Pautes de correcció

Avalueu cada pregunta en punts i mitjos punts, però no en altres decimals (ara bé, dins de cada pregunta podeu utilitzar altres decimals per als diferents apartats i arrodonir després la suma). Aquestes pautes no pretenen planificar tots els casos que en la pràctica es poden presentar. Hi haurà molts casos concrets, doncs, en què serà difícil aplicar els criteris que s'exposen a continuació. Apliqueu-los en els casos clars. En els casos en què les pautes siguin de difícil aplicació, feu prevaldre sempre el vostre criteri i sentit comú.

Qüestions

1. Les dues primeres equacions tenen com a única solució $x = y = 1$. Això fa que el sistema sigui compatible només per a $k = 7$ i incompatible en tots els altres casos.

   Compteu ja un punt si troben el valor de k que fa el sistema compatible.

2. Els punts on es tallen les dues gràfiques corresponen a $x = \pm 2$ i $x = 0$. Si posem $f(x) = x^4 - 2x^2$ i $g(x) = 2x^2$, tenim que la diferència $g(x) - f(x) = 4x^2 - x^4$ és positiva per a $x \in [-2, 2]$ i, per tant, l'àrea que es demana és donada per la integral
$$\int_{-2}^{2} (4x^2 - x^4)\, dx = \frac{128}{15} = 8,5333333333\ldots$$

   Compteu fins a un punt per la determinació dels punts de tall de les gràfiques i l'obtenció dels límits d'integració (noteu que les funcions són simètriques i que, per tant, el resultat també es pot obtenir integrant entre 0 i 2). Deixeu l'altre punt pels càlculs.

3. Les primitives de xe^{-x^2} són de la forma $f(x) = -(1/2)e^{-x^2} + C$, on C és una constant arbitrària. La condició que $f(0) = 1/2$ s'escriu $1/2 = -(1/2) + C$ d'on la solució és $f(x) = (1/2)e^{-x^2} + 1$.

   Un punt per la determinació de les primitives i l'altre per la constant.

4. Si diem h a l'alçària de l'arbre i d a la distància que ens trobem en el primer moment, tindrem les igualtats
$$\frac{h}{d} = \tan 60^{\circ}, \qquad \frac{h}{d+10} = \tan 30^{\circ}$$

   d'on resulta $h = 5\sqrt{3}\,\mathrm{m} = 8,66025\ldots$ m.

   Compteu fins a un punt i mig pel planteig correcte del problema (compte amb altres formes de resoldre el problema) i deixeu el mig punt restant pels càlculs.

Problemes

1. (a) L'únic punt de discontinuïtat està en $x = -4$, que és on el denominador de la fracció s'anul·la.

   (b) La derivada és
   $$1 - \frac{16}{(x+4)^2}$$
   que és positiva quan $x > 0$ i quan $x < -8$ i negativa quan x està entre -8 i 0. Amb això tindrem un màxim local en el punt d'abscissa $x = -8$ i un mínim local en el d'abscissa $x = 0$.

   (c) La gràfica és positiva entre 0 i 2. Per tant, l'àrea es troba calculant la integral
   $$\int_0^2 (x - 4 + \frac{16}{x+4})\, dx = -6 + 16 \ln \frac{3}{2} = 0,4874417297\ldots$$

   Compteu dos punts en l'apartat (b) i un en cada un dels altres dos. En l'apartat (a) valoreu com justifiquen el punt de discontinuïtat.

2. (a) L'equació del pla que conté BCD és $x + y + z = 3$ i la del que conté ACD és $z = 0$.

   (b) L'altura pel vèrtex A tindrà per vector director $\vec{v} = (1,1,1)$ (vector perpendicular a la cara BCD) i el de la que passa per B serà $\vec{w} = (0,0,1)$ (vector perpendicular a la cara ACD). Les equacions de la primera són $x = y = z$ i les de la segona $x = y = 1$ (també es poden donar equacions paramètriques o vectorials).

   (c) Les dues rectes de l'apartat anterior es tallen en el punt $P = B = (1,1,1)$.

   (d) En general no és perpendicular. Per exemple, el vector perpendicular a la cara ABC és $(0,1,-1)$ mentre que el vector $\vec{DP} = \vec{DB}$ és $(1,-2,1)$.

   Compteu un punt per cada apartat.