rightarrow -\infty)$ ה. $a > 0$ ו. עולה בתחומים: ז. $x < \ln a, x > \ln a$ |
| 2. | א. $\vec{SM} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} - \vec{w}$ ב. הוכחה ג. $C(3,9,0)$ ד. $D(3,4,0)$ ה. $18x - 6y + 5z = 0$ ו. נכונה - I ז. נכונה - II | ב. | א. גרף II מתאים ל- $a = 3$ ב. גרף III מתאים ל- $a = -3$ ג. $x \neq \ln 3$ ד. $x \neq \ln 6$ ה. $x = \ln 6$ ו. $y = 1 (x \rightarrow \infty)$ ז. $y = \frac{1}{2} (x \rightarrow -\infty)$ |
| 3. | א. $y = -x + 2$ ב. להראות ג. $b = 256, \alpha = 45^\circ$ ד. כל n שמתחלק ב-24 ה. $b = 2^n$ בהתאמה | ה. | א.  ב. לא |



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 35582, גרסה א, קיץ תשפ"ה, 2025

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|---------------------------------------|------------|
| $x \neq 0$ | 5 |
| גרף II | א. (1) |
| $(\pm \frac{1}{e}, 0)$ | (2) |
| $(\pm e, 0)$ | ב. (1) |
| $\min(\pm 1, -4)$ | (2) |
| | ג. |
| $x > 0, x \neq \frac{1}{e}, x \neq e$ | ד. (1) |
| $\ln(\frac{8}{3})$ | (2) |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

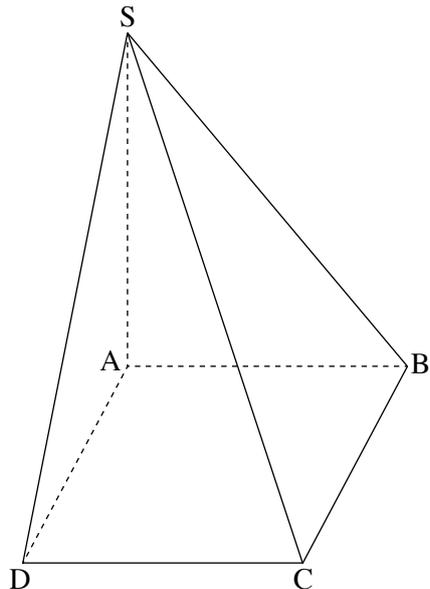
בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתון מעגל I שמשוואתו היא $x^2 - 6x + y^2 + t = 0$. t הוא פרמטר קטן מ-9.
- א. הביעו באמצעות t את רדיוס המעגל.
- הישר $y = x$ משיק למעגל.
- ב. מצאו את הערך של t.
- הזיזו את מעגל I שמאלה כך שהתקבל מעגל II שמרכזו בראשית הצירים O.
- A היא נקודה כלשהי על מעגל II כך ש- $-1.5 \leq y_A \leq 1.5$.
- דרך נקודה A מעבירים מיתר AB המאונך לציר ה-y.
- נקודה P נמצאת על המיתר AB כך שמתקיים $AB = 2 \cdot PO$.
- ג. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על אליפסה, ומצאו את משוואתה.
- הנקודה K היא המוקד הימני, והנקודה F היא המוקד השמאלי של האליפסה שמצאתם בסעיף ג.
- C היא נקודה כלשהי על האליפסה כך שמתקבל משולש CKF.
- ד. חשבו את היקף המשולש CKF.
- ה. האם קיימת נקודה C שבעבורה שטח המשולש CKF הוא 3? נמקו את תשובתכם.



2. נתונה פירמידה SABCDEF שבסיסה ABCDEF הוא מקבילית.

SA הוא גובה הפירמידה.

הנקודה M היא אמצע האלכסון BD.

נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות \underline{w} , \underline{v} , \underline{u} את הווקטור \vec{SM} .

נתון כי \vec{SM} מאונך ל- \vec{DB} .

ב. הוכיחו כי $|\underline{u}| = |\underline{v}|$.

נתון: $S(0, 0, 6)$, $B(0, 5, 0)$, $A(0, 0, 0)$.

$p > 0$, $D(3, p, 0)$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות D ו- C.

ד. דרך האלכסון AC מעבירים מישור המקביל למקצוע SD.

המישור חותך את המקצוע SB בנקודה K.

ז. מצאו את משוואת המישור.

ה. לפניכם שתי טענות I-II. קבעו בעבור כל אחת מן הטענות אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I. הישר KM מקביל לישר SD.

II. כל ישר שמאונך למישור ACK, מאונך לישר SD.

3. א. הביעו באמצעות x ו- y את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס

$$|z| = |z - (2 + 2i)|$$

z הוא משתנה מרוכב.

$$z^2 - z(2 + 2i) + 4i = 0$$

נתונה המשוואה $z^2 - z(2 + 2i) + 4i = 0$.

א ו- B הן נקודות המיוצגות על ידי שני פתרונות המשוואה.

ב. הראו כי הנקודות A ו- B נמצאות על המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

הנקודות C ו- D נמצאות על הצירים כך ש- ABCDEF הוא ריבוע.

סובבו את הריבוע ABCDEF סביב ראשית הצירים נגד כיוון השעון בזווית α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).

כל שמונה הנקודות (הנקודות A, B, C, D וארבע הנקודות שהתקבלו אחרי הסיבוב) מיוצגות על ידי פתרונות

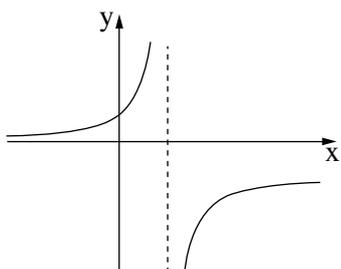
של המשוואה $z^n = b$, שבה n הוא מספר טבעי ו- b הוא מספר ממשי.

ג. (1) מצאו את הערך של b ואת הערך של α בעבור $n = 8$.

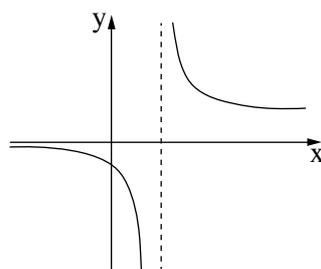
(2) מצאו ערך אפשרי של n בעבור $\alpha = 15^\circ$, ומצאו את הערך של b המתאים לו.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

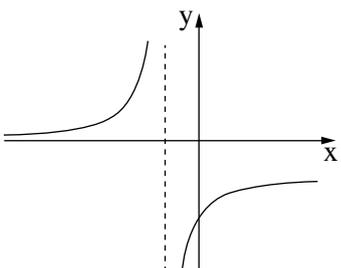
4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x}{a - e^x}$, a הוא פרמטר שונה מ-0.
- א. ענו על התת-סעיפים (1)–(3) בעבור $a > 0$ ובעבור $a < 0$.
- הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.
- (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- y של הפונקצייה $f(x)$.
- (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ב. קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$ בעבור $a = 3$ ואיזה מן הגרפים מתאר את הפונקצייה $f(x)$ בעבור $a = -3$. נמקו את קביעותיכם.
- הציבו $a = 3$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ה.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{f(x) + 2}$.
- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
- ה. לפניכם טענה: $\int_{-4}^{-2} g(x) dx > \int_2^3 g(x) dx$. האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.



