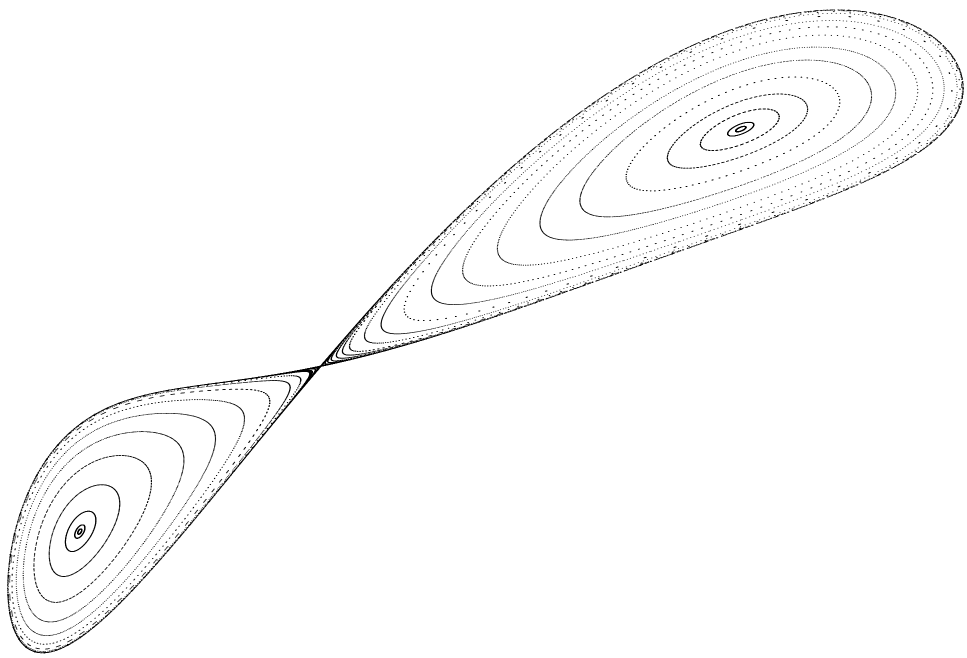
# Matemàtiques

# $3r$ d'ESO



IES Miquel Biada

Departament de Ciències

1 de Setembre del 2009

# Índex

# Capítol 1

# Nombres Enters

Els nombres **enters** són una extensió dels nombres naturals formada pels propis nombres naturals (1,2,3...), els seus corresponents negatius (-1,-2,-3...) i el nombre zero (0). El conjunt de tots els enters generalment es denota pel símbol $\mathbb{Z}$. Els nombres enters són un subconjunt dels nombres racionals.

## 1.1 Ordre de les operacions

En el següent quadre tenim l'ordre en que s'han de calcular les diferents operacions.

| ORDRE | OPERACIONS | SIMBOLS |
|---|---|---|
| $1^r$ | PARÈNTESIS | $(\ )$ |
| $2^n$ | POTÈNCIES I ARRELS | $3^2 \quad \sqrt[3]{27}$ |
| $3^r$ | MULTIPLICACIONS I DIVISIONS | $\times \quad \div$ |
| $4^t$ | SUMES I RESTES | $+ \quad -$ |

## 1.2 Exercicis

Calcula les següents operacions:

**(1)** $3 \cdot 4 - 5$

**(2)** $3 \cdot (4 - 5)$

**(3)** $6 \cdot 9 + 10$

**(4)** $7 - 3 + 4$

**(5)** $7 - (3 + 4)$

**(6)** $6 + 9 - 3 \cdot 2$

**(7)** $18 \div 9 - 2 \cdot 4$

**(8)** $9 \cdot 5 + 3 \cdot (-5)$

**(9)** $2 - (-8 + 4)$

**(10)** $3 \cdot 5 - 4 \cdot 3$

**(11)** $3 \cdot (5 - 4) \cdot 3$

**(12)** $3 \cdot (5 - 4) \div 3$

**(13)** $7 - 3 \cdot 3 + 2$

**(14)** $15 - 3 \div 3 + 4$

**(15)** $25 \div 5 + 7$

**(16)** $25 \div (3 + 2) + 7$

**(17)** $5 \cdot (3 + 2) \div 5 + 7$

**(18)** $(7 - 10) + 4 \cdot 3$

**(19)** $(10 - 7) + 3 \cdot 4$

**(20)** $(3 - 5) \cdot (7 - 2)$

**(21)** $(5 - 3) \cdot (2 - 7)$

**(22)** $3 \cdot 5 + 7 \cdot 2$

**(23)** $3 \cdot 5 - 7 \cdot 2$

**(24)** $12 - 4 \div 4 - 2$

**(25)** $(12 - 4) \div 4 - 2$

**(26)** $3 \cdot 14 \div 7 - 5 \cdot 9$

**(27)** $3 \cdot 14 \div (7 - 5) \cdot 5$

**(28)** $20 \cdot 15 \div 25$

**(29)** $(18 - 12) \cdot 4$

**(30)** $18 - 12 \cdot 4$

**(31)** $6 \cdot 3 + 8 - 5 \cdot 8 - 2$

**(32)** $6 \cdot (3 + 8) - 5 \cdot (8 - 2)$

**(33)** $4 \cdot 5^2 + 6 \cdot (5 - 4^2)$

**(34)** $(7-2)-4\cdot(8-2)$

**(35)** $3+5\cdot 6-(7-4)$

**(36)** $2\cdot 8\div 4+7\cdot 3^2$

**(37)** $15\div 5+5\cdot 15$

**(38)** $4+4\div 2+2^2\cdot 1$

**(39)** $4\div 4+2\cdot 1+2^2$

**(40)** $4+4\div 2\cdot 1^2+2$

**(41)** $4\div 4+2\cdot 1^2+2$

**(42)** $-2+3-(-2)+5-6$

**(43)** $-4+8-(-3)-9-3$

**(44)** $22+3-(-7)+8-8$

**(45)** $11+31-(-4)+8-(-3)$

**(46)** $-4+2-(-5)+8-1$

**(47)** $-32+35-(-21)-29$

**(48)** $-5+4-(-3)-(-9)+8$

**(49)** $-17+13-(-7)-19-8$

**(50)** $-14-32-(-9)-(-1)$

**(51)** $-5+8-(-3)+9-2$

**(52)** $-2-(+3)-(-2)+2$

**(53)** $-1+1-(-1)-1-1$

**(54)** $22+22-(-22)+22$

**(55)** $111+31-(-43)-(-38)$

**(56)** $7\div 1+(5+3)\cdot 2^2$

**(57)** $7^2\div 7+(3+5)\div 2^2$

**(58)** $3\cdot(7+2+1)-50\div 5$

**(59)** $6\div(3+5-6)\cdot 6$

**(60)** $(2-5)\cdot 4+3$

**(61)** $(-2)\cdot(4+5)-6$

**(62)** $2\cdot(4-5)-6$

**(63)** $12-24+7\div 7+1$

**(64)** $5\cdot(-3)+10\div 2$

**(65)** $5\cdot 3^2-6\cdot 7^2$

**(66)** $3\cdot(4-5)-22$

**(67)** $3\cdot 4-(5-22)$

**(68)** $(14-3)\cdot 3\cdot 2^2$

**(69)** $2\sqrt[3]{64}\div 4$

**(70)** $9\cdot 5+3\cdot(13-5)$

**(71)** $\sqrt{36}\cdot 20-3^2\cdot 18$

**(72)** $\sqrt{81}\cdot(20-4^2)\div 18$

**(73)** $7^2-\sqrt{25}\cdot 6+7$

**(74)** $3^2\cdot 3+14\div 7-2$

**(75)** $6^2\div 3-4\cdot 8-\sqrt{16}$

**(76)** $\sqrt{16}\cdot(\sqrt{4}+4^2)-8$

**(77)** $21+7\cdot 3-(7^2+\sqrt{49})$

**(78)** $4^3-12+(\sqrt{4}+\sqrt{1})$

**(79)** $(24-12)\cdot 2^2+\sqrt[3]{125}$

**(80)** $(25-\sqrt{25})\cdot 5+5^2$

**(81)** $(27-\sqrt[3]{27})\cdot 3+3^2$

**(82)** $6^2+5^2\cdot(4^2-3^2)$

**(83)** $\sqrt{81}+9\cdot(\sqrt{64}-3^2)$

**(84)** $\sqrt{(27+9)}\div 3+3$

**(85)** $(14-\sqrt[3]{27})\cdot 4\div\sqrt{4}$

**(86)** $(\sqrt{100}+\sqrt{25})\div 3$

**(87)** $(2\sqrt{100}+5)\div 5$

**(88)** $3\sqrt{36}-3\cdot 6$

**(89)** $5\sqrt{100}-2\sqrt{25\cdot\sqrt[3]{125}}$

## 1.3 Factorització

La factorització és el procés de descomposar un nombre natural en un producte de nombres primers. Per exemple: $25=5^2$, $1960=2^3\cdot 5\cdot 7^2$ i $512568377=17^5\cdot 19^2$. Donat que no existeix cap mètode general per saber si un nombre és primer o no i, a més, la quantitat de nombres primers és infinita, resulta que la factorització és un dels problemes més difícils i a la vegada importants de l'aritmètica entesa tant com teoria de nombres com a camp més general.

L'únic mètode que es coneix per factoritzar, consisteix en anar provant la divisibilitat d'un nombre per cadascun dels nombres primers que existeixen. Es comença provant pel 2, i després es segueix amb els primers immediatament superiors. Cada vegada que es troba un primer divisor, es divideix el nombre a factoritzar pel primer divisor, i es segueix cercant divisors primers per al quocient de la divisió. Aquest procés segueix fins que el quocient de la divisió és 1. Els factors primers són tots aquells pels quals s'ha dividit el nombre per arribar a 1.

$$\begin{array}{r|l} 2028 & 2 \\ 1014 & 2 \\ 507 & 3 \\ 169 & 13 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \qquad 2028 = 2^2\cdot 3\cdot 13^2$$

A vegades un nombre primer resulta ser tant gran que hem de provar la divisibilitat amb molts primers per arribar a la conclusió de que aquest nombre és primer. Convé veure aquí que en cap cas, donat un nombre $x$, trobarem un factor primer més gran que $\sqrt{x}$.

| Criteris de divisibilitat |
|---|
| Un nombre és divisible per 2 si acaba en 0, 2, 4, 6 o 8.<br>Un nombre és divisible per 3 si la suma de les seves xifres és múltiple de 3.<br>Un nombre és divisible per 5 si acaba en 0 o 5. |

| Llista dels nombres primers |
|---|
| 1 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97 ... |

Descomposa els següents nombres:

**(90)** 24
**(91)** 36
**(92)** 80
**(93)** 96
**(94)** 98
**(95)** 124
**(96)** 144
**(97)** 196
**(98)** 210
**(99)** 360
**(100)** 512
**(101)** 880
**(102)** 1024
**(103)** 184
**(104)** 243
**(105)** 343
**(106)** 442
**(107)** 391
**(108)** 899
**(109)** 988

## 1.4 Solucions

**(1)** 7
**(2)** -3
**(3)** 64
**(4)** 8
**(5)** 0
**(6)** 9
**(7)** -6
**(8)** 30
**(9)** 6
**(10)** 3
**(11)** 9
**(12)** 1
**(13)** 0
**(14)** 18
**(15)** 12
**(16)** 12
**(17)** 12
**(18)** 9
**(19)** 15
**(20)** -10
**(21)** -10
**(22)** 29
**(23)** 1
**(24)** 9
**(25)** 0
**(26)** -39
**(27)** 105
**(28)** 12
**(29)** 24
**(30)** -30
**(31)** -16
**(32)** 36
**(33)** 34
**(34)** -19
**(35)** 30
**(36)** 67
**(37)** 78
**(38)** 10
**(39)** 7
**(40)** 8
**(41)** 5
**(42)** 2
**(43)** -5
**(44)** 32
**(45)** 57
**(46)** 10
**(47)** -5
**(48)** 19
**(49)** -24
**(50)** -36
**(51)** 13
**(52)** -1
**(53)** -1
**(54)** 88
**(55)** 223
**(56)** 39
**(57)** 9
**(58)** 20
**(59)** 18
**(60)** -9
**(61)** -24
**(62)** -8
**(63)** -10
**(64)** -10
**(65)** -249
**(66)** -25
**(67)** 29
**(68)** 132
**(69)** 2
**(70)** 69
**(71)** -42
**(72)** 2
**(73)** 26
**(74)** 27
**(75)** -24
**(76)** 64
**(77)** -14
**(78)** 55
**(79)** 53
**(80)** 125
**(81)** 81
**(82)** 211
**(83)** 0
**(84)** 5
**(85)** 22
**(86)** 5
**(87)** 5
**(88)** 0
**(89)** 0
**(90)** $2^3 \cdot 3$
**(91)** $2^2 \cdot 3^2$
**(92)** $2^4 \cdot 5$
**(93)** $2^5 \cdot 3$
**(94)** $2 \cdot 7^2$
**(95)** $2^2 \cdot 31$
**(96)** $2^4 \cdot 3^2$
**(97)** $2^2 \cdot 7^2$
**(98)** $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
**(99)** $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$
**(100)** $2^9$
**(101)** $2^4 \cdot 5 \cdot 11$
**(102)** $2^{12}$
**(103)** $2^3 \cdot 23$
**(104)** $3^5$
**(105)** $7^3$
**(106)** $2 \cdot 13 \cdot 17$
**(107)** $17 \cdot 23$
**(108)** $29 \cdot 31$
**(109)** $2^2 \cdot 13 \cdot 19$

# Capítol 2

# Nombres Racionals

S'anomena **nombre racional** a tot aquell nombre que pot ser expressat com a resultat de la divisió de dos nombres enters, amb el divisor diferent de 0. El conjunt dels racionals es denota per $\mathbb{Q}$. Aquest conjunt de nombres conté el dels nombres enters i és un subconjunt dels nombres reals. Els reals que no pertanyen a aquest conjunt s'anomenen irracionals.

Els racionals es caracteritzen per tenir un desenvolupament decimal (o en qualsevol base) finit o periòdic, és a dir que té un nombre de xifres decimals finit, o bé que aquestes es repeteixen de manera regular.

Els nombres racionals compleixen la propietat de la densitat. Això vol dir que per a qualsevol parella de nombres racionals existeix algun altre nombre racional situat entre els dos a la recta real $\mathbb{R}$. A més, $\mathbb{Q}$ és dens a $\mathbb{R}$, o sigui que entre dos reals diferents, sempre hi cap un racional. Es pot demostrar amb facilitat que el cardinal dels nombres racionals és el mateix que el dels enters, el que significa que no hi ha més racionals que enters.

## 2.1 Suma de Nombres Racionals

$$\frac{7}{10} + \frac{11}{18}$$

Descomposem els dos denominadors i calculem el $mcm(18, 10)$

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 10 = 2 \cdot 5 \\ 18 = 2 \cdot 3^2 \end{array} \qquad mcm(10, 18) = 2 \cdot 5 \cdot 3^2 = 90$$

I en calculem la suma

$$\frac{7}{10} + \frac{11}{18} = \frac{63}{90} + \frac{55}{90} = \frac{63 + 55}{90} = \frac{118}{90} = \frac{59}{45}$$

## 2.2 Producte de Nombres Racionals

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Multipliquem numerador per numerador i denominador per denominador, i després simplifiquem si es pot:

$$\frac{20}{9} \cdot \frac{21}{10} = \frac{20 \cdot 21}{9 \cdot 10} = \frac{420}{90} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$$

També podem simplificar abans de multiplicar:

$$\frac{20}{9} \cdot \frac{21}{10} = \frac{20 \cdot 21}{9 \cdot 10} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 1} = \frac{14}{3}$$

## 2.3 Divisió de Nombres Racionals

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Per fer la divisió hem d'aplicar la regla del caramel, i simplificar quan es pugui,

$$\frac{40}{27} : \frac{30}{63} = \frac{40 \cdot 63}{27 \cdot 30} = \frac{4 \cdot 7}{3 \cdot 3} = \frac{28}{9}$$

## 2.4 Exponents negatius

L'exponent negatiu d'un nombre racional ens està expressant el mateix nombre racional invers amb exponent positiu. És a dir,

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{4}\right)^{3} = \frac{5^3}{4^3} = \frac{125}{64}$$

On considerem l'invers de $\frac{4}{5}$ com $\frac{5}{4}$

## 2.5 Exercicis

**(1)** $\frac{3}{4} + \frac{7}{4}$

**(2)** $\frac{2}{5} - \frac{6}{5}$

**(3)** $\frac{7}{8} - \frac{5}{8}$

**(4)** $\frac{2}{9} - \frac{4}{9}$

**(5)** $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{6}{3}$

**(6)** $\frac{4}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9}$

**(7)** $\frac{15}{10} - \frac{6}{10} - \frac{5}{10}$

**(8)** $\frac{5}{8} + \frac{7}{8} - \frac{4}{8}$

**(9)** $\frac{5}{8} + \frac{1}{6}$

**(10)** $\frac{2}{7} + \frac{3}{2}$

**(11)** $\frac{4}{9} + \frac{7}{12}$

**(12)** $\frac{7}{20} + \frac{14}{25}$

**(13)** $\frac{3}{2} + \frac{4}{5}$

**(14)** $\frac{5}{8} - \frac{1}{6}$

**(15)** $\frac{4}{3} + \frac{5}{9}$

**(16)** $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{1}{15}$

**(17)** $\frac{7}{3} - \frac{12}{9} - \frac{10}{9}$

**(18)** $\frac{4}{5} - \frac{1}{10} - \frac{5}{10}$

**(19)** $\frac{5}{8} + \frac{3}{4} - \frac{4}{8}$

**(20)** $\frac{6}{5} + \frac{3}{10} - \frac{5}{2}$

**(21)** $\frac{7}{12} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3}$

**(22)** $\frac{7}{3} - \frac{4}{5} + \frac{1}{15}$

**(23)** $\frac{5}{24} - \frac{7}{18} + \frac{1}{6}$

**(24)** $\frac{11}{32} + \frac{5}{24} - \frac{7}{20}$

**(25)** $\frac{3}{6} - \frac{4}{7} + \frac{5}{14}$

**(26)** $\frac{5}{6} + \frac{10}{21} - \frac{3}{14}$

**(27)** $\frac{3}{20} + \frac{7}{15} - \frac{13}{24}$

**(28)** $\frac{13}{12} - \frac{7}{18}$

**(29)** $\frac{7}{30} - \frac{39}{45} + \frac{17}{18}$

**(30)** $\frac{17}{20} - \frac{83}{100}$

**(31)** $\frac{4}{45} - \frac{35}{30}$

**(32)** $\frac{111}{162} - \frac{37}{108}$

**(33)** $\frac{401}{686} - \frac{723}{1029}$

**(34)** $\frac{78}{65} - \frac{122}{143}$

**(35)** $\frac{373}{400} - \frac{891}{1000} + \frac{103}{125}$

**(36)** $\frac{6}{5} \cdot \frac{35}{18}$

**(37)** $\frac{7}{16} : \frac{49}{20}$

**(38)** $\frac{5}{3} \cdot \frac{4}{7}$

**(39)** $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8}$

**(40)** $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{2}$

**(41)** $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}$

**(42)** $\frac{5}{4} \cdot \frac{8}{45} \cdot \frac{9}{2}$

**(43)** $\frac{4}{45} \cdot \frac{35}{30}$

**(44)** $\frac{84}{25} \cdot \frac{10}{21}$

**(45)** $\frac{36}{49} \cdot \frac{21}{50}$

**(46)** $\frac{3}{8} \cdot \frac{6}{35} \cdot \frac{1}{5}$

**(47)** $\frac{343}{243} : \frac{98}{54}$

**(48)** $\frac{3}{8} \cdot \frac{10}{21} : \frac{49}{15}$

**(49)** $\frac{111}{162} : \frac{37}{108}$

**(50)** $\frac{3}{6} : \frac{8}{12}$

**(51)** $\frac{7}{3} : \frac{1}{2}$

**(52)** $\frac{1}{5} : \frac{3}{6}$

**(53)** $\frac{2}{5} : 2$

**(54)** $\frac{6}{3} : 3$

**(55)** $\frac{5}{4} + \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{7} - \frac{2}{7}\right)$

**(56)** $\frac{5}{4} \cdot \left(\frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right)\right)$

**(57)** $\frac{7}{3} : \frac{1}{5} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}$

**(58)** $\left(\frac{21}{20} \cdot \frac{10}{7}\right)^3$

**(59)** $\left(\frac{3}{5} - \frac{4}{15}\right)^{-4}$

**(60)** $\dfrac{1 - \frac{3}{2}}{\frac{4}{15} - 2}$

**(61)** $\left(\frac{9}{20} - \frac{13}{15}\right)^2 + \frac{5}{48} \cdot 6$

**(62)** $\frac{11}{18} \left(\frac{11}{2} - \frac{11}{3}\right)^{-2}$

**(63)** $\dfrac{\frac{9}{10} - 3 \cdot \frac{5}{8}}{\frac{5}{4} + \frac{3}{10}}$

**(64)** $\dfrac{\left(\frac{5}{4} - 2 \cdot \frac{3}{12}\right)^{-3} - \frac{10}{3^3}}{\frac{1}{14} - \frac{1}{21}}$

**(65)** $\dfrac{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^{-3} - \frac{120}{7} : \frac{3}{35}}{2^4 - 2^3 - 2^2 - 2^1 - 2^0}$

**(66)** $\dfrac{\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{10}\right)^{-2} + 1}{\frac{5}{18} - 2}$

**(67)** $\frac{7}{20} + \frac{5}{24} - \frac{13}{18}$

**(68)** $\dfrac{\frac{3}{4} \cdot 8 - \frac{2}{3}}{\frac{7}{10} + \frac{9}{15}}$

**(69)** $\dfrac{\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot 27 - 5}{\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)^{-1}}$

**(70)** $\left(\frac{30}{7} \cdot \frac{49}{60}\right)^{-2}$

**(71)** $\left(\frac{3}{8} - \frac{5}{12}\right)^{-2}$

**(72)** $\frac{1}{9} \cdot \frac{7}{3} + \frac{3}{8}$

**(73)** $\frac{-4}{7} + \frac{5}{8} \cdot \frac{7}{2}$

**(74)** $\frac{1}{5} \cdot \frac{7}{9} : \frac{11}{6}$

**(75)** $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot \frac{28}{45} - \frac{3}{10}$

**(76)** $\frac{-7}{6} + \frac{5}{8} \cdot 3$

**(77)** $\frac{11}{16} - \frac{5}{12} \cdot 5$

**(78)** $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \cdot \frac{64}{75} - \frac{3}{5}$

**(79)** $\left(\frac{17}{18} - \frac{49}{45}\right) \cdot \left(\frac{13}{3}\right)^{-2}$

**(80)** $\left(\frac{97}{132} - \frac{103}{220}\right) \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$

**(81)** $\dfrac{\frac{302}{495} - \frac{69}{110}}{\frac{34}{165}}$

## 2.6 Solucions

**(1)** $\frac{5}{2}$

**(2)** $\frac{-4}{5}$

**(3)** $\frac{3}{2}$

**(4)** $\frac{2}{3}$

**(5)** $\frac{1}{3}$

**(6)** $\frac{7}{9}$

**(7)** $\frac{2}{5}$

**(8)** 1

**(9)** $\frac{19}{24}$

**(10)** $\frac{25}{14}$

**(11)** $\frac{37}{36}$

**(12)** $\frac{91}{100}$

**(13)** $\frac{23}{10}$

**(14)** $\frac{11}{24}$

**(15)** $\frac{17}{9}$

**(16)** $\frac{23}{15}$

**(17)** $-1$

**(18)** $\frac{-1}{9}$

**(19)** $\frac{1}{5}$

**(20)** $\frac{7}{8}$

**(21)** $\frac{3}{4}$

**(22)** $\frac{8}{5}$

**(23)** $\frac{-1}{72}$

**(24)** $\frac{97}{480}$

**(25)** $\frac{2}{7}$

**(26)** $\frac{23}{21}$

**(27)** $\frac{3}{40}$

**(28)** $\frac{25}{36}$

**(29)** $\frac{14}{45}$

**(30)** $\frac{1}{50}$

**(31)** $\frac{-97}{90}$

**(32)** $\frac{37}{108}$

**(33)** $\frac{-81}{686}$

**(34)** $\frac{248}{715}$

**(35)** $\frac{1731}{2000}$

**(36)** $\frac{7}{3}$

**(37)** $\frac{5}{28}$

**(38)** $\frac{20}{21}$

**(39)** $\frac{1}{8}$

**(40)** $\frac{10}{3}$

**(41)** $\frac{1}{25}$

**(42)** 1

**(43)** $\frac{14}{135}$

**(44)** $\frac{8}{5}$

**(45)** $\frac{54}{175}$

**(46)** $\frac{9}{700}$

**(47)** $\frac{7}{9}$

**(48)** $\frac{75}{1372}$

**(49)** $2$

**(50)** $\frac{3}{4}$

**(51)** $\frac{14}{3}$

**(52)** $\frac{2}{5}$

**(53)** $\frac{1}{5}$

**(54)** $\frac{2}{3}$

**(55)** $\frac{2}{7}$

**(56)** $\frac{45}{16}$

**(57)** $\frac{34}{3}$

**(58)** $\frac{27}{8}$

**(59)** $81$

**(60)** $\frac{15}{52}$

**(61)** $\frac{115}{144}$

**(62)** $\frac{2}{11}$

**(63)** $\frac{-39}{62}$

**(64)** $84$

**(65)** $16$

**(66)** $\frac{-218}{31}$

**(67)** $\frac{-59}{360}$

**(68)** $4$

**(69)** $\frac{49}{6}$

**(70)** $\frac{4}{49}$

**(71)** $576$

**(72)** $\frac{137}{216}$

**(73)** $\frac{181}{112}$

**(74)** $\frac{14}{165}$

**(75)** $\frac{9}{5}$

**(76)** $\frac{17}{24}$

**(77)** $\frac{-67}{48}$

**(78)** $\frac{71}{15}$

**(79)** $\frac{-1}{130}$

**(80)** $\frac{5}{3}$

**(81)** $\frac{-1}{12}$

# Capítol 3

# Equacions de primer grau

Una **equació** és una igualtat entre expressions matemàtiques que només és certa per a certs valors de les variables que formen aquestes expressions. Aquestes variables s'anomenen normalment incògnites. Els valors que poden prendre les incògnites s'anomenen solucions de l'equació i solucionar una equació vol dir trobar aquests valors. Per exemple

$$3x - 5 = 7$$

és una equació d'una sola incògnita, la $x$. Com es pot comprovar fàcilment, qualsevol valor de $x$ no compleix l'equació, només un valor, $x = 4$, que és la seva solució.

Habitualment es reserven les lletres del final de l'alfabet, $x$, $y$, $z$, etc. per indicar les incògnites de les equacions.

A les dues expressions que igualem se les anomena termes de l'equació. En la majoria de casos una equació tindrà només dos termes.

En el cas en què es tinguin diverses equacions que s'han de verificar simultàniament, es parla de sistemes d'equacions. Segons la potència màxima a que està elevada la incògnita de l'equació es parla d'**equacions de primer grau**, equacions de segon grau, etc.

## 3.1 Problemes i Equacions

(**1**) El perímetre d'un quadrat fa $44m$. Quant fa de costat?

(**2**) Busca dos nombres que sumen 110, sabent que la seva diferència és de 36 unitats.

**Exercici Resolt 1**
Explicarem com podem resoldre aquest equació:

$$x + 8 = 13$$

Primer de tot, hem d'aïllar la $x$. Per tant, el que volem és treure el 8 de la part de l'esquerra de l'igual. per passar-lo a l'altre costat ens cal canviar-lo de signe, com que tenim un $+8$ passarem a tenir un $-8$ a l'altra banda:

$$x + 8 = 13$$
$$x = 13 - 8$$

Finalment fem les operacions que podem, i obtenim el resultat final:

$$x = 5$$

**Exercici Resolt 2**
La suma d'un nombre amb el seu doble és 78. Quin és aquest nombre?

Procediment:
$1^r$. **Llegim l'exercici i pensem què ens demana:** Quin és aquest nombre?
$2^n$. **Definim la variable o incògnita:** $x =$ nombre
$3^r$. **Escrivim en llenguatge algèbric:**

La suma d'un nombre, $x$, amb el seu doble, $2x$, és 78: $x + 2x = 78$

$4^t$. **Resolem l'equació:**

$$\begin{aligned} x + 2x &= 78 \\ 3x &= 78 \\ x &= \frac{78}{3} \\ x &= 26 \end{aligned}$$

$5^{è}$. **Deixem ben clara la resposta:**

RESPOSTA: El número és el 26

(**3**) Expressa algèbricament i resol l'equació resultant:

(a) El doble de $x$ és 20.
(b) La meitat de $x$ és 36.
(c) La suma de $x$ i 17 és 24.
(d) La diferència entre 127 i $x$ és 54.
(e) $x$ entre 12 és 5.

(**4**) Expressa algèbricament i resol l'equació resultant:

(a) El producte de $x$ per 3 és 15
(b) La tercera part de $x$ és 18.
(c) La tercera part de $2x$ és 14.
(d) Dos terços de $x$ són 6.
(e) El doble de $x$ menys 3 és 43.

(**5**) Expressa algèbricament i resol l'equació resultant:

(a) 1 menys el doble de $x$ és 5.
(b) El triple d'un nombre menys quatre unitats són 74.
(c) 26 vegades un nombre menys 50 és igual al propi nombre.
(d) El doble d'un nombre menys el mateix és 26.
(e) La meitat d'un nombre més el seu doble és igual a 10.

Resol les següents equacions:

(**6**) $4x - 24 = 0$

(**7**) $7x + 21 = 0$

(**8**) $3x - 2 = 0$

(**9**) $9x + 6 = 0$

(**10**) $8x - 12 = 0$

(**11**) $12x + 20 = 0$

(**12**) $23x + 69 = 0$

(**13**) $54x - 90 = 0$

(**14**) $30x - 18 = 0$

(**15**) $144x + 1024 = 0$

(**16**) $7x - 15 = 0$

(**17**) $8x - 7 = 57$

**(18)** $7x + 5 = 6x + 14$

**(19)** $8x - 3 = 6x + 7$

**(20)** $4x + 8 = x - 4$

**(21)** $5x + 13 = 3x + 5$

**(22)** Expressa algèbricament i resol l'equació resultant:

(a) El doble d'un nombre és 14.

(b) El triple d'un nombre és 75.

(c) Un nombre menys set unitats és 19.

(d) Un nombre més quatre unitats és 56.

(e) La quarta part d'un nombre és 3.

**(23)** Expressa algèbricament i resol l'equació resultant:

(a) El triple d'un nombre menys quatre unitats és 5.

(b) La meitat d'un nombre més dos unitats és 17.

(c) El doble de la suma d'un nombre i 3 és 12.

(d) El triple de la suma d'un nombre i 2 és 9.

(e) La meitat de la diferència entre un nombre i 7 és 24.

**(24)** Expressa algèbricament i resol l'equació resultant:

(a) El doble d'un nombre menys 5 és igual a aquest nombre més 7.

(b) El triple d'un nombre més 4 és igual al doble d'aquest nombre menys 5.

(c) Un nombre menys una unitat és igual a quatre vegades aquest nombre més 2 unitats.

(d) El triple de la suma d'un nombre i 5 unitats és igual a 19 menys aquest nombre.

(e) La cinquena part de la diferència entre un nombre i 3 és 4.

**(25)** Expressa algèbricament i resol l'equació resultant:

(a) 5 vegades la suma d'un nombre més 2 és 15.

(b) El triple de la diferència entre un nombre i 5 és 6.

(c) Un nombre menys quatre vegades ell mateix és igual al triple del nombre menys 1.

(d) La meitat de la diferència entre 8 i el doble d'un nombre és igual a la quarta part de la suma daquest nombre i 7.

(e) El doble d'un nombre és igual a aquest nombre més 5.

**(26)** Quin nombre multiplicat per 7 dóna 245?

**(27)** Si al doble dels diners que tinc li sumo 72€, obtinc 196€. Quants diners tinc?

**(28)** El triple d'un nombre més 7 és 43. Calcula'l.

**Exercici Resolt 3**
En una llibreria, comprem 3 llibres del mateix preu i 5 llibretes a 3€ cada una. En total paguem 36€. Quant val cada llibre?

Procediment:
$1^r$. **Llegim l'exercici i pensem què ens demana:** Quan val cada llibre?
$2^n$. **Definim la variable o incògnita:** $x =$ preu de cada llibre
$3^r$. **Escrivim en llenguatge algèbric:**

En una llibreria, comprem 3 llibres del mateix preu i 5 llibretes a 3€cada una.
En total paguem 36€: $3x + 5 \cdot 3 = 36$

$4^t$. **Resolem l'equació:**

$$\begin{aligned} 3x + 5 \cdot 3 &= 36 \\ 3x + 15 &= 36 \\ 3x &= 36 - 15 \\ 3x &= 21 \\ x &= \frac{21}{3} \\ x &= 7 \end{aligned}$$

$5^{\text{è}}$. **Deixem ben clara la resposta:**

RESPOSTA: Cada llibre val 7€

**Exercici Resolt 4**
En preguntar-li l'edat a en David, ens respon: "Si al doble de la meva edat li restem 17 anys s'obté el que em falta per arribar a 100 anys". Quina edat té?

Procediment:
$1^r$. **Llegim l'exercici i pensem què ens demana:** Quina edat té?
$2^n$. **Definim la variable o incògnita:** $x =$ edat d'en David
$3^r$. **Escrivim en llenguatge algèbric:**

Si al doble de la meva edat li restem 17 anys s'obté el que em falta per
arribar a 100 anys: $2x - 17 = 100 - x$

$4^t$. **Resolem l'equació:**

$$\begin{aligned} 2x - 17 &= 100 - x \\ 2x + x &= 100 + 17 \\ 3x &= 117 \\ x &= \frac{117}{3} \\ x &= 39 \end{aligned}$$

$5^{\text{è}}$. **Deixem ben clara la resposta:**

RESPOSTA: En David té 39 anys

(**29**) Expressa algèbricament i resol l'equació resultant:

(a) El doble de $x$ més 3 és igual a 5.
(b) El doble de $x$ menys 4 és igual al triple de $x$ més 2.
(c) La meitat de $x$ menys 9 és igual a 5.
(d) La meitat de la diferència entre $x$ i 2 és 15.
(e) El doble de la suma de $x$ i 4 és 18.

(**30**) Troba un nombre que augmentat en 17 doni 43.

(**31**) Troba un nombre tal que en restar-li 31 doni com a resultat 13.

(**32**) Troba un nombre que sumat a 15 doni el triple de 23.

(**33**) El perímetre d'un triangle equilàter és 81 m. Troba quant fa el seu costat.

**Exercici Resolt 5**

Resolem ara la següent equació amb parentèsi:

$$4(x-2) = 12 - x$$

Primer de tot hem de multiplicar el 4 per tot el que hi ha dins el parèntesi tenint molt en compte els signes:

$$4(x-2) = 12 - x$$

$$4 \cdot x - 4 \cdot 2 = 12 - x$$

I l'acabem resolent tal i com sabem:

$$\begin{aligned} 4x - 8 &= 12 - x \\ 4x + x &= 12 + 8 \\ 5x &= 20 \\ x &= \frac{20}{5} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

(**34**) $3x + 1 = 4x - 7$

(**35**) $12 - x = 4x - 3$

(**36**) $35 - 2x = 3x - 45$

(**37**) $6x - 13 = 15 - 8x$

(**38**) $9x - 3 = 22x - 42$

(**39**) $15x - 128 = 22$

(**40**) $210x - 505 = 10x + 95$

(**41**) $25x - 15 = 90 - 45x$

(**42**) $5x + 8 = 4x + 12$

(**43**) $7x + 9 = 8x + 2$

(**44**) $18 - 2x = 5x + 4$

(**45**) $52 + 13x = 65 - 78x$

(**46**) $250 - 20x = 55x + 25$

(**47**) $4120 - 58x = 24 + 6x$

(**48**) $x + 3(x - 2) = 3x - 1$

(**49**) $205 = 3x - (15 + 8x)$

(**50**) $7 + 5(6 - 2x) = 5x - 8$

(**51**) $140 = 7x - (13 - 2x)$

(**52**) $12(x - 2) + 7(x + 2) = 9$

(**53**) $2x - 5 = 3 - 6(-22 - 2x)$

(**54**) $4(9 + 27x) = 18x + 6$

(**55**) $6 - 3x = 3(4 - 5x)$

(**56**) $5(35 - 8x) = 6(3x - 30) + 7$

(**57**) $4x - 2(x + 8) = 2x + 3(4 - x)$

(**58**) $x - 2(x - 1) + 3(4 - 2x) = 3x + 2(x - 5)$

(**59**) $3x - (x + 2) + 7 = 2(x + 4) - 3x - (2 - 5x)$

(**60**) $2(x - 3) - 3(x - 4) = 1$

(**61**) $8(3x - 2) - 4(4x - 3) = 6(4 - x)$

(**62**) Amb 7 bitllets iguals tenim 350€. Quin és el valor de cada bitllet?

(**63**) Si al triple d'un nombre li restem 13 unitats, obtenim 86. Quin és aquest nombre?

(**64**) Si a un nombre li afegim el quàdruple té com a resultat 225. Quin nombre és aquest?

(**65**) La diferència entre un nombre i el seu doble és $-4$. Quin és aquest nombre?

(**66**) El doble d'un nombre més el seu triple dóna 125. Quin és aquest nombre?

(**67**) La meitat dels conills d'una gàbia sumen 36 potes. Quants conills hi ha?

(**68**) Troba un nombre que sigui igual al seu triple menys 16.

(**69**) Troba un nombre tal que després de sumar-li 72 dóna com a resultat el doble menys 46 unitats.

(**70**) Busca un nombre el quàdruple del qual és igual al mateix nombre augmentat en 36 unitats.

(**71**) El doble d'un nombre més 5 és igual al seu triple menys 19. Quin és aquest nombre?

(**72**) Troba un nombre tal que el seu doble augmentat en una unitat sigui igual al seu triple disminuït en tres unitats.

(**73**) Si a un nombre hi sumem el seu triple i el seu doble, el resultat és 54. Quin és aquest nombre?

(**74**) El perímetre d'un quadrat després d'augmentar $5cm$ el costat és $168cm$. Quina és la mida del costat del quadrat inicial?

(**75**) En un rectangle, un costat és quatre vegades més gran que l'altre, i el perímetre és $100cm$. Calcula les longituds de cada costat.

(**76**) Troba un nombre el triple del qual menys 5 sigui igual a la seva meitat.

(**77**) Troba un nombre el doble del qual més el seu triple menys la seva meitat menys la seva tercera part sigui 1875.

(**78**) Troba un nombre si sabem que 11 vegades aquest nombre més 10 unitats és igual a 14 vegades aquest nombre menys cinc unitats.

(**79**) Si sumem 9 a un nombre i dividim el resultat entre 5, obtenim el mateix que si restem 9 i dividim el resultat entre 2. De quin nombre es tracta?

(**80**) $2x + 5 = 35 - 4x$

(**81**) $3(3x + 1) - (x - 1) = 6(x + 10)$

(**82**) $2[x - 3(x - 1)] + 3 = x - 3(x + 1)$

(**83**) $x + 2 - (2 - x) = 2x - 1 - (1 - 2x)$

(**84**) $2[x + 2(3x - 2)] = 4x + 16$

(**85**) $5(x - 3) = 10$

(**86**) $1 - 3x = 4x + 5 - (4 - x)$

(**87**) $15x - 5(x - 1) = 120 - 5x$

(**88**) $7 + 3(2 + x) - 3x = 9 + 2x$

(**89**) $4 - 2(x + 3) = 13 - 5(x + 4)$

(**90**) $1 - 3x - 2(x - 1) = 5(1 - 2x) + 7$

(**91**) $4(x - 4) + 4x - 4(4 - x) = 4(4x - 4) + 4(4 - 4x)$

(**92**) $3 - 4(x - 5) + 2x = 5 + 3(x + 1)$

(**93**) $4 - (-6 - x) - 3x = 5 - 2x - (4x + 3)$

(**94**) $3(x + 1) + 4(x + 3) = 22$

(**95**) $7(x + 2) + 9(x + 6) = 116$

(**96**) $4(x + 4) + 6(x + 5) = 66$

(**97**) $5(x + 8) + 3(x + 1) = 99$

(**98**) $6(2x + 9) + 2(4x - 1) = 112$

(**99**) $2(7x - 1) + 8(3x + 5) = 304$

(**100**) $3(2x + 9) + 7(x - 2) = 26$

(**101**) $8(5x - 3) + 3(2x + 6) = 86$

(**102**) La quarta part dels meus diners menys 50€ són 120€. Quants diners tinc?

(**103**) Calcula el nombre que sumat a la seva meitat fa 81.

(**104**) La tercera part de la meva edat sumada a la seva meitat són 15 anys. Quina edat tinc?

(**105**) La meitat d'un nombre menys 5 unitats fa 23. Quin és aquest nombre?

(**106**) Un nombre augmentat en la tercera part dóna 72. Quin és aquest nombre?

(**107**) Expressa algèbricament i resol l'equació resultant:

(a) 5 menys el doble de la suma de $x$ i 4 és igual a 3.

(b) quatre vegades la diferència entre $x$ i 2 més el doble de la suma de $x$ i 3 és 10.

(c) La meitat de la diferència entre 5 i $x$ és igual a la tercera part de la suma de $x$ i 5.

(d) El triple de la suma de 6 i el doble de $x$, menys el doble de la diferència entre $x$ i 4 és 2.

(e) Sis més el doble de la diferència entre $x$ i 3 és igual a la cinquena part de la suma de $x$ i 9.

(**108**) Expressa algèbricament i resol l'equació resultant:

(a) El triple d'un nombre sumat a la meitat del mateix nombre dóna com a resultat 14.

(b) La quarta part del nombre de pàgines d'un llibre sumada a 189 ens dóna el nombre total de pàgines del llibre.

(**109**) Quin nombre disminuït en $\frac{1}{3}$ d'ell mateix dóna 2?

(**110**) A $1^r$ d'ESO hi ha 13 noies més que nois. Si en total hi ha 83 alumnes, quantes noies hi ha?

(**111**) En un ball hi ha 5 noies més que nois. Si en total a la pista hi ha 77 persones, quants són nois i quantes són noies?

(**112**) La base d'un rectangle és el doble que l'altura, i el seu perímetre és $78cm$. Quines són les dimensions del rectangle?

(**113**) El perímetre d'un rectangle és $26cm$. Si la base mesura $3cm$ més que l'altura, quines són les dimensions del rectangle?

(**114**) Hem de repartir 152 adhesius entre tres nens, de manera que el segon en tingui 8 més que el primer i que el tercer en tingui 16 més que el segon. Com ho farem?

(**115**) Per comprar 7 discos compactes em falten 12€, però si només compro 5, em sobren 18€. Si tots els compactes valen igual, quant en val un?

(**116**) Descompon 60 en dues parts de tal manera que el triple de la primera més el doble de la segona sumi 152.

(**117**) Troba tres nombres consecutius tals que restant el doble del més gran al triple de la suma dels dos més petits s'obtingui el nombre 527.

(**118**) Una prova consta de 20 qüestions. Per cada qüestió contestada correctament, un alumne guanya 3 punts; però per cada qüestió contestada malament o no contestada, en perd 2. Si al final de la prova un alumne va aconseguir 30 punts, quantes qüestions va contestar correctament?

(**119**) Tinc 12 monedes, unes de 5€ i altres de 2€. Quantes monedes tinc de cada si sumen un total de 51€?

(**120**) Un dromedari té un gep, i un camell en té dos. En un ramat de camells i dromedaris hem comptat 86 caps i 148 geps. Quants camells hi ha? I quants dromedaris?

(**121**) Dos nombres sumen 70. Si dividim el més gran entre 10 i el més petit entre 3 i sumem els resultats, dóna 14. Esbrina quins són aquests nombres.

(**122**) Reparteix 600€ entre dues persones de manera que a una hi correspongui els $\frac{2}{3}$ del que li correspon a l'altra.

(**123**) Les edats de quatre amics sumen 138. Troba l'edat de cada un d'ells sabent que cada un es porta 3 anys de diferència amb el següent.

(**124**) Dos germans es porten una diferència de 3 anys, i dintre de 4 anys les seves edats sumades faran 33. Calcula-les.

(**125**) El triple de l'edat que tenia en Jordi fa 4 anys és el doble de la que tindrà d'aquí a 8 anys. Quina és l'edat actual d'en Jordi?

(**126**) Una mare té 49 anys i la seva filla, 26. Quants anys fa que l'edat de la mare era el doble que la de la filla?

(**127**) L'edat de la Cristina és el triple de la d'en Jordi, i d'aquí a 20 anys serà el doble. Calcula les edats actuals de les dues persones.

(**128**) La diferència entre les edats d'un pare i la seva filla és 25 anys. Fa 15 anys l'edat de la filla era el doble de l'edat del pare. Quina és l'edat actual del pare i la filla?

(**129**) Fa 10 anys l'edat de la Montse era la meitat de l'edat que tindrà daquí a 20 anys. Quina és l'edat actual de la Montse?

(**130**) L'edat d'un pare és el triple de la del seu fill i junts sumen 44 anys. Quina és l'edat de cada un?

(**131**) Entre dos amics tenen 87 cromos. Si un en té el doble que l'altre, quants cromos tenen cada un?

(**132**) En una competició d'atletisme hi ha el doble d'atletes dels EUA que d'Alemanya. Si en total hi ha 213 atletes, quants participants hi ha de cada un d'aquests dos països?

**Exercici Resolt 6**
Resoldrem la següent equació amb denominadors:

$$\frac{3x}{4} - 12 = 7 - \frac{x}{5}$$

Per fer-ho, primer haurem de calcular el mcm(4,5), el qual és 20. I multiplicarem tots els termes pel mcm, en aquest cas per 20:

$$\begin{aligned}
\frac{20\cdot 3x}{4} - 20\cdot 12 &= 20\cdot 7 - \frac{20\cdot x}{5} \\
5\cdot 3x - 240 &= 140 - 4\cdot x \\
15x - 240 &= 140 - 4x \\
15x + 4x &= 140 + 240 \\
19x &= 380 \\
x &= \frac{380}{19} \\
x &= 20
\end{aligned}$$

(**133**) $\frac{x}{2} = 5$

(**134**) $\frac{x}{3} = 4$

(**135**) $\frac{x}{3} = 5 - 2$

(**136**) $\frac{x}{4} = 8$

(**137**) $\frac{3x}{5} = 6$

(**138**) $\frac{x}{2} = 3 + 4$

(**139**) $\frac{x}{2} = 9$

(**140**) $\frac{x}{4} = 2$

(**141**) $\frac{x}{9} = 6$

(**142**) $\frac{2x}{4} = 6$

(**143**) $\frac{2x-5}{3} = 15$

(**144**) $\frac{3x+2}{4} = 5$

(**145**) $\frac{6+2x}{4} = 3$

(**146**) $\frac{3x+6}{3} = 5$

(**147**) $\frac{x}{2} = \frac{9}{6}$

(**148**) $\frac{2x}{3} = \frac{4}{9}$

(**149**) $\frac{3x}{4} = \frac{9}{6}$

(**150**) $\frac{2x-3}{5} - 7 = 0$

(**151**) $\frac{5x}{3} = \frac{60}{4}$

(**152**) $\frac{2-x}{2} = \frac{2x-3}{3}$

(**153**) $\frac{x}{3} + \frac{x}{7} = 20$

(**154**) $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = \frac{x}{2} + \frac{11}{6}$

(**155**) $\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{4} = 0$

(**156**) $\frac{x+5}{2} = \frac{2x+3}{3}$

(**157**) $\frac{2x-1}{3} = \frac{4x+2}{5}$

**(158)** $\frac{x+11}{6} = \frac{x+5}{3}$

**(159)** $\frac{x-3}{2} + \frac{2x-1}{6} = 4$

**(160)** $\frac{x+1}{6} - \frac{x+3}{4} = -1$

**(161)** $\frac{x-2}{4} + \frac{3x-1}{8} = 4$

**(162)** $\frac{2x}{3} - \frac{x}{6} + \frac{3}{2} = \frac{1}{4} - \frac{5x}{12}$

**(163)** $\frac{4}{5} - 2x + \frac{3x}{2} = \frac{3}{4} - \frac{7x}{10}$

**(164)** $\frac{1}{3} - \frac{x-2}{10} = \frac{3-2x}{15} - \frac{1}{6} + x$

**(165)** $\frac{7x+8}{8} - \frac{9x-12}{16} = 1$

**(166)** $\frac{4+x}{21} - \frac{5+3x}{14} = \frac{x+5}{6} - 1$

**(167)** $\frac{1-2x}{2} + \frac{4-4x}{10} = \frac{2x-13}{10} - \frac{4x-3}{5}$

**(168)** $\frac{x-2}{5} - \frac{2x+1}{3} + \frac{2x+6}{15} = 0$

**(169)** $4x - \frac{x+3}{4} - \frac{5(x+1)}{3} = \frac{3(x-2)}{2} - \frac{4(x+1)}{3}$

**(170)** $\frac{2x-1}{3} - \frac{2-x}{2} = \frac{x+1}{5} + \frac{2}{5}$

**(171)** $\frac{4x+3}{5} - \left(x - \frac{2x-2}{6}\right) = 4$

**(172)** $1 - \frac{2x-5}{40} = x - \frac{4x-7}{10} + \frac{x}{5}$

**(173)** $7x - 6 = 22$

**(174)** $-2x + 10 = 20$

**(175)** $10 + 2x = -7x + 19$

**(176)** $13x - 21 = 12x - 24$

**(177)** $2(3x+1) = 7x - 3$

**(178)** $120 = 2x - (15 - 7x)$

**(179)** $9(13-x) - 4x = 5(21-2x) + 9x$

**(180)** $5x = 8(5x-3) - 4$

**(181)** $3(x-7) - 6(3-2x) = 19 - 4(2x+3)$

**(182)** $\frac{5x}{6} + \frac{2x}{3} = 9$

**(183)** $\frac{3x}{5} + 7 = \frac{x}{3} + 9$

**(184)** $4 - \frac{x+3}{6} = 2 + \frac{9-2x}{3}$

**(185)** $\frac{x+11}{2} + \frac{2x-7}{5} = -4$

**(186)** $\frac{3x+5}{2} + \frac{4x-5}{5} = \frac{7x+1}{6} + 7$

**(187)** En arribar 32 persones a una assemblea s'observa que ara el nombre d'assistents és igual al triple dels que hi havia menys 14. Quantes persones hi havia inicialment a l'assemblea?

**(188)** En una granja que fa agricultura ecològica, hi ha gallines i gats. Si tenim en total 38 caps i 108 potes, quants animals hi ha de cada classe?

**(189)** Tenim 30 xiclets. N'hi ha de maduixa i de menta. Quants de cada n'hem comprat si ens hem gastat 5€ i 40$c$ i cada un de menta val 20$c$ i el de maduixa 15$c$?

## MISCEL·LÀNIA
(Per Pere Busquets)

**(190)** La història ha conservat pocs trets biogràfics de Diofant (325-410), notable matemàtic de l'antiguitat. Tot el que es coneix sobre ell ha estat pres de la dedicatòria que hi ha en el seu sepulcre, inscripció composta en forma d'exercici matemàtic. Reproduim la seva inscripcio:

*Caminant!, Aquí han estat sepulcrades les restes de Diofant. I els seus números poden mostrar, Oh! Miracle!, la longevitat de la seva vida, la sexta part de la qual va constituir la seva formosa infància. Havia transcorregut més d'una dotzena part de la seva vida, quan borrissol va cobrir la seva barba. I la sèptima part de la seva existència va transcórrer en un matrimoni estèril. Va passar un lustre més i el va fer feliç el naixement del seu preciós primogeni, que va entregar la seva bella existència de la terra, que va durar tan sols la meitat de la del seu pare. I amb gran pena va descendir a la sepultura, havent sobreviscut quatre anys a la mor del seu fill.*

Digues quants anys va viure Diofant i quan li va arribar la mort.

**(191)** $\dfrac{3(x-1)}{4} = 2 + \dfrac{x}{3} + \dfrac{5}{2}$

**(192)** $\dfrac{4(3x+6)}{5} + 12 = \dfrac{3(2x+6)}{2} + 2x$

**(193)** $\dfrac{2x+1}{3} = \dfrac{x-1}{5}$

**(194)** $\dfrac{3}{x+4} = \dfrac{5}{x-4}$

**(195)** $2\left(2x - 2\left(3x-2\right)\right) = 3x - 3$

**(196)** $\dfrac{x+3}{10} - \dfrac{x-1}{5} = \dfrac{x-21}{4} + \dfrac{4-x}{7}$

**(197)** $1 - \dfrac{2(x-1)}{3} - 5x = 3(1+2x) - 13$

**(198)** $\dfrac{7+\frac{x}{2}}{3} + \dfrac{\frac{x}{5}+6}{4} = 6$

**(199)** $\dfrac{3}{x} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{4}{x}$

**(200)** $\dfrac{x-3}{2} + \dfrac{x+4}{3} = 1$

**(201)** $\dfrac{2x+3}{5} - \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{x+3}{4}$

**(202)** $\dfrac{x}{3} + \dfrac{x+3(x-2)}{5} = \dfrac{x-2(3-x)}{5}$

**(203)** $5 - (2 - 3(x-3) + 4x) - 3x + 5 = 3$

**(204)** $3(x+2) - 4(x-3) = 2(3x-1) - 3(2x-4)$

**(205)** $\dfrac{9-x}{8} + \dfrac{5x+1}{6} = \dfrac{3x+7}{10} - \dfrac{1-6x}{5}$

**(206)** $\dfrac{\dfrac{3x+1}{7} - 4}{3} + \dfrac{\dfrac{2-3x}{4} + 3}{2} = \dfrac{\dfrac{5x-1}{3} + 2}{5} - 1$

**(207)** $3(x+1) - 6(2x-4) = 7(1+x) - 2(3x-5)$

**(208)** $5 - 4\left(3(x+2) - 5(2x+1)\right) + 3 = x + 31$

**(209)** $\dfrac{\dfrac{\dfrac{x-3}{2}+1}{2}+3}{4} + x = 6$

**(210)** $3x - \left(\dfrac{1}{2} - \left(x - \dfrac{1}{3}\left(1 - \dfrac{x-2}{2}\right)\right) - \dfrac{x-1}{3}\right) = 1 - \dfrac{x}{4}$

**(211)** $\dfrac{\dfrac{3x-(2x-6)+5}{3} - \dfrac{-4-\dfrac{x+3}{7}}{5}}{6} - (x-7) = \dfrac{2\left(\dfrac{4x-1}{3}+2\right)}{7} - \dfrac{\dfrac{5-\left(\dfrac{x}{2}+1\right)}{2} - 7}{3}$

## 3.2 Solucions de les equacions de primer grau

**(1)** $11m$

**(2)** $x = 37$ i $x = 73$

**(3)** (a) $x = 10$
(b) $x = 72$
(c) $x = 7$
(d) $x = 73$
(e) $x = 60$

**(4)** (a) $x = 5$
(b) $x = 54$
(c) $x = 21$
(d) $x = 9$
(e) $x = 23$

**(5)** (a) $x = -2$
(b) $x = 26$
(c) $x = 2$
(d) $x = 26$
(e) $x = 4$

**(6)** $x = 6$

**(7)** $x = -3$

**(8)** $x = \frac{2}{3}$

**(9)** $x = \frac{-2}{3}$

**(10)** $x = \frac{3}{2}$

**(11)** $x = \frac{-5}{3}$

**(12)** $x = -3$

**(13)** $x = \frac{5}{3}$

**(14)** $x = \frac{3}{5}$

**(15)** $x = \frac{-64}{9}$

**(16)** $x = \frac{15}{7}$

**(17)** $x = 8$

**(18)** $x = 9$

**(19)** $x = 5$

**(20)** $x = -4$

**(21)** $x = -4$

**(22)** (a) $x = 7$
(b) $x = 25$
(c) $x = 26$
(d) $x = 52$
(e) $x = 12$

**(23)** (a) $x = 3$
(b) $x = 30$
(c) $x = 3$
(d) $x = 1$
(e) $x = 55$

**(24)** (a) $x = 12$
(b) $x = -9$
(c) $x = -1$
(d) $x = 1$
(e) $x = 23$

**(25)** (a) $x = 1$
(b) $x = 7$
(c) $x = \frac{1}{6}$
(d) $x = \frac{9}{5}$
(e) $x = 5$

**(26)** $x = 35$

**(27)** 62€

**(28)** $x = 12$

**(29)** (a) $x = 1$
(b) $x = -6$
(c) $x = 28$
(d) $x = 32$
(e) $x = 5$

**(30)** $x = 26$

**(31)** $x = 44$

**(32)** $x = 54$

**(33)** $27m$

**(34)** $x = 8$

**(35)** $x = 3$

**(36)** $x = 16$

**(37)** $x = 2$

**(38)** $x = 3$

**(39)** $x = 10$

**(40)** $x = 3$

**(41)** $x = \frac{3}{2}$

**(42)** $x = 4$

**(43)** $x = 7$

**(44)** $x = 2$

**(45)** $x = \frac{1}{7}$

**(46)** $x = 3$

**(47)** $x = 64$

**(48)** $x = 5$

**(49)** $x = -44$

**(50)** $x = 3$

**(51)** $x = 17$

**(52)** $x = 1$

**(53)** $x = -14$

**(54)** $x = \frac{-1}{3}$

**(55)** $x = \frac{1}{2}$

**(56)** $x = 6$

**(57)** $x = \frac{28}{3}$

**(58)** $x = 2$

**(59)** $x = \frac{-1}{2}$

**(60)** $x = 5$

**(61)** $x = 2$

**(62)** 50€

**(63)** $x = 33$

**(64)** $x = 45$

**(65)** $x = 4$

**(66)** $x = 25$

**(67)** 18 conills

**(68)** $x = 8$

**(69)** $x = 118$

**(70)** $x = 12$

**(71)** $x = 24$

**(72)** $x = 4$

**(73)** $x = 9$

**(74)** $37cm$

**(75)** $40cm$ i $10cm$

**(76)** $x = 2$

**(77)** $x = 450$

**(78)** $x = 5$

**(79)** $x = 21$

**(80)** $x = 5$

**(81)** $x = 28$

**(82)** $x = 6$

**(83)** $x = 1$

**(84)** $x = 2$

**(85)** $x = 5$

**(86)** $x = 0$

**(87)** $x = \frac{23}{3}$

**(88)** $x = 2$

**(89)** $x = \frac{-5}{3}$

**(90)** $x = \frac{9}{5}$

**(91)** $x = \frac{8}{3}$

**(92)** $x = 3$

**(93)** $x = -2$

**(94)** $x = 1$

**(95)** $x = 3$

**(96)** $x = 2$

**(97)** $x = 7$

**(98)** $x = 3$

**(99)** $x = 7$

**(100)** $x = 1$

**(101)** $x = 2$

**(102)** 680€

**(103)** $x = 54$

**(104)** 18 anys

**(105)** $x = 56$

**(106)** $x = 54$

**(107)** (a) $x = -3$
(b) $x = 2$
(c) $x = 1$
(d) $x = -6$
(e) $x = 1$

**(108)** (a) $x = 4$
(b) $x = 252$

**(109)** $x = 3$

**(110)** 35 nois i 48 noies

(**111**) 36 nois i 41 noies

(**112**) $13cm$ i $26cm$

(**113**) $8cm$ i $5cm$

(**114**) 40, 48 i 64 adhesius

(**115**) 15€

(**116**) 32 i 28

(**117**) 132, 133 i 134

(**118**) 14 qüestions

(**119**) 9 de 5€ i 3 de 2€

(**120**) 24 dromedaris i 62 camells

(**121**) 40 i 30

(**122**) 360€ i 240€

(**123**) 30, 33, 36 i 39 anys

(**124**) 11 i 14 anys

(**125**) 28 anys

(**126**) Fa 3 anys

(**127**) La Cristina 60 anys i en Jordi 20 anys

(**128**) 65 i 40 anys

(**129**) 40 anys

(**130**) 11 i 33 anys

(**131**) 29 i 58 cromos

(**132**) 142 d'Estats Units i 71 Alemanys

(**133**) $x = 10$

(**134**) $x = 12$

(**135**) $x = 9$

(**136**) $x = 32$

(**137**) $x = 10$

(**138**) $x = 14$

(**139**) $x = 18$

(**140**) $x = 8$

(**141**) $x = 54$

(**142**) $x = 12$

(**143**) $x = 25$

(**144**) $x = 6$

(**145**) $x = 3$

(**146**) $x = 3$

(**147**) $x = 3$

(**148**) $x = \frac{2}{3}$

(**149**) $x = 2$

(**150**) $x = 19$

(**151**) $x = 9$

(**152**) $x = \frac{12}{7}$

(**153**) $x = 42$

(**154**) $x = 55$

(**155**) $x = 11$

(**156**) $x = 9$

(**157**) $x = \frac{-11}{2}$

(**158**) $x = 1$

(**159**) $x = \frac{34}{5}$

(**160**) $x = 5$

(**161**) $x = \frac{37}{5}$

(**162**) $x = \frac{-15}{11}$

(**163**) $x = \frac{-1}{4}$

(**164**) $x = \frac{15}{29}$

(**165**) $x = \frac{-12}{5}$

(**166**) $x = 0$

(**167**) $x = 2$

(**168**) $x = -1$

(**169**) $x = -1$

(**170**) $x = 2$

(**171**) $x = 28$

(**172**) $x = \frac{1}{2}$

(**173**) $x = 4$

(**174**) $x = -5$

(**175**) $x = 1$

(**176**) $x = -3$

(**177**) $x = 5$

(**178**) $x = 15$

(**179**) $x = 1$

(**180**) $x = \frac{4}{5}$

(**181**) $x = 2$

(**182**) $x = 6$

(**183**) $x = \frac{15}{2}$

(**184**) $x = 3$

(**185**) $x = -9$

(**186**) $x = 5$

(**187**) 23 persones

(**188**) 22 gallines i 16 gats

(**189**) 12 de maduixa i 18 de menta

(**190**) Diofant va viure 84 anys, es va casar als 21 anys, va ser pare als 38 anys i va perdre al seu fill als 80.

(**191**) $x = \frac{63}{5}$

(**192**) $x = 3$

(**193**) $x = \frac{-8}{7}$

(**194**) $x = -16$

(**195**) $x = 1$

(**196**) $x = 25$

(**197**) $x = 1$

(**198**) $x = 10$

(**199**) $x = 2$

(**200**) $x = \frac{7}{5}$

(**201**) $x = 1$

(**202**) $x = 0$

(**203**) $x = -1$

(**204**) $x = 8$

(**205**) $x = 1$

(**206**) $x = 2$

(**207**) $x = 1$

(**208**) $x = 1$

(**209**) $x = 5$

(**210**) $x = \frac{10}{19}$

(**211**) $x = 4$

# Capítol 4

# Sistemes d'equacions de primer grau

Tota equació lineal $ax + by = c$, per exemple $4x - 3y = 5$ expressa una recta i, per tant, els punts que la satisfan $(x, y)$, per exemple $(2, 1)$, $(-1, -3), ...$, tots pertanyen a aquesta recta.
Al resoldre un sistema format per dues equacions lineals estem buscant si les dues rectes tenen punts comuns, i són els anomenats punts d'intersecció.