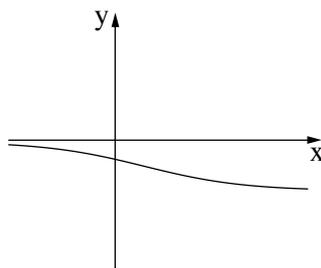
II



I



IV

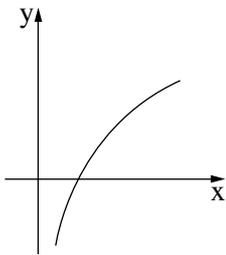


III

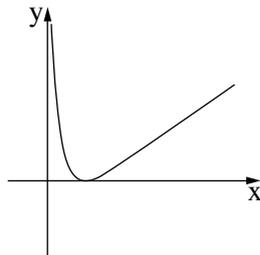
5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(x^n)$, n הוא מספר טבעי זוגי.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

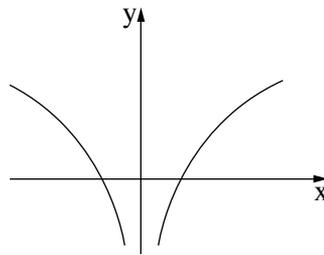
(2) לפניכם ארבעה גרפים, I-IV. קבעו איזה מהם מייצג את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.



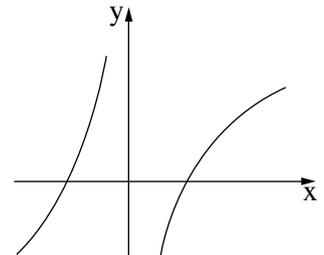
IV



III



II



I

הציבו $n = 2$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על סעיפים ב-ד.

נתונה הפונקצייה $g(x) = (f(x))^2 - 4$, המוגדרת לכל $x \neq 0$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $k(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$, בתחום $x > 0$.

ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $k(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $k(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = e^2$ ו- $x = e^3$.

בהצלחה!

גרסה ב (06)

שאלון 582

ק"צ א' 2025

מלומד



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 35582, גרסה ב, קיץ תשפ"ה, 2025

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|------------|---|
| 1. | <p>א. $R = \sqrt{16 - t}$</p> <p>ב. $t = 8$</p> <p>ג. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$</p> <p>ד. $4\sqrt{2} + 4$</p> <p>ה. לא</p> | 4. | <p>א. $x \neq \ln a : a > 0$</p> <p>ב. $x \text{ כל} : a < 0$</p> <p>ג. $y = -1 (x \rightarrow \infty)$</p> <p>ד. $y = 0 (x \rightarrow -\infty)$</p> <p>ה. $a > 0$</p> <p>ו. עולה בתחומים:</p> <p>ז. $x < \ln a, x > \ln a$</p> |
| 2. | <p>א. $\vec{SM} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} - \vec{w}$</p> <p>ב. הוכחה</p> <p>ג. $C(6, 18, 0)$</p> <p>ד. $D(6, 8, 0)$</p> <p>ה. $18x - 6y + 5z = 0$</p> <p>ו. I - נכונה</p> <p>ז. II - נכונה</p> | ב. | <p>א. גרף II מתאים ל- $a = 5$</p> <p>ב. גרף III מתאים ל- $a = -5$</p> |
| 3. | <p>א. $y = -x + 2$</p> <p>ב. להראות</p> <p>ג. $b = 256, \alpha = 45^\circ$</p> <p>ד. כל n שמתחלק ב- 24</p> <p>ה. $b = 2^n$ בהתאמה</p> | ג. | <p>א. $x \neq \ln 5$</p> <p>ב. $x \neq \ln 10$</p> <p>ג. $x = \ln 10$</p> <p>ד. $y = 1 (x \rightarrow \infty)$</p> <p>ה. $y = \frac{1}{2} (x \rightarrow -\infty)$</p> |
| | | ד. | <p>א. לא</p> |
| | | ה. | |



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 35582, גרסה ב, קיץ תשפ"ה, 2025

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|---------------------------------------|------------|
| | 5. |
| $x \neq 0$ | א. (1) |
| גרף II | (2) |
| $(\pm \frac{1}{e}, 0)$ | ב. (1) |
| $(\pm e, 0)$ | |
| $\min(\pm 1, -4)$ | (2) |
| | ג. |
| $x > 0, x \neq \frac{1}{e}, x \neq e$ | ד. (1) |
| $\ln(\frac{8}{3})$ | (2) |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

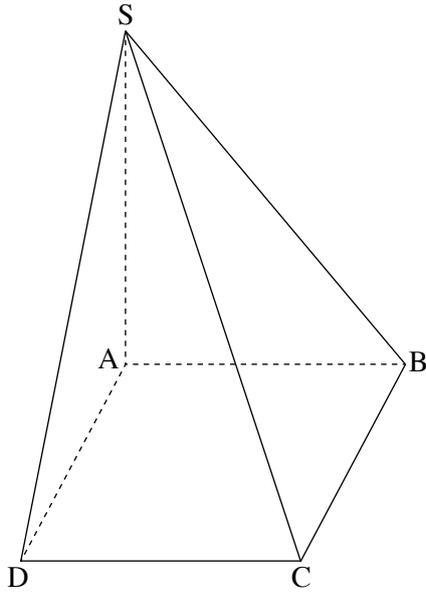
בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתון מעגל I שמשוואתו היא $x^2 - 8x + y^2 + t = 0$. הוא פרמטר קטן מ-16.
- א. הביעו באמצעות t את רדיוס המעגל.
- ב. הישר $y = x$ משיק למעגל.
- ג. מצאו את הערך של t .
- הזיזו את מעגל I שמאלה כך שהתקבל מעגל II שמרכזו בראשית הצירים O.
- A היא נקודה כלשהי על מעגל II כך ש- $-2 \leq y_A \leq 2$.
- דרך נקודה A מעבירים מיתר AB המאונך לציר ה- y .
- נקודה P נמצאת על המיתר AB כך שמתקיים $AB = 2 \cdot PO$.
- ג. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על אליפסה, ומצאו את משוואתה.
- הנקודה K היא המוקד הימני, והנקודה F היא המוקד השמאלי של האליפסה שמצאתם בסעיף ג.
- C היא נקודה כלשהי על האליפסה כך שמתקבל משולש CKF.
- ד. חשבו את היקף המשולש CKF.
- ה. האם קיימת נקודה C שבעבורה שטח המשולש CKF הוא 5? נמקו את תשובתכם.



2. נתונה פירמידה S ABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

SA הוא גובה הפירמידה.

הנקודה M היא אמצע האלכסון BD.

נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הווקטור \vec{SM} .

נתון כי \vec{SM} מאונך ל- \vec{DB} .

ב. הוכיחו כי $|\underline{u}| = |\underline{v}|$.

נתון: $S(0, 0, 12)$, $B(0, 10, 0)$, $A(0, 0, 0)$.

$D(6, p, 0)$, $p > 0$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות D ו- C.

ד. דרך האלכסון AC מעבירים מישור המקביל למקצוע SD.

המישור חותך את המקצוע SB בנקודה K.

ז. מצאו את משוואת המישור.

ה. לפניכם שתי טענות I-II. קבעו בעבור כל אחת מן הטענות אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I. הישר KM מקביל לישר SD.

II. כל ישר שמאונך למישור ACK, מאונך לישר SD.

3. א. הביעו באמצעות x ו- y את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס

$$|z| = |z - (2 + 2i)|$$

z הוא משתנה מרוכב.

$$z^2 - z(2 + 2i) + 4i = 0$$

A ו- B הן נקודות המיוצגות על ידי שני פתרונות המשוואה.

ב. הראו כי הנקודות A ו- B נמצאות על המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

הנקודות C ו- D נמצאות על הצירים כך ש- ABCD הוא ריבוע.

סובבו את הריבוע ABCD סביב ראשית הצירים נגד כיוון השעון בזווית α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).

כל שמונה הנקודות (הנקודות A, B, C ו- D וארבע הנקודות שהתקבלו אחרי הסיבוב) מיוצגות על ידי פתרונות

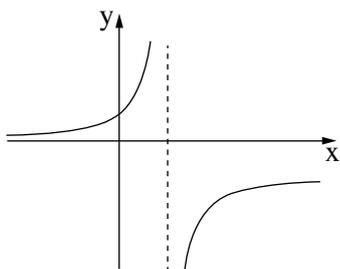
של המשוואה $z^n = b$, שבה n הוא מספר טבעי ו- b הוא מספר ממשי.