**DISCUSSIÓ D'UN SISTEMA:**
Al resoldre el sistema, pot passar:

**(1)** Que trobem només un valor per la $x$ i un altre per la $y$, per tant, el sistema només té una solució: **SISTEMA COMPATIBLE DETERMINAT (SCD).** El punt $P(x, y)$ serà l'únic punt de coincidència entre les dues rectes i les dues rectes es tallen en aquest punt $P(x, y)$, per tant, són rectes secants.

**(2)** Que se'ns anul·lin les variables i queda una igualtat que indica una veritat matemàtica $(0 = 0)$, llavors el sistema té moltes solucions (infinites): **SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINAT (SCI)** Les dues rectes tenen tots els punt comuns, és a dir, les dues rectes coincideixen perquè són la mateixa recta.

**(3)** Si se'ns anul·len les variables i queda una igualtat que indica una mentida matemàtica $(ex : 8 = 0)$ llavors el sistema no té solució **SISTEMA INCOMPATIBLE (SI)** les dues rectes no tenen cap punt en comú perquè són rectes paral·leles.

Tindrem maneres diferents per poder resoldre els sistemes d'equacions el **mètode de Substitució**, el **mètode d'Igualació** i el **mètode de Reducció**:

**MÈTODE DE SUBSTITUCIÓ**

Si tenim el següent sistema

$$\begin{cases} 4x - 3y = 9 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

$1^r$. Escollim una de les variables d'una de les dues equacions. En aquest cas, prenem la $y$ de la segona equació i la aïllem. $y = 7 - 2x$
$2^n$. **Substituïm** el valor de la $y$ a l'altra equació. $4x - 3(7 - 2x) = 9$
$3^r$. Resolem l'equació de primer grau que ens queda:

$$\begin{aligned} 4x - 21 + 6x &= 9 \\ 4x + 6x &= 9 + 21 \\ 10x &= 30 \\ x &= \frac{30}{10} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$4^t$. Substituïm el valor de la $x$ trobat a la primera equació aïllada: $y = 7 - 2(3) = 7 - 6 = 1$
$5^{\text{è}}$. Ja tenim la solució del sistema, $x = 3$, $y = 1$.
El punt d'intersecció entre les dues rectes és (3, 1). Només té una solució: Sistema compatible determinat (SCD), per tant, les rectes són secants i es tallen en el punt (3, 1).

**MÈTODE D'IGUALACIÓ**

Si tenim el següent sistema

$$\begin{cases} 4x - 3y = 9 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

$1^r$. Escollim una de les variables la aïllem a les dues equacions. Ens quedaria així:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 9 \longrightarrow y = \dfrac{4x-9}{3} \\ 2x + y = 7 \longrightarrow y = 7 - 2x \end{cases}$$

$2^n$. **Igualem** el valor de la $y$ de les dues equacions: $\dfrac{4x-9}{3} = 7 - 2x$

$3^r$. Resolem l'equació de primer grau que ens queda:

$$\begin{aligned} \frac{4x-9}{3} &= 7 - 2x \\ 4x - 9 &= 3(7 - 2x) \\ 4x - 9 &= 21 - 6x \\ 4x + 6x &= 21 + 9 \\ 10x &= 30 \\ x &= \frac{30}{10} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$4^t$. Substituïm el valor de la $x$ trobat a la primera equació aïllada: $y = 7 - 2(3) = 7 - 6 = 1$

$5^{\text{è}}$. Ja tenim la solució del sistema, $x = 3,\ y = 1$.

El punt d'intersecció entre les dues rectes és (3, 1). Només té una solució: Sistema compatible determinat (SCD), per tant, les rectes són secants i es tallen en el punt (3, 1).

**MÈTODE DE REDUCCIÓ**

Si tenim el següent sistema

$$\begin{cases} 4x - 3y = 9 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

$1^r$. Escollim una de les variables. Llavors multipliquem les equacions pels coeficients de les variables escollides, però invertint l'ordre i canviant-ne un de signe, és a dir, si escollim la variable $y$, tenim els coeficients $-3$ i 1. Doncs, multipliquem per 1 i 3 les equacions respectivament:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 9 \longrightarrow \times 1 \longrightarrow 4x - 3y = 9 \\ 2x + y = 7 \longrightarrow \times 3 \longrightarrow 3(2x + y) = 3 \cdot 7 \longrightarrow 6x + 3y = 21 \end{cases}$$

$2^n$. Ara, **Sumem** les dues equacions per anular el terme en la variable $y$ i **reduir** les equacions a una equació d'una sola incògnita.

$$\begin{cases} 4x - 3y = 9 \\ \underline{6x + 3y = 21} \end{cases}$$

$$10x + 0y = 30 \longrightarrow \ 10x = 30$$

$3^r$. Resolem l'equació de primer grau que ens queda:

$$10x = 30 \longrightarrow x = \frac{30}{10} \longrightarrow x = 3$$

$4^t$. Substituïm el valor de la $x$ trobat a qualsevol de les dues equacions:

$$2(3) + y = 7 \longrightarrow \ 6 + y = 7 \longrightarrow y = 7 - 6 \longrightarrow y = 1$$

$5^{\text{è}}$. Ja tenim la solució del sistema, $x = 3,\ y = 1$.

El punt d'intersecció entre les dues rectes és (3, 1). Només té una solució: Sistema compatible determinat (SCD), per tant, les rectes són secants i es tallen en el punt (3, 1).

## 4.1 Exercicis i Problemes

**(1)** En un corral hi ha conills i gallines. Aquests viuen en una gàbia molt gran i es poden moure lliurement podent menjar herba i insectes. El número de caps és de 41 i hi ha 124 potes. Quantes gallines i conills hi ha en el corral?

**(2)** Una pizzeria que treballa només amb productes ecològics té dos tipus de pizza, la margarita a 3€ i la de quatre formatges a 5€. Ahir a la nit van vendre 53 pizzes i van recaptar 203€. Quantes pizzes de cada classe s'han venut?

**(3)** Una empresa que envasa ampolles d'aigua sense afegir-hi gas carbònic, envasa ampolles de 2 i 6 litres. Si en una setmana han envasat 5570 litres en 1697 ampolles, quantes ampolles de 2 i 6 litres han utilitzat?

PROBLEMA RESOLT 1
Un noi compra 2 bolígrafs i 8 llibretes per 36€. i un amic seu compra 4 bolígrafs i 6 llibretes, exactament iguals per 32€. Quin és el preu dels dos articles?

$1^r$. **Cal llegir tot el problema fins el final i preguntar-nos què ens demana**. Quin és el preu dels dos articles?
$2^n$. **Definir les variables:** $x$ = preu del bolígraf, $y$ = preu de la llibreta
$3^r$. **Plantejament algebraic**: Llegir de nou l'exercici i traduir-lo a llenguatge algebraic:

Un noi compra 2 bolígrafs i 8 llibretes per 36€. $2x + 8y = 36$
Un amic seu compra 4 bolígrafs i 6 llibretes, exactament iguals per 32€: $4x + 6y = 32$

$4^{\text{è}}$. **Resoldre el sistema**. En aquest cas ho farem pel Mètode de Reducció eliminant la variable $x$:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 8y = 36 \longrightarrow \times(-4) \longrightarrow -4(2x + 8y) = -4 \cdot 36 \longrightarrow -8x - 32y = -144 \\ 4x + 6y = 32 \longrightarrow \times 2 \longrightarrow 2(4x + 6y) = 2 \cdot 32 \longrightarrow 8x + 12y = 64 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{rcr} -8x - 32y & = & -144 \\ 8x + 12y & = & 64 \\ \hline 0x - 20y & = & -80 \end{array} \longrightarrow -20y = -80 \longrightarrow y = \frac{-80}{-20} \longrightarrow y = 4$$

Substituïm el valor de la $x$ trobat a qualsevol de les dues equacions:

$$2x + 8(4) = 36 \longrightarrow 2x + 32 = 36 \longrightarrow 2x = 36 - 32 \longrightarrow x = \frac{4}{2} \longrightarrow x = 2$$

La solució del sistema d'equacions és : $x = 2,\ y = 4$.

$5^{\text{è}}$. **Escriure la Solució del Problema:**

RESPOSTA: El preu del bolígraf és de 2€ i el de la llibreta de 4€

**(4)** Un fabricant de pilotes de voleibol obté un benefici d'11€ per cada pilota que ven i pateix un pèrdua de 20€ per cada pilota defectuosa que ha de llençar a la deixalleria. En un dia ha fabricat 468 pilotes i ha obtingut uns beneficis de 1025€. Quantes pilotes bones i defectuoses ha fabricat en aquest dia?

**(5)** La base més gran d'un trapezi mesura $2cm$ més que la petita. L'altura del trapezi és de $13cm$ i la seva àrea de $169cm^2$. Quant mesuren les bases?

**(6)** $\left\{ \begin{array}{l} x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{array} \right.$ **(8)** $\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y = 15 \\ 4x - 5y = -3 \end{array} \right.$ **(10)** $\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y = 4 \\ 8x - 7y = 54 \end{array} \right.$

**(7)** $\left\{ \begin{array}{l} x + 2y = -13 \\ 2x + y = -5 \end{array} \right.$ **(9)** $\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y = 11 \\ 5y - 8x = 41 \end{array} \right.$ **(11)** $\left\{ \begin{array}{l} x + y = 1 \\ 20x - 3y = 20 \end{array} \right.$

**(12)** $\begin{cases} 4x + 9y = -11 \\ 8x - 13y = -53 \end{cases}$

**(13)** $\begin{cases} x - y = -10 \\ 5y = 3x + 50 \end{cases}$

**(14)** $\begin{cases} 3x - 4y = -8 \\ -2x + 5y = 17 \end{cases}$

**(15)** $\begin{cases} 3x - 2y = 32 \\ x + 5y = -29 \end{cases}$

**(16)** $\begin{cases} 3x - y = 23 \\ 9x - 5y = 67 \end{cases}$

**(17)** $\begin{cases} 7x + 2y = 0 \\ 9y + 50x = 26 \end{cases}$

**(18)** $\begin{cases} x - 5y = 0 \\ 5y + x = 26 \end{cases}$

**(19)** $\begin{cases} 7x - 8y = 2 \\ 11x - 10y = -2 \end{cases}$

**(20)** $\begin{cases} 4x = y \\ 5x - y = 3 \end{cases}$

**(21)** $\begin{cases} 7x - 16y = 26 \\ 5x + 17y = 47 \end{cases}$

**(22)** $\begin{cases} x = 6 \\ 5x - 71y = 30 \end{cases}$

**(23)** $\begin{cases} 2x + 3y = 22 \\ 10x - y = 46 \end{cases}$

**(24)** $\begin{cases} 2x - 3y = 35 \\ 4x - y = 45 \end{cases}$

**(25)** $\begin{cases} 8x - 21y = -155 \\ 6x - 5y = 45 \end{cases}$

**(26)** $\begin{cases} 7x - 5y = -16 \\ 3x + 10y = -19 \end{cases}$

**(27)** $\begin{cases} 7x + 11y = -6 \\ -x + 10y = -57 \end{cases}$

**(28)** $\begin{cases} 9x - 17y = -8 \\ 17x + 9y = 26 \end{cases}$

**(29)** $\begin{cases} 3x - 28y = -22 \\ 5x + 42y = 52 \end{cases}$

**(30)** Busquem dos nombres. Sabem que difereixen en 4 unitats i que si al doble del primer li restem el segon, en quedem amb $-1$.

**(31)** Si sumes 119 a un nombre n'obtens el doble d'un altre i si restes 22 del segon obtens el triple del primer. De quins nombres estem parlant?

**(32)** En Jeroni ha comprat 4 litres de llet de soja i llet de civada per un total de 3,92€. Si el litre de llet de soja costa 1,02€ i el de civada 0,94€. Quants litres de cada ha comprat?

**(33)** Es fa un examen test a un grup d'estudiants amb 43 preguntes sobre Matemàtiques. Per cada preguntada contestada correctament es donen 6 punts i per cada pregunta mal contestada o no contestada et treuen 4 punts. Un alumne ha obtingut 119 punts. Quantes preguntes ha respòs bé i quantes malament?

**(34)** Es vol barrejar vi de 2€ al litre amb vi de 5€, de manera que el vi que ens quedi tingui un preu de 4.1€ el litre. Quants litres de cada classe s'han de barrejar per obtenir una mescla de 200 litres?

**(35)** $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ 2x - 6y = 4 \end{cases}$

**(36)** $\begin{cases} 3x + 5y = -3 \\ 21x - 35y + 21 = 0 \end{cases}$

**(37)** $\begin{cases} x - 1 = y \\ 2y = 10x - 82 \end{cases}$

**(38)** $\begin{cases} 21y + 20x = 143 \\ 77y - 30x = 218 \end{cases}$

**(39)** $\begin{cases} x + y = 28 \\ 3x - 11y = 8y - 4 \end{cases}$

**(40)** $\begin{cases} 3x - 2y = -15 \\ x + 7 = 2y + 14 \end{cases}$

**(41)** $\begin{cases} 28y - 27x = 7 \\ x + 6y = y + 42 \end{cases}$

**(42)** $\begin{cases} 20x - 23y = 212 \\ 19x - 21y = 198 \end{cases}$

**(43)** $\begin{cases} 20x - 25y = 0 \\ x - y = y - 15 \end{cases}$

**(44)** $\begin{cases} 4x + 6y = -12 \\ 17x - 5y = 1474 \end{cases}$

**(45)** $\begin{cases} x - 5y = -15x + 27 \\ x + 30 = y + 31 \end{cases}$

**(46)** $\begin{cases} 9x - 8y = 1 \\ 12x - 10y = 2 \end{cases}$

**(47)** $\begin{cases} 6x - y = y + 42 \\ 10y + x = 10x - 63 \end{cases}$

**(48)** $\begin{cases} 2x - 5y = 4 \\ -3x + 8y = -4 \end{cases}$

**(49)** $\begin{cases} 21x - 2y = 23 \\ 3(y - 47) = 6x + 3 \end{cases}$

**(50)** $\begin{cases} 3x - 4y = 41 \\ 2(y + 4x) = 25 + 3x \end{cases}$

**(51)** $\begin{cases} 5(x - 2) = y + 2 \\ x - 23 = 3(y - 5) \end{cases}$

**(52)** $\begin{cases} x + 49y = 741 \\ 49x + y = 309 \end{cases}$

**(53)** $\begin{cases} 10x + 7y = -5 \\ 3x - 5y = 34 \end{cases}$

**(54)** $\begin{cases} 12x + 11y = 1 \\ 3y - 2(x - 8) = 11 \end{cases}$

**(55)** $\begin{cases} 5x + 6y = 0 \\ 6y - (x - 3) = 75 \end{cases}$

**(56)** Fa 5 anys, l'edat de la Rita era el doble de la que tenia en Pau. D'aquí a 8 anys, les edats de tots dos sumaran 56. Quants anys té ara cadascun?

PROBLEMA RESOLT 2

La suma de dos nombres és 46. Si dividim el primer per 2 i el segon per 3, la diferència entre els quocients del primer i el segon és de 13 unitats. Troba els dos nombres.

$1^r$. **Cal llegir tot el problema fins el final i preguntar-nos què ens demana**. Troba dos nombres
$2^n$. **Definir les variables:** $x$ = un nombre, $y$ = una altre nombre
$3^r$. **Plantejament algebraic**: Llegir de nou l'exercici i traduir-lo a llenguatge algebraic:

La suma de dos nombres e¿ 46. $x + y = 46$
Si dividim el primer per 2 i el segon per 3, la diferència entre els quocients del primer i el segon és de 13 unitats: $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 13$

$4^{\text{è}}$. **Resoldre el sistema**. En aquest cas ho farem pel Mètode de Substitució aïllant la variable $x$:

$$\begin{cases} x + y = 46 \longrightarrow x = 46 - y \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{3} = 13 \end{cases}$$

I substituïm el valor de la variable $x$ a l'altra equació:

$$\begin{aligned} \frac{46-y}{2} - \frac{y}{3} &= 13 \\ \frac{3(46-y) - 2(y)}{6} &= 13 \\ 3(46-y) - 2y &= 6 \cdot 13 \\ 138 - 3y - 2y &= 78 \\ -3y - 2y &= 78 - 138 \\ -5y &= -60 \\ y &= \frac{-60}{-5} \\ &= 12 \end{aligned}$$

Substituïm el valor de la $y$ trobat a qualsevol de les dues equacions:

$$x + 12 = 36 \longrightarrow \ x = 36 - 12 \longrightarrow x = 24$$

La solució del sistema d'equacions és : $x = 24, \ y = 12$.

$5^{\text{è}}$. **Escriure la Solució del Problema:**

RESPOSTA: Un dels números és el 12 i l'altre és el 24.

**(57)** En Marçal va a comprar en una botiga de la xarxa de consum responsable i compra $3kg$ de cafè i $3Kg$ de sucre biològics, per la qual cosa paga 12,75€. L'Anna, la qual no sabia que en Marçal ja havia anat a comprar, també hi va i compra $1kg$ de cafè i $10kg$ de sucre. Paga 20€. Cap dels dos no s'ha fixat amb el preu de cada cosa i han llençat les factures. Pots saber el preu de cada cosa per separat?

**(58)** Un tren va a una velocitat de $75\frac{km}{h}$. Va $132km$ més endavant que un altre tren que va per una via paral·lela a $119\frac{km}{h}$. Calcula el temps que tarda el segon tren en trobar el primer i la distància recorreguda pel primer tren fins que han coincidit els dos trens.

**(59)** Un obrer ha treballt durant 30 dies per dos empreses diferents guanyant 945€. La primera empresa li pagava 25€ per dia i la segona 40€ per dia. Quants dies ha treballat per cada empresa?

**(60)** Un nen li diu a un amic: Dóna'm 5€ i així tindrem els mateixos diners tots dos. L'amic li respon amb ironia: Sí, home... Dóna'm tu 10€ i així jo tindré el doble que tu. Quants diners té cadascun?

**(61)** $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$

**(62)** $\begin{cases} x+y=7 \\ 2x+y=9 \end{cases}$

**(63)** $\begin{cases} x-2y=5 \\ 3y+x=10 \end{cases}$

**(64)** $\begin{cases} 2x-y=-2 \\ y-3x=1 \end{cases}$

**(65)** $\begin{cases} 2x+y=9 \\ y-2x=1 \end{cases}$

**(66)** $\begin{cases} 3y+x=7 \\ x+3y=7 \end{cases}$

**(67)** $\begin{cases} x-3y=-1 \\ y+x=-5 \end{cases}$

**(68)** $\begin{cases} x+3y=2 \\ y+x=6 \end{cases}$

**(69)** $\begin{cases} 2x+y=4 \\ y-3x=-1 \end{cases}$

**(70)** $\begin{cases} 3x+y=10 \\ y-x=-6 \end{cases}$

**(71)** $\begin{cases} 5x+y=3 \\ x+y=-1 \end{cases}$

**(72)** $\begin{cases} x-3y=5 \\ y+x=-3 \end{cases}$

**(73)** $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$

**(74)** $\begin{cases} y-x=1 \\ x+y=3 \end{cases}$

**(75)** $\begin{cases} x+2y=18 \\ y-x=3 \end{cases}$

**(76)** $\begin{cases} 2y-x=15 \\ x-y=6 \end{cases}$

**(77)** $\begin{cases} 2x-y=1 \\ -x+y=-5 \end{cases}$

**(78)** $\begin{cases} y-x=0 \\ 2x+y=3 \end{cases}$

**(79)** $\begin{cases} x+2y=14 \\ y-x=7 \end{cases}$

**(80)** $\begin{cases} 2x+y=1 \\ y+3x=-2 \end{cases}$

**(81)** $\begin{cases} x+2y=7 \\ 3x-4y=-9 \end{cases}$

**(82)** Un rellotge marca les tres en punt. Per tant, les dues agulles del rellotge formen un angle recte. Quant de temps ha de transcórrer perquè tornin a formar un angle recte?

**(83)** Un rellotge de busques marca les dotze hores. A quina hora la minutera es trobarà amb l'agulla que marca les hores?

**(84)** Un dipòsit s'omple per una aixeta en 5 hores i per una altra en dues hores. Quan tardarà en omplir-se el dipòsit si obrim les dues aixetes?

**(85)** Dos pobles, la vila del pingüi i repsolandia estan a una distància de $155km$. A la mateixa hora, surten de cada poble un ciclista. El ciclista que surt de la vila del pingüi pedala a una velocitat de $25\frac{km}{h}$ i el que surt de repsolandia a $33\frac{km}{h}$. A quina distància de cada poble es trobaran? Quan de tempa ha passat?

**(86)** L'àrea d'un triangle rectangle és de $120cm^2$ i la hipotenusa mesura $26cm$. Quines són les longituts dels catets?

## 4.2 Solucions dels sistemes de primer grau

**(1)** 21 conills i 20 gallines

**(2)** 31 margarites i 22 de quatre formatges

**(3)** 544 de 6l i 1153 de 2l

**(4)** 335 de bones i 133 de defectuoses.

**(5)** $12cm$ i $14cm$

**(6)** $x=1$, $y=5$

**(7)** $x=1$, $y=-7$

**(8)** $x=3$, $y=3$

**(9)** $x=-2$, $y=5$

**(10)** $x=5$, $y=-2$

**(11)** $x=1$, $y=0$

**(12)** $x=-5$, $y=1$

**(13)** $x=0$, $y=10$

**(14)** $x=4$, $y=5$

**(15)** $x=6$, $y=-7$

**(16)** $x=8$, $y=1$

**(17)** $x=2$, $y=-7$

**(18)** $x=5$, $y=1$

**(19)** $x=-2$, $y=2$

**(20)** $x=3$, $y=12$

**(21)** $x=6$, $y=1$

**(22)** $x=6$, $y=0$

**(23)** $x=5$, $y=4$

**(24)** $x=10$, $y=-5$

**(25)** $x=20$, $y=15$

**(26)** $x=-3$, $y=-1$

**(27)** $x=7$, $y=-5$

**(28)** $x=1$, $y=1$

**(29)** $-5$ i $-9$

**(30)** 15 i 67

**(31)** 29 de bones i 14 de dolentes

**(32)** 2 litres de cada

**(33)** 50 de 2€ i 140 de 5€

**(34)** $x=2$, $y=1$

**(35)** $x=8$, $y=2$

**(36)** $x=9$, $y=-6$

**(37)** $x=10$, $y=9$

**(38)** $x=3$, $y=4$

(**39**) $x = 24$, $y = 4$

(**40**) $x = -11$, $y = -9$

(**41**) $x = 7$, $y = 7$

(**42**) $x = 6$, $y = -4$

(**43**) $x = 25$, $y = 20$

(**44**) $x = 72$, $y = -50$

(**45**) $x = 2$, $y = 1$

(**46**) $x = 1$, $y = 1$

(**47**) $x = 7$, $y = 0$

(**48**) $x = 12$, $y = 4$

(**49**) $x = 7$, $y = 62$

(**50**) $x = 7$, $y = -5$

(**51**) $x = 2$, $y = -2$

(**52**) $x = 6$, $y = 15$

(**53**) $x = 3$, $y = -5$

(**54**) $x = 1$, $y = -1$

(**55**) $x = -12$, $y = 10$

(**56**) La Rita té 25 anys i en Pau 15

(**57**) 2,5€ el kilo de cafè i 1,75€ el kilo de sucre

(**58**) 3 hores i 225$km$

(**59**) 17 amb el primer i 13 amb el segon.

(**60**) Un té 40€ i l'altre 50€.

(**61**) $x = 3$, $y = 2$

(**62**) $x = 2$, $y = 5$

(**63**) $x = 7$, $y = 1$

(**64**) $x = 1$, $y = 4$

(**65**) $x = 2$, $y = 5$

(**66**) $x = 1$, $y = 2$

(**67**) $x = -4$, $y = -1$

(**68**) $x = 8$, $y = -2$

(**69**) $x = 1$, $y = 2$

(**70**) $x = 4$, $y = -2$

(**71**) $x = 1$, $y = -2$

(**72**) $x = -1$, $y = -2$

(**73**) $x = 5$, $y = 3$

(**74**) $x = 1$, $y = 2$

(**75**) $x = 4$, $y = 7$

(**76**) $x = 27$, $y = 21$

(**77**) $x = -4$, $y = -9$

(**78**) $x = 1$, $y = 1$

(**79**) $x = 0$, $y = 7$

(**80**) $x = -3$, $y = 7$

(**81**) $x = 1$, $y = 3$

(**82**) 1h 5' 27"

(**83**) 3h 32' 44"

(**84**) 1h 25' 43"

(**85**) 2h 40' 21"

(**86**) $x = 24cm$ i $y = 10cm$

# Capítol 5

# Funcions lineals

## 5.1 Representació gràfica de funcions de primer grau

En aquesta unitat diferenciarem entre variable dependent, la $y$, i la variable independent, la $x$.

$$y = f(x)$$

La $x$ pot prendre el valor que vulguis i la $y$ es calcula a partir del valor de la $x$.

L'expressió **variables dependents** i **independents** es refereix a valors que varien de forma correlacionada entre elles. Les variables dependents són aquelles que s'observa que varien en resposta a les variacions de les variables independents. Les variables independents són aquelles que es manipulen de forma deliberada per a provocar el canvi de les variables dependents. En resum, "si es dona $x$, llavors resulta $y$", on $x$ representa les variables independents i $y$ representa les variables dependents.

Quan es dissenyen experiments, les variables independents són aquells valors que es seleccionen i es controlen a l'experiment per tal de determinar la seva relació amb un fenomen observable, (la variable dependent). En aquest tipus d'experiments, es fa un intent de trobar proves de que els valors de la variable independent determinen els valors de la variable dependent (aquella que s'està mesurant). La variable independent es pot canviar a voluntat, i els seus valors no representen un problema que requereixi explicació en l'anàlisi, sinó que es prenen simplement tal com es donen. Per altra banda, la variable dependent, normalment no es pot controlar directament.
En resum:

- Les variables independents responen a la pregunta: "Què es farà variar?"
- Les variables dependents responen a la pregunta: "Què s'observarà?"

Exemples:

- Si s'hagués de mesurar la influència de diferents quantitats d'adobs naturals en el creixement de les plantes, la variable independent hauria de ser la quantitat d'adob que es fa servir (el factor que es variarà en fer diferents experiments). Les variables dependents haurien de ser el creixement en alçada i/o en massa de la planta (els factors que en resulten influenciats per l'efecte de l'adob) i hauríem de controlar el tipus de planta, el tipus d'adob, la quantitat de llum solar que rep la planta, etc.
- Si s'estudia com afecten diferents dosis d'una vacuna amb els efectes secundaris, es podria comparar la freqüència i intensitat dels efectes secundaris (les variables dependents) amb les diferents dosis de la vacuna (la variable independent) que s'administren, i provar de extreure'n una conclusió.
- Per mesurar l'efecte de la educació sobre la qualitat de la feina on es treballa en una família, les variables dependents podrien ser l'horari laboral, la distància de casa a la feina i la relació entre els companys, i una variable independent podria ser el nivell d¿educació dels individus que composen la unitat familiar (per exemple el nivell acadèmic).

Una variable independent és qualsevol dels arguments, és a dir, "entrades", d'una funció. En canvi, la variable dependent és el valor de la funció, és a dir, el "resultat", de la funció. Així, si es té una funció $f(x)$, llavors $x$ és la variable independent, i $f(x)$ és la variable dependent. La variable dependent, depèn de la variable independent, d'aquí en ve el nom.

Si per exemple, tenim la funció $y = f(x) = -3x + 1$, prenem valors de la $x = -2$ i de $x = 3$:

$$x = -2 \longrightarrow f(-2) = -3 \cdot (-2) + 1 = 6 + 1 = 7$$

$$x = 3 \longrightarrow f(3) = -3 \cdot (3) + 1 = -9 + 1 = -8$$

Obtenim el valor 7 a partir del $-2$. El 7 s'anomena la **imatge** del $-2$. I el $-8$ la imatge del 3.

En canvi, si tenim els valors $y$ i en volem saber el valor de la $x$ corresponent, estarem parlant de les **antiimatges**.

Si calculem les antiimatges de 0 i $-2$ de la mateixa funció d'abans:

$$f(x) = -3x + 1 = 0 \longrightarrow -3x = -1 \longrightarrow x = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

$$f(x) = -3x + 1 = -2 \longrightarrow -3x = -3 \longrightarrow x = \frac{-3}{-3} = 1$$

**FUNCIONS LINEALS:** Són les funcions del tipus $f(x) = mx$. Les quals passen pel punt $(0, 0)$, i si $m > 0$ són creixents i si $m < 0$ són decreixents.

**FUNCIONS AFINS:** Són les funcions del tipus $f(x) = mx + n$. La qual no passa per l'origen $(0, 0)$. Si $m > 0$ és una funció creixent i si $m < 0$ és decreixent. A $m$ se l'anomena el pendent de la recta. La recta passa pel punt $(0, n)$, el qual és el punt de tall de la recta amb l'eix d'ordenades (l'eix de les $y$'s).

**RECTES PARAL·LELES** Són les rectes que tenen el mateix pendent.

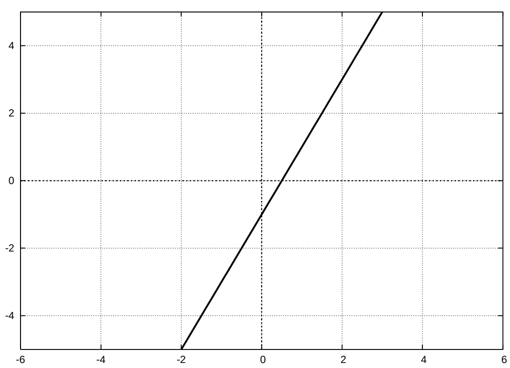
Les rectes es representen gràficament mitjançant els eixos de coordenades. L'eix de les $x$'s s'anomena l'eix d'abscisses i l'eix de les $y$'s s'anomena l'eix d'ordenades.

**EXEMPLE:**

Anem a veure un exemple de com representar gràficament una recta. Prenem $y = 2x - 1$.

Això vol dir que el pendent $m = 2$. Com que és positiu serà creixent. A més, talla amb l'eix de les $y$'s pel punt $(0, -1)$. Si fem una taula de valors, d'almenys 5 punts, obtenim:

| $x$ | $y = 2x - 1$ | |
|---|---|---|
| 0 | $2 \cdot 0 - 1 = -1$ | $(0, -1)$ |
| 1 | $2 \cdot 1 - 1 = 1$ | $(1, 1)$ |
| 2 | $2 \cdot 2 - 1 = 3$ | $(2, 3)$ |
| -1 | $2 \cdot (-1) - 1 = -3$ | $(-1, -3)$ |
| -2 | $2 \cdot (-2) - 1 = -5$ | $(-2, -5)$ |




## 5.2 Exercicis

**(1)** Posa quatre exemples que se t'ocurreixin de variables dependents i variables independents.

Representa gràficament les següents funcions:

**(2)** $f(x) = 2x$

**(3)** $f(x) = -x$

**(4)** $f(x) = -3x$

**(5)** $f(x) = 4x + 2$

**(6)** $f(x) = -2x + 2$

**(7)** $f(x) = x + 3$

**(8)** $f(x) = -x - 3$

**(9)** $f(x) = 6x - 3$

**(10)** $f(x) = -4x + 5$

(**11**) Calcula la imatge del punts 2, 3 i $-5$ de les següents funcions:

(a) $f(x) = -x - 4$
(b) $f(x) = 6x - 2$
(c) $f(x) = -3x + 1$
(d) $f(x) = 2x - 8$
(e) $f(x) = 3x - 9$
(f) $f(x) = -x + 1$

(**12**) Se sap que la distància recorreguda per un vianant, en metres, a velocitat constant és proporcional a la durada del trajecte en segons. Un vianant ha recorregut 12 metres en 7 segons.

(a) Escriu la funció associada a aquesta situació.
(b) Representa gràficament aquesta funció.

(**13**) Una aixeta oberta totalment raja 1 litre d'aigua cada 4 segons:

(a) Construeix una taula de valors que relacioni el temps i la capacitat.
(b) Escriu la funció associada a aquesta situació.
(c) Representa gràficament aquesta funció.
(d) Quina quantitat d'aigua haurà rajat en 20 minuts?
(e) Quant de temps ha de passar per omplir una banyera de $160cm$ de llarg, $70cm$ d'ample i $50cm$ de profunditat?

(**14**) Troba l'equació de les rectes següents:

(a) Té pendent 3 i ordenada en l'origen $-7$.
(b) Té pendent 5 i passa pel punt $(-1, -2)$.
(c) Passa pels punts $A(2, 3)$ i $B(-1, 6)$.

(**15**) Troba l'equació de les rectes següents:

(a) Té pendent $-\frac{1}{2}$ i ordenada en l'origen 6.
(b) Té pendent $\frac{2}{5}$ i passa pel punt $(1, 2)$.
(c) Passa pels punts $A(1, 3)$ i $B(3, -1)$.

(**16**) Troba l'equació de les rectes següents:

(a) Té pendent $\frac{7}{5}$ i ordenada en l'origen $\frac{3}{5}$.
(b) Té pendent $\frac{8}{3}$ i passa pel punt $(1, 3)$.
(c) Passa pels punts $A(2, -3)$ i $B(5, 0)$.

(**17**) Donats els punts $A(1, 3)$, $B(2, 0)$ i $C(-1, 9)$, comprova que estan alineats.

(**18**) En un dipòsit mig ple, l'altura fins on arriba l'aigua és de $8m$. Es vol omplir del tot amb una aixeta que aconsegueix pujar l'altura $60cm$ cada hora. Escriu la fórmula de la funció que permet calcular l'altura de l'aigua segons el temps que passa des que s'obre l'aixeta.

(**19**) Indica si les següents parelles de rectes són paral·leles o es tallen.

(a) $y = 2x - 5$ i $y = 4x - 10$
(b) $y = -3x + 3$ i $y = -3x - 10$
(c) $y = x - 1$ i $y = 4x - 4$

(**20**) Donada la recta d'equació $y = -2x + 4$,

(a) Escriu les equacions de dues rectes que siguin paral·leles a la donada.
(b) Escriu les equacions de dues rectes que no siguin paral·leles a la donada.
(c) Escriu les equacions de dues rectes amb la mateixa ordenada en l'origen que la donada.

(**21**) Troba l'equació de la recta que passa pel punt $A(2, -5)$ i és paral·lela a la recta d'equació $y = 7x - 2$.

(**22**) Troba les equacions de les rectes que, passant pel punt $A(1, -5)$, són paral·leles als eixos de coordenades.

(**23**) Troba l'equació de la recta paral·lela a la recta d'equació $y = 4x - 3$ en els casos següents:

(a) Que tingui l'ordenada en l'origen igual a 5.

(b) Que passi per l'origen de coordenades.

(c) Que passi pel punt $A(1, 3)$.

(**24**) La recta d'equació $y = 2x - 4$ determina un triangle amb els eixos de coordenades. Calcula l'àrea d'aquest triangle.

(**25**) Calcula la intersecció entre les rectes $y = -2x + 4$ i la recta $y = 3x - 2$ gràficament. Després comprova el resultat resolent el sistema d'equacions.

(**26**) Pren qualsevol sistema d'equacions del capítol de sistemes d'equacions i resol el sistema gràficament.

## 5.3 Solucions

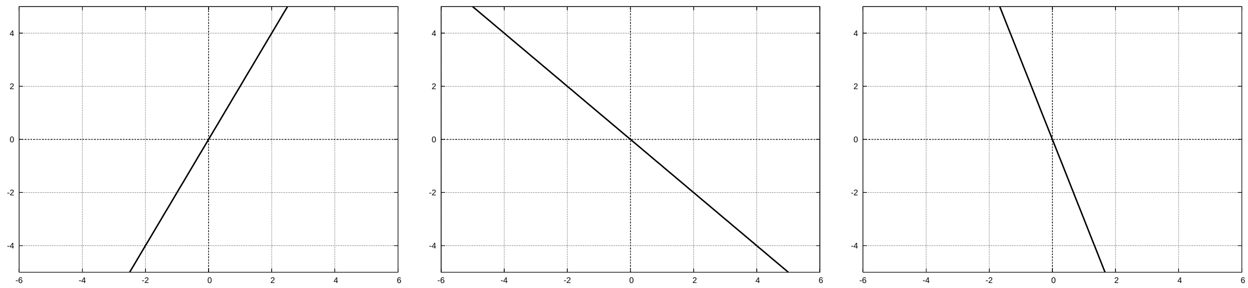


Figura 5.1: (2) $f(x) = 2x$, (3) $f(x) = -x$, (4) $f(x) = -3x$

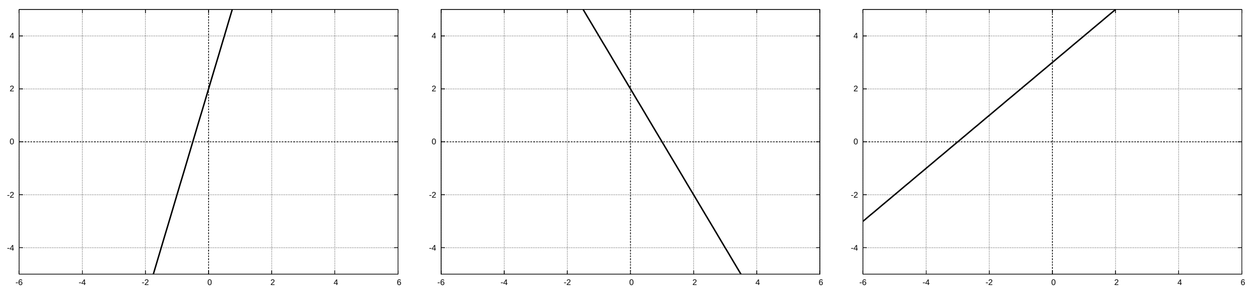


Figura 5.2: (5) $f(x) = 4x + 2$, (6) $f(x) = -2x + 2$, (7) $f(x) = x + 3$

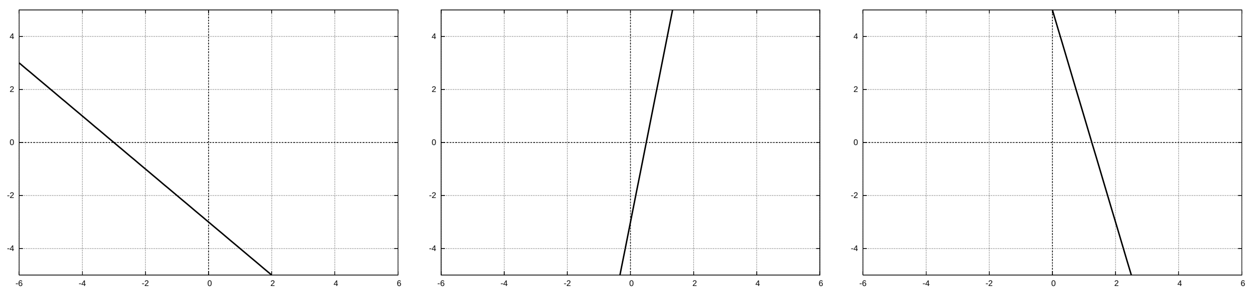


Figura 5.3: (8) $f(x) = -x - 3$, (9) $f(x) = 6x - 3$, (10) $f(x) = -4x + 5$

**(11)** (a) $f(2) = -6,\ f(3) = -7$ i $f(-5) = 1$

(b) $f(2) = 10,\ f(3) = 16$ i $f(-5) = -32$

(c) $f(2) = -5,\ f(3) = -8$ i $f(-5) = 16$

(d) $f(5) = 2,\ f(\frac{11}{2}) = 3$ i $f(\frac{3}{2}) = -5$

(e) $f(\frac{11}{3}) = 2,\ f(4) = 3$ i $f(\frac{4}{3}) = -5$

(f) $f(-1) = 2,\ f(-2) = 3$ i $f(6) = -5$

**(12)** $y = \frac{12}{7}x$

**(13)** (b) $y = \frac{1}{4}x$

(d) $y = \dfrac{1}{4}20min\dfrac{60s}{1min} = 300l$

(e) $V = 560dm^3 = 560l$
$\frac{560l}{4\frac{l}{s}} = 140s = 2min\ 20s$

**(14)** (a) $y = 3x - 7$

(b) $y = 5x + 3$

(c) $y = -x + 5$

**(15)** (a) $y = -\frac{1}{2}x + 6$

(b) $y = \frac{-2x+12}{5}$

(c) $y = -2x + 5$

**(16)** (a) $y = \frac{7x+3}{5}$

(b) $y = \frac{8x+1}{3}$

(c) $y = x - 5$

**(17)** $y = 7x - 19$

**(18)** $y = \frac{1}{6000}t + 8$

**(19)** (a) Es tallen

(b) Paral·leles

(c) Es tallen

**(20)** (a) $y = -2x + 1$ i $y = -2x - 8$

(b) $y = 3x - 2$ i $y = -5x + 1$

(c) $y = -7x + 4$ i $y = 8x + 4$

**(21)** $y = 7x - 19$

**(22)** $y = -5$ i $x = 1$

**(23)** (a) $y = 4x + 5$

(b) $y = 4x$

(c) $y = 4x - 1$

**(24)** $8u^2$

**(25)** $(\frac{6}{5}, \frac{8}{5})$

# Capítol 6

# Equacions de $2^n$ grau

Una equació de segon grau és una equació polinòmica on el grau més alt dels diversos monomis que la integren és 2. La seva expressió general és:

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad \text{per} \quad a \neq 0$$

Totes les equacions de $2^n$ grau tenen dues solucions.

## 6.1 Equacions del tipus $ax^2 + c = 0$

$$ax^2 + c = 0 \quad \Longrightarrow \quad ax^2 = -c \quad \Longrightarrow \quad x^2 = \frac{-c}{a} \quad \Longrightarrow \quad x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

Fem un exemple concret:

$$13x^2 - 52 = 0 \quad \Longrightarrow \quad 13x^2 = 52 \quad \Longrightarrow \quad x^2 = \frac{52}{13} = 4 \quad \Longrightarrow \quad x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

**(1)** La base d'un mirall rectangular, que té $48dm^2$ d'àrea, mesura la tercera part de l'altura. Calcula les dimensions del mirall.

**(2)** Troba dos nombres positius el producte dels quals sigui 363, i el quocient, 3.

**(3)** Un nombre més 1 multiplicat pel mateix nombre menys 1 és igual a 3. De quin nombre estem parlant?

**(4)** Una piràmide regular de base quadrada té una altura de $15m$ i s'han necessitat $980m^3$ per construir-la. Calcula el costat de la base de la piràmide.

**(5)** Quins nombres són iguals al seu invers. Calcula'ls.

**(6)** Troba dos nombres naturals consecutius tals que la diferència dels seus quadrats sigui 17.

**(7)** $x^2 - 1 = 0$

**(8)** $x^2 - 4 = 0$

**(9)** $x^2 - 196 = 0$

**(10)** $x^2 - 225 = 0$

**(11)** $x^2 - 1024 = 0$

**(12)** $-2x^2 + 338 = 0$

**(13)** $4x^2 - 784 = 0$

**(14)** $-6x^2 + 2166 = 0$

**(15)** $-x^2 + 81 = 0$

**(16)** $x^2 - 144 = 0$

**(17)** $-8x^2 + 32 = 0$

**(18)** $x^2 + 9 = 0$

**(19)** $-5x^2 + 2000 = 0$

**(20)** $12x^2 - 108 = 0$

**(21)** $-10x^2 + 810 = 0$

**(22)** $15x^2 - 540 = 0$

**(23)** $34x^2 - 34 = 0$

**(24)** $12x^2 - 2883 = 0$

**(25)** $-63x^2 + 343 = 0$

**(26)** $84x^2 - 4116 = 0$

**(27)** $52x^2 - 40768 = 0$

**(28)** $-2300x^2 + 92 = 0$

**(29)** $576x^2 - 4096 = 0$

**(30)** $175x^2 - 2527 = 0$

(**31**) $x^2 - 36 = 0$

(**32**) $2x^2 - \frac{8}{9} = 0$

(**33**) $-x^2 + 49 = 0$

(**34**) $60 - 15x^2 = 0$

(**35**) $-2x^2 + 242 = 0$

(**36**) $5x^2 + 23 = 0$

(**37**) $-x^2 + 4096 = 0$

(**38**) $20x^2 - 720 = 0$

(**39**) $49x^2 - 225 = 0$

(**40**) $175x^2 - 252 = 0$

(**41**) $36x^2 = 0$

(**42**) $900x^2 - 1 = 0$

## 6.2 Equacions del tipus $ax^2 + bx = 0$

$$ax^2 + bx = 0 \implies x(ax+b) = 0 \implies \begin{cases} x = 0 \\ ax + b = 0 \implies x = \dfrac{-b}{a} \end{cases}$$

Posem un exemple numèric per veure com es fa:

$$8x^2 + 72x = 0 \implies x(8x+72) = 0 \implies \begin{cases} x = 0 \\ 8x + 72 = 0 \implies x = \dfrac{-72}{8} = -9 \end{cases}$$

(**43**) El quadrat d'un nombre menys el seu doble és igual a 0. Quin número és?

(**44**) Troba dos nombres la diferència dels quals és 7 i la suma dels quadrats és 49.

(**45**) El quadrat d'un nombre coincideix amb el triple d'aquest nombre. De quin nombre es tracta?

(**46**) Calcula tots els nombres tals que el seu quadrat és igual al seu quàdruple.

(**47**) $x^2 - 9x = 0$

(**48**) $x^2 - 12x = 0$

(**49**) $-2x^2 + 192x = 0$

(**50**) $12x^2 - 132x = 0$

(**51**) $-2x^2 - 7x = 0$

(**52**) $32x^2 - 1024x = 0$

(**53**) $-49x^2 + 343x = 0$

(**54**) $9x^2 - 486x = 0$

(**55**) $22x^2 + 440x = 0$

(**56**) $-30x^2 - 45x = 0$

(**57**) $22x^2 - 121x = 0$

(**58**) $-4x^2 + 90x = 0$

(**59**) $112x^2 + 672x = 0$

(**60**) $4x^2 + 124x = 0$

(**61**) $-6x^2 + 81x = 0$

(**62**) $24x^2 + 4x = 0$

(**63**) $-12x^2 + 1720x = 0$

(**64**) $27x^2 + 810x = 0$

(**65**) $-35x^2 + 98x = 0$

(**66**) $91x^2 + 52x = 0$

(**67**) $-144x^2 - 36x = 0$

(**68**) $900x^2 + 30x = 0$

(**69**) $-2048x^2 + 96x = 0$

(**70**) $33333x^2 - 11111x = 0$

## 6.3 Equacions del tipus $ax^2 + bx + c = 0$

$$ax^2 + bx + c = 0 \implies x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si fem el mateix amb números:

$$x^2 + 3x - 28 = 0 \implies$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-28)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 112}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{-3 \pm 11}{2} = \begin{cases} x = \frac{-3+11}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ x = \frac{-3-11}{2} = \frac{-14}{2} = -7 \end{cases}$$

(**71**) Esbrina quines edats tenen en Llibert i la Juliana si sabem que en Llibert té 4 anys més que la Juliana i el producte de les seves edats dóna 45.

(**72**) Un dels costats d'un rectangle fa $3cm$ més que l'altre; si l'àrea és de $28cm^2$, escriu l'equació que en calcula les dimensions i calcula el valor de cada costat.

(**73**) Els costats d'un triangle fan 11, 10 i $3cm$. Quina mateixa quantitat s'ha de sumar a cadascun dels costats perquè en resulti un triangle rectangle?

**(74)** L'àrea d'un rectangle és de $8cm^2$, i la base fa $2cm$ més que l'altura. Calcula'n els costats després de plantejar-ne l'equació corresponent.

**(75)** $x^2 - 3x + 2 = 0$

**(76)** $x^2 + x - 30 = 0$

**(77)** $-x^2 - 3x + 4 = 0$

**(78)** $x^2 - 5x + 6 = 0$

**(79)** $-x^2 - 6x - 9 = 0$

**(80)** $x^2 + 4x + 4 = 0$

**(81)** $x^2 + x - 12 = 0$

**(82)** $-2x^2 + 12x - 16 = 0$

**(83)** $x^2 + x - 2 = 0$

**(84)** $x^2 - 2x - 3 = 0$

**(85)** $-2x^2 - 2x + 40 = 0$

**(86)** $x^2 - x - 6 = 0$

**(87)** $x^2 + 2x - 8 = 0$

**(88)** $-3x^2 + 24x - 48 = 0$

**(89)** $x^2 + 7x - 18 = 0$

**(90)** $2x^2 - 20x + 42 = 0$

**(91)** $3x^2 - 3x - 90 = 0$

**(92)** $3x^2 + x - 2 = 0$

**(93)** $-15x^2 + 4x + 35 = 0$

**(94)** $5x^2 - 3x - 26 = 0$

**(95)** $25x^2 - 10x - 8 = 0$

**(96)** $-4x^2 + 8x + 21 = 0$

**(97)** $7x^2 - 32x - 15 = 0$

**(98)** $5x^2 - 31x + 30 = 0$

**(99)** $-7x^2 - 10x - 3 = 0$

**(100)** $25x^2 - 15x - 4 = 0$

**(101)** $-x^2 + 3x - 2 = 0$

**(102)** $x^2 + 2x - 35 = 0$

**(103)** $-x^2 + 19x - 84 = 0$

**(104)** $3x^2 + 19x - 14 = 0$

**(105)** $x^2 + 6x - 55 = 0$

**(106)** $-15x^2 - 11x + 12 = 0$

**(107)** $2x^2 - 15x + 7 = 0$

**(108)** $x^2 - 4x + 4 = 0$

**(109)** $x^2 - 7x + 10 = 0$

**(110)** $-x^2 + 8x - 15 = 0$

**(111)** $x^2 - x - 2 = 0$

**(112)** $-4x^2 - 16x + 84 = 0$

**(113)** $x^2 - 9x - 10 = 0$

**(114)** $x^2 + 7x - 18 = 0$

**(115)** $x^2 - 14x + 49 = 0$

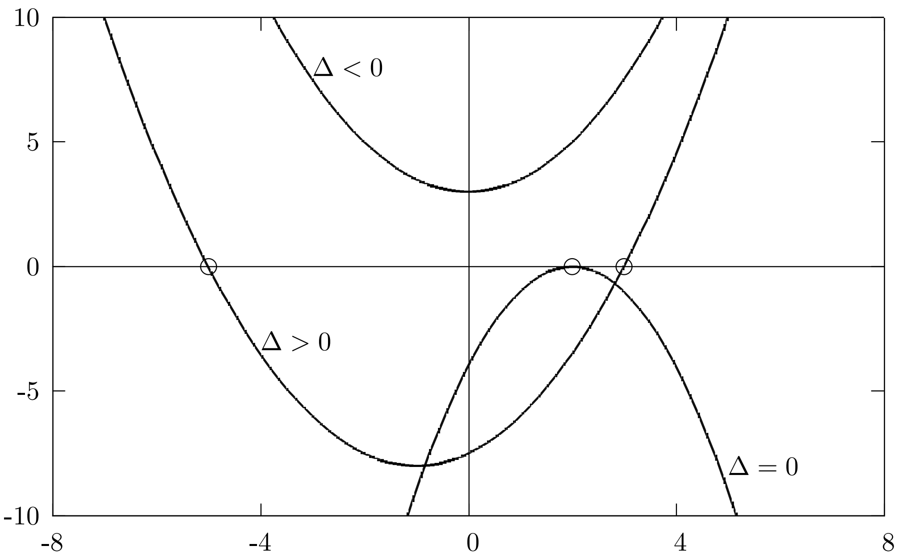
**(116)** $-3x^2 - 18x - 27 = 0$

## 6.4 Comportament de les solucions

Les equacions de segon grau completes es resolen mitjançant la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Al valor de dintre l'arrel de $b^2 - 4ac$ se l'anomena discriminant i es defineix amb la lletra grega delta majúscula, $\Delta = b^2 - 4ac$. Segons el valor del discriminant (positiu, nul o negatiu) l'equació té dues, una o cap solució respectivament.



L'esquema seria aquest:

- Si $b^2 - 4ac > 0$ llavors l'equació té dues solucions.
- Si $b^2 - 4ac = 0$ llavors l'equació només té una solució.
- Si $b^2 - 4ac < 0$ llavors l'equació no té solució.

Una altra manera d'interpretar les solucions d'una equació de segon grau, és buscant els possibles punts de tall de la **paràbola** o gràfica de la funció quadràtica $y = ax^2 + bx + c$ amb l'eix de les abscisses o eix de les $X$'s.

Observa en el gràfic de la figura anterior, la relació entre els coeficients de la funció quadràtica, les solucions de l'equació de segon grau i la intersecció amb l'eix d'abscisses de la seva gràfica.

## 6.5 Repàs general d'equacions de $2^n$ grau

(**117**) $2x^2 + 2x - 60 = 0$

(**118**) $x^2 - 15x + 56 = 0$

(**119**) $x^2 + 3x - 54 = 0$

(**120**) $-5x^2 - 30x + 455 = 0$

(**121**) $3x^2 - 12x - 15 = 0$

(**122**) $5x^2 - 10x - 15 = 0$

(**123**) $-2x^2 - 4x + 96 = 0$

(**124**) $2x^2 - 40x + 198 = 0$

(**125**) $-3x^2 + 21x - 30 = 0$

(**126**) $x^2 + 7x - 8 = 0$

(**127**) $x^2 + 6x - 27 = 0$

(**128**) $-25x^2 + 5x + 6 = 0$

(**129**) $2x^2 - x - 3 = 0$

(**130**) $-3x^2 + 19x - 20 = 0$

(**131**) $15x^2 + 16x - 15 = 0$

(**132**) $200x^2 - 20x = 120 + 21x - 145x^2$

(**133**) $5x^2 - 3x + 2 = -3 - 9x + 4x^2$

(**134**) $7x^2 - 2(x+1) = 6x^2 - 3x + 10$

(**135**) $x^2 - 2x - 15 = 0$

(**136**) $-2x^2 + x + 1 = 0$

(**137**) $x^2 + 10x + 21 = 0$

(**138**) $x^2 + 2x - 24 = 0$

(**139**) $3x^2 - 24x + 45 = 0$

(**140**) $x^2 - 8x + 16 = 0$

(**141**) $2x^2 = -2x + 4$

(**142**) $3x = 10 - x^2$

(**143**) $2x^2 - 6 = 0$

(**144**) $x^2 - 16 = 0$

(**145**) $1 - 8x^2 = 0$

(**146**) $(x+2)(x-3) = 0$

(**147**) $\frac{1}{5}x^2 - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

(**148**) $\frac{x^2-1}{3} = 5$

(**149**) $(x-2)^2 = 9$

(**150**) $(x-4)^2 = -9$

(**151**) $(x+3)^2 = 0$

(**152**) $(x-3)^2 = 4$

(**153**) $3x^2 - x = 0$

(**154**) $\frac{x^2}{3} = -\frac{x}{5}$

(**155**) $x^2 + x = 0$

(**156**) $4x^2 + 8x - 12 = 0$

(**157**) $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = 0$

(**158**) $x^2 - \frac{12}{5}x + \frac{4}{5} = 0$

(**159**) $3x^2 - 15x + 12 = 0$

(**160**) $-15x = -56 - x^2$

(**161**) $2x^2 - 16 = -4x$

(**162**) $12 = -7x - x^2$

(**163**) $-4x^2 + 100 = 0$

(**164**) $-10000 + x^2 = 0$

(**165**) $-2 = -2x^2$

(**166**) $-3x^2 = -243$

(**167**) $3x^2 + 6x = 0$

(**168**) $0 = -4x^2 - 88x$

(**169**) $-11x^2 = 121x$

(**170**) $-4x = 36x^2$

(**171**) $(x-1)(x+2) = 0$

(**172**) $\frac{x-1}{x+4} = \frac{x+2}{x+1}$

(**173**) $2x^2 - 8 = 0$

(**174**) $x^2 - 2x = 0$

(**175**) $2x^2 + 3 + 5x = x^2 + 3$

(**176**) $x^2 + 2x - 3 = 0$

(**177**) $-5x^2 - 5x + 150 = 0$

(**178**) $-2x^2 - 2x + 12 = 0$

(**179**) $x(x-3) = 10$

(**180**) La suma dels quadrats de dos nombres consecutius i positius és 313. Quins nombres són?

(**181**) El quadrat de la diferència del triple d'un nombre enter i 2 és 16. Quin nombre és?

(**182**) Dos costats paral·lels d'un quadrat s'han prolongat $3cm$, i s'obté un rectangle de $40cm^2$ d'àrea. Planteja l'equació que proporcioni el costat del quadrat inicial, i troba'n la solució per tempteig.

(**183**) La suma dels quadrats de dos nombres parells positius i consecutius és 452. Quins nombres són?

**(184)** La suma dels quadrats de tres nombres consecutius és igual al nombre de dies d'una any que no és de traspàs.

(a) De quins nombres es tracta?

(b) Comprova que la suma dels quadrats dels dos nombres següents als anteriors també coincideix amb aquesta suma.

**(185)** Calcula el valor de $k$ perquè les dues solucions de l'equació $9x^2 - 6kx + 4k = 0$ siguin iguals.

**(186)** La Rita té un dipòsit d'aigua de forma cúbica que voldria engrandir. La Berta ha observat que si cada aresta s'incrementés en $1m$, el volum augmentaria en $37m^3$. Quant fa cada aresta?

**(187)** Una peça rectangular és $4cm$ més llarga que ampla. Amb aquesta peça es construeix una caixa de $840cm^3$ tallant un quadrat de $6cm$ de costat a cada cantó i doblegant-ne les vores. Calcula les dimensions de la caixa.

**(188)** Calcula $m$ perquè l'equació $2x^2 + 8x - m = 0$ tingui una solució doble. Calcula la solució per a aquest valor de $m$.

**(189)** Calcula $c$ perquè l'equació $x^2 - cx + 4 = 0$ tingui una solució doble. Resol l'equació per a aquest valor de $c$.

**(190)** Escriu una equació de $2^n$ grau amb coeficient de $x^2$ igual a 1, que tingui les solucions $x = 5$ i $x = -3$.

**(191)** Escriu una equació de $2^n$ grau amb coeficient de $x^2$ igual a 2, que tingui les solucions $x = -6$ i $x = 3$.

**(192)** Escriu una equació de $2^n$ grau amb coeficient de $x^2$ igual a $-4$, que tingui les solucions $x = 2$ i $x = -7$.

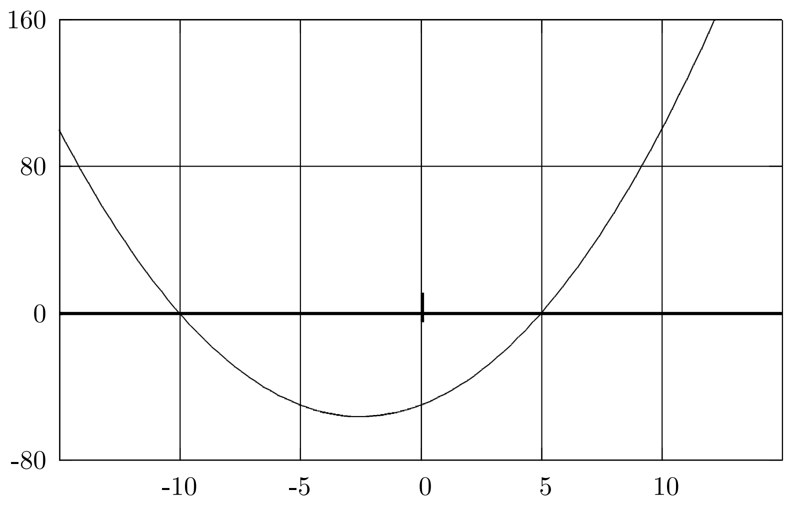
**(193)** Calcula tots els nombres naturals el quadrat dels quals és igual al seu quàdruple augmentat en 117 unitats.

**(194)** Descompon 132 en dos sumands positius de manera que l'un sigui el quadrat de l'altre.

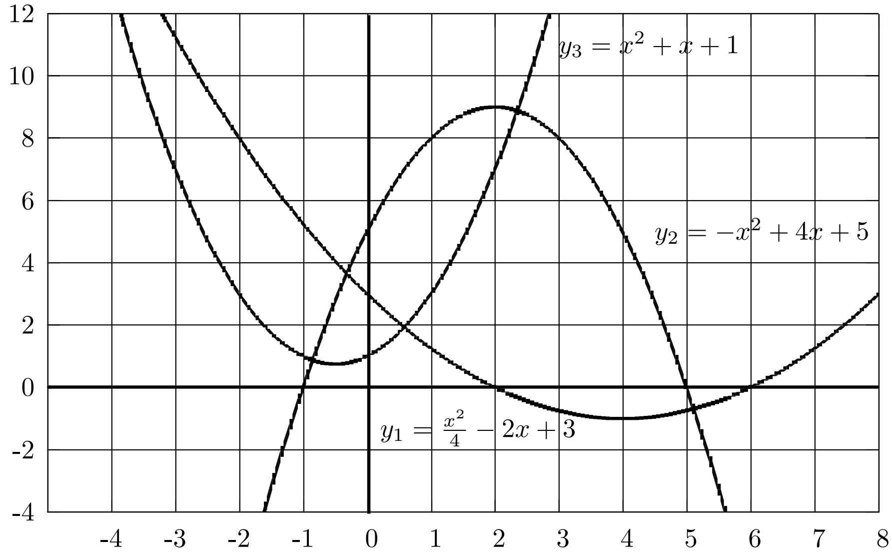
**(195)** El producte de dos nombres naturals consecutius és 182. Quins són aquests nombres?

**(196)** Troba dos nombres naturals consecutius tals que la suma dels seus quadrats sigui 61.

**(197)** Escriu l'equació de $2^n$ grau sabent que les seves solucions venen indicades per la gràfica de la paràbola representada a continuació:



**(198)** Indica les solucions de les següents equacions només mirant les gràfiques de les paràboles. Explica com ho dedueixes i comprova-ho resolent les equacions de $2^n$ corresponents.