ג. (1) מצאו את הערך של b ואת הערך של α בעבור $n = 8$.

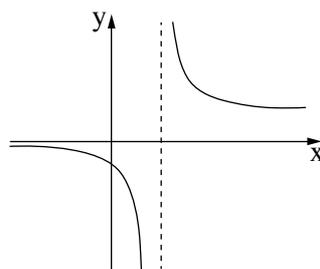
(2) מצאו ערך אפשרי של n בעבור $\alpha = 15^\circ$, ומצאו את הערך של b המתאים לו.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

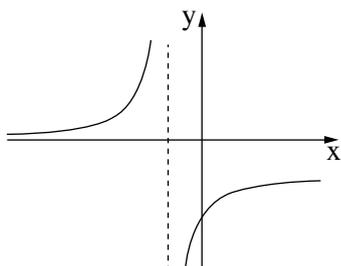
4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x}{a - e^x}$, a הוא פרמטר שונה מ-0.
- א. ענו על התת-סעיפים (1)–(3) בעבור $a > 0$ ובעבור $a < 0$.
- הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.
- (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- y של הפונקצייה $f(x)$.
- (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ב. קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$ בעבור $a = 5$ ואיזה מן הגרפים מתאר את הפונקצייה $f(x)$ בעבור $a = -5$. נמקו את קביעותיכם.
- הציבו $a = 5$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ה.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{f(x) + 2}$.
- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
- ה. לפניכם טענה: $\int_{-6}^{-4} g(x) dx > \int_4^5 g(x) dx$. האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.



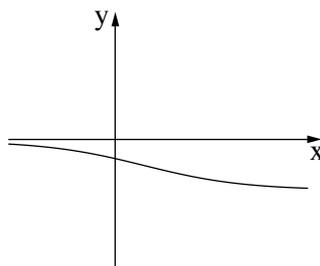
II



I



IV

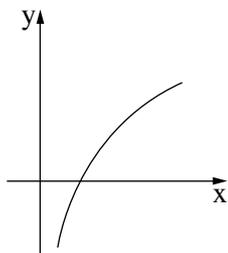


III

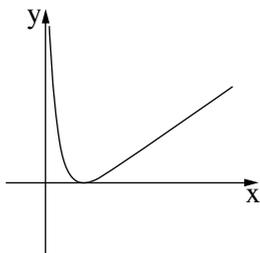
5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(x^n)$, n הוא מספר טבעי זוגי.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

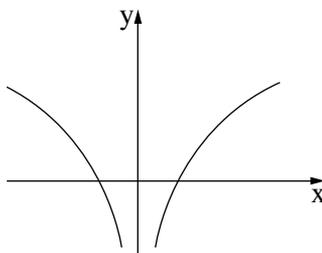
(2) לפניכם ארבעה גרפים, I-IV. קבעו איזה מהם מייצג את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.



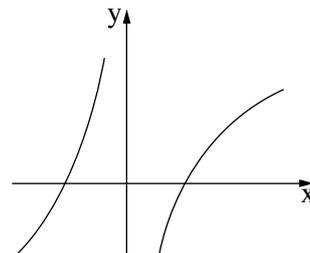
IV



III



II



I

הציבו $n = 2$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על סעיפים ב-ד.

נתונה הפונקצייה $g(x) = (f(x))^2 - 4$, המוגדרת לכל $x \neq 0$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $k(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$, בתחום $x > 0$.

ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $k(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $k(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = e^2$ ו- $x = e^3$.

בהצלחה!

גרסה ג' (07)

שאלון 582

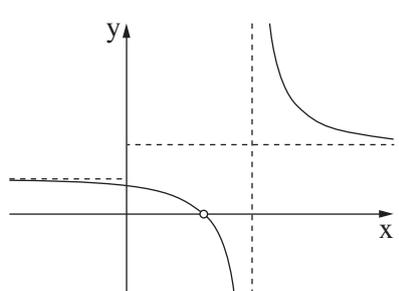
קיצ א' 2025

מלומד



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 35582, גרסה ג, קיץ תשפ"ה, 2025

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|------------|--|
| 1. | א. $R = \sqrt{25 - t}$ ב. $t = 12.5$ ג. $\frac{x^2}{12.5} + \frac{y^2}{6.25} = 1$ ד. $5\sqrt{2} + 5$ ה. לא | 4. | א. $x \neq \ln a : a > 0$ ב. $x \text{ כל} : a < 0$ ג. $y = -1 (x \rightarrow \infty)$ ד. $y = 0 (x \rightarrow -\infty)$ ה. $a > 0$ ו. עולה בתחומים: ז. $x < \ln a, x > \ln a$ ח. $a < 0$ ט. יורדת לכל x י. גרף II מתאים ל- $a = 4$ יא. גרף III מתאים ל- $a = -4$ יב. $x \neq \ln 4$ יג. $x \neq \ln 8$ יד. $x = \ln 8$ יט. $y = 1 (x \rightarrow \infty)$ כ. $y = \frac{1}{2} (x \rightarrow -\infty)$ כא.  כב. לא |
| 2. | א. $\vec{SM} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} - \vec{w}$ ב. הוכחה ג. $C(4,8,0)$ ד. $D(4,3,0)$ ה. $16x - 8y + 5z = 0$ ו. I - נכונה ז. II - נכונה | ב. | ג. (1) ד. (2) |
| 3. | א. $y = -x + 2$ ב. להראות ג. (1) $b = 256, \alpha = 45^\circ$ ד. (2) כל n שמתחלק ב-24 ה. $b = 2^n$ בהתאמה | ה. | |



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 35582, גרסה ג, קיץ תשפ"ה, 2025

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|---------------------------------------|------------|
| $x \neq 0$ | 5. |
| גרף II | א. (1) |
| $(\pm \frac{1}{e}, 0)$ | (2) |
| $(\pm e, 0)$ | ב. (1) |
| $\min(\pm 1, -4)$ | (2) |
| | ג. |
| $x > 0, x \neq \frac{1}{e}, x \neq e$ | ד. (1) |
| $\ln\left(\frac{8}{3}\right)$ | (2) |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

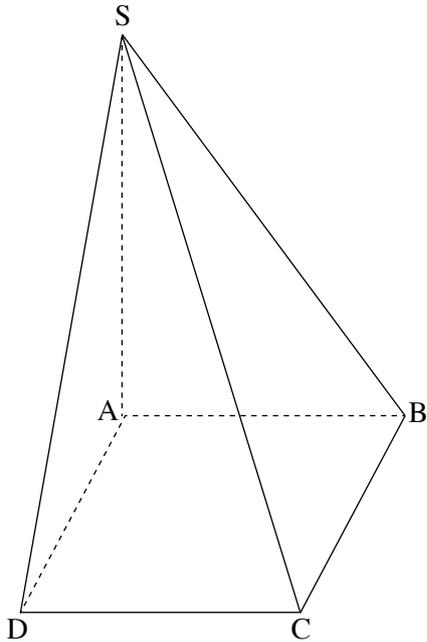
בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתון מעגל I שמשוואתו היא $x^2 - 10x + y^2 + t = 0$. הוא פרמטר קטן מ-25.
- א. הביעו באמצעות t את רדיוס המעגל.
- ב. הישר $y = x$ משיק למעגל.
- ג. מצאו את הערך של t .
- הזיזו את מעגל I שמאלה כך שהתקבל מעגל II שמרכזו בראשית הצירים O.
- A היא נקודה כלשהי על מעגל II כך ש- $-2.5 \leq y_A \leq 2.5$.
- דרך נקודה A מעבירים מיתר AB המאונך לציר ה- y .
- נקודה P נמצאת על המיתר AB כך שמתקיים $AB = 2 \cdot PO$.
- ג. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על אליפסה, ומצאו את משוואתה.
- הנקודה K היא המוקד הימני, והנקודה F היא המוקד השמאלי של האליפסה שמצאתם בסעיף ג.
- C היא נקודה כלשהי על האליפסה כך שמתקבל משולש CKF.
- ד. חשבו את היקף המשולש CKF.
- ה. האם קיימת נקודה C שבעבורה שטח המשולש CKF הוא 7? נמקו את תשובתכם.