**(199)** Resol les següents equacions i indica el significat de les solucions que trobis dibuixant l'esboç de la gràfica de la paràbola corresponent (recorda que els punts de tall de la paràbola amb l'eix d'abscisses, si n'hi ha, han de quedar perfectament definits):

(a) $x^2 - x - 12 = 0$

(b) $2x^2 - 32 = 0$

(c) $-2x^2 + 4x - 5 = 0$

(d) $x^2 + 10x + 25 = 0$

## 6.6 Solucions de les equacions de $2^n$ grau

**(1)** $x = 12dm$, $x = 4dm$

**(2)** $x = 11$, $x = 33$

**(3)** $x = 2$, $x = -2$

**(4)** $x = 14$

**(5)** $x = 1$, $x = -1$

**(6)** $x = 8$, $x = 9$

**(7)** $x = 1$, $x = -1$

**(8)** $x = 2$, $x = -2$

**(9)** $x = 14$, $x = -14$

**(10)** $x = 15$, $x = -15$

**(11)** $x = 32$, $x = -32$

**(12)** $x = 13$, $x = -13$

**(13)** $x = 14$, $x = -14$

**(14)** $x = 19$, $x = -19$

**(15)** $x = 9$, $x = -9$

**(16)** $x = 12$, $x = -12$

**(17)** $x = 2$, $x = -2$

**(18)** No té solució

**(19)** $x = 20$, $x = -20$

**(20)** $x = 3$, $x = -3$

**(21)** $x = 9$, $x = -9$

**(22)** $x = 6$, $x = -6$

**(23)** $x = 1$, $x = -1$

**(24)** $x = \frac{31}{2}$, $x = \frac{-31}{2}$

**(25)** $x = \frac{7}{3}$, $x = \frac{-7}{3}$

**(26)** $x = 7$, $x = -7$

**(27)** $x = 28$, $x = -28$

**(28)** $x = \frac{1}{5}$, $x = \frac{-1}{5}$

**(29)** $x = \frac{8}{3}$, $x = \frac{-8}{3}$

**(30)** $x = \frac{19}{5}$, $x = \frac{-19}{5}$

**(31)** $x = 6$, $x = -6$

**(32)** $x = \frac{2}{3}$, $x = -\frac{2}{3}$

**(33)** $x = 7$, $x = -7$

**(34)** $x = 2$, $x = -2$

**(35)** $x = 11$, $x = -11$

**(36)** No té solució

**(37)** $x = 64$, $x = -64$

**(38)** $x = 6$, $x = -6$

**(39)** $x = \frac{15}{7}$, $x = -\frac{15}{7}$

**(40)** $x = \frac{6}{5}, x = -\frac{6}{5}$

**(41)** $x = 0$

**(42)** $x = \frac{1}{30}, x = -\frac{1}{30}$

**(43)** $x = 2, x = 0$

**(44)** 7 i 0 o $-7$ i 0

**(45)** $x = 0, x = 3$

**(46)** $x = 0, x = 4$

**(47)** $x = 0,\ x = 9$

**(48)** $x = 0,\ x = 12$

**(49)** $x = 0,\ x = 96$

**(50)** $x = 0,\ x = 11$

**(51)** $x = 0,\ x = \frac{-7}{2}$

**(52)** $x = 0,\ x = 32$

**(53)** $x = 0,\ x = 7$

**(54)** $x = 0,\ x = 54$

**(55)** $x = 0,\ x = -20$

**(56)** $x = 0,\ x = \frac{-3}{2}$

**(57)** $x = 0,\ x = \frac{11}{2}$

**(58)** $x = 0,\ x = \frac{45}{2}$

**(59)** $x = 0,\ x = -6$

**(60)** $x = 0,\ x = -31$

**(61)** $x = 0,\ x = \frac{27}{2}$

**(62)** $x = 0,\ x = \frac{-1}{6}$

**(63)** $x = 0,\ x = \frac{430}{3}$

**(64)** $x = 0,\ x = -30$

**(65)** $x = 0,\ x = \frac{14}{5}$

**(66)** $x = 0,\ x = \frac{-4}{7}$

**(67)** $x = 0,\ x = \frac{-1}{4}$

**(68)** $x = 0,\ x = \frac{-1}{30}$

**(69)** $x = 0,\ x = \frac{3}{64}$

**(70)** $x = 0,\ x = \frac{1}{3}$

**(71)** La Juliana 5 i en Llibert 9

**(72)** Els costats fan $4cm$ i $7cm$

**(73)** $2cm$

**(74)** $2cm$ i $4cm$

**(75)** $x = 2,\ x = 1$

**(76)** $x = 5,\ x = -6$

**(77)** $x = -4,\ x = 1$

**(78)** $x = 3,\ x = 2$

**(79)** $x = -3,\ x = -3$

**(80)** $x = -2,\ x = -2$

**(81)** $x = 3,\ x = -4$

**(82)** $x = 2,\ x = 4$

**(83)** $x = 1,\ x = -2$

**(84)** $x = -1,\ x = 3$

**(85)** $x = 4,\ x = -5$

**(86)** $x = 3,\ x = -2$

**(87)** $x = 2,\ x = -4$

**(88)** $x = 4,\ x = 4$

**(89)** $x = 2,\ x = -9$

**(90)** $x = 3,\ x = 7$

**(91)** $x = -5,\ x = 6$

**(92)** $x = \frac{2}{3},\ x = -1$

**(93)** $x = \frac{-7}{5},\ x = \frac{5}{3}$

**(94)** $x = -2,\ x = \frac{13}{5}$

**(95)** $x = \frac{4}{5},\ x = \frac{-2}{5}$

**(96)** $x = \frac{-3}{2},\ x = \frac{7}{2}$

**(97)** $x = \frac{-3}{7},\ x = 5$

**(98)** $x = \frac{6}{5},\ x = 5$

**(99)** $x = \frac{-3}{7},\ x = -1$

**(100)** $x = \frac{4}{5},\ x = \frac{-1}{5}$

**(101)** $x = 2,\ x = 1$

**(102)** $x = -5,\ x = 7$

**(103)** $x = 7,\ x = 12$

**(104)** $x = -7,\ x = \frac{2}{3}$

**(105)** $x = 5,\ x = -11$

**(106)** $x = \frac{3}{5},\ x = \frac{-4}{3}$

**(107)** $x = 7,\ x = \frac{1}{2}$

**(108)** $x = 2,\ x = 2$

**(109)** $x = 5,\ x = 2$

**(110)** $x = 3,\ x = 5$

**(111)** $x = 2,\ x = -1$

**(112)** $x = 3,\ x = -7$

**(113)** $x = 10,\ x = -1$

**(114)** $x = 2,\ x = -9$

**(115)** $x = 7,\ x = 7$

**(116)** $x = -3,\ x = -3$

**(117)** $x = 5,\ x = -6$

**(118)** $x = 7,\ x = 8$

**(119)** $x = 6,\ x = -9$

**(120)** $x = 7,\ x = -13$

**(121)** $x = -1,\ x = 5$

**(122)** $x = 3,\ x = -1$

**(123)** $x = 6,\ x = -8$

**(124)** $x = 9,\ x = 11$

**(125)** $x = 2,\ x = 5$

**(126)** $x = 1,\ x = -8$

**(127)** $x = 3,\ x = -9$

**(128)** $x = \frac{3}{5},\ x = \frac{-2}{5}$

**(129)** $x = \frac{3}{2},\ x = -1$

**(130)** $x = \frac{4}{3},\ x = 5$

**(131)** $x = \frac{3}{5},\ x = \frac{-5}{3}$

**(132)** $x = \frac{15}{23},\ x = \frac{-16}{30}$

**(133)** $x = -5,\ x = -1$

**(134)** $x = 3,\ x = -4$

**(135)** $x = -3, x = 5$

**(136)** $x = -\frac{1}{2}, x = 1$

**(137)** $x = -7, x = -3$

**(138)** $x = -1 \pm \sqrt{13}$

**(139)** $x = 3, x = 5$

**(140)** $x = 4, x = -6$

**(141)** $x = -2, x = 1$

**(142)** $x = 2, x = -5$

**(143)** $x = \pm\sqrt{3}$

**(144)** $x = -4, x = 4$

**(145)** $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{4}$

**(146)** $x = -2, x = 3$

**(147)** $x = \frac{\pm 5}{\sqrt{6}}$

**(148)** $x = -4, x = 4$

**(149)** $x = -1, x = 5$

(**150**) No té solució real

(**151**) $x = -3$

(**152**) $x = 1$, $x = 5$

(**153**) $x = 0$, $x = \frac{1}{3}$

(**154**) $x = 0$, $x = -\frac{3}{5}$

(**155**) $x = -1$, $x = 0$

(**156**) $x = -3$, $x = 1$

(**157**) $x = -2$, $x = 6$

(**158**) $x = \frac{2}{5}$, $x = 2$

(**159**) $x = 1$, $x = 4$

(**160**) $x = 7$, $x = 8$

(**161**) $x = -4$, $x = 2$

(**162**) $x = -4$, $x = -3$

(**163**) $x = -5$, $x = 5$

(**164**) $x = -100$, $x = 100$

(**165**) $x = -1$, $x = 1$

(**166**) $x = -9$, $x = 9$

(**167**) $x = -2$, $x = 0$

(**168**) $x = -22$, $x = 0$

(**169**) $x = -11$, $x = 0$

(**170**) $x = -\frac{1}{9}$, $x = 0$

(**171**) $x = 1$, $x = -2$

(**172**) $x = -\frac{3}{2}$

(**173**) $x = 2$, $x = -2$

(**174**) $x = 0$, $x = 2$

(**175**) $x = -5$, $x = 0$

(**176**) $x = 1$, $x = -3$

(**177**) $x = 5$, $x = -6$

(**178**) $x = 2$, $x = -3$

(**179**) $x = 5$, $x = -2$

(**180**) $x = 12$, $x = 13$

(**181**) $x = 2$

(**182**) $x(x+3) = 40$, $5cm$

(**183**) 14 i 16

(**184**) 10, 11 i 12

(**185**) $k = 0$, $k = 4$

(**186**) $3m$

(**187**) $22cm$ i $26cm$

(**188**) $m = -8$

(**189**) $c = 4, x = 2$ i
$c = -4, x = -2$

(**190**) $x^2 - 2x - 15 = 0$

(**191**) $2x^2 + 6x - 36 = 0$

(**192**) $-4x^2 - 20x + 56 = 0$

(**193**) $x = 13$, $x = -9$

(**194**) 11 i 121

(**195**) 13 i 14

(**196**) 5 i 6

(**197**) $x^2 + 5x - 50$

(**198**) $y_1 \longrightarrow$ $x = 2$ i $x = 4$
$y_2 \longrightarrow$ $x =$ -1 i $x = 5$
$y_3 \longrightarrow$ No té solució

# Capítol 7

# Polinomis

## 7.1 Monomis

S'anomena **monomi** l'expressió algèbrica resultant de multiplicar diversos termes algèbrics, com per exemple:

$$a \cdot b = ab \quad x \cdot x \cdot y = x^2y \quad p \cdot q \cdot q \cdot q \cdot r = pq^3r$$

Un monomi pot tenir també un nombre multiplicat, **el coeficient**. El coeficient s'acostuma a escriure al principi del monomi.

$$2 \cdot a \cdot b = 2ab \qquad 15 \cdot x \cdot x \cdot y = 15x^2y \qquad 5p \cdot q \cdot q \cdot q \cdot r = 5pq^3r$$

S'anomena **grau** d'un monomi a la suma de potències de tots els termes algèbrics del monomi. Per exemple, el grau de $3x^2y^3$ és 5.

### 7.1.1 Suma de Monomis

Només es poden sumar o restar aquells monomis que tenen els mateixos termes algèbrics (les mateixes lletres). En aquest cas es conserven els termes algèbrics i es sumen o resten els nombres dels monomis. Per exemple:

$$3x^2 - 2x + 4x^2 + 3x = 7x^2 + x \qquad 3pqr - 2pqr + 5pqr = 6pqr$$

$$5x^4 + 12x^4 = 17x^4 \qquad (2x^3 - 7x + 9) - (4x^3 + 2x^2 + 5x - 1) = -2x^3 - 2x^2 - 12x + 10$$

Simplifica, calcula tant com puguis les següents sumes de monomis i digues el grau de cada monomi:

**(1)** $4x^2 + 3yx - 5xy - 6x^2$

**(2)** $5x + 2y - 2x$

**(3)** $3x^2 - 12x^2 - 4x^2 + 8x^2$

**(4)** $7y + 2y$

**(5)** $2x - 7x$

**(6)** $9a - 12a$

**(7)** $2r + 7r + 3r$

**(8)** $9x - 3x + y$

**(9)** $4x^3yz - 3xy^2 - 4xy^2$

**(10)** $7x^3yz - 7x^3yz + xyz$

**(11)** $2x^2y - 7x^2y$

**(12)** $4xyz + 8xyz - 5xyz$

**(13)** $9a^3b - 3a^3b$

**(14)** $2a - b + 2c + 7d - 6a - 3b + 5c - 3b + 5a + 2b$

**(15)** $2x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x^3 + 4x^2 + 3x^4$

**(16)** $3x^2 - 5x^2 + 2x^2$

**(17)** $4a^3b - 3a^3b + 5a^3b$

**(18)** $7ab^2 + 4ab^2$

**(19)** $3x^2 + 3x^2 + 3x^2$

**(20)** $x^2 - 4x^3 + 2x - 3x^3 + 5x^2 + 8x$

**(21)** $x^4 - 3x^2 + 3x^4 + 3x^2 - 8x^4$

**(22)** $x^3 - 4x^3 - 2x + 4x + 3x - x^3$

**(23)** $x^2 + 8 - 3x^2 - 7 - 5 - 9 + 5x^2$

**(24)** $x^5 - 2x^2 + 4x^5 + x^2 - 3x^5 + x^2$

**(25)** $3a + 4b - 5a + 3a - 9b - 3b$

**(26)** $4a + 3b + 3b + 4b + 5a + 2a$

**(27)** $-5a - 3b + 2a - 7b + 2a - 3a + 6b$

**(28)** $x^3 - 5x^3 - 2x^3 + x - 3x - 5x^3$

### 7.1.2 Multiplicació de Monomis

Per multiplicar monomis, només cal descomposar els monomis en els seus termes algèbrics, i fer el monomi resultant de multiplicar tots els termes. El coeficient de nou monomi és la multiplicació dels coeficients:

$$xy^2 \cdot 2x \cdot 3y^3 = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y = 6x^2y^5 \qquad 3x^4 \cdot 5x^7 = 3 \cdot 5 \cdot x^{4+7} = 15x^{11}$$

Simplificant, es multipliquen els termes que tenen la mateixa base, seguint les regles de multiplicació de potències.

Calcula els següents productes de monomis i digues el grau del monomi resultant:

**(29)** $6x \cdot 2x$

**(30)** $3a^2 \cdot 6a$

**(31)** $4x \cdot 6x$

**(32)** $3x^2 \cdot 2x^3$

**(33)** $5a^2 \cdot 6a^3$

**(34)** $3abba$

**(35)** $x^2 \cdot x^3 \cdot x \cdot x^2$

**(36)** $3xy \cdot 2xy^2$

**(37)** $a^3b^2c \cdot ab^2c$

**(38)** $3x^2 \cdot 6x^3$

**(39)** $2x \cdot 3y \cdot 8x \cdot 5y$

**(40)** $3x \cdot 2y \cdot 4x$

**(41)** $5x^2 \cdot 3y^3 \cdot 2x^3 \cdot y$

**(42)** $(3x)^2 \cdot 9x$

**(43)** $x^4 \cdot 4x^3$

**(44)** $5x^2 \cdot 7x^5 \cdot x$

**(45)** $x \cdot (x^2)^3$

**(46)** $3x \cdot 7x^6$

**(47)** $x^7 \cdot 3x^9$

**(48)** $4x^3 \cdot 3x^2 \cdot 12x^4$

**(49)** $\left(\left(2x^4\right)^2\right)^3$

**(50)** $(2x^4)^3 \cdot (3x)^3$

**(51)** $x^3 \cdot (x^2)^4 \cdot x^2$

**(52)** $8x^3y^2 \cdot 7x^4y^2$

## 7.2 Polinomis

Un **polinomi** és una expressió algebraica formada per la suma de diversos monomis, anomenats termes del polinomi. El cas concret d'un polinomi amb dos termes s'anomena **binomi**. Són polinomis:

$$3x^5 + 4x^2 - 6x + 7 \qquad x^2 + 4x + 4 \qquad 3x^3 - 2x^2 + 9x - 15$$

S'anomena **grau** d'un polinomi a la potència més gran de tots els monomis que formen el polinomi. Per exemple, el polinomi $6x^4 - 3x^2 + 7x - 5$ té grau 4.

### 7.2.1 Suma de Polinomis

Siguin els polinomis

$$P(x) = x^2 + 2x + 3 \qquad R(x) = 2x^2 - 3x + 1 \qquad Q(x) = 3x^3 - x^2 - 5$$

$$G(x) = x^5 - 4x^3 + 2x^2 + 1 \qquad H(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 - 2 \qquad S(x) = x^4 - 3x^2 + 5x - 3$$

$$T(x) = 2x^3 - x^2 + 7 \qquad U(x) = 5x^5 + 3x^3 - 2x \qquad V(x) = 3x^4 - 2x^2 - 6$$

calcula les següents operacions:

**(53)** $P(x) + R(x)$

**(54)** $P(x) + Q(x)$

**(55)** $R(x) + Q(x)$

**(56)** $P(x) + Q(x) + R(x)$

**(57)** $P(x) - R(x)$

**(58)** $P(x) - Q(x)$

**(59)** $R(x) - Q(x)$

**(60)** $2G(x) - 3H(x)$

**(61)** $3G(x) + H(x)$

**(62)** $S(x) + T(x)$

**(63)** $S(x) + U(x)$

**(64)** $S(x) + V(x)$

**(65)** $S(x) - T(x)$

**(66)** $U(x) - T(x)$

**(67)** $V(x) - S(x)$

**(68)** $2S(x) - 3T(x)$

**(69)** $S(x) + T(x) + U(x)$

**(70)** $T(x) + U(x) + V(x)$

**(71)** $2S(x) + 5U(x)$

**(72)** $3S(x) - V(x) - 7T(x)$

**(73)** $6T(x) - 4U(x) - 2S(x)$

**(74)** $7V(x) - 6T(x) - 21S(x)$

### 7.2.2 Productes Notables

| | | |
|---|---|---|
| $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ | $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ | $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ |

Comprovem les igualtats amb les demostracions:

$$(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a+b) = a^2+ab+ba+b^2 = a^2+2ab+b^2 \qquad (a-b)^2 = a^2-ab-ba+b^2 = a^2-2ab+b^2$$

$$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$$

I veiem uns exemples de com es desenvolupa amb polinomis:

$$(x^3+4)^2 = (x^3)^2 + 2\cdot x^3\cdot 4 + 4^2 = x^6 + 8x^3 + 16 \qquad (x^3-4)^2 = (x^3)^2 - 2\cdot x^3\cdot 4 + 4^2 = x^6 - 8x^3 + 16$$

$$(x^3+4)(x^3-4) = (x^3)^2 - 4^2 = x^6 - 16$$

Calcula les següents multiplicacions utilitzant, quan es pugui, les fórmules del requadre anterior.

**(75)** $(x+2)^2$

**(76)** $(x-3)^2$

**(77)** $(x+1)(x-1))$

**(78)** $(x+2)(x-2)$

**(79)** $(x+3)(3-x)$

**(80)** $(2x+5)(2x-5)$

**(81)** $(x+7)^2$

**(82)** $(2x+1)(2x+1)$

**(83)** $(x-5)^2$

**(84)** $(4x+2)^2$

**(85)** $(x-6)^2$

**(86)** $(2x+3)^2$

**(87)** $(x-3)(x+1)$

**(88)** $(3x-1)^2$

**(89)** $(x+9)(x-9)$

**(90)** $(x+10)^2$

### 7.2.3 Multiplicació de polinomis

Per exemple:

$$(2x^3-3)\cdot(x^4+6x) = 2x^7 + 12x^4 - 3x^4 - 18x = 2x^7 + 9x^4 - 18x$$

Calcula les següents multiplicacions

**(91)** $(x^2-2x+1)\cdot(x-3)$

**(92)** $(2x^2-3x+4)\cdot(2x-3)$

**(93)** $(x^3-2x^2+4)\cdot(-x^2+5)$

**(94)** $(6x^6-x^3+4)\cdot(-2x^3+7)$

**(95)** $(-2x^3+4x+2)\cdot(x^2-3x+1)$

**(96)** $(3x^4-2x^2+3)\cdot(2x^2+5x-7)$

**(97)** $(7x^3+3x-2)\cdot(2x^2-3x+6)$

**(98)** $(6x^3+2x^2-2)\cdot(x-4)$

**(99)** $(7x^4-3x^2+4)\cdot(2x+1)$

**(100)** $(6x^3+2x^2+4x)\cdot(x-3)$

**(101)** $(x-2)^2\cdot(x+1)$

**(102)** $(x-2)\cdot(x+3)\cdot(x+5)$

**(103)** $(3x^5-2x^2+4x+3)\cdot(x+2)$

**(104)** $(3x^5-2x^4+3x+7)\cdot(x-4)$

**(105)** $(6x^4-3x+7)\cdot(x-5)$

**(106)** $(2x^5-8x+3)\cdot(x-7)$

**(107)** $(x-4)\cdot(x+4)\cdot(x+2)\cdot(x-2)$

**(108)** $(x^7-3x^5+x^3-8)\cdot(x+3)$

**(109)** $(x^5-3x^2+4)\cdot(x^3-5x^2-3)$

**(110)** $(x^4-2x^2+3x-2)\cdot(x^4-x^2+3)$

**(111)** $(x^2-2x+4)\cdot(x^2+2x+4)$

**(112)** $(x^{120}-4x^6+x^2)\cdot(x^2-2x+4)$

### 7.2.4 Divisió de polinomis

Veiem un exemple de divisió de monomi:

$$12x^9 : 3x^7 = \frac{12}{3}x^{9-7} = 4x^2$$

I si ara fem la divisió d'un polinomi per un altre polinomi, $(2x^3 - 5x + 3) : (x^2 - 2x)$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
2x^3 & & -5x & +3 & x^2 - 2x \\ \cline{5-5}
\underline{-2x^3} & \underline{+4x^2} & & & -2x + 4 \\
0 & +4x^2 & -5x & & \\
 & \underline{-4x^2} & \underline{+8x} & & \\
 & 0 & +3x & +3 & 
\end{array}
$$

Calcula les següents divisions

**(113)** $(4x^3 - 12x^2 + 17x - 12) : (2x^2 - 3x + 4)$

**(114)** $(x^3 - 5x^2 + 7x - 3) : (x^2 - 2x + 1)$

**(115)** $(-x^5 + 2x^4 + 5x^3 - 14x^2 + 20) : (x^3 - 2x^2 + 4)$

**(116)** $(-12x^9 + 44x^6 - 15x^3 + 28) : (6x^6 - x^3 + 4)$

**(117)** $(-2x^5 + 6x^4 + 2x^3 - 10x^2 - 2x + 2) : (x^2 - 3x + 1)$

**(118)** $(6x^6 + 15x^5 - 25x^4 - 10x^3 + 20x^2 + 15x - 21) : (3x^4 - 2x^2 + 3)$

**(119)** $(14x^5 - 21x^4 + 48x^3 - 13x^2 + 24x - 12) : (7x^3 + 3x - 2)$

**(120)** $(6x^4 - 22x^3 - 8x^2 - 2x + 8) : (6x^3 + 2x^2 - 2)$

**(121)** $(14x^5 + 7x^4 - 6x^3 - 3x^2 + 8x + 4) : (2x + 1)$

**(122)** $(6x^4 - 16x^3 - 2x^2 - 12x) : (6x^3 + 2x^2 + 4x)$

**(123)** $(x^3 - 3x^2 + 4) : (x^2 - 4x + 4)$

**(124)** $(x^3 - 3x^2 + 4) : (x + 1)$

**(125)** $(x^3 - 3x^2 + 4) : (x^2 - x - 2)$

**(126)** $(x^3 + 6x^2 - x - 30) : (x^2 + x - 6)$

**(127)** $(x^3 + 6x^2 - x - 30) : (x - 2)$

**(128)** $(x^3 + 6x^2 - x - 30) : (x + 3)$

**(129)** $(3x^6 + 6x^5 - 2x^3 + 11x + 6) : (3x^5 - 2x^2 + 4x + 3)$

**(130)** $(3x^6 - 14x^5 + 8x^4 + 3x^2 - 5x - 28) : (3x^5 - 2x^4 + 3x + 7)$

**(131)** $(6x^5 - 30x^4 - 3x^2 + 22x - 35) : (6x^4 - 3x + 7)$

**(132)** $(2x^6 - 14x^5 - 8x^2 + 59x - 21) : (x - 7)$

**(133)** $(-2x^5 + 6x^4 + 2x^3 - 10x^2 - 2x + 2) : (-2x^3 + 4x + 2)$

**(134)** $(x^5 - 2x^4 - 5x^3 + 14x^2 - 20) : (x^2 - 5)$

**(135)** $(12x^6 + 30x^5 - 50x^4 - 20x^3 + 40x^2 + 30x - 42) : (2x^2 + 5x - 7)$

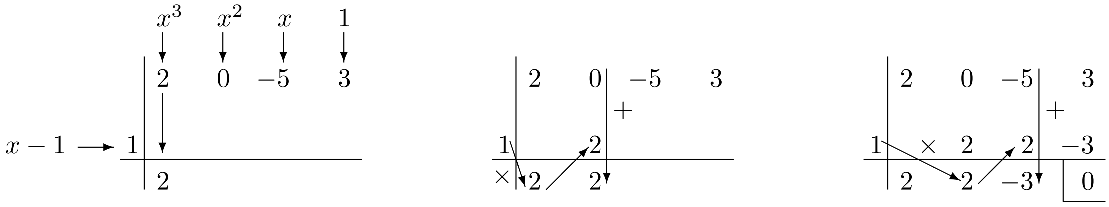
**(136)** $(x^4 - 20x^2 + 64) : (x^2 - 16)$

**(137)** $(x^8 + 3x^7 - 3x^6 - 9x^5 + x^4 + 3x^3 - 8x - 24) : (x + 3)$

**(138)** $(3x^6 + 6x^5 - 2x^3 + 11x + 6) : (x + 2)$

### 7.2.5 Mètode de Ruffini

El mètode de Ruffini ens permet fer divisions de polinomis d'una manera molt senzilla i ràpida. Només treballem amb els coeficients dels polinomis, per això és molt important la posició on col·loquem els coeficients. Tot i això, el mètode de Ruffini només ens permet dividir polinomis per monomis de grau 1 del tipus $x - a$ on $a$ és un número qualsevol.
Vegem un exemple de divisió per Ruffini. Volem dividir $(2x^3 - 5x + 3) : (x - 1)$, per això col·loquem els coeficients segons on toca i baixem el primer coeficient fins a baix (un 2 en aquest cas):




Després multipliquem l'1 pel primer coeficient i el posem a sota del terme següent. Sumem en vertical i posem el resultat a sota. I tornem a repetir el procés.
En aquest cas, per tant, la divisió de $(2x^3 - 5x + 3) : (x - 1)$ és el polinomi que surt de prendre com a coeficients dels monomis els termes que sorgeixen abans del 0. En aquest cas els coeficients 2 2 − 3 es converteix en el polinomi $2x^2 + 2x - 3$.

$$(2x^3 - 5x + 3) : (x - 1) = 2x^2 + 2x - 3$$

Calcula les següents divisions utilitzant el mètode Ruffini:

**(139)** $(x^3 - 5x^2 + 10x - 12) : (x - 3)$

**(140)** $(3x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2x + 7) : (x + 1)$

**(141)** $(x^2 - 9) : (x + 3)$

**(142)** $(x^2 - 9) : (x - 3)$

**(143)** $(x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 5x + 10) : (x + 2)$

**(144)** $(2x^3 - 5x^2 - 21x + 36) : (x - 4)$

**(145)** $(-2x^6 + 2x^5 + 5x^3 - 8x^2 + 3x) : (x - 1)$

**(146)** $(x^6+6x^5+15x^4+20x^3+15x^2+6x+1) : (x+1)$

**(147)** $(5x^4 + 15x^3 - 2x^2 - 3x + 9) : (x + 3)$

**(148)** $(x^4 - 11x^2 + 18) : (x - 3)$

**(149)** $(x^4 - 20x^2 + 64) : (x - 4)$

**(150)** $(2x^5 - 12x^4 + 10x^3 + 2x^2 - 10x) : (x - 5)$

**(151)** $(5x^6 + 10x^5 - 3x^4 - 6x^3 + 2x^2 + 4x) : (x + 2)$

**(152)** $(x^3 - x^2 - 8x + 12)i : (x + 3)$

**(153)** $(x^2 + 7x + 10) : (x + 5)$

**(154)** $(x^3 + x^2 - 5x - 5) : (x + 1)$

**(155)** $(2x^2 + x - 15) : (x + 3)$

**(156)** $(3x^3 - 13x^2 - 34x + 24) : (x - 6)$

Descomposa els següents polinomis en factors simples:

**(157)** $x^3 - 4x^2 - 11x + 30$

**(158)** $x^3 - 3x^2 + 4$

**(159)** $x^3 - 4x^2 - x + 4$

**(160)** $x^3 + 5x^2 - 2x - 24$

**(161)** $x^4 + 5x^3 - 25x^2 - 125x$

**(162)** $x^4 + 4x^3 - 21x^2$

**(163)** $x^3 + 6x^2 - x - 30$

**(164)** $x^4 - 10x^2 + 9$

**(165)** $x^5 + 4x^4 - 15x^3 - 18x^2$

**(166)** $x^4 - 7x^3 - 19x^2 + 103x + 210$

**(167)** $x^3 - 4x^2 - 7x + 10$

**(168)** $3x^3 - 39x - 36$

**(169)** $2x^4 - 10x^3 - 2x^2 + 10x$

**(170)** $5x^7 + 25x^5$

**(171)** $4x^5 - 4x^4 - 36x^3 + 36x^2$

**(172)** $3x^3 - 21x^2 + 48x - 36$

**(173)** $6x^4 + 30x^3 + 18x^2 - 54x$

**(174)** $4x^6 - 16x^5 + 24x^4 - 16x^3 + 4x^2$

**(175)** $2x^4 + 14x^3 + 36x^2 + 40x + 16$

**(176)** $x^5 - 9x^4 + 23x^3 + 9x^2 - 108x + 108$

**(177)** $x^3 - 5x^2 - 22x - 56$

**(178)** $7x^3 - 14x^2 - 35x + 42$

**(179)** $5x^4 - 10x^3 - 130x^2 + 300x + 1125$

**(180)** $x^6 + 9x^5 + 33x^4 + 63x^3 + 66x^2 + 36x + 8$

**(181)** $3x^6 - 18x^5 + 45x^4 - 60x^3 + 45x^2 - 18x + 3$

## 7.3 Solucions

**(1)** $-2x^2 - 2xy$

**(2)** $3x + 2y$

**(3)** $-5x^2$

**(4)** $9y$

**(5)** $-5x$

**(6)** $-3a$

**(7)** $12r$

**(8)** $6x + y$

**(9)** $4x^3yz - 7xy^2$

**(10)** $xyz$

**(11)** $-5x^2y$

**(12)** $7xyz$

**(13)** $6a^3b$

**(14)** $a - 5b + 7c + 7d$

**(15)** $5x^4 - 6x^3 + 6x^2$

**(16)** $0$

**(17)** $6a^3b$

**(18)** $11ab^2$

**(19)** $9x^2$

**(20)** $-7x^3 + 6x^2 + 10x$

**(21)** $-4x^4$

**(22)** $-4x^3 + 5x$

**(23)** $3x^2 - 13$

**(24)** $2x^5$

**(25)** $a - 8b$

**(26)** $11a + 10b$

**(27)** $-4a - 4b$

**(28)** $-11x^3 - 2x$

**(29)** $12x^2$

**(30)** $18a^3$

**(31)** $24x^2$

**(32)** $6x^5$

**(33)** $30a^5$

**(34)** $3a^2b^2$

**(35)** $x^8$

**(36)** $6x^2y^3$

**(37)** $a^4b^4c^2$

**(38)** $18x^5$

**(39)** $240x^2y^2$

**(40)** $24x^2y$

**(41)** $30x^5y^4$

**(42)** $81x^3$

**(43)** $4x^7$

**(44)** $35x^8$

**(45)** $x^7$

**(46)** $21x^7$

**(47)** $3x^{16}$

**(48)** $144x^9$

**(49)** $64x^{24}$

**(50)** $216x^{15}$

**(51)** $x^{13}$

**(52)** $56x^7y^4$

**(53)** $3x^2 - x + 4$

**(54)** $3x^3 + 2x - 2$

**(55)** $3x^3 + x^2 - 3x - 4$

**(56)** $3x^3 + 2x^2 - x - 1$

**(57)** $-x^2 + 5x + 2$

**(58)** $-3x^3 + 2x^2 + 2x + 8$

**(59)** $-3x^3 + 3x^2 - 3x + 6$

**(60)** $2x^5 - 3x^4 - 17x^3 + 7x^2 + 8$

**(61)** $3x^5 + x^4 - 9x^3 + 5x^2 + 1$

**(62)** $x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 5x + 4$

**(63)** $5x^5 + x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 3x - 3$

**(64)** $4x^4 - 5x^2 + 5x - 9$

**(65)** $x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 5x - 10$

**(66)** $5x^5 + x^3 + x^2 - 2x - 7$

**(67)** $2x^4 + x^2 - 5x - 3$

**(68)** $2x^4 - 6x^3 - 3x^2 + 10x - 27$

**(69)** $5x^5 + x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3x + 4$

**(70)** $5x^5 + 3x^4 + 5x^3 - 3x^2 - 2x + 1$

**(71)** $25x^5 + 2x^4 + 15x^3 - 6x^2 - 6$

**(72)** $-14x^3 + 15x - 52$

**(73)** $-20x^5 - 2x^4 - 2x + 48$

**(74)** $-12x^3 + 55x^2 - 105x - 21$

**(75)** $x^2 + 4x + 4$

**(76)** $x^2 - 6x + 9$

**(77)** $x^2 - 1$

**(78)** $x^2 - 4$

**(79)** $9 - x^2$

**(80)** $4x^2 - 25$

**(81)** $x^2 + 14x + 49$

**(82)** $4x^2 + 4x + 1$

**(83)** $x^2 - 10x + 25$

**(84)** $16x^2 + 16x + 4$

**(85)** $x^2 - 12x + 36$

**(86)** $4x^2 + 12x + 9$

**(87)** $x^2 - 2x - 3$

**(88)** $9x^2 - 6x + 9$

**(89)** $x^2 - 81$

**(90)** $x^2 + 20x + 100$

**(91)** $x^3 - 5x^2 + 7x - 3$

**(92)** $4x^3 - 12x^2 + 17x - 12$

**(93)** $-x^5 + 2x^4 + 5x^3 - 14x^2 + 20$

**(94)** $-12x^9 + 44x^6 - 15x^3 + 28$

**(95)** $-2x^5 + 6x^4 + 2x^3 - 10x^2 - 2x + 2$

**(96)** $6x^6+15x^5-25x^4-10x^3+20x^2+15x-21$

**(97)** $14x^5-21x^4+48x^3-13x^2+24x-12$

**(98)** $6x^4-22x^3-8x^2-2x+8$

**(99)** $14x^5+7x^4-6x^3-3x^2+8x+4$

**(100)** $6x^4-16x^3-2x^2-12x$

**(101)** $x^3-3x^2+4$

**(102)** $x^3+6x^2-x-30$

**(103)** $3x^6+6x^5-2x^3+11x+6$

**(104)** $3x^6-14x^5+8x^4+3x^2-5x-28$

**(105)** $6x^5-30x^4-3x^2+22x-35$

**(106)** $2x^6-14x^5-8x^2+59x-21$

**(107)** $x^4-20x^2+64$

**(108)** $x^8+3x^7-3x^6-9x^5+x^4+3x^3-8x-24$

**(109)** $x^8-5x^7-6x^5+15x^4+4x^3-11x^2-12$

**(110)** $x^8-3x^6+3x^5+3x^4-3x^3-4x^2+9x-6$

**(111)** $x^4+4x^2+16$

**(112)** $x^{122}-2x^{121}+4x^{120}-4x^8+8x^7-16x^6+x^4-2x^3+4x^2$

**(113)** $2x-3$

**(114)** $x-3$

**(115)** $-x^2+5$

**(116)** $-2x^3+7$

**(117)** $-2x^3+4x+2$

**(118)** $2x^2+5x-7$

**(119)** $2x^2-3x+6$

**(120)** $x-4$

**(121)** $7x^4-3x^2+4$

**(122)** $x-3$

**(123)** $x+1$

**(124)** $x^2-4x+4$

**(125)** $x-2$

**(126)** $x+5$

**(127)** $x^2+8x+15$

**(128)** $x^2+3x-10$

**(129)** $x+2$

**(130)** $x-4$

**(131)** $x-5$

**(132)** $2x^5-8x+3$

**(133)** $x^2-3x+1$

**(134)** $x^3-2x^2+4$

**(135)** $6x^4-4x^2+6$

**(136)** $x^2-4$

**(137)** $x^7-3x^5+x^3-8$

**(138)** $3x^5-2x^2+4x+3$

**(139)** $x^2-2x+4$

**(140)** $3x^3-5x+7$

**(141)** $x-3$

**(142)** $x+3$

**(143)** $x^4-2x^2+5$

**(144)** $2x^2+3x-9$

**(145)** $-2x^5+5x^2-3x$

**(146)** $x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$

**(147)** $5x^3-2x+3$

**(148)** $x^3+3x^2-2x-6$

**(149)** $x^3+4x^2-4x-16$

**(150)** $2x^4-2x^3+2x$

**(151)** $5x^5-3x^3+2x$

**(152)** $x^2-4x+4$

**(153)** $x+2$

**(154)** $x^2-5$

**(155)** $2x-5$

**(156)** $3x^2+5x-4$

**(157)** $(x-2)(x+3)(x-5)$

**(158)** $(x-2)^2(x+1)$

**(159)** $(x-1)(x+1)(x-4)$

**(160)** $(x-2)(x+3)(x+4)$

**(161)** $(x-5)(x+5)^2x$

**(162)** $(x-3)(x+7)x^2$

**(163)** $(x-2)(x+3)(x+5)$

**(164)** $(x-1)(x+1)(x-3)(x+3)$

**(165)** $(x+1)x^2(x-3)(x+6)$

**(166)** $(x-7)(x+2)(x-5)(x+3)$

**(167)** $(x-1)(x+2)(x-5)$

**(168)** $3(x-4)(x+3)(x+1)$

**(169)** $2(x-5)(x+1)(x-1)x$

**(170)** $5x^3(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$

**(171)** $4(x-1)(x+3)(x-3)x^2$

**(172)** $3(x-2)^2(x-3)$

**(173)** $6(x+3)^2(x-1)x$

**(174)** $4(x-1)^4x^2$

**(175)** $2(x+2)^3(x+1)$

**(176)** $(x-3)^3(x^2-4)$

**(177)** $(x-2)(x+4)x-7)$

**(178)** $7(x-1)(x+2)(x-3)$

**(179)** $5(x+3)^2(x-5)^2$

**(180)** $(x-2)^3(x+1)^3$

**(181)** $3(x-1)^6$

# Capítol 8

# Geometria

## 8.1 Acotació

Acotar és definir les dimensions d'una figura. Per aconseguir-ho, podem fer servir diferents tipus de cotes i mètodes, però el que cal recordar, és que s'ha de poder conèixer totes les dimensions de la figura.

### 8.1.1 Exercicis

**(1)** Acota les figures que es mostren a la Figura 8.1. Tingues present utilitzar la cota i la unitat més apropiada, el mil·límetre.

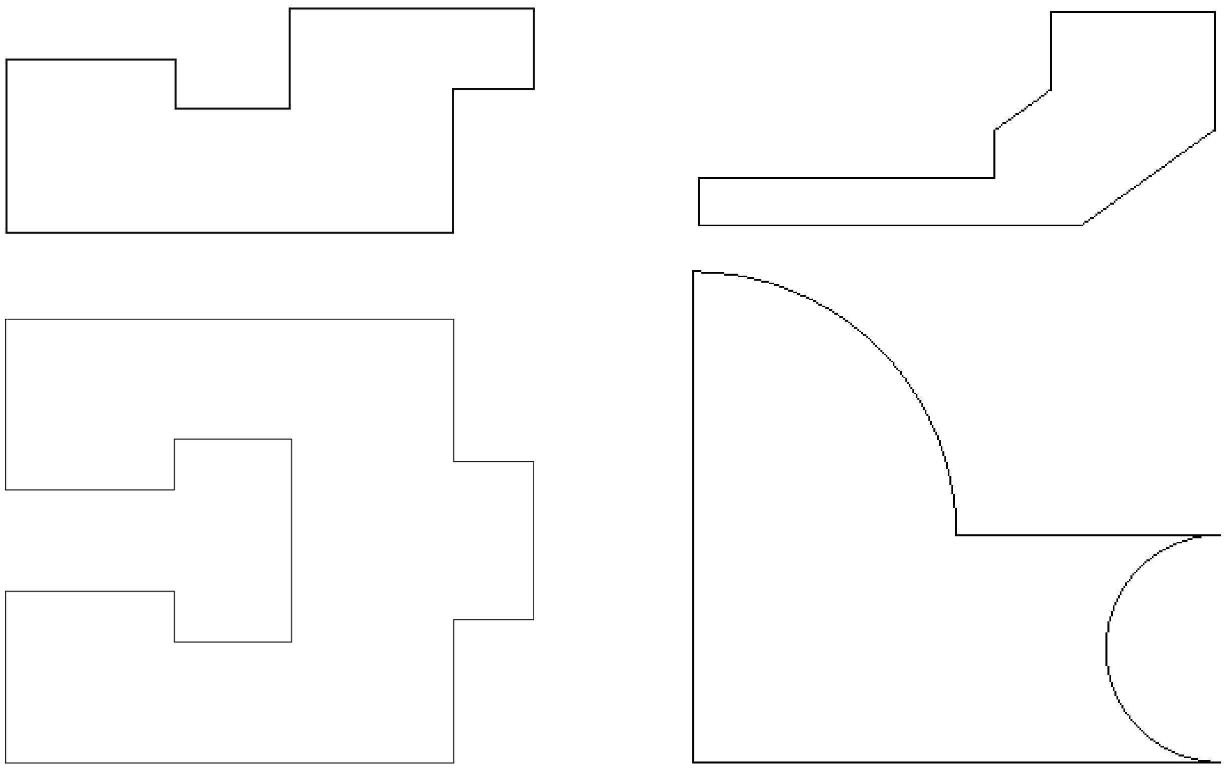


Figura 8.1: Acotació lineal i radial

**(2)** Acota les figures que es mostren a la Figura 8.2. Veuràs que es repeteixen dues vegades, ja que el que es vol és que les acotis de dos formes diferents, si es pot.

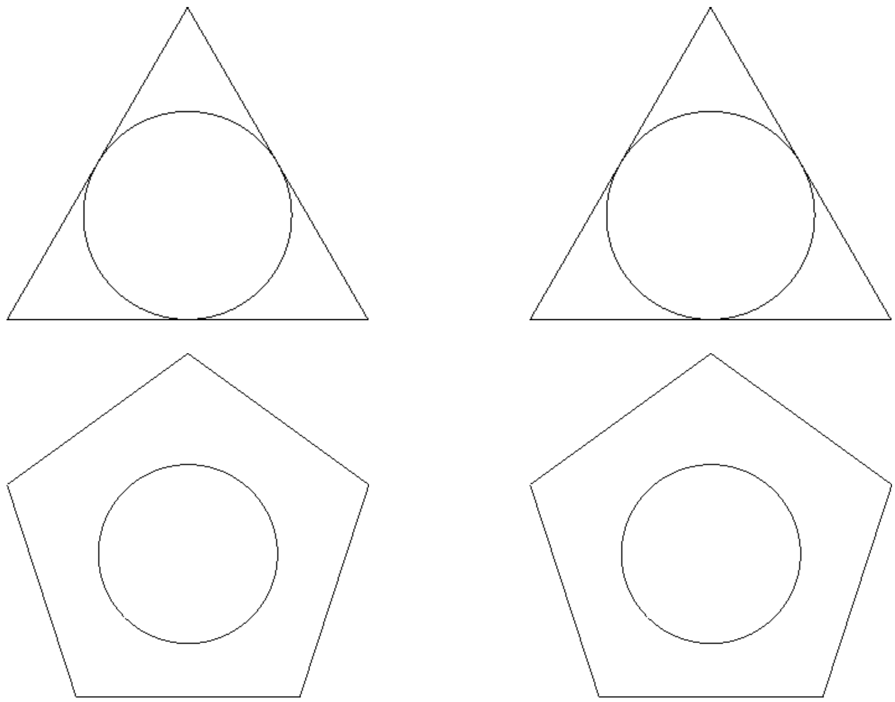


Figura 8.2: Acotació de poligons regulars

## 8.2 Vistes: alçat, planta i perfil

Quan parlem de les vistes d'un cos, estem parlant de visualitzar aquest cos desde diferents punts de referència. Una possibilitat de veure un cos desde diferents punts de referència, seria visualitzar-lo desde el davant, desde el costat i desde adalt (vista d'ocell). Això mateix dit en paraules tècniques, és el que es coneix com a alçat, perfil i planta d'un cos.
Cal recordar que quan dibuixem les diferents vistes d'un cos, el que fem girar és el propi cos, no som pas nosaltres els que ens movem per veure'l desde diferents perspectives.
La posició que ocupa cada una de les vistes o representacions en el paper, acostuma a ser la del alçat al centre, el perfil just a l'esquerra o la dreta de l'alçat (en funció de si representem el perfil dret o l'esquerra del cos) i la planta per sota de l'alçat.

### 8.2.1 Exercicis

(**3**) Completa les vistes dels cossos que es mostren a la Figura 8.3. A la primera hi hauràs de completar la planta i a la segona el perfil. Veuràs que hi ha dibuixades les línies de referència de les arestes que es veuen en les diferents vistes, aprofita-les per dibuixar les arestes en aquelles vistes que siguin visibles.

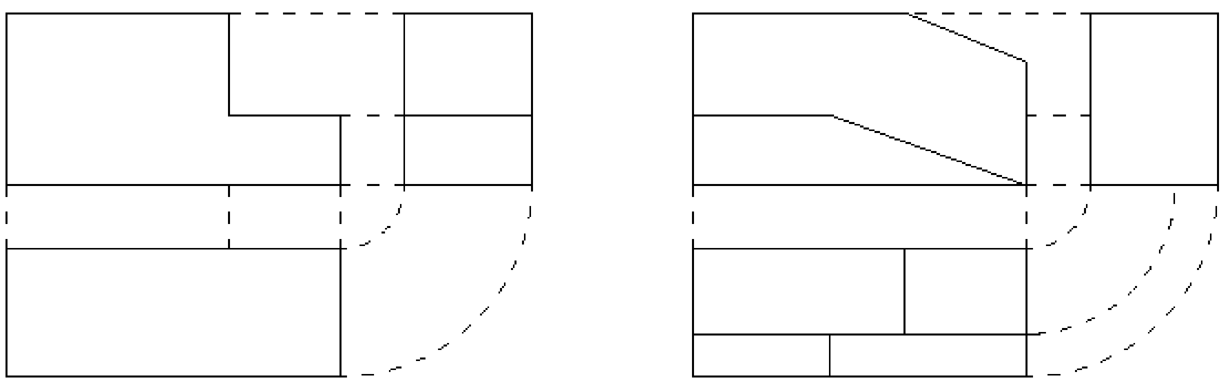


Figura 8.3: Alçat, planta i perfil

## 8.3 Representació en escala

La representació en escala, és molt útil quan s'ha de dibuixar elements molt grans o molt petits, dels quals volem conservar amb fidelitat la proporció de totes les seves mides. Ens serà d'utilitat per tant, quan volguem dibuixar la planta d'un pis o la secció d'una cèl·lula.

Una escala expressada com 1:2, ens està dient que cada unitat de dibuix que hi ha al paper, són dos unitats a la realitat. Dit d'una altra manera, ens diu que el que hi ha dibuixat és la meitat de gran del que és en la realitat. Mentre que una escala 10:1, ens diu que el que hi ha dibuixat, és 10 vegades més gran del que és a la realitat, o altrament dit a escala real.

### 8.3.1 Exercicis

(**4**) Contesta a les següents preguntes:

(a) A quina escala hem de dibuixar si volem reduir 5 vegades el tamany real del que dibuixem?

(b) A quina escala hem de dibuixar si volem reduir a la cinquantena part el que dibuixem?

(c) I si ho volem fer 25 vegades més gran?

(d) A quina escala dibuixaries la planta de l'aula, si sabem que aproximadament fa 8m de llarg per 5m d'ample, si la vols dibuixar-la sobre un DIN-A4 que fa 297mm de llarg per 210mm d'ample?

(e) A quina escala dibuixaries una bicicleta dins un DIN-A4?

(f) A quina escala dibuixaries un autobús dins un DIN-A4?

(g) I una cèl·lula que fa uns $10\mu$m de diàmetre?

(**5**) A la Figura 8.4 has vist dibuixada les plantes d'un pis a diferents escales. Creus que són correctes aquestes escales?

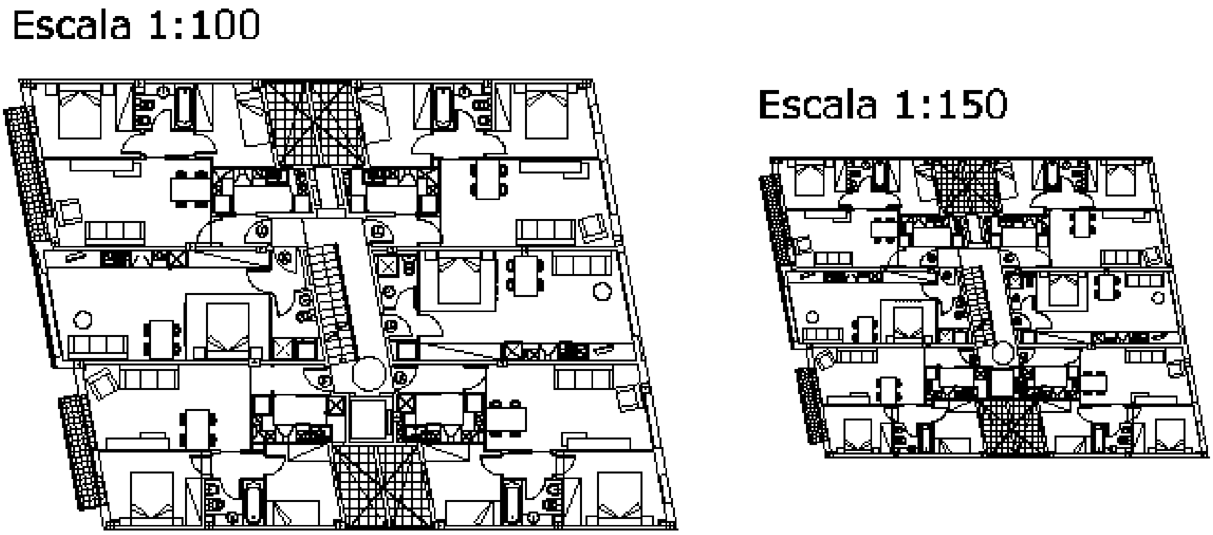



Figura 8.4: Representació en diferents escales de la planta d'un pis

(**6**) El que es vol, és que dibuixis a l'escala indicada el detall del lavabo representat a la Figura 8.5.

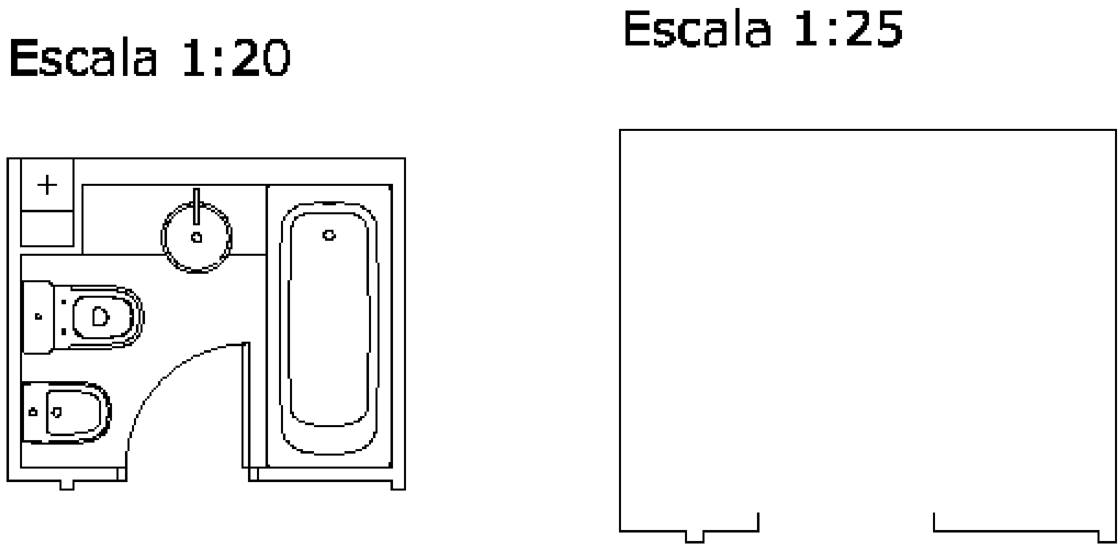



Figura 8.5: Detall per a representar en diferents escales un espai del pis

## 8.4 Mesures d'angles i temps

En aquesta secció veurem la relació que existeix entre les mesures d'angles i de temps. Tant la magnitud angular com la temporal, es relacionen per un mateixa escala, que es diu Hexadecimal. A continuació a través dels exercicis es veurà com les unitats de les dues magnituds estan relacionades per factors de 60.

### 8.4.1 Exercicis

(**7**) Contesta a les següents preguntes sobre mesures de magnitud temporal:

(a) Quants minuts representen 3h?
(b) Quants segons representen 1h 23'?
(c) Quants minuts i segons representen 7,31h?
(d) Explica com has calculat el nombre de segons de l'apartat anterior.
(e) Calcula i explica com calcularies el nombre d'hores, minuts i segons que hi ha en 3,745 dies.
(f) Quants minuts, representen 360"?
(g) Quantes hores i minuts, representen 195'?
(h) Quants minuts i segons representen 2563"?
(i) Explica com has calculat la quantitat de segons de l'apartat anterior.
(j) Calcula i explica com calcularies el nombre dies, hores, minuts i segons que hi ha en 910357".

(**8**) Contesta a les següents preguntes sobre mesures de magnitud angular:

(a) Quants minuts representen $15^{o}$?
(b) Quants segons representen $1^{o}$ 23'?
(c) Quants minuts i segons representen $7{,}30^{o}$?
(d) Explica com has calculat el nombre de segons de l'apartat anterior.
(e) Calcula i explica com calcularies el nombre d'hores, minuts i segons que hi ha en 3,745 voltes. Tingues en compte que una volta equival a $360^{o}$.
(f) Quants minuts, representen 720"?

(g) Quantes graus i minuts, representen 295'?

(h) Quants minuts i segons representen 2463"?

(i) Explica com has calculat la quantitat de segons de l'apartat anterior.

(j) Calcula i explica com calcularies el nombre de voltes, graus, minuts i segons que hi ha en 5710357".

(**9**) Realitza les següents operacions aritmètiques:

(a) 3' 36" + 14' 52"
(b) 35' 6" + 47' 57"
(c) 23' 26" + 144' 52"
(d) 122' 31" + 14' 12"
(e) 31' 16" - 17' 22"
(f) 133' 39" - 14' 52"
(g) 321' 36" - 144' 12"
(h) 553' 36" - 177' 36"
(i) (3' 36")·4
(j) (7' 32")·4
(k) (113' 12")·3
(l) (53' 6")·5
(m) (3' 36")÷4
(n) (30' 30")÷3
(o) (73' 16")÷4
(p) (33' 42")÷3

## 8.5 Poligons i diagonals

Definim polígon (del grec, "molts angles") com una figura geomètrica plana formada per un nombre finit de segments lineals seqüencials. Cada un d'aquests segments és un costat, i cada un dels punts on s'uneixen dos costats és un vèrtex.
I definim diagonal com al segment que uneix dos vèrtex no consecutius.

### 8.5.1 Exercicis

(**10**) Completa la informació que es demana en cada un dels polígons de la Figura 8.5.1, i al finalitzar intenta trobar una relació entre el nombre de costats de cada polígon i el nombre de diagonals.

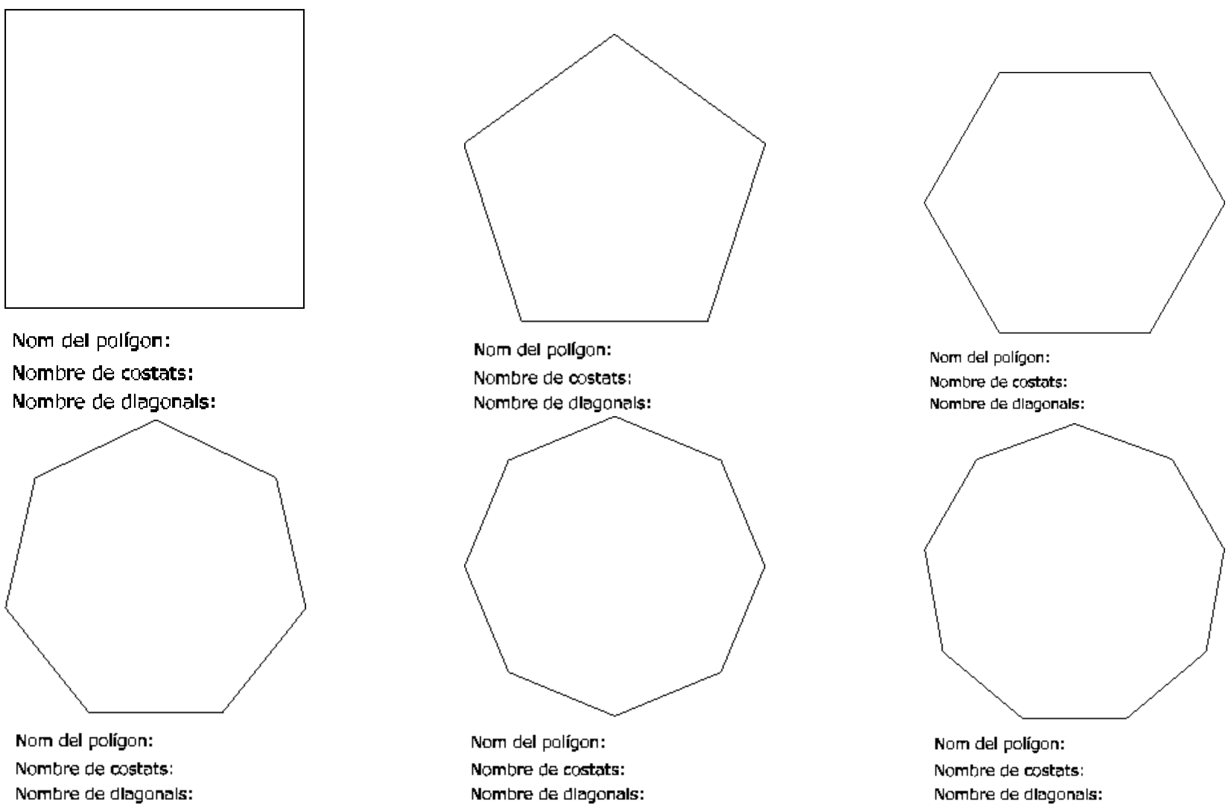
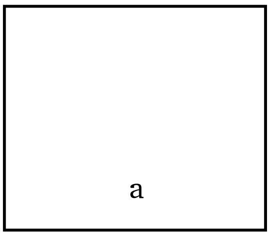
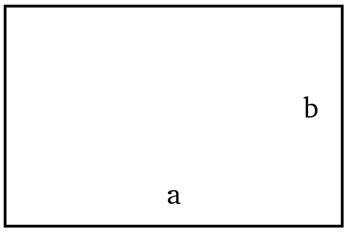



Figura 8.6: Quadrat i Pentagon

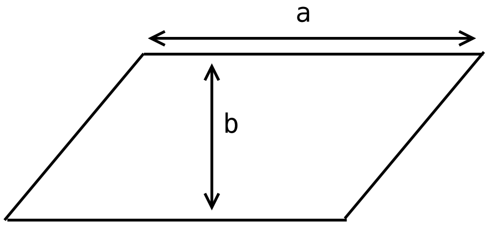
## 8.6 Fòrmules pel càlcul d'àrees de figures planes



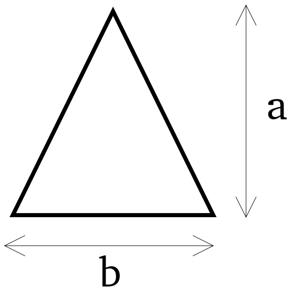

$A = a \cdot a = a^2$



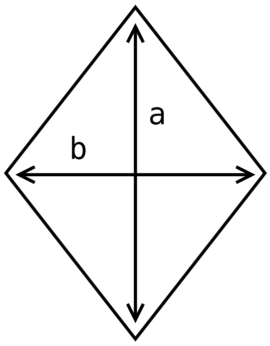

$A = a \cdot b$



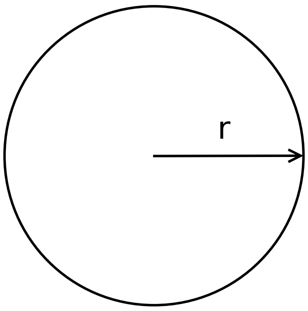

$A = a \cdot b$



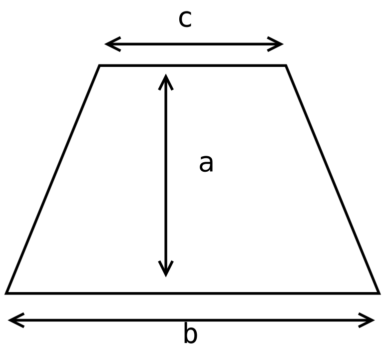

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$




$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$




$A = \pi \cdot r^2$




$$A = \frac{a \cdot (b + c)}{2}$$

## 8.7 Càlcul d'àrees de figures planes

**(11)** Considera el següent quadrat ($Q$), rectangle ($R$) i triangle ($T$):
Construeix amb regle a la llibreta les següents figures

(a) $Q$ amb $a = 7cm$

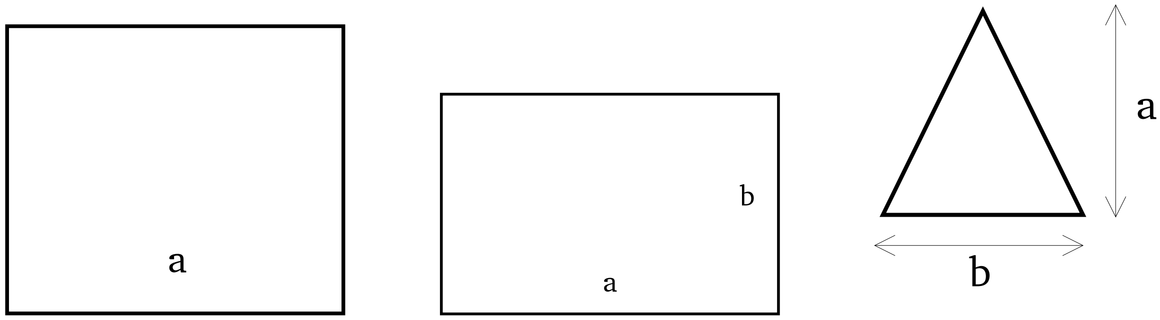
(b) $R$ amb $a = 8cm$ i $b = 1dm$

(c) $T$ amb $a = 37mm$ i $b = 8.5cm$

(d) $Q$ amb $a = 13cm$

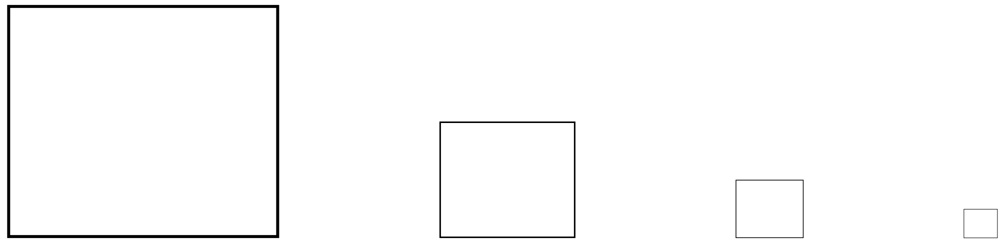
(e) $R$ amb $a = 8cm$ i $b = 13mm$

(f) $T$ amb $a = 1.3dm$ i $b = 80mm$




> **ESCALA**
>
> A vegades ens cal representar plànols, terrenys, figures o peces que tenen mides molt grans i no ens hi caben en el full. Per això les representem més petites a **escala**.