2. נתונה פירמידה S ABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

SA הוא גובה הפירמידה.

הנקודה M היא אמצע האלכסון BD.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AS} = \underline{w}$.

א. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הווקטור \vec{SM} .

נתון כי \vec{SM} מאונך ל- \vec{DB} .

ב. הוכיחו כי $|\underline{u}| = |\underline{v}|$.

נתון: $S(0, 0, 8)$, $B(0, 5, 0)$, $A(0, 0, 0)$.

$D(4, p, 0)$, $p > 0$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות D ו- C.

ד. דרך האלכסון AC מעבירים מישור המקביל למקצוע SD.

המישור חותך את המקצוע SB בנקודה K.

ז. מצאו את משוואת המישור.

ה. לפניכם שתי טענות I-II. קבעו בעבור כל אחת מן הטענות אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I. הישר KM מקביל לישר SD.

II. כל ישר שמאונך למישור ACK, מאונך לישר SD.

3. א. הביעו באמצעות x ו- y את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס

$$|z| = |z - (2 + 2i)|$$

z הוא משתנה מרוכב.

$$z^2 - z(2 + 2i) + 4i = 0$$

נתונה המשוואה A ו- B הן נקודות המיוצגות על ידי שני פתרונות המשוואה.

ב. הראו כי הנקודות A ו- B נמצאות על המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

הנקודות C ו- D נמצאות על הצירים כך ש- ABCD הוא ריבוע.

סובבו את הריבוע ABCD סביב ראשית הצירים נגד כיוון השעון בזווית α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).

כל שמונה הנקודות (הנקודות A, B, C ו- D וארבע הנקודות שהתקבלו אחרי הסיבוב) מיוצגות על ידי פתרונות

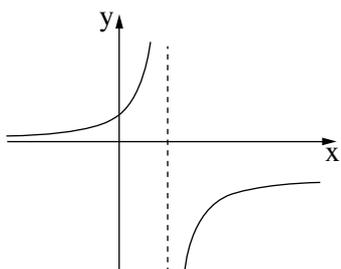
של המשוואה $z^n = b$, שבה n הוא מספר טבעי ו- b הוא מספר ממשי.

ג. (1) מצאו את הערך של b ואת הערך של α בעבור $n = 8$.

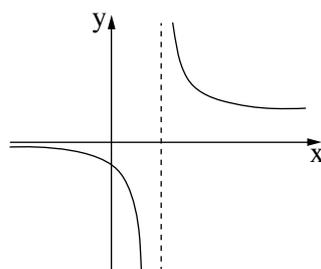
(2) מצאו ערך אפשרי של n בעבור $\alpha = 15^\circ$, ומצאו את הערך של b המתאים לו.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

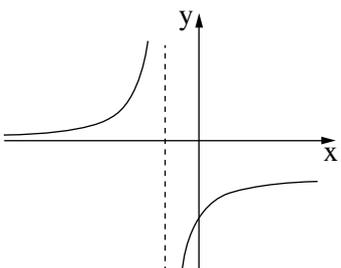
4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x}{a - e^x}$, a הוא פרמטר שונה מ-0.
- א. ענו על התת-סעיפים (1)–(3) בעבור $a > 0$ ובעבור $a < 0$.
- הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.
- (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- y של הפונקצייה $f(x)$.
- (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ב. קבעו איזה מן הגרפים IV–I שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$ בעבור $a = 4$ ואיזה מן הגרפים מתאר את הפונקצייה $f(x)$ בעבור $a = -4$. נמקו את קביעותיכם.
- הציבו $a = 4$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ה.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{f(x) + 2}$.
- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
- ה. לפניכם טענה: $\int_{-5}^{-3} g(x) dx > \int_3^4 g(x) dx$. האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.



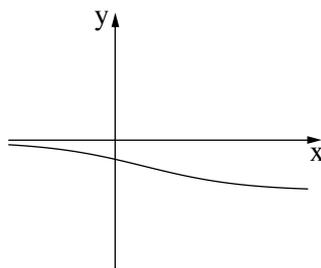
II



I



IV

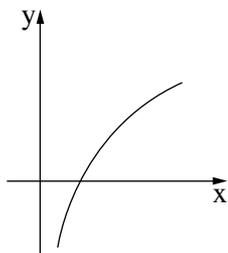


III

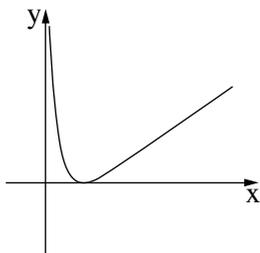
5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(x^n)$, n הוא מספר טבעי זוגי.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

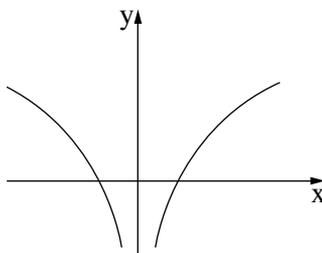
(2) לפניכם ארבעה גרפים, I-IV. קבעו איזה מהם מייצג את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.



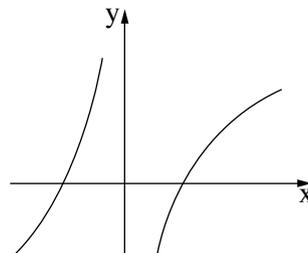
IV



III



II



I

הציבו $n = 2$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על סעיפים ב-ד.

נתונה הפונקצייה $g(x) = (f(x))^2 - 4$, המוגדרת לכל $x \neq 0$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $k(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$, בתחום $x > 0$.

ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $k(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $k(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = e^2$ ו- $x = e^3$.

בהצלחה!

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה היא $1 = \frac{x^2}{25k^2} + \frac{y^2}{16k^2}$. k הוא פרמטר חיובי.

הנקודה F היא המוקד הימני של האליפסה.

נתון מעגל שמרכזו בנקודה F והוא עובר בנקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה- x .
א. הביעו באמצעות k את משוואת המעגל.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה- y .

הנקודה D היא נקודת החיתוך של הקטע BF עם המעגל.

ב. (1) מצאו את היחס בין הקטע BD ובין הקטע DF .

(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה D .

ג. הביעו באמצעות k את משוואת המשיק למעגל בנקודה D .

בונים ריבוע שאורך הצלע שלו הוא 9.

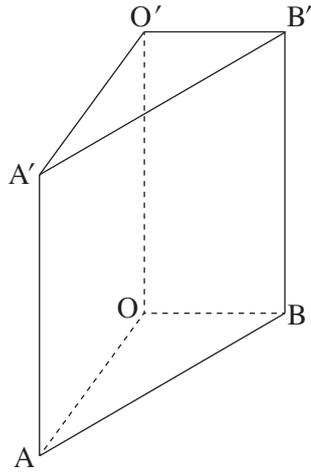
אחת מצלעות הריבוע נמצאת על המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף ג.

הנקודה B נמצאת בתוך הריבוע.

ד. הביעו באמצעות k את משוואת הישר שעליו נמצאת צלע הריבוע המקבילה למשיק.

נתון כי הנקודה B היא נקודת המפגש של אלכסוני הריבוע.

ה. מצאו את הערך של k .



2. בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $AOBA'O'B'$

שבסיסה AOB הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle AOB = 90^\circ$.

הנקודה K היא אמצע המקצוע AB .

הנקודה E נמצאת על הקטע $O'B$ כך ש- $\vec{O'E} = \frac{1}{3} \cdot \vec{O'B}$.

הנקודה N נמצאת על הקטע AE כך ש- $\vec{AN} = \frac{3}{4} \cdot \vec{AE}$.