Els següents quadrats són el mateix però representats a escales diferents. El primer quadrat és l'original, per tant, direm que l'escala és 1:1. Les mides del segon són la meitat de l'original, per tant, direm que l'escala és 1:2. El tercer està a escala 1:3 i, finalment, l'últim està a escala 1:4.



(**12**) Construeix amb regle a la llibreta les següents figures, aquest cop, utilitzant l'escala que et calgui perquè les figures són molt grans:

(a) $Q$ amb $a = 4Km$
(b) $R$ amb $a = 5m$ i $b = 2dam$
(c) $T$ amb $a = 32Hm$ i $b = 9.5m$
(d) $Q$ amb $a = 11Hm$
(e) $R$ amb $a = 6m$ i $b = 10dam$
(f) $T$ amb $a = 1.3m$ i $b = 80dm$

(**13**) Utilitzant les figures del primer exercici calcula l'àrea del:

(a) $Q$ amb $a = 3dm$
(b) $R$ amb $a = 5cm$ i $b = 7dm$
(c) $T$ amb $a = 7Km$ i $b = 8hm$
(d) $Q$ amb $a = 13m$
(e) $R$ amb $a = 8cm$ i $b = 13mm$
(f) $T$ amb $a = 3Dm$ i $b = 80m$

(**14**) Calcula l'àrea d'un rombe sabent que les seves diagonals mesuren $24cm$ i $32cm$ respectivament.

(**15**) Calcula la superfície d'una moneda de $2cm$ de radi.

(**16**) Les bases d'un trapezi mesuren $12cm$ i $8cm$ respectivament, i la seva altura és de $6cm$. Calcula l'àrea del trapezi.

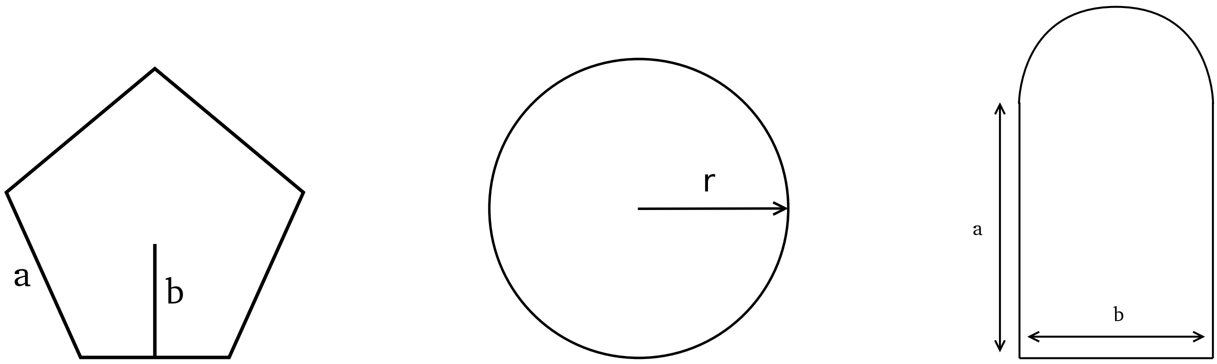
(**17**) Calcula l'àrea d'una plaça rodona sabent que si vas d'una banda a l'altra passant pel centre has de caminar $42m$.

**(18)** El 3 de Juliol del 2003 a Gimnenells (Lleida) un grup de la Plataforma Transgènics Fora va cremar un camp que estava cultivat per blat de moro. El camp tenia forma rectangular i feia $680m$ de llargada per $400m$ d'amplada. Aquestes persones van cremar el camp perquè estava plantat amb llavors genèticament modificades. Quina superfície del camp va ser cremada?

**(19)** Tenim una eina anomenada grimpadora que ens serveix per poder grimpar un cable de xarxa. Ens permet posar els connectors de xarxa d'ordinador a cada banda del cable. La base dels connectors tenen forma rectangular i tenen una mida molt petita, fan $0.5cm$ de llargada per $2mm$ d'amplada. Quina és la seva àrea?

**(20)** Un camp de forma rectangular, on es cultiva espelta per fer pa i alimentar un ramat de vaques que produeix carn ecològica, fa de perímetre $780m$. Si la diferència entre la llargada i l'amplada és de $100m$, calcula la superfície del camp.

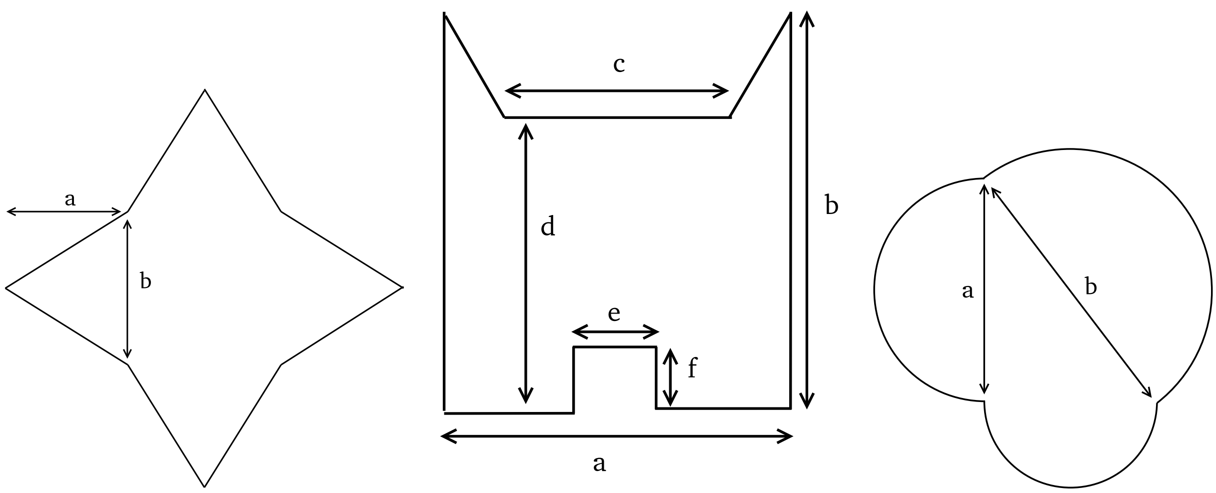
**(21)** Considera el següent pentàgon ($P$), el cercle ($\bigcirc$) i la $3^a$ figura:




Calcula l'àrea del:

(a) $P$ amb $a = 2dm$ i $b = 14cm$
(b) $P$ amb $a = 1.2cm$ i $b = 8mm$
(c) $\bigcirc$ amb $r = 8m$
(d) $\bigcirc$ amb $r = 12cm$
(e) $3^a$ figura amb $a = 17cm$ i $b = 6cm$
(f) $3^a$ figura amb $a = 19dm$ i $b = 10cm$

**(22)** Considera l'estrella ($\star$), el cap de gat $G$ i la $3^a$ figura següents:




Calcula l'àrea de la:

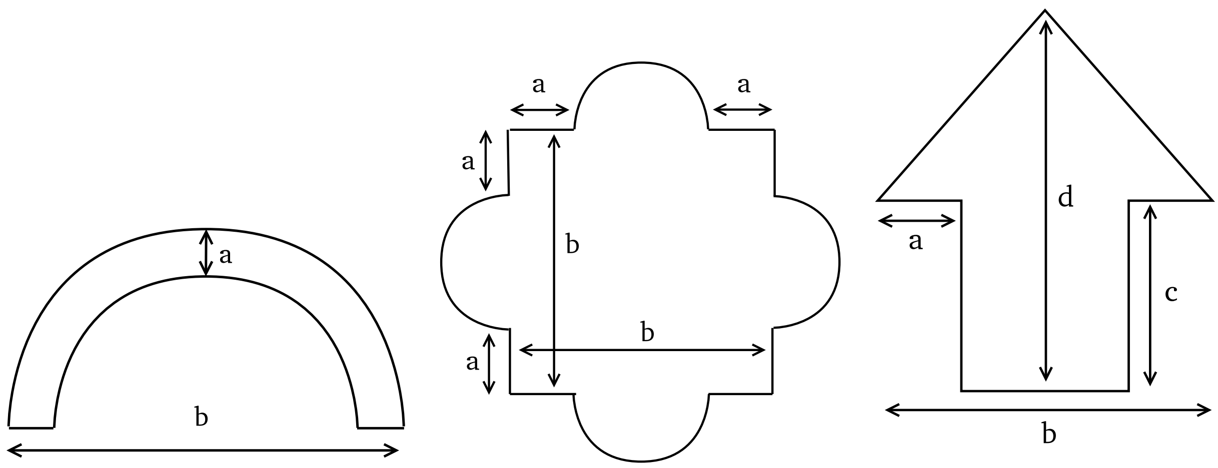
(a) $\star$ amb $a = 2dm$ i $b = 1.5m$
(b) $\star$ amb $a = 1.2dm$ i $b = 0.35m$
(c) $G$ amb $a = 4hm$, $b = 25Dm$, $c = 3hm$, $d = 19Dm$, $e = 3Dm$ i $f = 2Dm$.

(d) $G$ amb $a = 3cm$, $b = 20mm$, $c = 2cm$, $d = 15mm$, $e = 5mm$ i $f = 3mm$.

(e) $3^a$ figura amb $a = 12cm$ i $b = 2dm$

(f) $3^a$ figura amb $a = 48dm$ i $b = 8m$

**(23)** Considera el pont ($\bigcap$), la peça de puzzle (Ç) i la fletxa ($\Uparrow$) següents:




Calcula l'àrea del:

(a) $\bigcap$ amb $a = 2m$ i $b = 16m$

(b) $\bigcap$ amb $a = 1.2dm$ i $b = 0.36m$

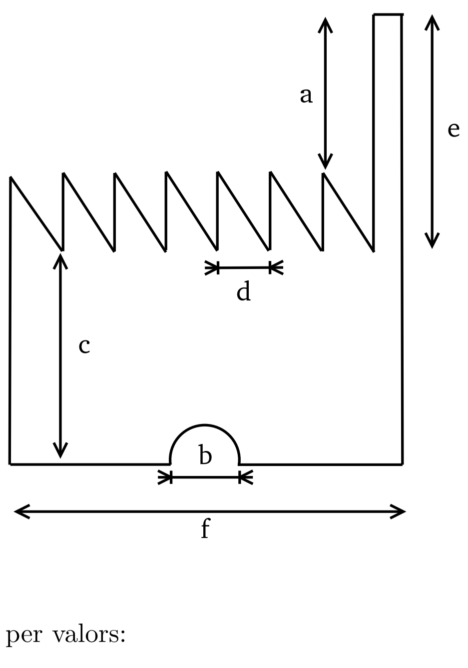
(c) Ç amb $a = 4hm$ i $b = 16hm$.

(d) Ç amb $a = 5cm$ i $b = 2dm$.

(e) $\Uparrow$ amb $a = 15cm$, $b = 6dm$, $c = 50cm$ i $d = 8dm$

(f) $\Uparrow$ amb $a = 20Dm$, $b = 1Km$, $c = 8hm$ i $d = 12hm$

**(24)** Considera la següent figura la qual ens representa una fàbrica de tèxtil amb xemeneia perquè funciona amb vapor.

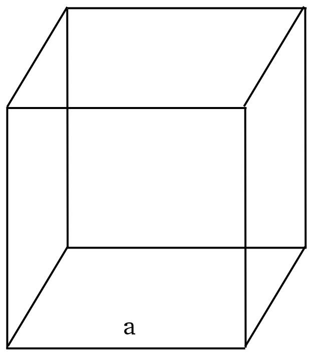



Calcula l'àrea de la figura per valors:

(a) $a = 15m$ $b = 4m$ $c = 35m$ $d = 6m$ $e = 18m$ $f = 46m$

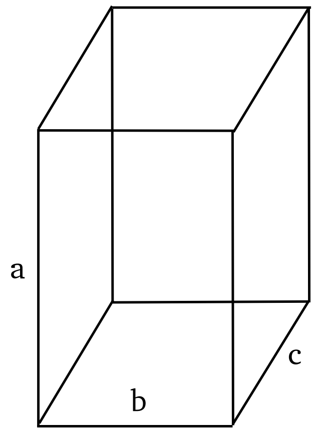
(b) $a = 1.2dm$ $b = 2cm$ $c = 0.3dm$ $d = 30mm$ $e = 20cm$ $f = 2.5dm$

## 8.8 Fòrmules d'àrees i volums de figures de l'espai



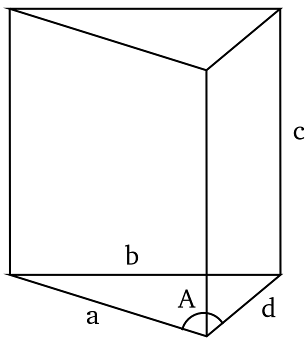

$A = 6a^2$

$V = a^3$



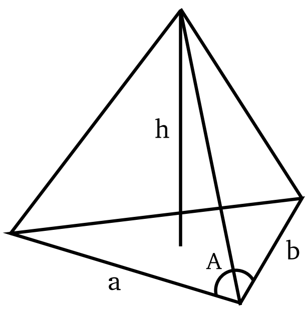

$A = 2(ab + ac + bc)$

$V = abc$

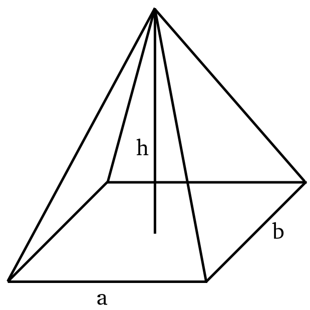



$$A = 2\begin{pmatrix} \text{Àrea} \\ Base \end{pmatrix} + c(a + b + d)$$

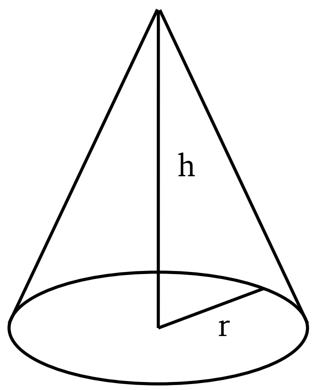
$$V = \begin{pmatrix} \text{Àrea} \\ Base \end{pmatrix} \times c$$




$$V = \frac{\begin{pmatrix} \text{Àrea} \\ Base \end{pmatrix} \times h}{3}$$

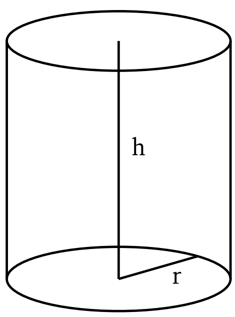



$$V = \frac{abh}{3}$$



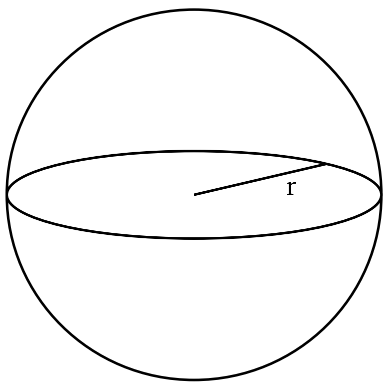

$A = \pi r g + \pi r^2$

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$




$A = 2\pi r^2 + 2\pi r h$

$V = \pi r^2 h$

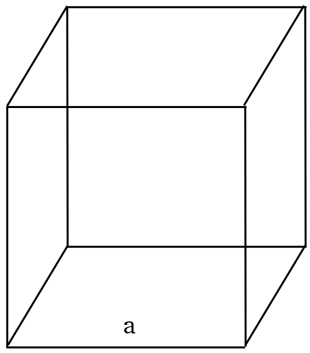


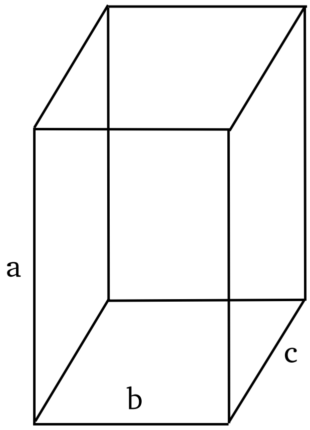

$A = 4\pi r^2$

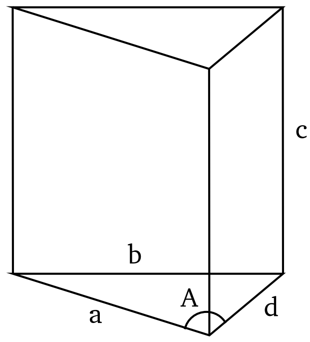
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

## 8.9 Càlcul d'àrees i volums de figures de l'espai

**(25)** Considera el següent cub ($\Box$), el prisma de base rectangular (*ortoedre*) ($\sqcup$) i el prisma de base triangular ($\triangle$) següents:




Calcula l'àrea i el volum del

(a) $\Box$ amb $a = 15m$

(b) $\Box$ amb $a = 22mm$

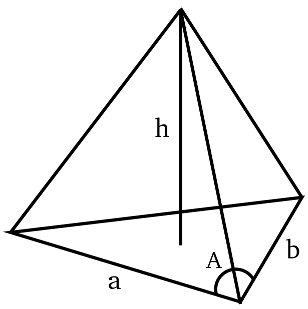
(c) $\sqcup$ amb $a = 15m$ $b = 4m$ $c = 35dm$

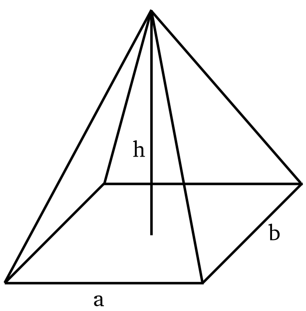
(d) $\sqcup$ amb $a = 2Km$ $b = 4hm$ $c = 50Dm$

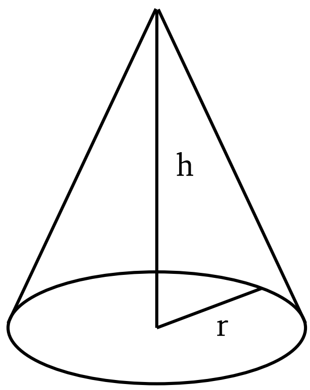
(e) $\triangle$ amb $a = 6Dm$ $b = 1hm$ $A = 90^o$ $c = 2hm$

(f) $\triangle$ amb $a = 12dm$ $b = 20dm$ $A = 90^o$ $c = 3.5m$

**(26)** Considera la piramide de base triangular (*tetraedre*) ($\triangle$), la piramide de base rectangular ($\Box$) i el con ($\bigcirc$) següents:




Calcula

(a) el volum de la $\triangle$ amb $a = 15cm$ $b = 20cm$ $A = 90^o$ $h = 2.5dm$

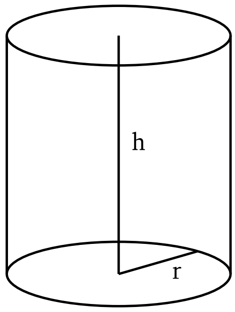
(b) el volum de la $\triangle$ amb $a = 45mm$ $b = 6cm$ $A = 90^o$ $h = 8cm$

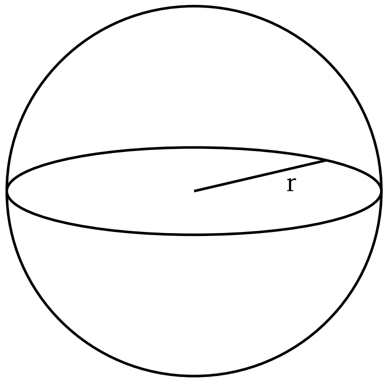
(c) el volum de la $\Box$ amb $a = 15m$ $b = 8m$ $h = 2Dm$

(d) el volum de la $\Box$ amb $a = 2Km$ $b = 3hm$ $h = 50Dm$

(e) l'àrea i el volum del $\bigcirc$ amb $r = 6Dm$ $h = 8Dm$

(f) l'àrea i el volum del $\bigcirc$ amb $r = 12dm$ $h = 16dm$




**(27)** Considera el cilindre ($\circlearrowleft$) i l'esfera ($\bigcirc$) següents:

Calcula l'àrea i el volum de

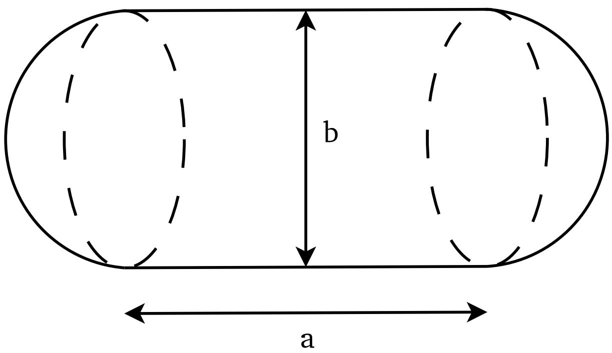
(a) $\circlearrowleft$ amb $h = 2dm$ i $r = 12cm$

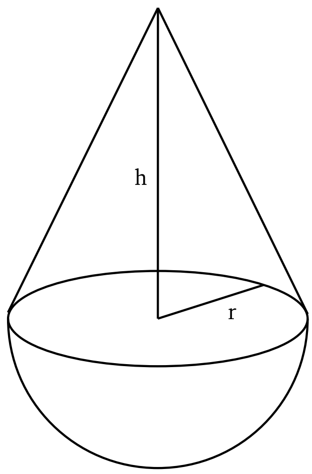
(b) $\circlearrowleft$ amb $h = 3hm$ i $r = 4Dm$

(c) $\bigcirc$ amb $r = 3m$

(d) $\bigcirc$ amb $r = 12cm$

**(28)** Considera el dipòsit ($\bigcirc$) i la $2^a$ figura ($\triangle$) següents:




Calcula l'àrea i el volum de

(a) $\bigcirc$ amb $a = 2dm$ i $b = 12cm$

(b) $\bigcirc$ amb $a = 3hm$ i $b = 18Dm$

(c) $\triangle$ amb $r = 4m$ i $h = 3m$

(d) $\triangle$ amb $r = 12cm$ i $h = 15cm$

**(29)** Sabent que l'Aresta d'un cub és de $5cm$, calcula l'àrea, el volum i la diagonal.

**(30)** L'aresta d'un cub fa $9cm$.

(a) quina és la distància entre els centres de dues cares oposades?

(b) quina és la distància entre els centres de dues cares contigües?

(c) Quina és la distància màxima entre dos vèrtexs?

**(31)** La base d'un prisma recte és un rombe de diagonals $5cm$ i $3cm$. L'aresta lateral mesura $9cm$. Quina és la seva superfície total?

**(32)** Troba la superfície lateral, total i el volum d'un prisma recte de base un triangle isòsceles. Els dos costats iguals d'aquests mesuren $5cm$ i són iguals a l'aresta lateral. El tercer costat de la base mesura $8cm$.

**(33)** Les bases d'un paral·lelepípede recte són dos paral·lelograms de costats $5cm$ i $6cm$. L'aresta lateral mesura $10cm$. Quina és la seva àrea total?

**(34)** La base d'un prisma recte és un triangle rectangle i isòsceles d'hipotenusa $8cm$ a l'igual que l'aresta lateral. Calcula la seva àrea lateral.

**(35)** Les bases d'un prisma recte són dos paral·lelograms de costats $35cm$ i $4dm$ respectivament i la seva aresta lateral és igual al perímetre de la base. Quina és la seva àrea lateral?

**(36)** Quin és el perímetre de la base d'un prisma recte sabent que la superfície lateral és de $45dm^2$ si la seva aresta lateral és de $50cm$?

**(37)** La base d'un paral·lelepípede recte és un rombe de $5cm$ de costat. La superfície lateral mesura $80cm^2$. Quant mesura la seva aresta lateral?

**(38)** Un prisma recte té per base un triangle equilàter de $5cm$ de costat i l'altura del prisma és de $14cm$. Quina és la seva superfície total i el seu volum?

**(39)** Un ortoedre fa de base $2m$ per $4m$. Troba l'altura de l'ortoedre sabent que l'àrea lateral és el doble de l'àrea d'una base.

**(40)** Trobar la diagonal, l'àrea i el volum d'un ortoedre que mesura $3m$ de llarg, $2m$ d'ample i $5m$ d'alt.

**(41)** Quant costarà recobrir de ciment una piscina ortoèdrica de $10m$ de llargada, $6m$ d'amplada i $2.5m$ de profunditat a raó de 15€ el $m^2$ ?

**(42)** El dependent d'una botiga embolica una capsa de sabates de $30cm$ de llarg, $20cm$ d'ample i $12cm$ d'alt amb un tros de paper, de forma que un 12% de l'embolcall queda solapat sobre si mateix. Quina quantitat de paper ha utilitzat?

**(43)** Tenim un prisma recte, les bases del qual són trapezis rectangles, de bases $20cm$ i $12cm$ i de costat oblic $10cm$. Sabent que l'altura del prisma és de $24cm$, calcula l'àrea total i el volum.

**(44)** Calcula la superfície d'un tetraedre regular de $10cm$ d'aresta.

**(45)** Trobar el volum d'una piràmide hexagonal de $3m$ de radi i $7m$ d'aresta lateral.

**(46)** La base d'una piràmide regular és un quadrat de $5cm$ de costat; la distància del vèrtex a un costat de la base és de $6cm$. Trobar l'àrea lateral, total i el volum.

**(47)** Trobar l'àrea total i el volum d'un piràmide regular de base quadrada en la que totes les arestes mesuren $6m$.

**(48)** La piràmide de Kheops té una base quadrada de $230m$ de costat i una altura de gairebé $137m$. Si la volguéssim recobrir tota de marbre, quina quantitat en necessitaríem?

**(49)** Trobar el volum d'un cilindre sabent que la circumferència de la base mesura $36cm$ i que la generatriu és igual al cub del radi.

**(50)** Hem construït un tub cilíndric, enganxant pels costats més curts un rectangle de cartolina de $30cm$ de llarg per $15cm$ d'ample. Quin és el diàmetre del tub?

**(51)** Un quadrat de $56cm$ de perímetre gira $360^o$ entorn del seu costat. Calcula el volum del cos engendrat.

**(52)** Calcula el volum d'un cilindre inscrit en un ortoedre de $10cm$ d'altura siguent la base un quadrat de $24cm$ de perímetre.

**(53)** El líquid contingut en un recipient cilíndric de $8cm$ de diàmetre i $20cm$ d'altura es tira dins d'un altre recipient també cilíndric de $6cm$ de diàmetre. Quina serà l'altura del líquid en aquest segon recipient?

**(54)** L'àrea lateral d'un cilindre de $15cm$ d'altura és de $90cm^2$. Calcula'n el radi de la base.

**(55)** Un pallasso vol posar-se un bonic barret cònic de $30cm$ d'altura. Suposant que el seu cap té un perímetre circular de $60cm$, calcula la superfície que tindrà el barret.

**(56)** Si fem girar un rectangle de dimensions $4cm$ per $6cm$ al voltant de cadascun dels costats obtenim dos cilindres rectes. Tenen la mateixa àrea i el mateix volum els dos cilindres?. Comprova-ho.

**(57)** Quants litres caben en un bidó cilíndric de $5dm$ de diàmetre i $0.8m$ d'altura?

**(58)** Calcula la superfície i el volum d'un con de $10cm$ de diàmetre de la base i $12cm$ de generatriu.

**(59)** Si fem girar un triangle rectangle de catets $3cm$ i $4cm$ al voltant de cadascun dels catets, obtenim dos cons. Tenen la mateixa àrea i el mateix volum els dos cons? Comprova-ho.

**(60)** Calcula la superfície i el volum d'una esfera de $18cm$ de diàmetre.

**(61)** Determina l'àrea i el volum de la superfície terrestre, admetent que la Terra té una forma esfèrica amb un radi de $6\,367km$.

**(62)** Calcula el volum d'un grill de taronja de $10cm$ de diàmetre si saps que la taronja està formada per 12 grills iguals.

**(63)** Quants litres d'aire s'han d'escalfar per omplir un globus aerostàtic de forma esfèrica i de $10m$ de diàmetre?

**(64)** Introduïm una bola de pedra de $12cm$ de diàmetre en un recipient cúbic de $14cm$ d'aresta ple d'aigua i després en retirem la bola. Calcula:

(a) La quantitat d'aigua que ha vessat.

(b) L'altura de l'aigua en el recipient després de treure'n la bola.

**(65)** Una empresa química té quatre tancs esfèrics de $15m$ de diàmetre i 6 tancs cilíndrics de $20m$ d'alçada i $10m$ de radi a la base. Per evitar la corrosió, es contracta un equip d'operaris que cobra, per pintar dipòsits, 7€ per metre quadrat. Calcula el cost total de l'operació.

**(66)** Al nostre institut, es fàcil trobar-hi dos tipus de papereres, unes que mesuren $27cm$ d'altura i $37cm \times 25cm$ de base i unes altres cilíndriques que fan $30cm$ de diàmetre per $32cm$ d'altura. Quina té més cabuda sempre suposant que els papers es tirin a dins d'elles i no a fora?

**(67)** Al laboratori de ciències del primer pis del nostre institut s'utilitzen garrafes d'aigua destil·lada, unes que fan $26cm$ de diàmetre i $42cm$ d'altura i unes altres que fan $33cm$ de diàmetre i $50cm$ d'altura. En aquest moments només tenim 1 garrafa i mitja de les grans plenes i 3 de les petites. De quants litres d'aigua destil·lada disposem?

**(68)** Comprova la capacitat d'una llauna de Refresc a partir de les seves dimensions.

**(69)** ACTIVITAT: cal que construeixis amb cartolina un prisma i una piràmide de tipus i dimensions les que vulguis i calculis quina és la seva superfície lateral, total i el volum. Posa les mesures, els càlculs i els resultats sobre la cartolina de les mateixes figures. S'han d'entregar les dues figures en perfectes condicions.