נסמן: $\vec{OA} = \underline{u}$, $\vec{OB} = \underline{v}$, $\vec{OO'} = \underline{w}$,

א. (1) הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} את $\vec{O'N}$.

(2) הוכיחו כי הנקודות K, N, O' נמצאות על ישר אחד,

ומצאו את היחס בין $O'K$ ובין $O'N$.

נתון: $E(0, 3, 18)$, $A(12, 0, 0)$, $O(0, 0, 0)$

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y , והקודקוד O' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

ב. מצאו את שיעורי הנקודות N ו- B .

ג. מצאו את משוואת המישור $A'KB'$.

ד. (1) מצאו את המרחק בין הנקודה N ובין המישור $A'KB'$.

(2) מצאו את נפח הפירמידה $NA'KB'$.

3. נתונים שני מספרים מרוכבים z_1 ו- z_2 שמכפלתם היא $-51 + 12i$.

א. $z_1 = 6 + 3i$

ב. מצאו את המספר z_2 .

נתונה המשוואה $w^3 = z_1 + z_2$, הוא משתנה מרוכב.

ג. מצאו את פתרונות המשוואה.

נתון מספר מרוכב $z = 2(\cos \theta + i \sin \theta)$, $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$.

נתון כי המספרים z ו- z^3 נמצאים על ישר אחד שעובר בראשית הצירים.

ג. מצאו את ארבע האפשרויות של המספר z .

פתרונות המשוואה שמצאתם בסעיף ב וארבעת המספרים שמצאתם בסעיף ג, מייצגים את כל הקודקודים של

מצולע קמור במישור גאוס.

ד. (1) סרטטו את המצולע במערכת צירים.

(2) חשבו את השטח של המצולע.

נתון מספר מרוכב $4(\cos \alpha + i \sin \alpha)$, $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$.

מכפילים כל אחד מן המספרים המייצגים את קודקודי המצולע במספר מרוכב זה, כך שנוצר מצולע חדש.

ה. מצאו פי כמה גדול שטח המצולע החדש משטח המצולע שמצאתם בסעיף ד.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x + x}{e^x - x} + b$, המוגדרת לכל x .
b הוא פרמטר.

א. ענו על התת-סעיפים (1)–(3). הביעו את תשובותיכם באמצעות b, אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y = 1.5$.

ב. מצאו את הערך של b (מצאו את שתי האפשרויות).

הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הערך של b הקטן ביותר שמצאתם, וענו על הסעיפים ג–ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y היא אחת משתי נקודות הפיתול של הפונקצייה $f(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת לכל x .

ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ה. לפניכם טענה: $\int_0^1 (f(x) - 1.5) dx > \frac{1}{e-1}$.

האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x \cdot \ln(x)}{1 + \ln(x)}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה־ x של הפונקצייה $f(x)$.
 (3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x \cdot \ln(x)}$.

- ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתון הביטוי $\int_{e^k}^{e^{2k}} \left(\frac{1}{x \cdot \ln(x)} + \frac{1}{x} \right) dx$, k הוא פרמטר גדול מ־1.

- ה. (1) קבעו איזה מן הביטויים I-II שווה לערך של הביטוי הנתון. נמקו את קביעתכם.
 I. $k + \ln(k)$ II. $k + \ln 2$
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x = e^2$ ו־ $x = e^4$.

בהצלחה!

תשובות סופיות

בגרות קיץ 2025 מועד ב', שאלון 035582 (סמל ישן 035807) – גרסה ב' (06)

שאלה 1

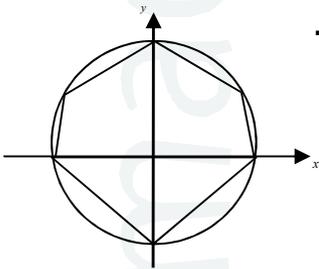
פתרון: א. $(x-3k)^2 + y^2 = 4k^2$ ב. 1.5 ב. 1.5 ג. $y = 0.75x + 0.25k$ ד. $-3x + 4y - k - 45 = 0$ ה. $k = 1.5$

שאלה 2

פתרון: א. $\frac{1}{4}u + \frac{1}{4}v - \frac{1}{2}w$ ב. $B(0,9,0), N(3,2.25,13.5)$ ג. $3x + 4y - 36 = 0$ ד. 243

שאלה 3

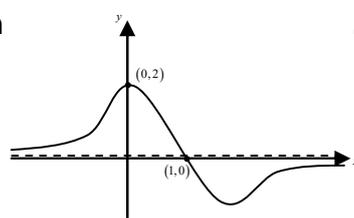
פתרון: א. $z_2 = -6 + 5i$ ב. $2cis30, 2cis150, 2cis270$ ג. $2, 2i, -2, -2i$ ד. 16
ה. $6 + 2\sqrt{3} = 9.4641$



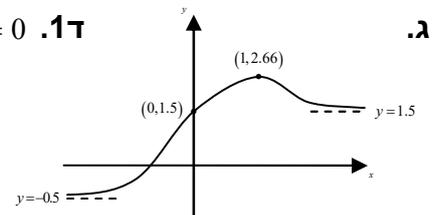
שאלה 4

פתרון: א. $y = b + 1, y = b - 1$ ב. $(0, b + 1)$ ג. $\max(1, 2.16 + b)$ ד. $b = 0.5, b = 2.5$

ה. נכונה

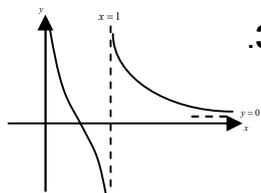


ד. $y = 0$



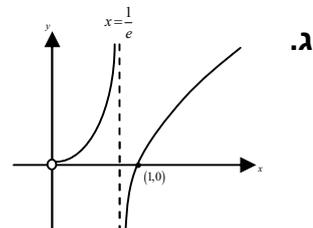
שאלה 5

פתרון: א. $0 < x < \frac{1}{e}$ או $x > \frac{1}{e}$. ב. עלייה: $x = \frac{1}{e}$. ג. $(1, 0)$. ד. $x = 0$, $x = 1$, $y = 1$.



ה. $0 < x < 1$ או $x > 1$. ו. $2 + \ln 2$.

ז. ביטוי II



פתרון מלא ומודרך- ראו באתר מלומד

Melumad

קיצ ב' 2025, שאלון 582, גרסאות א, ב-ו-ג
התשובות והשאלונים, אתר מלומד

גרסה א (05)

שאלון 582

קיצ ב' 2025

מלומד



משרד החינוך

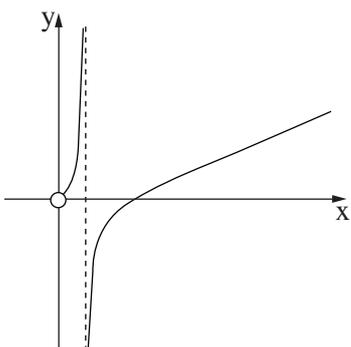
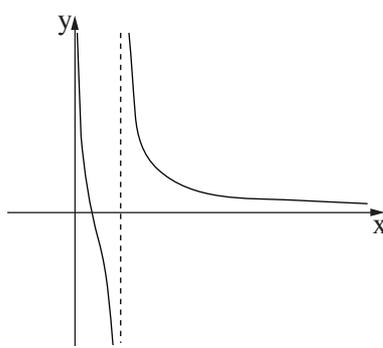
פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 35582, גרסה א, קיץ תשפ"ה, מועד ב, 2025