## 8.10 Solucions

**(1)** comprova-ho

**(2)** comprova-ho

**(3)** comprova-ho

**(4)**
(a) 1:5
(b) 1:50
(c) 25:1
(d) 1:50
(e) 1:10
(f) 1:100
(g) 10000000:1

**(5)** No, haurien d'expressar més reducció.

**(6)** comprova-ho

**(7)**
(a) 180'
(b) 4980'
(c) 438' 36"
(d) comprova-ho
(e) 89h 52' 48" i comprova-ho
(f) 6'
(g) 3h 15'
(h) 42' 43"
(i) comprova-ho

(j) 10 dies 12h 52' 37"

(**8**) (a) 90'
(b) 83'
(c) 7º 18'
(d) comprova-ho
(e) 3 voltes 270º
(f) 12'
(g) 4º 55'
(h) 41' 3"
(i) comprova-ho
(j) 4 voltes 146º 12' 37"

(**9**) (a) 18' 28"
(b) 1h 23' 3"
(c) 2h 58' 18"
(d) 2h 16' 43"
(e) 13' 52"
(f) 1h 58' 47"
(g) 2h 57' 24"
(h) 6h 14'
(i) 14' 24"
(j) 30' 2"
(k) 5h 39' 36"
(l) 4h 25' 30"
(m) 54"
(n) 10' 10"
(o) 18' 19"
(p) 11' 14"

(**10**) Completa-ho

(**11**) Construeix-ho

(**12**) Construeix-ho

(**13**) (a) $9dm^2$ (b) $350cm^2$ (c) $280hm^2$ (d) $169m^2$ (e) $1040mm^2$ (f) $12Dm^2$

(**14**) $384m$

(**15**) $12.57cm^2$

(**16**) $60cm^2$

(**17**) $1385.44m^2$

(**18**) $272\,000m^2$

(**19**) $10mm^2$

(**20**) $145m$

(**21**) (a) $720cm^2$ (b) $90mm^2$ (c) $200.96m^2$ (d) $452.16cm^2$ (e) $116.13cm^2$ (f) $20.57dm^2$

(**22**) (a) $285dm^2$ (b) $2065cm^2$ (c) $784Dm^2$ (d) $460mm^2$ (e) $410cm^2$ (f) $8096dm^2$

(**23**) (a) $43.96m^2$ (b) $452.16cm^2$ (c) $356.48hm^2$ (d) $557cm^2$ (e) $2400cm^2$ (f) $88hm^2$

(**24**) (a) $1738.72m^2$ (b) $237.43cm^2$

(**25**) (a) $A = 1350m^2$ $V = 3375m^3$
(b) $A = 2904mm^2$ $V = 10648mm^3$
(c) $A = 253m^2$ $V = 210m^3$
(d) $A = 400hm^2$ $V = 400hm^3$
(e) $A = 728hm^2$ $V = 480hm^3$
(f) $A = 1872dm^2$ $V = 3360dm^3$

(**26**) (a) $1250cm^3$
(b) $36cm^3$
(c) $800m^3$
(d) $100hm^3$
(e) $A = 301.44Dm^2$ $V = 301.44Dm^3$
(f) $A = 1205.76dm^2$ $V = 2411.52dm^2$

(**27**) (a) $A = 2411.52cm^2$ $V = 9043.2cm^3$
(b) $A = 854.08hm^2$ $V = 1507.2hm^3$
(c) $A = 113.04m^2$ $V = 113.04m^3$
(d) $A = 1808.64cm^2$ $V = 7234.56cm^3$

(**28**) (a) $A = 602.88cm^2$ $V = 3165.12cm^3$
(b) $A = 2712.96Dm^2$ $V = 21364.56Dm^3$
(c) $A = 163.28m^2$ $V = 184.21m^3$
(d) $A = 1628.13cm^2$ $V = 5878.08cm^3$

(**29**) $A = 150cm^2$ $V = 125cm^3$ $D = 8,66cm.$

(**30**) (a) $9cm$ (b) $6.36cm$ (c) $15.59cm$

(**31**) $S = 120.12cm^2$

(**32**) $AL = 90cm^2$ $AT = 114cm^2$ $V = 60cm^3$

(**33**) $A = 280cm^2$

(**34**) $AL = 154.56cm^2$

(**35**) $AL = 22\,500cm^2$

(**36**) $p = 90cm$

(**37**) $a = 4cm$

(**38**) $S = 231.66cm^2$ $V = 151.62cm^3$

(**39**) $h = 1.33m$

(**40**) $D = 6.17cm$, $A = 62cm^2$ $V = 30cm^3$

(**41**) 2 100€

(**42**) $2\,688cm^2$

(**43**) $AT = 1541.44cm^2$ $V = 3\,521.28cm^3$

(**44**) $S = 173.21cm^2$

(**45**) $V = 49.30cm^3$

(**46**) $AL = 60cm^2$ $AT = 85cm^2$ $V = 45.42cm^3$

(**47**) $AT = 98.4cm^2$ $V = 51cm^3$

(**48**) $AL = 82\,280.2cm^2$

(**49**) $V = 103.15cm^3$

(**50**) $d = 9.55cm$

(**51**) $V = 8\,620.53cm^3$

(**52**) $V = 282.74cm^3$

(**53**) $a = 35.55cm$

(**54**) $r = 0.95cm$

(**55**) $S = 944.4cm^2$

(**56**) $157\,079l$

(**57**) $S = 267.04cm^2$ $V = 285.62cm^3$

(**58**) Comprova-ho.

(**59**) $S = 1017cm^2$ $V = 3053.63cm^3$

(**60**) $S = 5.094 \cdot 10^8 km^2$ $V = 1.081 \cdot 10^{12} km^3$

(**61**) Comprova-ho.

(**62**) $V = 43.63cm^3$

(**63**) $523\,600l$

(**64**) (a) $1\,839.23cm^3$ (b) $4.62cm$

(**65**) 98 960.12€

(**66**) La del primer tipus

(**67**) $131l$

(**68**) Comprova-ho.

# Apèndix A

# Activitats

## A.1 Quants cigrons hi ha en un quilo de cigrons

**Material:** Un quilogram de cigrons, un recipient per posar-los i retoladors.
**Introducció:** La tècnica que presentarem en aquesta activitat s'anomena de captura i recaptura i és utilitzada pel recompte estimatiu de poblacions d'animals que viuen en llibertat: per exemple les balenes del mar del Nord, els esquirols d'un bosc o els peixos de l'estany de Banyoles. En el nostre cas comptarem aproximadament el nombre de cigrons que hi ha en un quilogram de cigrons i, en lloc de marcar els individus (cigrons!) amb pintures especials o microxips, els pintarem amb un retolador.
**Objectiu:** Conèixer una tècnica sorprenent per estimar el nombre d'individus d'una població, simulant-ho amb cigrons.
**Desenvolupament:** El professor ha portat una bossa de cigrons que pesa un quilogram (podem comprovar-ho!) i, d'entrada, els abocarem dins d'un recipient. Ens proposem comptar-los!

(**1**) Prenem una primera mostra de cigrons i, tot el grup conjuntament, la comptem. Sigui $m$ el nombre de cigrons que hem comptat.

(**2**) Novament, tot el grup conjuntament, prenem retoladors i fem una marca ben visible sobre cada cigró de la mostra.

(**3**) Retornem la mostra "pintada" al recipient amb la resta dels cigrons i remenem per tal que quedin ben barrejats.

(**4**) Ara ens posem a treballar en equips de tres persones. Amb els altres membres del teu equip preneu una segona mostra de cigrons (entre 150 i 200) i compteu-la. Sigui $m$ la quantitat exacta de cigrons d'aquesta nova mostra.

(**5**) Compteu ara quants dels cigrons d'aquesta segona mostra porten el senyal de retolador. Tingueu cura en mirar-ho bé. Anomenem $n$ al nombre obtingut en aquest recompte.

(**6**) Si anomenem $t$ al total de cigrons que estem buscant sembla assenyat esperar que la proporció de cigrons marcats ($n$) que apareix en la segona mostra ($m$) sigui aproximadament la mateixa proporció de cigrons marcats ($m$) respecte del total de cigrons ($t$). Així tindrem que $\frac{n}{m} \approx \frac{m}{t}$. Plantegeu-ho amb les quantitats concretes que heu obtingut. Naturalment desconeixem el valor de $t$.

(**7**) Ara aïlleu $t$ en l'anterior relació de proporcionalitat. Aquest és el valor de l'estimació que estem buscant. Compareu-lo amb els valors que han obtingut els altres equips. Qui s'hi deu haver apropat més?

(**8**) Per a poder respondre a la pregunta anterior el millor serà comptar, entre tots, quants cigrons hi ha realment en total. És una feina una mica feixuga però, si ens hi posem tot el grup, no ens costarà gaire! Quants cigrons obtenim?

(**9**) Ara que ja coneixeu el resultat exacte calculeu l'error absolut i l'error relatiu que heu comès en la vostra estimació.

(**10**) Compareu els errors absolut i relatiu observats en els diversos grups. Creieu que seria sensat pensar que tenen alguna cosa a veure amb la grandària de la mostra que ha pres cada grup en el punt 4 d'aquest guió?

## A.2 Introducció als nombres racionals

**Materials:** Tires de cartolina de vuit colors diferents i d'igual longitud, regle, retolador i tisores.
**Introducció:** Una fracció serveix per expressar parts de la unitat. Usem fraccions quan diem "mig quilo de pa", "un quart de litre d'oli"o "un cèntim d'euro".

Tot seguit us proposem unes activitats per tal de descobrir aquests objectes matemàtics que, com veureu més endavant, ja els egipcis feien servir.

**Objectiu:** Presentar el concepte de fracció i les seves primeres propietats.
**Desenvolupament:** En principi treballareu individualment. Haureu d'emplenar aquest guió i, a la propera classe, lliurar-lo al professor. Poseu atenció a l'ordre, la presentació, la claredat i correcció en l'expressió.

(**1**) Tenint en compte les equivalències entre lletres i colors que teniu a la pissarra feu el següent:

- Preneu la tira de cartolina $A$ com a unitat i escriviu-hi un 1 en el centre.
- Preneu la tira $B$, dividiu-la en dues parts iguals i en cadascuna escriviu-hi $\frac{1}{2}$.
- Preneu la tira $C$, dividiu-la en tres parts iguals i escriviu-hi $\frac{1}{3}$.
- Preneu la tira $D$, dividiu-la en quatre parts iguals i escriviu-hi $\frac{1}{4}$.
- Preneu la tira $E$, dividiu-la en cinc parts iguals i escriviu-hi $\frac{1}{5}$.

(**2**) Cada peça de $\frac{1}{2}$ l'anomenarem "meitat". Quin nom donarem a les altres peces? Empleneu el quadre següent.

| Peça | Nom |
|---|---|
| $\frac{1}{3}$ | |
| $\frac{1}{4}$ | |
| $\frac{1}{5}$ | |

| Peça | Nom |
|---|---|
| $\frac{1}{6}$ | |
| $\frac{1}{7}$ | |
| $\frac{1}{8}$ | |

Quin número és el responsable de donar nom a les peces?

**Donar nom** és el mateix que **denominar**, per això aquest número s'anomena **denominador** de la fracció.

(**3**) Ara agruparem algunes de les peces que hem obtingut:

- Preneu 2 peces de $\frac{1}{3}$ i poseu-les juntes. Quina fracció de la unitat tindrem? Dels dos termes de la fracció quin indica el número de peces que hem pres?
- Preneu 4 peces de $\frac{1}{5}$ i poseu-les juntes. Quina fracció de la unitat tindrem? Dels dos termes de la fracció quin indica el número de peces que hem pres?
- Preneu 3 peces de $\frac{1}{4}$ i poseu-les juntes. Quina fracció de la unitat tindrem? Dels dos termes de la fracció quin indica el número de peces que hem pres?
- En cada cas quin és el terme de la fracció que indica el número de peces que hem pres?

A aquest terme, és clar, l'anomenarem **numerador**.

(**4**) Ara estudiarem l'ordre! Preneu una peça de cada color i col·loqueu-les, per ordre de longituds, sobre la taula. Reflexioneu sobre el que observeu. Podeu formular una regla general? Expliqueu-ho!

Ajuntant peces construïu successivament i observeu l'ordre de les fraccions $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ i $\frac{4}{5}$. Podeu formular una regla general? Expliqueu-la!

## A.3 Introducció a les Equacions

**Materials:** Necessitem tallar fulls de paper en 16 trossos. Escrivim diferents termes d'una equació de primer grau: $2x,\ -3,\ -4x,\ 6,\ 7x,\ ...$
**Continguts:** Resolució d'equacions de primer grau.
**Desenvolupament:** Obrim espai a l'aula, enretirem taules i cadires a un racó de l'aula per aconseguir el màxim d'espai buit. Repartim un paperet a cada alumnes. Podem fer diferents activitats:

**(1)** Ajuntem a tothom que tingui coeficients positius i negatius.

**(2)** Ens ajuntem per termes que tenen $x$ i termes independents.

**(3)** Fem dos grups i creem una línia imaginària que separi als dos grups. Els hi demanem que sumin tots els termes, quan es pugui, dins del mateix grup. Després imaginem que la línia que separa als grups és un =, igual, i resolem l'equació, és a dir, el resultat d'un grup igual al resultat de l'altre grup.

**Observacions:** Intentarem anar creant diferents grups i variant

## A.4 Gràfics de funcions al terra

**Materials:** Necessitem estar en un pati o en una sala enrajolada de manera que les ratlles de les rajoles formin una quadrícula. Necessitarem també guixos. Cada alumne/a disposarà de paper, llapis.
**Continguts:** Gràfic d'una funció.
**Desenvolupament:** Anem al pati o a una sala amb rajoles que formin una quadrícula on sigui possible embrutar una mica el terra. Fixem un origen i resseguim amb guix dues juntures ortogonals de rajoles que seran els eixos de coordenades. Prenent com a unitat la longitud del costat d'una rajola assenyalem els valors sobre cada eix, per exemple, a l'eix d'abscisses, des de $-6$ a 6. L'escala de l'eix d'ordenades pot dependre de les funcions que decidim representar. Cada alumne/a es farà càrrec d'un valor sobre l'eix d'abscisses (podem prendre també mitges unitats: $-6,\ -5.5,\ -5,\ -4.5,\ ...$ Llavors el professorat indicarà l'expressió analítica d'una funció i cada alumne/a calcularà la imatge de la seva abscissa. Després prendrà un tros de guix i l'anirà a dibuixar sobre el terra al lloc que correspongui. Així, en pocs instants, quedarà molt perfilada la representació gràfica de la funció donada.

Poden usar-se funcions diverses segons el nivell i podrem formular preguntes, per exemple:

**(1)** $f(x) = 2x - 1$ En quina abscissa talla l'eix?

**(2)** $f(x) = -3x + 2$ Per a quins punts és positiva? I negativa?

**(3)** $f(x) = x + 2$, $f(x) = x + 4$, $f(x) = x$ i $f(x) = x - 3$ Són paral·leles?

**Observacions:** Cada alumne/a "es fa càrrec"d'un número i es fa seva la idea d'abscissa, d'ordenada i d'imatge. El gràfic sorgeix de les imatges de tots/es, com d'una feina comú. Cal que el final tothom tingui cura de netejar el terra.

## A.5 Introducció als Polinomis

**Materials:** Necessitem tallar fulls de paper en 16 trossos. Escrivim diferents monomis variant els coeficients i el grau: $x^3,\ 2x^2,\ -x,\ 9,\ -3x^3,\ 8x^4$,...
**Continguts:** Suma, resta i ordenació de monomis.
**Desenvolupament:** Obrim espai a l'aula, enretirem taules i cadires a un racó de l'aula per aconseguir el màxim d'espai buit. Repartim un paperet a cada alumnes. Podem fer diferents activitats:

**(1)** Ajuntem a tothom que tingui coeficients positius i negatius.

**(2)** Ens ajuntem per graus.

**(3)** Fem que es col·loquin els alumnes per ordre de grau.

**(4)** Fem dos o tres grups i creem polinomis ajuntant monomis del mateix grau. Després sumem els polinomis. També els podem restar. Finalment, podem crear polinomis nous multiplicant-los per números, $2P(x) - 3Q(x)$, ...

**Observacions:** Intentarem anar creant diferents grups i variant les operacions en funció de com es vagi desenvolupant l'activitat.

## A.6 El Decímetre Cúbic i el Litre

**Materials:** Tres llaunes de begudes utilitzades. Un decímetre cúbic de plàstic que es pugui emplenar. Reglets d'un centímetre cúbic. Regle, cartró, estisores, cola, cinta adhesiva.
**Introducció:** Haureu observat que en les llaunes de begudes hi apareix, entre altres dades, la quantitat de líquid que contenen. Solen escriure-la de dues maneres: $330ml$ o $33cl$. És així que tres d'aquestes llaunes són quasi un litre de líquid (hi falten tan sols $10ml$!). De fet el litre no és estrictament una unitat del Sistema Internacional i es defineix com la capacitat d'un decímetre cúbic. Avui ho comprovarem!
**Objectiu:** Comprovar que un litre d'aigua ocupa un decímetre cúbic de volum.
**Desenvolupament:**

(**1**) Volem construir una caixa cúbica, oberta per dalt, que tingui un decímetre cúbic de volum. Quant haurà de mesurar l'aresta? Sobre el cartró dissenyeu una plantilla per construir aquesta caixa.

(**2**) Retalleu la plantilla i munteu la caixa procurant que quedi tan sòlida com sigui possible.

(**3**) Creieu que, en aquest decímetre cúbic, realment hi cap un litre d'aigua? Com ho veieu?

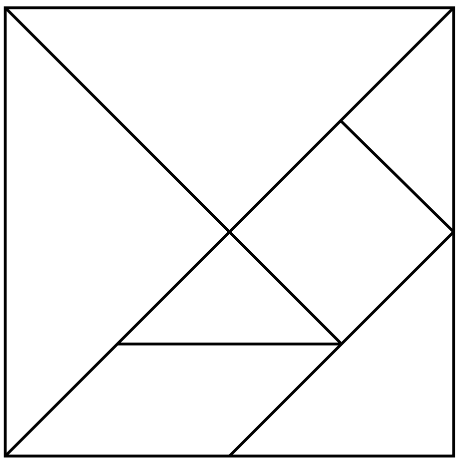
(**4**) Ara la vostra professora o el vostre professor us mostrarà un decímetre cúbic de plàstic. Mesureu-lo per comprovar-ho i compareu-lo amb la caixa que heu construït.

(**5**) Ara mirem-nos les llaunes! Llegiu atentament les etiquetes (les etiquetes sempre s'han de llegir atentament!) i esbrineu la quantitat de líquid que conté cada llauna. Quina quantitat total de líquid hi ha entre les tres llaunes? Observareu que quasi és un litre. Quan li falta? Podríeu respondre a aquesta darrera pregunta emprant com a unitat el centímetre cúbic?

## A.7 El Tangram Xinès

Conegut joc xinès amb el qual es poden fer moltes figures combinant set peces formades retallant un quadrat.
**Material:** Tisores i fulls quadriculats.
**Continguts:** Construcció i mesura de figures planes. Càlcul de perímetres, àrees i angles. Percepció geomètrica amb el recobriment de figures amb peces.
**Desenvolupament:**

(**1**) Construcció del propi material. Agafem fulls quadriculats (per exemple els d'exàmens) i els hi fem dibuixar un quadrat tant gran com sigui possible. Després els hi dibuixem el model del quadrat per obtenir les peces del tangram i que els alumnes retallin les seves pròpies peces.



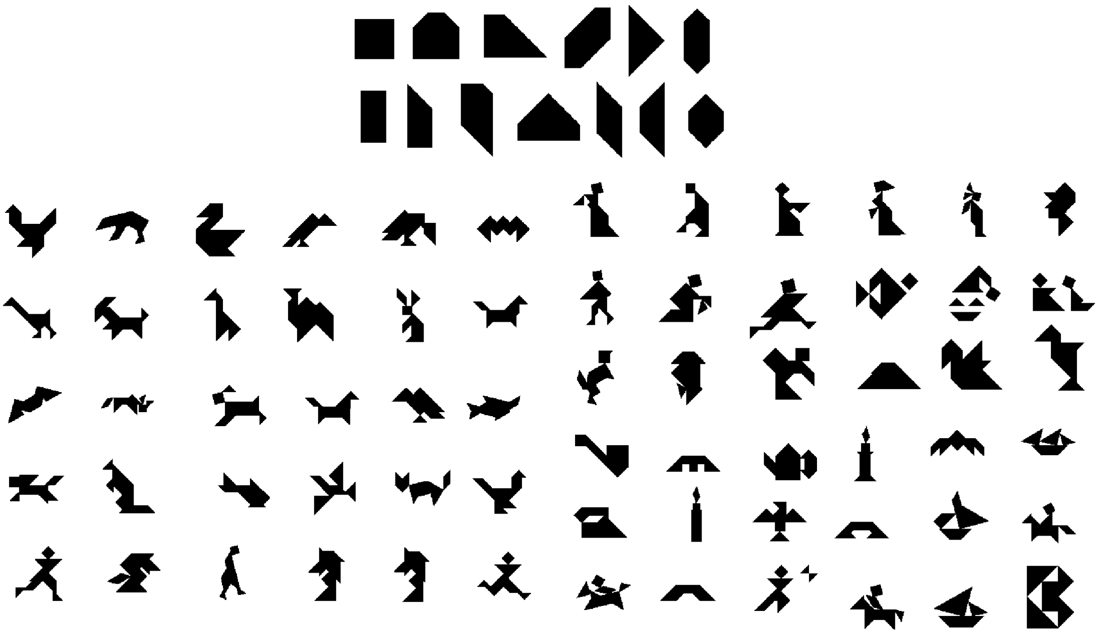
(**2**) Càlcul de perímetres, àrees i angles de les diferents peces del tangram. En el cas del tangram xinès podem prendre com a unitats de longitud i de superfície respectivament el costat i l'àrea de la peça quadrada.

(**3**) Identificar peces semblants i deduir la raó de semblança.

(**4**) Ordenar peces segons el seus perímetres o les seves àrees.

(**5**) Mesurant algunes de les peces pot comprovar-se el teorema de Pitàgores.

(**6**) Composar figures donades usant totes les peces:



(**7**) Classificar les figures obtingudes com a polígons: per nombre de costats, regulars, irregulars, còncaus, convexos...

(**8**) Mesurar les àrees de les figures obtingudes, els seus angles interiors i els seus perímetres. Poden fer-se estimacions prèvies que sempre comprometen més l'interès de l'alumnat.

## A.8 Problemes d'enginy

(**1**) Un pastor ha de creuar un riu amb un llop, una cabra i una caixa d'enciams. Ho ha de fer amb una barca on només hi cap ell i una de les tres coses. Si el llop queda sol amb la cabra se la menjarà i, si la cabra es queda sola amb la caixa d'enciams se'ls menjarà. Com pot creuar el riu el pastor amb totes tres coses?

(**2**) Estàs tancat en una cela amb dues portes: una et porta a la salvació i l'altra et porta directa a la mort. A cada porta hi ha un vigilant. Saps que un dels vigilants sempre diu la veritat i que l'altre sempre menteix. Per escollir la porta per on passaràs, només pots fer una pregunta a un dels dos vigilants. Com ho faràs?

(**3**) Hi ha dotze monedes aparentment iguals, però una d'elles té un pes lleugerament diferent. No se sap si aquesta moneda pesa més o menys que les altres. Utilitzant una balança de dos plats, i només podent fer tres pesades, com trobaries la moneda que és diferent? I la moneda pesa més o menys que les altres?

(**4**) Un entrevistador es dirigeix a una casa on l'atén una dona.
- Quants fills tens?
- Tres - diu ella.
- Edats?
- El producte de les edats és 36, i la suma és igual al número de la casa veïna - diu ella.

L'entrevistador se'n va, però al cap d'una estona torna i li diu a la dona que les dades que li ha donat no són suficients. La dona pensa i li diu:
- Tens raó, la més gran estudia piano.

Amb això n'hi ha prou perquè l'entrevistador sàpiga l'edat dels fills de la dona. Quines sóna aquestes edats?

**(5)** Un ós camina 10 kilòmetres cap al sud, 10 cap a l'est i 10 cap al nord, tornant així al punt de sortida. De quin color és l'ós?

**(6)** En un taulell de 3x3 col·loca els números de l'1 al 9 de forma que cada fila, columna i diagonal sumi 15.

**(7)** Tres amics van a menjar a un restaurant, Mengen el mateix i el compte és de 25 euros. Cada un paga amb un bitllet de 10 euros. El cambrer porta els 5 euros de canvi, cada un pren un euro i li deixen dos euros de propina. Més tard fan comptes i diuen: cada un ha pagat 9 euros, per tant, hem gastat $9 \times 3 = 27$euros, més els 2 euros de propina fan 29 euros. On està l'euro que falta?

**(8)** Col·loca 8 dames en un taulell d'escacs de forma que no n'hi hagi cap que es matin entre elles.

**(9)** Dos trens estan en una mateixa via separats $100Km$. Comencem a moure's en sentits oposats, una cap a l'altre, a $50\frac{Km}{h}$; en aquest mateix moment, una supermosca surt de la màquina d'un dels trens i vola a $100\frac{Km}{h}$ cap a la màquina de l'altre tren. Just quan arriba, fa mitja volta i torna a la primera màquina de tren, i d'aquesta manera va i ve d'una màquina de tren a l'altra fins que les dues màquines de tren xoquen i mor la mosca a l'accident. Quina distància ha recorregut la supermosca?

**(10)** Col·loquem 3 files de 3 punts cada una. Dibuixa quatre línies sense aixecar el llapis del paper de manera que passis per tots els punts sense passar més de dues vegades pel mateix punt.

**(11)** Tenim tres cases i tres punts de distribució, un de gas, un de llum i un d'aigua. Dibuixa totes les connexions entre les fonts d'energia i les cases de manera que no n'hi hagi cap que es creu-hi.

**(12)** Col·loca deu arbres de manera que tinguem 5 fileres de 4 arbres.

**(13)** Tenim tres caixes plenes de caramels. N'hi ha de Menta i d'Anís. El problema és que tenim tres caixes i totes estant mal etiquetades. En una posa que són caramels d'Anís, en una altra de Menta i a la última posa que són Barreja. Si només podem treure un caramel d'una caixa, com podem saber com posar les etiquetes bé?

**(14)** Hi ha una habitació amb una sola bombeta. A fora de l'habitació hi ha tres interruptors, i des d'on hi ha els interruptors no es pot veure si la bombeta està encesa o apagada. Com podem saber a quin interruptor es correspon la bombeta si només podem tocar un cop els interruptors per entrar dins de l'habitació?

**(15)** Tenim dos rellotges de sorra de 4 minuts i 7 minuts. Necessitem mesurar exactament 9 minuts. Com ho faràs?

# Apèndix B

# Programació

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombres Enters | | | | | |
| 1.1 | Descripció dels conjunts $\mathbb{N}$ i $\mathbb{Z}$ | Apèndix $A$.1 | Apèndix $A$.1 | 2 | |
| 1.2 | Operacions combinades. Ordre de les operacions | 1 al 89 | 1 al 89 | 1 | |
| 1.3 | Factorització. Definició | 90 al 109 | 90 al 105 | 2 | |
| | Examen i Correcció | | | 2 | |
| | | | | **7h** | |
| Nombres Racionals | | | | | |
| 2.1 | Definició i interpretació d'una fracció. El conjunt $\mathbb{Q}$ | Apèndix $A$.2 | Apèndix $A$.2 | 1 | |
| 2.2 | Operacions amb nombres racionals | | | | |
| 2.2.a | Suma i resta de fraccions | 1 al 29 | 1-23, 27 i 29 | 2 | |
| 2.2.b | Multiplicació i divisió de fraccions | 30 al 48 | 32 al 43 | 1 | |
| 2.2.c | Operacions combinades de fraccions | 49 al 75 | 49-57 i 62-73 | 3 | |
| | Examen i Correcció | | | 2 | |
| | | | | **9h** | |
| Equacions de Primer Grau | | | | | |
| 3.1 | Definició | | | | |
| 3.2 | Resolució d'una equació simple | 1 al 47 | 1 al 33 | 1 | |
| 3.3 | Resolució d'una equació amb parèntesis | 48 al 115 | 48 al 75 | 1,5 | |
| 3.4 | Resolució d'una equació amb denominadors | 116 al 211 | 116 al 145 | 2,5 | |
| | Examen i Correcció | | | 2 | |
| | | | | **9h** | |
| | | | Total 1$^r$ Trimestre | 23/33 | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Sistemes d'Equacions | | | | | |
| 4.1 | Definició. Mètodes de resolució | 1 al 5 | 1 i 2 | 0,5 | |
| 4.2 | Mètode de Reducció | 6 al 34 | 3 al 22 | 1,5 | |
| 4.3 | Mètode d'Igualació | 35 al 60 | 23 al 44 | 2 | |
| 4.4 | Mètode de Substitució | 56 al 86 | 45 al 66 | 2 | |
| | Examen i Correcció | | | 2 | |
| | | | | **8h** | |

| Funcions Lineals | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 5.1 | Definició de variable dependent i independent | 1 | 1 | 0,5 | |
| 5.2 | Definició de funció | 11 | 11 | 0,5 | |
| 5.3 | Funcions lineals i funcions afins | 2 al 10 | 2 al 10 | 0,5 | |
| 5.4 | Pendent d'una funció lineal. Rectes paral·leles. | 14-16 i 19-20 | 14-16 i 19-20 | 0,5 | |
| 5.4 | Gràfica de funcions de primer grau | 12-13, 17-18, 21-26 | 17 | 3 | |
| | Examen i Correcció | | | 2 | |
| | | | | **7h** | |

| Equacions de Segon Grau | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6.1 | Definició | 1-3 i 7-9 | 2-3 i 7-9 | 1 | |
| 6.2.a | Resolució d'equacions del tipus $ax^2 + c = 0$ | 4-6 i 10-26 | 4-6 10-26 | 1 | |
| 6.2.b | Resolució d'equacions del tipus $ax^2 + bx = 0$ | 27 al 52 | 29 al 52 | 1 | |
| 6.3 | Resolució d'equacions completes senzilles | 53 al 96 | 55 al 96 | 2 | |
| 6.4 | Resolució d'equacions amb parèntesis | 97 al 127 | 97 al 125 | 2 | |
| 6.5 | Resolució d'equacions amb denominadors numèrics | 128 al 171 | 135 al 150 | 2 | |
| | Examen i Correcció | | | 2 | |
| | | | | **11h** | |
| | | Total $2^n$ Trimestre | | 26/30 | |

| Polinomis | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 7.1 | Definició de monomi i polinomi | 1 al 8 | 1 al 8 | 0,5 | |
| 7.2 | Grau d'un polinomi. Polinomi complet i ordenat | 9 al 16 | 9 al 16 | 0,5 | |
| 7.3 | Operacions amb monomis: +,-,* i / | 17 al 56 | 17 al 56 | 2 | |
| 7.4 | Operacions amb polinomis. Suma i Resta | 57 al 78 | 57 al 72 | 1 | |
| 7.5 | Productes Notables | 79 al 94 | 79 al 94 | 2 | |
| 7.6 | Multiplicació de polinomis | 95 al 116 | 95 al 116 | 1 | |
| 7.7 | Divisió de polinomis | 117 al 142 | 117 al 129 | 2 | |
| | Examen i Correcció | | | 2 | |
| | | | | **11h** | |

| Geometria | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 8.1 | Interpretació i deducció de les dimensions d'una figura plana | | | 0,5 | |
| 8.2 | Acotacions de figures planes | 1 i 2 | 1 i 2 | 0,5 | |
| 8.3 | Girs de volums. Interpretació espacial de la representació en planta, alçat i prefil | 3 | 3 | 1 | |
| 8.4 | Representació en escala. Interpretació i càlcul | 4 al 6 | 4 al 6 | 1 | |
| 8.5 | Operacions aritmètiques amb angles. Deduccions sobre diferents formacions amb angles | 7 al 9 | 7 al 9 | 2 | |
| 8.6 | Classificació dels polígons regulars. Comptar diagonals i càlcul dels angles interiors | 10 | 10 | 1 | |
| 8.7 | Càlcul d'àrees de figures planes. Acotació de les figures que es dibuixen i calculen | 1 al 14 | 1 al 12 | 2 | |
| 8.8 | Càlcul d'àrees i volums de figures de 3 dimensions | 1 al 45 | 1 al 6 | 3 | |
| | Examen i Correcció | | | 2 | |
| | | | | **13h** | |
| | | Total $3^r$ Trimestre | | 24/33 | |