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|--|--|
| 1. | א. ב. (1) ג. ד. ה. | 4. | א. ב. (1) ג. (2) ד. (3) ה. (1) ו. (2) ז. (1) ח. (2) ט. (1) י. (2) יא. (1) יב. (2) יג. (1) יד. (2) יז. (1) יח. (2) יט. (1) כ. (2) כא. (1) כב. (2) כג. (1) כד. (2) כה. (1) כו. (2) כז. (1) כח. (2) כט. (1) ל. (2) לא. (1) לב. (2) לג. (1) לד. (2) לה. (1) לו. (2) לז. (1) לח. (2) לט. (1) לך. (2) לץ. (1) לכ. (2) לם. (1) לנ. (2) לס. (1) לת. (2) לז. (1) לח. (2) לט. (1) לך. (2) לץ. (1) לכ. (2) לם. (1) לנ. (2) לס. (1) לת. (2) |
| 2. | א. (1) ב. (2) ג. ד. (1) ה. (2) | א. ב. (1) ג. (2) ד. ה. | א. ב. (1) ג. ד. (1) ה. (2) |
| 3. | א. ב. ג. ד. (1) | א. ב. (1) ג. (2) ד. (1) ה. (2) | א. ב. (1) ג. (2) ד. (1) ה. (2) |



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 35582, גרסה א, קיץ תשפ"ה, מועד ב, 2025

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|---|--|
| $0 < x < \frac{1}{e}$ $x > \frac{1}{e}$ $x = \frac{1}{e}$ $(1, 0)$ תחומי עלייה: $0 < x < \frac{1}{e}$ $x > \frac{1}{e}$ | 5. א. (1) (2) (3) ב. ג. |
|  | ג. |
| $0 < x < 1$ $x > 1$ $x = 0, x = 1, y = 0$ | ד. (1) (2) (3) |
|  | ה. (1) (2) |
| Π $3 + \ln 2$ | ה. (1) (2) |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה היא $1 = \frac{x^2}{25k^2} + \frac{y^2}{16k^2}$. k הוא פרמטר חיובי.

הנקודה F היא המוקד הימני של האליפסה.

נתון מעגל שמרכזו בנקודה F והוא עובר בנקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה- x .
א. הביעו באמצעות k את משוואת המעגל.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה- y .

הנקודה D היא נקודת החיתוך של הקטע BF עם המעגל.

ב. (1) מצאו את היחס בין הקטע BD ובין הקטע DF .

(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה D .

ג. הביעו באמצעות k את משוואת המשיק למעגל בנקודה D .

בונים ריבוע שאורך הצלע שלו הוא 15.

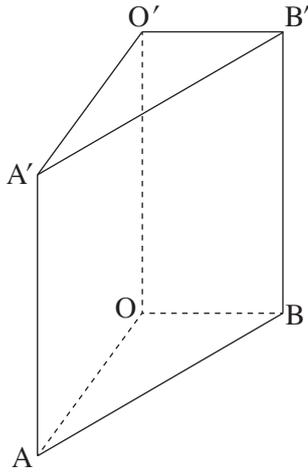
אחת מצלעות הריבוע נמצאת על המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף ג.

הנקודה B נמצאת בתוך הריבוע.

ד. הביעו באמצעות k את משוואת הישר שעליו נמצאת צלע הריבוע המקבילה למשיק.

נתון כי הנקודה B היא נקודת המפגש של אלכסוני הריבוע.

ה. מצאו את הערך של k .



2. בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $AOBA'O'B'$

שבסיסה AOB הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle AOB = 90^\circ$.

הנקודה K היא אמצע המקצוע AB .

הנקודה E נמצאת על הקטע $O'B$ כך ש- $\vec{O'E} = \frac{1}{3} \cdot \vec{O'B}$.

הנקודה N נמצאת על הקטע AE כך ש- $\vec{AN} = \frac{3}{4} \cdot \vec{AE}$.

נסמן: $\vec{OA} = \underline{u}$, $\vec{OB} = \underline{v}$, $\vec{OO'} = \underline{w}$,

א. (1) הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} את $\vec{O'N}$.

(2) הוכיחו כי הנקודות K, N, O' נמצאות על ישר אחד,

ומצאו את היחס בין $O'K$ ובין $O'N$.

נתון: $O(0, 0, 0)$, $A(4, 0, 0)$, $E(0, 1, 6)$.

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y , והקודקוד O' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

ב. מצאו את שיעורי הנקודות N ו- B .

ג. מצאו את משוואת המישור $A'KB'$.

ד. (1) מצאו את המרחק בין הנקודה N ובין המישור $A'KB'$.

(2) מצאו את נפח הפירמידה $NA'KB'$.

3. נתונים שני מספרים מרוכבים z_1 ו- z_2 שמכפלתם היא $-19 + 4i$.

$$z_1 = 2 + 3i$$

א. מצאו את המספר z_2 .

נתונה המשוואה $w^3 = z_1 + z_2$, הוא משתנה מרוכב.

ב. מצאו את פתרונות המשוואה.

נתון מספר מרוכב $z = 2(\cos \theta + i \sin \theta)$, $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$.

נתון כי המספרים z ו- z^3 נמצאים על ישר אחד שעובר בראשית הצירים.

ג. מצאו את ארבע האפשרויות של המספר z .

פתרונות המשוואה שמצאתם בסעיף ב וארבעת המספרים שמצאתם בסעיף ג, מייצגים את כל הקודקודים של

מצולע קמור במישור גאוס.

ד. (1) סרטטו את המצולע במערכת צירים.

(2) חשבו את השטח של המצולע.

נתון מספר מרוכב $3(\cos \alpha + i \sin \alpha)$, $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$.

מכפילים כל אחד מן המספרים המייצגים את קודקודי המצולע במספר מרוכב זה, כך שנוצר מצולע חדש.

ה. מצאו פי כמה גדול שטח המצולע החדש משטח המצולע שמצאתם בסעיף ד.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x + x}{e^x - x} + b$, המוגדרת לכל x .
b הוא פרמטר.

א. ענו על התת-סעיפים (1)–(3). הביעו את תשובותיכם באמצעות b , אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y = 1.5$.

ב. מצאו את הערך של b (מצאו את שתי האפשרויות).

הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הערך של b הקטן ביותר שמצאתם, וענו על הסעיפים ג–ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y היא אחת משתי נקודות הפיתול של הפונקצייה $f(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת לכל x .

ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ה. לפניכם טענה: $\int_0^1 (f(x) - 1.5) dx > \frac{1}{e-1}$.

האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x \cdot \ln(x)}{1 + \ln(x)}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה־ x של הפונקצייה $f(x)$.
 (3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x \cdot \ln(x)}$.

- ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתון הביטוי $\int_{e^k}^{e^{2k}} \left(\frac{1}{x \cdot \ln(x)} + \frac{1}{x} \right) dx$, k הוא פרמטר גדול מ־1.

- ה. (1) קבעו איזה מן הביטויים I-II שווה לערך של הביטוי הנתון. נמקו את קביעתכם.
 I. $k + \ln(k)$ II. $k + \ln 2$
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x = e^3$ ו־ $x = e^6$.

בהצלחה!

גרסה ב (06)

שאלון 582

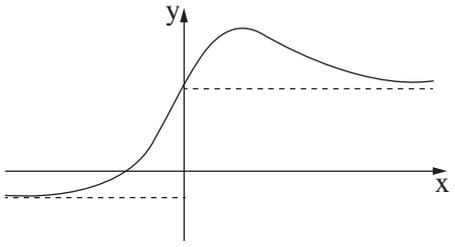
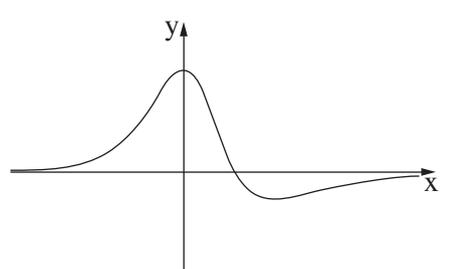
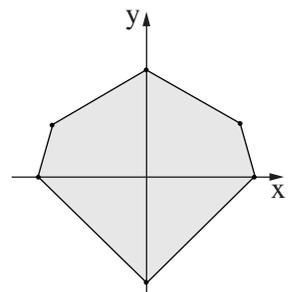
קיצ ב' 2025

מלומד



משרד החינוך

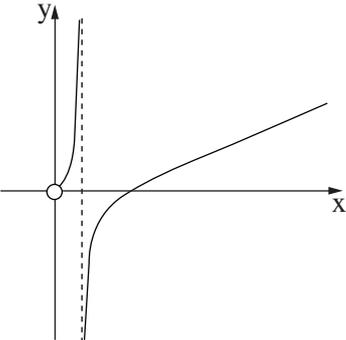
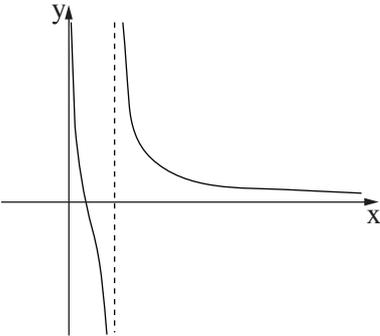
פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 35582, גרסה ב, קיץ תשפ"ה, מועד ב, 2025

| התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|---|------------|--|------------|
| <p>4.</p> <p>א. (1) $y = 1 + b \ (x \rightarrow \infty)$</p> <p>ב. (2) $y = -1 + b \ (x \rightarrow -\infty)$</p> <p>ג. (3) $(0, 1 + b)$</p> <p>ד. $\max\left(1, \frac{e+1}{e-1} + b\right)$</p> <p>ה. $b = 0.5$</p> <p>ו. $b = 2.5$</p>  <p>ז. $y = 0$</p>  <p>ח. כן</p> | | <p>1.</p> <p>א. $(x - 3k)^2 + y^2 = 4k^2$</p> <p>ב. (1) $\frac{BD}{DF} = \frac{3}{2}$</p> <p>ג. (2) $D(1.8k, 1.6k)$</p> <p>ד. $y = \frac{3}{4}x + \frac{k}{4}$</p> <p>ה. $y = \frac{3}{4}x + \frac{k+45}{4}$</p> <p>ו. $k = 1.5$</p> | |
| | | <p>2.</p> <p>א. (1) $\vec{O'N} = \frac{1}{4}\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}$</p> <p>ב. (2) הוכחה</p> <p>ג. $\frac{O'K}{O'N} = 2$</p> <p>ד. $B(0, 9, 0)$</p> <p>ה. $N\left(3, \frac{9}{4}, \frac{27}{2}\right)$</p> <p>ו. $3x + 4y - 36 = 0$</p> <p>ז. 3.6</p> <p>ח. (1) 243</p> <p>ט. (2)</p> | |
| | | <p>3.</p> <p>א. $z_2 = -6 + 5i$</p> <p>ב. $w = \pm\sqrt{3} + i, -2i$</p> <p>ג. $z = 2\text{cis}0^\circ, 2\text{cis}90^\circ, 2\text{cis}180^\circ, 2\text{cis}270^\circ$</p>  <p>ד. (1) $6 + 2\sqrt{3}$</p> <p>ה. (2) פי 16</p> | |



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 35582, גרסה ב, קיץ תשפ"ה, מועד ב, 2025

| מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|
| 5. | |
| א. (1) | $0 < x < \frac{1}{e}$ |
| | $x > \frac{1}{e}$ |
| (2) | $x = \frac{1}{e}$ |
| (3) | (1, 0) |
| ב. | תחומי עלייה: $0 < x < \frac{1}{e}$ $x > \frac{1}{e}$ |
| ג. |  |
| ד. (1) | $0 < x < 1$ |
| | $x > 1$ |
| (2) | $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$ |
| (3) |  |
| ה. (1) | II |
| (2) | $2 + \ln 2$ |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה היא $1 = \frac{x^2}{25k^2} + \frac{y^2}{16k^2}$. k הוא פרמטר חיובי.

הנקודה F היא המוקד הימני של האליפסה.

נתון מעגל שמרכזו בנקודה F והוא עובר בנקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה- x .
א. הביעו באמצעות k את משוואת המעגל.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה- y .

הנקודה D היא נקודת החיתוך של הקטע BF עם המעגל.

ב. (1) מצאו את היחס בין הקטע BD ובין הקטע DF .

(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה D .

ג. הביעו באמצעות k את משוואת המשיק למעגל בנקודה D .

בונים ריבוע שאורך הצלע שלו הוא 9.

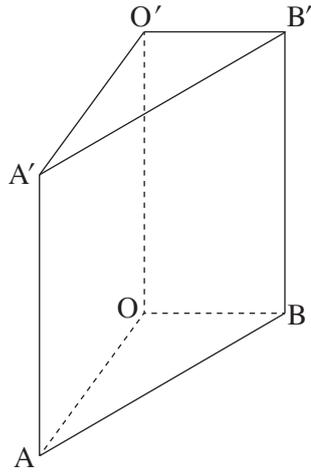
אחת מצלעות הריבוע נמצאת על המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף ג.

הנקודה B נמצאת בתוך הריבוע.

ד. הביעו באמצעות k את משוואת הישר שעליו נמצאת צלע הריבוע המקבילה למשיק.

נתון כי הנקודה B היא נקודת המפגש של אלכסוני הריבוע.

ה. מצאו את הערך של k .



2. בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $AOBA'O'B'$

שבסיסה AOB הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle AOB = 90^\circ$.

הנקודה K היא אמצע המקצוע AB .

הנקודה E נמצאת על הקטע $O'B$ כך ש- $\vec{O'E} = \frac{1}{3} \cdot \vec{O'B}$.

הנקודה N נמצאת על הקטע AE כך ש- $\vec{AN} = \frac{3}{4} \cdot \vec{AE}$.

נסמן: $\vec{OA} = \underline{u}$, $\vec{OB} = \underline{v}$, $\vec{OO'} = \underline{w}$,

א. (1) הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} את $\vec{O'N}$.

(2) הוכיחו כי הנקודות K, N, O' נמצאות על ישר אחד,

ומצאו את היחס בין $O'K$ ובין $O'N$.

נתון: $E(0, 3, 18)$, $A(12, 0, 0)$, $O(0, 0, 0)$

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y , והקודקוד O' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

ב. מצאו את שיעורי הנקודות N ו- B .

ג. מצאו את משוואת המישור $A'KB'$.

ד. (1) מצאו את המרחק בין הנקודה N ובין המישור $A'KB'$.

(2) מצאו את נפח הפירמידה $NA'KB'$.

3. נתונים שני מספרים מרוכבים z_1 ו- z_2 שמכפלתם היא $-51 + 12i$.

$$z_1 = 6 + 3i$$

א. מצאו את המספר z_2 .

נתונה המשוואה $w^3 = z_1 + z_2$, הוא משתנה מרוכב.

ב. מצאו את פתרונות המשוואה.

נתון מספר מרוכב $z = 2(\cos \theta + i \sin \theta)$, $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$.

נתון כי המספרים z ו- z^3 נמצאים על ישר אחד שעובר בראשית הצירים.

ג. מצאו את ארבע האפשרויות של המספר z .

פתרונות המשוואה שמצאתם בסעיף ב וארבעת המספרים שמצאתם בסעיף ג, מייצגים את כל הקודקודים של

מצולע קמור במישור גאוס.

ד. (1) סרטטו את המצולע במערכת צירים.

(2) חשבו את השטח של המצולע.

נתון מספר מרוכב $4(\cos \alpha + i \sin \alpha)$, $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$.

מכפילים כל אחד מן המספרים המייצגים את קודקודי המצולע במספר מרוכב זה, כך שנוצר מצולע חדש.

ה. מצאו פי כמה גדול שטח המצולע החדש משטח המצולע שמצאתם בסעיף ד.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x + x}{e^x - x} + b$, המוגדרת לכל x .
b הוא פרמטר.

א. ענו על התת-סעיפים (1)–(3). הביעו את תשובותיכם באמצעות b, אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y = 1.5$.

ב. מצאו את הערך של b (מצאו את שתי האפשרויות).

הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הערך של b הקטן ביותר שמצאתם, וענו על הסעיפים ג–ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y היא אחת משתי נקודות הפיתול של הפונקצייה $f(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת לכל x .

ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ה. לפניכם טענה: $\int_0^1 (f(x) - 1.5) dx > \frac{1}{e-1}$.

האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x \cdot \ln(x)}{1 + \ln(x)}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה־ x של הפונקצייה $f(x)$.
 (3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x \cdot \ln(x)}$.

- ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתון הביטוי $\int_{e^k}^{e^{2k}} \left(\frac{1}{x \cdot \ln(x)} + \frac{1}{x} \right) dx$, k הוא פרמטר גדול מ־1.

- ה. (1) קבעו איזה מן הביטויים I-II שווה לערך של הביטוי הנתון. נמקו את קביעתכם.
 I. $k + \ln(k)$ II. $k + \ln 2$
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x = e^2$ ו־ $x = e^4$.

בהצלחה!

גרסה ג' (07)

שאלון 582

קיצ ב' 2025

מלומד



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 35582, גרסה ג, קיץ תשפ"ה, מועד ב, 2025

| מספר השאלה | התשובה הנכונה | מספר השאלה | התשובה הנכונה |
|------------|--|--|--|
| 1. | א. ב. (1) ג. ד. ה. | 4. | א. (1) ב. (2) ג. (3) ב. ג. ד. (1) ה. |
| 2. | א. (1) ב. (2) ג. ד. (1) ה. (2) | א. ב. (1) ג. (2) ד. (1) ה. (2) | א. ב. (1) ג. (2) ד. (1) ה. (2) |
| 3. | א. ב. ג. ד. (1) ה. (2) | א. ב. ג. ד. (1) ה. (2) | א. ב. ג. ד. (1) ה. (2) |



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 35582, גרסה ג, קיץ תשפ"ה, מועד ב, 2025

| התשובה הנכונה | מספר השאלה |
|---|--|
| $0 < x < \frac{1}{e}$ $x > \frac{1}{e}$ $x = \frac{1}{e}$ $(1, 0)$ תחומי עלייה: $0 < x < \frac{1}{e}$ $x > \frac{1}{e}$ | 5. א. (1) (2) (3) ב. ג. |
| | ג. |
| $0 < x < 1$ $x > 1$ $x = 0, x = 1, y = 0$ | ד. (1) (2) (3) |
| | ה. (1) (2) |
| Π $4 + \ln 2$ | ה. (1) (2) |

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה היא $1 = \frac{x^2}{25k^2} + \frac{y^2}{16k^2}$. k הוא פרמטר חיובי.

הנקודה F היא המוקד הימני של האליפסה.

נתון מעגל שמרכזו בנקודה F והוא עובר בנקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה- x .
א. הביעו באמצעות k את משוואת המעגל.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה- y .

הנקודה D היא נקודת החיתוך של הקטע BF עם המעגל.

ב. (1) מצאו את היחס בין הקטע BD ובין הקטע DF .

(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה D .

ג. הביעו באמצעות k את משוואת המשיק למעגל בנקודה D .

בונים ריבוע שאורך הצלע שלו הוא 21.

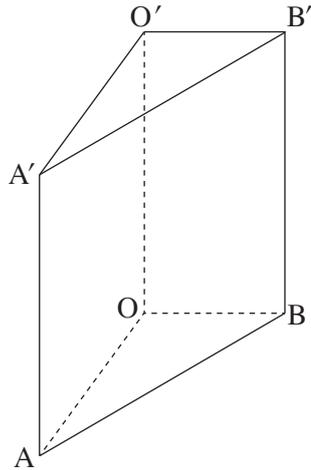
אחת מצלעות הריבוע נמצאת על המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף ג.

הנקודה B נמצאת בתוך הריבוע.

ד. הביעו באמצעות k את משוואת הישר שעליו נמצאת צלע הריבוע המקבילה למשיק.

נתון כי הנקודה B היא נקודת המפגש של אלכסוני הריבוע.

ה. מצאו את הערך של k .



2. בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $AOBA'O'B'$

שבסיסה AOB הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle AOB = 90^\circ$.

הנקודה K היא אמצע המקצוע AB .

הנקודה E נמצאת על הקטע $O'B$ כך ש- $\vec{O'E} = \frac{1}{3} \cdot \vec{O'B}$.

הנקודה N נמצאת על הקטע AE כך ש- $\vec{AN} = \frac{3}{4} \cdot \vec{AE}$.

נסמן: $\vec{OA} = \underline{u}$, $\vec{OB} = \underline{v}$, $\vec{OO'} = \underline{w}$,

א. (1) הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} את $\vec{O'N}$.

(2) הוכיחו כי הנקודות K, N, O' נמצאות על ישר אחד,

ומצאו את היחס בין $O'K$ ובין $O'N$.

נתון: $O(0, 0, 0)$, $A(8, 0, 0)$, $E(0, 2, 12)$.

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y , והקודקוד O' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

ב. מצאו את שיעורי הנקודות N ו- B .

ג. מצאו את משוואת המישור $A'KB'$.

ד. (1) מצאו את המרחק בין הנקודה N ובין המישור $A'KB'$.

(2) מצאו את נפח הפירמידה $NA'KB'$.

3. נתונים שני מספרים מרוכבים z_1 ו- z_2 שמכפלתם היא $-31 + 8i$.

א. $z_1 = 4 + 3i$.

ב. מצאו את המספר z_2 .

נתונה המשוואה $w^3 = z_1 + z_2$, הוא משתנה מרוכב.

ג. מצאו את פתרונות המשוואה.

נתון מספר מרוכב $z = 2(\cos \theta + i \sin \theta)$, $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$.

נתון כי המספרים z ו- z^3 נמצאים על ישר אחד שעובר בראשית הצירים.

ג. מצאו את ארבע האפשרויות של המספר z .

פתרונות המשוואה שמצאתם בסעיף ב וארבעת המספרים שמצאתם בסעיף ג, מייצגים את כל הקודקודים של

מצולע קמור במישור גאוס.

ד. (1) סרטטו את המצולע במערכת צירים.

(2) חשבו את השטח של המצולע.

נתון מספר מרוכב $5(\cos \alpha + i \sin \alpha)$, $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$.

מכפילים כל אחד מן המספרים המייצגים את קודקודי המצולע במספר מרוכב זה, כך שנוצר מצולע חדש.

ה. מצאו פי כמה גדול שטח המצולע החדש משטח המצולע שמצאתם בסעיף ד.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x + x}{e^x - x} + b$, המוגדרת לכל x .
 b הוא פרמטר.

א. ענו על התת-סעיפים (1)–(3). הביעו את תשובותיכם באמצעות b , אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y = 1.5$.

ב. מצאו את הערך של b (מצאו את שתי האפשרויות).

הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הערך של b הקטן ביותר שמצאתם, וענו על הסעיפים ג–ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y היא אחת משתי נקודות הפיתול של הפונקצייה $f(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת לכל x .

ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ה. לפניכם טענה: $\int_0^1 (f(x) - 1.5) dx > \frac{1}{e-1}$.

האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x \cdot \ln(x)}{1 + \ln(x)}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה־ x של הפונקצייה $f(x)$.
 (3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x \cdot \ln(x)}$.

- ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתון הביטוי $\int_{e^k}^{e^{2k}} \left(\frac{1}{x \cdot \ln(x)} + \frac{1}{x} \right) dx$, k הוא פרמטר גדול מ־1.

- ה. (1) קבעו איזה מן הביטויים I-II שווה לערך של הביטוי הנתון. נמקו את קביעתכם.
 I. $k + \ln(k)$ II. $k + \ln 2$
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x = e^4$ ו־ $x = e^8$.

בהצלחה!